Phys. g. 303 lc
Müller

20.-

18. XII

Braunschweig. **PROSPECTUS.** März 1860.

Grundriß der Physik und Meteorologie.

Für Lyceen, Gymnasien, Gewerbe- und Realschulen, sowie zum Selbstunterrichte.

Von
Dr. Joh. Müller,
Professor der Physik und Technologie an der Universität zu Freiburg im Breisgau.

Mit 554 in den Text eingedruckten Holzschnitten.

Siebente vermehrte und verbesserte Auflage.

gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 25 Sgr.

Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn in Braunschweig.

Je mehr es anerkannt wird, wie sehr die Naturwissenschaften neben ihrer praktischen Wichtigkeit auch von hoher Bedeutung für die geistige Bildung sind; je mehr man den naturwissenschaftlichen Unterricht in allen Lehranstalten zu heben sucht, um so nothwendiger wird es, durch passende Lehrbücher die Vorträge des Lehrers zu unterstützen.

Ein den Bedürfnissen des physikalischen Unterrichtes an Lyceen, Gymnasien, Gewerbe- und Realschulen entsprechendes Lehrbuch zu schreiben, war das Ziel, welches ich bei Ausarbeitung eines »Grundrisses der Physik und Meteorologie« vor Augen hatte.

Dieses Werkchen erscheint nun in einer siebenten Auflage.

Gegen die sechste Auflage erscheint die vorliegende siebente, wenn auch verbessert (so haben namentlich die über Hydrostatik, die Capillarerscheinungen und das Ohm'sche Gesetz handelnden Paragraphen eine bessere Fassung erhalten), doch nicht wesentlich verändert.

Der Grundriß der Physik und Meteorologie trägt die Grundgesetze der Naturlehre in möglichst allgemein verständlicher Form und in einer dem jetzigen Standpunkte der Wissenschaft entsprechenden Weise vor. Soll der naturwissenschaftliche Unterricht den vollen Nutzen gewähren, welchen man von ihm zu verlangen berechtigt ist, so reicht es nicht hin, daß der Schüler die einzelnen Thatsachen und Gesetze kennen lerne; er muß auch in den Geist der inductiven Wissenschaften, der physikalischen Methode eingeführt werden. Deshalb war es nöthig, die wichtigsten Gesetze nicht allein aufzuzählen und verständlich zu machen, sondern auch ihre Verknüpfung mit den entspre-

chenden Erscheinungen, ihre Ableitung aus denselben gründlich nachzuweisen. Dadurch aber, daß mit Ausschluß von Specialitäten die Fundamentalerscheinungen und die aus ihnen entwickelten Gesetze in dem Buche mit genügender Ausführlichkeit abgehandelt werden, suchte ich diesen Grundriß nicht allein dem Bedürfnisse der genannten Lehranstalten anzupassen, sondern es auch möglich zu machen, daß er jüngeren Pharmaceuten, Forstmännern, Landwirthen, Gewerbetreibenden u. s. w. als ein Buch für den ersten Unterricht genügen könne.

Außer den Forderungen einer wissenschaftlichen Methode habe ich auch vorzugsweise die praktischen Anwendungen physikalischer Kräfte berücksichtigt und namentlich den Dampfmaschinen, den elektrischen Telegraphen u. s. w. eine besondere Aufmerksamkeit gewidmet.

Die Darstellung des Grundrisses habe ich wo irgend möglich so gehalten, daß der Schüler auf eine mathematische Anschauungsweise der Naturerscheinungen hingeleitet wird; ich konnte jedoch bei Anwendung der Mathematik im Grundriß selbst über gewisse Gränzen nicht hinausgehen, um das Werk nicht für solche Unterrichtsanstalten unzugänglich zu machen, in welchen die mathematisch-naturwissenschaftlichen Disciplinen nicht den Hauptgegenstand des Unterrichts bilden. Dem Bedürfniß nach einer weiter gehenden mathematischen Entwickelung glaubte ich am Besten durch einen mathematischen Supplementband entsprechen zu können, welcher bereits beim Erscheinen der sechsten Auflage des Grundrisses angekündigt nun gleichzeitig mit der siebenten Auflage desselben der Oeffentlichkeit übergeben wird.

Bereits für die sechste Auflage war die Mehrzahl der Figuren theils nach neuen Zeichnungen theils nach Photographien neu gestochen worden, so daß nach dieser Seite hin für die siebente kaum ein Bedürfniß vorlag, aus welchem Grunde sich in derselben auch nur wenig neue Figuren finden.

Freiburg, im März 1860.

Dr. Joh. Müller.

Mit Bezugnahme auf die vorstehenden Worte des Herrn Verfassers bemerkt der Verleger, daß er den Preis des Buches so niedrig gestellt hat, als es die zahlreichen und sehr schönen Abbildungen (554) irgend gestatten. Trotz der bedeutenden Bereicherung des Inhaltes und der Abbildungen, durch welche sich diese Auflage von den vorhergehenden auszeichnet, ist der Preis derselben doch nicht höher als auf $1^5/_6$ Thlr. gestellt (der Preis der drei ersten Auflagen betrug 2 Thlr.), damit die allgemeinste Einführung in den Lehranstalten noch mehr erleichtert werde. Außerdem wird auf sechs auf einmal bezogene Exemplare ein Frei-Exemplar gegeben.

Braunschweig, im März 1860.

Friedrich Vieweg und Sohn.

Eduard Vieweg.

Grundriß

der

Physik und Meteorologie.

Holzschnitte
aus dem xylographischen Atelier
von Friedrich Vieweg und Sohn
in Braunschweig.

Papier
aus der mechanischen Papier-Fabrik
der Gebrüder Vieweg zu Wendhausen
bei Braunschweig.

Bayerische Staatsbibliothek

Grundriß

der

Physik und Meteorologie.

Für

Lyceen, Gymnasien, Gewerbe- und Realschulen,

sowie zum

Selbstunterrichte.

Von

Dr. Joh. Müller,

Professor der Physik und Technologie an der Universität zu Freiburg im Breisgau.

Siebente vermehrte und verbesserte Auflage.

Mit 554 in den Text eingedruckten Holzschnitten.

Braunschweig,

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.

1860.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Die Herausgabe einer Uebersetzung in französischer, englischer und anderen modernen Sprachen wird vorbehalten.

K. Staats-Bibliothek München

Vorrede.

Die erste Auflage des vorliegenden »Grundrisses der Physik und Meteorologie« erschien im Frühjahr 1846. Wenn nun jetzt, nach funfzehn Jahren, bereits eine siebente Auflage desselben nöthig geworden ist, so dürfte darin wohl ein Beweis liegen, daß das Werk gerade in dieser Form, bei dieser Behandlungsweise des Gegenstandes dem Zweck entspricht.

Es ist die Aufgabe eines elementaren Lehrbuchs der Naturlehre, die Fundamentalgesetze, mit Beseitigung aller Verwickelungen, welche die Orientirung verwirren, mit Uebergehung aller Specialitäten, welche die Klarheit und Uebersichtlichkeit der Elemente stören könnten, möglichst leicht faßlich, ich möchte sagen, plastisch hinzustellen. Dabei dürfen dem Schüler die physikalischen Wahrheiten durchaus nicht in dogmatisirender Manier als fertige Resultate vorgetragen werden, sondern überall muß ihm die Ableitung der Gesetze klar gemacht werden, er muß den Zusammenhang kennen lernen zwischen den Thatsachen und den aus einer logischen Combination der Thatsachen hervorgegangenen Vorstellungen über die Ursachen und den Zusammenhang der Erscheinungen; kurz der Schüler muß auch im elementaren Unterricht in die physikalische Denk- und Schlußweise eingeführt, mit dem Wesen der inductiven Methode vertraut gemacht werden.

Es ist dies freilich eine schwierige Aufgabe, und ich weiß wohl, daß ich dieselbe in dem vorliegenden Buche nur unvollkommen gelöst habe. Bei der Ausarbeitung jeder folgenden Auflage war ich aber bemüht, mich dem vorgesteckten Ziele mehr und mehr zu nähern, und so ist denn jede folgende Auflage dieses Grundrisses im Vergleich mit der vorhergehenden eine wesentlich verbesserte. Namentlich war ich bemüht, die Ausdrucks-

weise möglichst zu vollenden und abzurunden, wobei aber mein Bestreben nicht etwa auf oratorische Schönheit des Styls, sondern lediglich auf Klarheit und Verständlichkeit gerichtet war.

Zu bedeutenderen Aenderungen lag für die siebente Auflage einerseits kein Bedürfniß vor, andererseits aber mußte ich mich so eng als möglich der Paragraphen-Eintheilung der sechsten Auflage anschließen, weil diese der Bearbeitung des mathematischen Supplementbandes zu Grunde lag, dessen Druck schon weit vorgeschritten war, als die siebente Auflage des Grundrisses in Angriff genommen wurde. Sie enthält, eine präcisere Fassung einiger Paragraphen etwa ausgenommen, welche über Hydrostatik, Capillarität und das Ohm'sche Gesetz handeln, nur unbedeutende Veränderungen.

So enthält denn die vorliegende Auflage auch nicht viele neue Figuren, indem nach dieser Seite hin bereits für die sechste Auflage durch den Neustich der meisten Abbildungen sehr viel geschehen war.

Gleichzeitig mit dieser siebenten Auflage wird der bereits erwähnte sich eng an den Grundriß anschließende mathematische Supplementband erscheinen, welcher bereits in der Vorrede zur sechsten Auflage angekündigt worden war und über dessen Tendenz Vorrede und Ankündigung desselben nähere Auskunft geben.

Möge es mir gelungen sein, durch diesen Grundriß und den dazu gehörigen mathematischen Supplementband zur Hebung des physikalischen Unterrichtes in höheren Schulanstalten ein Scherflein beigetragen zu haben.

Freiburg, im März 1860.

J. Müller.

Inhaltsverzeichniß.

Einleitung.

Erstes Buch.

Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung.

Erstes Capitel.

Zerlegung der Kräfte und Gleichgewicht derselben an einfachen Maschinen.

Seite

Zweites Capitel.

Gleichgewicht der Theile fester Körper unter einander.

Drittes Capitel.

Hydrostatik oder die Lehre vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten.

Viertes Capitel.

Molecularwirkungen zwischen festen und flüssigen Körpern, sowie zwischen den einzelnen Theilchen der Flüssigkeiten selbst.

Fünftes Capitel.

Vom Gleichgewicht der Gase und dem atmosphärischen Druck.

Sechstes Capitel.

Anziehung zwischen gasförmigen und festen, sowie zwischen gasförmigen und flüssigen Körpern.

Siebentes Capitel.

Bewegung fester Körper unter dem Einfluß beschleunigender Kräfte.

Achtes Capitel.

Bewegungsgesetze der Flüssigkeiten.

Neuntes Capitel.

Bewegung der Gase.

Zweites Buch.

Akustik.

Erstes Capitel.

Gesetze der Wellenbewegung im Allgemeinen und der Schallwellen insbesondere.

Zweites Capitel.

Gesetze der Vibrationen musikalischer Töne.

Drittes Capitel.

Von der Stimme und dem Gehör.

Drittes Buch.

Optik oder die Lehre vom Licht.

Erstes Capitel.

Verbreitung des Lichtes.

Zweites Capitel.

Katoptrik oder die Lehre von der Reflexion des Lichtes.

Drittes Capitel.

Dioptrik oder Brechung des Lichtes.

Viertes Capitel.

Zerlegung des weißen Lichtes.

Fünftes Capitel.

Vom Auge und den optischen Instrumenten.

Sechstes Capitel

Interferenzerscheinungen.

Siebentes Capitel.

Chemische Wirkungen des Lichtes.

Viertes Buch.

Die elektrischen Erscheinungen.

Erstes Capitel.

Vom Magnetismus.

Zweites Capitel.

Von der Reibungselektricität.

Drittes Capitel.

Vom Galvanismus.

Viertes Capitel.

Inductionserscheinungen.

Fünftes Capitel.

Thermoelektrische Ströme und thierische Elektricität.

Fünftes Buch.

Von der Wärme.

Erstes Capitel.

Ausdehnung.

Zweites Capitel.

Veränderung des Aggregatzustandes.

Drittes Capitel.

Specifische Wärme der Körper.

Viertes Capitel.

Fortpflanzung der Wärme.

Fünftes Capitel.

Verschiedene Quellen der Wärme.

Sechstes Buch.

Meteorologie.

Erstes Capitel.

Vertheilung der Wärme auf der Erdoberfläche.

Zweites Capitel.

Die Atmosphäre, ihr Druck und ihre Strömungen.

Drittes Capitel.

Von der atmosphärischen Feuchtigkeit.

Viertes Capitel.

Optische Erscheinungen der Atmosphäre.

Fünftes Capitel.

Von der atmosphärischen Elektricität und dem Erdmagnetismus.

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MÜNCHEN

Einleitung.

Begriff. Die großartigen Schauspiele, welche uns die Natur täglich dar- 1
bietet, regen unsere Wißbegierde so mächtig an, daß wir uns unwillkürlich hingezogen fühlen, über die Gesammtheit der Ursachen nachzudenken, welche diese wunderbaren Wirkungen hervorbringen. Es ist nun die Aufgabe der Naturwissenschaften, sich mit diesen Fragen zu beschäftigen, den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Naturerscheinungen zu ermitteln und sie, so weit es möglich ist, auf ihre Ursachen zurückzuführen.

Die gesammten Naturwissenschaften haben es mit Körpern zu thun; hier ist aber das Wort »Körper« nicht in dem Sinne des Mathematikers zu nehmen, der nur die Raumverhältnisse betrachtet und nicht nach dem Stoffe fragt, welcher den Raum erfüllt; der Naturforscher betrachtet gerade die Eigenschaften der den Raum erfüllenden Materie.

Das innere Wesen der Körper ist uns verschlossen, sie sind uns nur durch die äußere Erscheinung bekannt, d. h. wir wissen von ihnen unmittelbar nur das, was wir durch die Vermittelung unserer Sinne von ihnen erfahren. Ein Körper außer Zusammenhang mit unseren Sinnen ist für uns so gut wie nicht vorhanden. Es ist möglich, ja wahrscheinlich, daß noch Manches in der Natur um uns her vorgeht, wovon wir keine Ahnung haben, weil uns dafür gewissermaßen ein Sinn fehlt.

Die Naturwissenschaften haben nun zwischen den durch Vermittelung der Sinne zum Bewußtsein gebrachten Erscheinungen einen Zusammenhang auszumitteln und sie so zusammenzustellen, wie sie sich einander erläutern und bedingen. Ist man im Stande, eine Erscheinung auf ihren Zusammenhang mit anderen zurückzuführen, so ist diese Erscheinung erklärt, und man kennt ein Naturgesetz, sobald man die unveränderliche Zusammenhangsart von Naturerscheinungen kennt, wenn uns auch die letzten Ursachen unbekannt bleiben.

2 **Eintheilung.** Das große Gebiet der Naturwissenschaften zerfällt zunächst in zwei große Abtheilungen, die Naturbeschreibung und die Naturlehre. Die Naturbeschreibung, gewöhnlich Naturgeschichte genannt, lehrt uns die Beschaffenheit einzelner Gegenstände kennen und ordnet sie nach ihrer Aehnlichkeit in Systeme; die Naturlehre will dagegen die Gesetze zur Einsicht bringen, nach welchen die Veränderungen in der Natur vor sich gehen und nach welchen die verschiedenen Körper auf einander einwirken.

Die Physik ist derjenige Theil der Naturlehre, welcher es mit den Gesetzen derjenigen Erscheinungen zu thun hat, die nicht auf einer Veränderung der Bestandtheile der Körper beruhen; denn damit beschäftigt sich die Chemie.

Begreiflicher Weise läßt sich das Feld dieser beiden Wissenschaften nicht immer scharf trennen, und viele Erscheinungen müssen sowohl in der einen wie auch in der anderen besprochen werden. Beide Wissenschaften, Physik und Chemie, sind aufs Innigste mit einander verwandt, ja sie bilden gewissermaßen ein Ganzes, welches nur deshalb äußerlich getrennt erscheint, weil die Masse des zu untersuchenden Materials zu sehr angewachsen ist.

3 **Methode.** Es handelt sich nun zunächst darum, den Weg zu bezeichnen, auf welchem man zur Erkenntniß der Naturgesetze gelangen kann und auf welchem in der That alles bis jetzt Erkannte gefunden worden ist. Die Erkenntnißquelle sowohl als auch der Weg zur Erkenntniß ist nicht und kann nicht für alle Wissenschaften derselbe sein. Der Mathematiker kann, von selbstgeschaffenen Begriffen ausgehend, aus sich heraus seine ganze Wissenschaft entwickeln, ja es wäre denkbar, daß ein Mensch in seinen vier Wänden, abgeschlossen von aller Naturanschauung, die ganze Mathematik aus den Begriffen des Raumes und der Zahl construirte. In dieser Beziehung ist die Mathematik eine rein speculative Wissenschaft, was die Naturwissenschaften durchaus nicht sind und nicht sein können, da sie Dinge behandeln, welche einzig und allein durch sinnliche Wahrnehmung, also auf dem Wege der Erfahrung, zu unserem Bewußtsein kommen.

Den Alten war eine auf Erfahrung sich stützende Naturforschung in unserem Sinne gänzlich unbekannt; wir finden bei ihnen nur philosophische Speculationen über die Welt überhaupt, über die Entstehung und das Urwesen aller Dinge, und es kann uns nicht wundern, wenn die auf diesem Wege entwickelten Vorstellungen über die Natur der Dinge oft nichtssagend sind, oder sogar mit der Erfahrung in directem Widerspruche stehen.

Auch im Mittelalter wurden die Naturwissenschaften nur wenig weiter entwickelt, theils weil die ganze geistige Thätigkeit jener Zeit anderen Interessen zugewandt war, theils weil die Aristotelische Philosophie in so hohem Ansehen stand, daß dadurch jede weitere Prüfung der in derselben ausgesprochenen Naturansichten und also auch jeder Fortschritt abgeschnitten war.

Erst Galiläi schlug den Weg der Erfahrung ein und Baco von Verulam zeigte, daß es nur auf diese Weise möglich sei, zur Kenntniß der Naturgesetze zu gelangen.

Die einzige Quelle unserer Naturerkenntniß ist die sinnliche Wahrnehmung, die Erfahrung, die Beobachtung. Aus dieser Quelle schöpfen wir das Material, welches durch unser geistiges Zuthun zur Wissenschaft verarbeitet und vereinigt werden soll.

Die wissenschaftlichen Wahrnehmungen machen wir entweder an Veränderungen, die uns die Natur selbst darbietet, oder wir versetzen die Körper durch Kunst unter solche Umstände, wodurch sie genöthigt werden, gewisse Erscheinungen hervorzubringen. Im ersten Falle stellen wir eine Beobachtung, im zweiten einen Versuch an.

Durch gute Beobachtungen und zweckmäßig angestellte Versuche lernen wir den äußeren Zusammenhang der Erscheinungen kennen. Dieser Zusammenhang ist es, was wir ein Naturgesetz nennen.

Auf dem Wege der Erfahrung können wir zur Kenntniß dieser Gesetze gelangen, wenn uns auch der innere Zusammenhang, die Natur der Kräfte, das Wesen der Dinge, ganz und gar unbekannt ist. Das Gesetz der Brechung des Lichtes war lange schon bekannt, ehe man über die Natur des Lichtes im Reinen war; ebenso kennen wir die Gesetze der elektrischen Vertheilung, obgleich wir über das Wesen der Elektricität selbst so gut wie nichts wissen.

Nur der äußere, nicht der innere Zusammenhang kann durch die Erfahrung gefunden werden. Ueber die inneren Ursachen der Erscheinungen, über das Wesen der Kräfte, welche sie hervorbringen, können wir nur Hypothesen aufstellen. Die Hypothesen sind gleichsam Fragen, die man an die Natur stellt, worauf sie aber nicht mit Ja und Nein antwortet, sondern: es kann so sein, oder: es kann nicht so sein.

Aus einer Hypothese, die man über die Ursache mehrerer zusammenhängender Erscheinungen aufgestellt hat, lassen sich meistens weitere Folgerungen ziehen, welche durch fernere Beobachtungen entweder bestätigt oder als unzuläßig erkannt werden. Je mehr Thatsachen sich mit Hülfe einer Hypothese erklären lassen, je mehr sie durch neue Beobachtungen bestätigt wird, desto mehr Wahrscheinlichkeit gewinnt sie.

In allen Zweigen der Physik finden wir Beispiele und Belege für die Richtigkeit der eben ausgesprochenen Ansichten.

Allgemeine Eigenschaften der Körper. Da sich die Physik mit Körpern beschäftigt, so ist es vor allen Dingen wichtig, daß man sich eine Vorstellung von dem Wesen dieser Körper bildet, und dazu gelangt man zunächst durch die Betrachtung der allgemeinen Eigenschaften, d. h. derjenigen Eigenschaften, welche wir an allen Körpern beobachten, so verschieden sie auch sonst sein mögen. 4

Zum Wesen eines Körpers ist nothwendig, daß er einen begränzten Raum einnimmt, daß er also eine Ausdehnung hat, und daß in demselben Raume nicht zu gleicher Zeit zwei Körper vorhanden sein können, was man mit dem Namen der Undurchdringlichkeit bezeichnet. Außer diesen beiden Eigenschaften, ohne welche die Materie gar nicht denkbar ist, beobachtet man aber noch andere

allgemeine Eigenschaften, nämlich Trägheit, Schwere, Theilbarkeit, Veränderlichkeit des Volumens und Porosität.

5 **Trägheit.** In der ganzen Natur kann keine Veränderung in dem Zustande der Dinge vorgehen, ohne daß sie von einer besonderen Ursache veranlaßt wird; was für Veränderungen also ein Körper auch erleiden mag, seien es nun Veränderungen im Zustande der Ruhe oder der Bewegung, seien es Veränderungen seines Aggregatzustandes u. s. w., immer ist, um eine solche Veränderung hervorzubringen, eine Kraft nöthig. Ist ein Körper in Ruhe, so ist eine Kraft nöthig, um ihn in Bewegung zu setzen; ist er in Bewegung, so ist eine Kraft nöthig, um ihn in Ruhe zu bringen; ein Körper, der einmal in Bewegung ist, wird seine Bewegung mit unveränderlicher Geschwindigkeit in unveränderter Richtung fortsetzen, bis sie durch äußere Hindernisse aufgehoben wird. Man bezeichnet die eben besprochene Eigenschaft der Körper mit dem Namen der Trägheit oder des Beharrungsvermögens.

Schon im alltäglichen Leben finden wir zahlreiche Erscheinungen, welche sich durch das Gesetz der Trägheit erklären lassen. Das Schwungrad einer Maschine läuft noch eine Weile fort, wenn auch die Kraft, welche die Maschine treibt, zu wirken aufgehört hat; es würde ewig fortlaufen, wenn die Reibung die Bewegung nicht fortwährend verzögerte.

Wenn man stark läuft, kann man nicht plötzlich einhalten, und wenn man in einem Nachen steht, fällt man mit dem Oberkörper rückwärts, wenn der Nachen eben vom Lande abstößt, vorwärts, wenn er anstößt. Wir werden später Gelegenheit haben, den Einfluß der Trägheit auf die Bewegungserscheinungen noch genauer nachzuweisen.

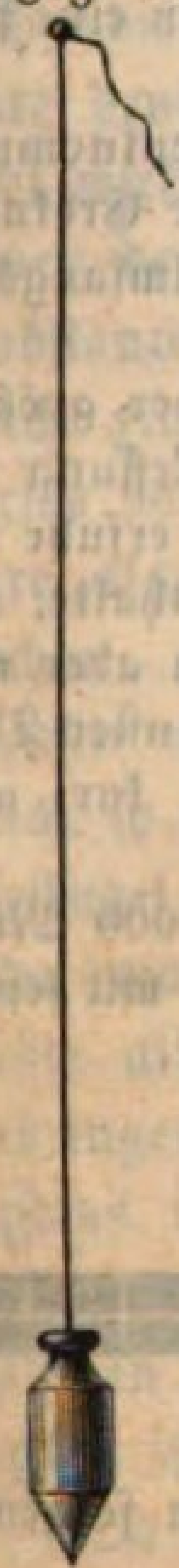
Dem Gesetze der Trägheit zufolge muß ein Körper jeder Kraft einen Widerstand entgegensetzen, welche ihn aus dem Zustande der Ruhe in Bewegung setzt, oder welche, wenn einmal der Körper in Bewegung ist, seine Bewegung beschleunigt, verzögert oder ganz aufzuheben strebt. Es ist demnach klar, daß die Wirkung, welche eine Kraft auf den Bewegungszustand eines Körpers ausübt, einerseits von der Größe (Intensität) der Kraft, andererseits aber auch von der Größe der Trägheit abhängt.

Je größer die Quantität der Materie, d. h. je größer die Masse ist, auf welche eine Kraft wirkt, desto größer ist auch der Widerstand, welchen die Kraft zu überwinden hat; wir schätzen überhaupt die Masse eines Körpers nach der Größe des Widerstandes, den er in Folge seiner Trägheit einer beschleunigenden oder verzögernden Kraft entgegensetzt. Diese Begriffe von Trägheit und Masse werden erst durch Späteres, namentlich durch die Lehre von der Schwere und der Bewegung, recht klar und geläufig werden.

6 **Schwere.** Wenn man einen Stein, ein Stück Holz u. s. w. vom Boden entfernt und dann sich selbst überläßt, so fallen sie, bis sie den Boden oder irgend einen anderen Körper treffen, welcher sie aufhält. Da die Materie träge ist, so kann sie nicht von selbst aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewe-

gung übergehen. Wenn wir also sehen, daß ein ruhender Körper in demselben Momente sich zu bewegen beginnt, in welchem wir ihm seine Unterstützung entziehen, so müssen wir dies einer Kraft zuschreiben, und diese Kraft nennen wir Schwere.

Fig. 1.



Um die Richtung der Schwere zu bestimmen, giebt es kein besseres Mittel, als einen Faden an einem Ende irgendwie zu befestigen, und an seinem anderen Ende einen kleinen schweren Körper anzuhängen. Die Richtung des Fadens, wenn er gespannt und in Ruhe ist, fällt genau mit der Richtung der Schwere zusammen; denn wenn diese Kraft nach einer anderen Linie wirkte, so würde sie den Faden nach dieser Linie hinziehen. Dieses kleine Instrument nennt man das Bleiloth, die Linie, welche der Faden für den Fall des Gleichgewichts einnimmt, nennt man die Verticale. Die Richtung der Schwere ist also die des Bleilothes oder der Verticalen.

Das Bleiloth ist stets gegen den Mittelpunkt der Erde gerichtet.

Wenn ein Körper durch irgend eine Unterlage am Fallen verhindert ist, so hört deshalb die Wirkung der Schwere nicht auf, sie äußert sich in diesem Falle durch einen Druck, welcher auf die Unterlage ausgeübt wird.

Die Schwere ist eine allgemeine Eigenschaft der Körper, d. h. sie ist nicht allein eine Eigenschaft der festen Körper, sondern sie kommt auch den Flüssigkeiten und den Gasen zu. Das Fallen der Regentropfen beweist schon die Schwere der Flüssigkeiten; daß aber auch die Gase Schwere besitzen, daß also die ganze Luftmasse, welche unseren Erdball umgiebt, auf die Erdoberfläche drückt, dafür werden wir später noch Beweise finden.

Gewicht. Die Größe des Druckes, welchen ein Körper auf seine Unter- 7
lage ausübt, heißt sein Gewicht; dieser Druck wächst nun mit der Anzahl seiner materiellen Theilchen. Um das Gewicht verschiedener Körper mit einander zu vergleichen, bedienen wir uns der Wage, deren Anwendung allgemein bekannt ist, deren Einrichtung aber später noch beschrieben werden soll.

In Frankreich ist das Gramm gesetzlich als Einheit des Gewichts bestimmt; aber auch in andern Ländern ist diese Gewichtseinheit fast ausschließlich bei wissenschaftlichen Untersuchungen angewandt. Das Gramm ist das Gewicht von einem Cubikcentimeter reinen Wassers im Zustande seiner größten Dichtigkeit.

Das französische Gewichtssystem hat den großen Vorzug vor anderen, daß die Einheit des Gewichtes und des Raummaßes in einer einfachen Beziehung stehen, so daß man leicht vom Volumen auf das Gewicht und umgekehrt schließen kann*).

*) Ein Maß ist nur dann ein- für allemal als unveränderlich bestimmt zu betrachten, wenn es einer unveränderlichen Größe der Natur entnommen ist, und

8 **Masse.** Nach der oben gegebenen Erklärung ist die Masse eines Körpers die Quantität der Materie, aus welcher er zusammengesetzt ist; von der Quantität der Materie eines Körpers hängt aber die Größe seines Beharrungs-

---

dies ist bei dem neuen französischen Maßsysteme der Fall. Alle übrigen Maßsysteme haben erst durch die Vergleichung mit den französischen Maßen eine feste Bestimmung erhalten.

Die unveränderliche Größe, welcher die französische Maßeinheit entnommen ist, ist der Erdmeridian, d. h. der Umfang eines größten Kreises der Erdkugel, welcher durch die beiden Pole geht. Der 40millionste Theil dieses Umfangs ist ein Meter.

Die Länge eines Erdmeridians wurde durch eine Reihe mit der größten Sorgfalt angestellter Gradmessungen ermittelt, und bei dieser Messung die ältere französische Maßeinheit, die Toise, zu Grunde gelegt; man erfuhr auf diese Weise also zunächst, wie viel solcher Toisen der Erdmeridian enthalte, und somit war eigentlich schon die Länge der Toise fest bestimmt; da man aber nun ein ganz neues Maßsystem schaffen wollte, so nahm man den 40millionsten Theil des in Toisen ausgedrückten Erdmeridians zur neuen Längeneinheit, kurz man bestimmte nun genau das Verhältniß des Meters zur Toise.

Das Meter wird in 10 Decimeter, in 100 Centimeter, in 1000 Millimeter eingetheilt; der beigedruckte kleine Maßstab stellt ein Decimeter mit seinen Unterabtheilungen so genau dar, als es auf diese Weise möglich ist.

Fig. 2.



Das Verhältniß der wichtigsten Längenmaße zum Meter ist in folgender Tabelle gegeben.

1 rheinländischer oder preußischer Fuß	=	313,85	Millimeter
1 englischer Fuß	=	304,79	»
1 Wiener Fuß	=	316,10	»
1 Pariser Fuß	=	324,84	»
1 Toise = 6 Pariser Fuß	=	1,94904	Meter
1 deutsche oder geographische Meile	=	7407	»
1 englische Seemeile = 1 italienische Meile	=	1852	»

Das gewöhnliche Körpermaß sowohl wie das Flüssigkeitsmaß und das Gewicht ist bei dem französischen Maßsystem vom Längenmaß abgeleitet. Die Einheit des Flüssigkeitsmaßes ist das Liter = 1000 Cubikcentimeter.

Ein Cubikcentimeter Wasser wiegt einen Gramm. 1000 Gramm machen 1 Kilogramm aus. 1 Liter Wasser wiegt also 1 Kilogramm.

1 Gramm ist gleich 10 Decigramm = 100 Centigramm = 1000 Milligramm.

Das Pfundgewicht der verschiedenen Länder ist sehr ungleich, doch ist das Pfund in der Regel ziemlich nahe gleich 1/2 Kilogramm. Das badische, großh. hessische und schweizerische Pfund ist genau 1/2 Kilogramm; denn das ganze Maßsystem dieser Länder ist von dem französischen abgeleitet. Dieses 500 Gamm schwere Pfund ist jetzt auch das Zollgewicht des deutschen Zollvereins.

1 preußisches Pfund	=	467,711	Gramm
1 Londoner Pfund (Troy-pound)	=	373,202	»
1 Wiener Pfund (Handelsgewicht)	=	572,880	»
1 altes französisches Pfund	=	489,506	»

vermögens ab, und die Größe des Beharrungsvermögens ist dem Begriff nach das eigentliche Maß der Masse. Ein bequemes Mittel, die Masse eines Körpers zu bestimmen, liefert uns aber erst die Schwere.

Die Masse eines Körpers ist stets seinem Gewichte proportional. Dieser Zusammenhang zwischen Masse und Gewicht wird uns überall durch den Versuch nachgewiesen, obgleich er dem Begriff nach nicht durchaus nöthig ist; d. h. es wäre denkbar, daß es in der Natur Körper gebe, auf welche die Schwere gar nicht wirkt, obgleich sie deshalb nicht aufhören, träge Massen zu sein. Es wäre ferner denkbar, daß die Schwerkraft ungleich auf die Theilchen verschiedener Substanzen wirke, daß eine Bleikugel z. B. nur deshalb schwerer wäre als eine gleich große Kugel von Holz, weil eben die Schwere auf ein Theilchen des Bleies vorzugsweise wirkte, ohne daß deshalb die Masse der Bleikugel größer wäre als die der Holzkugel. Denken wir uns, um die Sache recht klar zu machen, zwei gleich große Kugeln, eine von Holz, die andere von Blei, und nehmen wir einmal an, die Masse beider, d. h. ihr Beharrungsvermögen, sei gleich, so müßte offenbar die Bleikugel schneller fallen; denn wir wissen, daß die Bleikugel etwa 12mal so viel wiegt, daß also die Kraft, welche die Bleikugel fallen macht, 12mal größer ist als die, welche die Holzkugel niedertreibt; sie müßte also bei gleichem Widerstande offenbar eine größere Geschwindigkeit hervorbringen. Nun aber fällt die Bleikugel nicht schneller als die Holzkugel (wenigstens im leeren Raume), und daraus geht hervor, daß die 12mal größere Kraft, welche die Bleikugel zur Erde zieht, auch eine 12mal so große träge Masse in Bewegung zu setzen hat, daß also die träge Masse der Bleikugel 12mal so groß ist als die Masse der Holzkugel.

Da nun die Fallgeschwindigkeit für alle Körper dieselbe ist (im leeren Raume), so schließen wir auf dieselbe Weise, daß die Masse eines Körpers stets seinem Gewichte proportional sei, daß also das Gewicht eines Körpers ein Maß für seine Masse ist.

Specifisches Gewicht. Das *specifische Gewicht eines Körpers* 9
ist die Zahl, welche angiebt, wie viel mal ein Körper schwerer ist, als ein gleiches Volumen Wasser. Ein Cubikcentimeter Eisen wiegt 7,8, ein Cubikcentimeter Gold 19,258 Gramm, während ein gleiches Volumen Wasser nur 1 Gramm wiegt; also ist 7,8 das specifische Gewicht des Eisens, 19,258 das specifische Gewicht des Goldes. *Man findet allgemein das specifische Gewicht eines Körpers, wenn man sein absolutes Gewicht durch das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser dividirt.*

Die Data also, welche man durch den Versuch bestimmen muß, um aus denselben das specifische Gewicht eines Körpers zu berechnen, sind das absolute Gewicht desselben und das Gewicht eines gleichen Wasservolumens.

Am leichtesten ist es, diese Data für Flüssigkeiten auszumitteln. Man fülle ein Gefäß, am besten ein solches, welches oben in einen engen Hals mündet, bis zu einer bezeichneten Höhe (bis zu einem am Halse markirten Striche), einmal mit Wasser, dann mit der zu bestimmenden Flüssigkeit, und bestimme

jedesmal mit Hülfe der Wage das Gewicht des Flascheninhaltes. Es sei z. B. das specifische Gewicht des englischen Vitriolöls auf diese Weise auszumitteln. Man bringe das leere Glasgefäß auf die eine Wagschale und lege auf der anderen das entsprechende Tarirgewicht auf. Nun fülle man das Gefäß bis zu dem Merkzeichen mit Wasser. Gesetzt, es halte gerade 1 Liter, d. h. 1000 Cubikcentimeter, so wird das eingegossene Wasser gerade 1000 Gramm wiegen. Füllt man nun das Gefäß mit Vitriolöl, so wird man auf der anderen Wagschale außer dem Tarirgewicht für die Flasche noch 1848 Gr. auflegen müssen, um das Gleichgewicht der Wage wieder herzustellen. Das Vitriolöl in der Flasche wiegt also 1848 Gr., während ein gleiches Volumen Wasser nur 1000 Gr. wiegt; das specifische Gewicht des Vitriolöls ist also $\frac{1848}{1000} = 1{,}848$.

Wenn man nicht so große Massen der zu bestimmenden Flüssigkeit hat, so kann man geeignete kleinere Gefäße anwenden, etwa ein solches wie Fig. 3, welches mit einem eingeriebenen Stöpsel versehen ist.

Um das specifische Gewicht fester Substanzen zu bestimmen, kann man sich aus demselben einen Körper von regulärer Gestalt formen, etwa einen Würfel, eine Kugel u. s. w., so daß es leicht ist, den cubischen Inhalt der zu untersuchenden Stücke zu berechnen. Das absolute Gewicht solcher Körper findet man durch die Wage; das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser ist durch das bekannte Volumen der Körper gegeben. Ein Würfel von Marmor z. B. wiege 21,6 Gr. Wenn nun jede Seite dieses Würfels 2 Centimeter beträgt, so ist der cubische Inhalt desselben 8 Cubikcentimeter; ein gleich großer Würfel von Wasser wird also 8 Gr. wiegen, folglich ist das specifische Gewicht des Marmors $\frac{21{,}6}{8} = 2{,}7$.

Fig. 3.



Nicht von jeder Substanz hat man solche Massen, um daraus solche reguläre Körper bilden zu können; außerdem aber ist es ungemein schwierig, ja fast unmöglich, reguläre Körper genau genug zu arbeiten. Man muß deshalb nach anderen Methoden sich umsehen, um das specifische Gewicht fester Körper zu bestimmen. Die meisten dieser Methoden beruhen auf hydrostatischen Gesetzen, welche wir erst später werden kennen lernen.

Gleichbedeutend mit »specifischem Gewicht« wird auch oft der Ausdruck »Dichtigkeit« gebraucht, welcher jedoch eine Hypothese über die Constitution der Materie einschließt, und deshalb leicht Mißverständnisse veranlassen kann.

10 **Theilbarkeit.** So weit unsere Erfahrung reicht, sind alle Körper theilbar, d. h. man kann sie in kleinere und immer kleinere Partikelchen zerlegen.

Wie weit aber geht diese Theilbarkeit? Kommen wir bei fortgesetzter Verkleinerung wohl zu Theilchen, die noch sinnlich wahrnehmbar, aber doch nicht

weiter theilbar sind? So weit unsere Erfahrung reicht, geht die Theilbarkeit stets über die Gränzen der sinnlichen Wahrnehmung hinaus. Als Beispiel außerordentlicher Theilbarkeit führt man gewöhnlich den Moschus an, welcher Jahre lang ein ganzes Zimmer mit einem intensiven Geruch erfüllen kann, ohne merklich an Gewicht abzunehmen.

Am besten beweisen uns alle chemisch zusammengesetzten Körper, daß die Theilbarkeit über die Gränzen der sinnlichen Wahrnehmung hinausgeht. Der Zinnober z. B. ist aus Quecksilber und Schwefel zusammengesetzt, und man kann ihn leicht in diese beiden Bestandtheile zerlegen; man ist aber nicht im Stande, die kleinen Theilchen von Schwefel und Quecksilber einzeln für sich zu unterscheiden; selbst durch das beste Mikroskop betrachtet, erscheint der Zinnober doch immer noch als eine vollkommen homogene (gleichartige) Masse.

Obgleich nun die Theilbarkeit weit über die Gränzen der sinnlichen Unterscheidung hinausgeht, so können wir doch nicht annehmen, daß sie über alle Gränzen hinausgeht. Wollte man annehmen, daß die Theilbarkeit bis ins Unendliche fortginge, so hieße das mit anderen Worten, annehmen, daß die Größe der letzten untheilbaren Urtheilchen Null sei; wenn aber diese Urtheilchen keine Ausdehnung haben, so kann durch ihre Zusammensetzung unmöglich ein ausgedehnter Körper entstehen.

Auf diese Betrachtungen gestützt, nehmen die Physiker an, daß alle Körper aus kleinen Theilchen zusammengesetzt seien, die nicht weiter zerlegt werden können, die untheilbar sind und die man deshalb Atome nennt.

Diese Grundansicht von der Constitution der Körper ist unter dem Namen der atomistischen Theorie jetzt von allen Physikern und Chemikern angenommen.

Wenn man überhaupt von kleinen Theilchen redet, ohne gerade diese Urtheilchen, die Atome, bezeichnen zu wollen, so bedient man sich gewöhnlich des Wortes Molekül, welches mit Massentheilchen gleichbedeutend ist.

Veränderlichkeit des Volumens. Eine zweite allgemeine Eigenschaft ist die Ausdehnbarkeit und die damit zusammenhängende Zusammendrückbarkeit. Ein und derselbe Körper nimmt nicht immer genau dasselbe Volumen ein; er kann durch Druck und Erkaltung verkleinert, durch Spannung und Erwärmung vergrößert werden. Nehmen wir nun an, daß die Atome ein für allemal unveränderlich sind, so läßt sich die Ausdehnbarkeit nur durch die Annahme erklären, daß die Atome nicht in unmittelbarer Berührung stehen, sondern durch Zwischenräume getrennt sind, durch deren Vergrößerung oder Verkleinerung das Volumen der Körper zu- oder abnimmt. 11

Porosität. Die Zwischenräume, welche sich zwischen den verschiedenen Theilchen der Körper befinden, nennt man Poren. Bezeichnet man mit diesem Namen auch die Zwischenräume zwischen den Atomen der Körper, so ist dem eben Gesagten zufolge jeder Körper porös, die Porosität also eine allgemeine Eigenschaft. Im gewöhnlichen Leben versteht man aber unter Poren nur solche 12

Zwischenräume, welche groß genug sind, um Flüssigkeiten und Gase durchzulassen. In diesem Sinne ist die Porosität freilich keine allgemeine Eigenschaft. Ein Schwamm, alle künstlichen Gewebe, Kreide, Bimsstein u. s. w. sind porös im engeren Sinne des Wortes.

13 **Verschiedene Natur der Atome.** Nachdem wir durch die Betrachtung der Theilbarkeit und Ausdehnbarkeit die Grundidee der atomistischen Theorie entwickelt haben, wollen wir zunächst sehen, wie sich die verschiedenen Körper aus Atomen construiren lassen.

Wir finden in der Natur eine Menge von Körpern, deren Eigenschaften so verschieden sind, daß wir nothwendig annehmen müssen, daß schon die Atome, aus denen sie zusammengesetzt sind, eine verschiedene Natur haben. Betrachten wir z. B. Schwefel und Blei; das Verhalten dieser beiden Körper ist außerordentlich verschieden, und wir können diese Verschiedenheit nur dadurch erklären, daß die Atome des Schwefels nicht von derselben Art sind wie die des Bleies.

Die meisten Körper sind nicht aus gleichartigen, sondern aus verschiedenartigen Theilchen zusammengesetzt, wenn sie auch dem Ansehen nach ganz gleichartig sind, wie wir dies beim Zinnober schon angeführt haben, der aus Schwefel und Quecksilber zusammengesetzt ist; so ist auch das Wasser aus Sauerstoff und Wasserstoff, das Kochsalz aus Chlor und Natrium zusammengesetzt u. s. w. Solche Körper heißen *chemisch zusammengesetzte*, im Gegensatz zu denen, die sich nicht weiter in verschiedenartige Bestandtheile zerlegen lassen, und welche man deshalb auch *einfache Körper*, *Grundstoffe* oder *Elemente* nennt. Man kennt 62 solcher Grundstoffe, die man bis jetzt wenigstens nicht weiter zu zerlegen im Stande war; mit der Betrachtung dieser Elemente und der Art und Weise, wie aus denselben die übrigen Körper zusammengesetzt sind, beschäftigt sich die *Chemie*.

14 **Aggregatzustände.** Wir beobachten an den Körpern außer den eben besprochenen noch andere Verschiedenheiten, die nicht von der Verschiedenheit der Bestandtheile, sondern von der verschiedenen Art und Weise herrühren, wie die Theilchen verbunden sind, ja ein und derselbe Stoff kann uns in sehr verschiedenen Formen erscheinen, wie das Wasser, welches als Eis *fest*, als Wasser *flüssig*, als Dampf aber *gasförmig* ist; ohne die Zusammensetzung zu ändern, können wir das Wasser in Eis und das Eis in Wasser verwandeln, wir können das Wasser verdampfen und den Dampf wieder zu Wasser verdichten.

Alle Körper, welche wir kennen, befinden sich in einem der drei beim Wasser erwähnten Zustände, sie sind entweder *fest*, *flüssig* oder *gasförmig* (*luftförmig*).

Die *festen Körper* haben, die geringen Veränderungen abgerechnet, welche durch die Wärme hervorgebracht werden, ein *unveränderliches Volumen* und eine *selbständige Gestalt*; ferner gehört eine mehr oder weniger bedeutende Kraft dazu, um einen festen Körper zu zertheilen. Es ist z. B. unmöglich, ein Stück Eisen auf die Hälfte, auf den dritten Theil seines Volumens zusammenzupressen, oder zu machen, daß es den doppelten, dreifachen Raum ein-

nimmt; nur mit großer Gewalt sind wir im Stande, seine Gestalt zu ändern oder es zu theilen.

Die **Flüssigkeiten** haben in demselben Sinne wie die festen Körper ein unveränderliches Volumen, d. h. wenn wir sie durch einen starken Druck auch ein klein wenig zusammendrücken können, wenn sie sich auch durch Erwärmung etwas ausdehnen, so sind diese Volumenveränderungen doch immer nur sehr unbedeutend; wir können das Wasser, welches eine Flasche ausfüllt, nicht in ein halb so großes Gefäß hineinpressen, und wenn wir es in ein doppelt so großes Gefäß hineingießen, so füllt es dieses nur zur Hälfte aus. Die Flüssigkeiten haben aber **keine selbständige Gestalt**, wie die festen Körper, sondern die Gestalt des Raumes, den sie einnehmen, ist von der Form der sie einschließenden festen Körper, also von der Form der Gefäße abhängig; wenn eine Flüssigkeit ein Gefäß nicht ganz ausfüllt, so ist sie oben durch eine horizontale Oberfläche begränzt. Endlich unterscheiden sich die flüssigen Körper von den festen noch dadurch, daß schon die geringste Kraft hinreicht, um ihre Theilchen von einander zu trennen.

Die **gasförmigen Körper** haben weder eine selbständige Form noch ein bestimmtes Volumen; der Raum, den sie einnehmen, hängt nur von dem äußeren Druck ab. Man kann eine Luftmasse leicht auf $^1/_2$, $^1/_4$ ... $^1/_{10}$ ihres Volumens zusammenpressen, und umgekehrt, wenn man Gase in einen 2, 4 ... 10mal größeren leeren Raum bringt, so füllen sie auch diesen vollständig aus, wie wir später noch ausführlicher sehen werden; sie haben also ein Bestreben, sich so viel wie möglich auszudehnen. Die leichte Theilbarkeit haben sie mit den Flüssigkeiten gemein.

Diese Unterschiede können nach unserer Ansicht von der Zusammensetzung der Körper nur darauf beruhen, daß bei den festen Körpern die einzelnen Theilchen nicht allein in einer bestimmten Entfernung, sondern auch in einer bestimmten gegenseitigen Lage bleiben, während die Theilchen der Flüssigkeiten zwar auch in einer bestimmten Entfernung bleiben, aber doch sehr leicht sich an einander verschieben lassen; bei den gasförmigen Körpern endlich finden wir ein Bestreben der Theilchen, sich möglichst weit von einander zu entfernen.

Kräfte und Imponderabilien. Alle Erscheinungen, welche wir in 15
der Natur wahrnehmen, beweisen uns, daß eine beständige Wechselwirkung sowohl zwischen den verschiedenen Körpern als auch zwischen den einzelnen Theilchen eines und desselben Körpers stattfindet.

Die unsichtbaren Ursachen dieser Wechselwirkung nennen wir **Kräfte**.

Die Kräfte können nie Gegenstand einer unmittelbaren Wahrnehmung sein. Die Vorstellungen, die wir uns von diesen Kräften machen, sind immer nur Hypothesen, die wir so construiren und modificiren, wie wir sie eben zur Erklärung der Thatsachen bedürfen.

Im Allgemeinen ist in der Physik von Kräften zweierlei Art die Rede, von solchen nämlich, welche in die Ferne wirken, wie die Schwere, die magnetischen und elektrischen Anziehungs- und Abstoßungskräfte u. s. w., und dann

von solchen, welche nur in die kleinsten Entfernungen wirken, also nur bei fast unmittelbarer Berührung der Körpertheilchen in Thätigkeit treten und welche deshalb den Namen der Molekularkräfte führen. Diese letzteren Kräfte sind es, welchen wir die Erhaltung der verschiedenen Aggregatzustände und der chemischen Verbindungen zuschreiben.

Die Kraft, welche die Theilchen der festen Körper zusammenhält, nennt man Cohäsionskraft und nimmt an, daß sie ihren Grund in einer gegenseitigen Anziehung der Atome hat.

Da wir durch Erwärmung feste Körper schmelzen und flüssige in den gasförmigen Zustand überführen können, so ist klar, daß die Wärme der Cohäsionskraft entgegenwirkt; in der Wärme erkennen wir also die Expansionskraft, welche in den gasförmigen Körpern das Uebergewicht über die Cohäsionskraft erlangt hat und ein Bestreben zeigt, die einzelnen Theilchen möglichst von einander zu entfernen.

In den tropfbar flüssigen Körpern ist die Cohäsionskraft, mit welcher sich die einzelnen Körpertheilchen anziehen, durch die Wärme (Expansionskraft) bereits so weit überwunden, daß schon die geringste Kraft hinreicht, um eine gegenseitige Verschiebung und Trennung der Theilchen zu bewirken.

Um die ausdehnende Kraft der Wärme sowie die übrigen später noch ausführlich zu besprechenden Wärmephänomene zu erklären, nimmt man die Existenz eines eigenthümlichen Wärmestoffes an, welcher bei äußerster Feinheit sich von den eigentlichen Körpern dadurch unterscheidet, daß er von der Schwere nicht afficirt wird. Nimmt man nun an, daß dieser feine Stoff zwischen den einzelnen Atomen der Körper einzudringen vermag, daß die einzelnen Atome gleichsam mit Wärmeatmosphären eingehüllt sind, und daß ferner die einzelnen Theilchen dieses unwägbaren Wärmestoffes sich gegenseitig abstoßen, so begreift man wohl, wie durch Vermehrung der Wärme eines Körpers die von der Anziehung der ponderabeln Atome herrührende Cohäsion geschwächt wird, und daß endlich, wenn die Repulsion der Wärmeatmosphären stärker ist als die gegenseitige Anziehung der ponderabeln Atome, der gasförmige Zustand eintreten muß.

Die Existenz eines solchen Wärmestoffes ist durchaus hypothetisch; man postulirte denselben, weil man ohne eine solche Hypothese die Wärmephänomene nicht gut erklären konnte. In neuerer Zeit haben die Physiker ihre Ansichten über das Wesen der Wärme wesentlich geändert. Wir werden darauf am Schlusse der Wärmelehre zurückkommen.

Außer dem Wärmestoffe nehmen die Physiker noch andere unwägbare (imponderabele) Stoffe an, welche man mit dem gemeinsamen Namen der Imponderabilien bezeichnet, um die Erscheinungen des Magnetismus und der Elektricität zu erklären. Auch der Aether, durch dessen Vibrationen man die Lichterscheinungen erklärt, gehört zu diesen Imponderabilien.

Erstes Buch.

Die Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung.

Erstes Capitel.

Zerlegung der Kräfte und Gleichgewicht derselben an einfachen Maschinen.

Das Parallelogramm der Kräfte. Sobald auf irgend einen Körper eine beschleunigende Kraft einwirkt, so wird durch dieselbe nothwendig sein Bewegungszustand verändert, wenn nicht gleichzeitig andere Kräfte vorhanden sind, welche den Effect dieser ersteren beschleunigenden Kraft aufheben. Ist also ein Körper in Ruhe, so wird jede beschleunigende Kraft, die auf ihn wirkt, ihn auch in Bewegung setzen, es sei denn, daß andere auf denselben Körper einwirkende Kräfte diese Bewegung hindern und also den Körper in Ruhe erhalten. In diesem letzteren Falle sagt man, daß die verschiedenen auf den Körper einwirkenden Kräfte sich einander das Gleichgewicht halten. 16

Hängt man z. B. eine Bleikugel an einem Faden auf, so wird die Wirkung der Schwerkraft, unter deren alleinigen Einfluß die Kugel fallen würde, durch den Widerstand des Fadens aufgehoben.

Die Statik beschäftigt sich damit, die Bedingungen des Gleichgewichts auszumitteln, die Dynamik dagegen untersucht die Gesetze der Bewegungen, welche entstehen, wenn den Bedingungen des Gleichgewichts nicht genügt ist.

Um Kräfte zu messen, muß man irgend eine beliebige Kraft als Einheit annehmen.

Zwei Kräfte sind gleich, wenn sie nach entgegengesetzten Richtungen, auf einen Punkt wirkend, sich das Gleichgewicht halten. Zwei gleiche Kräfte, die nach derselben Richtung wirken, sind der doppelten Kraft gleichzusetzen. Man würde eine dreifache Kraft haben, wenn man drei gleiche Kräfte nach derselben Richtung wirken ließe, u. s. w.

Wie viele Kräfte auch auf einen materiellen Punkt wirken mögen, welches auch ihre Richtung sein mag, so werden sie ihm doch nur eine einzige Bewegung in einer bestimmten Richtung mittheilen. Es läßt sich demnach eine Kraft denken, welche für sich allein dieselbe Wirkung hervorzubringen im Stande ist, welche also das ganze System jener Kräfte ersetzen kann. Sie führt den Namen

der Resultirenden. Wenn z. B. ein Schiff durch die gleichzeitige Wirkung des Stromes, der Ruder und des Windes getrieben wird, so bewegt es sich nach einer bestimmten Richtung; wenn die Wirkungen des Stromes, der Ruder und des Windes aufhörten, so könnte man doch offenbar dem Schiffe dieselbe Bewegung dadurch wieder ertheilen, daß man an einem Seile, welches am Schiffe befestigt ist, eine bestimmte Kraft nach jener Richtung ziehen läßt, nach welcher es sich unter gleichzeitiger Einwirkung der drei Kräfte bewegte. Dies ist die Resultirende der drei Kräfte.

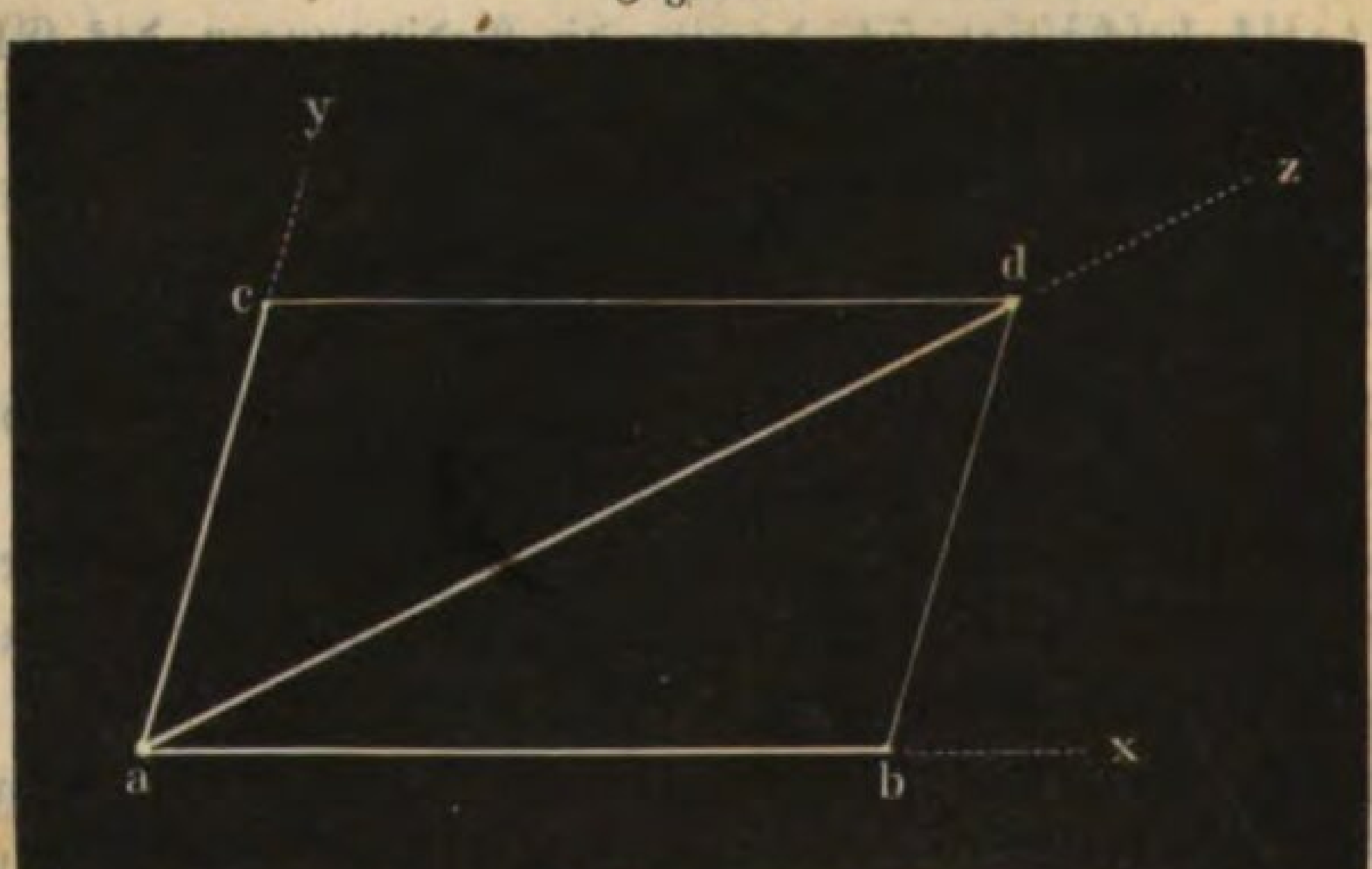
Die Gesammtheit von Kräften, welche auf einen Punkt zusammenwirken, nennt man ein System von Kräften. In Beziehung auf die Resultirende, welche die Gesammtheit der Kräfte ersetzen kann, nennt man diese auch die Seitenkräfte, Composanten. Es ist klar, daß, wenn man einem Systeme von Kräften eine neue Kraft hinzufügt, welche der Resultirenden des Systems gleich und entgegengesetzt ist, sich alsdann alle zusammenwirkenden Kräfte das Gleichgewicht halten müssen.

Hätte man z. B., um bei dem oben angeführten Beispiele stehen zu bleiben, an einem am Schiffe befestigten Seile eine Kraft wirken lassen, welche der resultirenden Kraft des Stromes, des Windes und der Ruder gleich, aber entgegengesetzt ist, so wird diese neu angebrachte Kraft Gleichgewicht hervorbringen; das Schiff wird still stehen müssen, wie wenn es vor Anker läge.

Wenn zwei oder mehrere Kräfte nach derselben Richtung hin wirken, so ist ihre Resultirende gleich der Summe der einzelnen Kräfte. — Wenn zwei Kräfte gerade in entgegengesetzter Richtung auf einen Punkt einwirken, so ist die Resultirende gleich der Differenz der beiden und wirkt in der Richtung der größeren.

Wenn die Richtungen zweier Kräfte, welche auf einen materiellen Punkt wirken, einen Winkel mit einander machen, so findet man die Resultirende nach einem Gesetze, welches unter dem Namen des Parallelogramms der Kräfte bekannt ist. Man gelangt zu diesem Gesetze durch folgende einfache Betrachtung.

Fig. 4.

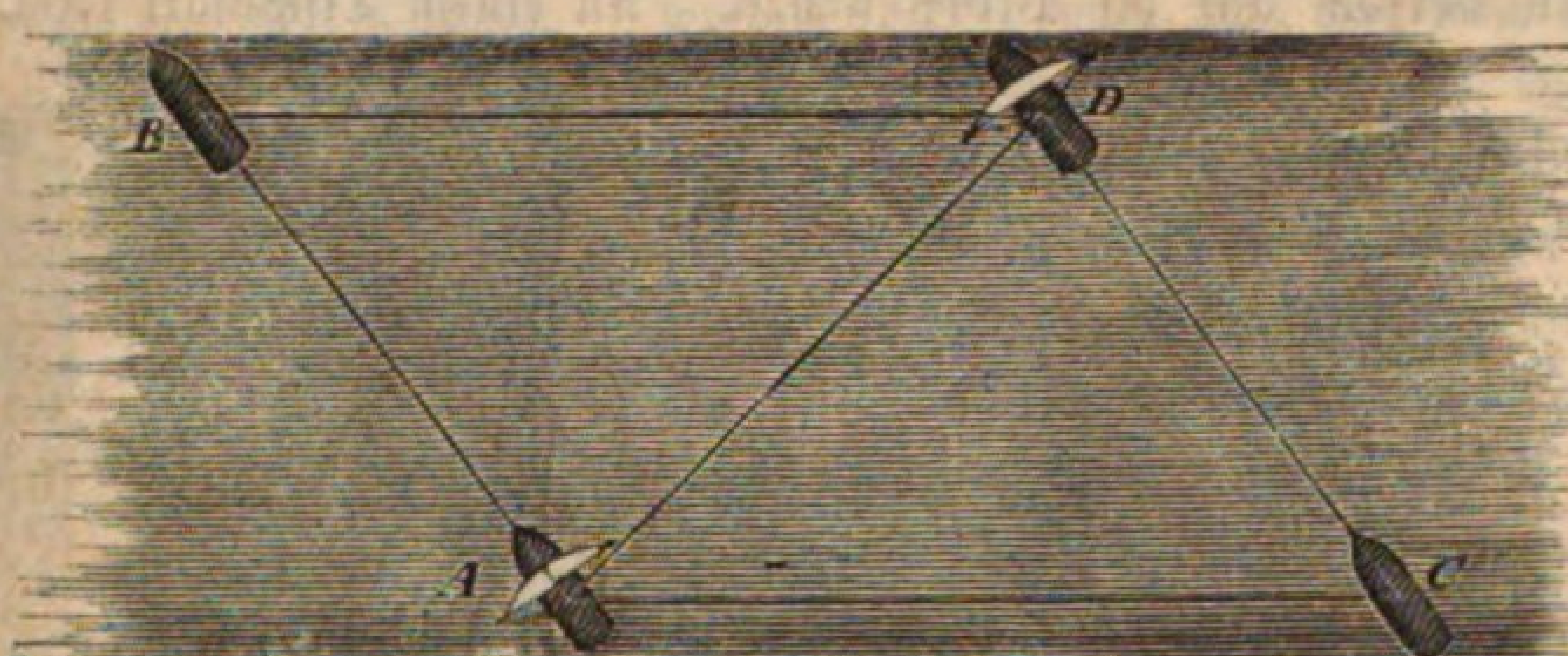


Auf den Punkt a, Fig. 4, sollen zwei Kräfte gleichzeitig einwirken, die eine nach der Richtung ax, die andere nach der Richtung ay. Die eine Kraft mag

von der Art sein, daß sie für sich allein in einem bestimmten Zeittheilchen, etwa einer Secunde, den Punkt von a nach b bewegen würde, während die andere für sich allein in einer gleichen Zeit ihn von a nach c treibt. Jede dieser beiden Kräfte thut ihre Wirkung vollständig, wenn also der Punkt eine Secunde lang der gleichzeitigen Einwirkung beider Kräfte ausgesetzt ist, so ist die Wirkung offenbar dieselbe, als ob eine Secunde lang der Punkt nur der Einwirkung der einen, in der folgenden Secunde aber nur der Einwirkung der anderen Kraft unterworfen wäre. Die eine Kraft allein treibt den Punkt in einer Secunde von a nach b. Hörte nun in dem Moment, in welchem er in b ankommt, alle Wirkung dieser Kraft auf, während der Punkt von nun an nur der Einwirkung der zweiten Kraft folgt, so würde er am Ende der folgenden Secunde in d anlangen. In demselben Punkte d muß also auch der Punkt a nach einer Secunde ankommen, wenn beide Kräfte gleichzeitig wirken.

Ein Beispiel wird es anschaulicher machen. Von dem Punkte A, Fig. 5, an dem Ufer eines Flusses, fährt ein Schiff ab, auf welches gleichzeitig zwei Kräfte, der Strom und der Wind, einwirken. Nehmen wir an, das Schiff werde durch den

Fig. 5.



Wind allein in einer bestimmten Zeit, etwa in einer Viertelstunde, quer über den Fluß, von A nach B, getrieben, durch den Strom allein aber würde es, wenn gar kein Wind ginge, in derselben Zeit von A nach C gelangen, so muß es, wenn Strom und Wind gleichzeitig wirken, in einer Viertelstunde den Weg von A bis D zurücklegen, d. h. es muß nach einer Viertelstunde unter gleichzeitiger Wirkung beider Kräfte in demselben Punkte D ankommen, als ob eine Viertelstunde lang der Wind alleinwirkend das Schiff von A bis B getrieben hätte, und es alsdann in der folgenden Viertelstunde durch den Strom allein von B bis D geführt worden wäre.

Die Linie ad, Fig. 4, ist die Diagonale des Parallelogramms $a\,b\,cd$; das durch unsere Betrachtung gefundene Gesetz kann demnach folgendermaßen ausgedrückt werden:

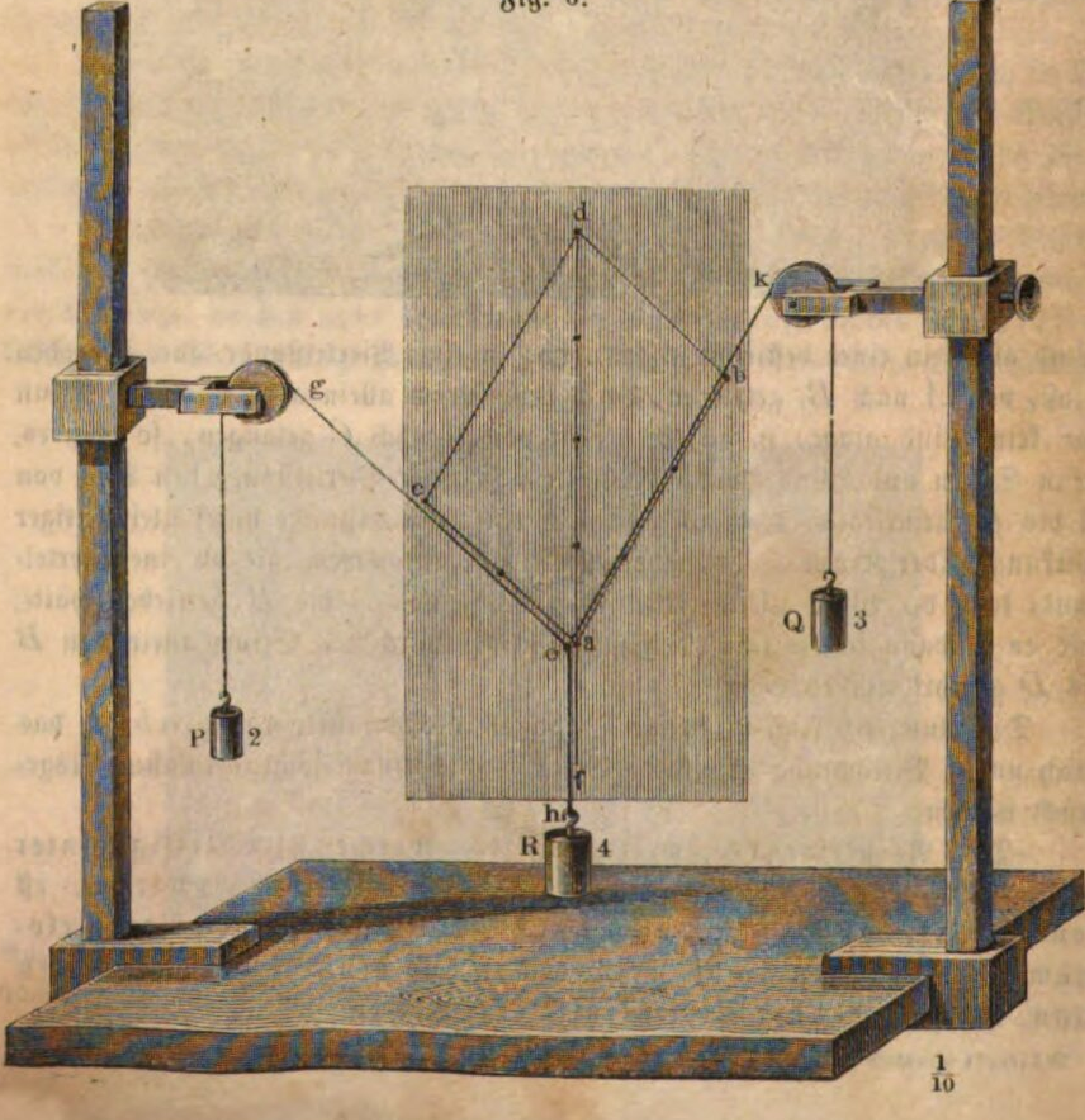
»Die Resultirende zweier Kräfte, welche gleichzeitig unter irgend einem Winkel auf einen materiellen Punkt einwirken, ist von der Art, daß sie den Punkt durch die Diagonale des Parallelogramms zu bewegen strebt, welches man aus den Bahnen construiren kann, welche jeder der Seitenkräfte entsprechen.«

Da die Bahn, welche ein Körper in einer gegebenen Zeit durchläuft, der Kraft proportional ist, welche ihn treibt, da es ferner bei Bestimmung der Resultirenden sich nur darum handelt, ihre Richtung und ihr Größenverhältniß zu den beiden Seitenkräften zu finden, so läßt sich das Gesetz auch so ausdrücken:

»Wenn man durch den Angriffspunkt zweier Kräfte zwei Linien in der Richtung derselben gezogen und ihre Länge den resp. Kräften proportional gemacht denkt, so stellt die Diagonale des Parallelogramms, welches durch diese beiden Linien bestimmt ist, sowohl der Größe als auch der Richtung nach die Resultirende der beiden Kräfte dar.«

Der Effect der beiden Seitenkräfte, welche auf den Punkt *a*, Fig. 4, wirken, wird aufgehoben, wenn man in *a* eine Kraft anbringt, welche der Resultirenden der beiden Seitenkräfte gleich und entgegengesetzt ist. Da also zwischen drei Kräften Gleichgewicht stattfinden muß, wenn jede gleich und entgegengesetzt ist der Resultirenden der beiden anderen, so kann man das durch Schlüsse gefundene Gesetz des Parallelogramms der Kräfte auch leicht durch einen der Statik selbst angehörigen Versuch auf die Probe stellen. An einem Tischblatt (Fig. 6) sind

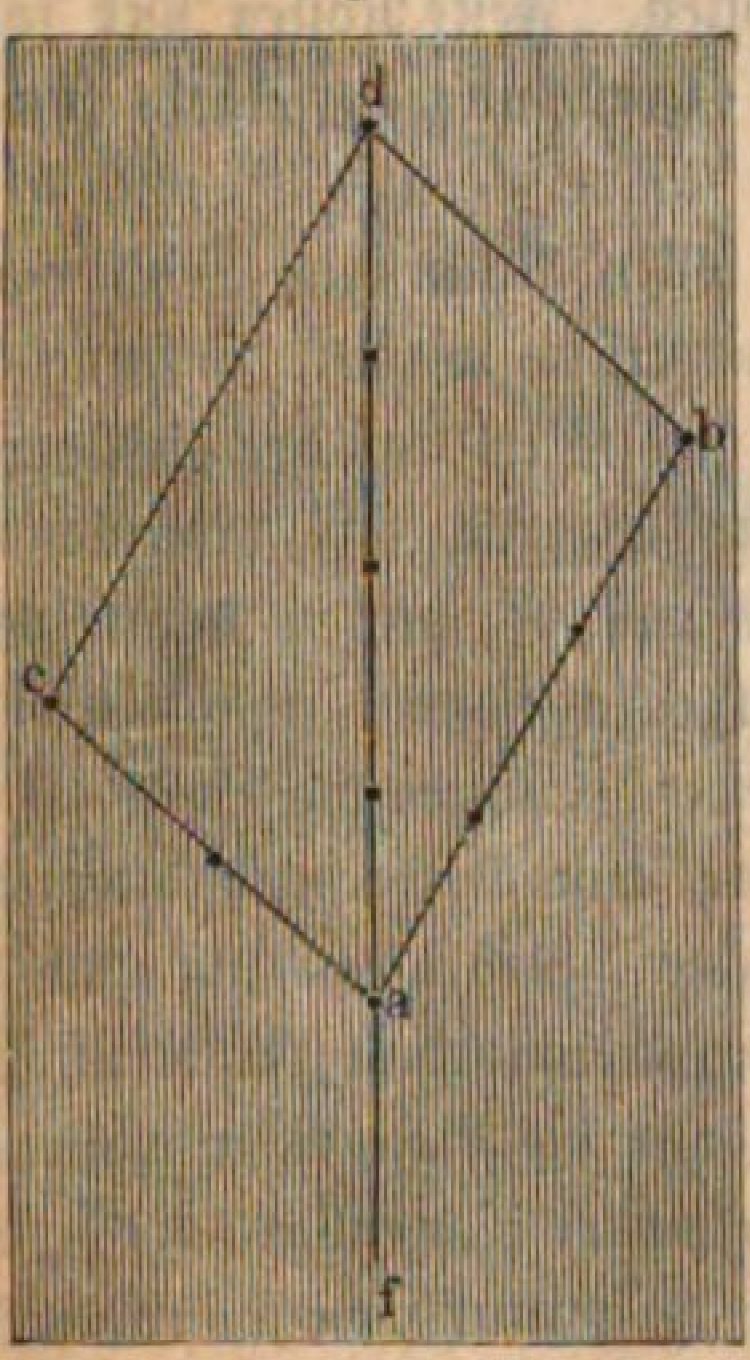
Fig. 6.



zwei verticale Stäbe angeschraubt, an jedem Stabe aber ist eine Hülse verschiebbar, welche eine um ihre Axe in verticaler Ebene leicht bewegliche Rolle trägt; die Stäbe müssen so angeschraubt sein, daß die Verticalebenen beider Rollen zusammenfallen. Schlingt man eine Schnur über die Rollen, hängt man an dem einen Ende ein Gewicht P, am anderen Ende ein Gewicht Q, zwischen den Rollen ein Gewicht R an, so wird sich bei irgend einer bestimmten Lage der Fäden Alles ins Gleichgewicht stellen; man hat nun drei auf den Punkt o nach den Richtungen og, ok und oh wirkende Kräfte, und es ist leicht zu prüfen, ob zwischen der Größe und Richtung derselben diejenigen Beziehungen wirklich stattfinden, wie sie das Gesetz des Parallelogramms der Kräfte verlangt.

Es sei z. B. das Gewicht $P = 2$ Loth, $Q = 3$ Loth; man fragt, wie groß muß die Kraft R sein, wenn der Winkel $gok = 75^0$ sein soll. Nach dem angeführten Gesetze kann man leicht die Resultirende durch Construction finden, wie es Fig. 7 geschehen ist. Wenn der Winkel cab gleich 75^0, $ca = 2$, $ab = 3$ (nach beliebiger Einheit) gemacht wird, so findet man, daß die Diagonale $ad = 4$ ist. Wenn also der Winkel $cab = 75^0$ werden soll, so muß man das Gewicht R gleich 4 Loth machen. Hat man ein Gewicht von 4 Loth angehängt, so wird der Winkel cab der Schnüre wirklich 75^0, wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man die in etwas großen Dimensionen ausgeführte Constructionsfigur hinter die Schnüre hält. Es fällt alsdann ca wirklich mit og und ab mit ok zusammen.

Fig 7.



Hätte man bei übrigens unveränderten Umständen R größer als 4 Loth gemacht, so würde der Winkel cab kleiner geworden sein als 75^0. Je kleiner R, desto größer wird der Winkel cab sein müssen.

Wenn die beiden Seitenkräfte gleich sind, so theilt die Resultirende den Winkel, den sie mit einander machen, in zwei gleiche Theile.

Wenn die beiden Seitenkräfte ungleich sind, so theilt die Resultirende ihren Winkel nicht in gleiche Theile, sie liegt dann immer der größeren Seitenkraft näher.

Da man die Resultirende zweier Kräfte, die auf einen Punkt wirken, finden kann, so findet man auch leicht die Resultirende einer beliebigen Anzahl von Kräften; man sucht nämlich nur die Resultirende der beiden ersten Kräfte, alsdann sucht man die Resultirende der eben gefundenen mit der dritten Kraft, verbindet diese Resultirende wieder mit der vierten Kraft u. s. w.

Weil zwei Kräfte durch eine einzige ersetzt werden können, so kann man umgekehrt für eine Kraft auch zwei andere substituiren. Man sieht ferner auch leicht ein, daß unzählig viele verschiedene Systeme zweier Kräfte dieselbe Resul-

tirende haben können, daß also auch umgekehrt eine Kraft auf unzählig viele verschiedene Arten durch ein System von zwei Kräften ersetzt werden kann. Die Aufgabe ist erst bestimmt, wenn die Größe beider Seitenkräfte, oder die Richtung derselben, oder endlich die Größe und Richtung der einen gegeben ist; denn in allen diesen Fällen sind die nöthigen Bestimmungsstücke zur Construction des Parallelogramms gegeben.

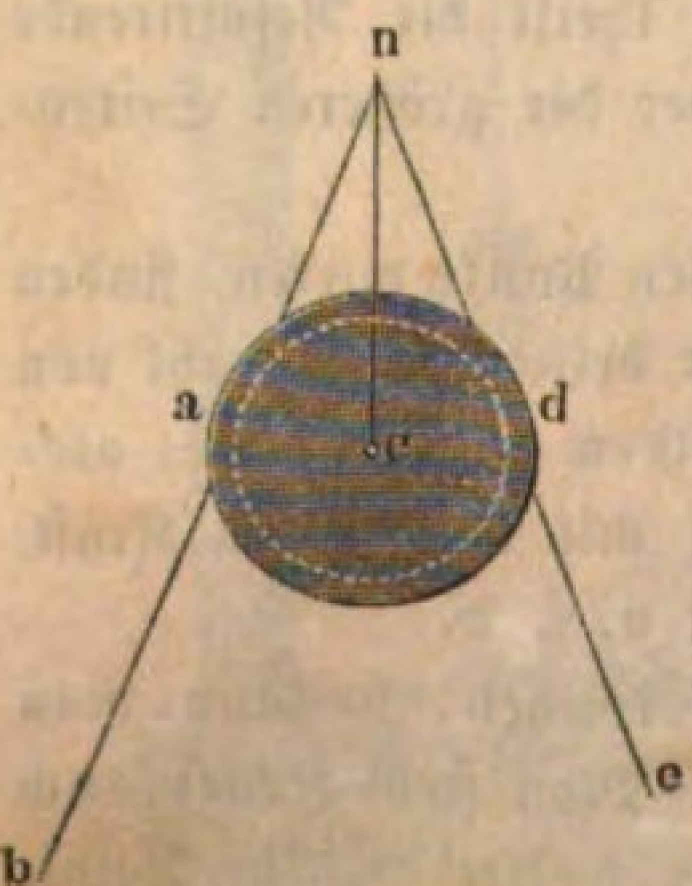
Aus dem Satze vom Parallelogramm der Kräfte lassen sich die Gesetze des Gleichgewichts an allen sogenannten einfachen Maschinen ableiten, die wir jetzt der Reihe nach betrachten wollen.

17 **Die Rolle** ist eine runde, nicht gar dicke, am Rande ausgehöhlte Scheibe, welche um eine durch ihren Mittelpunkt gehende, auf ihrer Ebene rechtwinklig stehende Axe drehbar ist; diese Axe ist gewöhnlich durch eine Scheere getragen, deren Arme zu beiden Seiten der Rolle bis etwas über ihre Mitte reichen, wie man dies Fig. 9 und Fig. 10 auf Seite 21 sieht.

Man unterscheidet feste und bewegliche Rollen. Feste Rollen sind solche, deren Axe unbeweglich ist wie Fig. 9, so daß keine Verrückung derselben, sondern nur eine Drehung um dieselbe möglich ist.

Wenn um einen Theil des Umfangs einer festen Rolle eine Schnur oder ein Seil gelegt ist, und an beiden Enden derselben Kräfte wirken, so findet nur dann Gleichgewicht Statt, wenn die Kraft, welche das Seil auf der einen Seite spannt, der auf der anderen Seite wirkenden Kraft gleich ist. Es läßt sich dies leicht von vornherein einsehen, wenn man bedenkt, daß die beiden Kräfte unter sonst ganz gleichen Umständen die Rolle nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben: man konnte deshalb auch oben Seite 18 schon die Rolle in Anwendung bringen, ohne daß es nöthig gewesen wäre, eine Betrachtung über das Gleichgewicht der Kräfte an der Rolle vorauszuschicken. Uebrigens läßt sich das Gleichgewicht der Kräfte an der Rolle auch vom Parallelogramm der Kräfte ableiten, und von diesem Gesichtspunkte aus wollen wir die Rolle hier näher betrachten. Fig. 8 stellt eine um ihren festen Mittelpunkt c drehbare Rolle vor; das um dieselbe geschlungene Seil sei durch Kräfte gespannt, welche nach den Richtungen ab und de wirken. Denken wir uns die Linien de und ab bis zu ihrem Durchschnittspunkte verlängert, so ist klar, daß, wenn n ein mit der Rolle fest verbundener Punkt wäre, man, ohne in der Wirkung etwas zu ändern, die Angriffspunkte der beiden Kräfte von a und d nach n verlegen könnte, und so hätte man dann zwei in einem Punkte n angreifende Kräfte, die nur dann im Gleichgewicht sein können, wenn ihrer Resultirenden das Gleichgewicht gehalten wird. Wenn die beiden in n angreifenden, nach den Richtungen nb und ne wirkenden Kräfte gleich sind, so wird ihre Resultirende den Winkel bne halbiren, die Richtung dieser Resultirenden geht alsdann durch den festen Mittel-

Fig. 8.



punkt c, und mithin findet Gleichgewicht Statt. Wäre eine der beiden Kräfte größer als die andere, so würde die Resultirende nicht mehr durch diesen festen Punkt gehen, es könnte also auch kein Gleichgewicht mehr stattfinden.

Der Druck, den die Axe der Rolle auszuhalten hat, ist offenbar der Resultirenden der beiden Kräfte gleich, und wenn die Richtungen der beiden Kräfte parallel sind, wie Fig. 9, so ist der Druck auf die Axe gleich der Summe der beiden Kräfte (wozu noch das Gewicht der Rolle selbst zu rechnen ist).

Auch an einer beweglichen Rolle kann nur dann Gleichgewicht stattfinden, wenn die Kräfte, welche die beiden Enden des Seils spannen, einander gleich sind, denn nur in diesem Falle geht ihre Resultirende durch den Mittelpunkt der Scheibe; die Wirkung dieser Resultirenden wird aber nicht allein dadurch aufgehoben, daß der Mittelpunkt fest ist, sondern auch dadurch, daß in dem Mittelpunkte, und zwar in der Richtung der Resultirenden, eine dritte Kraft wirkt, welche dieser Resultirenden gleich und entgegengesetzt ist. Diese dritte Kraft ist gewöhnlich an einem an der Scheere befestigten Haken angebracht; in Fig. 10 ist sie durch das Gewicht dargestellt.

Fig. 9.

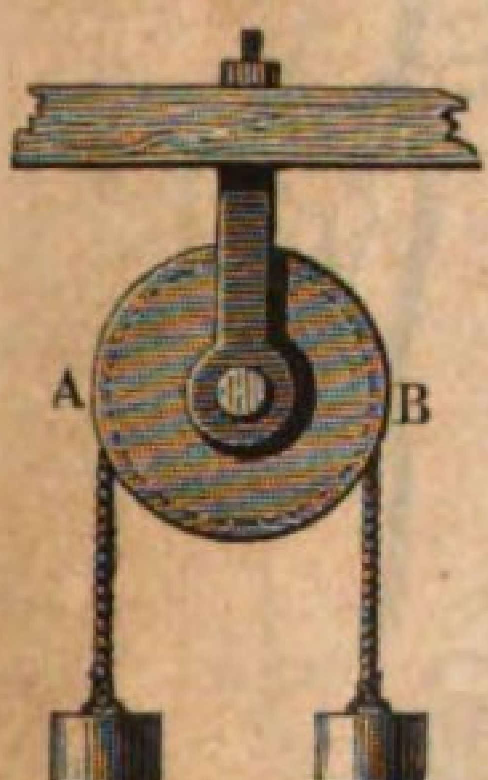


Fig. 10.

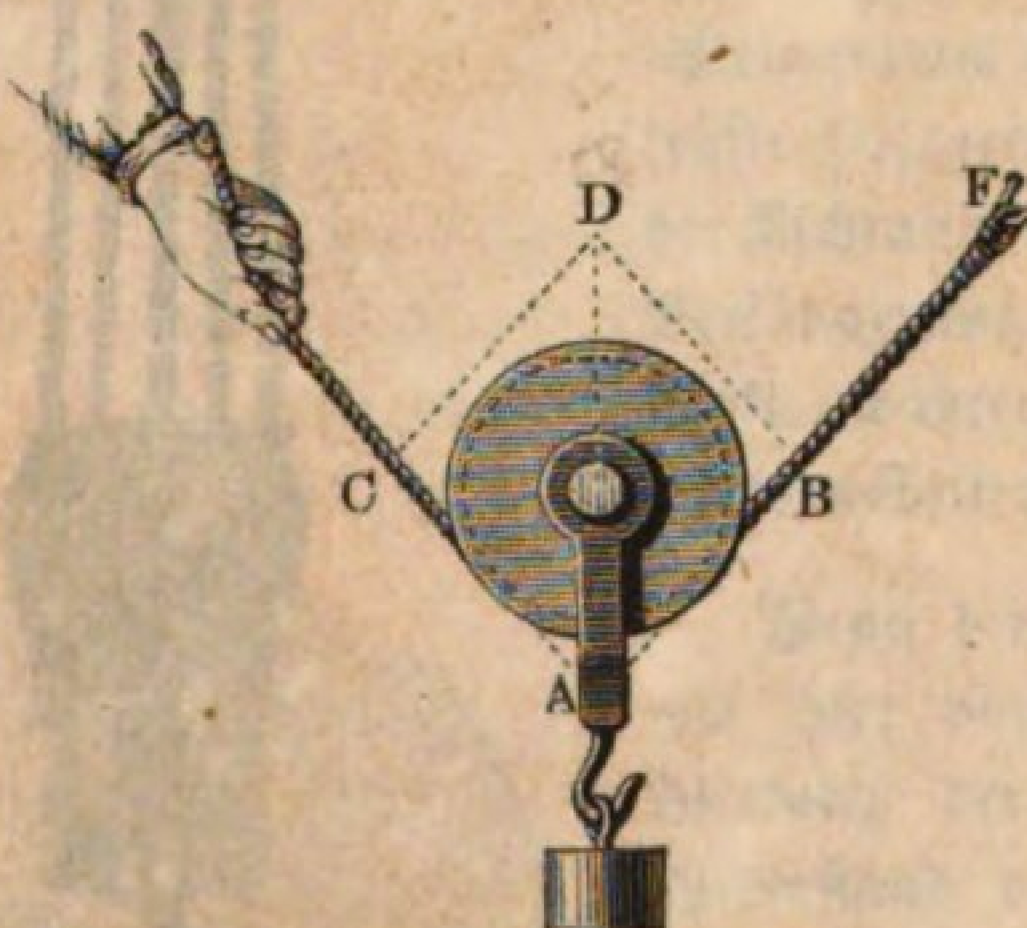


Fig. 11.



Wenn die beiden Enden des um die bewegliche Rolle geschlungenen Seils einander parallel sind, wie Fig. 11, so ist klar, daß die Kraft, mit welcher jedes Seilende gespannt wird, halb so groß ist als die Last, welche an der Scheere hängt.

Wenn zwei oder mehrere Rollen in einem Gehäuse sich befinden, wenn sie also gleichsam eine gemeinschaftliche Scheere haben, so nennt man eine solche Zusammensetzung eine Flasche. Wenn zwei Flaschen, von denen die eine fest, die andere beweglich ist, durch ein Seil so verbunden werden, daß es abwechselnd von einer festen auf eine bewegliche Rolle geht, so erhält man einen Flaschenzug.

Fig. 12 (a. f. S.) stellt einen Flaschenzug dar, der aus drei festen und drei

beweglichen Rollen besteht. Die Last q, welche an der gemeinschaftlichen Scheere der drei beweglichen Rollen hängt, wird offenbar durch die sechs Seile getragen,

Fig. 12.

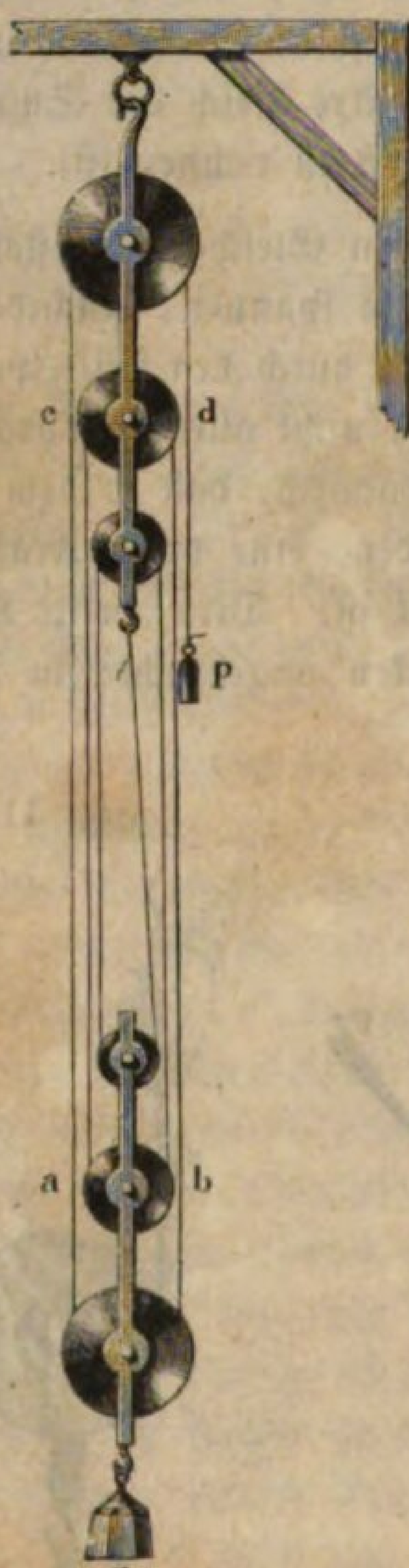


Fig. 13.



welche die oberen und unteren Rollen mit einander verbinden, die Last vertheilt sich also gleichmäßig auf sechs Seile, und folglich ist jedes durch $^1/_6$ der Last q gespannt; wäre z. B. eine Last von 60 Pfund angehängt, so würde jedes der sechs Seile gerade so stark gespannt sein, als ob es für sich allein eine Last von 10 Pfund zu tragen hätte.

Betrachten wir nun das Seilstück, welches über die oberste feste Rolle geschlungen ist und welches auf der rechten Seite derselben frei herunterhängt. Soll Gleichgewicht stattfinden, so muß das Seilstück auf der linken und auf der

rechten Seite der obersten Rolle gleich stark gespannt sein; das Seilstück links ist aber, wie wir gesehen haben, durch $^1/_6$ der Last q gespannt; folglich muß man, um das Gleichgewicht zu erhalten, an das Ende des Seils d ein Gewicht anhängen, welches gleich $^1/_6\, q$ ist. Einer Last von 60 Pfund kann man also an unserem Flaschenzuge mit einer Kraft von 10 Pfund das Gleichgewicht halten.

Fig. 13 zeigt eine andere Form des Flaschenzugs; hier sind nämlich die zusammengehörigen Rollen neben einander gesetzt.

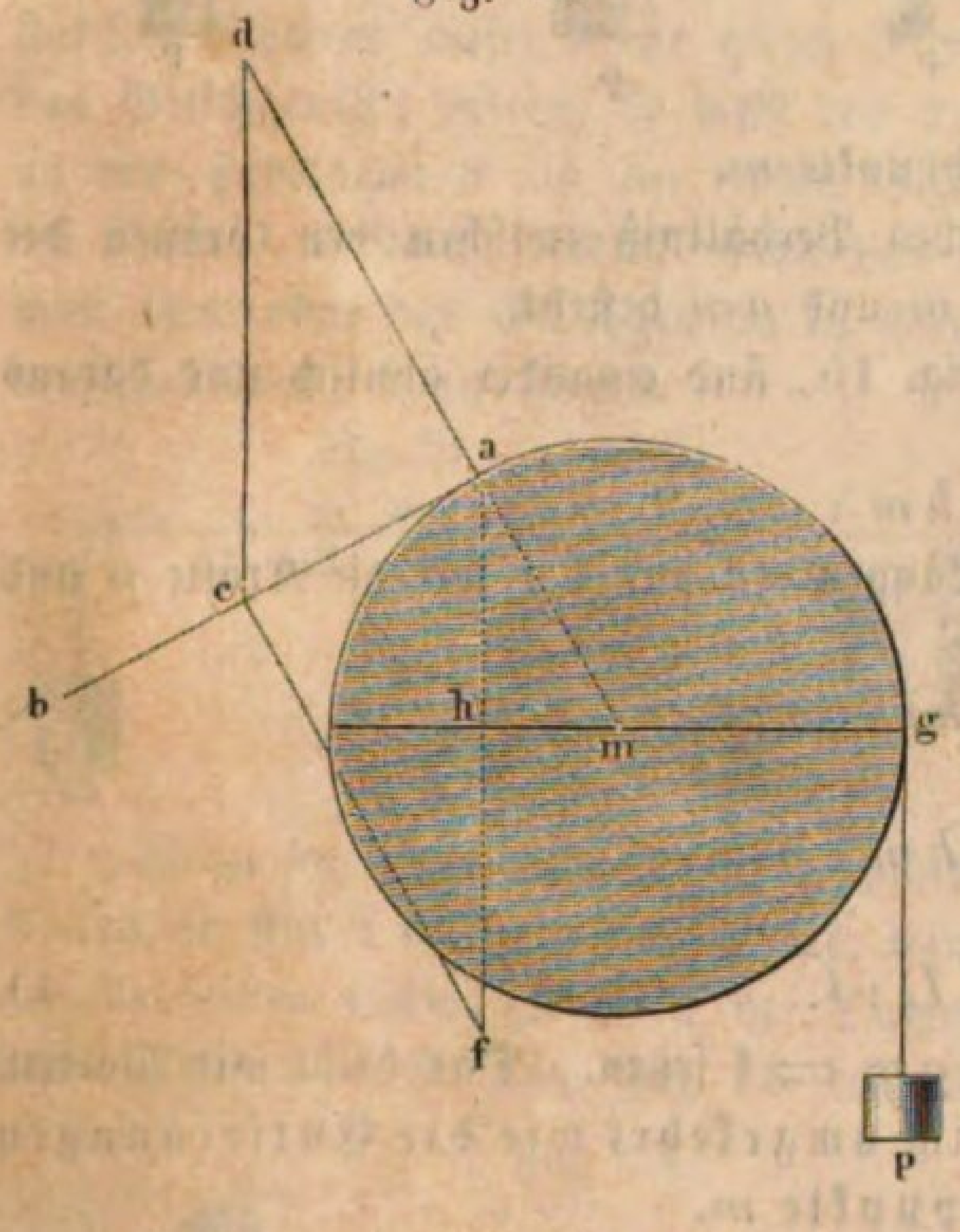
Das Verhältniß zwischen Kraft und Last am Flaschenzuge ist ganz allgemein ausgedrückt durch die Gleichung:

$$P = \frac{Q}{n},$$

in welcher P die Kraft, Q die Last und n die Zahl der Rollen, also auch die Zahl der Seile bezeichnet, an welchen die Last hängt.

Der Hebel. Um eine Rolle, Fig 14, sei eine Schnur geschlungen und 18
an das eine Ende derselben ein Gewicht p gehängt, während auf der anderen Seite die Schnur in der Richtung $a\,b$ mit einer dem Gewichte p gleichen Kraft gespannt ist. Nun aber kann man die in a angreifende, in der Richtung $a\,b$ wirkende Kraft nach der Lehre vom Parallelogramm der Kräfte in zwei Seitenkräfte zerlegen, von denen die eine in der Richtung von a nach d, also in der Verlängerung des Halbmessers $m\,a$, wirkt, während die Richtung $a\,f$ der anderen Seitenkraft parallel mit $g\,p$ ist.

Fig. 14.



Wenn die Rolle eine feste ist, wie wir hier voraussetzen, so wird die Wirkung der Kraft $a\,d$ durch den Widerstand des festen Mittelpunktes m aufgehoben; man kann demnach die nach $a\,d$ wirkende Seitenkraft ganz weglassen, ohne das Gleichgewicht zu stören, man kann also ohne Weiteres die nach $a\,b$ wirkende Kraft durch ihre nach $a\,f$ wirkende Seitenkraft ersetzen.

Stellen wir durch die Linie $a\,c$ die nach $a\,b$ wirkende Kraft p dar, so ist die Linie $a\,f$ die Größe der Seitenkraft P, und ohne vor der Hand das Größenverhältniß zwischen $a\,c$ und $a\,f$ oder p und P genauer zu ermitteln, sieht man doch leicht ein, daß P größer sein muß als p. Wir können also die in der Richtung $a\,b$ wirkende Kraft p durch eine andere ebenfalls in a angreifende, aber in verticaler Richtung wirkende größere Kraft P ersetzen, ohne das Gleichgewicht zu stören.

Anstatt die Kraft P in a angreifen zu lassen, kann man, ohne das Gleichgewicht zu stören, ihren Angriffspunkt in jeden beliebigen Punkt der Linie af verlegen; wir können also auch die Kraft P im Punkte h angreifen lassen, welcher auf dem Durchschnitte der Linie af mit der Verlängerung des Halbmessers gm liegt, und somit haben wir zwei an den Enden einer um m, Fig. 16, drehbaren geraden Linie hg wirkende, rechtwinklig zu hg angreifende Kräfte, p und P, welche sich das Gleichgewicht halten. Diese beiden Kräfte sind ungleich, ihre Angriffspunkte h und g liegen aber auch in ungleichen Entfernungen vom Drehpunkte m.

Fig. 15.

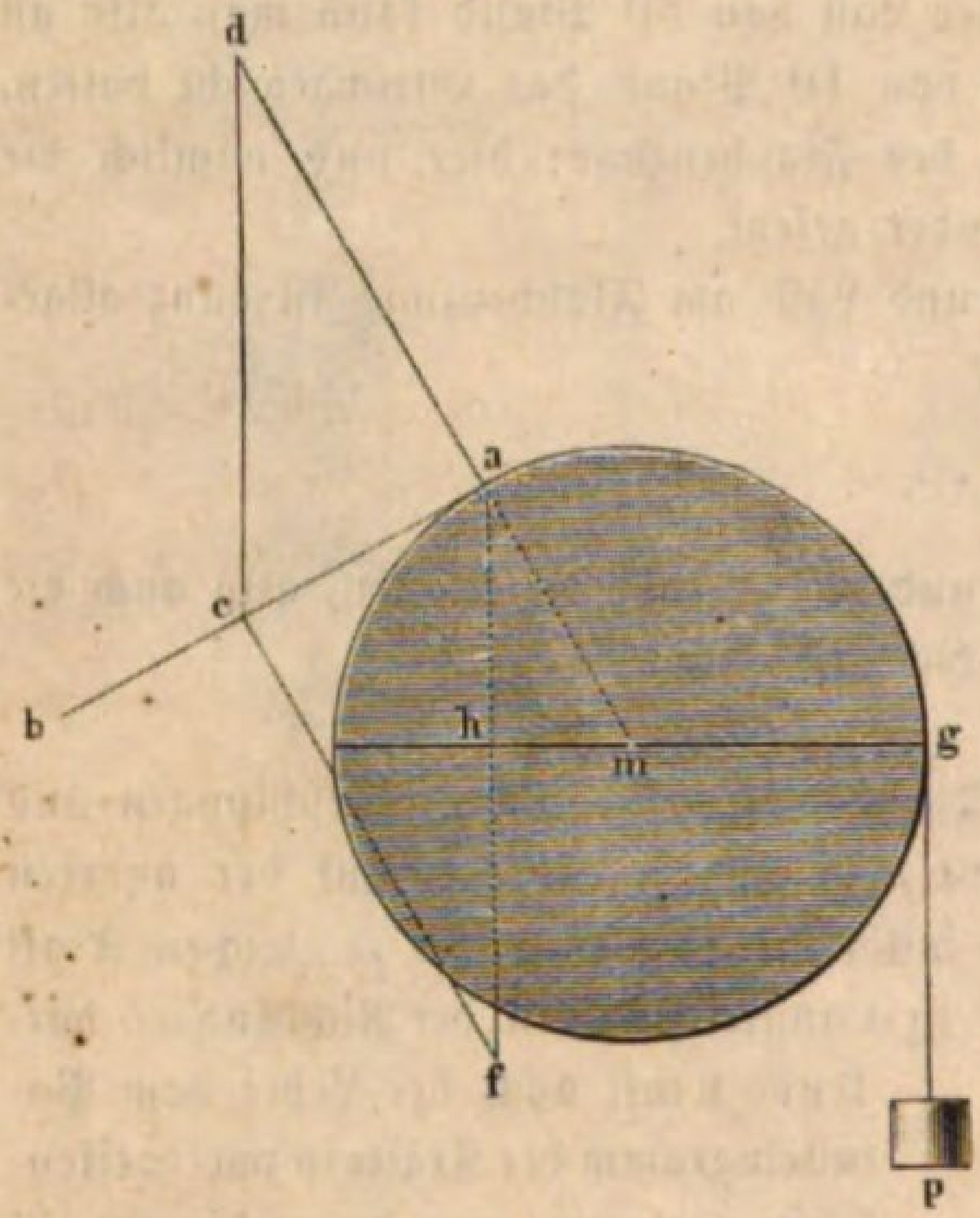
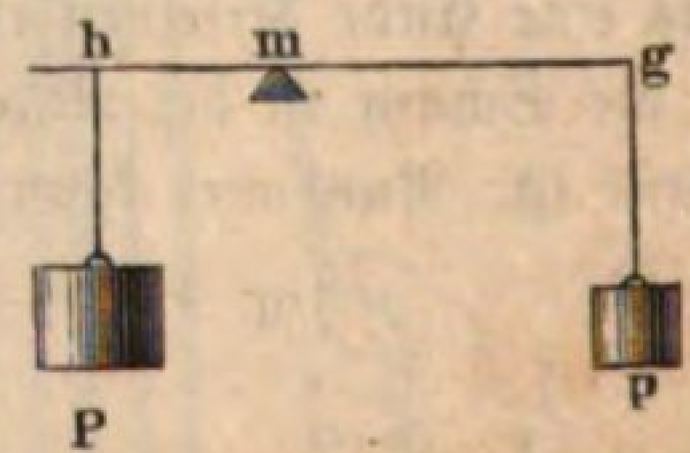


Fig. 16.



Es ist jetzt zu ermitteln, welches Verhältniß zwischen den Größen der Kräfte p und P und den Längen hm und gm besteht.

Die Dreiecke caf und ahm, Fig. 15, sind einander ähnlich und daraus folgt:

$$ac : af = hm : am.$$

Nun aber verhalten sich ja die Längen ac und af wie die Kräfte p und P, wir haben also:

$$p : P = hm : am,$$

und da $am = gm$:

$$p : P = hm : gm,$$

oder

$$p : P = L : l. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1),$$

wenn wir die Länge $hm = L$ und $gm = l$ setzen. Das heißt mit Worten, die Kräfte P und p verhalten sich umgekehrt wie die Entfernungen ihrer Angriffspunkte vom Drehpunkte m.

Eine gerade unbiegsame Linie, welche um einen festen Punkt drehbar ist, wird ein Hebel genannt. Wenn nun in zwei verschiedenen Punkten eines Hebels rechtwinklig zu seiner Richtung zwei Kräfte angreifen, die ihn nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben, so findet Gleichgewicht zwischen ihnen Statt, wenn die eben ausgesprochene Bedingung erfüllt ist. Die Entfernung des Angriffspunktes einer Kraft von dem Drehpunkte wird der Hebelarm der Kraft genannt; wir können demnach die Bedingung des Gleichgewichts

am Hebel auch so ausdrücken: **Zwei Kräfte, welche den Hebel nach entgegengesetzten Seiten zu drehen streben, halten sich das Gleichgewicht, wenn sie den entsprechenden Hebelarmen umgekehrt proportional sind.**

Wäre z. B. der Hebelarm hm in Fig. 16 halb so groß als gm, so müßte P doppelt so groß sein als p. Eine Kraft p kann an einem Hebel einer 100fachen Last P das Gleichgewicht halten, wenn nur der Hebelarm mg auch 100mal so groß ist als der Hebelarm hm.

Aus der Proportion bei 1) folgt $PL = pl$, d. h. wenn sich zwei Kräfte an einem Hebel das Gleichgewicht halten sollen, so muß das Product, welches man erhält, wenn man jede Kraft mit ihrem Hebelarme multiplicirt, für die beiden Kräfte gleich sein.

Das Product, welches man erhält, wenn man die an einem Hebel wirkende Kraft mit ihrem Hebelarm multiplicirt, wird das **statische Moment** der Kraft genannt. Man könnte auch sagen, das **statische Moment** einer Kraft ist diejenige Kraft, welche man statt ihrer an den Hebelarm 1 anbringen muß, wenn durch diese Vertauschung der Gleichgewichtszustand nicht gestört werden soll.

In Fig. 17 sei die Kraft rechts = 6, ihr Hebelarm = 5, so ist das statische Moment dieser Kraft gleich $5 \times 6 = 30$; soll ihr die Kraft links das Gleichgewicht halten, so muß das statische Moment beider gleich sein; die an dem Hebelarme 3 auf der linken Seite wirkende Kraft muß also den Werth 10 haben. Anstatt die Kraft 6 an dem Hebelarme 5 wirken zu lassen, könnte man aber, ohne das Gleichgewicht zu stören, die Kraft 30 im Punkte n, also an dem Hebelarme 1 anbringen.

Fig. 17.

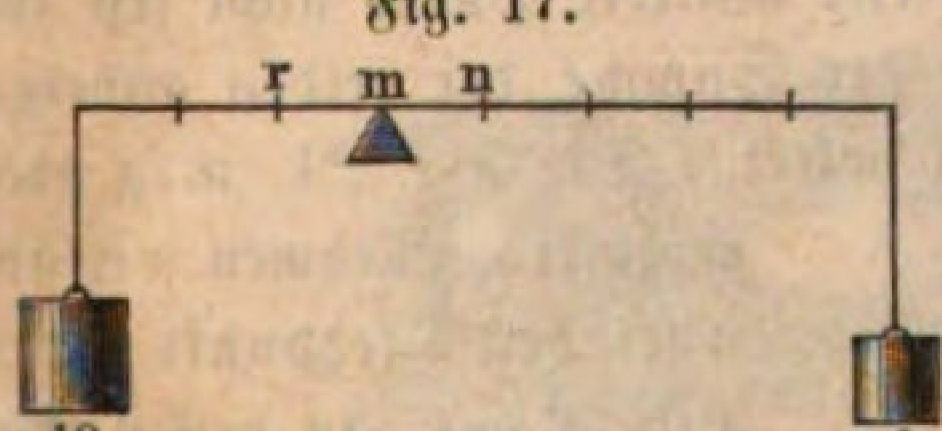
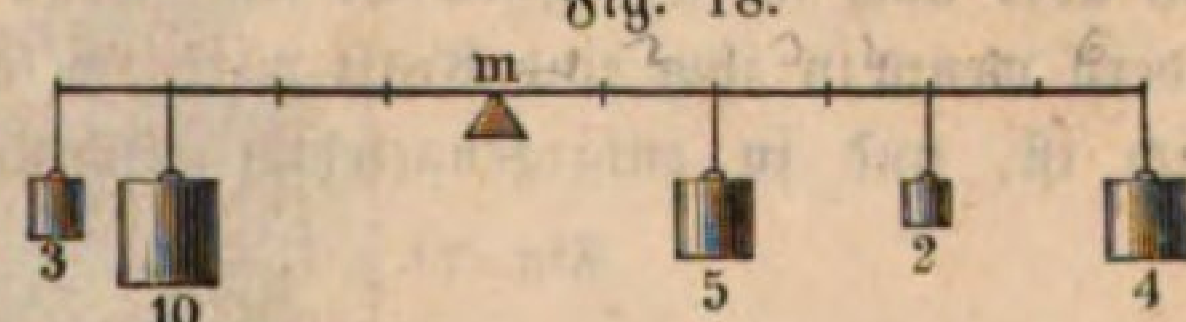


Fig. 18.



Wenn auf jeder Seite des Drehpunktes nicht eine, sondern mehrere Kräfte wirken, so findet Gleichgewicht Statt, wenn die Summe der statischen Momente auf der einen Seite gleich ist der Summe der statischen Momente auf der anderen, wie dies bei dem Fig. 18 dargestellten Beispiele der Fall ist, wo die Summe der statischen Momente auf der rechten Seite $5 . 2 + 2 . 4 + 4 . 6 = 42$, für die linke Seite aber $10 . 3 + 3 . 4$. also ebenfalls 42 ist.

Fig. 19.

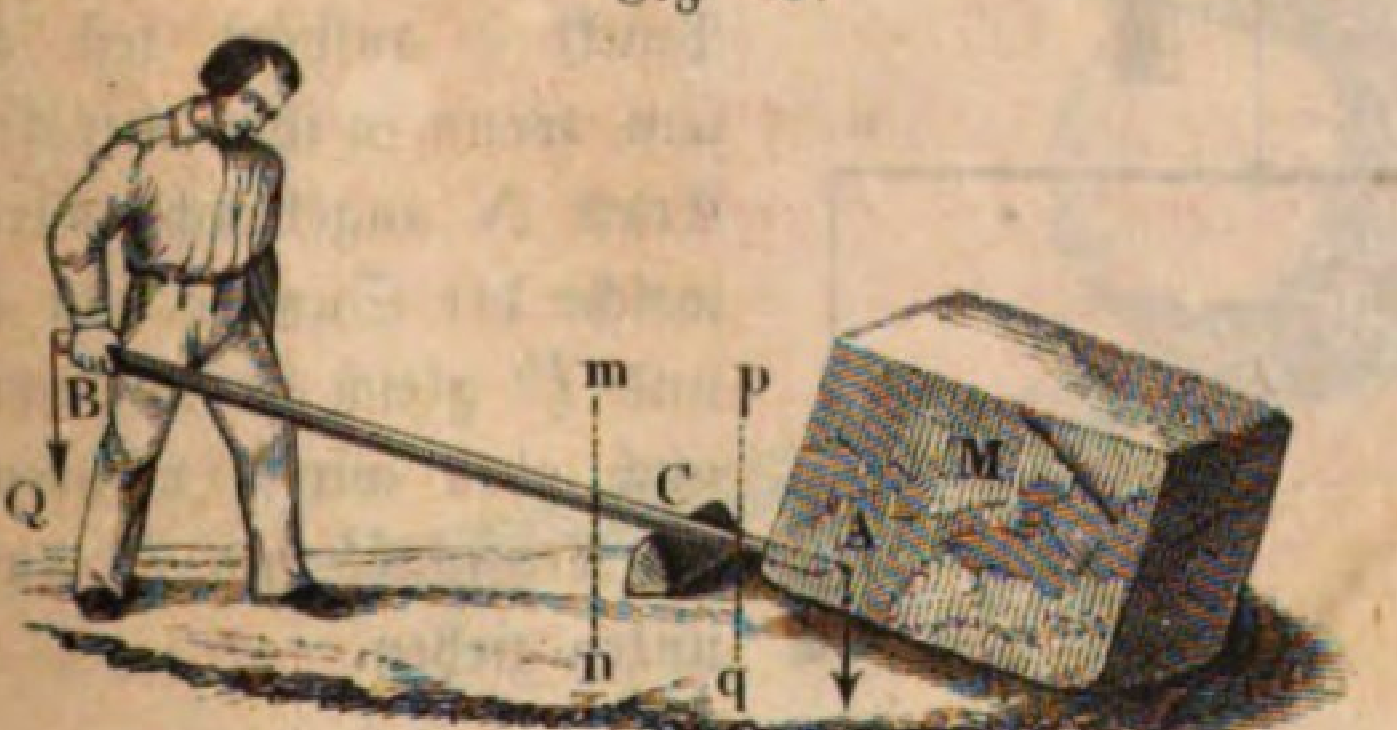
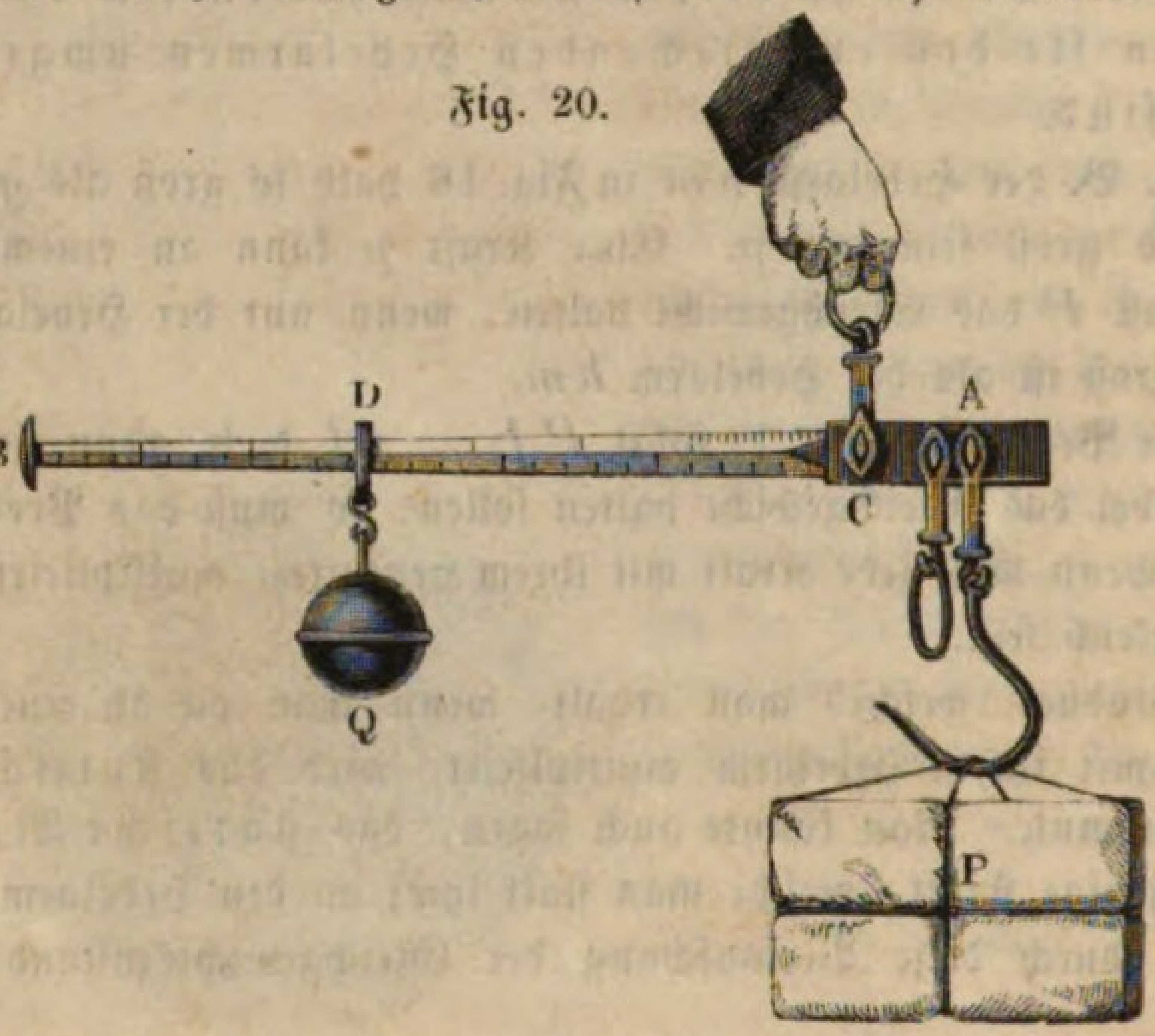


Fig. 19 erläutert eine allgemein verbreitete Art der Anwendung des zwei-

armigen Hebels. Ein anderes Beispiel liefert uns die gewöhnliche Schnellwage, Fig. 20. Ein zweiarmiger Hebel ist bei C drehbar, bei A ist die Last

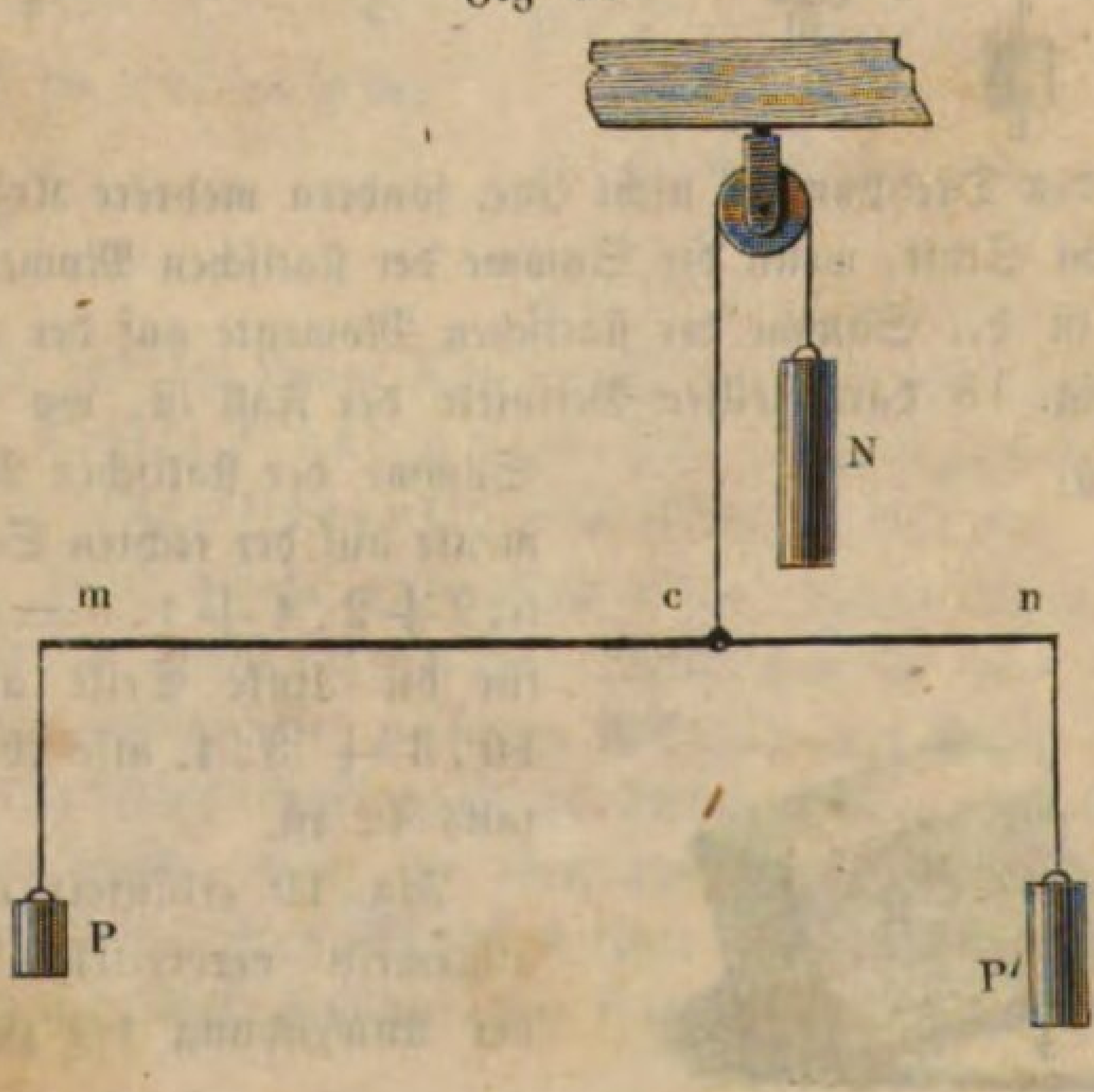
Fig. 20.



P angehängt, die also an dem Hebelarme AC wirkt; dieser Last nun wird durch ein am anderen Arme des Hebels angehängtes Laufgewicht das Gleichgewicht gehalten. Je größer die Last wird, desto mehr muß man das Laufgewicht Q vom Drehpunkte C entfernen.

19 **Der einarmige Hebel.** An einem solchen Hebel, wie wir ihn bisher betrachtet haben, hat der feste Drehpunkt einen Druck auszuhalten, welcher der Summe der an beiden Seiten wirkenden Kräfte gleich ist; ein solcher Hebel kann aber auch im Gleichgewicht sein, wenn dieser mittlere Punkt nicht fest ist, sondern wenn in ihm eine Kraft wirkt, welche der Summe der beiden anderen gleich ist, und in entgegengesetzter Richtung wirkt. Die Fig. 21 mag dies erläutern. Nehmen wir an, c sei der Drehpunkt eines Hebels mn, an dessen Enden die Kräfte P und P' angreifen und sich einander das Gleichgewicht halten. Dieses Gleichgewicht wird nun nicht gestört, wenn der Punkt c aufhört fest zu sein, wenn in ihm aber eine Kraft N angebracht wird, welche der Summe von P und P' gleich ist, die aber nach oben wirkt, während die Kräfte P und P' nach unten ziehen.

Fig. 21.



Ohne das Gleichgewicht zu stören, kann man nun wieder jeden der drei Punkte m, c und n als fest betrachten; wenn nun einer der beiden äußeren Punkte, etwa n, fest ist, so haben wir einen **einarmigen** Hebel, d. h. einen solchen, bei welchem die Angriffspunkte der beiden sich das Gleichgewicht haltenden Kräfte N und P auf derselben Seite des festen Drehpunktes n liegen. Die beiden Kräfte haben in diesem Falle entgegengesetzte Richtung, und der Druck auf den Unterstützungspunkt ist dem Unterschiede der beiden Kräfte P und N gleich. Der Hebelarm der Kraft P ist $l + l'$, wenn man mit l die Länge mc, mit l' die Länge nc bezeichnet; der Hebelarm der Kraft N ist aber l'. Wäre c der feste Drehpunkt gewesen, so hätte man nach dem Obigen als Bedingung des Gleichgewichts:

$$P' : P = l : l',$$

und daraus folgt:

$$P' + P : P = l + l' : l'$$

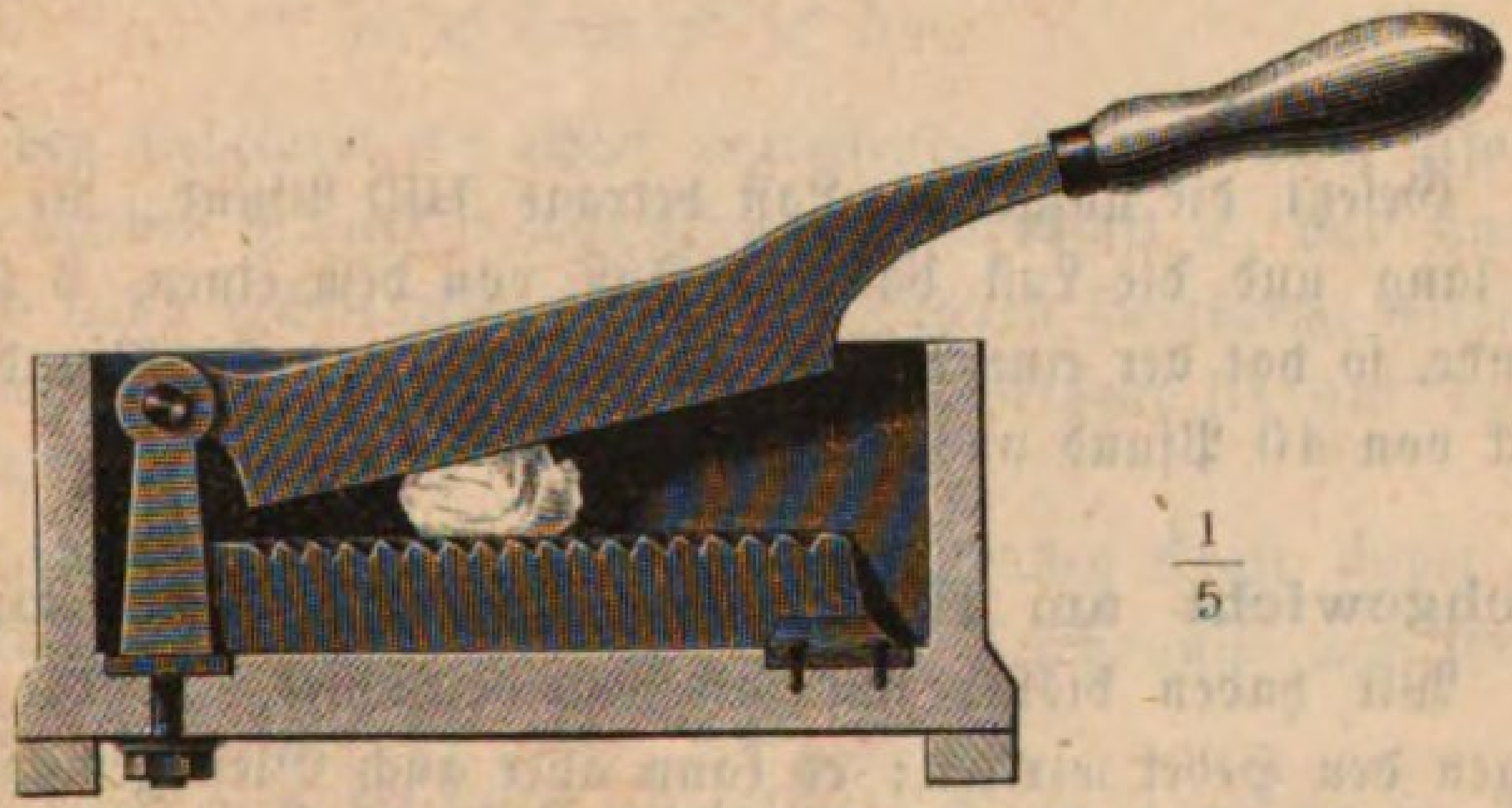
oder

$$N : P = l + l' : l';$$

wenn also die an dem einarmigen Hebel in entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräfte N und P sich das Gleichgewicht halten sollen, so müssen sie sich ebenfalls **umgekehrt verhalten wie ihre Hebelarme**.

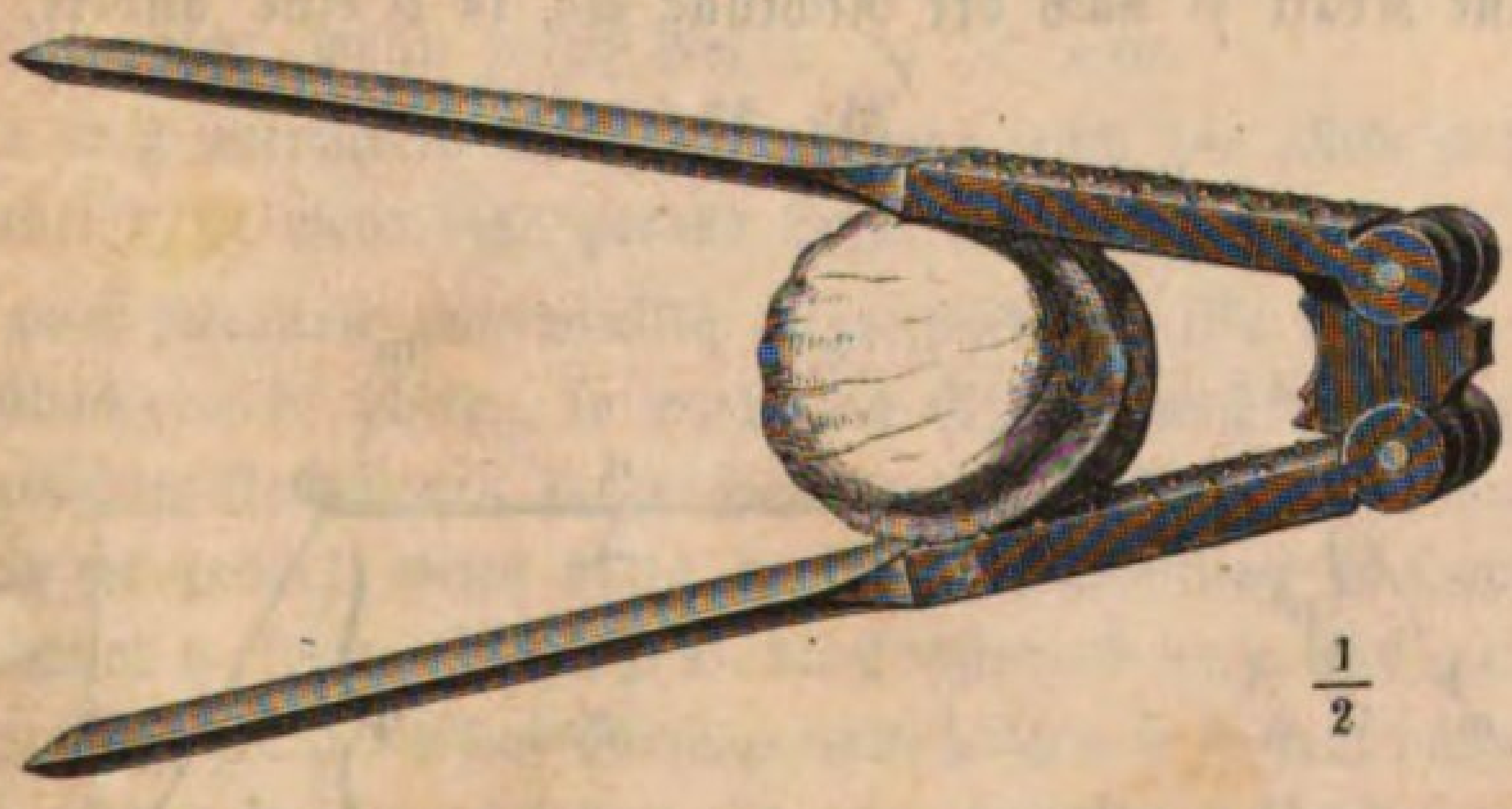
Die Figuren 22 und 23 zeigen zwei bekannte Formen der Anwendung des einarmigen Hebels, welche wohl keiner weiteren Erläuterung bedürfen.

Fig. 22.



$\frac{1}{5}$

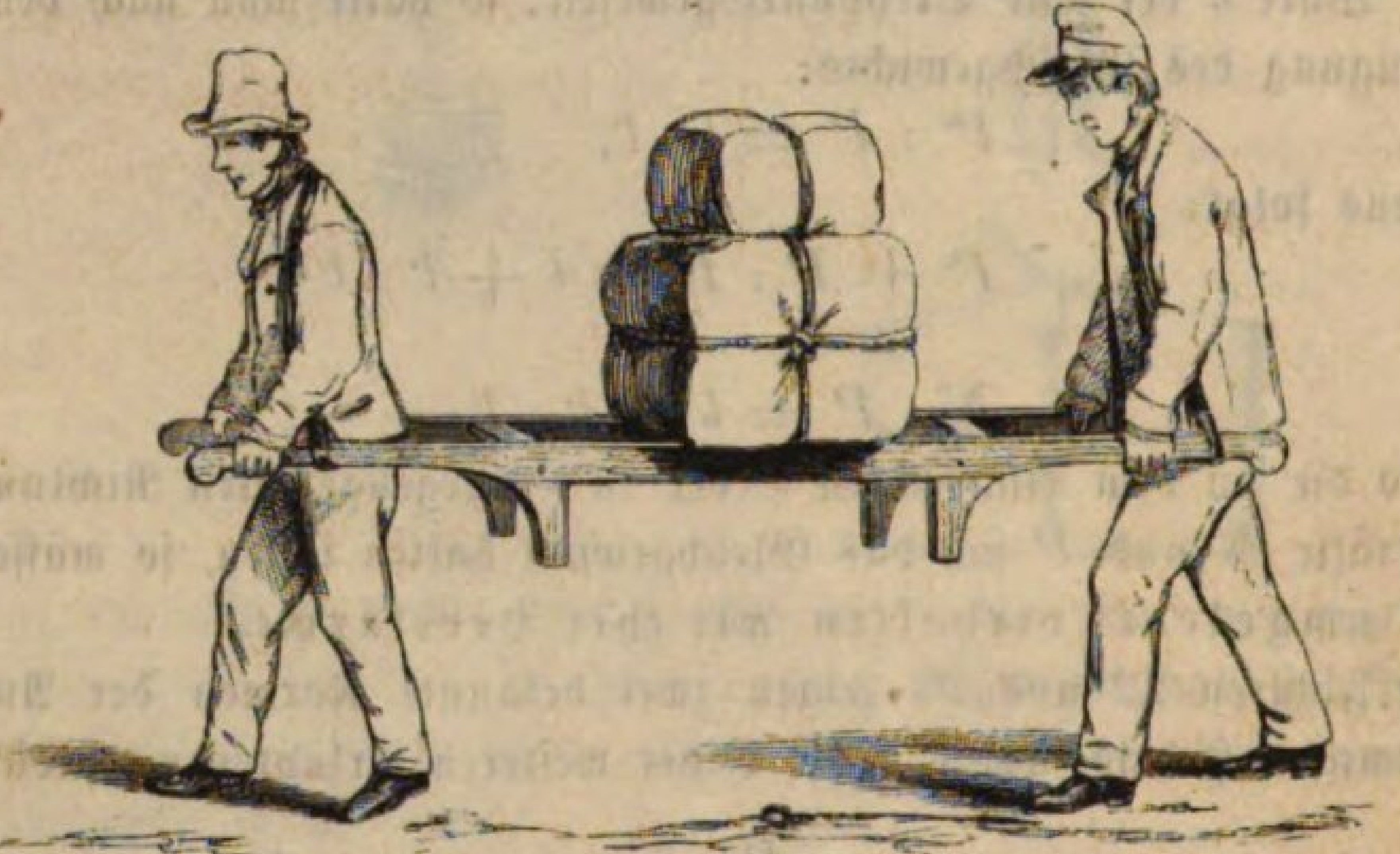
Fig. 23.



$\frac{1}{2}$

Auch die beiden Endpunkte m und n, Fig. 21, der Stange mn können fest sein, während in c eine Kraft N wirkt; alsdann aber hat der Punkt m einen Druck P, der Punkt n einen Druck P' auszuhalten. Wenn eine auf einer Tragbahre liegende Last durch zwei Leute getragen wird, so vertheilt sich die Last auf die beiden Träger, und wenn sie gerade in der Mitte der Bahre liegt, so kommt auf jeden die Hälfte der Last; wird aber die Last dem einen Träger näher gerückt, wie Fig. 24 andeutet, so hat dieser einen größeren Theil

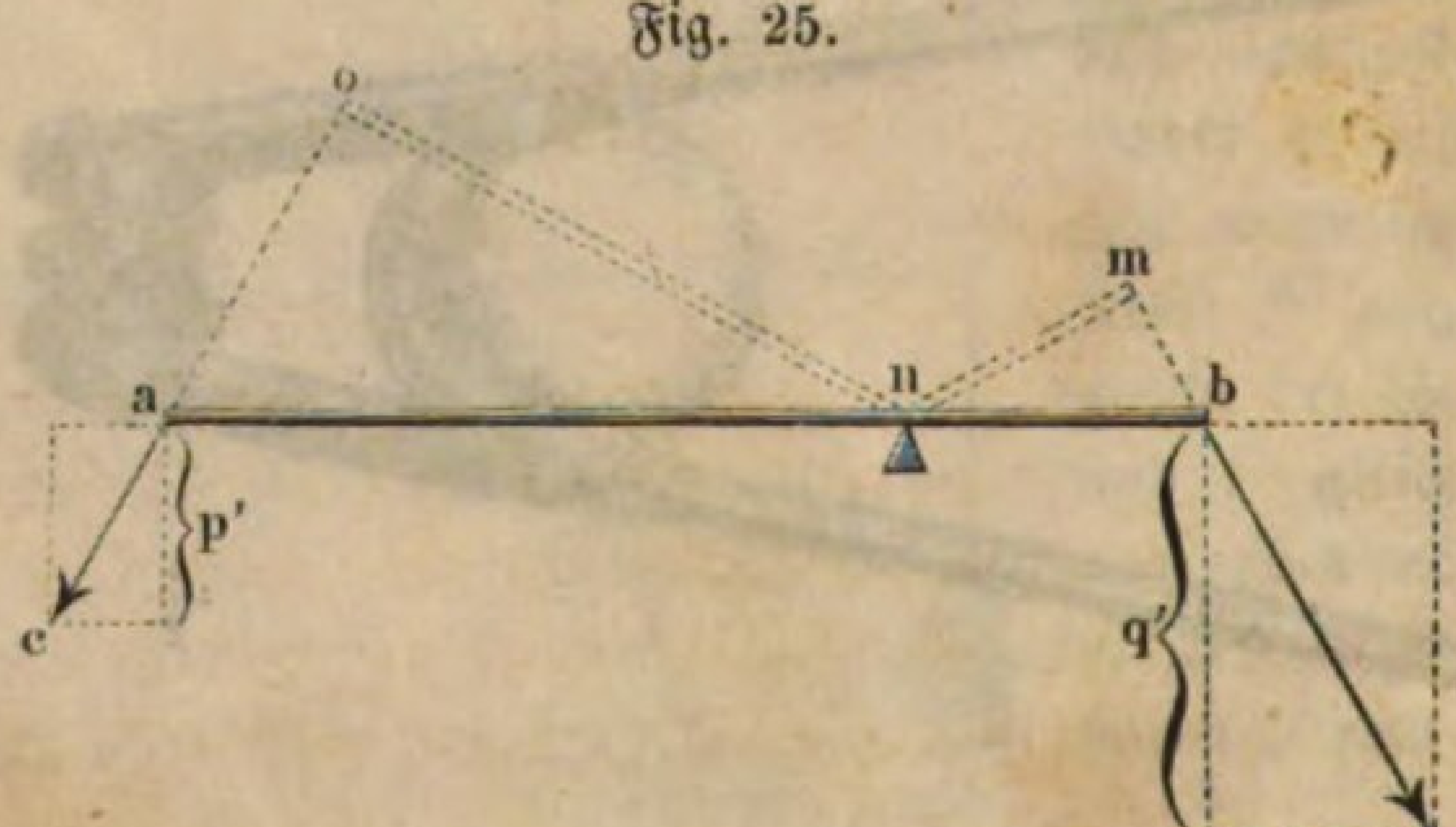
Fig. 24.



zu tragen. Gesetzt, die aufgelegte Last betrage 100 Pfund, die ganze Bahre sei 5 Fuß lang und die Last hänge 2 Fuß von dem einen, 3 Fuß von dem anderen Ende, so hat der eine Träger einen Druck von 60 Pfund, der andere einen Druck von 40 Pfund auszuhalten.

20 **Gleichgewicht am Hebel bei schiefwinklig angreifenden Kräften.** Wir haben bisher nur den Fall betrachtet, wo die Kräfte rechtwinklig gegen den Hebel wirkten; es kann aber auch Gleichgewicht stattfinden, wo dies nicht der Fall ist. In Fig. 25 sei n der Stützpunkt des Hebels ab, in a wirke eine Kraft p nach der Richtung ac, in b eine andere, q, nach der

Fig. 25.



Richtung bd. Die Kräfte p und q sollen sich verhalten wie die Linien ac und bd. Nach dem Satze vom Parallelogramm der Kräfte läßt sich p in zwei Kräfte zerlegen, von denen die eine, p', rechtwinklig auf ab, die andere in der Richtung von ab wirkt. Ebenso kann man die Kraft q in zwei Kräfte zerlegen, von denen die eine, q', rechtwinklig auf ab und die andere in der Richtung dieser Linie wirkt. Die Wirkung der beiden Seitenkräfte, welche in die Richtung der Linie ab fallen, wird offenbar durch den Widerstand des festen Punktes n völlig aufgehoben, und somit bleibt nur die Wirkung der Kräfte p' und q' übrig. Statt der ursprünglichen Kräfte p und q kann man also ohne Weiteres ihre rechtwinklig angreifenden Seitenkräfte p' und q' setzen. Gleichgewicht wird aber stattfinden müssen, wenn sich p' und q' umgekehrt verhalten wie ihre Hebelarme, d. h. wenn

$$p' : q' = nb : na,$$

oder wenn

$$q' \times nb = p' \times na.$$

Verlängert man die Richtung der Kraft p, um auf ihre Verlängerung von n das Perpendikel $no = l$ zu fällen, so entsteht ein Dreieck aon, welches demjenigen ähnlich ist, dessen Hypotenuse p und dessen eine Kathete p' ist. Aus der Aehnlichkeit dieser Dreiecke folgt:

$$p : p' = an : l,$$

und daraus:

$$p \times l = p' \times an.$$

Die an den Hebelarm an schief angreifende Kraft p wirkt also gerade so wie ihre in demselben Punkte a angreifende Seitenkraft p', und auch so, als ob die Kraft p selbst rechtwinklig an einem kleineren Hebelarme wirkte, welchen man findet, wenn man vom Drehpunkte n ein Perpendikel auf die Richtung der Kraft fällt.

Das statische Moment einer schräg angreifenden Kraft findet man also, indem man die Kraft multiplicirt mit dem vom Drehpunkte auf die Richtung der Kraft gefällten Perpendikel.

Demnach wirkt auch die schief angreifende Kraft q gerade so, als ob sie rechtwinklig an den Hebelarm nm angriffe, und die beiden Kräfte p und q halten sich das Gleichgewicht, wenn $p \times on = q \times nm$.

Auf die eben entwickelte Weise findet man auch die Momente der Kräfte, wenn der Hebel nicht mehr eine gerade Linie ist, wie Fig. 26 (a. f. S.).

Wenn zwei parallele rechtwinklig angreifende Kräfte an einem Hebel einander das Gleichgewicht halten, so wird das Gleichgewicht nicht gestört, wenn man sie in gleichem Verhältniß vergrößert oder verkleinert. Ebenso wenig wird das Gleichgewicht gestört, wenn beide Kräfte ihre Richtung so ändern, daß sie unter sich parallel bleiben. Wenn z. B. die Kräfte $ab = p$ und $cd = q$ an dem Hebel ac, Fig. 27 (a. f. S.), sich das Gleichgewicht halten, so besteht dasselbe auch noch, wenn man dieselben Kräfte nach den einander parallelen Richtungen ae und cf

wirken läßt; denn die schräg wirkende Kraft p wirkt wie ihre rechtwinklige Composante p' und die schräg wirkende q wie die rechtwinklig angreifende q';

Fig. 26.

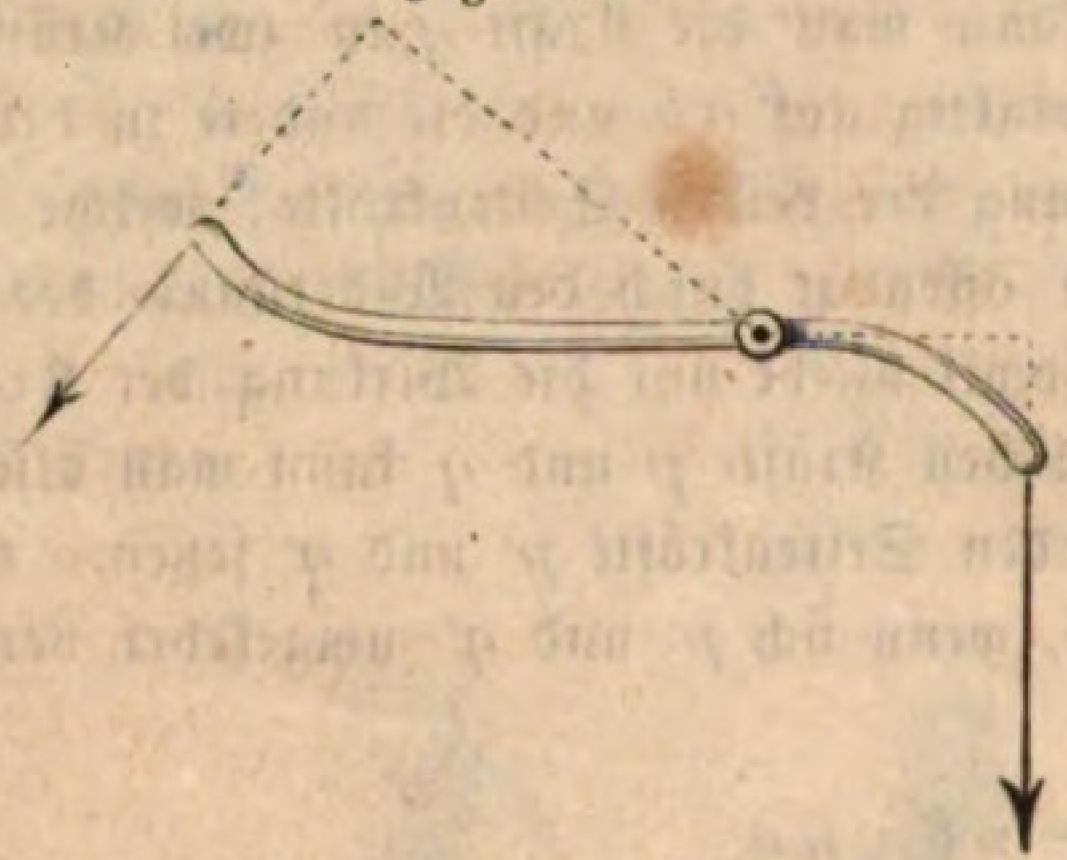
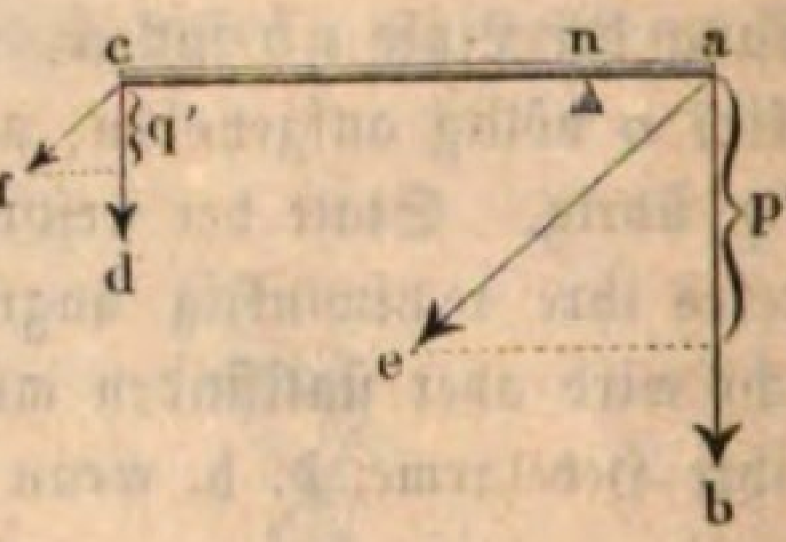


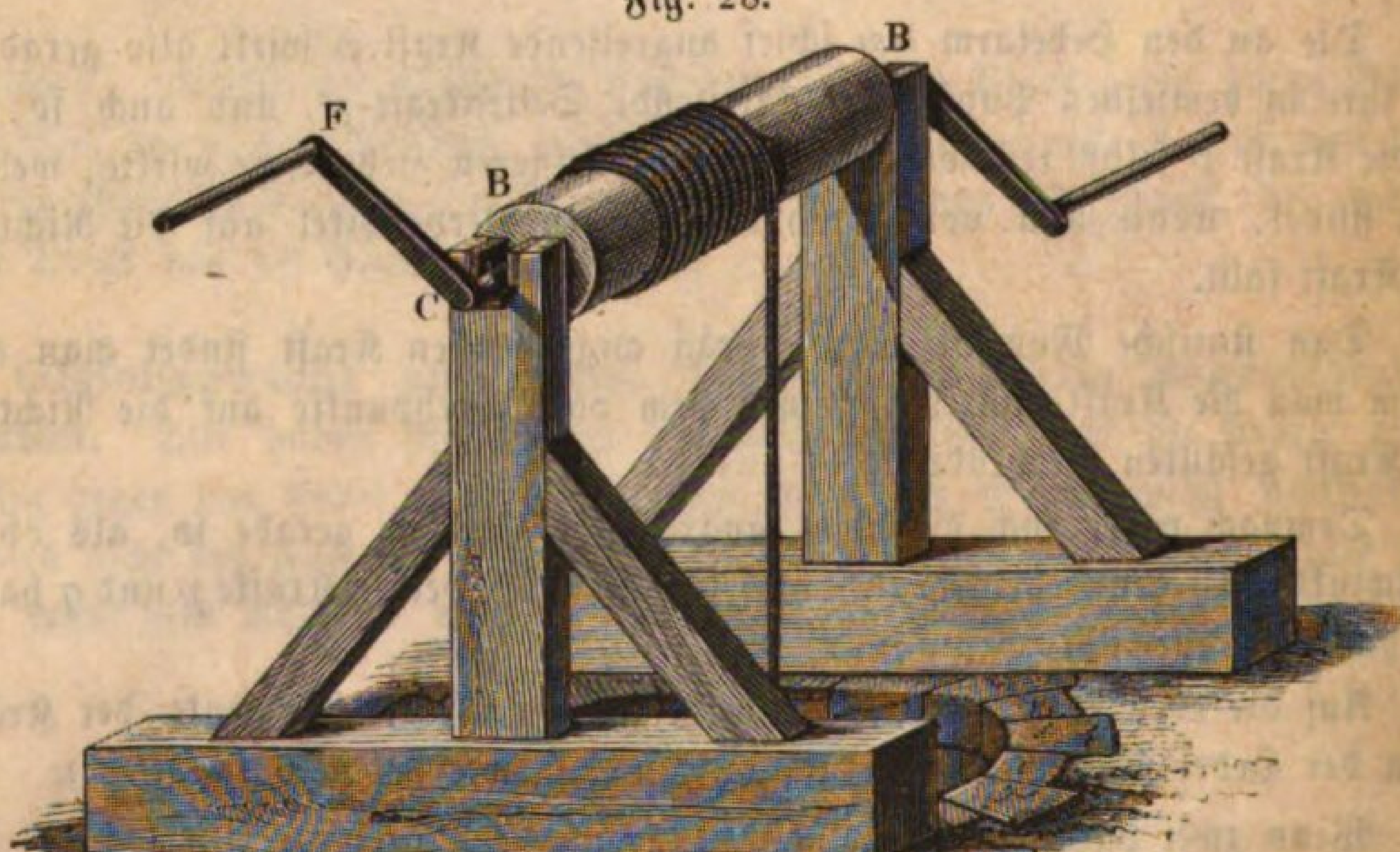
Fig 27.



p' und q' halten sich aber gewiß das Gleichgewicht, wenn es zwischen den Kräften p und q bestand, da $p : p' = q : q'$ ist.

21 **Haspel und Räderwerke.** Wenn irgend ein festes System um eine feste Axe drehbar ist, so wirken die Kräfte, welche es um die Axe zu drehen streben, ganz nach den Gesetzen des Hebels. Deshalb finden diese Gesetze bei den vielen Maschinen eine Anwendung, welche sich in ein mehr oder weniger complicirtes System von Hebeln zerlegen lassen. Beim Haspel z. B., Fig. 28 verhält sich die Last zur entgegenwirkenden Kraft umgekehrt wie ihre Hebelarme,

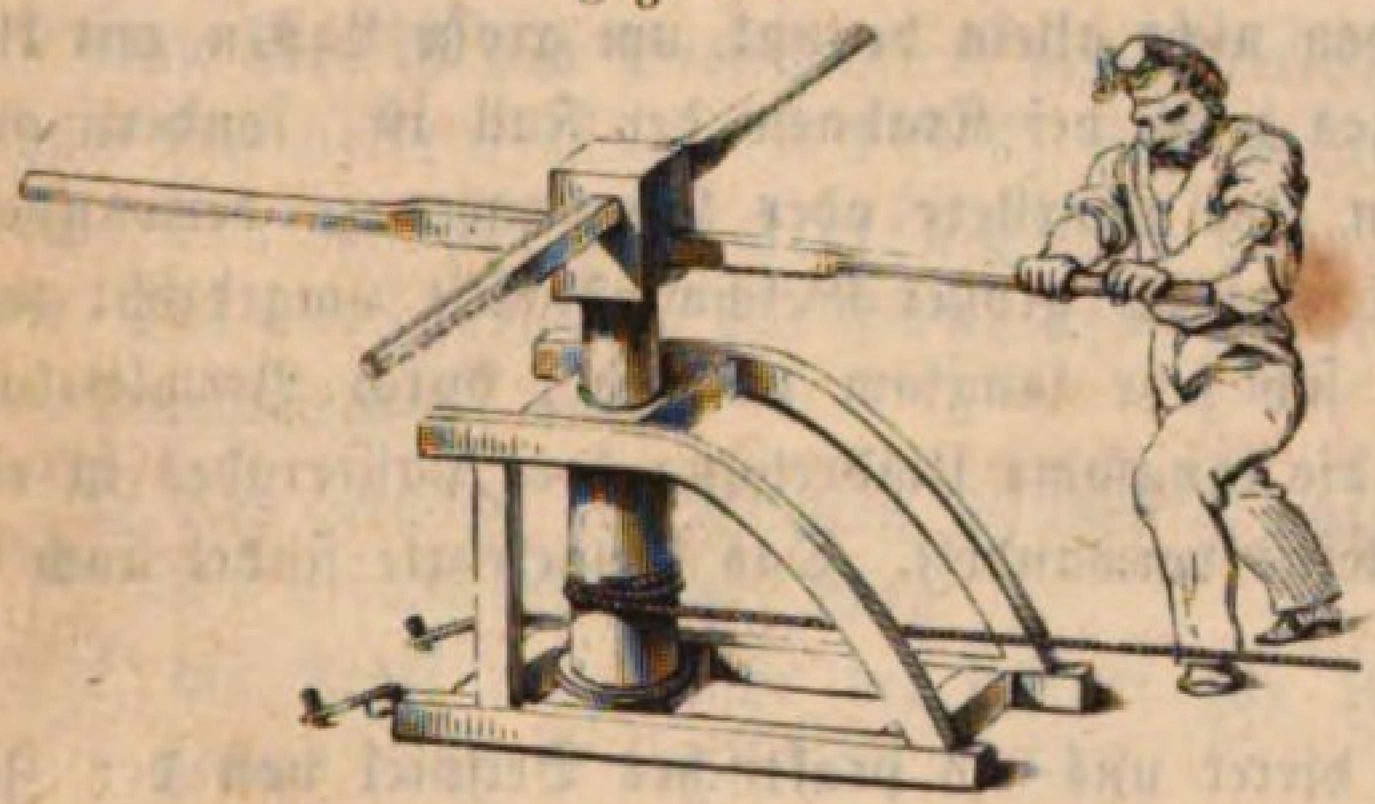
Fig. 28.



d. h. umgekehrt wie der Halbmesser des Wellbaumes BB zur Länge des Hebelarmes CF. Wenn z. B. der Halbmesser der Welle viermal kleiner ist als der Hebel CF, so kann man mit einer Kraft von 25 Pfund einer Last von 100 Pfund das Gleichgewicht halten.

Die Winde, Fig. 29, unterscheidet sich vom Haspel nur dadurch, daß die Umdrehungsaxe vertical steht; man hat am Ende der horizontalen Hebel eine verhältnißmäßig geringe Kraft anzuwenden, um die Last in horizontaler Richtung fortzuziehen.

Fig. 29.



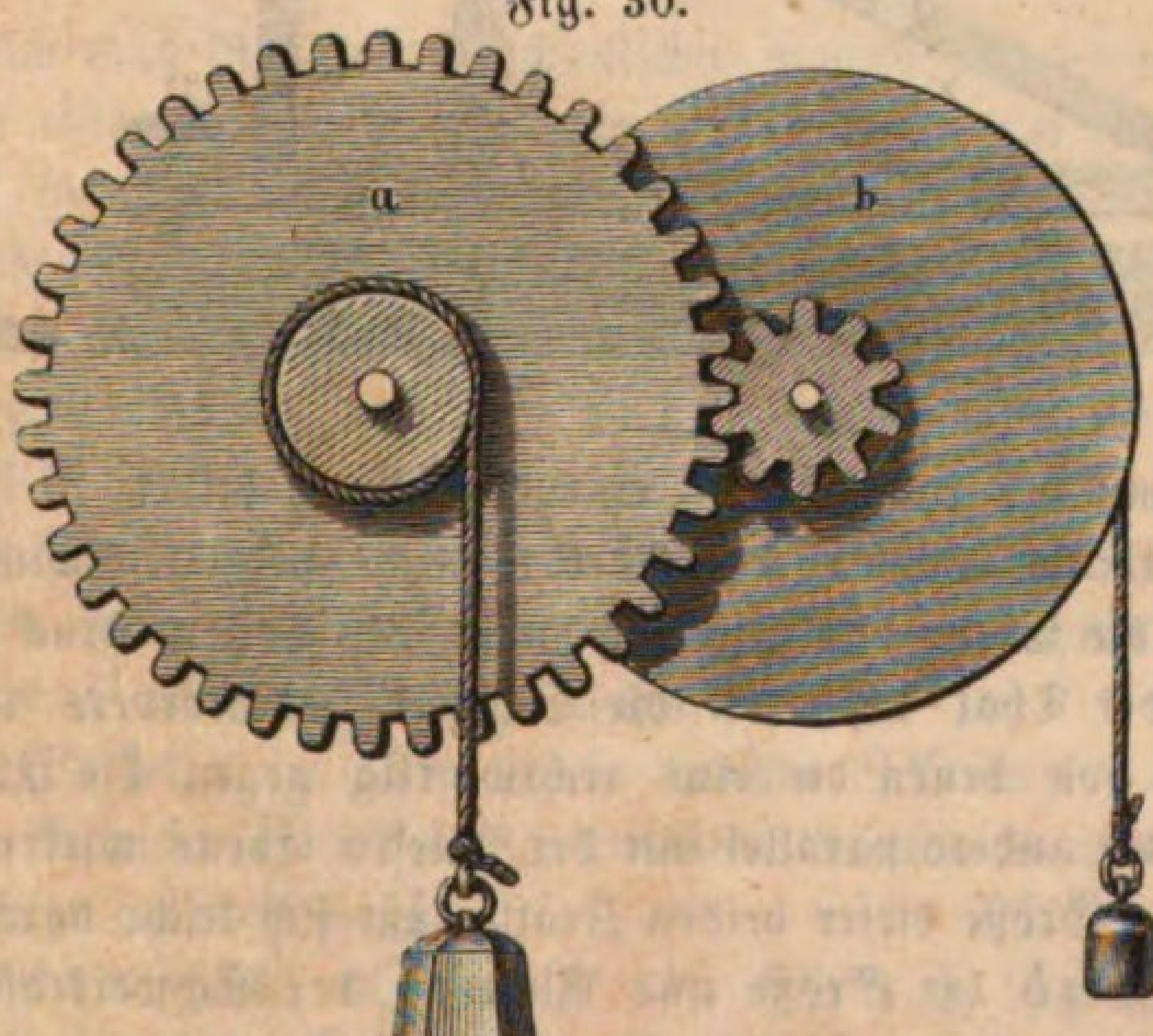
Statt die Last direct an dem Umfang der Welle anzubringen, kann man die Bewegung der Welle auf den Umfang eines größeren Rades übertragen und an dessen Welle erst die Last anbringen, wodurch man im Stande ist, mit einer sehr kleinen Kraft eine so große Last zu bewältigen, wie es mit einem einzigen Rad an der Welle nicht möglich gewesen wäre, ohne unbequeme Dimensionen zu nehmen oder die Haltbarkeit der Maschine zu gefährden.

Die Uebertragung der Bewegung von einer Welle auf ein Rad geschieht durch Zahnräder, in manchen Fällen auch durch Riemen oder Seile.

Solche Vorrichtungen, bei denen die Bewegung eines Rades auf ein anderes übertragen wird, nennt man **Räderwerke**.

Fig. 30 mag zur Erläuterung eines Räderwerkes dienen.

Fig. 30.



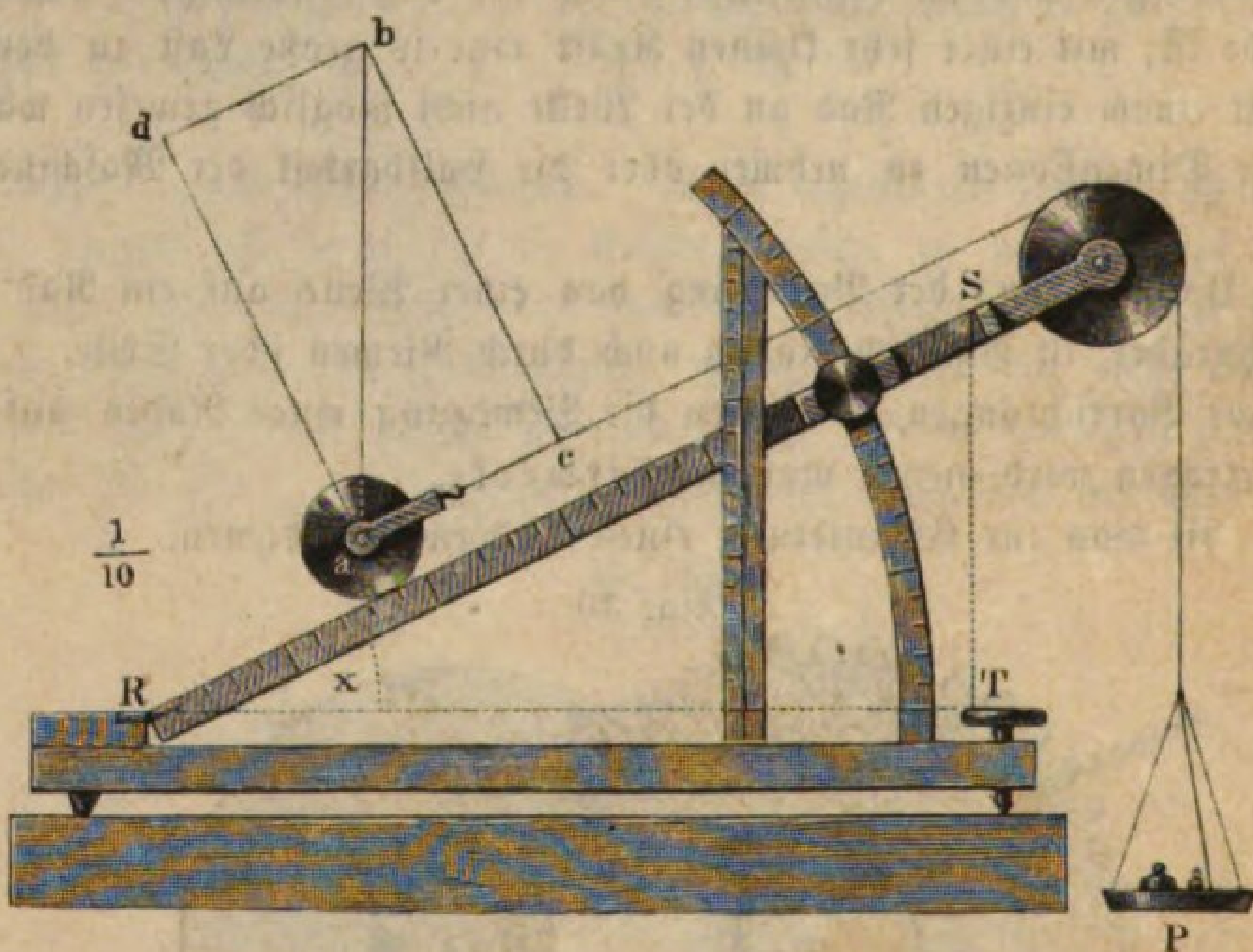
Wenn sich der Umfang des Rades b zum Umfange der an derselben Axe sitzenden gezahnten Welle, des **Triebes**, verhält wie 4 zu 1, wenn ferner der Umfang des gezahnten Rades a viermal so groß ist als der Umfang der Welle, an welcher die Last hängt, so ist das Verhältniß von Kraft zur Last wie 1 zu 16.

Die Axe des Rades *b* dreht sich viermal um, während die Axe des Rades *a* sich nur einmal umdreht.

Solche Räderwerke werden nicht allein benutzt, um große Lasten mit kleinen Kräften zu heben, wie dies z. B. bei Krahnen der Fall ist, sondern auch um die Drehung einer Axe in eine schnellere oder langsamere zu verwandeln. Ein Mühlstein muß mit ziemlich großer Geschwindigkeit umgedreht werden, während das Wasserrad sich sehr langsam umdreht; durch Vermittelung eines Räderwerkes wird nun die langsame Umdrehung des Wasserrades in eine rasche Umdrehung des Mühlsteins verwandelt. Das Umgekehrte findet auch bei Uhren Statt.

22 **Die schiefe Ebene** bietet uns ein praktisches Beispiel von der Zerlegung der Kräfte dar. Wenn sich eine Last *a* auf einer Ebene *RS*, Fig. 31,

Fig. 31.



befindet, welche mit der Horizontalen einen Winkel *x* bildet, so ist die nach der Richtung *ab* wirkende Schwere des Körpers nicht mehr rechtwinklig gegen die Ebene gerichtet, die Ebene hat also auch nicht den vollen Druck der Last auszuhalten. In der That läßt sich die Schwere des Körpers in zwei andere Kräfte zerlegen, von denen die eine rechtwinklig gegen die Ebene als Druck wirkt, während die andere parallel mit der schiefen Ebene wirkend den Körper herabtreibt. Die Größe dieser beiden Kräfte läßt sich leicht durch Construction ermitteln. Wenn *ab* die Größe und Richtung der Schwerkraft darstellt, so haben wir durch *a* nur eine Linie rechtwinklig zu der schiefen Ebene und eine andere parallel mit derselben zu ziehen und sodann von *b* aus die Perpendikel *bd* und *bc* auf diese Linien zu fällen. Die Linie *ad* stellt uns die Größe des Druckes dar, welchen die Ebene auszuhalten hat, *ac* aber die Größe der Kraft, welche die Last zur schiefen Ebene heruntertreibt; oder mit anderen Worten, der Druck auf die Ebene und die Kraft, welche den Körper parallel der

schiefen Ebene zu bewegen strebt, verhalten sich zum Gewichte des Körpers, wie die Linien ad und ac zu ab.

Nun aber ist das Dreieck abc dem Dreiecke RST ähnlich, und zwar verhält sich $ab : ac = RS : ST$, und daraus folgt, daß die Kraft, welche den Körper zur schiefen Ebene heruntertreibt, sich zu seinem Gewichte verhält, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

Bezeichnen wir durch

Q das Gewicht des Körpers, welches in obiger Zeichnung durch die Linie ab repräsentirt war; durch

P die Kraft ac, welche der Körper zur schiefen Ebene heruntertreibt; ferner durch

H die Höhe ST der schiefen Ebene, und endlich durch

L die Länge RS derselben, so haben wir

$$Q : P = L : H$$

oder

$$P = Q \frac{H}{L}.$$

Nun aber ist $\frac{H}{L} = \sin x$, wenn wir mit x den Winkel bezeichnen, welchen die schiefe Ebene mit der Horizontalen macht. Wir haben also für die Beziehung zwischen Kraft P und Last Q auf der schiefen Ebene auch die Gleichung

$$P = Q \sin x.$$

Ein Versuch mag dies noch anschaulicher machen und es bestätigen. Man lege die Last in einen kleinen Wagen und bringe diesen auf eine schiefe Ebene, so wird er bald herabrollen. Man kann dieses Herabrollen verhindern, wenn man an dem Wagen eine Schnur befestigt, welche um eine Rolle geschlungen ist, und an deren Ende ein Gewicht P hängt.

Gesetzt, die Walze a, d. h. die Last Q wiege 1000 Gramm und der Winkel x sei 30°. Für diesen Fall ist $ST = \frac{1}{2} RS$, also auch $ac = \frac{1}{2} ab$, d. h. die Kraft, welche die Walze heruntertreibt, ist der Hälfte ihres Gewichtes gleich; man wird also das Herabrollen verhindern können, wenn man das Gewicht $P = 500$ Gramm macht.

Wäre der Winkel $x = 19^0 13'$, so würde $ST = \frac{1}{3} RS$ sein, und man dürfte das Gewicht P nur $\frac{1000}{3} = 333$ Gramm machen, um das Herabrollen der Walze zu verhindern.

Da $\sin 14^0 13'$ sehr nahe gleich $\frac{1}{4}$ ist, d. h. da für den Winkel $x = 14^0 13'$ $ST = \frac{1}{4} RS$, so muß für diesen Fall $P = \frac{1}{4}\, 1000 = 250$ Gramm sein.

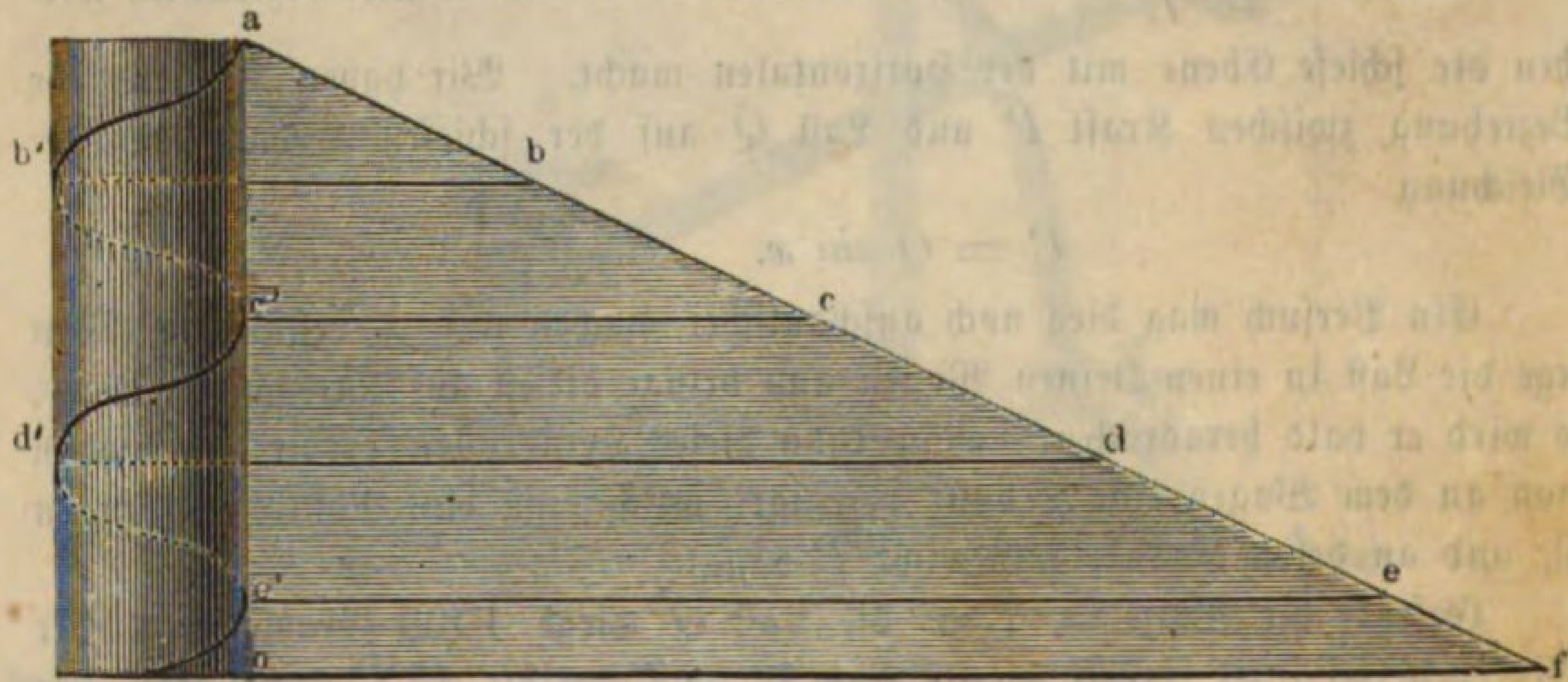
Praktische Anwendungen der schiefen Ebene kommen täglich vor. Jeder Weg, welcher eine Anhöhe hinaufführt, ist eine schiefe Ebene, auf welcher Lasten in die Höhe geschafft werden; um z. B. einen Lastwagen auf einer geneigten Chaussee aufwärts zu ziehen, muß außer der Kraft, welche nöthig ist, um die

Reibung zu überwinden, die gerade ebenso auch bei ganz horizontalen Wegen überwunden werden muß, noch eine Kraft angewandt werden, um dem mit der schiefen Ebene parallel wirkenden Antheil der Schwerkraft das Gleichgewicht zu halten. Dieser Antheil ist aber um so größer, je steiler der Weg ist. Aus diesem Grunde führt man an steilen Bergen die Chausseen nicht geradeaus, sondern man zieht es vor, große Umwege zu machen und den Weg in Windungen, die weniger steil sind, auf den Gipfel zu führen. Bei Bauten aller Art kommt es häufig vor, daß die Materialien auf schiefen Ebenen in die Höhe geschafft werden, ja häufig werden solche schiefe Ebenen auf besonders zu diesem Zwecke aufgeschlagenen Gerüsten angelegt. Diese Anwendung der schiefen Ebene war schon im grauen Alterthume bekannt; denn höchst wahrscheinlich bedienten sich ihrer die alten Aegypter, um die ungeheuren Steinblöcke in die Höhe zu schaffen, welche sie zu ihren Pyramiden verwandten.

23 **Die Schraube** ist eine um einen Cylinder herumgewundene schiefe Ebene.

Es sei *aof*, Fig 32, ein rechtwinkliges Stück Papier, dessen verticale Kathete an einem Cylinder befestigt ist. Wird nun das Papier um den Cylinder

Fig. 32.



herumgewickelt, so bildet die Hypotenuse *af* auf dem Cylinder eine Schraubenlinie, deren Lauf man in der Figur leicht verfolgen kann.

Ist *c'c* gleich dem Umfange des Cylinders, so wird beim Umwickeln *c* nach *c'* vertical unter *a* kommen. Der Punkt *b* kommt nach *b'*, *d* nach *d'* u. s. w. Die auf die hintere Seite des Cylinders fallenden Stücke der Schraubenlinie sind punktirt. Die Höhe von *a* bis *c'*, von *b'* bis *d'* u. s. w. ist die Höhe eines Schraubenganges.

Denken wir uns an der Schraubenlinie um den Cylinder ein Dreieck fortgeführt, welches die Höhe eines Schraubenganges hat, so entsteht ein sogenanntes scharfes Schraubengewinde, wie ein solches in Fig. 33 dargestellt ist; denkt man sich aber ein Viereck, dessen Höhe gewöhnlich halb so groß ist als die Höhe eines Schraubenganges, auf dieselbe Weise um den Cylinder geführt, so entsteht ein flaches Schraubengewinde; ein solches ist Fig. 34 dargestellt.

Wir haben bisher solche Schraubengewinde betrachtet, welche um einen soliden Cylinder herumgelegt sind; Schrauben, welche auf diese Weise gebildet sind, werden **Schraubenspindeln** genannt; werden aber die Gewinde auf dieselbe Weise um einen hohlen Cylinder herumgeführt, so entsteht eine **Schraubenmutter**, Fig. 35.

Fig. 33.

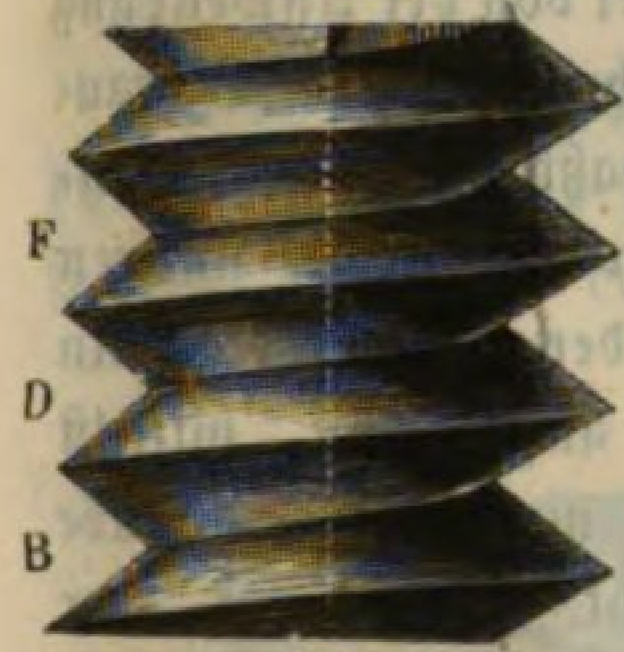


Fig. 34.

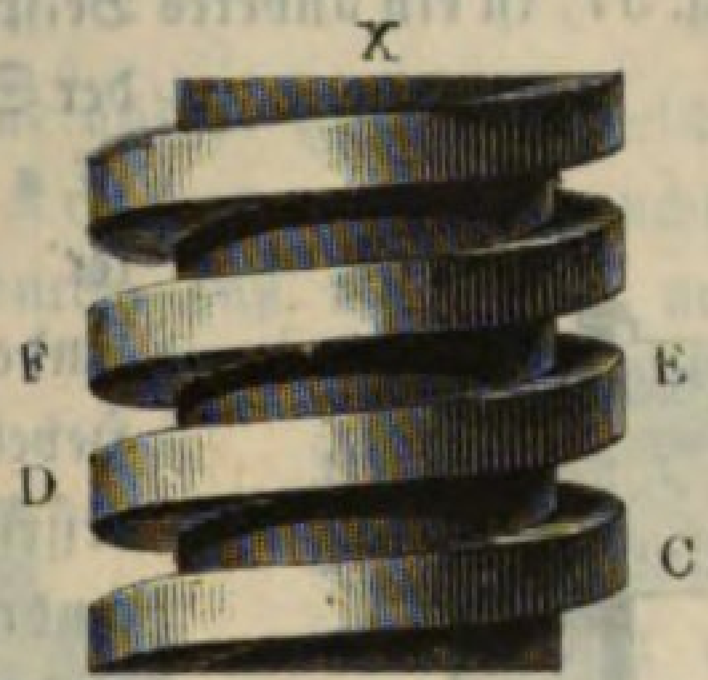
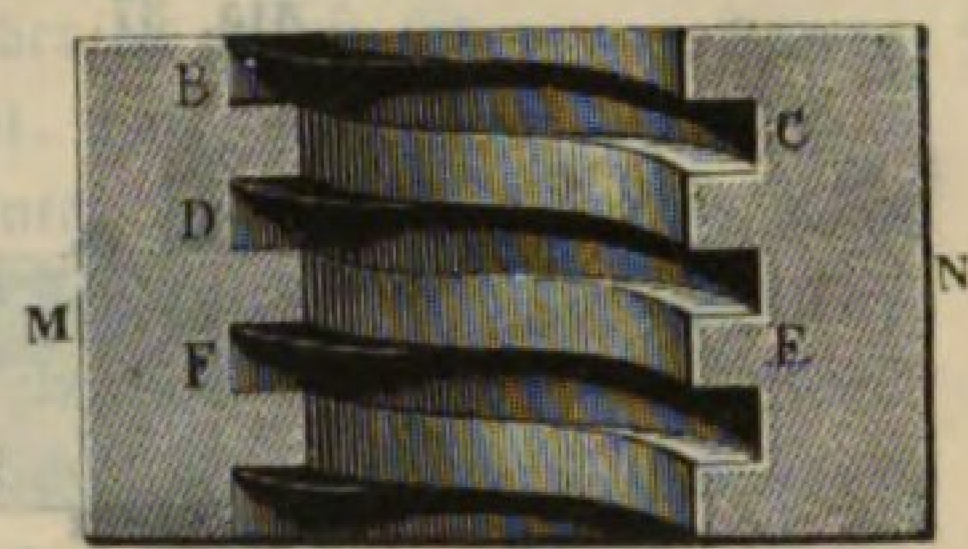


Fig. 35.



Eine Schraubenspindel ist für sich allein zum Fortschieben oder Heben einer Last, oder um einen starken Druck auszuüben, nicht zu gebrauchen; sie muß mit einer Schraubenmutter so verbunden sein, daß die Erhabenheiten der einen genau in die Vertiefungen der anderen passen. Fig. 35 stellt den Durchschnitt einer Schraubenmutter dar, welche zur Spindel Fig. 34 paßt. Ist eine Schraubenspindel *s*, Fig. 36, vertical gestellt und die Schraubenmutter *n* fest, so wird die Schraubenspindel bei jeder Umdrehung derselben um die Höhe eines Schraubenganges auf- oder niedergehen, indem die Windungen der Schraubenspindel auf den Windungen der Schraubenmutter wie auf einer schiefen Ebene auf und nieder gleiten. Sollte eine auf der Schraubenspindel liegende Last durch Umdrehung derselben gehoben werden, so ist klar, daß hier dieselben Principien gelten, wie bei einer schiefen Ebene von gleicher Steigung. Es wird sich also die (am Umfange der Spindel angebrachte) Kraft P für den Fall des Gleichgewichts an

Fig. 36.



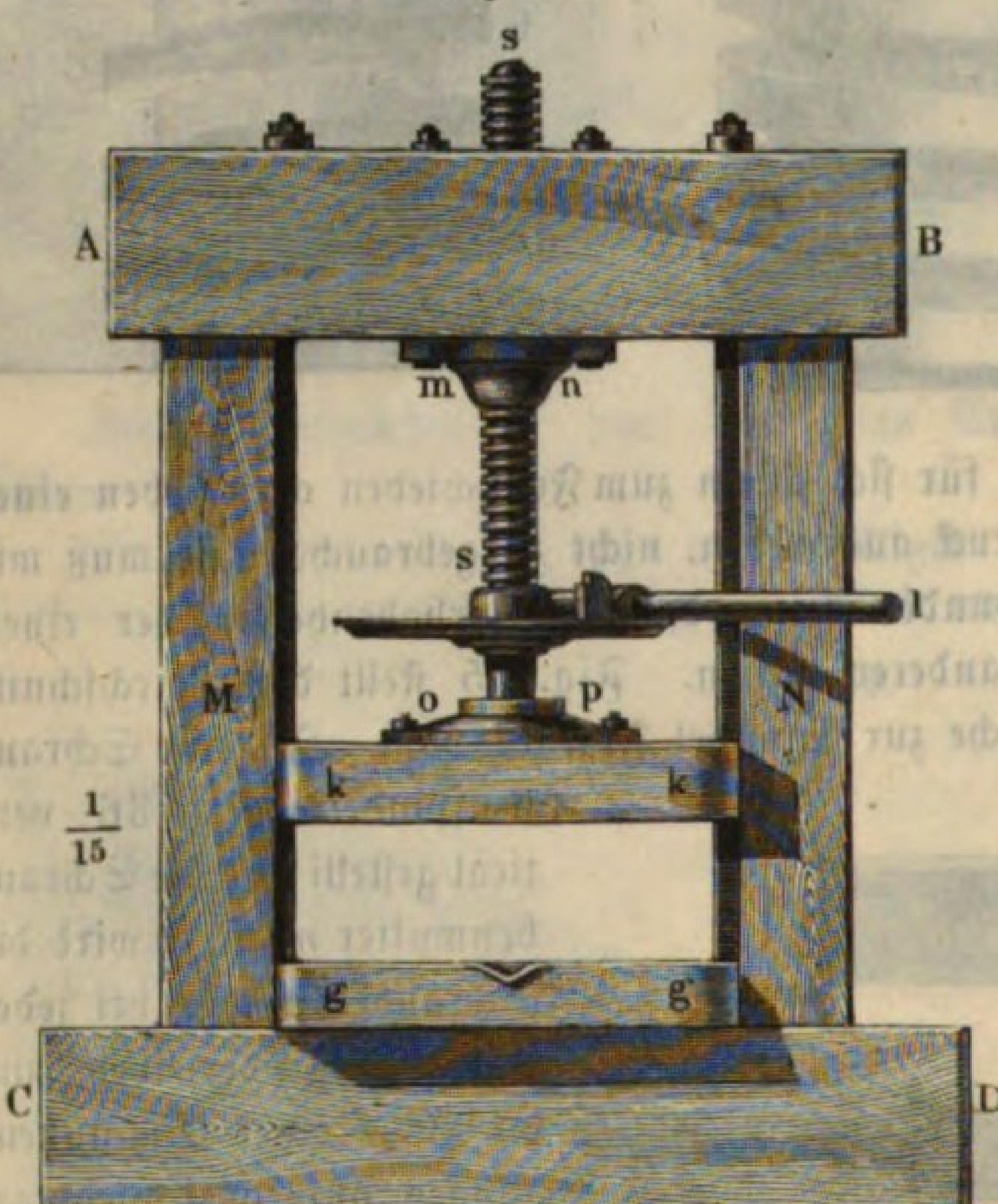
der Schraube zur Last Q verhalten, wie die Höhe des Schraubenganges H zum Umfange der Spindel U, oder es ist

$$P = Q\frac{H}{U} \text{ oder } P = Q\frac{H}{2\pi r},$$

wenn wir durch r den Radius der Schraubenspindel bezeichnen (π steht wie immer für das Peripherieverhältniß 3,14 ...).

Die Schraubenpresse, Fig. 37, ist ein anderes Beispiel von der Anwendung der Schraube. Eine Schraube s paßt in die feste Mutter mn. Am unteren Ende der Schraube ist ein Hebel angebracht, mittelst dessen man die Schraube umdreht. — Der auf- oder niedergehenden Bewegung der Schraube folgt die Preßplatte k, ohne sich jedoch mit ihr zu drehen, was durch die Posten M und N verhindert wird. Auf die Platte g wird der auszupressende Körper gelegt, welcher natürlich mit großer Kraft zusammengedrückt wird, wenn man die Schraube in der entsprechenden Richtung dreht.

Fig. 37.



Um den Effect einer Schraube richtig zu berechnen, darf man die Reibung nicht außer Acht lassen, die hier eine große Rolle spielt, wie wir später noch sehen werden. Um aus der Schraube eine kräftige Maschine zu machen, läßt man die Kraft, welche die Umdrehungen bewirkt, nicht direct am Umfange der Schraube, sondern an einem größeren Hebelarme wirken, wie wir dies bei der Schraubenpresse gesehen haben.

Auch zu anderen Zwecken als zur Ausübung eines großen Druckes wird die Schraube noch angewandt. Eine Schraube, welche in ihrer Längenrichtung nicht verschiebbar ist, wird eine bewegliche Schraubenmutter bei jeder Umdrehung um einen Schraubengang voranschieben; bei gleichförmiger Umdrehung der Schraube wird also auch die Mutter mit gleichmäßiger Geschwindigkeit fortgeschoben. Darauf beruht das gleichmäßige Fortschieben des Supports an Drehbänken u. s. w.

Da bei einigermaßen feinen Schraubengängen selbst einer ganzen Umdrehung des Schraubenkopfes nur ein sehr geringes Fortschieben entspricht, so benutzt man bei Meßinstrumenten eine feine Schraube zur genaueren Einstellung. — Da man, wenn der Schraubenkopf einigermaßen groß und in Grade eingetheilt ist, noch den 360sten Theil einer ganzen Umdrehung messen kann, so ist

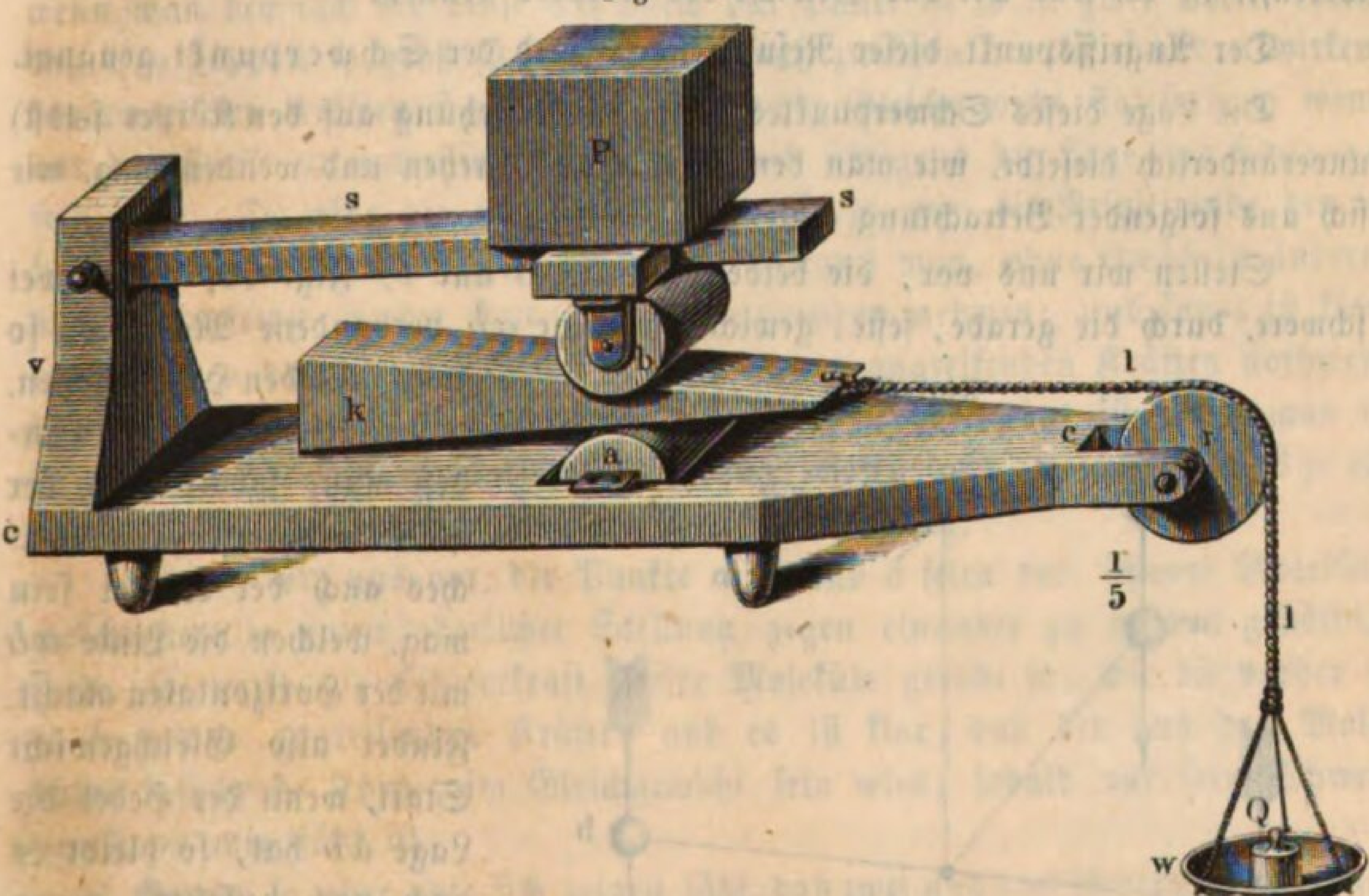
man auch im Stande, vermittelst einer solchen Schraube noch ein Fortschieben um den 360sten Theil der ohnehin schon geringen Höhe eines Schraubenganges zu messen; eine feine Schraube kann also als **Mikrometerschraube** zur Hervorbringung und Messung sehr kleiner Längenverschiebungen angewandt werden. In dieser Weise benutzt man die Mikrometerschraube bei Mikroskopen zur Messung kleiner Gegenstände.

Der Keil. Eine andere Form, in welcher die schiefe Ebene zur Anwen- 24
dung kommt, ist der **Keil**; er wird gebraucht, um Holz und Steinmassen zu spalten, Fig. 38; dadurch, daß man Keile unter die Kiele der Schiffe treibt, werden sie auf den Werften gehoben; das Auspressen des Oels aus dem zerriebenen Samen wird gewöhnlich durch Eintreiben von Keilen bewerkstelligt u. s. w. Alle unsere Schneidewerkzeuge, Messer, Scheeren, Meißel u. s. w. sind nichts anderes als Keile. Daß die Wirkung des Keils sich wirklich auf die der schiefen Ebene zurückführen läßt, kann man durch den Apparat, Fig. 39, erläutern.

Fig. 38.



Fig. 39.



Der Keil k soll zwischen den Rollen a und b hindurchgezogen werden. a ist fest, b an dem beweglichen Brette s befestigt. Auf s liegt ein Gewicht P; mit einem kleinen Gewichte Q, welches in der Wagschale w liegend den Keil nach der Rechten zieht, kann man eine verhältnißmäßig große Last heben, und zwar eine um so größere, je schmäler der Rücken des Keils im Vergleich zu seiner Länge ist.

Aus der Theorie der schiefen Ebene läßt sich leicht ableiten, daß zwischen

der Kraft Q und der Last P am Keil Gleichgewicht stattfindet, wenn

$$Q = P \sin \alpha,$$

vorausgesetzt, daß die Last P rechtwinklig auf die Seitenfläche, die Kraft Q rechtwinklig gegen den Rücken wirkt und daß mit α der Winkel der Schneide bezeichnet wird.

Wenn der Winkel α nicht so groß ist, läßt sich das Gesetz des Gleichgewichtes am Keil in Worten auch so ausdrücken: Eine Kraft Q, welche rechtwinklig gegen den Rücken des Keils wirkt, hält einem rechtwinklig gegen die Seite des Keils wirkenden Druck P das Gleichgewicht, wenn sich Q zu P verhält, wie die Breite des Keilrückens zur Länge des Keils.

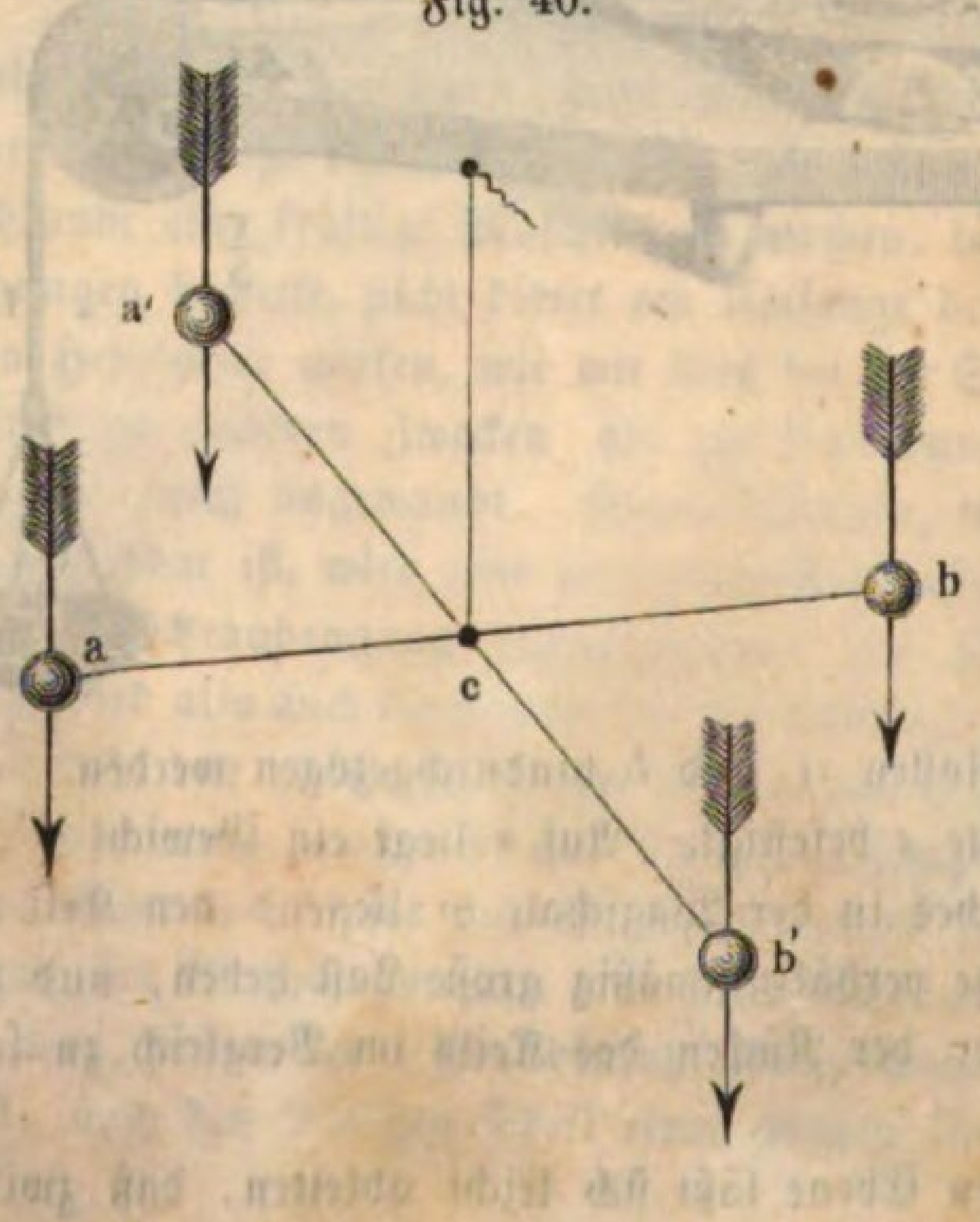
25 **Schwerpunkt.** Ein jeder fester Körper, z. B. ein Stein, ein Stück Holz u. s. w., besteht aus einer gewissen Anzahl von Molekülen, welche in bestimmter gegenseitiger Stellung zu einem Ganzen verbunden sind. Auf jedes dieser Moleküle wirkt die Schwere und treibt es mit einer bestimmten Kraft gegen die Erde hin. Die Richtung der Schwerkraft ist für alle Moleküle dieselbe, der ganze Körper wird also durch eine Reihe unter sich paralleler Kräfte gegen die Erde getrieben, und die Resultirende (die Summe) aller dieser Elementarkräfte ist es, was wir das Gewicht des Körpers nennen.

Der Angriffspunkt dieser Resultirenden wird der Schwerpunkt genannt.

Die Lage dieses Schwerpunktes bleibt (in Beziehung auf den Körper selbst) unveränderlich dieselbe, wie man den Körper auch drehen und wenden mag, wie sich aus folgender Betrachtung ergiebt.

Stellen wir uns vor, die beiden Punkte a und b, Fig. 40, seien zwei schwere, durch die gerade, feste, gewichtlose Linie ab verbundene Moleküle, so folgt aus den Hebelgesetzen, daß Gleichgewicht stattfinden muß, sobald nur der Punkt c unterstützt ist, welches auch der Winkel sein mag, welchen die Linie ab mit der Horizontalen macht. Findet also Gleichgewicht Statt, wenn der Hebel die Lage ab hat, so bleibt es auch noch bestehen, wenn man ihn in die Lage $a'b'$ bringt. Der Punkt c ist der Schwerpunkt des aus den beiden schweren Molekülen a und b bestehenden Körpers. Ohne das Gleichgewicht zu stören, kann

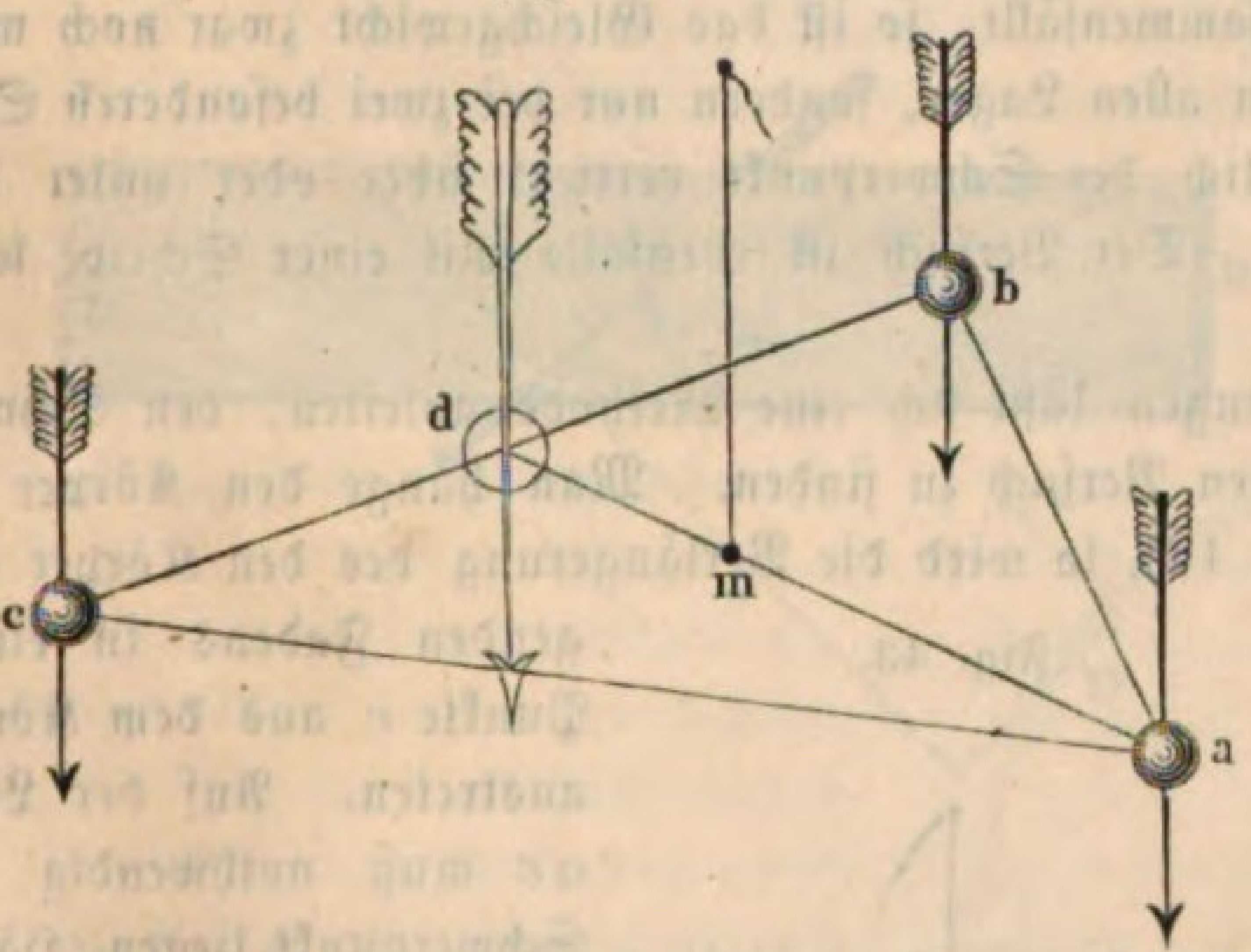
Fig. 40.



man die Wirkungen der Schwerkraft der beiden Moleküle im Schwerpunkte *c* vereinigt denken.

Wenn an den drei Eckpunkten eines starren gewichtlosen Dreiecks *a b c* (Fig. 41) drei gleiche parallele Kräfte wirken, so ist es leicht, den Angriffspunkt ihrer Mittelkraft zu bestimmen. Ohne das Gleichgewicht zu stören, kann man die beiden in *b* und *c* wirkenden Kräfte in der Mitte *d* der Linie *b c* vereinigen; und so ist die Wirkung der drei Kräfte auf die Wirkung von zweien reducirt, welche in den Punkten *a* und *d* angreifen. Die in *d* angreifende Kraft ist doppelt so groß als die in *a* angreifende; wenn man demnach die Linie *a d* durch den Punkt *m* so in zwei Theile theilt, daß *a m* doppelt so groß ist als *d m*, so muß zwischen den in *d* und *a* wirkenden parallelen Kräften $2p$ und p nothwendig Gleichgewicht stattfinden, wenn nur der Punkt *m* unterstützt ist, welches auch übrigens die Lage der Linie *a d* sein mag. Da aber die in *d* wirkende Kraft ja nur die Resultirende der in *b* und *c* wirkenden parallelen Kräfte ist, so kann man, ohne etwas zu ändern, auch diese selbst wieder statt ihrer Resultirenden nehmen; und somit ist klar, daß zwischen den drei parallelen in *a*, *b* und *c* angreifenden Kräften nothwendig Gleichgewicht besteht, wenn nur der Punkt *m* unterstützt ist, oder man in *m* eine Kraft in entgegengesetzter Richtung wirken läßt, welche gleich $3p$ ist, welches auch übrigens die Lage des Dreiecks sein mag.

Fig. 41.



Stellen wir uns vor, die Punkte *a*, *b* und *c* seien drei schwere Moleküle, welche stets in unveränderlicher Stellung gegen einander zu bleiben genöthigt sind, so wirkt die Schwerkraft dieser Moleküle gerade so, wie die vorher in *a*, *b* und *c* angreifenden Kräfte; und es ist klar, daß der aus drei Molekülen bestehende Körper im Gleichgewicht sein wird, sobald nur sein Schwerpunkt *m* unterstützt ist.

Gerade so aber, wie sich zeigen läßt, daß zwei und drei schwere, fest verbundene Moleküle einen Schwerpunkt haben müssen, so kann man auch einsehen, daß je vier, fünf, sechs ꝛc. fest verbundene Moleküle einen solchen Schwerpunkt haben müssen, daß endlich jeder feste Körper einen unveränderlichen Schwerpunkt haben muß, wie groß auch die Anzahl der Moleküle sein mag, aus denen er besteht.

Damit ein schwerer Körper im Gleichgewichte sei, braucht also nur eine einzige Bedingung erfüllt zu sein, nämlich die, daß sein Schwerpunkt unterstützt ist.

Wenn demnach der Schwerpunkt eines Körpers für sich selbst ein fester Punkt ist, so mag man den Körper auf alle nur mögliche Weisen drehen, er wird immer im Gleichgewichte sein. Man kann den Versuch mit einer homogenen Scheibe machen, die man um eine horizontale, feste Axe dreht, welche durch ihren Schwerpunkt geht. Wenn ein Körper in einem Punkte unterstützt ist, welcher nicht mit dem Schwerpunkte zusammenfällt, so ist das Gleichgewicht zwar noch möglich, aber es findet nicht in allen Lagen, sondern nur bei zwei besonderen Stellungen Statt, wenn nämlich der Schwerpunkt vertical über oder unter dem Unterstützungspunkte liegt. Der Versuch ist ebenfalls mit einer Scheibe leicht anzustellen.

Aus diesen Betrachtungen läßt sich eine Methode ableiten, den Schwerpunkt der Körper durch den Versuch zu finden. Man hänge den Körper an einem Punkte *a* auf (Fig. 42), so wird die Verlängerung des den Körper tragenden Fadens in einem Punkte *c* aus dem Körper austreten. Auf der Linie *ac* muß nothwendig der Schwerpunkt liegen. Hängt man den Körper in einem zweiten Punkte *b*, Fig. 43, auf, so muß der Schwerpunkt abermals auf der Verlängerung des Fadens, also auf der Linie *bd*, liegen; der Schwerpunkt liegt also auf dem Durchschnittspunkte der Linien *bd* und *ac*. Der Schwerpunkt von homogenen ebenen Scheiben ist nach dieser Methode leicht zu bestimmen; bei anderen Körpern ist es jedoch mit Schwierigkeiten verbunden, die Verlängerung des verticalen Fadens durch das Innere des Körpers genau zu ermitteln.

Fig. 42.

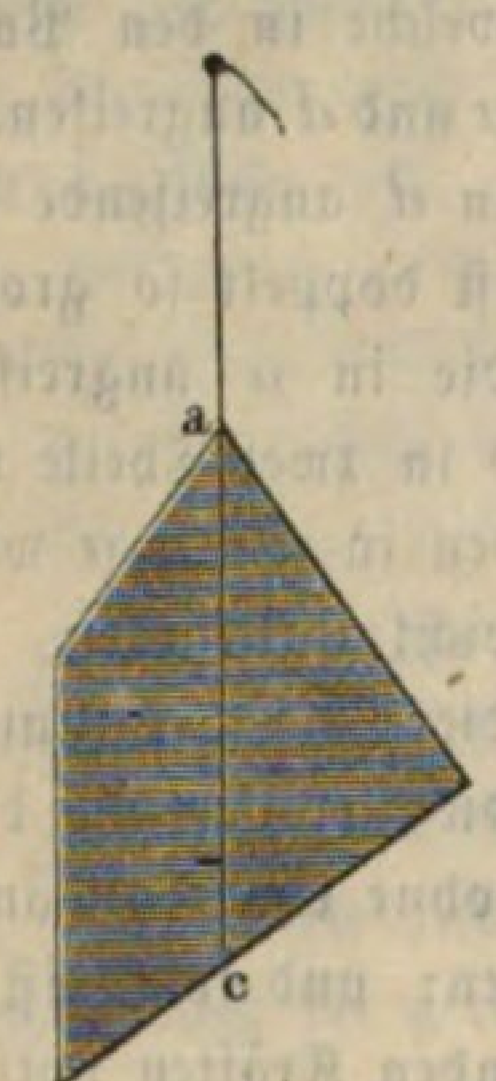
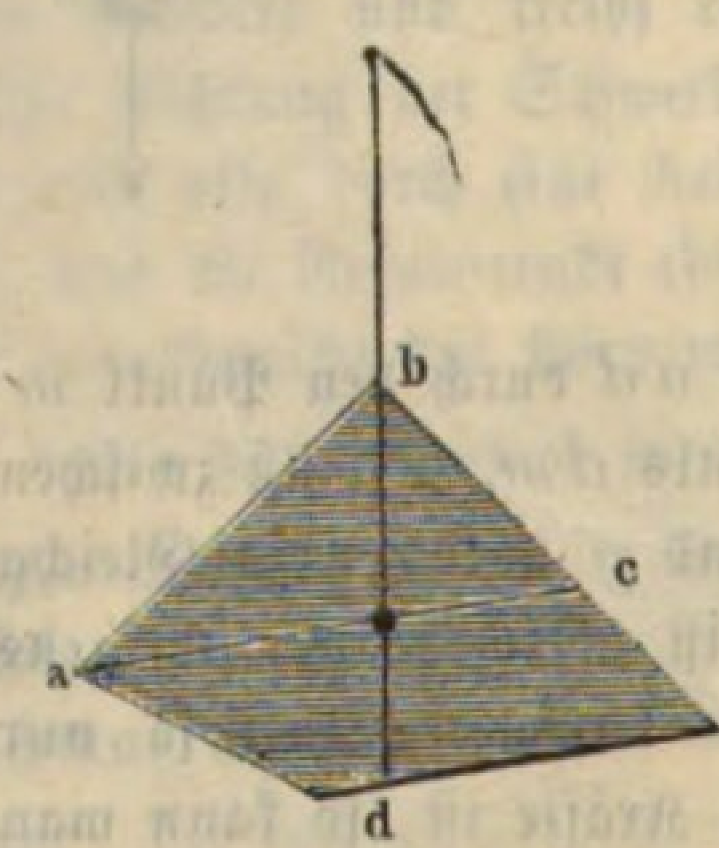


Fig. 43.



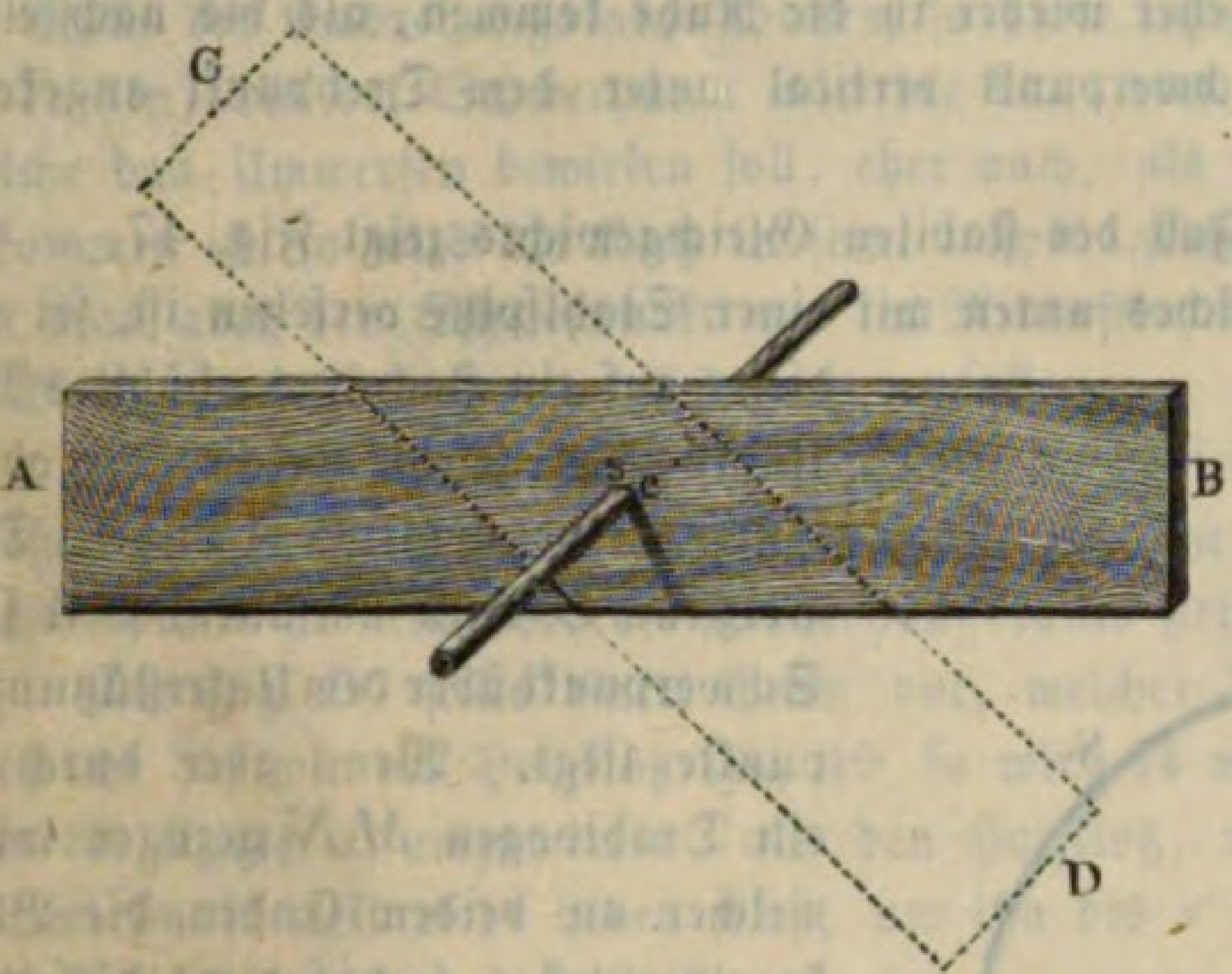
Der Schwerpunkt homogener Körper von regelmäßiger Gestalt läßt sich durch einfache geometrische Betrachtungen bestimmen.

26 **Vom Gleichgewicht.** Wir haben schon gesehen, daß die einzige Gleichgewichtsbedingung schwerer Körper die ist, daß ihr Schwerpunkt unterstützt sein muß. Diese Bedingung aber kann auf verschiedene Weise erfüllt sein, je nachdem die Körper in festen Punkten aufgehängt sind oder auf Stützpunkten ruhen.

Betrachten wir zunächst einen Körper, der an einem festen Punkte gleichsam aufgehängt ist, um welchen er sich frei drehen kann, so ist er nur dann im Gleichgewichte, wenn sein Schwerpunkt *s* mit jenem festen Drehpunkte *c* in einer Verticallinie liegt. Was die gegenseitige Lage dieser Punkte betrifft, so sind folgende drei Fälle möglich:

1) Der feste Punkt *c* (die feste Drehungsaxe) geht durch den Schwerpunkt des Körpers selbst hindurch, wie dies z. B. Fig. 44 darstellt. In diesem Falle liegen *s* und *c* jedenfalls in einer Verticalen, welche Lage man übrigens auch dem Körper giebt; es findet also Gleichgewicht Statt, wie er auch gestellt sein mag, für die Stellung *AB* also ebenso gut wie für die Stellung *CD*.

Fig. 44.



Es ist dies der Fall des indifferenten Gleichgewichtes.

2) Der Schwerpunkt *s* liegt vertical unter dem Drehpunkt *c*, Fig. 45. Dreht man den Körper aus dieser Lage heraus, so daß etwa der Schwerpunkt nach *s'* kommt, so führt die Schwerkraft den Körper wieder in die Gleichgewichtslage zurück, sobald die störende Kraft zu wirken aufhört. Ein solches Gleichgewicht wird ein festes oder stabiles genant. Ist endlich

3) der Schwerpunkt *s* des Körpers vertical über dem Drehpunkte, wie Fig. 46, so befindet sich der Körper im Zustande des labilen oder veränderlichen Gleichgewichts; denn wenn die geringste störende Kraft den Körper aus

Fig. 45.

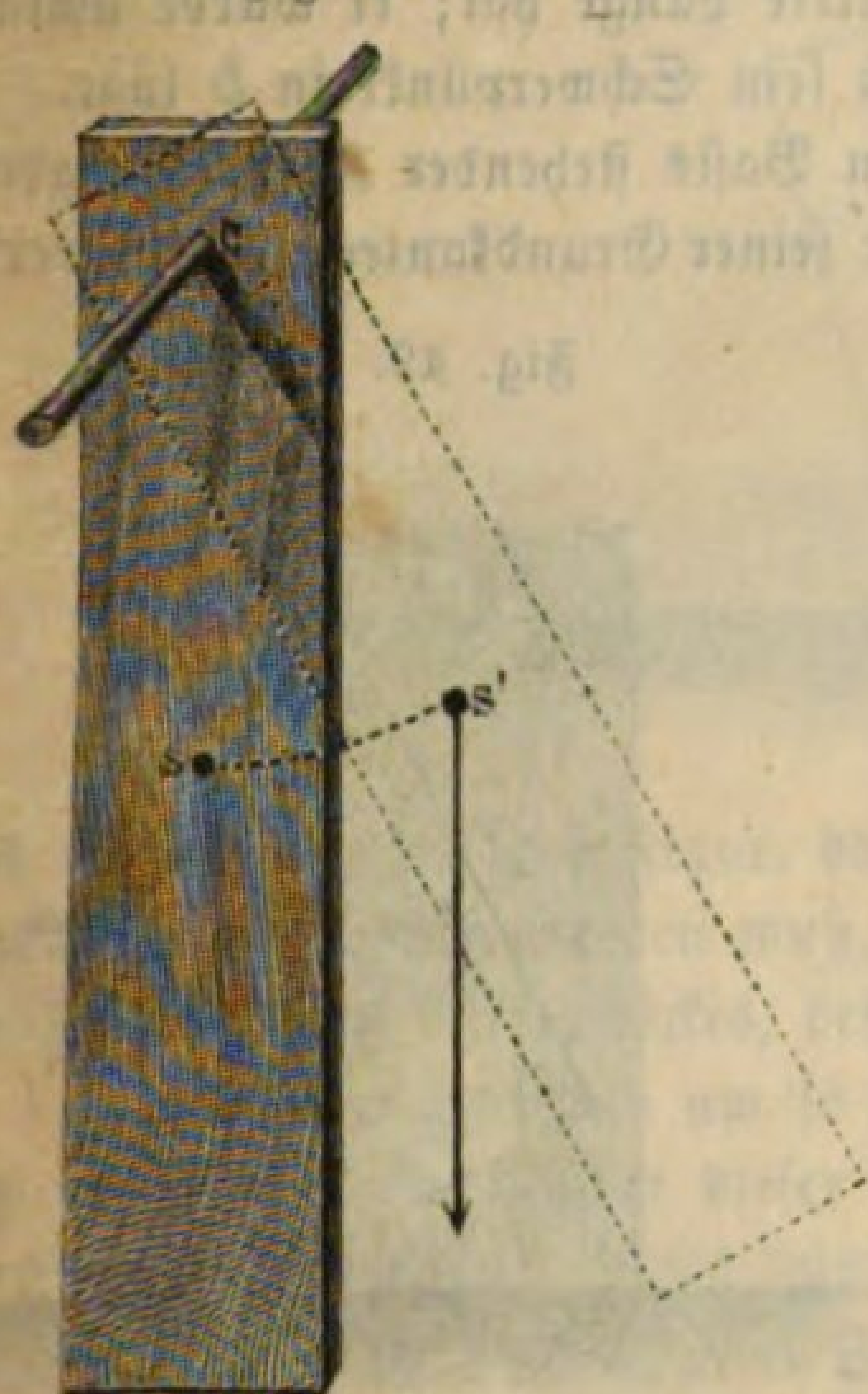
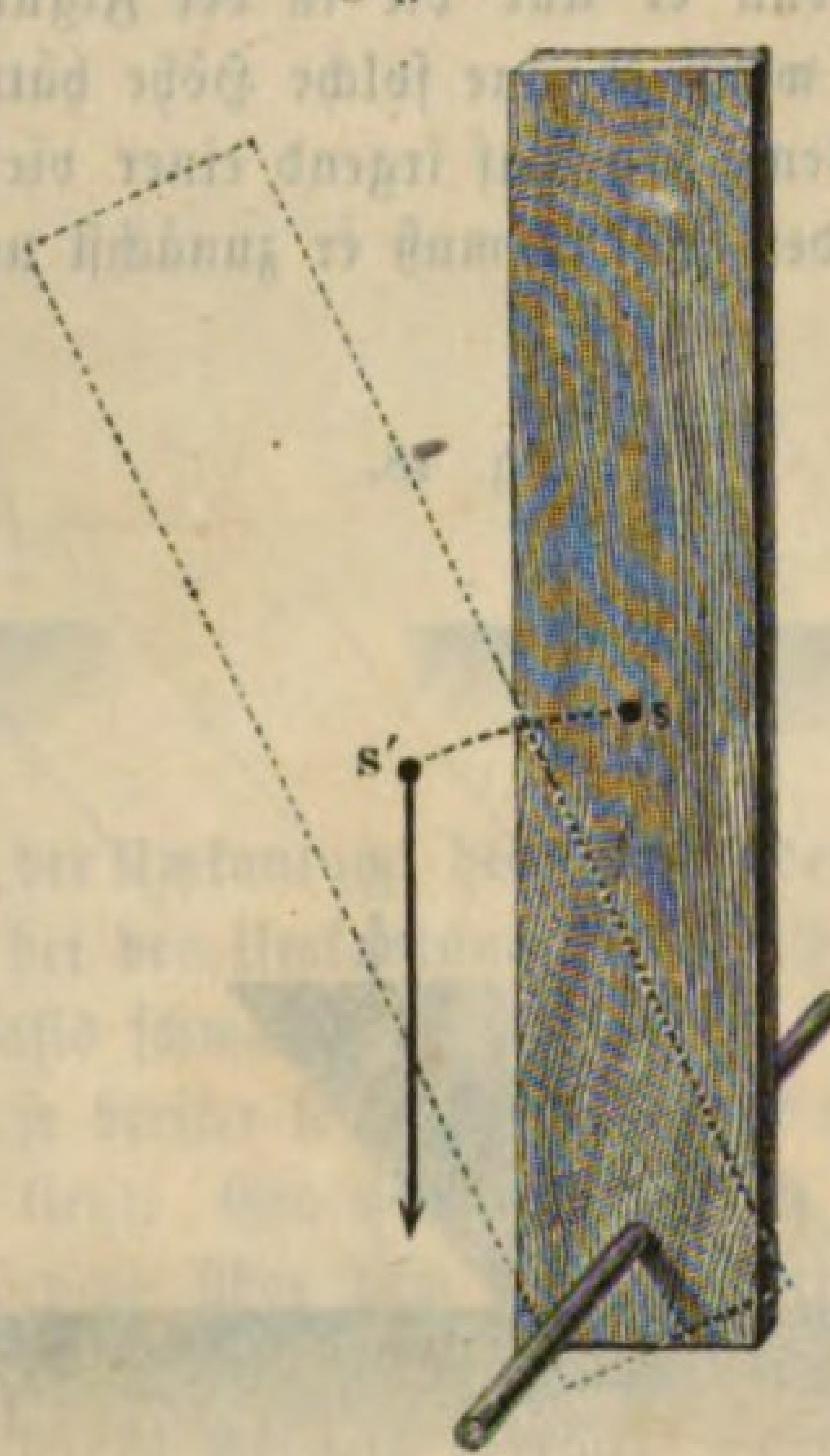


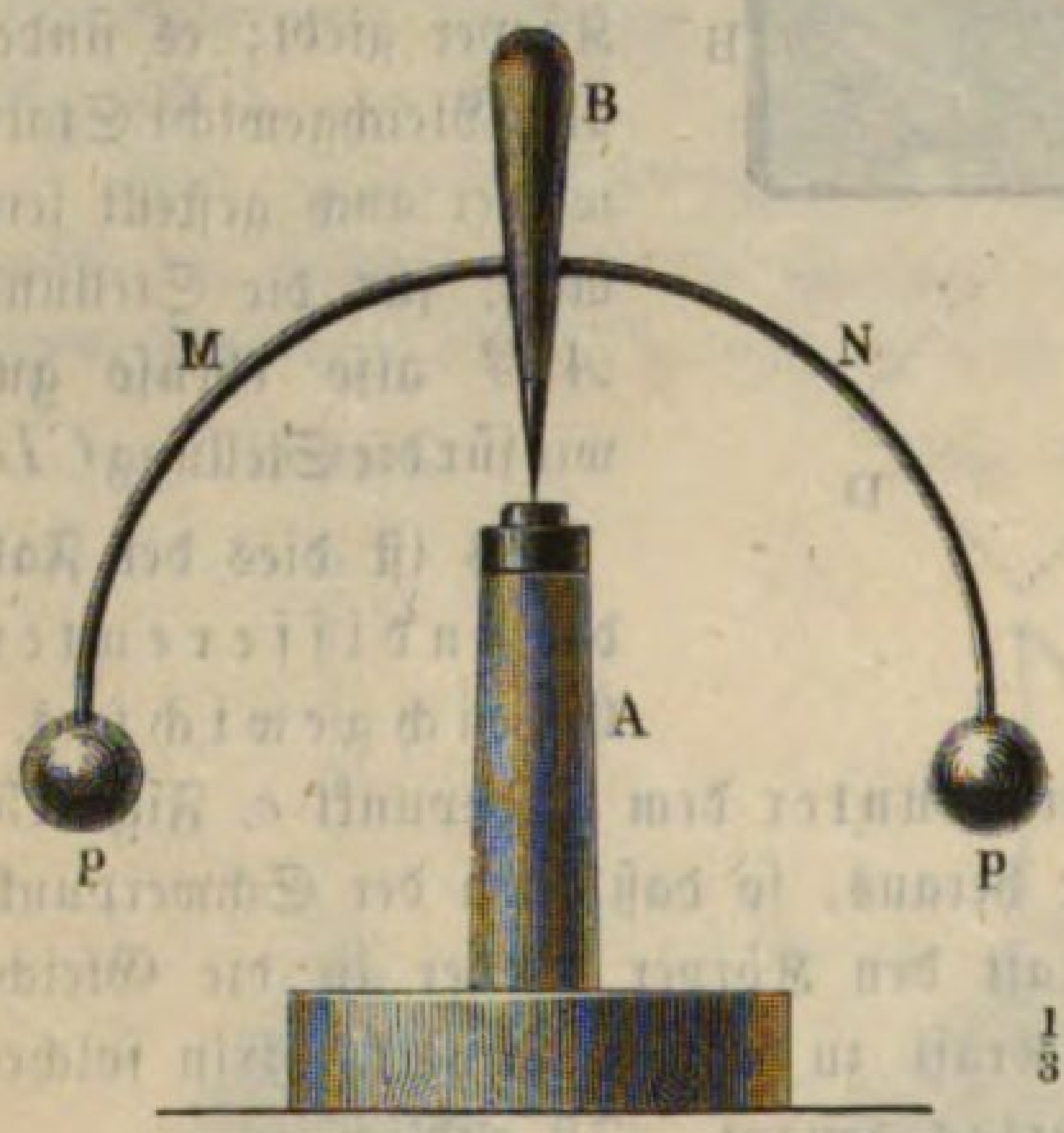
Fig. 46.



dieser Lage herausbringt, so wirkt die im Schwerpunkte s' angreifende Schwerkraft des Körpers dahin, ihn noch weiter von seiner Gleichgewichtslage zu entfernen, und er kann nicht eher wieder in die Ruhe kommen, als bis nach einer halben Umdrehung der Schwerpunkt vertical unter dem Drehpunkt angekommen ist.

Einen interessanten Fall des stabilen Gleichgewichts zeigt Fig. 47. Ein Holzstück B, welches unten mit einer Stahlspitze versehen ist, sei mit

Fig. 47.



dieser auf ein flach ausgehöhltes Metallstückchen gesetzt, welches die obere Endfläche des Statives A bildet. Das Holzstück B wird umfallen, weil sein Schwerpunkt über dem Unterstützungspunkte liegt. Wenn aber durch B ein Drahtbogen MN gezogen wird, welcher an beiden Enden die Bleikugeln p trägt, so daß durch dieselben der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Holzstückes B und der Bleikugeln unter die Stahlspitze fällt, so findet nun ein stabiles Gleichgewicht Statt, B fällt nicht mehr um; der Körper ist jetzt eigentlich aufgehängt.

Wenn ein Körper mit mehr oder weniger breiter Basis auf dem Boden steht, so muß die durch seinen Schwerpunkt gezogene Verticale noch die Basis selbst treffen, wenn Gleichgewicht stattfinden soll. Demnach muß der schiefe Cylinder (Fig. 48) im Gleichgewichte sein, wenn er nur die in der Figur schattirte Länge hat; er würde umfallen müssen, wenn er eine solche Höhe hätte, daß sein Schwerpunkt in b läge.

Wenn ein auf irgend einer vieleckigen Basis stehender Körper umgeworfen werden soll, so muß er zunächst um eine seiner Grundkanten gedreht werden,

Fig. 48.

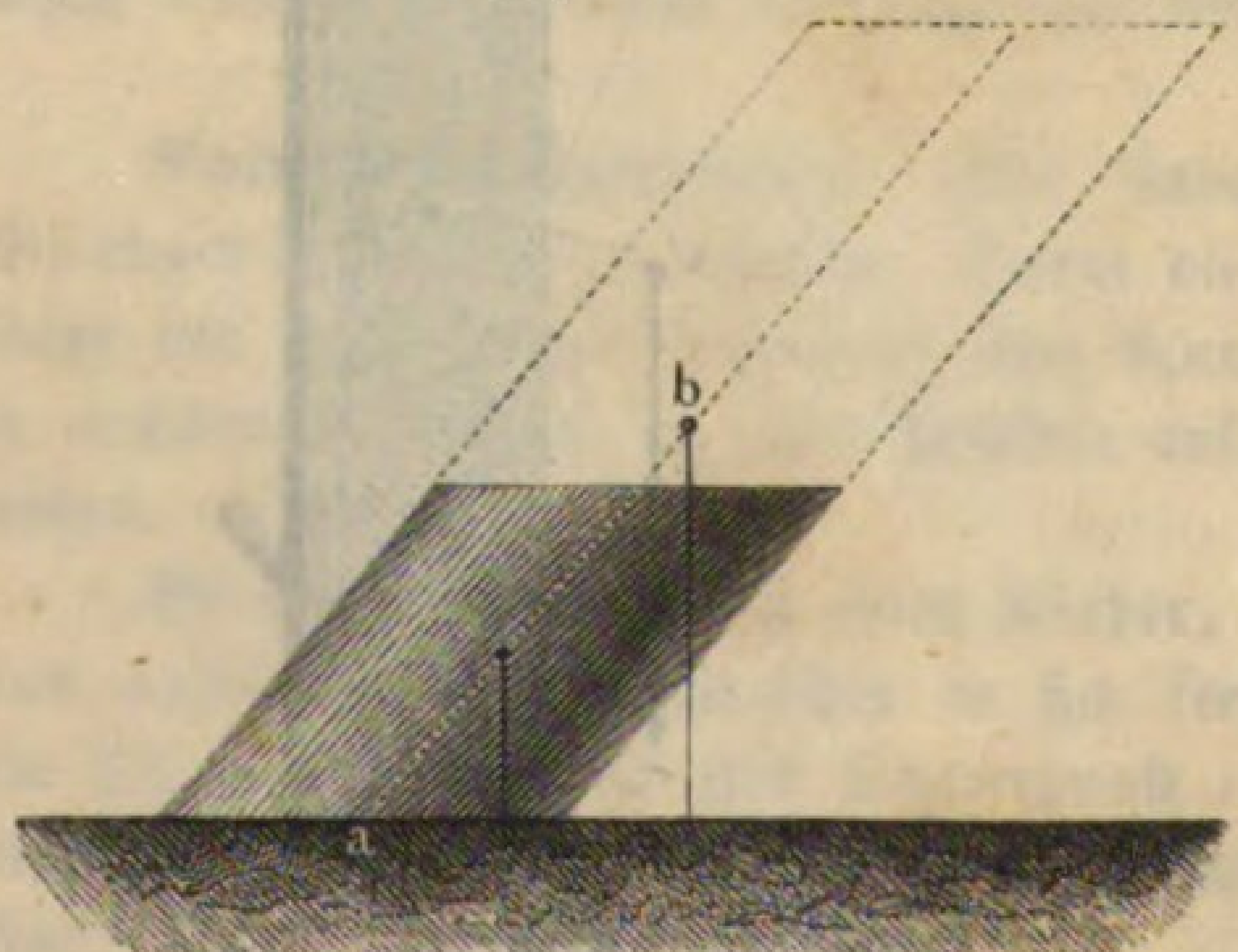
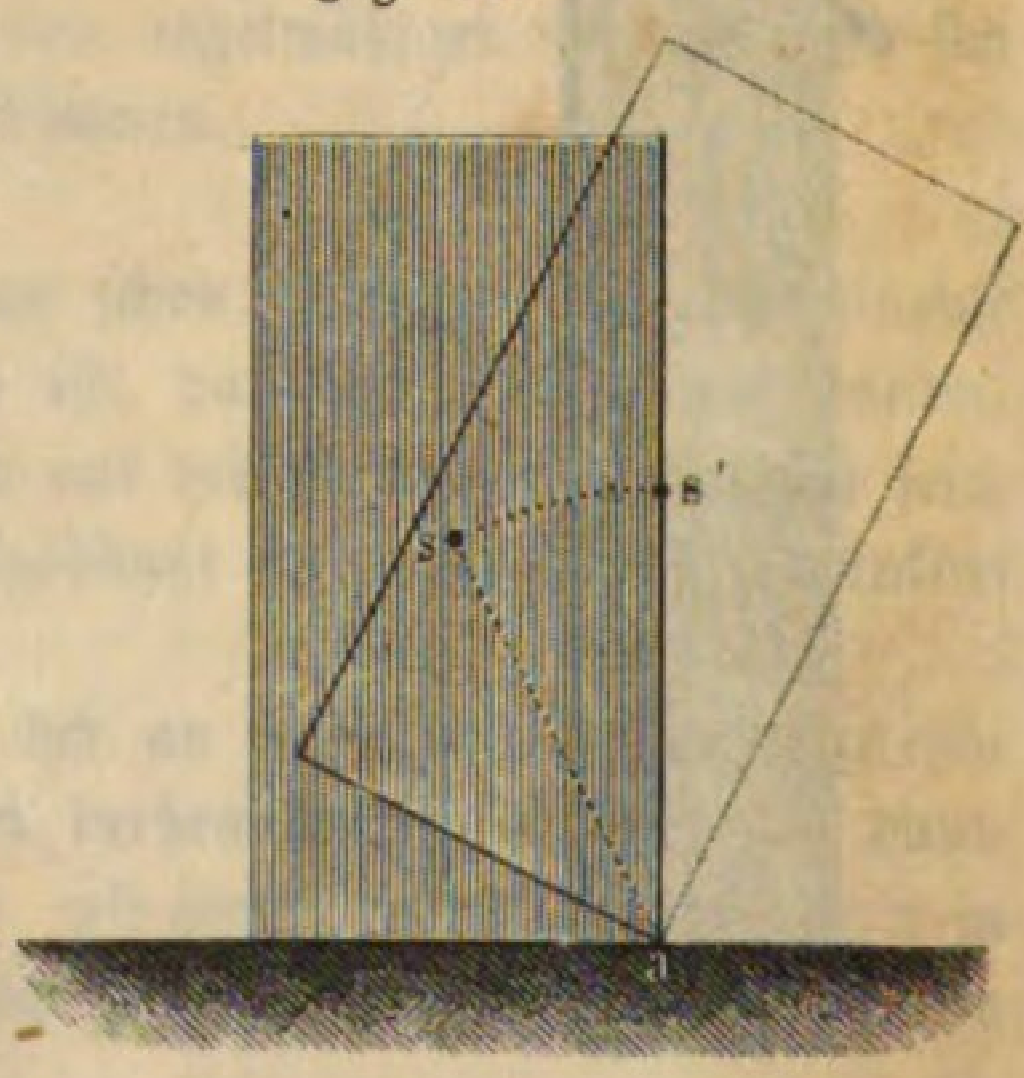


Fig. 49.



bis sein Schwerpunkt vertical über dieser Umdrehungskante steht. Sollte z. B. der in Fig. 49 dargestellte Kloß umgeworfen werden, und dabei die Kante *a* die Rolle der Umdrehungskante spielen, so hätte man zunächst den Kloß so weit zu drehen, bis der Schwerpunkt *s* in die Lage von *s'* kommt; ließe die Kraft, welche das Umwerfen bewirken soll, eher nach, als der Schwerpunkt in *s'* angekommen ist, so wird der Kloß in seine ursprüngliche Lage zurückfallen müssen; hat man aber den Schwerpunkt nur im Mindesten über *s'* hinausgebracht, so wird nun der Körper von selbst ganz umfallen.

Ein Körper wird um so fester stehen, d. h. seine **Stabilität** ist um so größer, je mehr Kraft man anwenden muß, um ihn so weit zu drehen, bis der Schwerpunkt vertical über der Umdrehungskante steht.

Die Fig. 50 stelle einen Stein vor, welcher dieselbe Basis und dasselbe Gewicht hat wie der Holzkloß Fig. 49, so wird es viel schwerer sein, den Stein um die Kante *a* umzuwerfen, als den Holzkloß, weil man beim Stein den Schwerpunkt weit mehr heben muß, um ihn bis *s'* zu bringen, als dies beim Holzkloß, Fig. 49, der Fall ist.

Daraus ergiebt sich, daß unter übrigens gleichen Umständen **ein Körper um so fester steht, je tiefer sein Schwerpunkt liegt.** Ein hochbeladener Wagen wird also leichter umfallen als ein anderer, der mit gleichem Gewicht, aber nicht zu derselben Höhe geladen ist. Es ergiebt sich daraus auch die Regel, daß man beim Laden von Wagen die schwereren Gegenstände so weit als möglich in den unteren Theil des Wagens bringen muß.

Ein Körper steht auch um so stabiler, je breiter unter übrigens gleichen Umständen seine Basis ist. Es stelle z. B. Fig. 50 einen Stein, Fig. 51 aber ein Metallstück von gleichem Gewicht und gleicher Höhe dar, so

Fig. 50.

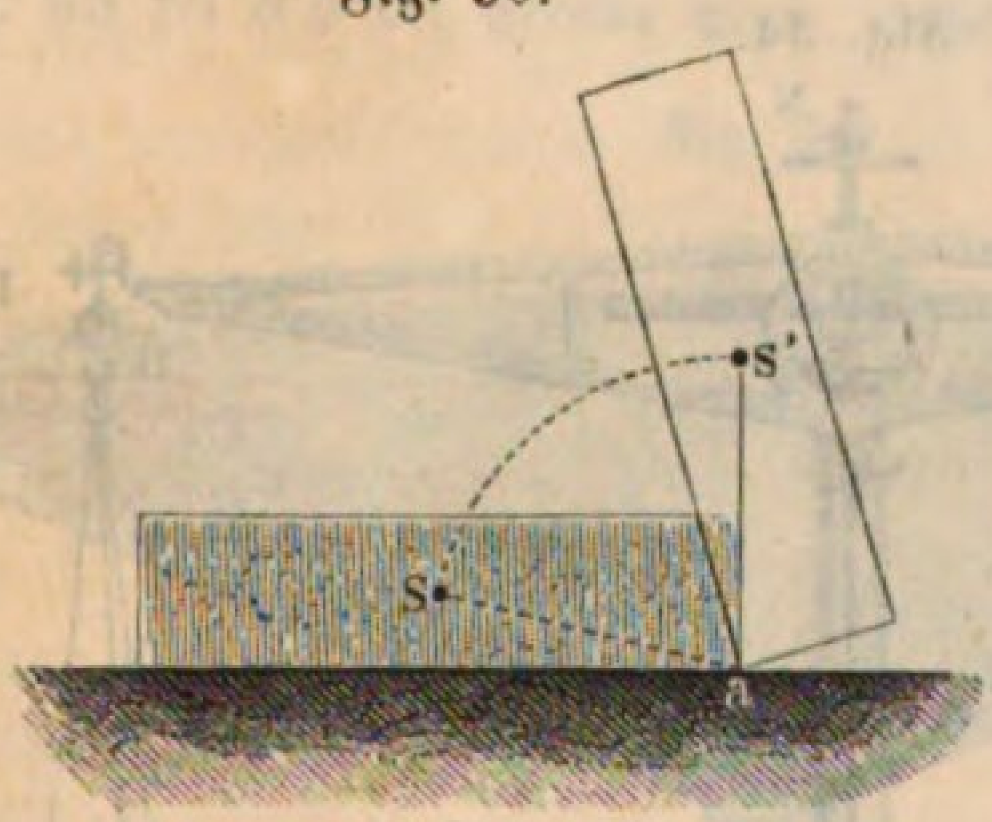
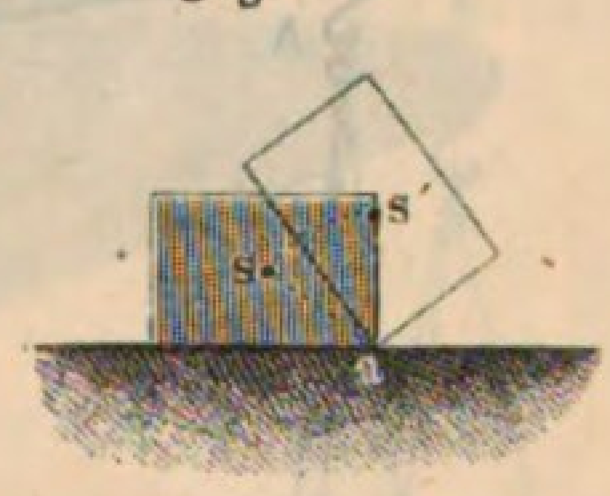


Fig. 51.



sieht man schon aus der Figur, daß bei der Umkantung des Steins der Schwerpunkt höher gehoben werden muß, als bei der Umkantung des gleich schweren und gleich hohen Metallstückes, dessen Basis schmäler ist.

Ein Körper steht also um so fester, je breiter seine Basis ist und je weniger hoch sein Schwerpunkt über dieser Basis liegt. Ein vierfüßiges Thier steht fest, wenn der Schwerpunkt seines ganzen Körpers über dem Viereck liegt, welches auf dem Boden durch seine vier Füße bezeichnet ist. Wenn ein Mensch seinen Arm aufhebt, so wird der Schwerpunkt seines Körpers verrückt; wenn ein Vo-

gel seinen Hals ausstreckt, so wird sein Schwerpunkt bedeutend nach vorn gerückt. Ein Mensch, welcher Lasten trägt, muß, je nach der Art des Tragens, seine Stellung ändern. Trägt er die Last auf dem Rücken (Fig. 52) so muß er sich vorbeugen, trägt er sie in der linken Hand (Fig. 53), so muß er den

Fig. 52.



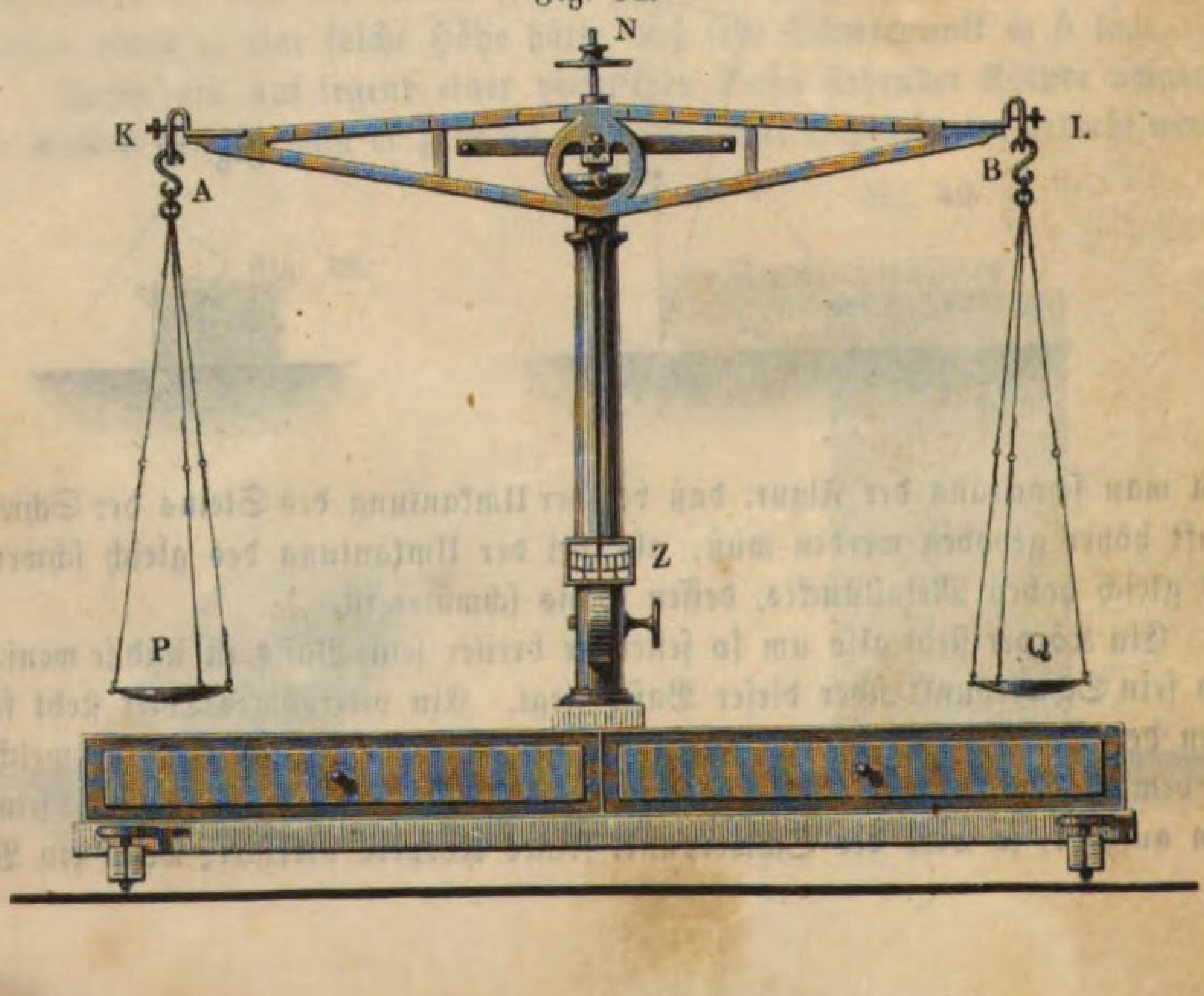
Fig. 53.



Oberkörper rechts neigen, denn sonst fiele der gemeinschaftliche Schwerpunkt des menschlichen Körpers und der getragenen Last außerhalb der Verbindungslinie der Füße, er müßte also umfallen.

27 **Die Wage.** Die gewöhnliche Wage besteht im Wesentlichen aus einem Stabe, einem Balken, welcher um eine wagerechte feste Axe drehbar ist, die sich in der Mitte seiner Länge befindet. Ohne Belastung an den Enden soll der

Fig. 54.



Wagbalken eine vollkommen horizontale Lage annehmen. Auf beiden Seiten des Wagbalkens hängen Wagschalen, welche zur Aufnahme des zu wägenden Körpers und der Gewichte dienen. Bei gleicher Belastung der Wagschalen muß der Wagbalken seine horizontale Stellung beibehalten; bringt man jedoch in die eine Schale ein Uebergewicht, so muß sich der Wagbalken nach dieser Seite senken.

Wir wollen nun untersuchen, durch welche Einrichtung den eben ausgesprochenen Forderungen Genüge geleistet werden kann. Denken wir uns vorerst die Wagschalen noch weg, und nehmen wir an, der Wagbalken sei in seinem Schwerpunkte unterstützt, so haben wir den Fall eines indifferenten Gleichgewichts; der Wagbalken wird bei jeder beliebigen Neigung gegen die Horizontale im Gleichgewicht sein. Eine solche Vorrichtung erfüllt also die erste Forderung nicht, daß der Wagbalken für sich, ohne Belastung an den Enden, eine horizontale Lage annehmen muß. Dieser Forderung kann nur dadurch genügt werden, daß der Schwerpunkt des Wagbalkens unter seinem Drehpunkte liegt.

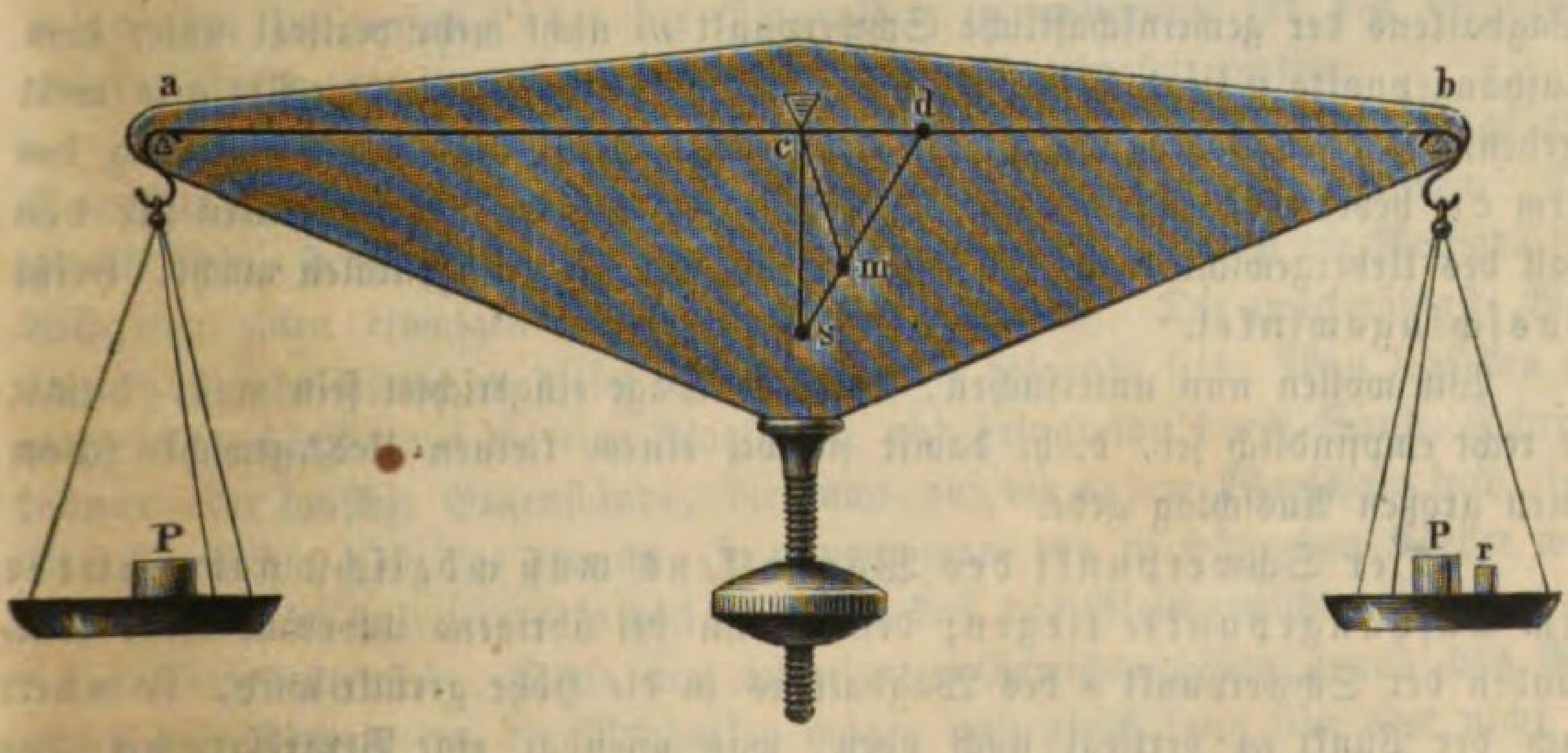
Denken wir uns rechtwinklig auf die Längenaxe des Wagbalkens eine verticale Linie gezogen, welche den Wagbalken halbirt, so muß diese Linie durch den Drehpunkt des Wagbalkens und durch seinen Schwerpunkt gehen.

Durch das Anhängen der Wagschalen wird in unserem Raisonnement nichts geändert; denn wir können uns ihr Gewicht im Aufhängepunkte vereinigt denken, und dann machen sie einen integrirenden Theil des Wagbalkens aus.

Wenn man die Aufhängepunkte der Wagschalen durch eine gerade Linie verbindet, so kann diese Linie durch den Drehpunkt gehen, oder über oder unter demselben liegen. Der erstere dieser drei Fälle ist sowohl für die Betrachtung der einfachste, als auch für die praktische Ausführung der zweckmäßigste; wir wollen deshalb auch in unserer Untersuchung von diesem Falle ausgehen.

In Fig. 55 sei ab die gerade Linie, welche die Aufhängepunkte der Wag-

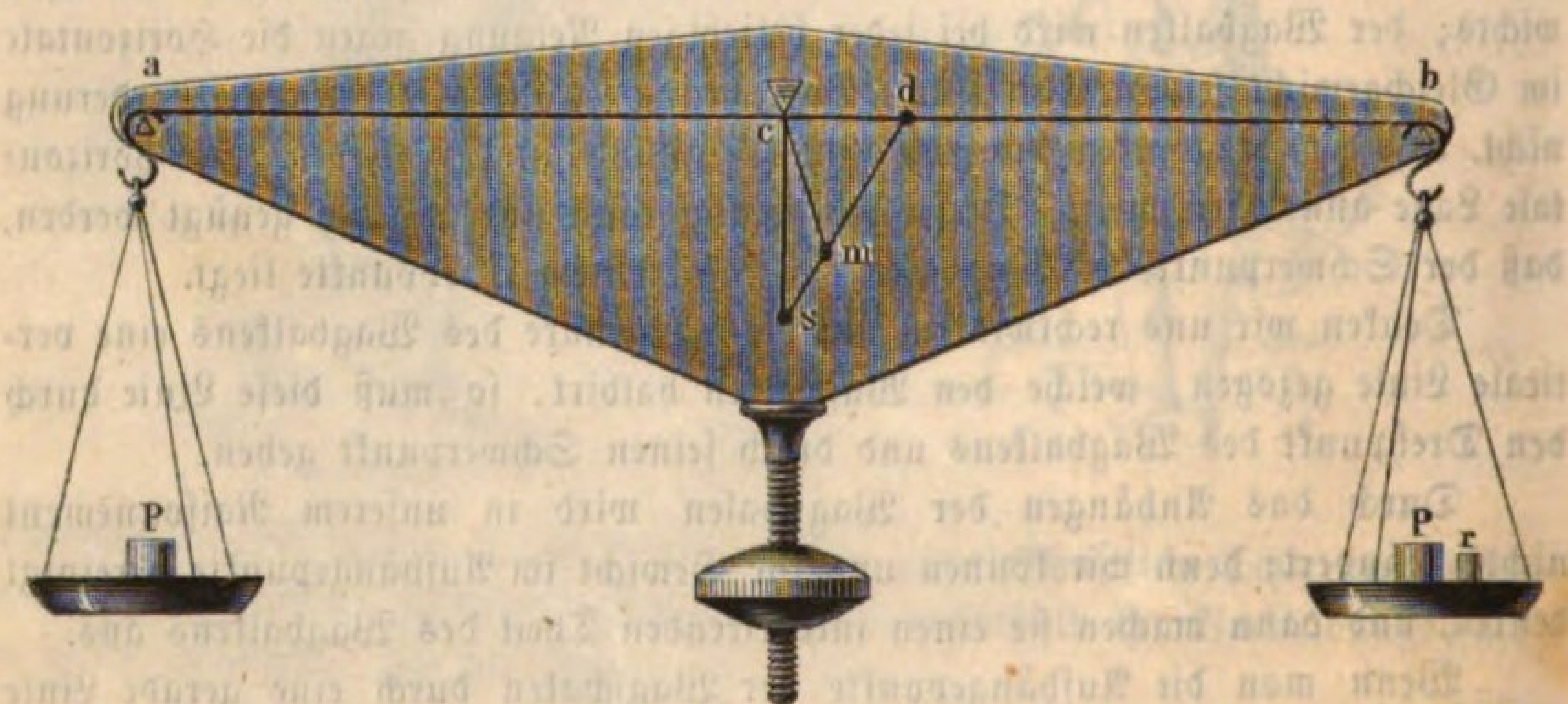
Fig. 55.



schalen verbindet, deren Gewicht wir uns in den Punkten a und b vereinigt denken; c sei der Aufhängepunkt des Wagbalkens, also der Drehpunkt desselben; s aber der unter c liegende Schwerpunkt des Wagbalkens. Wenn in a und b

gleiche Gewichte P angehängt werden, so bleibt der Wagbalken in horizontaler Lage stehen; denn man kann sich die eine der Lasten direct in a, die andere direct in b wirkend denken, und somit fällt der gemeinschaftliche Schwerpunkt der beiden Lasten P mit dem Punkte c zusammen, und der gemeinschaftliche Schwerpunkt aller an c hängenden Massen, d. h. des Wagbalkens und der Lasten P, fällt demnach in einen Punkt zwischen c und s. Dieser gemeinschaftliche Schwerpunkt liegt noch vertical unter dem Aufhängepunkte, das Gleichgewicht ist also nicht gestört.

Fig. 56.



Bringt man auf der einen Seite ein Uebergewicht r an, so fällt der Schwerpunkt der angehängten Lasten (die wir uns natürlich in den Punkten a und b vereinigt denken müssen) nicht mehr mit c zusammen, sondern er rückt auf der Linie ab von c nach der Seite des Uebergewichtes, etwa nach d hin; der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Wagbalkens und der Lasten fällt demnach auf irgend einen Punkt m der Linie ds. Da aber bei horizontaler Stellung des Wagbalkens der gemeinschaftliche Schwerpunkt m nicht mehr vertical unter dem Aufhängepunkte c liegt, so muß sich der ganze Wagbalken um die Axe c so weit drehen, bis diese Bedingung wieder erfüllt ist. Dabei wird sich nothwendig der Arm ca heben, cb aber senken. Der Winkel, welchen der Wagbalken für den Fall des Uebergewichtes auf der einen Seite mit der Horizontalen macht, heißt Ausschlagswinkel.

Wir wollen nun untersuchen, wie eine Wage eingerichtet sein muß, damit sie recht empfindlich sei, d. h. damit sie bei einem kleinen Uebergewicht schon einen großen Ausschlag gebe.

1) Der Schwerpunkt des Wagbalkens muß möglichst nahe unter dem Aufhängepunkte liegen; denn wenn bei übrigens unveränderten Umständen der Schwerpunkt s des Wagbalkens in die Höhe gerückt wird, so rückt auch der Punkt m vertical nach oben, was offenbar eine Vergrößerung des Ausschlages zur Folge hat. Bei guten Wagen hat man eine Vorrichtung angebracht, welche eine Regulirung der Lage des Schwerpunktes möglich macht. In der Verlängerung der Linie cs ist nämlich eine feine Schraube angebracht,

an welcher ein den Umständen entsprechendes Gewicht auf- und abgeschraubt werden kann, womit offenbar eine Verrückung des Schwerpunktes verbunden ist. Hätte man dies Gewicht so weit hinaufgeschraubt, daß s mit c zusammenfiele, so hätte man ohne Belastung oder bei gleicher Belastung auf beiden Seiten den Fall des indifferenten Gleichgewichts; brächte man dann auf der einen Seite das Uebergewicht r an, so würde der Punkt m auf die Linie ab fallen, d. h. also schon bei dem geringsten Uebergewichte würde der Ausschlagswinkel ein rechter werden, der Wagbalken würde ganz umschlagen, kurz das Instrument würde aufhören, brauchbar zu sein.

2. **Die Empfindlichkeit der Wage wächst mit der Länge der Wagbalken.** Wenn man, ohne sonst etwas zu verändern, den Wagbalken verlängern könnte, so würde die Entfernung cd in demselben Verhältniß größer werden, und der Punkt m würde also auch nach einer Richtung, die mit ab parallel ist, weiter von der Linie cs weggerückt werden, die Linie cm würde also einen größeren Winkel mit cs machen, der Ausschlagswinkel würde also wachsen. (Es ist leicht einzusehen, daß der Winkel mcs selbst dem Ausschlagswinkel gleich ist.)

3. **Der Wagbalken muß möglichst leicht sein.** In dem Punkte d können wir uns das Gewicht der Lasten $2P + r$, in s aber das Gewicht des Wagbalkens, welches wir mit g bezeichnen wollen, vereinigt denken. Offenbar hängt nun die Lage des gemeinschaftlichen Schwerpunktes m von der Größe der an den Enden der Linie ds wirkenden Kräfte ab. Wenn das in s wirkende Gewicht g und das in d wirkende $2P + r$ einander gleich wären, so fiele m in die Mitte von ds; je kleiner aber g im Vergleich zu $2P + r$ wird, desto mehr muß m nach d hinrücken, und desto größer wird dann begreiflicherweise der Ausschlag.

Was nun die beiden letzten Punkte betrifft, so ist man doch an gewisse Gränzen gebunden, welche man nicht überschreiten darf, ohne daß die Wage wegen der zu großen Länge der Wagbalken zu unbequem für den Gebrauch würde, oder wegen ihrer Leichtigkeit die nöthige Haltbarkeit verlöre.

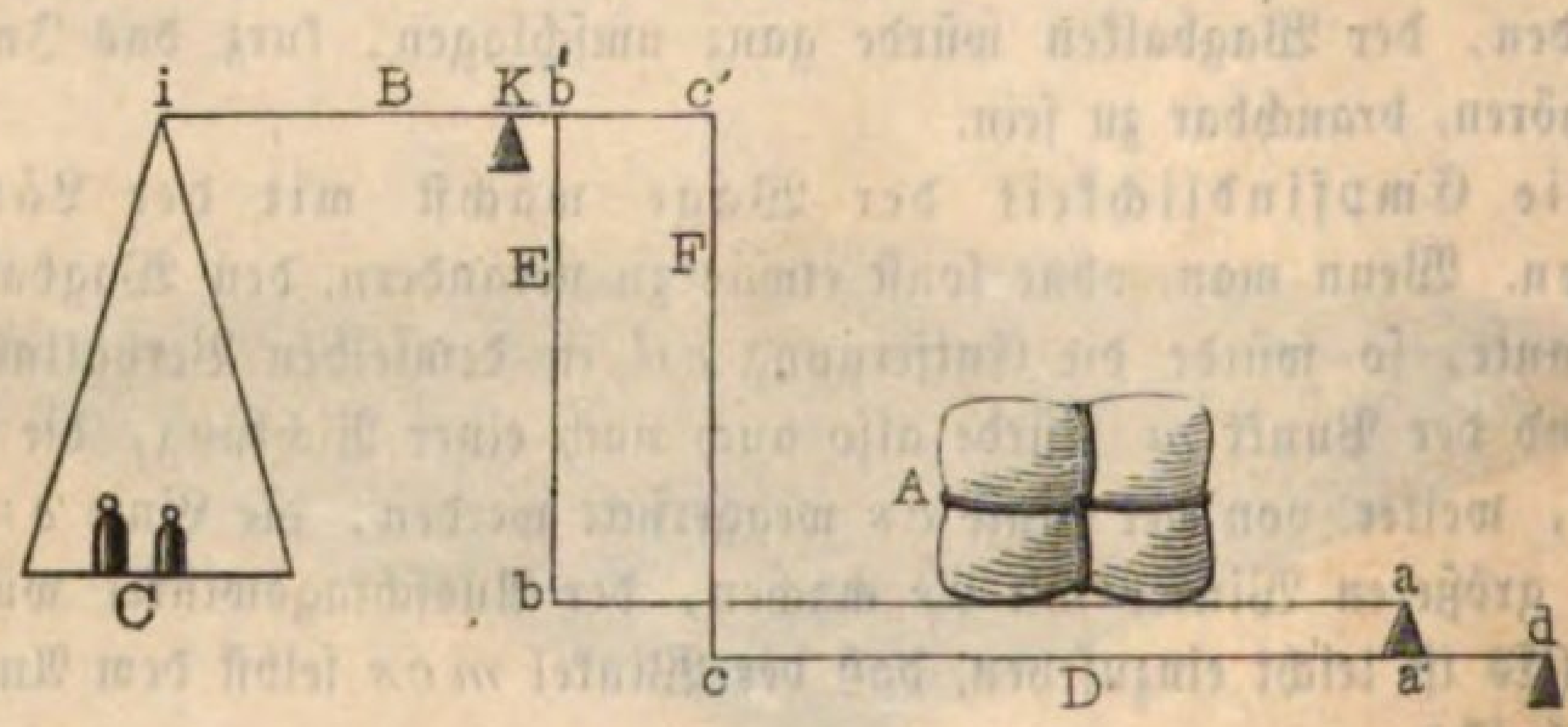
Es versteht sich von selbst, daß man bei der Construction einer Wage alle Sorgfalt darauf zu verwenden hat, die Wagbalken gleich lang zu machen. Da jedoch kleine Fehler nicht zu vermeiden sind, so muß man durch die Methode der Wägung einen etwaigen Fehler zu corrigiren suchen. Die zweckmäßigste Wägungsmethode möchte in dieser Beziehung wohl folgende sein: Man legt den zu wägenden Körper auf die eine Wagschale, und bringt ihn durch Sand, Schrotkörner oder sonstige Gegenstände, die man auf die andere Wagschale legt, ins Gleichgewicht. Ist dies erreicht, so nimmt man den zu wägenden Körper weg und substituirt statt seiner so viel Gewichte, daß das Gleichgewicht dadurch abermals hergestellt wird. Diese neu aufgelegten Gewichte geben genau das Gewicht des Körpers an, die Wagbalken mögen nun gleich lang sein oder nicht.

Damit an der Drehungsaxe eine möglichst geringe Reibung stattfinde, wird sie durch eine Schneide von Stahl gebildet; auch die Wagschalen sind an solchen Schneiden aufgehängt.

28 **Die Brückenwage.** Es möchte wohl hier der geeignetste Platz sein, auch die Brückenwage, die zur Wägung größerer Lasten so außerordentlich bequem ist, zu beschreiben.

Fig. 57 stellt die Einrichtung der Brückenwage schematisch dar. Die Last liegt auf einem Brette A, welches bei a auf einer Schneide ruht, bei b aber

Fig. 57.



an einer Stange E befestigt ist, die bei b' an dem einen Arme eines auf der Schneide K ruhenden Hebels angehängt ist.

Die Schneide a ruht auf einem Hebel D, dessen Drehpunkt bei d ist und dessen anderes Ende c an einer bei c' angehängten Stange F befestigt ist.

Wenn Kb' sich zu Kc' genau ebenso verhält wie da' zu dc, was bei einer guten Brückenwage durchaus der Fall sein muß, so wirkt die auf das Brett A gelegte Last gerade ebenso, als ob sie ganz an die Stange E angehängt wäre, welche Stelle des Brettes A sie auch einnehmen mag.

Es ist dies leicht zu beweisen. Ein Theil des Gewichts der Last, die wir mit P bezeichnen wollen, drückt auf die Schneide a, ein Theil zieht an der Stange E. Bezeichnen wir mit q den Druck auf die Schneide a, mit p den Zug an der Stange E, so ist $p + q = P$.

Die Last q, welche die Schneide a niederdrückt, wirkt an dem Hebelarme $a'd$; nehmen wir an, es sei $cd = n \,.\, a'd$, so müßte man in c eine Last $\frac{q}{n}$ anbringen, wenn sie dieselbe Wirkung hervorbringen sollte wie die in a' wirkende Kraft q; dadurch also, daß bei a' die Kraft q drückt, wird die Stange F mit einer Kraft niedergezogen, welche gleich $\frac{q}{n}$ ist.

An dem Hebel B ziehen also rechts von der Schneide K zwei Kräfte, nämlich bei b' die Last p, bei c' aber die Kraft $\frac{q}{n}$.

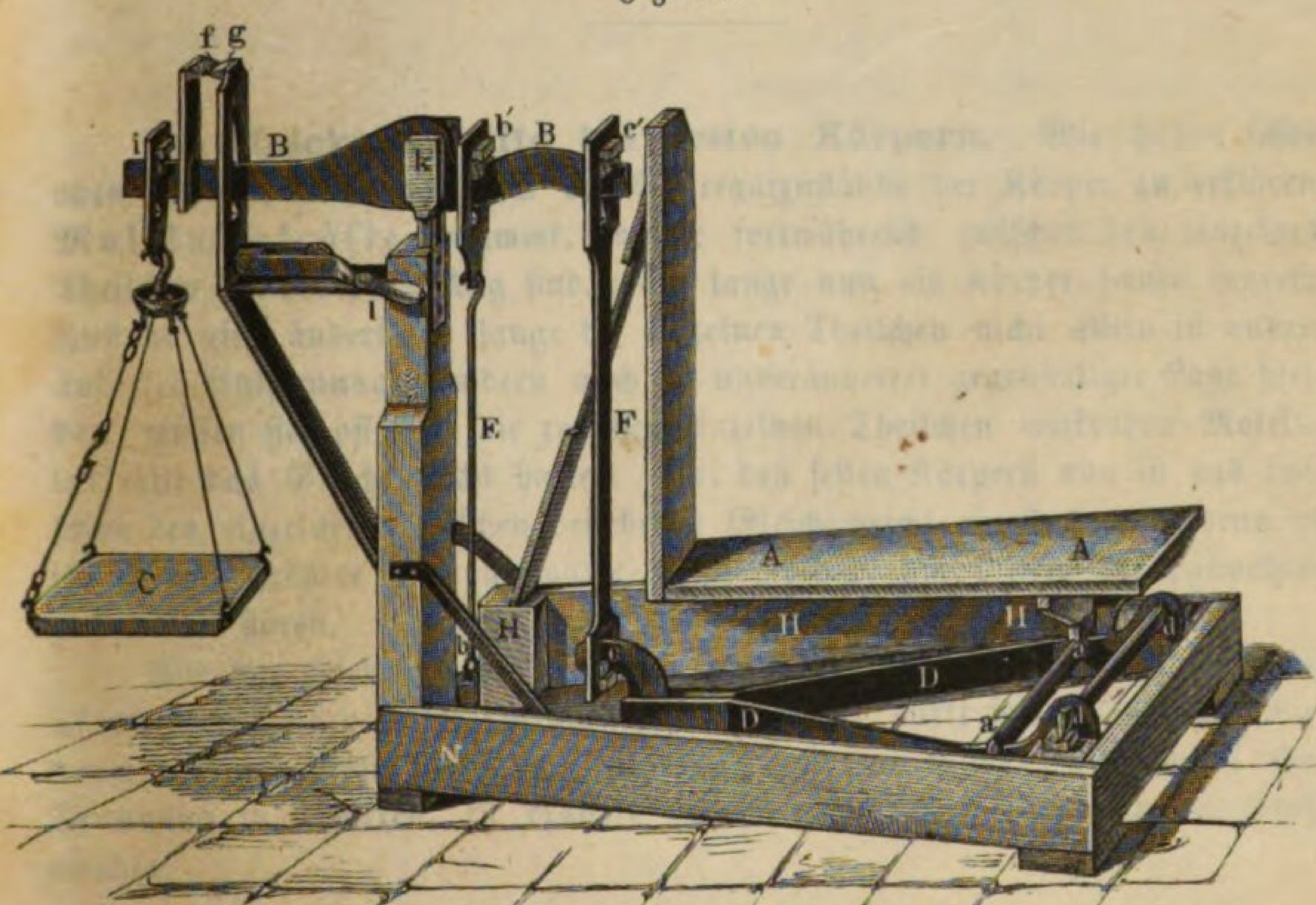
Die Kraft $\frac{q}{n}$, welche in c' angreift, wirkt aber gerade so als wie eine $n$mal größere Kraft, welche bei b' hängt, weil $Kc' = n \times Kb'$, also gerade

so, als ob bei b' die Last $\frac{q}{n} \cdot n = q$ hinge; die beiden Kräfte, welche bei b' und c' angreifen, ziehen also den Hebel gerade eben so stark nieder, als ob bei b' die Last $p + q = P$ angehängt wäre.

Am linken Ende des Hebels B, bei i, ist die Wagschale angehängt, auf welche die Gewichte gelegt werden. Das Gewicht auf der Wagschale ist ein aliquoter Theil der Last P; das Verhältniß zwischen Last und Gewicht hängt ab von dem Verhältniß des Hebelarms Kb' zu Ki. In der Regel sind die Brückenwagen so construirt, daß das Gewicht $^1/_{10}$ der Last ist, daß man also mit 10 Pfund, die auf der Wagschale liegen, einer 100pfündigen auf der Brücke A liegenden Last das Gleichgewicht hält (Decimalwage).

Fig. 58 stellt die Ansicht einer Brückenwage und zwar zum Theil im Durchschnitt dar. Die Buchstaben sind dieselben wie in Fig. 57. Das Brett

Fig. 58.



A, welches zur Aufnahme der Lasten dient, ist auf einem dreiseitigen hölzernen Rahmen H befestigt, von welchem unsere Figur ebenso wie vom Brett A nur die hintere Hälfte zeigt. Der Rahmen H sitzt hinten auf der Schneide a auf und ist vorn bei b an die Stange E angehängt. Die Schneide a ist auf dem gabelförmig gestalteten Hebel D befestigt, dessen Drehpunkt hinten durch die Schneide d gebildet ist und welcher vorn bei c an der Stange F hängt.

In unserer Figur ist der Deutlichkeit wegen der Rahmen H, auf welchem das Tragbrett A befestigt ist, viel zu hoch gezeichnet worden; er ist so niedrig, daß wenn durch Aufschlagen des Hebels l die linke Seite des Hebels B ge-

hoben wird, die rechte Seite desselben sich so weit senkt, daß die Brücke A auf dem Rande des Gestelles N aufsitzt, so daß also die Schneiden c und c' nicht mehr die Last der Brücke zu tragen haben. Der Hebel l wird nach jedesmaligem Gebrauche aufgeschlagen, damit die Schneiden geschont werden.

Das Gewicht der Brücke ist so geordnet, daß es, wenn der Hebel l niedergelegt ist, den Wagbalken B wagerecht stellt, daß also die Schneide g genau der Schneide f gegenüber zu stehen kommt. Ist die Brücke belastet, so werden so viel Gewichte aufgelegt, daß die Schneiden einander wieder gegenüberstehen.

Zweites Capitel.

Gleichgewicht der Theile fester Körper unter einander.

Die Molekularkräfte bei festen Körpern. Wir haben schon oben gesehen, daß man, um die Aggregatzustände der Körper zu erklären, Molekularkräfte annimmt, welche fortwährend zwischen den einzelnen Theilchen der Körper thätig sind. So lange nun ein Körper seinen inneren Zustand nicht ändert, so lange die einzelnen Theilchen nicht allein in unveränderter Entfernung, sondern auch in unveränderter gegenseitiger Lage bleiben, müssen sich offenbar die zwischen einzelnen Theilchen wirkenden Molekularkräfte das Gleichgewicht halten. Bei den festen Körpern nun ist das zwischen den einzelnen Theilchen bestehende Gleichgewicht ein stabiles, denn es ist ja eine größere oder geringere Kraft nöthig, um diesen Gleichgewichtszustand zu stören. 29

Wie wir gesehen haben, ist bei den festen Körpern die Cohäsionskraft überwiegend, sie hält die Theilchen zusammen und wirkt sowohl ihrer Verschiebung als auch ihrer Trennung entgegen; um eine solche Verschiebung oder Trennung zu bewirken, ist deshalb immer eine größere oder geringere Kraft nöthig.

Elasticität. Wenn die Theilchen eines festen Körpers durch eine äußere Kraft wirklich ein wenig aus ihrer gegenseitigen Lage verrückt worden sind, so ist deshalb der frühere Gleichgewichtszustand doch nicht völlig vernichtet; denn die Theilchen können in ihre frühere Lage zurückkehren, wenn die störende Kraft zu wirken aufhört. Diese Eigenschaft der Körper, vermöge deren die Theilchen in ihre frühere Gleichgewichtslage zurückkehren, wenn die durch äußere Kräfte veranlaßte Verschiebung gewisse Gränzen nicht überschritten hat, nennt man Elasticität. Die Elasticität der festen Körper beweist, daß sich die Theilchen in einem stabilen Gleichgewichtszustande befinden; denn nur für den Fall des stabilen Gleichgewichts kehrt der Körper 30

in seine Ruhelage zurück, wenn die Kräfte, welche ihn etwas daraus entfernten, zu wirken aufhören.

Nicht alle Körper sind gleich elastisch; es giebt Körper, deren Theilchen selbst nach bedeutender Verschiebung doch wieder vollkommen in ihre frühere Lage zurückkehren, und solche Körper, wie z. B. Federharz (gummi elasticum), Stahl, Elfenbein u. s. w. werden vorzugsweise elastisch genannt; andere hingegen, wie Blei, Glas u. s. w., sind nur in geringem Grade elastisch, sie können keine große Verschiebung der Theilchen ertragen, ohne daß der frühere Gleichgewichtszustand aufgehoben wird.

Die Verschiebung der Theilchen kann entweder durch Spannung, durch Zusammendrückung oder durch Drehung hervorgebracht werden.

Wenn überhaupt eine große Kraft nöthig ist, um eine Verschiebung der Theilchen eines Körpers hervorzubringen, so nennt man ihn hart. Ein Körper kann hart und elastisch sein, wie dies beim Elfenbein, beim Stahl u. s. w. der Fall ist; das Glas dagegen ist hart und wenig elastisch.

Ein Körper, dessen Theilchen schon durch eine geringe Kraft verschoben werden können, wird weich genannt. Auch die weichen Körper können entweder elastisch sein, wie z. B. Federharz, oder nur einen sehr geringen Grad von Elasticität besitzen, wie dies z. B. beim feuchten Thon der Fall ist. Der Aggregatzustand solcher weichen, mehr oder weniger breiartigen Körper kann gewissermaßen als ein Mittelzustand zwischen dem vollkommen festen und dem vollkommen flüssigen betrachtet werden.

Wenn die Theilchen eines Körpers über die Elasticitätsgränze hinaus verschoben werden, so hört entweder der Zusammenhang ganz auf, oder die Theilchen ordnen sich zu einem, neuen stabilen Gleichsgewichtszustande. Im ersteren Falle nennt man die Körper spröde, im letzteren dehnbar. Die äußere Gestalt spröder Körper läßt sich durch Druck, durch Stoß u. s. w. nicht bleibend ändern; wenn durch diese äußeren Ursachen die Theilchen spröder Körper über eine gewisse Gränze verschoben werden, so erfolgt eine vollständige Trennung; die Gestalt dehnbarer Körper hingegen läßt sich durch solche mechanische Mittel bleibend verändern, wie dies z. B. das Prägen der Münzen beweist.

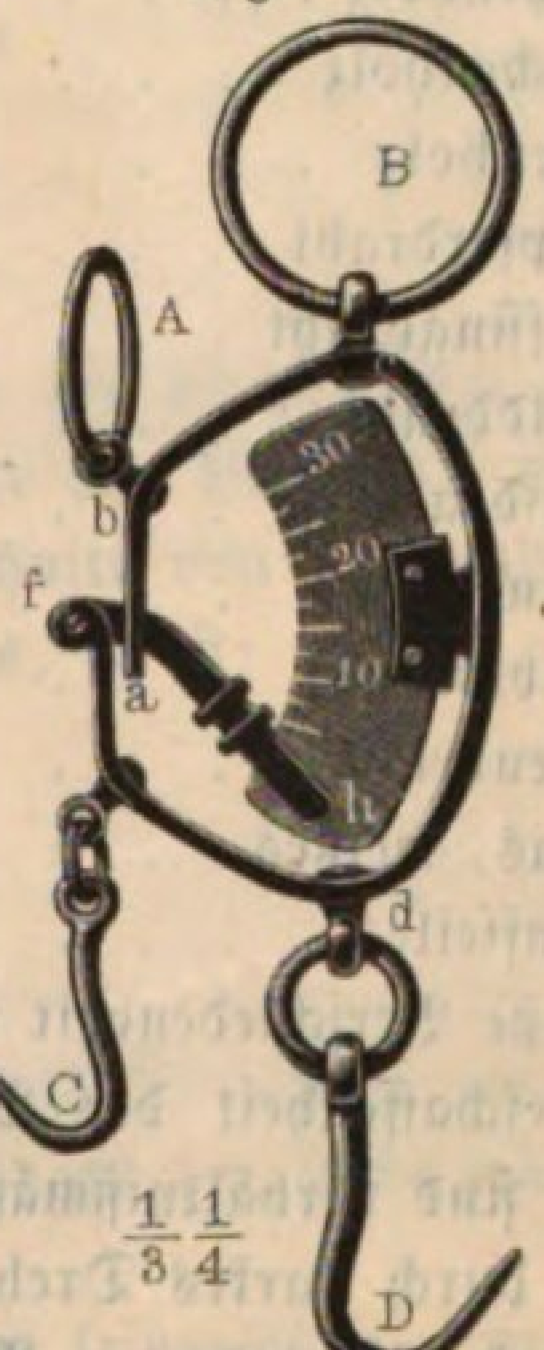
Die Briefwage, Fig. 59, und die Federwage, Fig. 60, können als Beispiele der Anwendung der Elasticität dienen. Erstere bedarf wohl keiner Erläuterung; letztere wird durch einen Stahlstreifen *abcdf* gebildet, welcher, ungefähr 2 Millimeter dick und 10 bis 14 Mill. breit, bei *f* den Drehpunkt des Zeigerhebels *fh* trägt. Dieser Hebel liegt auf der unteren Kante eines in *ba* angebrachten Schlitzes auf. Das freie Ende des Hebels ist geschlitzt, so daß die eine Gabel auf die Vorderseite, die andere auf die Rückseite einer empirisch getheilten Skale zeigt. Kleinere Lasten werden am Haken *C* befestigt, während die ganze Vorrichtung am Ringe *A* aufgehängt wird. Durch das an *C* hängende Gewicht wird *f* niedergezogen, so daß das freie Ende *h* des Zeigerhebels in die Höhe gehen muß, und zwar um so mehr, je schwerer die angehängte Last ist, deren Größe man an der Skale ablesen kann.

Für schwerere Lasten wird das Instrument am Ringe *B* auf- und die Last in den Haken *D* eingehängt. Die Skale für schwerere Lasten befindet sich auf der Rückseite des Instruments.

Fig. 59.



Fig. 60.



Diese Vorrichtung kann auch als **Zugkraftmesser** oder **Dynamometer** benutzt werden.

. **Festigkeit.** Die Kraft, mit welcher ein Körper der Trennung seiner 31
Theilchen widersteht, nennt man seine **Festigkeit**.

Der zwischen den einzelnen Theilchen eines festen Körpers stattfindende Zusammenhang läßt sich durch **Zerreißen**, durch **Zerbrechen**, durch **Zerwinden** (Abdrehen) oder durch **Zerdrücken** aufheben.

Absolute Festigkeit nennt man die Kraft, mit welcher ein Körper dem **Zerreißen** widersteht, wenn er der Länge nach angespannt wird. Dieser Widerstand hängt aber offenbar von dem Querschnitt des zu zerreißenden Körpers ab, und zwar ist er diesem Querschnitt proportional; denn es muß ja der Zusammenhang von zwei-, drei-, viermal so vielen Theilchen aufgehoben werden, wenn der Querschnitt eines Körpers zwei-, drei-, viermal so groß ist. Um nun die absolute Festigkeit verschiedener Materialien leicht mit einander vergleichen zu können, muß man irgend eine Einheit für diesen Querschnitt annehmen und dann ermitteln, wie groß die Kraft ist, welche erfordert wird, um einen Stab des fraglichen Materials, dessen Querschnitt dieser Einheit gleich ist, zu zerreißen. Wenn der Querschnitt des dem Versuche unterworfenen Körpers auch größer oder kleiner ist als der zur Einheit angenommene Querschnitt, so läßt sich doch die Festigkeit auf diesen reduciren.

Schon **Muschenbroek** hat zahlreiche Versuche über die absolute Festigkeit verschiedener Körper angestellt. Die folgende Tabelle giebt für verschiedene Körper das nach seinen Versuchen berechnete Gewicht an, welches nöthig ist, um einen Stab zu zerreißen, dessen Querschnitt 1 Quadratcentimeter beträgt.

Lindenholz		918	Kilogramm
Kiefernholz (Pinus sylvestris)		1021	»
Weißtanne (Pinus abies)	601 bis	929	»
Eichenholz	1150 »	1466	»
Buchenholz	1349 »	1586	»
Ebenholz		934	»
Kupferdraht		2782	»
Messingdraht		3550	»
Golddraht		4645	»
Bleidraht		272	»
Zinndraht		457	»
Silberdraht		3411	»
Eisendraht		4182	»
Glas, weißes	142 bis	233	»
Hanfseile	350 »	620	»

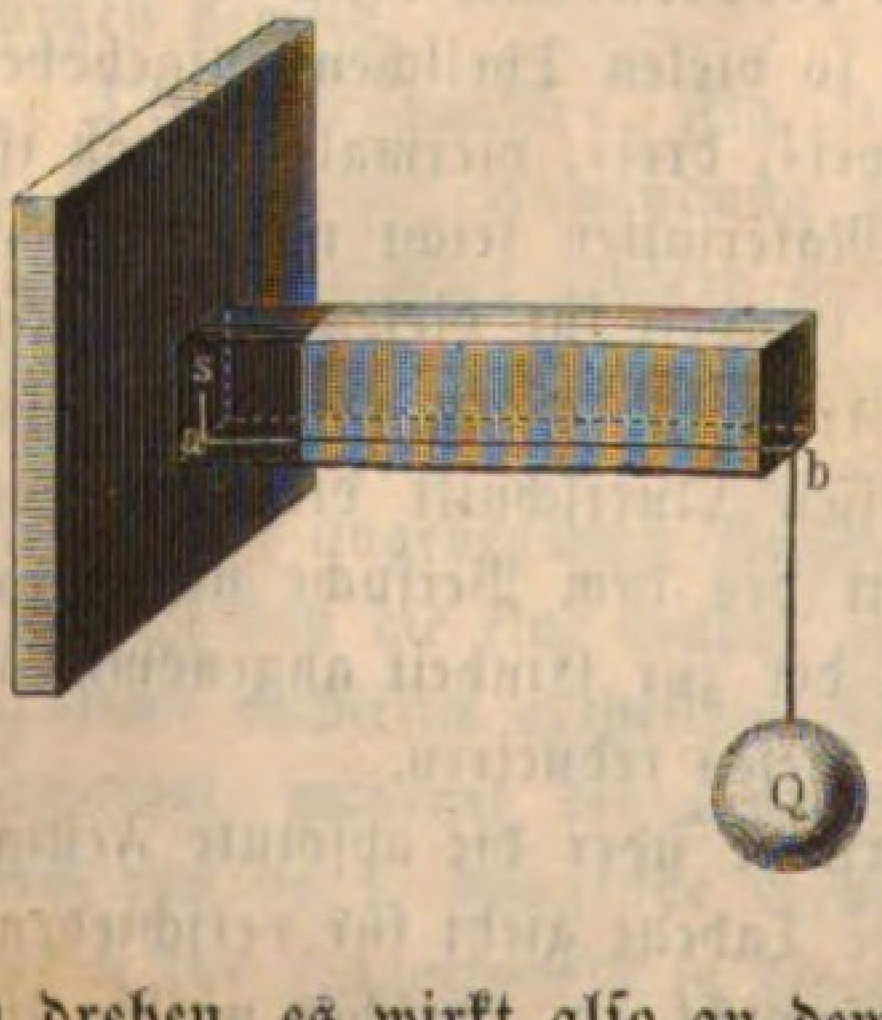
Die große Verschiedenheit in der Festigkeit der Hanfseile rührt von der ungleichen Beschaffenheit des Materials her, aus denen sie verfertigt sind. Dünne Seile sind verhältnißmäßig stärker als dicke, weil sie aus besserem Hanf gedreht sind; durch starkes Drehen der einzelnen Fäden wird die Tragkraft der Seile bedeutend vermindert. Nasse Seile haben eine geringere Festigkeit als trockene.

Bei praktischen Anwendungen wird man der Sicherheit wegen wohlthun, für Metalle höchstens $^1/_2$, für Hölzer nur $^1/_3$ der durch die Versuche ermittelten absoluten Festigkeit in Rechnung zu bringen.

Die Kraft, welche ein Körper dem Zerbrechen entgegensetzt, nennt man seine relative Festigkeit. Um einen Körper zu zerbrechen, ist die Kraft am besten rechtwinklig zu seiner Längenaxe anzubringen; der zu zerbrechende Körper ist entweder nur an einem, oder an zwei Enden unterstützt.

In Fig. 61 ist ein prismatischer Körper dargestellt, welcher mit dem einen Ende in einer festen Wand steckt, während am anderen Ende das Gewicht Q angebracht ist, welches ihn zerbrechen soll. Bezeichnen wir die absolute Festigkeit, d. h. die Kraft, mit welcher der Körper einer in seiner Längenaxe wirkenden Kraft widersteht, die ihn zu zerreißen strebt, mit K, so können wir uns diese Kraft in dem Schwerpunkte s desjenigen Querschnitts vereinigt denken, welcher mit der Ebene der festen Wand zusammenfällt. Das Gewicht Q äußert nun ein Bestreben, den ganzen Körper um die untere Kante dieses Querschnitts zu drehen, es wirkt also an dem Hebelarme ab, während der in s angebrachte Widerstand an dem Hebelarme as wirkt; wenn nun der Widerstand gerade

Fig. 61.



der Kraft das Gleichgewicht halten soll, so muß sich der Widerstand K zur Kraft Q umgekehrt verhalten wie der Hebelarm as zum Hebelarme ab. Wenn die Höhe des Balkens mit h bezeichnet wird, so ist $as = {}^1/_2 h$; bezeichnet man ferner die Länge ab mit l, so hat man:

$$K : Q = l : {}^1/_2\, h$$

oder

$$Q = \frac{K \, . \, h}{2\, l}.$$

Die Größe der Festigkeit K, mit welcher der Körper dem Zerreißen widersteht, hängt ferner ab von dem Querschnitte des Balkens. Bezeichnen wir mit k die absolute Festigkeit für einen Querschnitt von 1 Quadratcentimeter, mit h die Höhe, mit b die Breite des Balkens, so ist:

$$K = k\, b\, h,$$

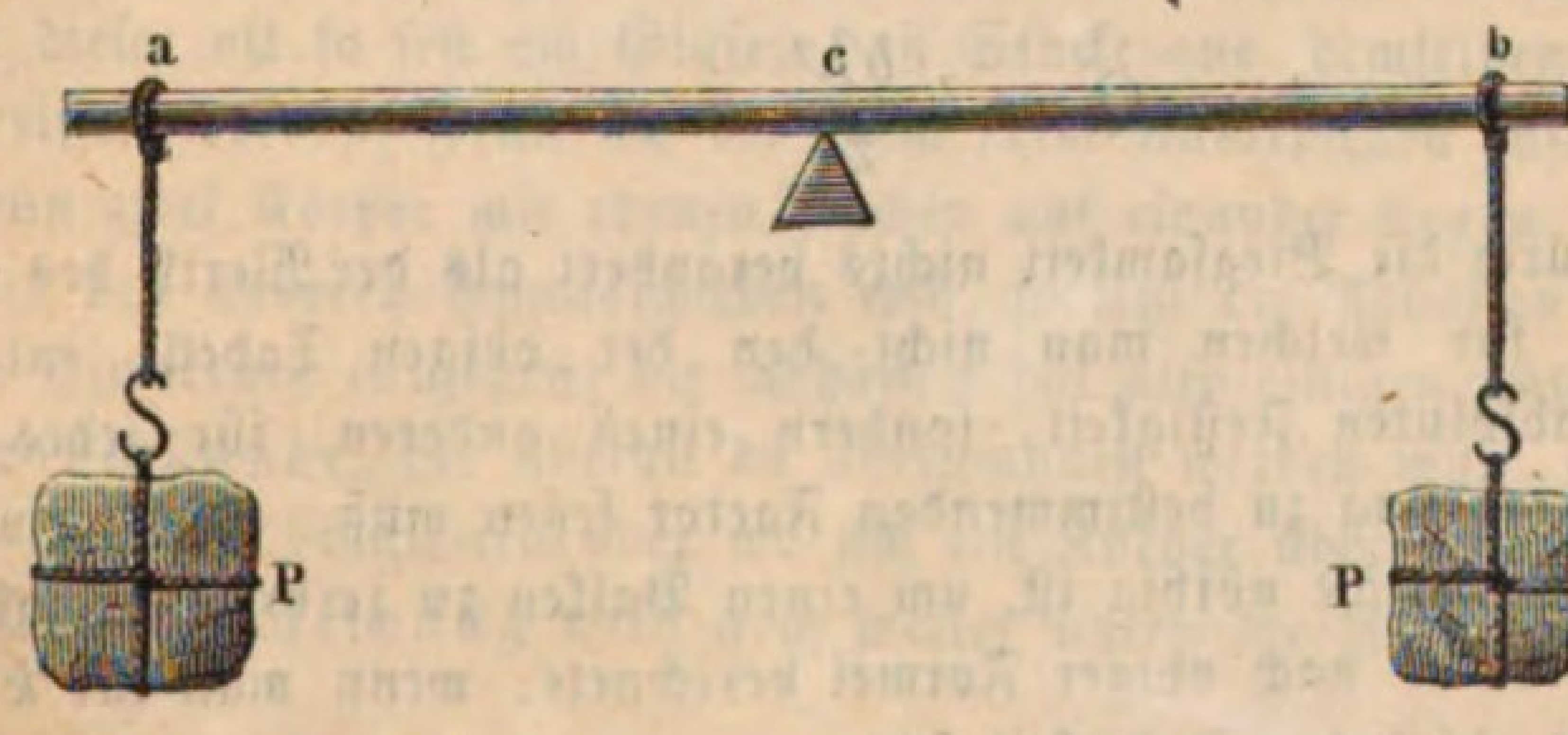
also

$$Q = \frac{k b h^2}{2\, l}.$$

Aus dieser Formel sieht man, daß die zum Abbrechen nöthige Kraft im geraden Verhältniß der Breite und des Quadrats der Höhe wächst, sich aber umgekehrt verhält wie die Länge.

Wenn ein Stab oder Balken in der Mitte seiner Länge durch eine scharfe Kante unterstützt und an seinen beiden Enden durch gleiche Gewichte P, Fig. 62,

Fig. 62.



belastet ist, so werden diese ein Bestreben äußern, ihn in seiner Mitte zu zerbrechen, und zwar muß, um den Bruch wirklich herbeizuführen, das Gewicht P, welches bei a und bei b wirkt, gerade so groß sein als das Gewicht, welches man bei b anbringen müßte, um den Stab bei c abzubrechen, wenn cb das frei aus einer Wand hervorragende Ende des Stabes wäre.

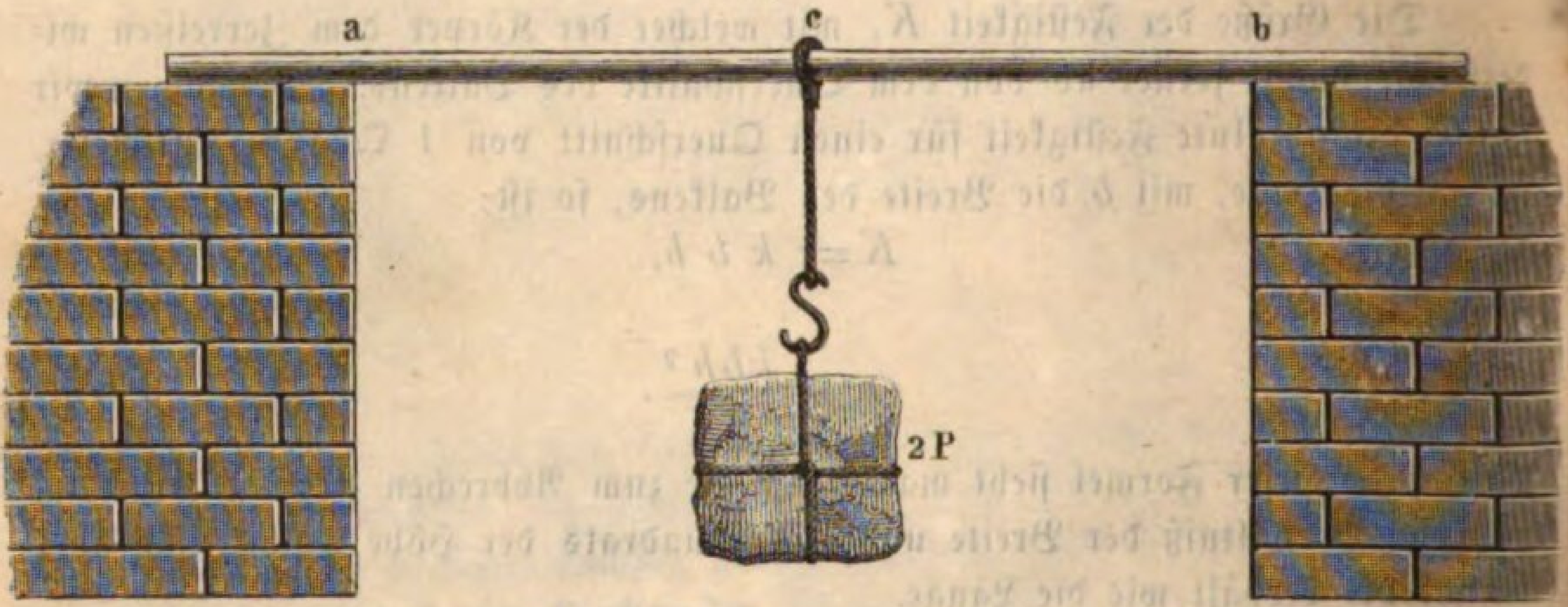
Der Druck, den die Unterlage in der Mitte bei c auszuhalten hat, ist offenbar $2P$.

Ist der Stab oder Balken an den beiden Enden unterstützt, wie Fig. 63 (a. f. S.), so kann man ihn dadurch zerbrechen, daß man eine Last $2P$ in der Mitte anhängt.

Wir haben bei unseren bisherigen Betrachtungen und Rechnungen ganz unberücksichtigt gelassen, daß sich die Balken vor dem förmlichen Abbrechen erst

biegen. Durch diese Biegung wird aber die relative Festigkeit bedeutend modificirt, so daß die nach obigen Formeln aus der bekannten absoluten Festigkeit berechneten Werthe der relativen Festigkeit von der Wirklichkeit bedeutend abweichen können. Wenn aber diese Formeln auch nicht dienen können, um die Größe der relativen Festigkeit zu berechnen, so dienen sie doch, um die relative Festigkeit von Balken und Stäben zu vergleichen, wenn sie aus demselben Material verfertigt und wenn nur ihre Dimensionen verschieden sind; denn

Fig. 63.



wie auch durch die Biegsamkeit die Größe der absoluten Festigkeit modificirt werden mag, so ist sie doch stets der Breite und dem Quadrat der Höhe direct, der Länge aber umgekehrt proportional; in der Formel

$$Q = k \frac{b h^2}{2 l}$$

wird also durch die Biegsamkeit nichts verändert als der Werth des constanten Factors k, für welchen man nicht den der obigen Tabelle entnommenen Werth der absoluten Festigkeit, sondern einen anderen, für jedes Material durch die Erfahrung zu bestimmenden Factor setzen muß. Die Versuche zeigen, daß die Kraft, welche nöthig ist, um einen Balken zu zerbrechen, nahe viermal kleiner ist als die nach obiger Formel berechnete, wenn man für k den Zahlenwerth der absoluten Festigkeit setzt.

Welchen bedeutenden Einfluß die Biegsamkeit auf die relative Festigkeit ausübt, geht auch daraus hervor, daß, wenn ein Balken an seinen beiden Enden frei aufliegt, wie in Fig. 63, man, um ihn zu zerbrechen, in der Mitte nur ein halb so großes Gewicht anzuhängen braucht, als wenn er an seinen beiden Enden so befestigt ist, daß er durchaus nicht nachgeben kann.

Bei Hölzern hat natürlich auch die Richtung der Fasern einen bedeutenden Einfluß auf die Festigkeit.

Den Widerstand, welchen ein Körper dem Zerdrücken entgegensetzt, nennt man, nach Eytelwein, die rückwirkende Festigkeit. Näheres über diesen für die Praxis so wichtigen Gegenstand findet man in Gerstner's Mechanik und in Eytelwein's Handbuch der Statik fester Körper.

Adhäsion. Dieselbe Kraft, welche die Theilchen eines festen Körpers zusammenhält, wirkt auch, um die Theilchen zweier vorher getrennten Körper zusammenzuhalten, wenn man nur im Stande ist, sie in eine hinreichend innige Berührung zu bringen. So verbinden sich schon oft Spiegelplatten, welche nach dem Poliren dicht an einander gelegt worden sind, so innig mit einander, daß sie nicht mehr von einander getrennt werden können, ohne die Platten zu zerbrechen. Ebenso haften zwei Bleiplatten, die man zusammendrückt, fast so fest auf einander, als ob sie nur eine einzige Bleimasse ausmachten, vorausgesetzt, daß die Flächen, in welchen sich die beiden Bleistücke berühren, vollkommen eben und metallisch sind. 32

Dieses Aneinanderhaften zweier Körper wird mit dem Namen Adhäsion bezeichnet.

Die Adhäsion zeigt sich nicht allein zwischen gleichartigen, sondern auch zwischen verschiedenartigen Körpern. Eine Bleiplatte mit einer Zinnplatte oder eine Kupferplatte mit einer Silberplatte durch Glättwalzen gezogen, geben ein fast untrennbares Ganzes.

Besonders stark zeigt sich die Adhäsion, wenn ein flüssiger Körper mit einem festen in Berührung gebracht, und dann der flüssige Körper durch Erkalten oder durch Verdunstung des Lösungsmittels fest wird; hierauf beruht das Löthen, das Leimen und Kitten. Kittet man vermittelst Siegellacks zwei Glasstücke zusammen, so kommt es oft vor, daß sich beim Auseinanderreißen nicht das Glas vom Siegellack trennt, sondern daß Stücke aus dem Glase herausgerissen werden. Wenn man eine Glasplatte mit Leim bestreicht, so haftet dieser oft so fest am Glase, daß Stücke aus demselben (dem Glase) herausgerissen werden, wenn sich der Leim beim Austrocknen zusammenzieht.

Wenn zwei Körper mit ebenen Flächen auf einander liegen und man den einen über den anderen hinausschieben will, so setzt die Adhäsion dieser Bewegung ein Hinderniß entgegen; die Adhäsion hat also einigen Antheil am Reibungswiderstande, der überall da überwunden werden muß, wo zwei Körper über einander hingleiten oder wo sich ein Körper über einen anderen hinwälzt. Von der Reibung wird noch weiter unten die Rede sein.

Krystallisation. Wenn ein Körper aus dem flüssigen oder gasförmigen Zustande in den festen Zustand übergeht, so ist es die nun das Uebergewicht erlangende Cohäsionskraft, welche die bis dahin beweglichen Theilchen in einer bestimmten gegenseitigen Lage fixirt. In der ganzen Natur zeigt sich aber bei diesem Uebergange in den festen Zustand ein Bestreben der Theilchen, eine regelmäßige Anordnung hervorzubringen. In der unorganischen Natur bewirkt dieses Bestreben die Krystallisation. 33

Krystalle nennt man solche feste Körper, welche sich in regelmäßigen, durch ebene Flächen begränzten Gestalten gebildet haben. In der Natur findet man eine Menge solcher Krystalle, z. B. Quarz (Bergkrystall), Kalkspath, Schwerspath, Topas, Granat u. s. w. werden oft sehr schön krystallisirt gefunden.

Der Uebergang aus dem flüssigen in den festen Zustand findet entweder

durch Erstarren eines geschmolzenen Körpers, oder durch Ausscheidung aus einer Auflösung Statt.

Wenn man geschmolzenes Wismuth in eine etwas erwärmte Schale gießt, so bildet sich nach einiger Zeit auf der Oberfläche eine feste Kruste. Wenn man nun diese Kruste durchsticht und das im Innern noch flüssige Metall abgießt, so erhält man mehrere Linien große würfelförmige Krystalle, die das Innere der Höhlung ausfüllen, welche durch die zuerst erkaltete feste Kruste eingeschlossen wird.

Auf ähnliche Weise kann man auch Krystalle aus einer geschmolzenen Schwefelmasse erhalten.

Wenn man mit Aufmerksamkeit ein gefrierendes Wasser beobachtet, so sieht man, wie feine Eisnadeln sich bilden, wie sie von einem Augenblicke zum anderen sich ausbreiten und verzweigen. Freilich sieht man hierbei selten so regelmäßige krystallinische Gestalten, wie man sie beim Schnee beobachtet; doch sieht man deutlich, daß die Eisbildung eine Krystallbildung ist.

Viele Körper lösen sich in Flüssigkeiten, namentlich in Wasser auf, und zwar läßt sich in einer bestimmten Menge Wasser nur eine bestimmte Menge irgend eines Stoffes auflösen; doch löst sich in warmem Wasser meistens mehr auf als in kaltem. Wenn nun eine Auflösung bei hoher Temperatur gesättigt ist, wenn man z. B. in einer bestimmten Menge warmen Wassers so viel Alaun aufgelöst hat als möglich, so kann diese Salzmasse nicht mehr ganz aufgelöst bleiben, wenn die Lösung erkaltet, ein Theil des Salzes wird sich wieder ausscheiden, und zwar schießt es in regelmäßigen Krystallen an. — Auch dann bilden sich Krystalle, wenn das Wasser einer gesättigten Lösung allmälig verdunstet.

Nicht allein aus wässerigen Lösungen scheiden sich Krystalle aus; der Schwefel z. B. löst sich in Schwefelkohlenstoff, in Chlorschwefel, in Terpentinöl auf, und aus diesen Lösungen kann man schöne durchsichtige Krystalle von Schwefel erhalten.

Die Krystalle werden um so größer und regelmäßiger, je langsamer die Erkaltung oder die Verdunstung vor sich geht. Bei schneller Krystallisation bilden sich kleine Krystalle, die sich zu unregelmäßigen Gruppen zusammenhäufen, an denen man oft kaum ein krystallinisches Gefüge erkennen kann.

Jedem Stoff kommt eine eigenthümliche Krystallform zu; so ist z. B. die Krystallform des Bergkrystalls eine andere als die des Alauns, und diese wieder eine andere als die des Kupfervitriols.

Die Untersuchung der Symmetriegesetze, welche zwischen den einzelnen Krystallflächen stattfinden, sowie die Beschreibung der Krystallformen überhaupt ist ein Gegenstand, mit welchem sich die Krystallographie zu beschäftigen hat.

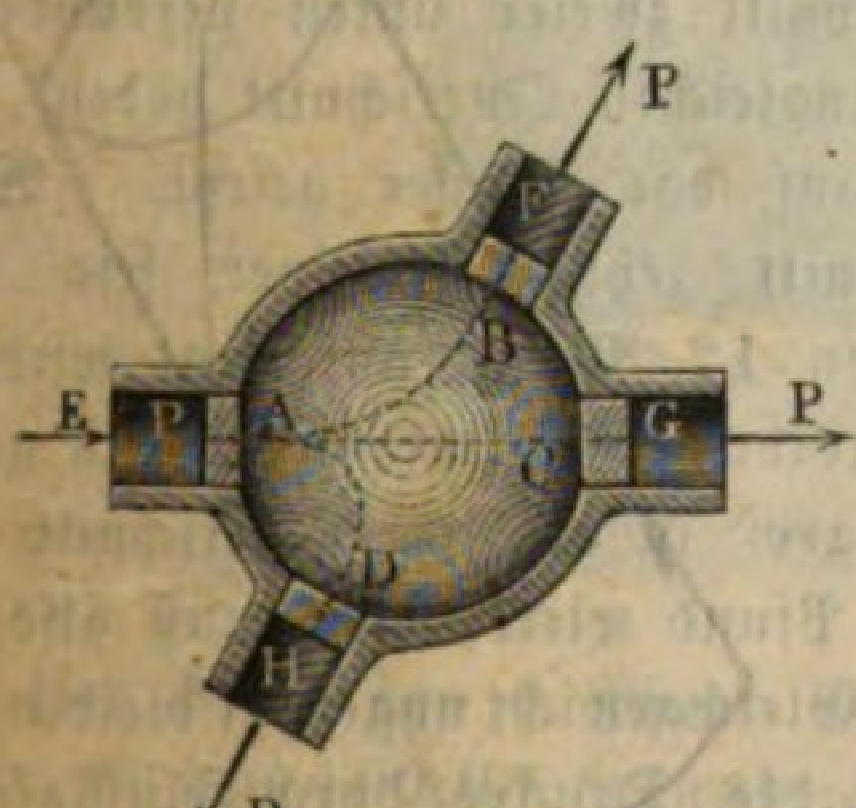
Drittes Capitel.

Hydrostatik oder die Lehre vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten.

Princip der Gleichheit des Drucks. Flüssigkeiten haben in 34
Folge der leichten Verschiebbarkeit der Theilchen die Eigenschaft, daß sie jeden Druck, welcher auf einen Theil ihrer Oberfläche ausgeübt wird, nach allen Seiten gleichmäßig fortpflanzen.

Es sei in Fig. 64 der horizontale Durchschnitt eines ganz mit Wasser gefüllten und vollkommen verschlossenen Gefäßes dargestellt, an welchem sich in gleicher Tiefe unter der Oberfläche des Wassers vier vollkommen gleiche Röhren befinden, die durch Kolben verschlossen sind. Da diese Kolben gleichen Durchmesser haben und gleich tief unter dem Wasserspiegel liegen, so haben sie auch vollkommen gleichen Druck durch die Schwere des Wassers auszuhalten, einen Druck, von welchem wir vor der Hand ganz absehen, den wir also als nicht vorhanden betrachten wollen.

Fig. 64.



Wird nun durch irgend eine Kraft einer der Kolben, etwa A, nach innen gedrückt, so pflanzt sich dieser Druck durch das Wasser hindurch auf die übrigen Kolben fort, und man müßte, um zu verhindern, daß diese Kolben herausgedrückt werden, auf jeden derselben einen nach innen gerichteten Gegendruck anbringen, welcher vollkommen dem auf den Kolben A wirkenden Drucke gleich ist; das Gleichgewicht kann also nur dann bestehen, wenn alle vier Kolben gleich stark nach innen gedrückt werden.

Der Druck pflanzt sich jedoch nicht allein vom Kolben A auf die übrigen Kolben, sondern auf alle Theile der Gefäßwand fort, so daß jeder Flächentheil

der Gefäßwand, welcher eben so groß ist wie der Querschnitt des Kolbens, auch einen eben so großen Druck auszuhalten hat.

In Fig. 65 ist der Durchschnitt eines ähnlichen Gefäßes mit zwei Röhren dargestellt, welche gleichfalls mit Kolben geschlossen sein sollen; die Röhren und folglich auch der Querschnitt der Kolben sind aber nicht gleich. Es sei z. B. die Oberfläche des Kolbens *C* viermal so groß als die des Kolbens *A*, so wird, wenn irgend eine Kraft gegen den Kolben *A* drückt, der Gesammtdruck auf den Kolben *C* auch viermal so groß sein als der auf *A* wirkende, weil jedes Flächenstück des Kolbens *C*, welches der Oberfläche des Kolbens *A* gleich ist, einen eben so großen Druck auszuhalten hat als *A*.

Fig. 65.

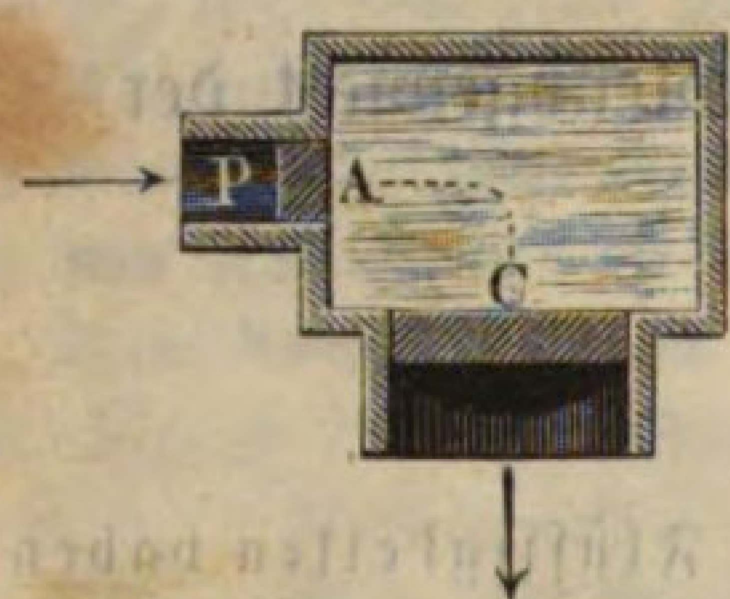
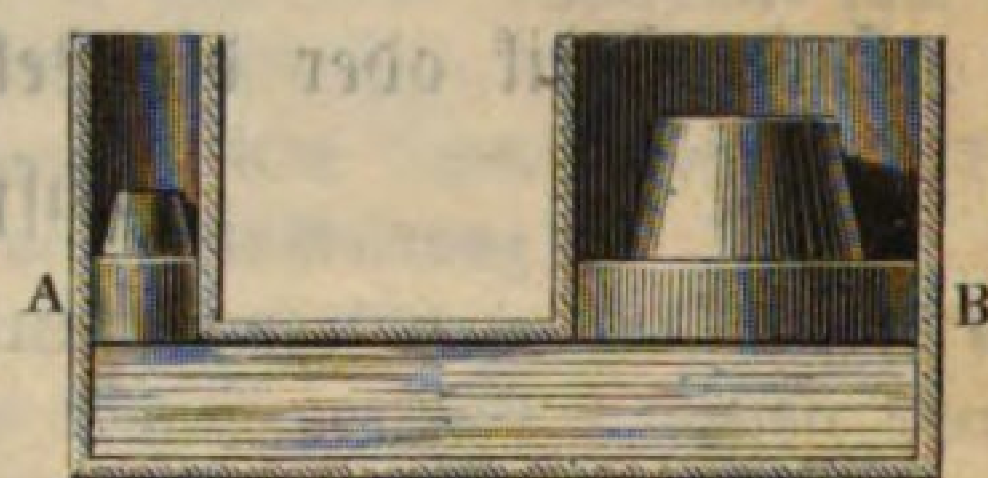


Fig. 66.



Wenn man also den Kolben *A* mit einer Kraft von 10 Pfund nach innen drückt, so müßte man zur Erhaltung des Gleichgewichts an dem Kolben *C* einen nach innen gerichteten Druck von 40 Pfund anbringen.

Der Druck pflanzt sich nicht allein in einer Horizontalebene fort, wie dies in den bisher betrachteten Beispielen der Fall war, sondern auch nach oben und nach unten.

Fig. 66 stelle den verticalen Durchschnitt zweier unten verbundenen, mit Wasser gefüllten Röhren dar, welche ungleichen Querschnitt haben. In jeder Röhre sei ein schließender Kolben auf das Wasser gesetzt. Wenn nun auf den Kolben *A*, dessen Querschnitt zehnmal kleiner sein mag als der des Kolbens *B*, ein Gewicht von 12 Pfund aufgelegt wird, so wird sich der Druck in der Weise bis zum Kolben *B* fortpflanzen, daß gegen jedes Flächenstück von *B*, welches eben so groß ist als der Querschnitt von *A*, ein nach oben gerichteter Druck von 12 Pfund wirkt; man muß also den Kolben *B* mit 120 Pfund belasten, wenn das Gleichgewicht ungestört bleiben soll.

Auf der gleichförmigen Fortpflanzung des Druckes durch Flüssigkeiten beruht die hydraulische Presse; sie besteht aus zwei Haupttheilen, einer Saug- und Druckpumpe, welche den Druck ausübt, und einem Kolben mit einer Platte, welche den Druck empfängt, um ihn auf den zu pressenden Körper zu übertragen. Fig 68 (a. S. 62) ist ein Durchschnitt der hydraulischen Presse. Fig. 67 eine äußere Ansicht der Druckpumpe von der rechten Seite der Fig. 68 aus gesehen. Durch den Hebel *l* wird der Kolben *s* gehoben, das Wasser des Behälters *b* dringt durch das Sieb *r*, hebt das Ventil *i* und gelangt so unter den Kolben *s*. Wenn man den Hebel *l* niederdrückt, so geht auch der Kolben *s* nieder, das zurückgetriebene Wasser schließt das Ventil *i*.

hebt das Ventil d und gelangt durch die Röhre t in den Cylinder c der Presse; hier drückt es nun gegen den Kolben p, den es mit der Platte n hebt, und so wird der zu pressende Körper zwischen n und der festen Platte e zusammengedrückt.

Die Wirksamkeit der hydraulischen Presse beruht darauf, daß die Flüssigkeiten jeden Druck nach allen Richtungen gleichmäßig fortpflanzen. Wenn der Kolben s durch irgend eine Kraft niedergedrückt wird, so hat jeder Flächentheil der Gefäßwände, welcher dem Querschnitt des Kolbens s gleich ist, einen gleichen Druck auszuhalten. Nun kann man aber die Unterfläche des Kolbens p als einen Theil der Gefäßwand betrachten: so vielmal also der Querschnitt des Kolbens p größer ist als der Querschnitt des Kolbens s, so vielmal wird auch die Kraft, mit welcher der Kolben p gehoben wird, größer sein als die Kraft, mit welcher der kleine Kolben niedergedrückt wird.

Fig. 67.



Wenn der Querschnitt des Kolbens s $^1/_{100}$ des Querschnittes von p ist, so wird p mit einer Kraft von 100 Pfund gehoben, wenn s durch eine Kraft von 1 Pfund niedergedrückt wird. Wird der Hebel l mit einer Kraft von 100 Pfund niedergedrückt, so ist bei entsprechender Länge des Hebels die Wirkung dieselbe, als ob auf den Kolben s direct eine Kraft von 600 Pfund wirkte, der Kolben wird also mit einer Kraft von 60000 Pfund gehoben.

Bezeichnen wir mit p den Druck, durch welchen der kleine Kolben niedergedrückt, mit P den Druck, mit welchem, der große gehoben wird, so ist:

$$P = p\,\frac{R^2}{r^2},$$

wenn r den Halbmesser des kleinen, R den des großen Kolbens bezeichnet. Ist nun ferner l der Hebelarm, an welchem der kleine Kolben angehängt ist, L der Hebelarm, an welchem der Arbeiter drückt, so ist:

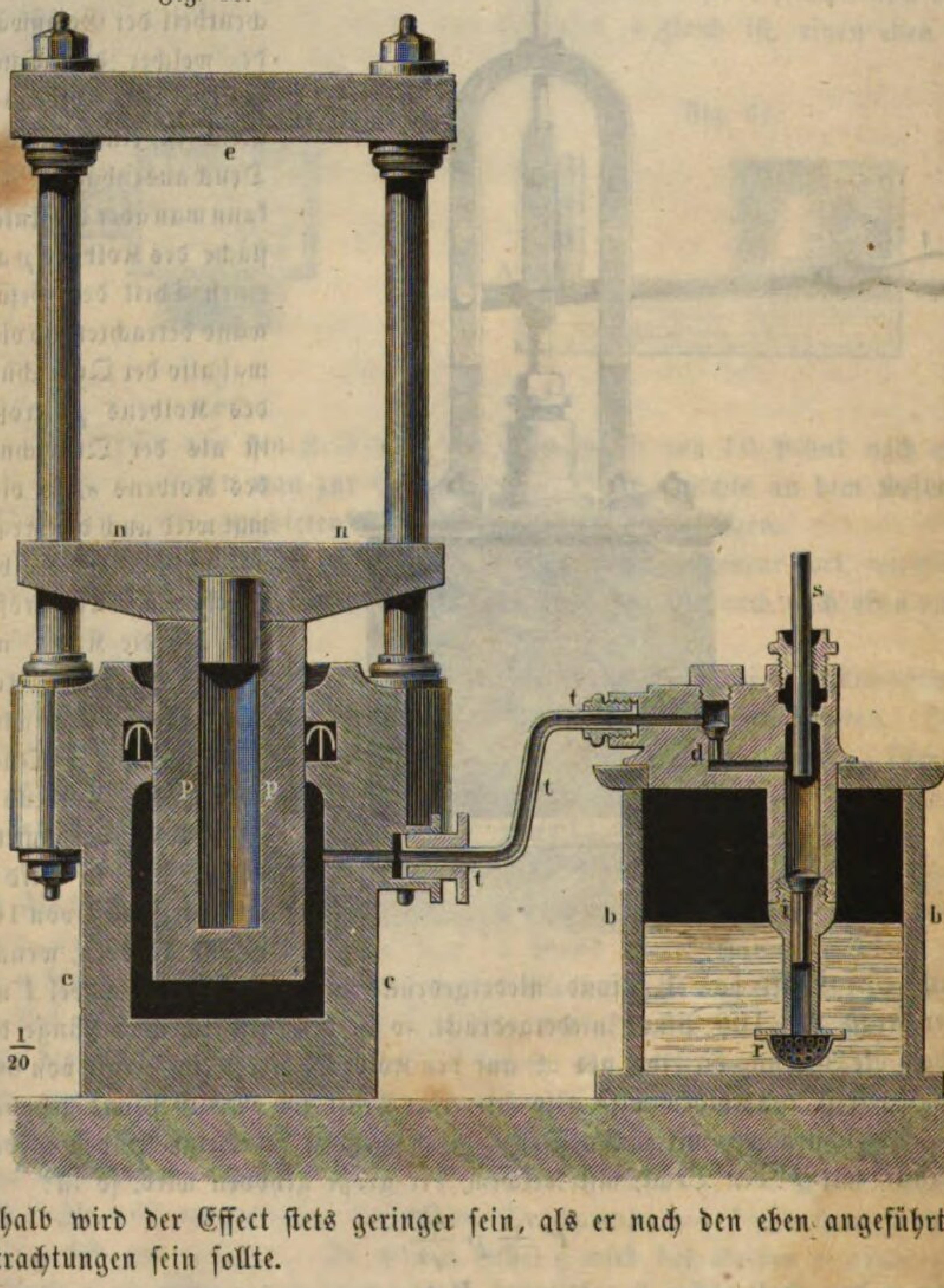
$$p = D \frac{L}{l},$$

wenn D den Druck bezeichnet, welchen der Arbeiter ausübt, mithin haben wir

$$P = D \frac{L \, . \, R^2}{l \, . \, r^2}.$$

Von der Kraft, welche am Hebel l angewandt wird, geht ein Theil durch Reibungswiderstände verloren, bevor sie sich bis zum Kolben p fortpflanzt;

Fig. 68.



deshalb wird der Effect stets geringer sein, als er nach den eben angeführten Betrachtungen sein sollte.

35 **Communicirende Gefässe.** Denken wir uns in der Fig. 69 die Dicke der Kolben A und B auf Null reducirt, oder denken wir uns statt der

Kolben nur Wasserschichten, so werden die Gleichgewichtsbedingungen unverändert dieselben bleiben. Wenn auf die Schicht AC, Fig. 70, irgend ein gleichförmiger

Fig. 69.

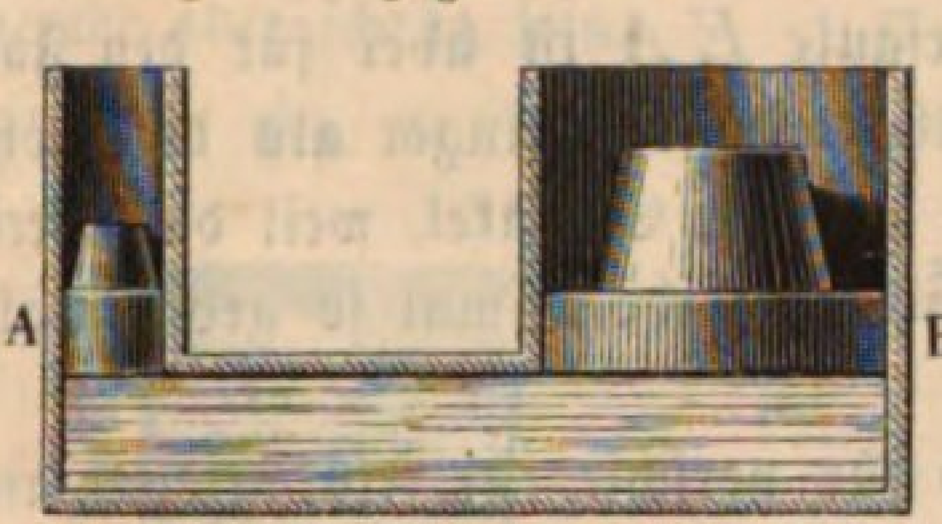
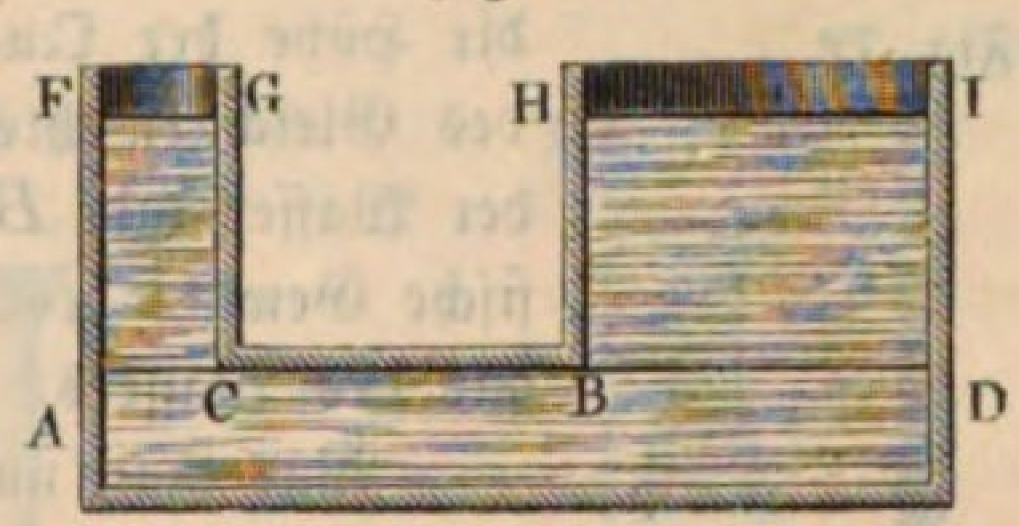


Fig. 70.

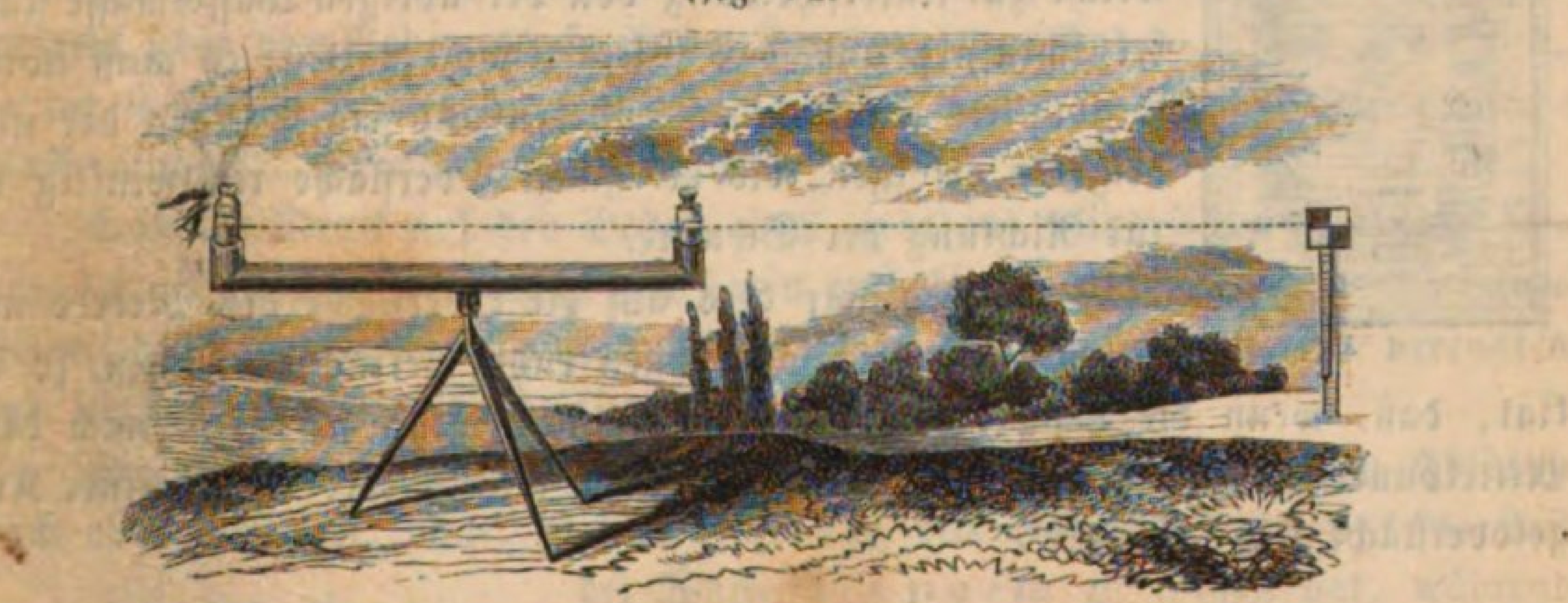


Druck ausgeübt wird, so findet das Gleichgewicht nur dann Statt, wenn auf die $n$mal größere Schicht BD ein auch ein $n$mal größerer Druck wirkt. Wird auf die Wasserschicht AC eine Wassersäule $ACFG$ aufgeschüttet, so ist es das Gewicht derselben, welches auf AC drückt. Will man diesem Druck durch eine auf BD lastende Wassersäule das Gleichgewicht halten, so muß diese Wassersäule $BDHI$ nothwendig $n$mal so schwer sein als $ACFG$. Soll aber die Wassersäule $BDHI$ wirklich $n$mal schwerer sein als $ACFG$, so müssen beide Wassersäulen gleiche Höhe haben, da ja die Grundfläche BD schon $n$mal größer ist als die Grundfläche AC.

Für cylindrische verticale Röhren, die unten auf irgend eine Weise mit einander in Verbindung stehen, gilt also das Gesetz, daß sie bei gleicher Flüssigkeit in beiden Schenkeln bis zu gleicher Höhe gefüllt sein müssen, wenn Gleichgewicht stattfinden soll, mag nun ihr Durchmesser gleich sein oder nicht.

Auf dem Gesetze der communicirenden Röhren beruht auch die Anwendung der Wasserwagen zum Abvisiren horizontaler Linien. Die Einrichtung dieser Instrumente ist wohl aus Fig 71 ohne weitere Erklärung verständlich.

Fig. 71.



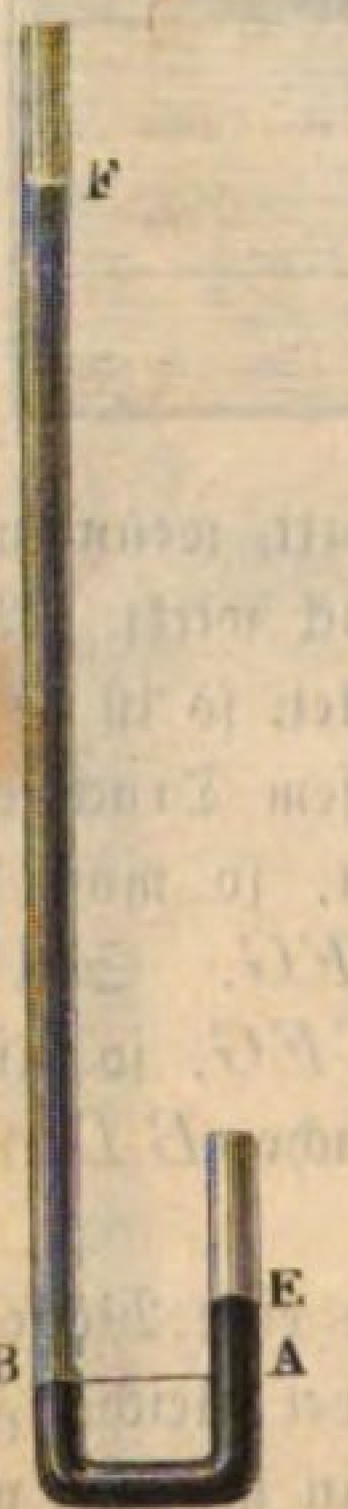
Nur bei ganz engen Röhren findet eine Abweichung von dem oben ausgesprochenen Gesetze Statt, die später besprochen werden wird.

Sind Flüssigkeiten von ungleichem specifischen Gewichte in die beiden Schenkel gegossen, so sind natürlich die Flüssigkeitssäulen, welche sich das Gleichgewicht halten, nicht mehr gleich hoch, sondern ihre Höhen verhalten sich umgekehrt wie ihre specifischen Gewichte.

In die heberförmig gebogene Röhre, Fig. 72 (a. f. S.), sei z. B. Quecksilber

und dann in den längeren Schenkel Wasser gegossen. Denken wir uns durch die Berührungsstelle von Quecksilber und Wasser eine horizontale Ebene BA gelegt, so wird alles Quecksilber unter BA für sich im Gleichgewicht sein, die Höhe der Quecksilbersäule EA ist aber für den Fall des Gleichgewichts beinahe 14mal geringer als die Höhe der Wassersäule BF im anderen Schenkel, weil das specifische Gewicht des Quecksilbers nahe 14mal so groß ist als das des Wassers.

Fig. 72.



Was man nun auch für verschiedene Flüssigkeiten anwenden mag, immer müssen sich die Höhen der Säulen umgekehrt wie ihre specifischen Gewichte verhalten. So hält z. B. eine 8 Zoll hohe Säule von concentrirter Schwefelsäure einer Wassersäule von 14,8 Zollen, und eine 8 Zoll hohe Säule von Schwefeläther einer Wassersäule von 5,7 Zollen das Gleichgewicht.

36 **Freie Oberfläche der Flüssigkeiten.** Aus dem Satze, welcher zu Anfang des vorigen Paragraphen bewiesen wurde, geht nun auch hervor, daß die freie Oberfläche einer Flüssigkeit in irgend einem Gefäße nothwendig horizontal sein muß. Wir können uns die ganze Flüssigkeitsmasse in eine beliebige Menge verticaler Säulchen zerlegt denken, und diese müssen sich unter einander nach dem Principe der communicirenden Röhren das Gleichgewicht halten. Hätte z. B. die Oberfläche der Flüssigkeit die Gestalt der Fig. 73, so können sich unmöglich die Wassersäulen cd und ab, welche zur Unterscheidung von der übrigen Wassermasse stärker schraffirt sind, das Gleichgewicht halten; es muß nothwendig ein Sinken der höheren und ein Steigen der niedrigeren erfolgen, bis die ganze Oberfläche rechtwinklig ist zur Richtung der Schwere.

Fig. 73.



Wenden wir dies auf die Oberfläche des Meeres an, welches wir als vollkommen ruhig betrachten wollen, so ist klar, daß, wenn die Schwerkraft allein wirkt und wenn sie stets nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtet ist, die Oberflächen aller Meere Theile einer Kugeloberfläche sein müssen.

37 **Bodendruck der Flüssigkeiten.** Wenn flüssige Massen in Gleichgewicht sind, so üben sie, in Folge ihrer Schwere, einen mehr oder minder bedeutenden Druck auf den Boden und die Seitenwände der Gefäße aus, in denen sie enthalten sind, dessen Werth wir nun bestimmen wollen. Zunächst wollen wir den Druck untersuchen, welcher von oben nach unten, oder von unten nach oben auf horizontale Flächen, alsdann den Druck, welcher auf die Seitenflächen ausgeübt wird.

In Gefäßen, die, wie in Fig. 74, 74 a. und 74 b., gleiche Grundflächen haben und bis zu gleicher Höhe mit Wasser gefüllt sind, hat der Boden gleichen Druck auszuhalten, mag nun das Gefäß oben weit oder eng, mag es gerade oder schräg sein.

Fig. 74.



Fig. 74 a.



Fig. 74 b.



Der Druck, welchen der Boden eines mit Wasser gefüllten Gefäßes auszuhalten hat, ist gleich dem Gewichte einer verticalen Wassersäule, deren Grundfläche gleich ist jenem Boden und deren Höhe gleich ist der Tiefe des Bodens unter dem Wasserspiegel.

Der Druck, welchen die Boden der Gefäße Fig. 74, 74 a. und 74 b. auszuhalten haben, ist also gleich dem Gewichte der im Gefäß Fig. 74 a. enthaltenen Wassersäule.

Wenn man allgemein mit s den Flächeninhalt des Bodens, mit h die Höhe des Wasserspiegels über demselben und mit d das Gewicht der Raumeinheit der Flüssigkeit bezeichnet, so haben wir für den Druck P, welchen der Boden auszuhalten hat, die Gleichung

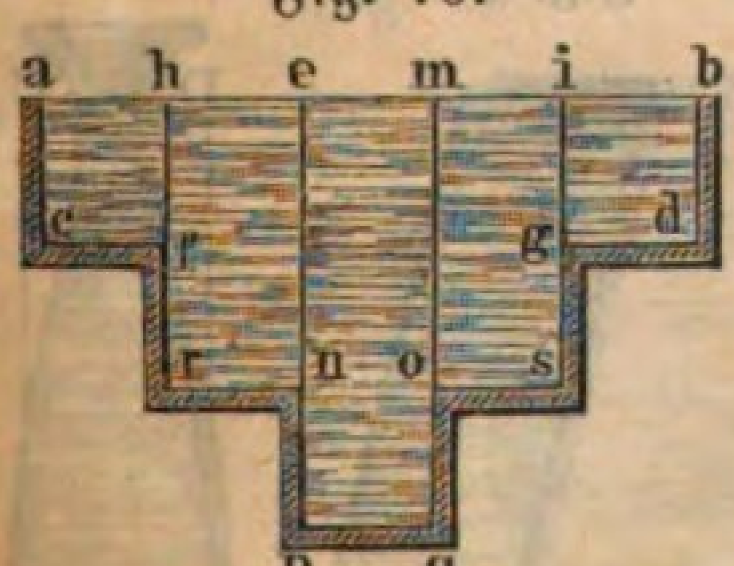
$$P = s \,.\, h \,.\, d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Ist z. B. der Flächeninhalt des Bodens 3 □′, die Höhe des Wasserspiegels über dem Boden 4′, so ist der Druck auf den Boden 3 × 4 × 66 Pfd., da der Cubikfuß Wasser (preußisches Maß) 66 Pfund wiegt und die verticale Wassersäule 3 . 4 = 12 Cubikfuß hält.

Daß der Druck auf den Boden eines geraden cylindrischen Gefäßes, wie Fig. 74 a., gleich dem Gewicht des darin enthaltenen Wassers ist, bedarf keines Beweises; daß aber der Druck auf den Boden der oben erweiterten, verengten und schrägen Gefäße derselbe ist, soll noch bewiesen werden.

Fig. 75 stellt ein Gefäß vor, welches sich in treppenförmigen Absätzen nach oben erweitert. Hier ist nun klar, daß das Bodenstück $p\,q$ nur die Last der Wassersäule $p\,q\,e\,m$ zu tragen hat, während das Gewicht der Wassermassen, welche die genannte Wassersäule umgeben, durch den Boden der treppenförmigen Absätze getragen wird. Das Gleiche gilt auch für das Gefäß Fig. 76 (a. f. S.), dessen Absätze nur kleiner sind als die des zuerst betrachteten Gefäßes. Der Boden $a\,b$ hat nur das Gewicht der Wassersäule $a\,b\,c\,d$ zu tragen.

Fig. 75.



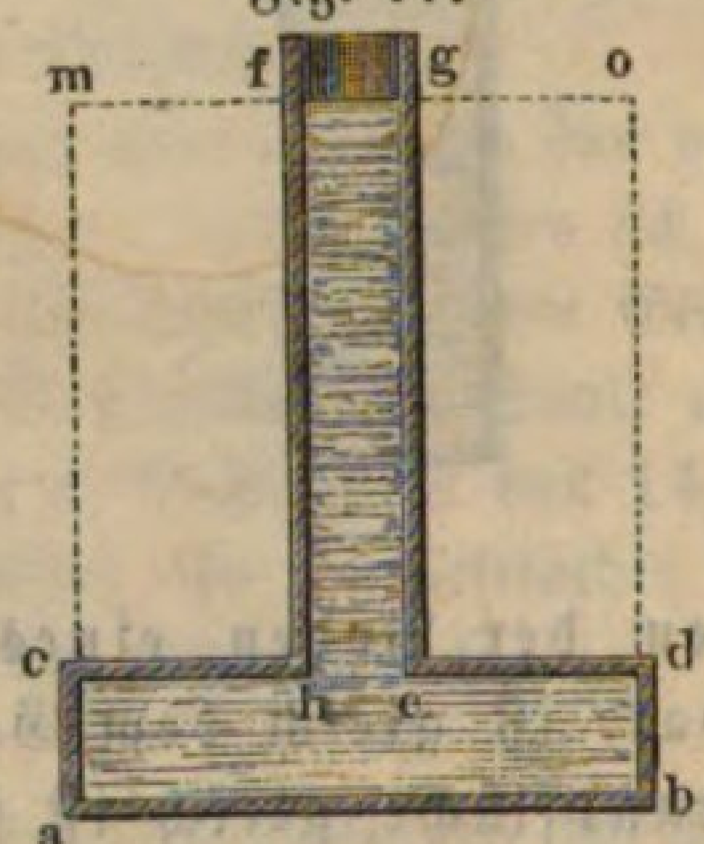
Die Größe der Absätze hat auf die Richtigkeit dieser Betrachtung keinen Einfluß; unsere Schlüsse gelten also auch noch, wenn die einzelnen treppenförmigen Absätze verschwindend klein werden, sie gelten also auch noch für ein oben erweitertes Gefäß von der Form Fig. 74.

Fig. 77 stellt ein unten weites Gefäß dar, an welchem sich oben eine engere Röhre ansetzt. Das Gefäß sei bis fg mit Wasser gefüllt. Der Boden ab hat zunächst das Gewicht der Wassersäule $abcd$ zu tragen. Diese ist aber selbst durch die Wassersäule hg gedrückt, deren Gewicht auf die Wasserschicht he preßt. Der auf he lastende Druck pflanzt sich nun durch das Wasser in $abcd$ in der Art gleichförmig fort, daß jeder Theil des Bodens ab, welcher eben so groß ist wie he, einen dem Gewicht der Wassersäule $fghe$ gleichen Druck auszuhalten hat. Jedes Flächenstück des Bodens, welches gleich ist he, hat demnach einen Gesammtdruck auszuhalten, welcher gleich ist dem Gewicht einer verticalen Wassersäule, deren Basis gleich he, deren Höhe aber gleich $ac + hf$ ist; daraus folgt nun ferner, daß der Gesammtdruck, welchen der Boden ab auszuhalten hat, gleich ist dem Gewichte einer geraden Wassersäule, deren Basis ab und deren Höhe am ist.

Fig. 76.



Fig. 77.



Darauf gründet sich die Real'sche Presse.

Wenden wir diese Schlüsse auf das Gefäß Fig. 78 an, welches bis oben hin mit Wasser gefüllt sein soll, so ergiebt sich, daß der Druck auf den Boden ab gleich ist dem Gewichte einer verticalen Säule, deren Basis ab und deren Höhe ac ist.

Nach derselben Schlußweise läßt sich darthun, daß der Boden ab des Gefäßes Fig. 79 ein Gewicht zu tragen habe, welches gleich ist dem der geraden Wassersäule $abcd$. Da aber diese Schlüsse von der Größe der Absätze ganz unabhängig sind, da sie auch für verschwindend kleine Absätze gelten, so folgt, daß auch der Boden der Gefäße Fig. 80 und 81 einen Druck auszuhalten habe, als ob auf demselben eine volle gerade Wassersäule von der gleichen Höhe ruhe, bis zu welcher das Gefäß gefüllt ist.

Fig. 78.

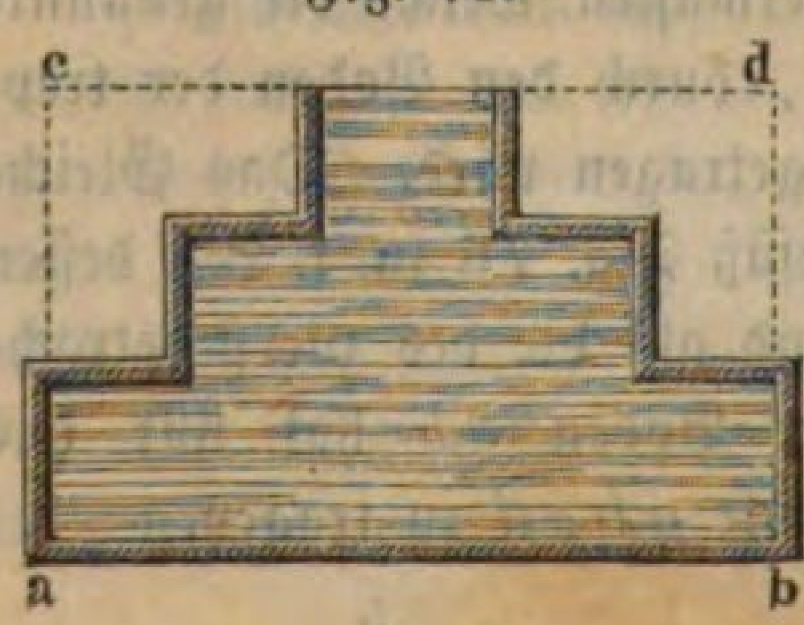


Fig. 79.



Fig. 80.



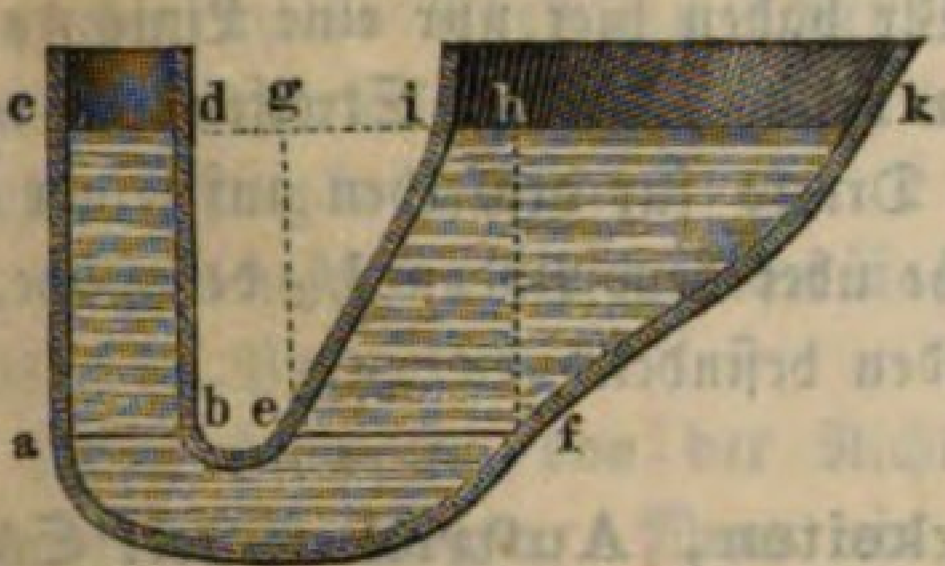
Fig. 81.



Kurz, der Druck, den der Boden eines mit Wasser gefüllten Gefäßes auszuhalten hat, ist von der Form dieses Gefäßes ganz unabhängig, er hängt bloß von der Größe des Bodens und seiner Tiefe unter dem Wasserspiegel ab.

Aus dem Gesagten folgt nun ferner, daß der Satz, welcher in §. 34 nur für gerade cylindrische Gefäße bewiesen wurde, ganz allgemein wahr ist, daß in communicirenden Gefäßen für den Fall des Gleichgewichts der Spiegel der Flüssigkeit in gleicher Höhe sein muß, welches auch übrigens die Gestalt der Gefäße sein mag. Dem Druck der Wassersäule *abcd*, Fig. 82, wird

Fig. 82.



das Gleichgewicht gehalten, wenn auf *ef* ein Druck wirkt, welcher dem Gewichte der verticalen Wassersäule *efgh* gleich ist. Nun aber übt ja, wie wir eben gesehen haben, die unregelmäßig geformte schräge Wassersäule *efik* auf ihre Grundfläche *ef* genau denselben Druck aus, wie die gleich hohe gerade Säule *efgh*, folglich muß in der That in beiden Schenkeln unseres Gefäßes das Wasser gleich hoch stehen, wenn Gleichgewicht stattfinden soll.

Seitendruck. Es ist eine Folge der gleichförmigen Fortpflanzung des Drucks durch Flüssigkeiten, daß auch die Seitenwände der mit Flüssigkeiten gefüllten Gefäße einen Druck auszuhalten haben, wie sie auch gegen die Horizontale geneigt sein mögen, und zwar hat ein jeder Punkt der Seitenwand einen Druck auszuhalten, welcher eben so groß ist, wie wenn er bei gleicher Tiefe unter dem Wasserspiegel sich in einem horizontalen Boden befände. Ist *s* der Flächeninhalt eines kleinen Stücks der Seitenwand, *h* die Tiefe seines Schwerpunkts unter dem Flüssigkeitsspiegel, so ist der Druck, den es auszuhalten hat, gleichfalls 38

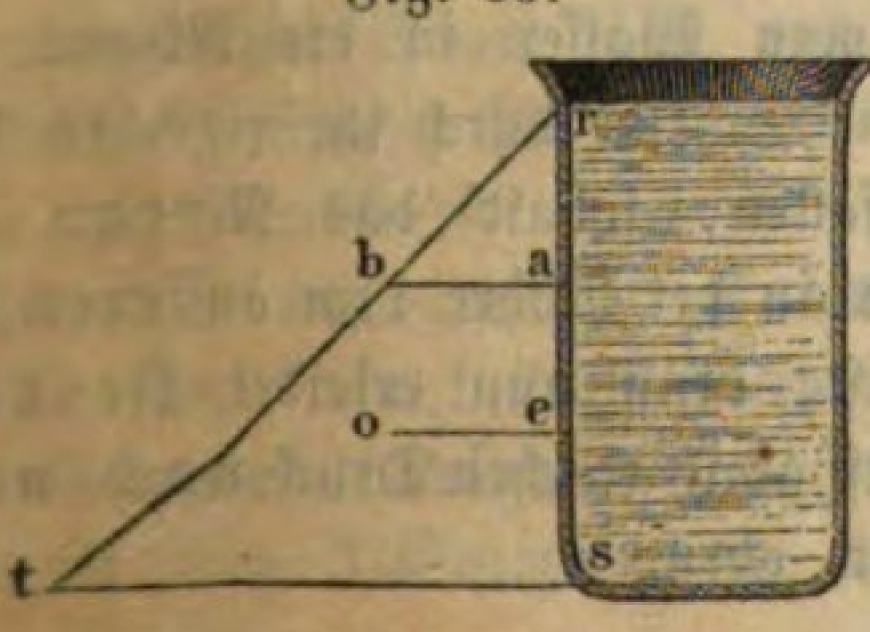
$$P = s \cdot h \cdot d,$$

wo *d* dieselbe Bedeutung hat wie im vorigen Paragraphen.

In einem 10 Meter hohen Behälter voll Wasser ist der Druck auf 1 Quadratcentimeter der Seitenwand in einer Tiefe von 1 Meter gleich 100 Gramm, in einer Tiefe von 2 Metern gleich 200 Gramm, in einer Tiefe von 10 Metern, also am Boden, gleich 1000 Gramm.

Der Druck, den irgend ein Punkt *a* der verticalen Wand eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefäßes auszuhalten hat, läßt sich durch Zeichnung (Fig. 83) anschaulich machen. Man ziehe in *a* eine wagerechte Linie und mache ihre Länge *ab* gleich der Tiefe des Punktes *a* unter dem Wasserspiegel, so kann die Linie *ab* den Druck repräsentiren, den der Punkt *a* auszuhalten hat. Macht man dieselbe Construction für mehrere Punkte der verticalen Linie *rs*, so werden die Endpunkte aller der horizontalen

Fig. 83.



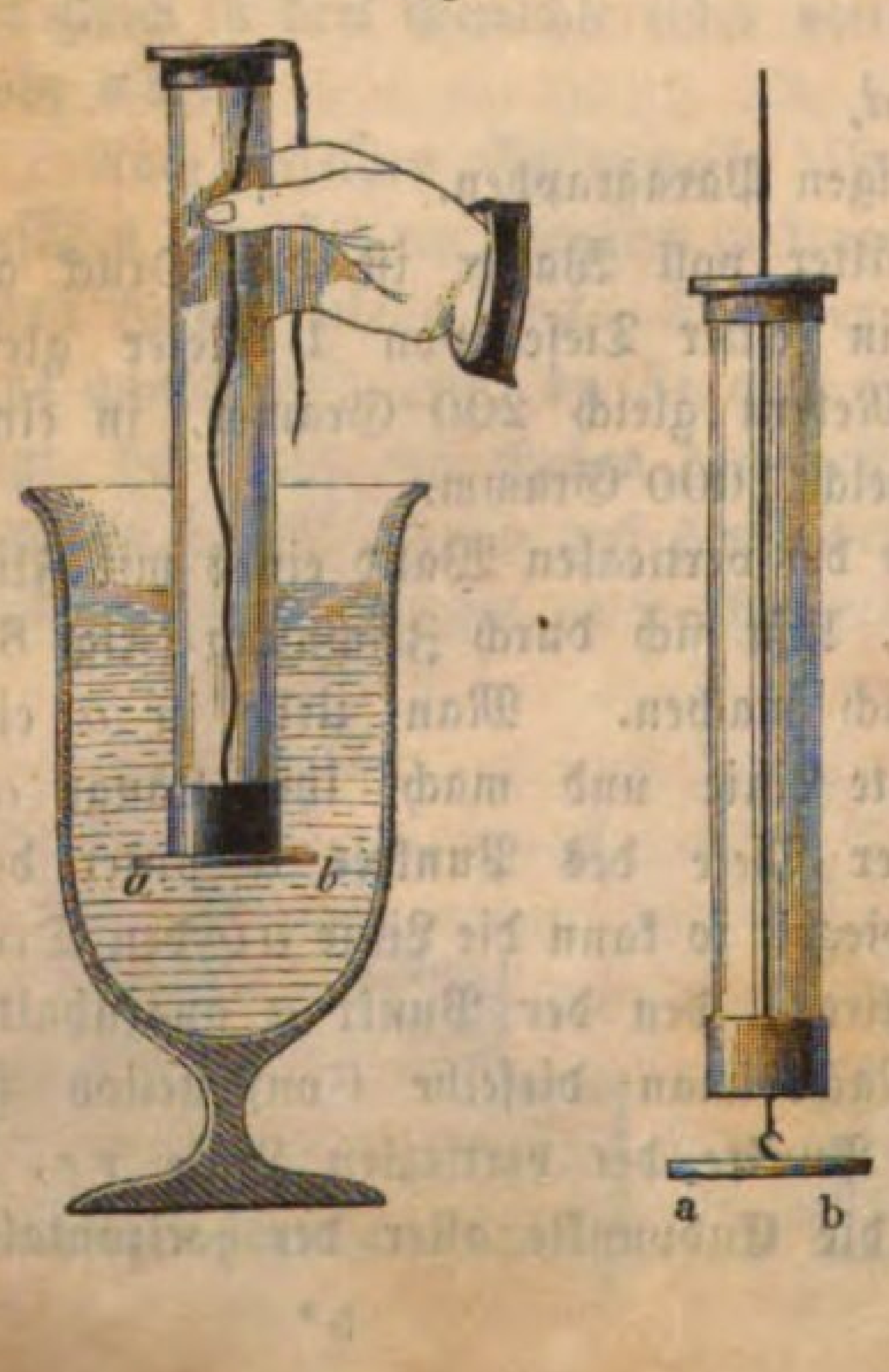
Drucklinien in die Linie *rt* fallen. Es folgt daraus, daß der Gesammtdruck, welchen die Linie *rs* der verticalen Gefäßwand auszuhalten hat, durch das Dreieck *rst* repräsentirt ist.

Der Angriffspunkt der Resultirenden aller elementaren Pressungen, welche ein Wandstück auszuhalten hat, heißt **Mittelpunkt des Drucks**. Er liegt immer tiefer als der Schwerpunkt des Flächenstücks, weil ja die Stärke des Drucks nach unten wächst. Der Mittelpunkt des Drucks für die verticale Linie *rs* ist leicht zu ermitteln; denn es ist offenbar derjenige Punkt *e*, in welchem die Linie *rs* von derjenigen horizontalen Linie getroffen wird, die durch den Schwerpunkt *o* des Dreiecks *rst* geht. Wir haben hier nur eine Linie *rs* betrachtet; nehmen wir statt derselben einen beliebig breiten Streifen der verticalen Wand, so liegt der Mittelpunkt des Drucks für denselben auf seiner verticalen Mittellinie, und zwar ist seine Höhe über dem Boden $1/3$ der Höhe, in welcher sich der Wasserspiegel über dem Boden befindet.

39 **Druck im Innern der Flüssigkeiten, Auftrieb.** Jede Schicht im Innern einer Flüssigkeit wird von beiden Seiten mit gleicher Kraft gedrückt; eine horizontale Schicht im Innern der Flüssigkeit z. B. hat von oben das Gewicht der darauf lastenden Wassersäule zu tragen; dieser Druck ist aber durch einen ganz gleichen, von den benachbarten Wassersäulen herrührenden, von unten her wirkenden äquilibrirt. Daß im Innern der Flüssigkeit ein solcher nach oben wirkender Druck wirklich vorhanden ist, läßt sich leicht durch den Versuch zeigen.

Das untere Ende einer ungefähr $1^1/_2$ Zoll weiten Glasröhre ist mit einer Messingfassung versehen, wie dies Fig. 84 zeigt. Der Rand derselben ist genau eben abgeschliffen. *ab* ist eine Metallscheibe, welche in ihrer Mitte einen Haken hat, so daß man sie an eine Schnur anhängen kann, welche durch die Röhre hindurchgeht. Wenn man den Faden anzieht, so verschließt die Scheibe die untere Oeffnung der Röhre vollkommen. Auf diese Weise verschlossen, wird die Röhre in das Wasser eingetaucht. Nun ist es nicht mehr nöthig, den Faden anzuziehen, um das Herunterfallen der Scheibe zu verhindern, weil sie durch die Flüssigkeit nach oben gedrückt wird. Gießt man Wasser in die Röhre, so wird die Scheibe durch ihr eigenes Gewicht fallen, sobald das Niveau des Wassers in der Röhre dem äußeren fast gleich ist; denn nun erleidet sie durch die Flüssigkeit gleichen Druck nach unten und nach oben.

Fig. 84.



Dieser Druck, welchen die untere Fläche jedes in eine Flüssigkeit eingetauchten Körpers auszuhalten hat, und welcher ein Bestreben äußert, den Körper in die Höhe zu treiben, heißt der Auftrieb.

Das archimedische Princip. In Folge des Auftriebs wird jeder in 40
einer Flüssigkeit untergetauchte Körper einen Theil seines Gewichts verlieren, und zwar ist dieser Gewichtsverlust gerade so groß als das Gewicht des aus der Stelle getriebenen Wassers.

Oder richtiger gesagt: Wenn ein Körper in eine Flüssigkeit eingetaucht ist, so wird ein Theil seines Gewichts von der Flüssigkeit getragen, welcher dem Gewichte der aus der Stelle getriebenen Flüssigkeit gleich ist.

Dieses wichtige Gesetz führt nach seinem Entdecker den Namen des archimedischen Princips.

Man kann sich von der Richtigkeit dieses Princips durch eine einfache Betrachtung überzeugen. Wenn ein gerades Prisma vertical in die Flüssigkeit eingetaucht ist, wie es Fig. 85 zeigt, so ist jeder Druck auf die Seiten des Prismas durch einen gleichen und entgegengesetzten aufgehoben, die obere Fläche aber erleidet den Druck einer Flüssigkeitssäule, welche mit dem Prisma gleiche Grundfläche und die Höhe h hat. Die untere Fläche dagegen wird von unten nach oben mit einer Kraft gedrückt, welche dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule von derselben Basis und der Höhe h' gleich ist. Ist b die Basis des Prismas, so ist bh der nach unten wirkende, auf der oberen Fläche lastende Druck, bh' der gegen die untere Fläche des Prismas nach oben wirkende Druck, also $b\,(h' - h)$ der Ueberschuß des letzteren, welchen wir als Auftrieb bezeichnen wollen.

Fig. 85.



Dieser Auftrieb ist aber gleich dem Gewichte einer Wassersäule von der Basis b und der Höhe $h' - h$, also gleich dem Gewichte des durch das Prisma verdrängten Wassers.

Es sei z. B. die Basis jenes Prismas 1 Quadratcentimeter, seine Höhe 10 Centimeter, die obere Fläche befinde sich 3 Centimeter unter dem Niveau des Wassers, so hat die obere Fläche den Druck einer Wassersäule von 1 Quadratcentimeter Grundfläche und 3 Centimeter Höhe, also das Gewicht von 3 Cubikcentimeter Wasser, d. h. 3 Grammen, zu tragen. Die untere Fläche ist aber 13 Centimeter unter dem Wasserspiegel, sie hat also einen von unten nach oben wirkenden Druck auszuhalten, welcher gleich dem Gewichte einer Wassersäule von 1 Quadratcentimeter Basis und 13 Centimeter Höhe ist, also 13 Gramme beträgt. Zieht man von diesen 13 Grammen die Größe des Drucks von 3 Grammen ab, welcher auf die obere Fläche nach unten wirkt,

so bleiben 10 Gramme für die Kraft, mit welcher das Prisma durch den Druck des Wassers nach oben getrieben wird. 10 Gramme aber ist das Gewicht einer Wassersäule, welche mit dem Prisma gleiches Volumen hat. Bestände dieses Prisma aus Marmor, so würde es 27 Gramme wiegen; in Wasser eingetaucht, hat es aber einen nach oben gerichteten Druck von 10 Grammen auszuhalten, folglich wird es sich im Wasser gerade so verhalten, als ob es um 10 Gramme leichter geworden wäre.

Nehmen wir statt eines solchen Prismas ein Bündel von mehreren, so ist klar, daß jedes einzelne Prisma durch das Eintauchen in Wasser von seinem Gewichte so viel verliert, als ein gleiches Volumen Wasser wiegt; folglich ist auch der Gewichtsverlust, welchen der ganze, aus mehreren Prismen zusammengesetzte Körper erleidet, gleich dem Gewichte einer Wassermasse, deren Volumen dem Gesammtvolumen aller Prismen gleich ist. Da man sich aber einen jeden Körper in eine Menge solcher vertical stehenden Prismen von sehr kleinem Durchmesser zerlegt denken kann, so läßt sich unser Schluß auf jeden beliebigen Körper ausdehnen.

Eine ganz andere Schlußweise führt uns zu demselben Resultate. Denken wir uns, der Raum, den der in Wasser eingetauchte Körper einnimmt, sei selbst mit Wasser angefüllt, so wird dieser Wasserkörper in der übrigen Wassermasse schweben, er wird nicht steigen und nicht sinken. Denken wir uns nun den Wasserkörper durch einen anderen ersetzt, der bei gleichem Volumen gleiches Gewicht mit dem Wasserkörper hat, so wird auch dieser schweben, sein ganzes Gewicht wird also durch das Wasser, in welches er eingetaucht ist, getragen, und somit ist klar, daß allgemein von dem Gewichte eines jeden in Wasser eingetauchten Körpers ein Theil durch das Wasser getragen wird, welcher dem Gewichte des verdrängten Wassers gleich ist.

Von der Wahrheit des archimedischen Princips kann man sich auch direct durch den Versuch überzeugen. An der einen Wagschale einer gewöhnlichen Wage ist ein hohler Cylinder *c*, Fig. 86, angehängt, an welchem wieder ein massiver Cylinder *p* hängt, welcher genau die Höhlung des oberen ausfüllt. Auf die andere Wagschale legt man nun so viel Gewichte, daß das Gleichgewicht hergestellt ist. Taucht man aber nun den Cylinder *p* in Wasser, so verliert er dadurch einen Theil seines Gewichts, das Gleichgewicht ist also gestört; um es von Neuem wieder herzustellen, braucht man nur den Cylinder *c* voll Wasser zu gießen, was offenbar zeigt, daß *p* durch das Eintauchen in Wasser gerade so viel an Gewicht verloren hat, als das Wasser wiegt, welches den Cylinder *c* ausfüllt. Das Volumen des in *c* befindlichen Wassers ist aber dem Volumen des Wassers gleich, welches der Cylinder *p* aus der Stelle treibt; mithin ist der Gewichtsverlust gleich dem Gewichte des aus der Stelle vertriebenen Wassers.

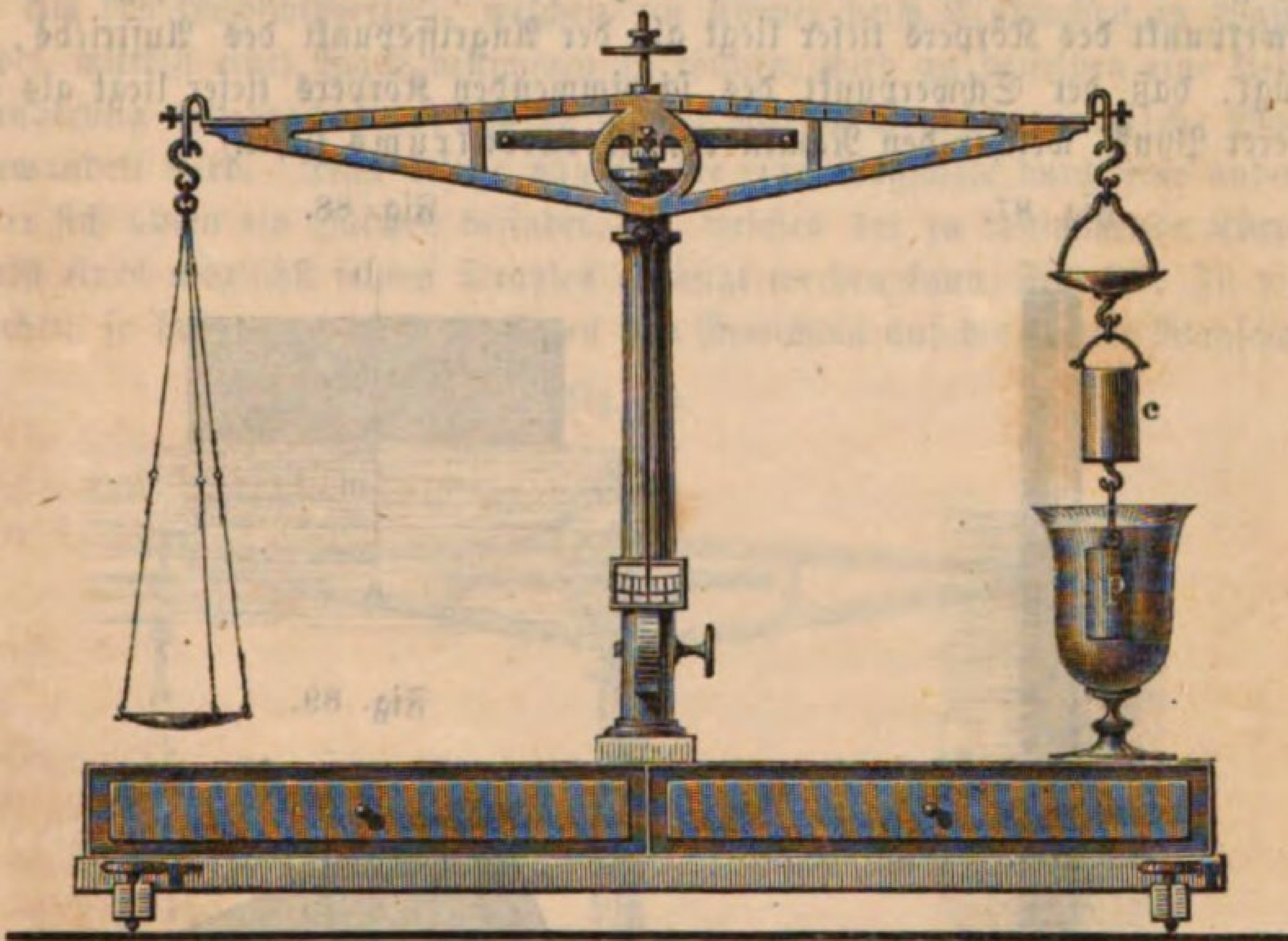
Bezeichnen wir das Gewicht eines Körpers mit G, den Gewichtsverlust, den er durch Untertauchen unter Wasser erleidet, mit W, so ist die Kraft K, mit welcher der Körper sinkt,

$$K = G - W \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Sobald nun der Körper schwerer ist als ein gleiches Volumen Wasser, so

lange also $G > W$, ist der Werth von K positiv, der Körper wird merklich sinken und kann erst ins Gleichgewicht kommen, wenn er auf dem Boden liegt oder auf andere Weise aufgehalten wird.

Fig. 86.



Ist $G = W$, so ist $K = 0$, der Körper wird im Wasser schweben, ohne zu sinken, aber auch ohne zu steigen.

Ist aber endlich $G < W$, d. h. ist der untergetauchte Körper leichter als ein gleiches Volumen Wasser, so wird K negativ, der Körper wird nicht sinken, sondern er wird durch das Ueberwiegen des Auftriebs in die Höhe steigen; ein Gleichgewichtszustand kann erst eintreten, wenn der Körper so weit aus der Oberfläche des Wassers hervorragt, daß das Gesammtgewicht des Körpers gleich ist dem Gewichte des durch den untergetauchten Theil verdrängten Wassers, der Körper wird also schwimmen.

Auf einen schwimmenden Körper wirken zwei Kräfte in entgegengesetzter Richtung; sein Gewicht, im Schwerpunkt des Körpers angreifend, zieht ihn nach Unten, der Auftrieb im Schwerpunkt der verdrängten Wassermasse, oder richtiger gesagt, in dem Punkte angreifend, welcher der Schwerpunkt des untergetauchten Körpertheils sein würde, wenn dieses untergetauchte Stück eine vollkommen gleichartige Masse wäre, treibt den Körper nach Oben. Den Angriffspunkt des Auftriebs bezeichnet man auch mit dem Namen Mittelpunkt des Wasserdrucks.

Es schwimme z. B. auf Wasser eine unten zugeschmolzene Glasröhre, Fig. 87 (a. f. S.), deren Schwerpunkt s durch Schrotkörner oder Quecksilber sehr tief liegt. Der Angriffspunkt des Auftriebs liegt in m, dem geometrischen Mittelpunkte des untergetauchten Theils.

Ein schwimmender Körper ist im Gleichgewichte, wenn sein Schwerpunkt und der Angriffspunkt des Auftriebs in einer und derselben Verticallinie liegen; und dieses Gleichgewicht ist jedenfalls ein stabiles, wenn *s* tiefer liegt als *m*.

Für ein stabiles Schwimmen ist es jedoch nicht unbedingt nöthig, daß der Schwerpunkt des Körpers tiefer liegt als der Angriffspunkt des Auftriebs, es genügt, daß der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers tiefer liegt als ein anderer Punkt, welcher den Namen des Metacentrums führt.

Fig. 87.

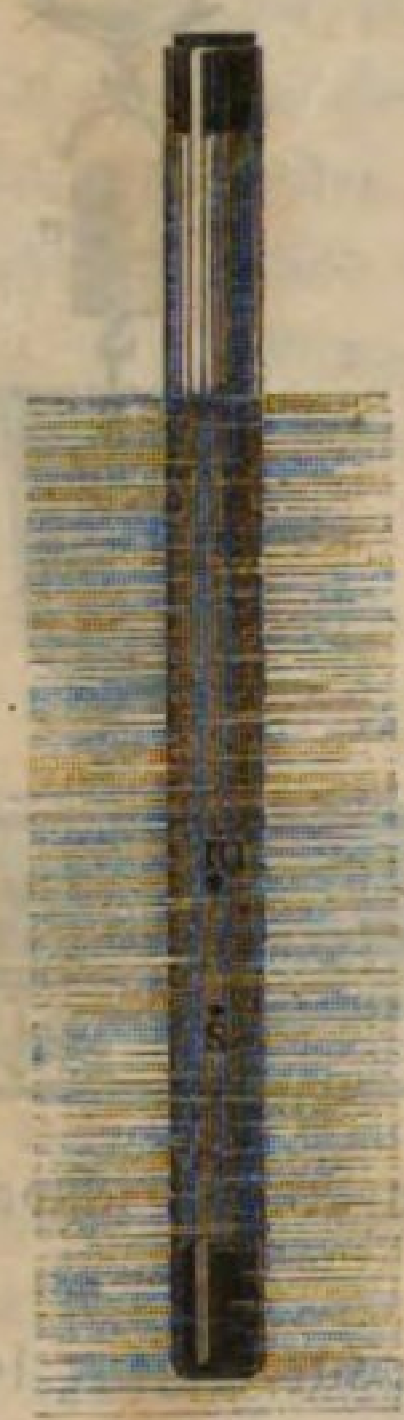


Fig. 88.

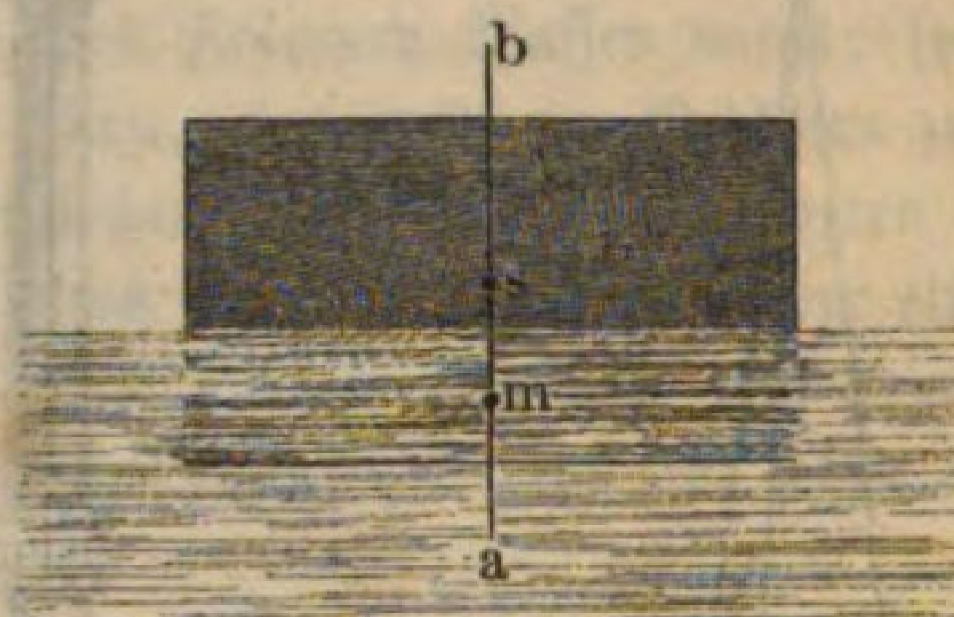
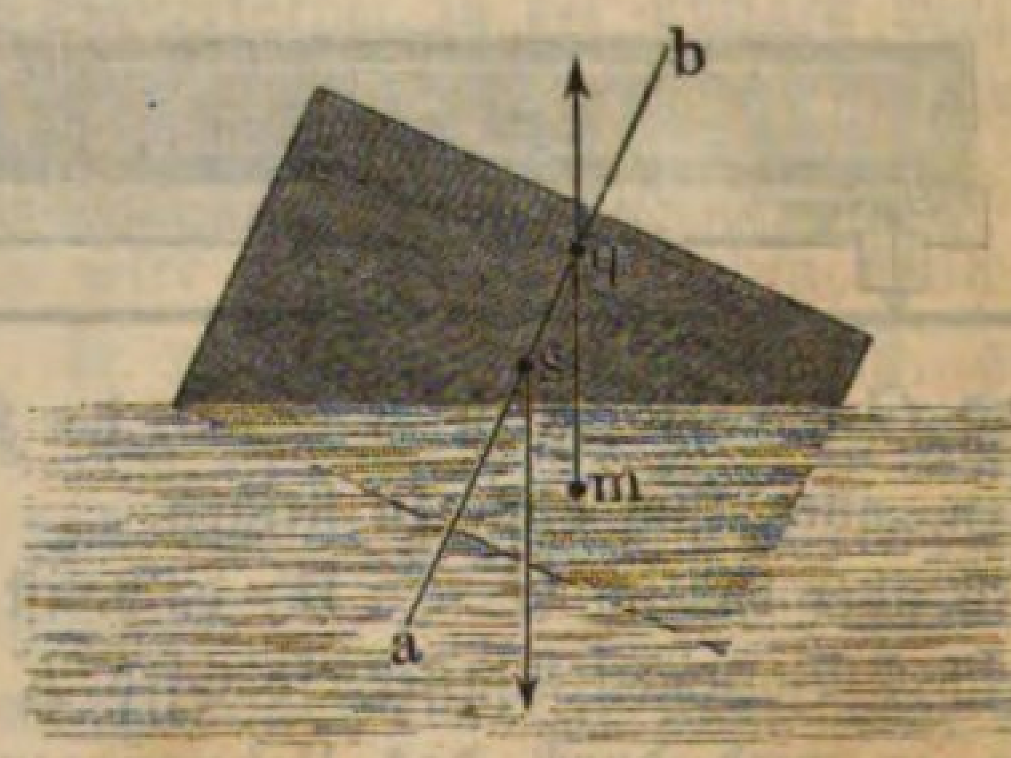


Fig. 89.



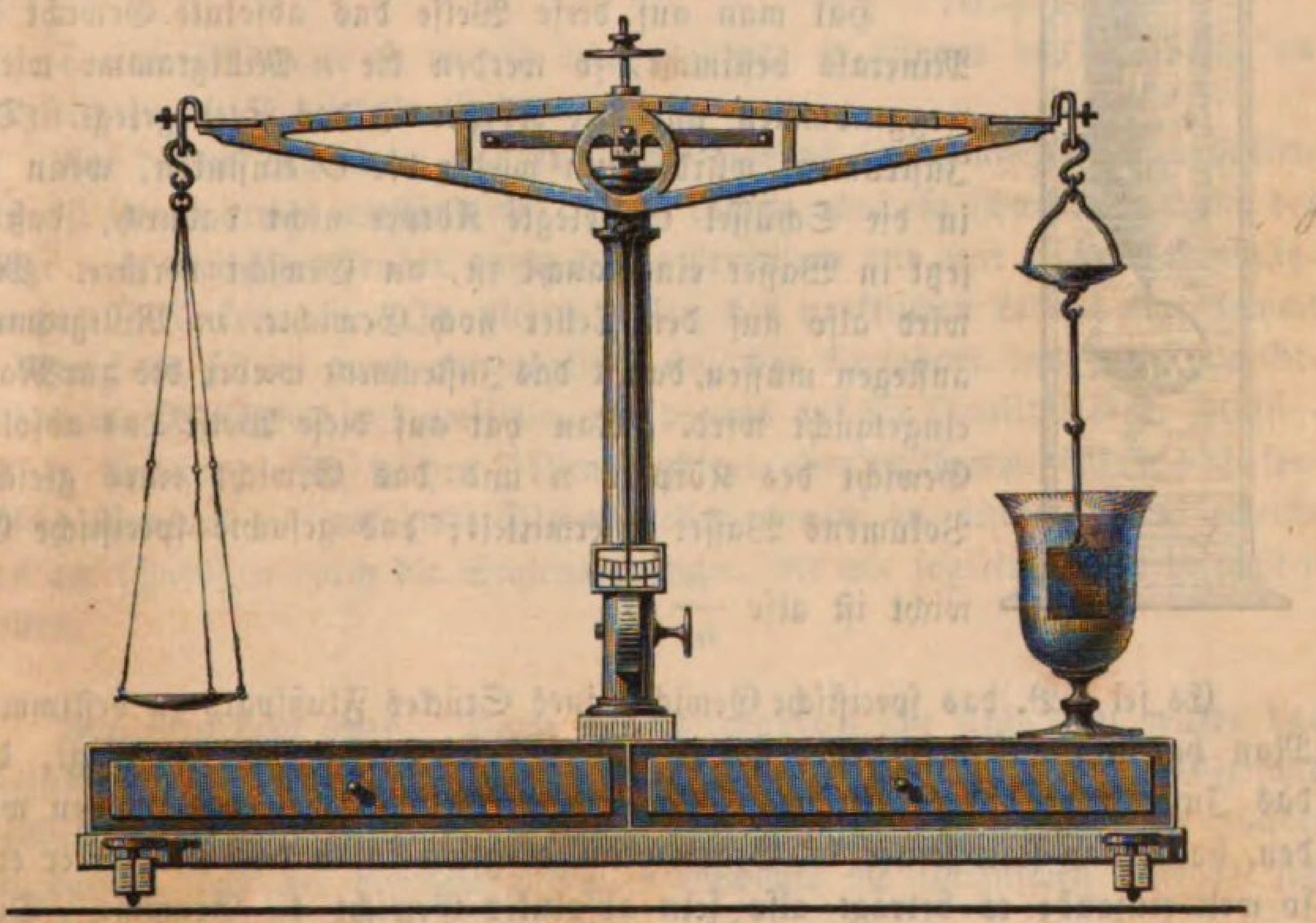
Die Lage des Metacentrums ist in folgender Weise bestimmt: Denken wir uns den Schwerpunkt *s* eines Körpers und den Punkt *m*, welcher den Angriffspunkt des Auftriebs in dem Falle bildet, daß der Körper in seiner Gleichgewichtslage schwimmt, wie Fig. 88, durch eine gerade Linie verbunden, so können wir diese Linie *ab* als Mittellinie des Körpers bezeichnen. Wird der schwimmende Körper aus seiner Gleichgewichtslage herausgebracht (Fig. 89), so nimmt die Mittellinie *ab* eine schräge Stellung an, zugleich aber nimmt der Angriffspunkt des Auftriebs eine andere Stelle ein, er rückt in unserem Beispiel in den Punkt *m*, Fig. 89. Ein durch den neuen Angriffspunkt des Auftriebs gelegtes Perpendikel schneidet nun die Mittellinie *ab* in einem Punkte *q*, und dieser Punkt *q* ist das Metacentrum.

Ein Körper schwimmt also stabil, so lange sein Schwerpunkt unter dem Metacentrum; er schwimmt nicht stabil und muß umschlagen, wenn sein Schwerpunkt über dem Metacentrum liegt.

Anwendung des archimedischen Princips. Das archimedische Princip bietet uns ein Mittel, das specifische Gewicht fester und flüssiger Körper zu bestimmen, da man durch den Gewichtsverlust des eingetauchten Körpers das Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmasse erfährt. 41

Um den Gewichtsverlust, welchen ein Körper beim Eintauchen in Wasser erleidet, mittelst einer Wage bestimmen zu können, wird an derselben eine kleine Veränderung angebracht, wodurch sie in eine sogenannte hydrostatische Wage umgewandelt wird. Man ersetzt nämlich die eine Wagschale durch eine andere, an der sich unten ein Häkchen befindet, an welches der zu bestimmende Körper mittelst eines möglichst feinen Drahtes gehängt werden kann, Fig. 90. Ist dies geschehen, so kann man durch Auflegen von Gewichten auf die andere Wagschale

Fig. 90.



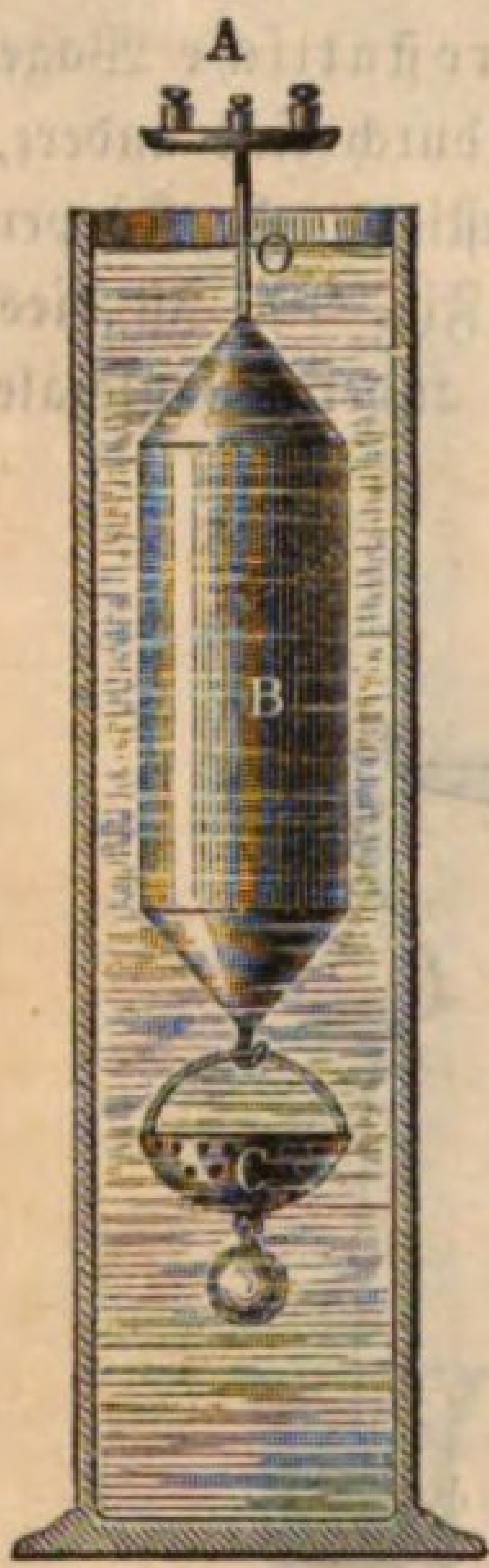
das absolute Gewicht g des Körpers bestimmen. Taucht man ihn nun in Wasser ein, so muß man von dem aufgelegten Gewichte g einen Theil a wegnehmen, um das Gleichgewicht der Wage wieder herzustellen; a ist also der Gewichtsverlust, welchen der Körper beim Eintauchen in Wasser erleidet, folglich $\frac{g}{a}$ sein specifisches Gewicht.

Nicholson's Aräometer. Zur Bestimmung des specifischen Gewichts fester Körper kann statt der Wage das Nicholson'sche Aräometer angewandt werden, welches in Fig. 91 (a. f. S.) abgebildet ist. 42

An einem hohlen auch oben und unten geschlossenen Cylinder B von Messingblech ist unten ein Sieb C angehängt, oben aber ein feines Stäbchen befestigt, welches einen Teller trägt, auf den man kleinere Körper und Gewichte legen kann. In Wasser eingetaucht, schwimmt das Instrument aufrecht, weil

dafür gesorgt ist, daß sein Schwerpunkt möglichst tief liegt. Das Instrument ist so eingerichtet, daß der oberste Theil des Körpers B noch aus dem Wasser herausragt. Legt man nun den Körper, dessen specifisches Gewicht man bestimmen will, etwa ein Mineral, auf den Teller, so sinkt das Instrument weiter ein, und durch ferneres Auflegen von Tarirgewichten kann man es leicht dahin bringen, daß es genau bis zu einem Punkte O eingesenkt ist, welchen man auf irgend eine Weise (gewöhnlich durch einen Feilstrich) auf dem Stäbchen markirt hat. Man nimmt nun das Mineral weg und legt statt dessen so viel Gewicht auf, bis das Instrument wieder genau bis O einsinkt. Auf diese Weise erhält man das absolute Gewicht des Körpers. Es betrage n Milligramme.

Fig. 91.



Hat man auf diese Weise das absolute Gewicht des Minerals bestimmt, so werden die n Milligramme wieder weggenommen und der Körper in das Sieb gelegt. Das Instrument würde nun wieder bis O einsinken, wenn der in die Schüssel C gelegte Körper nicht dadurch, daß er jetzt in Wasser eingetaucht ist, an Gewicht verlöre. Man wird also auf den Teller noch Gewichte, m Milligramme, auflegen müssen, damit das Instrument wieder bis zur Marke eingetaucht wird. Man hat auf diese Weise das absolute Gewicht des Körpers n und das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser m ermittelt; das gesuchte specifische Gewicht ist also $\frac{n}{m}$.

Es sei z. B. das specifische Gewicht eines Stückes Flußspath zu bestimmen. Man hat ihn auf den Teller gelegt und so viel Tarirgewicht zugefügt, daß das Instrument bis O einsinkt. Nachdem der Flußspath weggenommen worden, hatte man statt seiner 12 Gramme aufzulegen, damit das Aräometer eben so weit einsank; es beträgt also sein absolutes Gewicht 12 Gramme. Diese werden wieder weggenommen und der Flußspath in das Sieb gelegt; um es nun wieder dahin zu bringen, daß das Instrument bis O einsinkt, muß man noch 3,8 Gramme auf den Teller legen; das Gewicht eines dem Flußspath gleichen Wasservolumens ist also 3,8 Gramm, und das verlangte specifische Gewicht $\frac{12}{3{,}8} = 3{,}15$.

Auch das specifische Gewicht von Flüssigkeiten kann man mit dem Nicholson'schen Aräometer bestimmen. Da das Instrument stets so weit einsinkt, daß das Gewicht desselben sammt den Gewichten auf dem Teller dem der verdrängten Flüssigkeitsmasse gleich ist, so kann man mit Hülfe dieses Instruments ausmitteln, wie viel ein bestimmtes Volumen der Flüssigkeit wiegt. Dazu ist aber nöthig, daß man das Gewicht des Instruments selbst kennt; dies Gewicht sei g. Wenn das Instrument, in Wasser eingetaucht, bis O einsinken soll, so muß

noch Gewicht zugelegt werden. Bezeichnen wir dieses Zulagegewicht mit a, so ist $g + a$ das Gewicht der verdrängten Wassermenge.

Taucht man nun das Instrument in eine andere Flüssigkeit, so wird man irgend ein anderes Gewicht b anstatt a auflegen müssen, um ein Einsinken bis O zu bewerkstelligen; b wird größer sein als a, wenn die Flüssigkeit schwerer, kleiner als a, wenn sie leichter ist als Wasser. Das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit ist $g + b$; das Volumen derselben ist aber genau so groß als das Gewicht der Wassermenge, deren Gewicht $g + a$ ist, weil ja das Aräometer in beiden Fällen gleich tief eingesunken ist.

Das Instrument wiege z. B. 70 Gramme, man muß 20 Gramme auflegen, damit es in Wasser, und 1,37 Gramme, damit es in Weingeist bis O einsinkt; es ist also das specifische Gewicht des Weingeistes $\frac{70 + 1{,}37}{70 + 20} = 0{,}793$.

Dieses Aräometer ist um so empfindlicher, je dünner das Stäbchen im Vergleich zum eingetauchten Volumen ist.

Mit diesem Aräometer das specifische Gewicht von Flüssigkeiten zu bestimmen, ist immer etwas umständlich. Man könnte eben so schnell mit Hülfe der Wage nach dem schon früher angegebenen Verfahren mit weit größerer Genauigkeit zum Ziele kommen. In vielen Fällen des praktischen Lebens aber kommt es darauf an, schnell durch ein möglichst einfaches Verfahren das specifische Gewicht einer Flüssigkeit auszumitteln, um daraus auf die Qualität einer Flüssigkeit zu schließen. In solchen Fällen reicht es aber vollkommen hin, das specifische Gewicht bis auf zwei Decimalstellen genau zu finden; man erreicht dies am schnellsten durch die Scalenaräometer, die wir sogleich näher betrachten wollen.

Scalenaräometer. Durch das Nicholson'sche Aräometer wurde das specifische Gewicht einer Flüssigkeit aus der Vergleichung des absoluten Gewichts gleicher Volumina abgeleitet. Der Gebrauch der Scalenaräometer aber gründet sich darauf, daß bei gleichem absoluten Gewichte die specifischen Gewichte sich umgekehrt verhalten wie die Volumina. 43

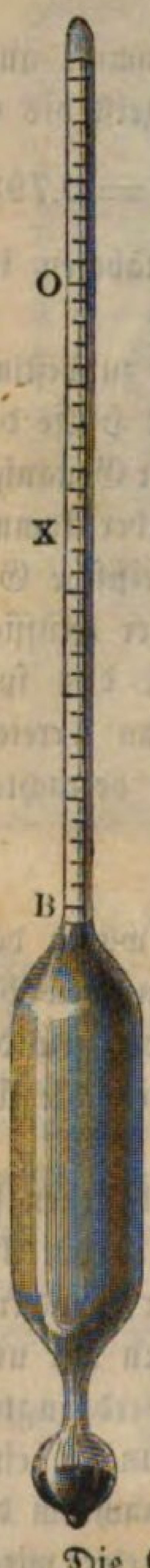
Fig. 92 (a. f. S.) stellt einen Scalenaräometer dar. In der Regel bestehen sie aus einer cylindrischen Glasröhre, welche unten erweitert ist, wie man in der Abbildung sieht. In der unteren Kugel befindet sich etwas Quecksilber, wodurch nur bezweckt wird, daß das Instrument aufrecht schwimmt. Denken wir uns das Instrument im Wasser schwimmend, so ist das Gewicht des verdrängten Wassers dem Gewichte des Instrumentes gleich. Senken wir es nun in eine andere Flüssigkeit, so wird es tiefer oder weniger tief einsinken, je nachdem die Flüssigkeit leichter oder schwerer ist als Wasser. Gesetzt, das Aräometer wiege 10 Gramme, so wird es, in Wasser schwimmend, 10 Cubikcentimeter verdrängen. Taucht man es in Weingeist, so wird es so tief einsinken, daß die verdrängte Weingeistmenge auch 10 Gramme wiegt. Aber 10 Gramme Weingeist nehmen einen größeren Raum ein als 10 Gramme Wasser, das Instrument muß also tiefer einsinken, und zwar so, daß das in Weingeist eingesenkte Volumen sich zu

dem in Wasser eingesenkten umgekehrt verhält wie die specifischen Gewichte dieser Flüssigkeiten.

Um mit Hülfe eines solchen Instrumentes das specifische Gewicht einer Flüssigkeit ermitteln zu können, muß aber die Röhre mit einer zweckmäßigen Theilung versehen sein. Eine solche ist nun die von Gay-Lussac angegebene Volumeterscala.

Um diese Scale zu erhalten, wird zunächst derjenige Punkt x der Röhre bezeichnet, bis zu welchem das Instrument in Wasser einsinkt, alsdann auf der Röhre, von diesem Punkt ausgehend, eine Reihe von Theilstrichen so angebracht, daß das Volumen eines Röhrenstücks, welches zwischen je zwei solcher Theilstriche fällt, $^1/_{100}$ von dem in Wasser einsinkenden Volumen ist. Nehmen wir z. B. an, das Volumen desjenigen Theils des Aräometers, welches im Wasser untergetaucht ist, betrüge gerade 10 Cubikcentimeter, so müßte das Volumen des Röhrenstücks, welches zwischen je zwei Theilstriche fällt, 0,1 Cubikcentimeter betragen.

Fig. 92.



Der Wasserpunkt x wird mit 100 bezeichnet und die Theilung von unten nach oben gezählt. Die auf diese Weise getheilten Aräometer werden mit dem besonderen Namen Volumeter bezeichnet.

Gesetzt, das Aräometer sänke in irgend einer Flüssigkeit bis zum Theilstrich 80 der Volumeterscala ein, so weiß man dadurch, daß 80 Volumtheile dieser Flüssigkeit so viel wiegen wie 100 Volumtheile Wasser; das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit verhält sich also zu dem des Wassers wie 100 zu 80, es ist also $\frac{100}{80}$ oder 1,25.

Wäre das Volumeter in einer anderen Flüssigkeit bis zum Theilstrich 116 der Volumeterscala eingesunken, so finden wir durch dieselbe Schlußweise, daß das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit $\frac{100}{116} = 0,862$ ist. Kurz, wenn das Volumeter in einer Flüssigkeit bis zu einem bestimmten Punkte y der Scala einsinkt, so findet man das specifische Gewicht s der Flüssigkeit, wenn man die Zahl des beobachteten Scalenpunktes in 100 dividirt, d. h. es ist

$$s = \frac{100}{y}.$$

Die Genauigkeit eines solchen Instrumentes ist um so größer, je größer die Entfernung eines Theilstriches vom anderen, je dünner also die Röhre im Vergleich zu dem Volumen des ganzen Instrumentes ist. Damit jedoch die Röhre nicht gar zu lang wird, macht man kein Volumeter, welches für alle Flüssigkeiten anwendbar ist, sondern solche, welche entweder nur für leichtere oder nur für schwerere Flüssigkeiten gebraucht werden können. Bei den ersteren befindet

sich der mit 100 bezeichnete Wasserpunkt nahe am unteren, bei den letzteren aber nahe am oberen Ende der Röhre.

Noch bequemer für den Gebrauch ist die Densimeterscala, d. h. eine Scale, an welcher man unmittelbar die specifischen Gewichte ablesen kann, deren Theilstriche also mit dem ihnen entsprechenden specifischen Gewichte bezeichnet sind. An einem Densimeter also, welches für leichtere Flüssigkeiten bestimmt ist, sind die Punkte markirt, bis zu welchen das Instrument in Flüssigkeiten einsinken muß, deren specifisches Gewicht 1; 0,99; 0,98; 0,97 ... 0,90; 0,89 u. s. w. ist.

Fig. 93.

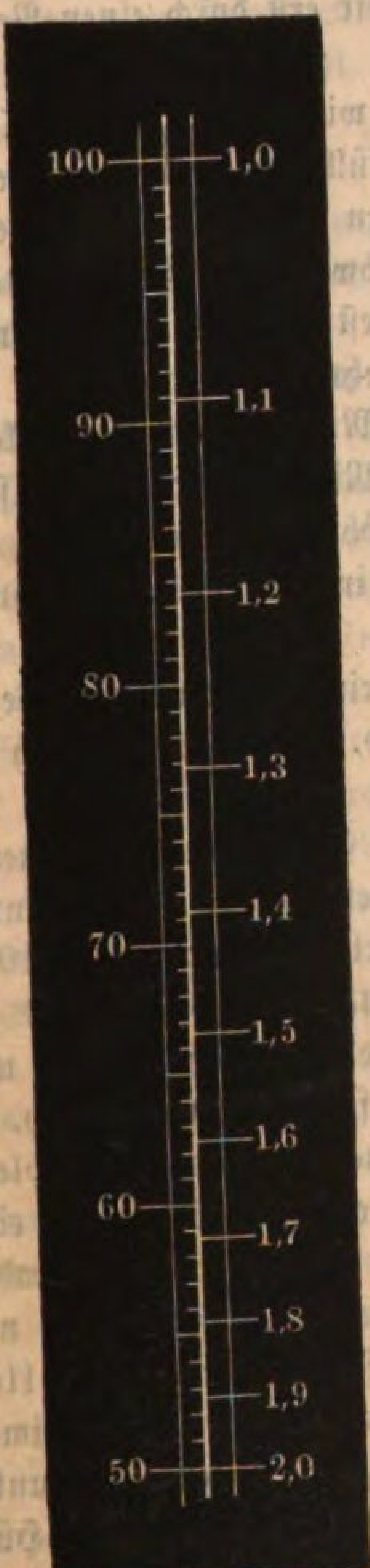


Fig. 94.

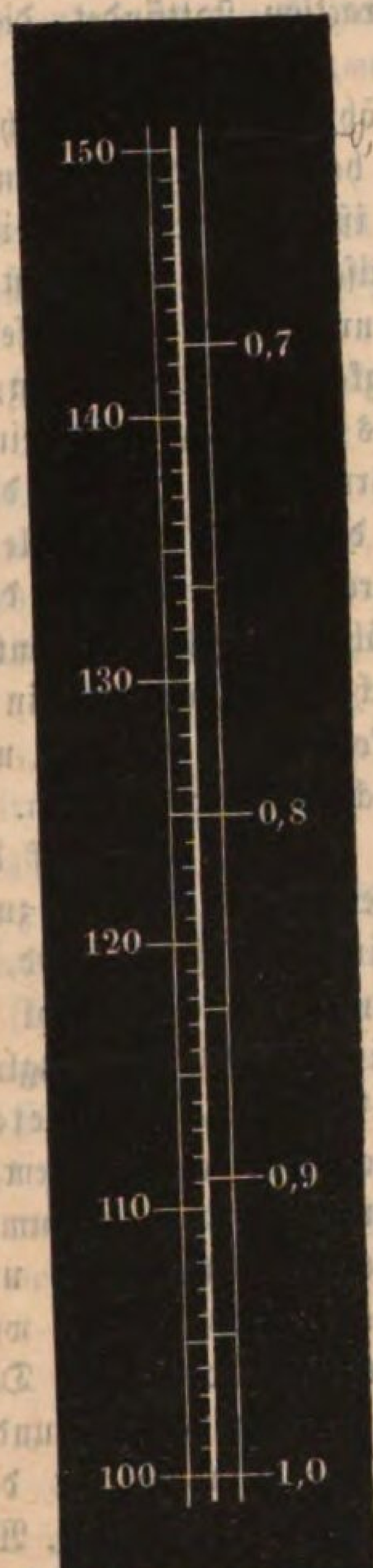


Fig. 93 zeigt eine Densimeterscale für schwerere, Fig. 94 eine solche für leichtere Flüssigkeiten und neben denselben links die entsprechenden Stücke der Volumeterscale aufgetragen.

Alkoholometer. Im 44
praktischen Leben ist es nicht direct der Zweck, das specifische Gewicht einer Flüssigkeit zu erfahren, sondern man will den Concentrationsgrad einer Salzlösung, die Mischungsverhältnisse einer Flüssigkeit kennen lernen. Diese stehen nun freilich mit dem specifischen Gewichte in genauer Beziehung, so daß, wenn man mit Hülfe des Aräometers das specifische Gewicht einer Flüssigkeit ausgemittelt hat, man daraus auch auf die Natur der Flüssigkeit schließen kann. Man hat jedoch für solche Flüssigkeiten, welche in der Praxis häufig vorkommen, besondere Aräometer construirt, welche unmittelbar die Mischungsverhältnisse angeben; wir wollen hier nur eines der wichtigsten, nämlich das Alkoholometer, näher betrachten.

Das Alkoholometer dient zur Bestimmung des Alkoholgehaltes einer Mischung von Wasser und Weingeist.

Das specifische Gewicht des Alkohols ist 0,793, wenn man das des Wassers als Einheit annimmt; eine Mischung von Wasser und absolutem Alkohol wird also eine Dichtigkeit haben, welche zwischen 1 und 0,793 fällt und sich mehr der einen oder der anderen Gränze nähert, je nachdem die Mischung mehr Wasser oder mehr Alkohol enthält. Die Dichtigkeit der Mischung weicht jedoch von dem arithmetischen Mittel ab, welches man aus den Mischungsverhältnissen berechnet.

Der Grund dieser Abweichung liegt darin, daß, wenn man Wasser und Weingeist mischt, eine Contraction stattfindet, die wir erst durch einen Versuch anschaulich machen wollen.

Man gieße eine Glasröhre (etwa eine solche, wie man sie zum Toricelli'schen Versuche nimmt) halb voll Wasser und fülle die andere Hälfte mit Weingeist (für Vorlesungen ist gefärbter Weingeist zu empfehlen), so werden sich die Flüssigkeiten nicht mischen; der Weingeist schwimmt auf dem Wasser. Nachdem das offene Ende durch einen Korkstöpsel fest verschlossen worden ist, so daß durchaus keine Flüssigkeit entweichen kann, kehrt man die Röhre um; es wird durch das Sinken des Wassers alsbald eine Mischung der Flüssigkeiten vor sich gehen. Hat nach mehrmaligem Umkehren die Mischung vollständig stattgefunden, so sieht man, daß die vorher ganz volle Röhre nicht mehr ganz angefüllt ist, es hat sich ein leerer Raum gebildet, der in einer 30 Zoll langen Röhre eine Länge von ungefähr $^1/_2$ Zoll einnimmt.

Die Punkte, bis zu welchen ein Aräometer in Weingeist von verschiedenem Alkoholgehalt einsinken wird, lassen sich demnach nur durch Versuche ermitteln.

Fig. 95.

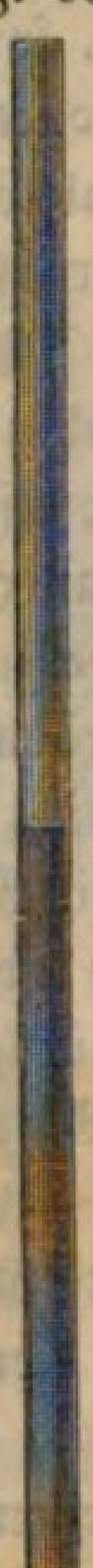
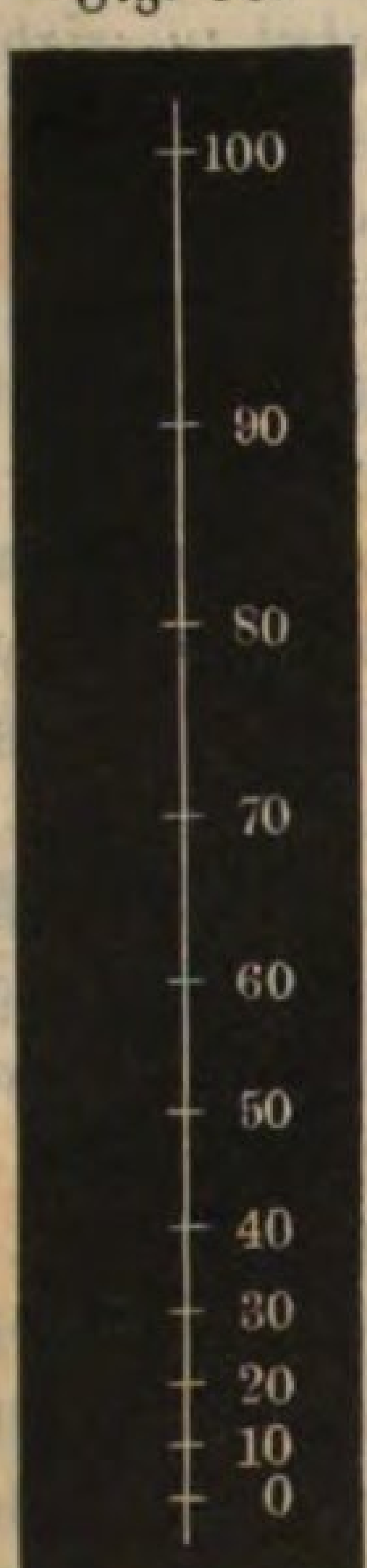


Fig. 96.



Markirt man auf der Scala eines Aräometers diejenigen Punkte, bis zu welchen das Instrument in Weingeist einsinken wird, welcher 10, 20, 30, 40 ꝛc. Volumprocente Alkohol enthält, theilt man die Zwischenräume in 10 gleiche Theile, so erhält man ein Procent-Aräometer für Weingeist, d. h. ein Aräometer, an welchem man unmittelbar ablesen kann, wie viel Volumprocente Alkohol in einer Mischung von Wasser und Weingeist sich befinden. Solche Alkoholometer wurden in Frankreich nach Gay-Lussac's, in Deutschland nach Tralles' Angaben ausgeführt, und es ist gesetzlich bestimmt, daß der Alkoholgehalt des der Besteuerung unterworfenen Branntweins, Weingeistes u. s. w. mit Hülfe dieses Instrumentes ermittelt werden soll. Beistehende Scala, Fig. 96, zeigt die Hauptabtheilungen eines solchen Alkoholometers in ihrem richtigen Verhältniß. Man sieht, wie sich erwarten ließ, daß die Abtheilungen ungleiche Größe haben.

Das Volumeter kann das Alkoholometer recht

gut ersetzen, wenn man nur eine Tabelle zur Hand hat, in welcher der Alkoholgehalt angegeben ist, welcher den verschiedenen Volumetergraden entspricht.

Begreiflicher Weise kann man aber das Alkoholometer einzig und allein zu dem angegebenen Zwecke verwenden; für jede andere Flüssigkeit ist es völlig unbrauchbar. Auf ähnliche Weise, wie das Alkoholometer, hat man auch Aräometer construirt, welche den Gehalt einer Säure, einer Salzlösung u. s. w. angeben sollen. Weil jedoch ein solches Instrument immer nur für eine einzige specielle Flüssigkeit brauchbar ist, so wendet man besser ein- für allemal das Volumeter oder Densimeter an und sucht den Gehalt, welcher dem beobachteten Volumetergrade entspricht, in Tabellen, welche eigens zu diesem Zwecke berechnet worden sind.

Aeltere Aräometerscalen. Es bleiben jetzt nur noch die älteren Aräometerscalen zu erwähnen, welche jedoch durchaus keinen wissenschaftlichen Werth haben. 45

Beaumé bestimmte außer dem Wasserpunkte noch einen zweiten fixen Punkt dadurch, daß er das Instrument in eine Lösung von 1 Gewichtstheil Kochsalz in 9 Gewichtstheilen Wasser tauchte. Den Raum zwischen diesen beiden Punkten theilte er in 10 gleiche Theile, die er Grade nannte; die Theilung ist auch noch jenseits der beiden fixen Punkte fortgesetzt. Für Flüssigkeiten, welche schwerer sind als Wasser, ist der Wasserpunkt mit 0 bezeichnet, und die Grade werden nach unten gezählt. Für leichtere Flüssigkeiten ist der Wasserpunkt mit 10 bezeichnet, und die Grade werden nach oben gezählt. Man sieht wohl, daß man durch ein solches Instrument weder das specifische Gewicht, noch den Gehalt einer Flüssigkeit erfährt.

Cartier brachte an der Beaumé'schen Scala eine unwesentliche Veränderung an; er machte nämlich die Grade etwas größer, so daß 15 seiner Grade gleich 16 Beaumé'schen sind. Wenn er dadurch auch nichts genützt hat, so hat er doch wenigstens seinen Namen verewigt; denn so werthlos auch seine Scala sein mag, so ist sie doch ungemein verbreitet.

Die Tabelle Seite 581 und 582 des Anhanges enthält eine Zusammenstellung von specifischen Gewichten einiger Körper, welche zu kennen häufig nothwendig oder wenigstens von Interesse ist.

Viertes Capitel.

Molecularwirkungen
zwischen festen und flüssigen Körpern, sowie zwischen den einzelnen Theilchen der Flüssigkeiten selbst.

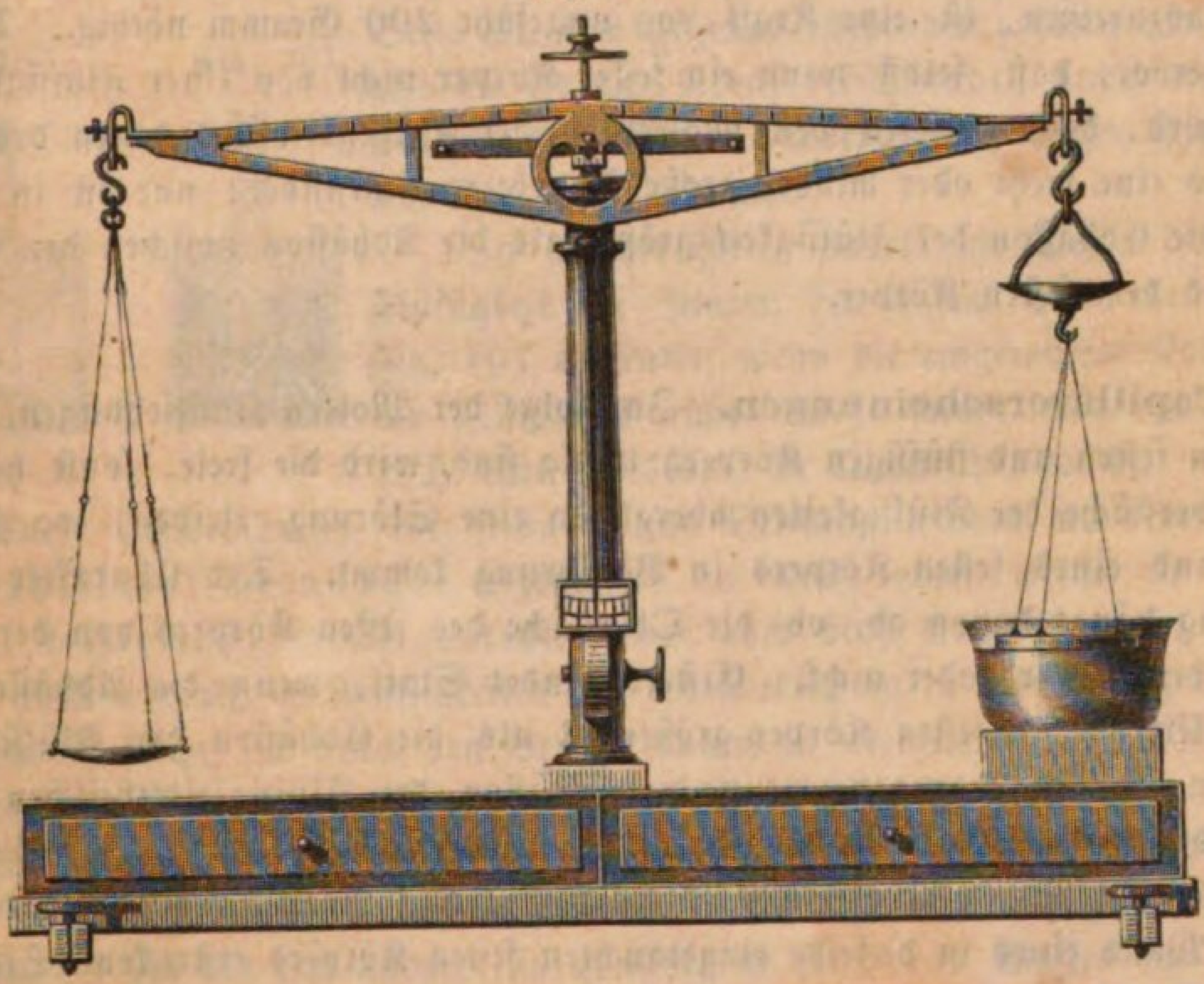
46 **Adhäsion zwischen festen und flüssigen Körpern.** Zwischen festen und flüssigen Körpern finden ähnliche Adhäsionserscheinungen Statt, wie zwischen festen Körpern unter einander, d. h. die Flüssigkeiten haften mehr oder weniger stark an den Oberflächen fester Körper. Spritzt man z. B. einige Wassertropfen gegen eine vertical stehende Glasscheibe, so werden sie zum Theil daran hängen bleiben und nicht herunterlaufen, wie es der Fall sein würde, wenn der Schwerkraft der Tropfen nicht durch eine andere Kraft, nämlich durch die Anziehung, welche zwischen den Theilchen der Flüssigkeit und der Oberfläche der Glaswand stattfindet, das Gleichgewicht gehalten würde.

Diese Adhäsion ist auch die Ursache, daß Flüssigkeiten, die man aus einem Gefäße ausgießen will, so leicht an der äußeren Wand herablaufen. Um dies zu verhüten, bestreicht man den äußeren Rand der Gefäße mit Fett, oder man läßt die ausfließende Flüssigkeit an einem benetzten Glasstäbchen herablaufen.

47 **Cohäsion der Flüssigkeitstheilchen.** Wenn die Flüssigkeiten auch keine selbständige Gestalt haben, wenn sich auch die einzelnen Theilchen ungemein leicht an einander verschieben lassen, so hört deshalb doch noch nicht jeder Zusammenhang zwischen ihnen auf, wie dies schon aus der Tropfenbildung hervorgeht. Gießt man etwas Wasser auf eine mit Bärlappsamen (Semen lycopodii) bestäubte Fläche oder etwas Quecksilber in ein Porzellangefäß, so bilden sich fast kugelförmige Tröpfchen. Wenn gar kein Zusammenhang zwischen den einzelnen Theilchen des Wassers, zwischen denen des Quecksilbers bestände, so müßten die Theilchen gleichsam wie Staub auseinanderfallen; bei langsamem Ausgießen von Flüssigkeiten aus irgend einem Gefäße würden sie nicht in einzelnen Tropfen herabfallen; ein solcher Tropfen fällt erst, wenn sein Gewicht groß genug ist, um gleichsam ein Abreißen von der übrigen Masse der Flüssigkeit zu bewirken.

Die Cohäsion, welche zwischen den einzelnen Theilchen einer Flüssigkeit stattfindet, läßt sich direct messen. Wenn eine feste Scheibe auf die Oberfläche einer Flüssigkeit gesetzt wird, so kann man sie in verticaler Richtung nicht mehr in die Höhe ziehen, wie wenn sie frei in der Luft hinge; es ist, um sie in die Höhe zu ziehen, eine mehr oder minder große Kraft nöthig. Um diese Kraft zu messen, bedient man sich der Wage. Auf der einen Seite hängt man eine horizontale Scheibe an, auf der anderen Seite legt man ein Gegengewicht auf, welches sie im Gleichgewicht hält. Wenn das Gleichgewicht hergestellt ist, nähert man der Scheibe von unten die Oberfläche einer Flüssigkeit, bis die Flüssigkeit die untere Fläche der Scheibe gerade berührt (Fig. 97), legt dann,

Fig. 97.



ohne zu stoßen, auf der anderen Seite Gewichte auf und bemerkt, wie viel nöthig ist, um die Scheibe von der Flüssigkeit abzureißen.

Um eine Glasscheibe von 118mm Durchmesser abzureißen, sind für verschiedene Flüssigkeiten verschiedene Gewichte nöthig und zwar für

Wasser	59 Gramm
Alkohol	31 »
Terpentinöl	34 »

Eine Scheibe von gleichem Durchmesser aus Kupfer oder irgend einer Substanz verfertigt, welche von der Flüssigkeit benetzt wird, giebt genau dieselben Resultate. Die zum Abreißen nöthige Kraft hängt also, wie die Höhe des Aufsteigens in Haarröhrchen, nicht von der Natur des benetzten festen Körpers, sondern nur von der Natur der Flüssigkeit ab. Es ist leicht, den Grund davon einzusehen, denn beim Aufziehen bleibt immer eine Schicht Flüssigkeit an der Scheibe hängen; man hat also durch das Uebergewicht auf der anderen

Seite nicht die Flüssigkeit von der festen Scheibe, sondern die Molecüle der Flüssigkeit von einander getrennt, man hatte also die Cohäsion der Flüssigkeit zu überwinden. Die in Rede stehenden Versuche geben also ein Maß für die Cohäsion der Flüssigkeiten, also für die Attraction, welche zwischen den Theilchen derselben stattfindet, und man sieht, daß diese Attraction ziemlich bedeutend ist und daß sie sich mit der Natur der Flüssigkeiten ändert.

Wenn die Oberfläche der Scheibe nicht von der Flüssigkeit benetzt wird, wie es z. B. der Fall ist, wenn man eine Glasscheibe auf Quecksilber setzt, so drückt das Zulaggewicht, welches das Abreißen bewirkt, nicht mehr die Cohäsion der Flüssigkeit aus.

Um eine Glasscheibe von den eben erwähnten Dimensionen von Quecksilber abzureißen, ist eine Kraft von ungefähr 200 Gramm nöthig. Daraus geht hervor, daß, selbst wenn ein fester Körper nicht von einer Flüssigkeit benetzt wird, doch zwischen den Molecülen der Flüssigkeit und denen des festen Körpers eine mehr oder minder große Anziehung stattfindet; nur ist in diesem Falle die Cohäsion der Flüssigkeit größer als die Adhäsion zwischen der Flüssigkeit und dem festen Körper.

48 **Capillarerscheinungen.** In Folge der Molecularanziehungen, welche zwischen festen und flüssigen Körpern thätig sind, wird die freie, sonst horizontale Oberfläche der Flüssigkeiten überall da eine Störung erleiden, wo sie mit der Wand eines festen Körpers in Berührung kommt. Der Charakter dieser Störung hängt davon ab, ob die Oberfläche des festen Körpers von der Flüssigkeit benetzt wird oder nicht. Ersteres findet Statt, wenn die Adhäsion der Flüssigkeit an den festen Körper größer ist als die Cohäsion der Flüssigkeitstheilchen, letzteres dagegen, wenn die Cohäsion der Flüssigkeitstheilchen überwiegend ist.

Die horizontale Oberfläche einer Flüssigkeit kann sich nie vollständig bis zu der Wand eines in dieselbe eingetauchten festen Körpers erstrecken. Sie wird an der Wand des festen Körpers aufsteigen, wie Fig. 98 zeigt, wenn die Ad-

Fig. 98.

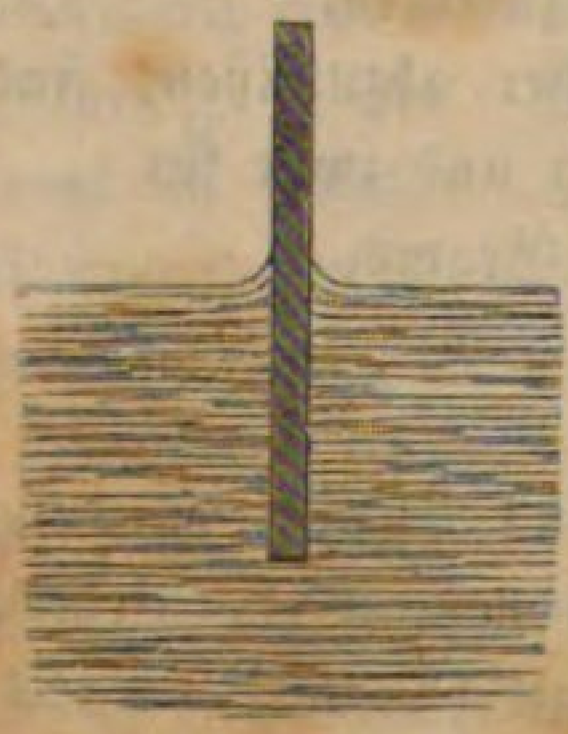
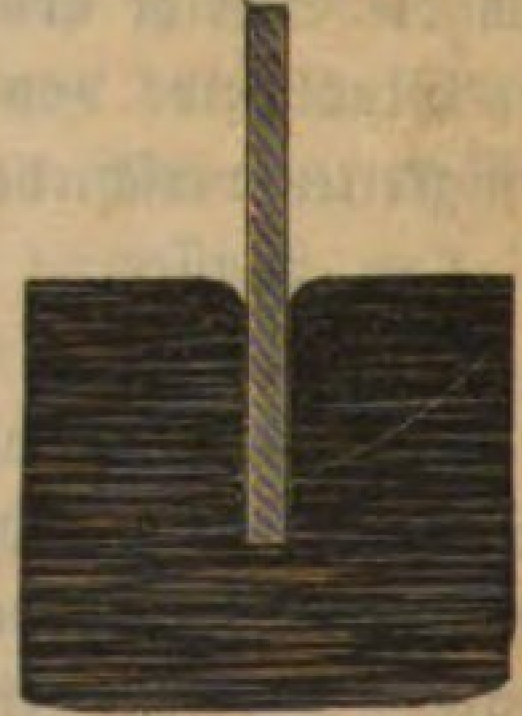


Fig. 99.



häsion der Flüssigkeit an den festen Körper, sie wird eine Depression erleiden, wie Fig. 99, wenn die Cohäsion der Flüssigkeitstheilchen überwiegend ist.

Die Erscheinung Fig. 98 beobachtet man beim Eintauchen einer Glas-

platte in Wasser, die in Fig. 99 abgebildete beim Eintauchen derselben in Quecksilber.

Aus gleichen Gründen kann sich die freie Oberfläche einer Flüssigkeit auch nie bis zu der Wand des Gefäßes erstrecken, in welcher sie sich befindet; sie wird in der Nähe der Wand entweder nach Oben oder nach Unten gekrümmt, je nachdem Benetzung stattfindet oder nicht.

Taucht man eine Glasröhre in Wasser, so wird Innen und Außen an der Glaswand das Wasser aufsteigen; ist die Röhre weit genug, so bleibt der mittlere Theil der innerhalb der Röhre liegenden Wasseroberfläche ungestört wagerecht und von gleicher Höhe mit dem die Röhre umgebenden Wasserspiegel. Sobald aber die Röhre so eng wird, daß der Erhebungsbogen von der einen Seite mit dem gegenüberstehenden zusammentrifft, daß also die centrale Ebene verschwindet, findet ein **Aufsteigen** des Wassers innerhalb der Röhre Statt, wie dies Fig. 100 andeutet.

Fig. 100.

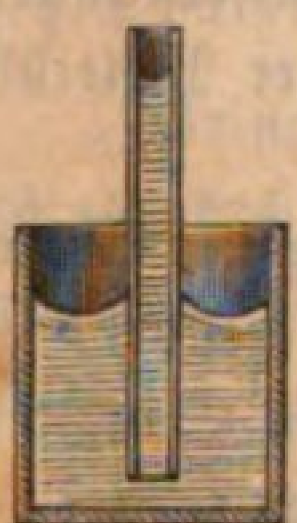
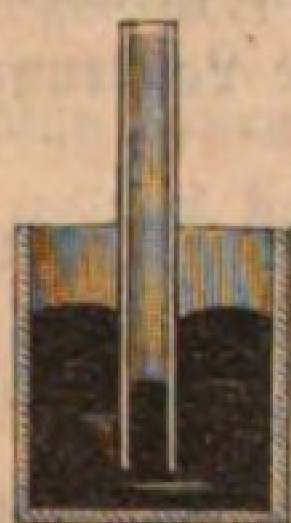


Fig. 101.



In gleicher Weise findet eine **Depression** der Flüssigkeit im Innern der engen Röhre Statt, wie Fig. 101 andeutet, wenn die eingetauchte Röhre von der Flüssigkeit nicht benetzt wird, wenn man also z. B. eine Glasröhre in Quecksilber taucht.

Diese Erscheinungen der Hebung und Senkung werden mit dem Namen der **Capillarerscheinungen** bezeichnet; die Kraft aber, welche sie hervorbringt, heißt **Capillarattraction**, oder auch bloß **Capillarität**. Diese Kraft wirkt überall, wo Flüssigkeiten mit festen Körpern in Berührung kommen.

Es ist leicht, sich durch den Versuch davon zu überzeugen, daß die Höhendifferenz zwischen dem Gipfel der Flüssigkeit im Röhrchen und dem Spiegel der Flüssigkeit außerhalb desselben um so größer ist je enger die Röhrchen sind. Taucht man zwei Röhrchen, von denen das eine einen doppelt so großen Durchmesser hat als das andere, in Wasser, so wird das Wasser im engeren doppelt so hoch steigen; taucht man sie in Quecksilber, so wird im engeren das Quecksilber doppelt so tief niedergedrückt. Ueberhaupt verhalten sich die Niveaudifferenzen der Flüssigkeit in und außer der Röhre umgekehrt wie die Durchmesser der Röhrchen.

Die Höhe der gehobenen Säulchen hängt auf die eben angegebene Weise von dem Durchmesser der Röhren ab, die Dicke und die Substanz der Röhrenwände ist dabei gleichgültig, wenn sie nur von der Flüssigkeit benetzt werden; dagegen hängt die Höhe wesentlich von der Natur der Flüssigkeit ab. Folgendes ist die Erhebung in einer Röhre von 1 Millimeter Durchmesser für drei verschiedene Flüssigkeiten:

Wasser	29,79	Millimeter
Alkohol (specif. Gewicht 0,8135)	9,15	»
Terpentinöl	12,72	»

Auf der Wirkung der Haarröhrchen beruht das Aufsteigen einer Flüssigkeit in Löschpapier, die Wirkung der Kerzen- und Lampendochte, das Ausblühen

(Efflorasciren) gesättigter Salzlösungen u. s. w. Die Gefäße der Pflanzen, welche den Saft aus den Wurzeln in die Höhe führen, sind außerordentlich fein und bewirken schon dadurch ein Aufsteigen der Flüssigkeit.

Die soeben betrachteten Erscheinungen lassen sich auf folgende Weise unter einem theoretischen Gesichtspunkte zusammenfassen.

In einer Flüssigkeit müssen die Molecüle in einer solchen Entfernung verharren, daß Attraction und Repulsion einander neutralisiren. Es ist dies nur dann möglich, wenn die Molecüle in parallelen Schichten gelagert sind, in der Art, daß jedes Molecül von zwölf anderen umgeben ist, ungefähr so wie man gewöhnlich die gleich großen Kanonenkugeln zu lagern pflegt. Diese Anordnung ist dann nicht im Mindesten gestört, wenn die Flüssigkeit auch eben endigt. Jedes Molecül ist hier nach allen Seiten hin vollkommen gleichen Einwirkungen unterworfen, alle Molecüle sind hier in vollkommen gleichen Entfernungen von einander. Diese Anordnung mag die normale Lagerung der Molecüle heißen.

Sobald durch irgend eine äußere Kraft die normale Lagerung der Molecüle gestört wird, wird auch das bisher vollständige Gleichgewicht gestört, es entsteht eine Spannung, welche den gestörten Parallelismus der Schichten wieder herzustellen strebt und welche die Flüssigkeitstheilchen sogleich wieder in die normale Lagerung zurückführt, sobald die störende Ursache zu wirken aufhört. Wenn man ein Stäbchen, welches von der Flüssigkeit benetzt wird, in dieselbe eintaucht, so kann man durch langsames Herausziehen einen Hügel bilden, der nach dem Abreißen sogleich wieder in die Ebene zurückeilt. Dies könnte nun freilich bloß Folge der Schwere sein; allein dasselbe findet in der umgekehrten Lage der Ebene Statt. Aus einem an der unteren Fläche einer horizontal gehaltenen Glasplatte hängenden großen und möglichst ausgebreiteten Tropfen (Fig. 102) kann man, wie vorher einen Hügel herausziehen

Fig. 102.

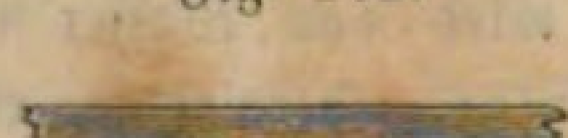


Fig. 103.



(Fig. 103), welcher sich nach dem Abreißen, der Schwere entgegen, in die Ebene zurückzieht.

Eine tropfbare Flüssigkeit strebt also in einer Ebene zu endigen. Nun aber kann eine ringsum freie Masse nicht durch eine einzige Ebene begränzt werden. Wäre sie durch lauter ebene Flächen begränzt, so würden die Kanten durch die Spannung der Molecüle in denselben bald abgeflacht werden; ist aber die Masse durch eine krumme Oberfläche begränzt, deren Krümmung nicht an allen Stellen gleich ist, so würde an den stärker gekrümmten Theilchen der Oberfläche nothwendig auch eine stärkere Spannung stattfinden, welche die Abrundung zur vollkommenen Kugel zur Folge hat. Auf dieselbe Weise geht auch die Abrundung der Blase vor sich.

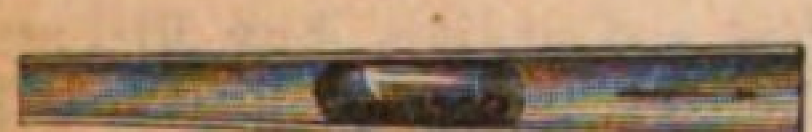
Die oberflächlichen Molecüle einer ringsum freien tropfbaren Flüssigkeit bilden demnach ein die innere Masse kräftig zusammendrückendes Netzwerk. Hat man eine Seifenblase gemacht, so behält diese ihre Größe bei, wenn man die Oeffnung des Röhrchens zuhält; sobald man aber öffnet, verkleinert sich die Blase mehr und mehr. Würde die Luft in der Blase nicht durch die umschließende Flüssigkeitsschicht zusammengedrückt, so würde sie in der Blase bleiben und nicht dem atmosphärischen Luftdruck entgegen durch das Röhrchen hinausgedrückt werden.

Wird Quecksilber in ein Glas gebracht, so bildet es also in dem Glase einen frei liegenden großen Tropfen, dessen Form nur durch die Gefäßwände bedingt ist. Er endet oben mit einer horizontalen Fläche, die aber nicht bis an die Wand reichen kann, weil die scharfe Kante des Tropfens, wie wir gesehen haben, abgerundet wird.

Bringt man einen Tropfen Quecksilber in ein vollkommen cylindrisches Glasröhrchen, welches horizontal gestellt ist, so bildet er einen an beiden Enden abgerundeten Cylinder. Es kann aber durchaus keine Bewegung entstehen, weil die Convexität an beiden Enden gleich ist.

Ist aber das Röhrchen conisch, so ist der Quecksilberfaden am engeren Ende mehr gekrümmt; hier wirkt also die Spannung der anomal gelagerten Molecüle stärker als auf der anderen Seite, und die Folge dieser überwiegenden Spannung ist, daß sich der Quecksilberfaden nach dem weiteren Ende hin bewegt.

Fig. 104.



Füllt man ein Röhrchen ganz mit Quecksilber, legt man es horizontal hin, und läßt das eine Ende des Quecksilberfadens mit einem Tropfen Quecksilber zusammenfließen, so vergrößert sich der Tropfen, und das Quecksilber tritt zuletzt ganz aus dem Röhrchen heraus und vereinigt sich ganz mit dem Tropfen. Der Grund davon ist leicht einzusehen. Durch die starke Krümmung der Convexität am Ende des Quecksilbercylinders entsteht von dieser Seite ein weit stärkerer Druck auf die Masse als von der Seite des Tropfens.

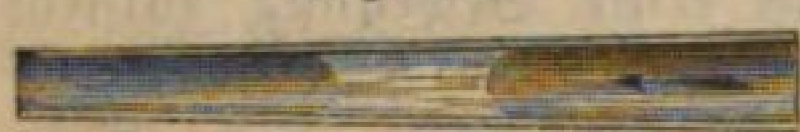
Taucht man ein Glasröhrchen vertical in Quecksilber, so wird es im Röhrchen tiefer stehen als außen, weil die starke Convexität des Quecksilbercylinders in der Röhre deprimirend wirkt. Es ist auch klar, daß die Depression um so größer sein muß, je enger die Röhre ist.

Wenn eine Flüssigkeit an den Gefäßwänden anhängt, dieselben benetzt, so kann sie nicht mehr, wie im vorigen Falle, als ein großer Tropfen betrachtet werden, die Oberfläche kann also auch nicht, wie dort, eine convexe Gestalt annehmen. Die Molecüle der Gefäßwand, welche mit der Flüssigkeit in Berührung sind, wirken auf die Flüssigkeit gerade so wie die Flüssigkeitsmolecüle auf einander. Die festen Gefäßwände sind demnach nur als eine starre Fortsetzung der Flüssigkeit zu betrachten. Die über der Flüssigkeit im Gefäße befindliche Luft muß demnach als eine Blase angesehen werden, die

unten von der Flüssigkeit, auf den Seiten durch die Gefäßwände begränzt ist. Wäre die Oberfläche der Flüssigkeit vollkommen eben, so würde die Blase da, wo Flüssigkeit und Gefäßwand zusammentrifft, eine scharfe Kante haben, welche alsbald durch die gegenseitige Anziehung der Molecüle, der Wand und der Flüssigkeit abgerundet werden muß; da aber die Molecüle des Gefäßes fest sind, so bleibt nichts übrig, als daß die Oberfläche der Flüssigkeit eine concave Gestalt annimmt, indem Molecüle der Flüssigkeit an den Wänden aufsteigen. Bei der Blase aber bewirkt die Spannung der anomal gelagerten Wassermolecüle einen Druck auf die eingeschlossene Luft; so wird denn auch hier die concave Flüssigkeitsoberfläche gegen die Luft der Blase, also nach oben, einen Druck ausüben.

Ein Tropfen Wasser in einer horizontalen cylindrischen Glasröhre wird einen an beiden Enden concaven Cylinder bilden, der sich nicht bewegt, weil die Concavitäten an beiden Enden gleich sind. Ist das Röhrchen conisch, so ist natürlich die eine Concavität stärker gekrümmt als die andere, und durch die überwiegende Spannung der stärker gekrümmten wird das Wasser nach dem engeren Theile der Röhre hingezogen. Ebenso erklärt sich leicht aus der Wirkung der concaven Oberfläche das Aufsteigen des Wassers in einem Röhrchen, welches vertical in Wasser eingetaucht wird.

Fig. 105.

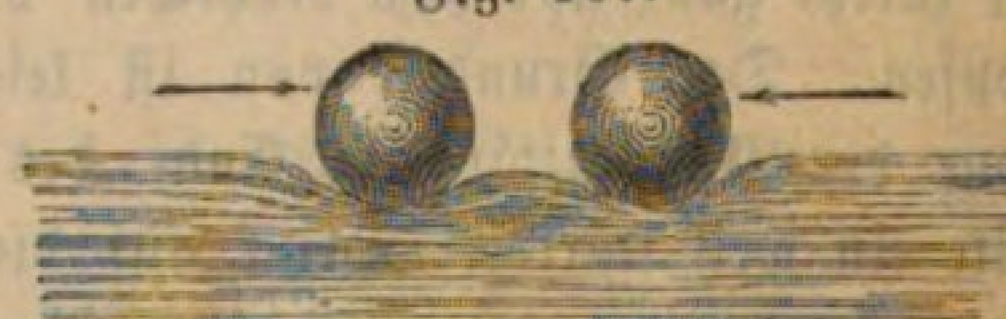


Schwimmt eine hohle gläserne Kugel auf Wasser; so fängt dieses schon in einem Abstande von mehreren Linien von der Kugel an, sich ringsherum gegen dieselbe zu heben. Bringt man eine zweite Glaskugel einen Zoll weit von der ersten in das Wasser, so nähern sich die Kugeln anfangs langsam, dann schneller und schneller, bis sie endlich an einander stoßen. Wären beide Kugeln fest gewesen, so würde in Folge des Bestrebens der Ebenebildung das

Fig. 106.



Fig. 107.



Wasser zwischen ihnen gestiegen sein; da sie aber beweglich sind, so muß die an sie gleichsam angeheftete und durch ihre Schwere sinkende Wasserfläche, welche sich zwischen ihnen befindet, die Kugeln gegen einander ziehen.

49 **Elasticität der Flüssigkeiten.** Auch die tropfbar flüssigen Körper sind in gewisser Beziehung elastisch; denn sie lassen sich durch einen sehr starken Druck, wenn auch nur sehr wenig, auf ein kleineres Volumen zusammenpressen, und wenn der Druck nachläßt, nehmen sie ihr ursprüngliches Volumen wieder ein. Zuerst hat Oersted, später haben Colladon und Sturm Versuche über die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten angestellt. Die nähere Be-

schreibung der von ihnen hierüber angestellten Versuche würde uns zu weit führen. Durch den Druck einer Atmosphäre (dieser Ausdruck wird im folgenden Capitel seine Erklärung finden) läßt sich Quecksilber ungefähr um 3, Wasser um 48 Milliontheile seines Volumens zusammenpressen.

Die Endosmose. Wenn man Wasser und Oel in einer Flasche zusammenschüttelt, so werden sich, der Ruhe überlassen, die beiden Flüssigkeiten doch alsbald wieder trennen, und nach ihrem specifischen Gewichte über einander lagern. Es rührt dies unstreitig daher, daß die Anziehung zwischen zwei Wassermolecülen eben so wie die Anziehung zwischen zwei Oelmolecülen größer ist als die Anziehung zwischen einem Wassertheilchen und einem Oeltheilchen. 50

Ganz anders verhalten sich Weingeist und Wasser. Die Anziehung zwischen einem Weingeist- und einem Wassermolecül ist größer als die Kraft, mit welcher sich zwei Wassermolecüle oder zwei Weingeistmolecüle einander anziehen, weshalb sich auch aus Wasser und Weingeist eine Mischung herstellen läßt, in welcher jede der beiden Flüssigkeiten vollkommen gleichförmig verbreitet ist. Ja selbst wenn die beiden Flüssigkeiten anfänglich nach ihrem specifischen Gewichte geschichtet sind, d. h. wenn der Weingeist anfänglich auf dem Wasser schwimmt, so wird durch die erwähnte stärkere Anziehung zwischen Wasser und Weingeist nach einiger Zeit doch eine gleichförmige Mischung der beiden Flüssigkeiten erfolgen. Ganz ähnlich verhalten sich Wasser und Schwefelsäure, Wasser und eine concentrirte Salzlösung u. s. w.

Wenn nun zwei Flüssigkeiten, welche sich in der erwähnten Weise zu mischen, gleichsam gegenseitig zu durchdringen streben, wie Wasser und Weingeist, Wasser und Schwefelsäure u. s. w., nicht in unmittelbarer Berührung, sondern durch irgend einen porösen Körper getrennt sind, so müssen die Flüssigkeiten durch diese Wand zu einander übergehen, und da nun die poröse Wand meistens die eine Flüssigkeit leichter durchläßt als die andere, so muß die Menge der Flüssigkeit auf der einen oder der anderen Seite zunehmen. Füllt man z. B. eine mit einer Blase zugebundene Glasröhre mit einer concentrirten Lösung von Kupfervitriol, taucht man dann die durch die Blase verschlossene Oeffnung in ein Gefäß mit Wasser, so dringt das Wasser allmälig durch die Blase in die Röhre, so daß in der Röhre die Flüssigkeit steigt, während sie außen sinkt. Umgekehrt sinkt die Flüssigkeit in der Röhre, wenn das Wasser innen, die Lösung des Kupfervitriols außen ist. Etwas von der Lösung des Kupfervitriols dringt freilich auch durch die Blase zum Wasser, wie man bald an der Färbung erkennt.

Aehnliche Erscheinungen beobachtet man, wenn man in die Röhre Alkohol gießt und sie in Wasser taucht. Nach einiger Zeit sieht man, daß das Niveau der Flüssigkeit in der Röhre gestiegen ist.

Man nennt diesen Austausch von Flüssigkeiten durch eine poröse Scheidewand hindurch Endosmose, oder richtiger Diosmose.

Um die Zunahme des Volumens auf der einen Seite recht auffallend zu machen, dient der Fig. 108 dargestellte Apparat, welcher **Endosmometer** genannt wird; *a* ist eine Glasröhre, deren innerer Durchmesser 1 bis 2 Millimeter beträgt und die durch einen sehr wohlschließenden Kork in dem Halse eines weiteren Glasgefäßes *b* befestigt ist. Das Gefäß *b* ist unten durch eine Thierblase verschlossen. Dieser mit der einen Flüssigkeit gefüllte Apparat wird nun in ein weiteres Gefäß, welches die andere Flüssigkeit enthält, eingesetzt, ohne daß jedoch die Blase auf dem Boden des äußeren Gefäßes aufsitzt.

Fig. 108.



Das Gefäß *b* sammt der Röhre *a* sei z. B. mit Weingeist gefüllt, das untere Gefäß enthalte Wasser. Sobald das Gefäß *b* eingesetzt ist, wird sich alsbald ein mechanisches Gleichgewicht zwischen der inneren und äußeren Flüssigkeit und der Spannung der Blase herstellen. Es sei bei *n* das Niveau des Wassers, bei *r* der Gipfel der Weingeistsäule in der Röhre. Nach einer Viertelstunde schon beobachtet man eine bedeutende Veränderung; die Flüssigkeit ist nämlich um einige Millimeter über *r* hinaus gestiegen, und dieses Steigen dauert fort. Wenn die Röhre selbst 4 bis 5 Decimeter hoch ist, so läßt sich erwarten, daß die Flüssigkeit nach einigen Stunden den Gipfel erreicht hat, um oben auszufließen. Das Wasser ist also trotz des Druckes, welchen der Alkohol in Folge seiner Schwere auf die Blase ausübt, durch die Poren derselben in das Gefäß *b* eingedrungen; es hat also eine **Endosmose** des Wassers zum Alkohol durch die Blase hindurch stattgefunden. Macht man den Versuch in umgekehrter Ordnung, indem man das Wasser innen, den Alkohol außen hinbringt, so sinkt das Niveau in der Röhre, während es außen steigt, es hat eine **Exosmose** stattgefunden.

Wenn man in ein Gefäß von ungebranntem Thon (etwa eine poröse Thonzelle, wie sie zu **Grove's** und **Bunsen's** galvanischen Batterien gebraucht werden) Schwefelsäure gießt und es dann in ein anderes Gefäß mit Wasser stellt, so findet eine ähnliche Erscheinung Statt; das Wasser sickert durch den Thon durch, das Niveau der Flüssigkeit im Innern der Thonzelle steigt, während es außen sinkt.

Die Wirkung der Endosmose dauert fort, wenn auch allmälig immer schwächer, bis die Flüssigkeiten zu beiden Seiten der Scheidewand ganz gleichartig sind.

Daß der Spiegel der Flüssigkeit auf der einen Seite so hoch über das Niveau auf der anderen Seite steigen kann, rührt daher, daß die Poren der

Scheidewand zu fein sind, als daß ein hydrostatischer Druck sich durch dieselben fortpflanzen könnte. Wenn man Wasser in eine poröse Thonzelle gießt, so werden die Wände zwar feucht, aber das Wasser tropft nicht durch, und eine Thierblase, welche gleichfalls vom Wasser befeuchtet wird, kann nicht zum Filtriren des Wassers gebraucht werden.

Welche der getrennten Flüssigkeiten an Volumen zunimmt, hängt lediglich von der Natur der trennenden Scheidewand ab; wenn Wasser und Weingeist durch eine Kautschukplatte getrennt sind, so nimmt das Wasser an Volumen zu, indem der Weingeist leichter durch den Kautschuk wandert als Wasser.

Alle zu endosmotischen Versuchen brauchbaren Scheidewände sind von unzählig vielen, ausnehmend feinen Poren durchzogen, welche zu fein sind, als daß sich durch dieselben ein hydrostatischer Druck fortpflanzen kann. — Wird eine solche Zwischenwand in eine Flüssigkeit getaucht, so wird, je nach der Molecularanziehung, welche zwischen der Membran und der Flüssigkeit besteht, eine größere oder kleinere Menge der Flüssigkeit resorbirt und zurückgehalten werden.

Ueber die Resorption von Flüssigkeiten durch thierische Blasen hat Liebig Versuche angestellt, welche den Vorgang bei den endosmotischen Erscheinungen sehr schön erläutern.

100 Gewichtstheile trockene Ochsenblase nehmen in 24 Stunden auf:

268	Gewichtstheile	Wasser,
133	»	Kochsalzlösung (1,204 specif. Gew.),
38	»	Weingeist (84 Proc.),
17	»	Knochenöl.

Das Absorptionsvermögen der thierischen Membranen für verschiedenartige Flüssigkeiten ist also sehr ungleich. In Wasser gelegt, quillt die Blase auf und wird weich, in Alkohol bleibt sie hart.

Wenn eine Blase, welche irgend eine Flüssigkeit resorbirt hat, mit einer Substanz in Berührung gebracht wird, welche gleichfalls eine Anziehung auf die Theilchen der resorbirten Flüssigkeit äußert, so wird ein Theil dieser Flüssigkeit der Blase entzogen.

Wenn z. B. eine mit Wasser gesättigte Blase mit Kochsalz bestreut wird, so entsteht überall da, wo das Salz mit dem Wasser, welches die offenen Poren erfüllt, in Berührung kommt, eine gesättigte Salzlösung; da aber die Resorptionsfähigkeit der Blase für die Salzlösung geringer ist als für reines Wasser, so tritt ein Theil der Flüssigkeit aus und fließt in Tropfen ab; dabei schrumpft die Blase zusammen.

Wird ein Stück mit Wasser gesättigter Blase in Alkohol gelegt, so verliert sie in 24 Stunden ungefähr die Hälfte ihres Gewichts, was von einem Zusammenschrumpfen und Hartwerden der Blase begleitet ist.

Diese Thatsachen erläutern nun den Vorgang der Endosmose ganz vortrefflich.

Wenn eine Membran zur Trennung zweier Flüssigkeiten dient, so wird sie von jedem der getrennten Stoffe eine gewisse Quantität, je nach der Größe der Molecularanziehung, in sich aufnehmen; die resorbirte Flüssigkeit wird aber nach der anderen Seite der Blase wieder austreten, weil sie von dort her durch eine chemische Anziehung den Poren der Blase entzogen wird. Dieser Proceß wird fortdauern, bis die auf beiden Seiten befindlichen Flüssigkeiten einander gleich geworden sind.

Die Diosmose erklärt mehrere Erscheinungen, welche wir im täglichen Leben wahrnehmen.

Wenn man einen Rettig in Scheiben schneidet und dieselben mit Salz bestreut, so sind sie in kurzer Zeit ganz mit Wasser bedeckt. Hier zieht das Salz das Wasser aus den Zellen der Rettigscheiben heraus.

Trockene Erbsen und Bohnen quellen in Wasser gelegt stark auf, weil das Wasser in Folge eines diosmotischen Processes durch die Hülle in das Innere derselben eindringt.

Fünftes Capitel.

Vom Gleichgewicht der Gase und dem atmosphärischen Druck.

Schwere der Luft. Die Luft ist ein Körper, welcher nicht unmittelbar so auf die Sinne wirkt wie die festen und tropfbar flüssigen Körper; aber mittelbar erkennen wir ihre Existenz in zahlreichen Erscheinungen, wie z. B. in den mechanischen Wirkungen des Windes. Unser ganzer Erdball ist mit einer luftförmigen Hülle umgeben, welche den Namen der Atmosphäre führt. Die physikalischen Eigenschaften der Luft, welche diese Atmosphäre bildet, und der luftförmigen Körper überhaupt bilden nun den Gegenstand dieses Capitels. 51

Schon sehr früh, ja selbst schon vor Aristoteles, vermuthete man, daß die Luft schwer sei. Diese Wahrheit wurde jedoch erst 1640 durch Galiläi bewiesen und etwas später durch Toricelli's schöne Versuche bestätigt. Durch folgenden Versuch läßt sich die Schwere der Luft direct nachweisen: Man macht einen Ballon, Fig. 109, welcher mit einem Hahn versehen ist, mittelst der Luftpumpe luftleer und hängt ihn an dem einen Ende eines Wagebalkens auf; auf die andere Seite legt man Gewichte, bis das Gleichgewicht hergestellt ist. Oeffnet man nun den Hahn, so füllt sich der Ballon wieder mit Luft, das Gleichgewicht wird gestört, und die Wage neigt sich nach der Seite des Ballons hin. Auf der anderen Seite muß man von Neuem Gewichte auflegen, um das Gleichgewicht wieder herzustellen, und zwar gerade so viel, als die Luft im Ballon wiegt. Für einen Ballon von 1 Liter beträgt die Differenz der Gewichte mehr als 1 Gramm, woraus als erste Annäherung folgt, daß ein Liter Luft unter den gewöhnlichen Umständen mehr als ein Gramm wiegt, d. h. daß das Wasser nicht ganz 1000mal so schwer ist als gewöhnliche Luft.

Fig. 109.



52 **Elasticität der Luft.** Es ist bereits auf Seite 11 bemerkt worden, daß die luftförmigen Körper stets ein Bestreben zeigen, sich möglichst auszudehnen. Daß der Luft wirklich diese Eigenschaft zukommt, läßt sich durch folgenden Versuch darthun:

Man legt unter die Glocke der Luftpumpe eine nur wenig Luft enthaltende und deshalb runzelige Thierblase, deren Oeffnung fest zugebunden ist. Nach einigen Kolbenzügen schon bläht sich die Blase auf und ist endlich gerade so straff angespannt, als ob man mit aller Gewalt Luft hineingeblasen hätte. Läßt man die Luft wieder in den Recipienten hineintreten, so schrumpft die Blase wieder zusammen. Die in der Blase eingeschlossene Luft hat also wirklich ein Bestreben, sich auszudehnen; nur wird demselben durch die umgebende Luft Widerstand geleistet. Dieser Druck, welchen die Luft gegen die Wände der sie einschließenden Gefäße ausübt, ist dasjenige, was man ihre Elasticität, ihre Tension, ihre Expansionskraft nennt.

Eine Feder zeigt nur dann Elasticität, wenn man sie zusammendrückt; sie verliert ihre Spannung, sobald sie in ihren ursprünglichen Zustand zurückgekehrt ist. Die Luft hat aber immer eine Expansionskraft, es giebt für sie kein ursprüngliches Volumen, weil sie immer einen größeren Raum einzunehmen strebt. Brächte man ein Liter gewöhnlicher Luft in einen leeren Raum von mehreren Cubikmetern, so würde sie sich in dem ganzen Raume gleichförmig verbreiten, sie würde immer noch ein Bestreben haben, sich auszudehnen, und würde also auch noch einen Druck auf die Wände ausüben.

Auf dem Bestreben der Luft, einen möglichst großen Raum einzunehmen, beruht die Einrichtung der Luftpumpe, die wir schon mehrmals angeführt haben und die alsbald näher beschrieben werden soll. Wenn die Luft keine Spannkraft, keine Elasticität in dem eben besprochenen Sinne hätte, so würde sie sich nicht aus dem Recipienten der Luftpumpe verbreiten und in den Stiefel übergehen können.

Aus der Expansionskraft der Gase folgt, daß sie nicht mit einer freien ebenen Oberfläche begränzt sein können, wie dies bei den Flüssigkeiten der Fall ist. Auf die Luft der Atmosphäre wirken zwei Kräfte, welche sich gegenseitig das Gleichgewicht halten, die Schwere und die Expansionskraft. Durch die Schwere werden die Lufttheilchen nach der Erde angezogen; diese Kraft also äußert ein Bestreben, die Luft auf der Oberfläche der Erde zu verdichten, und diesem Bestreben wirkt die Expansionskraft entgegen. Die Atmosphäre ist wahrscheinlich deshalb begränzt, weil bei einem gewissen Grade der Verdünnung die Expansionskraft so abnimmt, daß die Schwere der Lufttheilchen allein schon hinreicht, eine weitere Entfernung von der Erde zu verhindern.

53 **Druck der Luft.** Setzt man auf den Teller der Luftpumpe einen Glas- oder Metallcylinder mit etwas dicken Wänden, welcher oben mit einer stark angespannten und an dem Rande festgebundenen Thierblase verschlossen ist, so erleidet die Blase von beiden Seiten gleichen Druck und bildet deshalb eine Ebene. Wenn man nun auf irgend eine Weise mehr Luft in den Cylinder

hineinbliese, so würde sich die Blase nach außen wölben; zieht man umgekehrt die Luft aus dem Cylinder heraus, so gewinnt der äußere Luftdruck das Uebergewicht und drückt die Blase nach innen. Letzteres läßt sich leicht mit Hülfe der Luftpumpe bewerkstelligen. Bei den ersten Kolbenzügen schon wird die Blase nach innen gekrümmt; je mehr man auspumpt, desto mehr nimmt die Krümmung zu, bis sie endlich in Stücke reißt, wobei man einen Knall wie einen Pistolenschuß hört. Dieser Knall wird durch das heftige Eindringen der Luft hervorgebracht.

Fig. 110.



Hätte man die ganze Anordnung so geändert, daß die Blase eine schräge Stellung gehabt, oder daß der Luftdruck von unten nach oben gewirkt hätte, so würde man denselben Effect erhalten haben, weil die Luft nach allen Seiten hin auf gleiche Weise drückt.

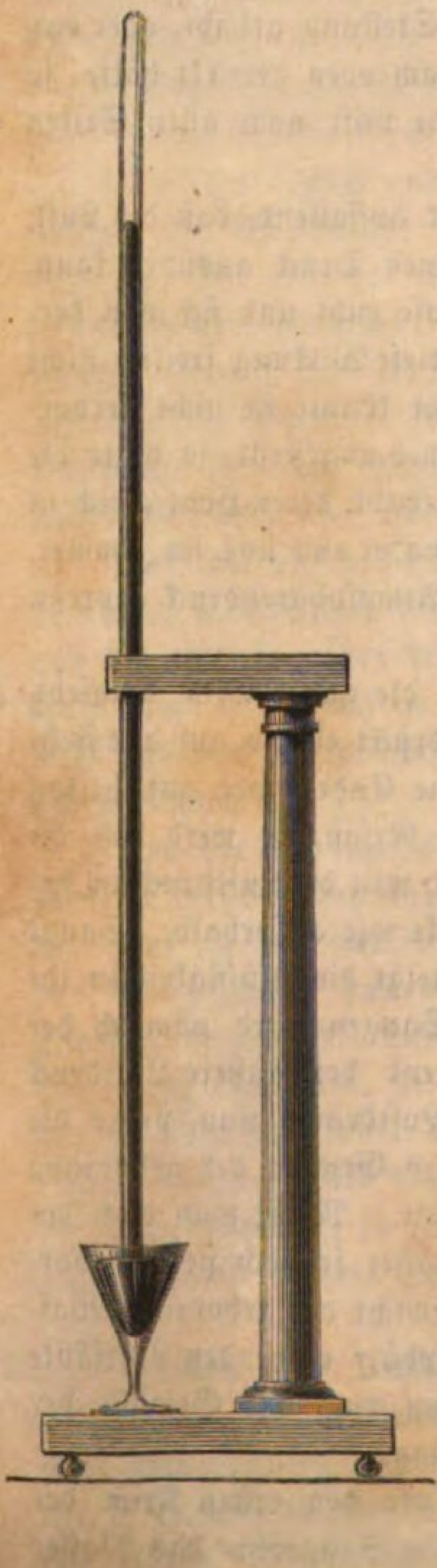
Bei diesem Versuch scheint auf den ersten Anblick auffallend, daß die Luft, welche sich in einem Zimmer befindet, einen so enormen Druck ausüben kann. Von dem Gewichte der Luftsäule, welche auf der Blase ruht und sich von derselben bis zu der Decke des Zimmers erstreckt, kann diese Wirkung freilich nicht herrühren; denn selbst eine Wassersäule von dieser Höhe könnte sie nicht hervorbringen. Hätte man den Versuch unter freiem Himmel angestellt, so hätte die Blase offenbar den Druck einer Luftsäule auszuhalten gehabt, deren Höhe gleich ist der Höhe der ganzen Atmosphäre. Derselbe Druck wirkt aber auch noch im Zimmer, denn die Luft des Zimmers ist ja durch den vollen Atmosphärendruck gepreßt.

Messung des Luftdrucks. Da die Luft die ganze Erde umgiebt, 54
preßt sie auf Alles gerade so wie auf die Blase; sie drückt ebenso auf alle Festländer wie auf die Gewässer. Taucht man das eine Ende einer auf beiden Seiten offenen Röhre in ein mit Wasser gefülltes Gefäß, so wird sich die Flüssigkeit in der Röhre so hoch stellen wie außerhalb, weil der Luftdruck in der Röhre gerade so auf das Niveau der Flüssigkeit wirkt wie außerhalb. Saugt man aber einen Theil der Luft aus der Röhre, so steigt die Flüssigkeit in ihr um so mehr, je länger man saugt. Durch dieses Saugen wird nämlich der Luftdruck im Innern der Röhre vermindert, während der äußere Luftdruck unverändert bleibt. Der Ueberfluß des äußeren Luftdrucks nun preßt die Flüssigkeit im Innern der Röhre in die Höhe, bis das Gewicht der gehobenen Wassersäule diesem Ueberschusse das Gleichgewicht hält. Macht man das Innere der Röhre vollkommen luftleer, so muß das Wasser so hoch steigen (vorausgesetzt, daß das Rohr hoch genug ist), daß das Gewicht der gehobenen Wassersäule dem Gewicht einer bis zur Gränze der Atmosphäre reichenden Luftsäule von derselben Basis gleich ist. Auf diese Weise kann man das Gewicht der ganzen Luftsäule bestimmen, wie hoch sie auch sein mag.

Den Pumpenmachern von Florenz verdanken wir den ersten Keim der Entdeckung dieses wichtigen Gesetzes. Als sie in einem Saugrohre das Wasser

über 32 Fuß heben wollten, sahen sie zu ihrem größten Erstaunen, daß es nicht höher stieg. Damals erklärte man das Aufsteigen der Flüssigkeiten, indem man sagte, die Natur habe einen horror vacui, eine Abneigung gegen den luftleeren Raum. Galiläi genügte eine solche Erklärung nicht, und als ihm die von den Pumpenmeistern gemachte Beobachtung mitgetheilt wurde, kam er gleich auf die Vermuthung, daß die Schwere der Luft die wahre Ursache der Erscheinung sei. Sein Schüler Toricelli gab dafür entscheidende Beweise. Er machte ungefähr folgende Schlußfolge. Damit eine Flüssigkeitssäule einer anderen das Gleichgewicht halte, müssen die Höhen der beiden Säulen sich umgekehrt verhalten, wie ihre Dichtigkeiten. Das Quecksilber ist nahe 14mal so schwer als Wasser; wenn nun der Druck der atmosphärischen Luft eine Wassersäule von 32 Fuß tragen kann, so muß er demnach auch eine Quecksilbersäule von $^{32}/_{14}$ Fuß, d. h. von nahe 28 Zoll, tragen können. Der Versuch ist leicht anzustellen. Man füllt eine Glasröhre, welche ungefähr 30 Zoll lang und an dem einen Ende zugeschmolzen ist, mit Quecksilber, hält das offene Ende mit dem Finger zu, kehrt die Röhre um und taucht das mit dem Finger verschlossene Ende in ein Gefäß mit Quecksilber, Fig. 111. Zieht man den Finger alsdann weg, so wird das Quecksilber alsbald um einige Zoll fallen, und zwar so weit, daß die Erhebung des Quecksilbers in der Röhre über das Niveau des Quecksilbers in dem Gefäß so groß ist, wie es aus den eben angeführten Betrachtungen folgt. Die in der Röhre befindliche Quecksilbersäule ist als ein Gegengewicht gegen den atmosphärischen Luftdruck zu betrachten. Dieser Apparat ist das Barometer (Schweremesser). Der leere Raum über der Quecksilbersäule des Barometers ist die Toricelli'sche Leere.

Fig. 111.



Die verticale Höhe der Quecksilberkuppe in der Röhre über dem Niveau des Gefäßes heißt die Barometerhöhe. Sie ist nicht an allen Orten und nicht zu allen Zeiten dieselbe. Am Ufer des Meeres beträgt sie durchschnittlich 76 Centimeter oder, was sehr nahe dasselbe ist, 28 Pariser Zoll. Eine solche Quecksilbersäule von 1 Quadratcentimeter Grundfläche hat einen Cubikinhalt von 76 Cubikcentimetern. Da nun 1 Cubikcentimeter Quecksilber 13,59 Gramme wiegt, so ist der Druck dieser Säule auf ihre Basis 76 $\times$ 13,59 Gramme $=$ 1,033 Kilo-

gramm. Bei einem Barometerstande von 76 Centimeter (28 pariser Zoll) drückt also die atmosphärische Luftsäule auf ein Flächenstück von 1 Quadratcentimeter Inhalt mit einem Gewichte von 1,033 Kilogramm, auf einen Quadratzoll ungefähr mit einem Gewicht von 15 Pfund.

Dieser Druck (1,033 Kilogramm auf jedes Quadratcentimeter oder 15 Pfund auf jeden Quadratzoll) wird als Atmosphärendruck oder als Druck einer Atmosphäre bezeichnet.

Fig. 112.



Construction des Barometers. Fig. 111 zeigt das 55
Barometer in seiner ursprünglichen Form, bei welcher das Rohr und das Gefäß nicht fest zusammenhängende Stücke sind. Bei dem gewöhnlichen Barometer sind jedoch Rohr und Gefäß in der Weise zu einem einzigen Stücke verbunden, wie es Fig. 112 zeigt; das unten umgebogene Rohr endigt nämlich mit einer oben offenen Erweiterung, welche das Gefäß des Barometers bildet. Wenn das Gefäß etwas weit ist in Vergleich zu dem Durchmesser der Röhre, so sind die Schwankungen der Säule fast ohne Einfluß auf das Niveau des Quecksilbers im Gefäß, so daß man, wenn keine große Genauigkeit gefordert wird, dieses Niveau als constant betrachten kann. Bei diesen Barometern, die man zu genauen Untersuchungen nicht gebrauchen kann, befindet sich in der Regel die Scala auch nur am oberen Theile des Instrumentes.

Solche Barometer, welche nach dem Typus in Fig. 111 oder Fig. 112 construirt sind, nennt man Gefäßbarometer.

Eine andere Grundform des Barometers sind die Heberbarometer, Fig. 113 (a. f. S.). Sie sind aus einem heberförmig gebogenen Glasrohre verfertigt, so daß also der Quecksilberspiegel, auf welchen der Luftdruck wirkt, sich in einer Röhre befindet, welches eben so weit ist wie das Röhrenstück, welches die obere Quecksilberkuppe enthält.

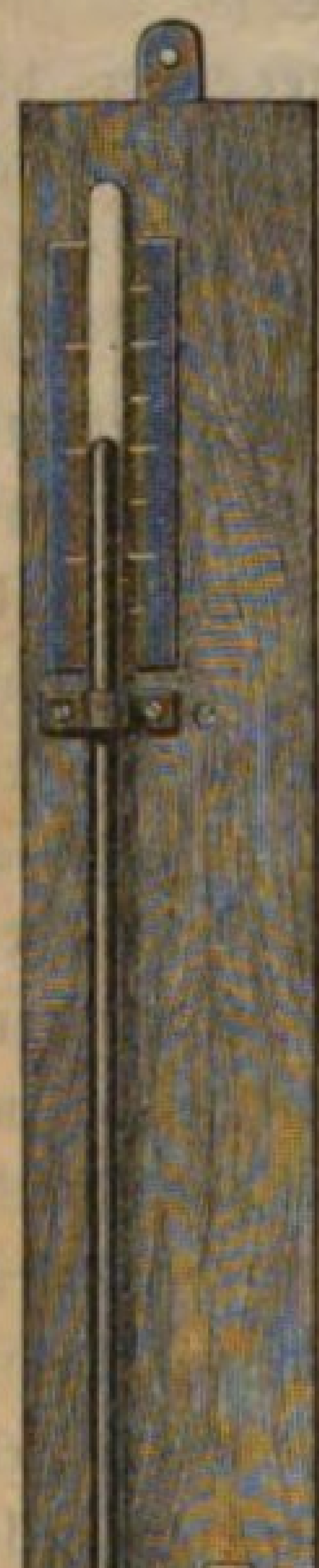
Es ist klar, daß in solchen Instrumenten bei verändertem Luftdruck die beiden Kuppen ihren Stand gleichzeitig ändern, und zwar wird die obere stets um so viel steigen, wie die untere fällt, und umgekehrt.

Um mit Hülfe eines solchen Instrumentes die wahre Barometerhöhe zu finden, macht man entweder die Scala oder das Barometerrohr selbst verschiebbar. In beiden Fällen stellt man das Instrument vor dem Ablesen der oberen Kuppe so ein, daß der Gipfel der unteren Kuppe mit dem Nullpunkt der Theilung zusammenfällt.

Unsere Figur stellt ein Barometer dar, bei welchem das Rohr selbst verschiebbar ist. Es ist auf der Messingplatte *d* befestigt, welche mit Hülfe der Schraube *s* auf- und niedergeschoben werden kann, wodurch dann auch das Barometerrohr selbst gehoben oder gesenkt wird, indem die messingenen Halter

b und *c* dasselbe zwar auf dem Brette halten, aber doch eine Verschiebung in verticalem Sinne gestatten.

Fig. 113.



Sind Rohr und Scala fest, so ist eine Ablesung der oberen und der unteren Kuppe nöthig, um die Barometerhöhe zu erfahren.

Welche Form man auch einem Barometer geben mag, so müssen doch immer gewisse Bedingungen erfüllt sein, wenn das Instrument genau die Größe des Luftdrucks angeben soll. Zunächst muß die Höhe der Quecksilbersäule genau gemessen werden können, und das ist nur möglich, wenn das Rohr eine vollkommen verticale Stellung hat. Die Scala befindet sich entweder auf einem Messingstreifen, welcher in das Brett eingelassen ist, auf welchem das Rohr befestigt wird, oder sie ist auf das Rohr selbst eingeätzt.

Der Raum über der Quecksilbersäule muß vollkommen luftleer sein, was man nur dadurch vollständig erreicht, daß man das Quecksilber in der Röhre kocht; denn nur dadurch ist es möglich, alle Luft und alle Feuchtigkeit, welche an den Glaswänden anhaften, zu entfernen. Das Auskochen der Barometer ist eine Operation, welche viel Uebung und Geschicklichkeit erfordert. Wenn in der Toricelli'schen Leere noch etwas Luft zurückgeblieben ist, so erkennt man dies daran, daß sich beim Neigen des Rohrs dasselbe nicht vollständig mit Quecksilber füllt, sondern daß ein kleines Luftbläschen am Gipfel der Röhre zurückbleibt. Der Fehler, der daraus entsteht, ist um so geringer, je größer das Volumen der leeren Kammer ist.

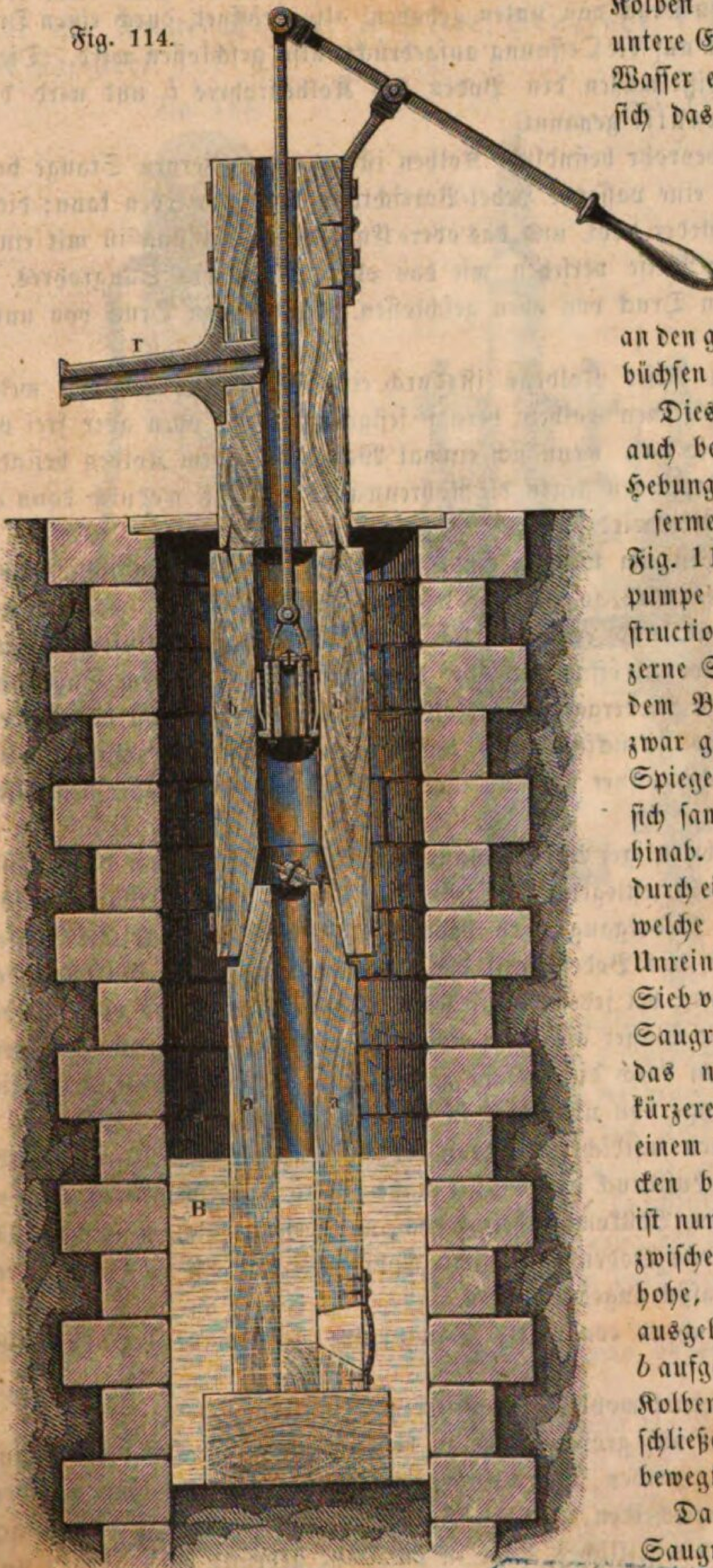
Endlich muß das Quecksilber vollkommen rein und der Durchmesser der Röhre nicht zu klein sein. Wenn die Röhre zu eng ist, so übt die Adhäsion und die Reibung des Quecksilbers an den Glaswänden einen so bedeutenden Einfluß aus, daß die Quecksilberkuppe oft in einer Höhe stehen bleibt, welche bald höher, bald tiefer ist, als sie der Höhe des Luftdrucks nach sein sollte. Wenn man in einem solchen Falle das Barometer etwas anstößt, so sieht man die Quecksilbersäule augenblicklich etwas steigen oder fallen, je nachdem der vorherige Stand zu tief oder zu hoch war, weil durch den Anstoß das Hinderniß der Bewegung überwunden wird.

Von den Schwankungen des Barometers, welche von der Witterung abhängen, kann erst weiter unten die Rede sein.

56 **Pumpen.** Wir haben bereits in Paragraph 54 gesehen, wie man in einer Röhre, deren unteres Ende in Wasser getaucht ist, dasselbe dadurch in die Höhe steigen macht, daß man an dem oberen Ende saugt. Den luftverdünnten Raum, welcher in diesem Falle durch den Mund erzeugt wurde, kann man aber

auch dadurch hervorbringen, daß man in das Rohr einen luftdicht schließenden Kolben einsetzt. Ist das untere Ende des Rohres in Wasser eingetaucht, so füllt sich das Rohr mit dieser Flüssigkeit, wenn man den Kolben in die Höhe zieht, wie sich dies an den gewöhnlichen Spritzbüchsen zeigen läßt.

Fig. 114.



Dies Princip wird nun auch bei den Pumpen zur Hebung bedeutenderer Wassermengen angewandt. Fig. 114 stellt eine Saugpumpe der einfachsten Construction dar. Das hölzerne Saugrohr a steht in dem Brunnenschacht, und zwar geht es bis unter den Spiegel des in der Tiefe sich sammelnden Wassers B hinab. Das Wasser kann durch eine seitliche Oeffnung, welche zur Abhaltung von Unreinigkeiten durch ein Sieb verschlossen ist, in das Saugrohr eintreten. Auf das nach den Umständen kürzere oder längere, aus einem oder mehreren Stücken bestehende Saugrohr ist nun das etwas weitere, zwischen 2 und 3 Fuß hohe, genau cylindrisch ausgebohrte **Kolbenrohr** b aufgesetzt, in welchem ein Kolben luft- und wasserdicht schließend auf- und abbewegt werden kann.

Das obere Ende des Saugrohres a ist durch ein

BIBLIOTHEK MÜNCHEN

Ventil (hier eine in der Mitte mit Metall beschlagene Lederklappe) bedeckt, welches durch einen Druck von unten gehoben, also geöffnet, durch einen Druck von oben aber fest auf die Oeffnung aufgedrückt, also geschlossen wird. Dieses Ventil bildet gewissermaßen den Boden des Kolbenrohres *b* und wird deshalb das Bodenventil genannt.

Der im Kolbenrohr befindliche Kolben ist an einer eisernen Stange befestigt, welche durch eine passende Hebel-Vorrichtung bewegt werden kann; dieser Kolben ist selbst wieder hohl, und das obere Ende dieser Höhlung ist mit einem Ventil in gleicher Weise versehen wie das obere Ende des Saugrohres, so daß es durch einen Druck von oben geschlossen, durch einen Druck von unten geöffnet wird.

Der Umfang dieses Kolbens ist durch eine Lederkappe gebildet, welche unten um den hölzernen Kolben herum festgenagelt ist, oben aber frei von demselben absteht, so daß, wenn sich einmal Wasser über dem Kolben befindet, dasselbe die Lederkappe fest gegen die Röhrenwände anpreßt, wodurch dann ein guter Schluß erhalten wird.

Wenn der eben am unteren Ende des Kolbenrohres befindliche Kolben in die Höhe gezogen wird, so wirkt er wie ein massiver Kolben, weil sich das Kolbenventil schließt, und es bildet sich unter demselben ein luftverdünnter Raum; das Bodenventil öffnet sich, und das Wasser steigt in dem Saugrohre in die Höhe. Beim Niedergang des Kolbens schließt sich zunächst das Bodenventil, wodurch das Zurückfallen des aufgesaugten Wassers verhindert wird, das Kolbenventil aber öffnet sich und läßt die noch im Kolbenrohre befindliche Luft durch.

Erst nach mehrmaliger Wiederholung dieser Operation, wenn das Wasser bis in das Kolbenrohr gestiegen ist, beginnt die Pumpe wirklich Wasser zu fördern. Bei jedem Niedergang wird das im Kolbenrohre befindliche Wasser, welchem nun durch das Bodenventil der Rückweg verschlossen ist, durch den Kolben hindurchgehen; bei jedem Aufziehen des Kolbens wird das bereits über demselben befindliche Wasser aus dem Kolbenrohre in das Steigrohr gehoben, aus welchem es dann durch die seitliche Oeffnung *r* abfließt, während zugleich eine neue Wassermenge von unten her in das Kolbenrohr eingesaugt wird.

Bei vollkommen luftdichtem Schluß des Kolbens und der Ventile würde man bei mittlerem Luftdruck das Wasser nahe bis zu 32 Fuß aufsaugen können; bei der geringen Vollkommenheit jedoch, mit welcher solche Pumpen ausgeführt sind, darf das Bodenventil nicht wohl mehr als 20 Fuß über dem Wasserspiegel im Bassin angebracht sein.

Eine etwas anders construirte Saugpumpe sieht man Fig. 115 abgebildet.

Diese Figur bedarf wohl keiner weiteren Erläuterung.

Um das Wasser auf größere Höhe zu heben, um es in Dampfkessel hineinzupressen u. s. w., werden Druckpumpen angewandt, welche sich von den vorigen dadurch unterscheiden, daß der Kolben massiv ist und daß das aufgesaugte Wasser durch ein seitliches Rohr in die Höhe gedrückt wird, dessen un-

teres Ende durch ein nach oben sich öffnendes Ventil geschlossen wird. Fig. 116 stellt eine Druckpumpe dar; *h* ist das Saugrohr, *r* das Kolbenrohr, *s* das Steigrohr.

Fig. 115.

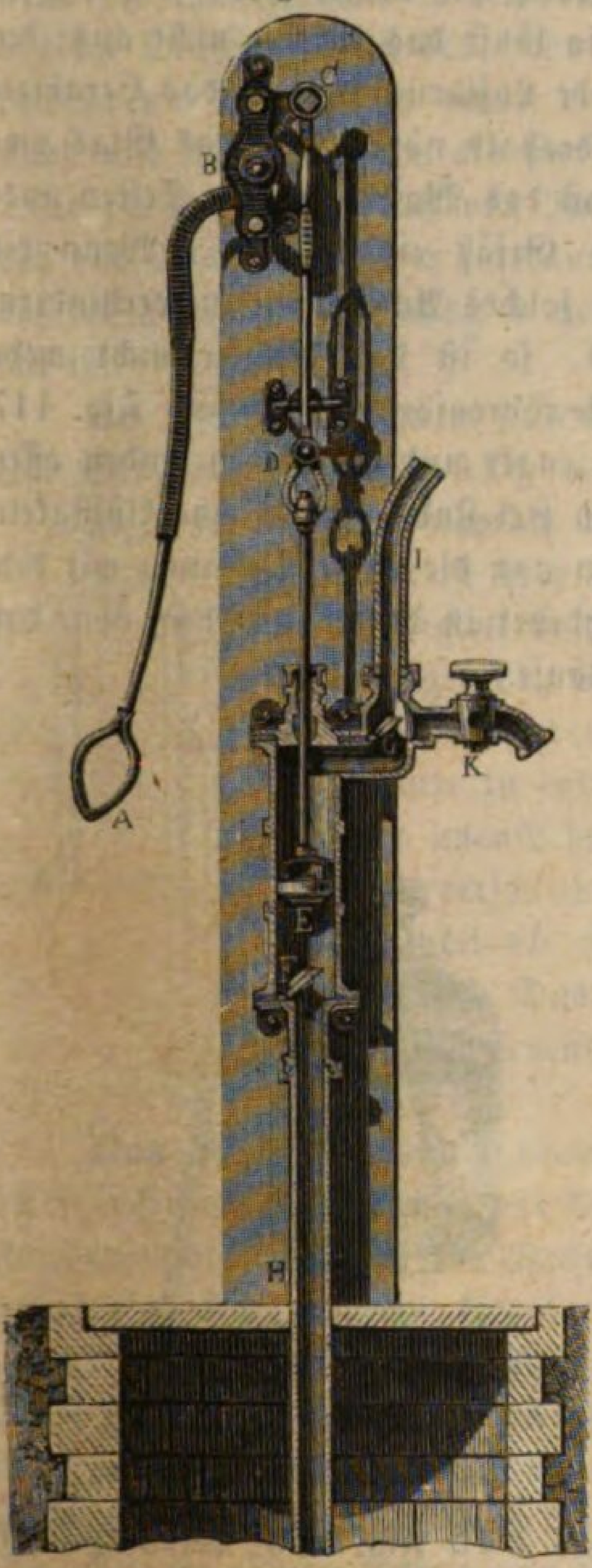
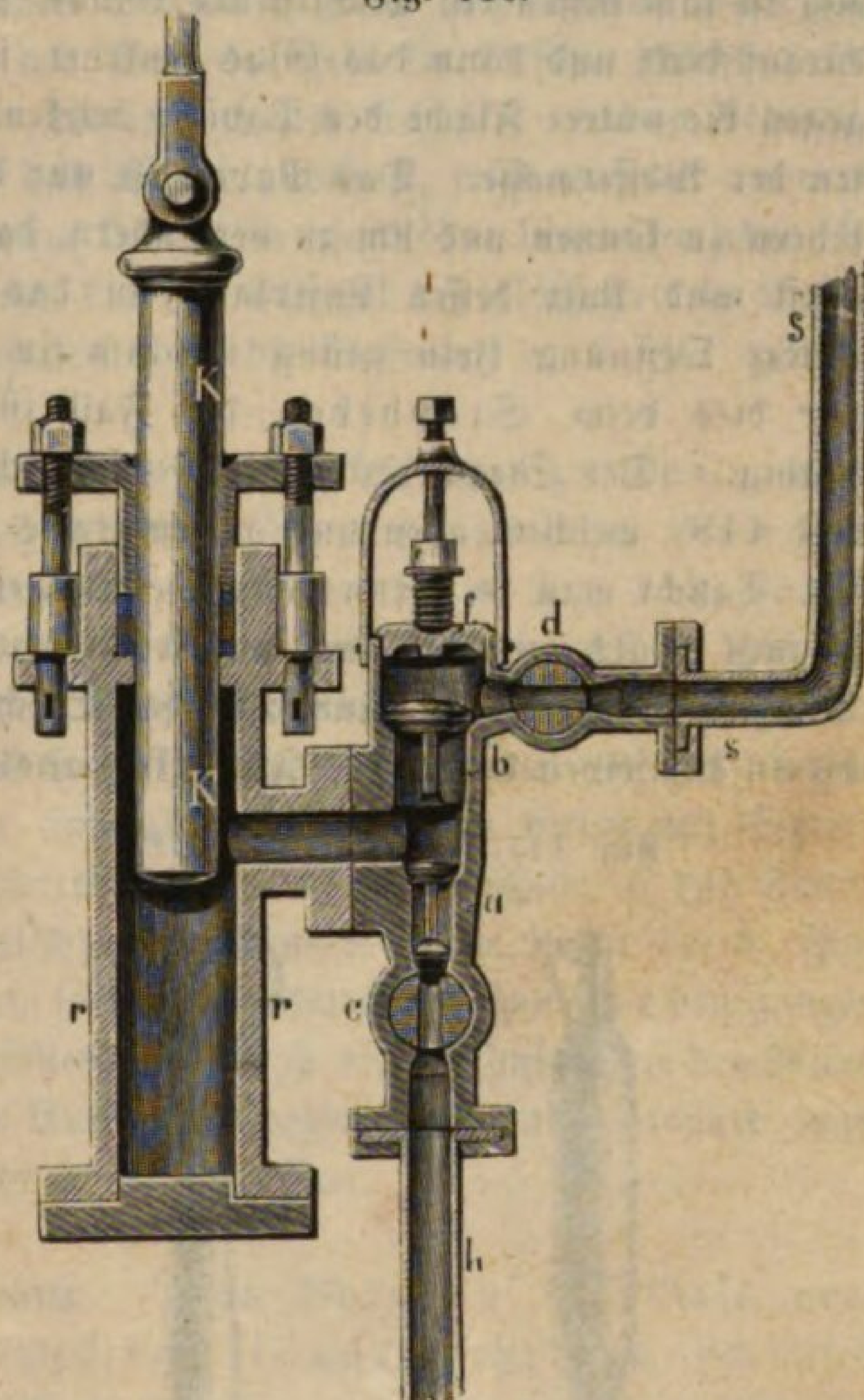


Fig. 116.



Der massive Kolben *K* geht luftdicht durch die Stopfbüchse, welche das obere Ende des Kolbenrohres schließt. Beim Aufgang des Kolbens hebt sich das Saugventil *a*, um Wasser aus dem Saugrohr durchzulassen, während das Druckventil *b* geschlossen bleibt; beim Niedergang des Kolbens schließt sich *a*, und das vorher aufgesaugte Wasser wird nun durch das geöffnete Ventil *b* in das Steigrohr gepreßt.

Bei *d* und *c* sind Hähne angebracht, die man abstellen kann, wenn die Pumpe nicht mehr arbeiten soll.

Der Deckel *f* kann entfernt werden, wenn man die Ventile nachsehen will. Er ist durch eine starke Drahtfeder aufgedrückt, so daß er gehoben wird, wenn der Druck zu stark werden sollte, wie es z. B. erfolgen kann, wenn das Steigrohr sich verstopft hat oder der Hahn *d* geschlossen bleibt, während *c* offen ist und die Ventile spielen. Der Deckel *f* dient also in diesem Falle als Sicher-

heitsventil, indem durch sein Heben das Bersten der Röhrenwände verhindert wird.

57 **Der Heber.** Wenn man ein Trinkglas, dessen Rand recht gleichförmig ist (am besten ein geschliffenes Glas), ganz mit Wasser füllt, ein Papier darauf deckt und dann das Glas umkehrt, so läuft das Wasser nicht aus; der gegen die untere Fläche des Papiers wirkende Luftdruck hindert das Herabfallen der Wassermasse. Das Papier ist nur deshalb nöthig, um das Glas umkehren zu können und um zu verhindern, daß das Wasser an den Seiten ausläuft und statt dessen Luftblasen in das Gefäß eindringen. Wenn die untere Oeffnung klein genug ist, um ein solches Auslaufen zu verhindern, wie dies beim Stechheber der Fall ist, so ist das Papier nicht mehr nöthig. Der Stechheber ist ein gewöhnlich röhrenförmiges Gefäß, Fig. 117 und 118, welches oben und unten etwas enger und an beiden Enden offen ist. Taucht man es, wenn beide Oeffnungen frei sind, ganz in eine Flüssigkeit, so füllt es sich mit derselben, und wenn man nun die obere Oeffnung mit dem Daumen verschließt, so kann man den Stechheber in die Höhe ziehen, ohne daß die in demselben enthaltene Flüssigkeit ausläuft.

Fig. 117.

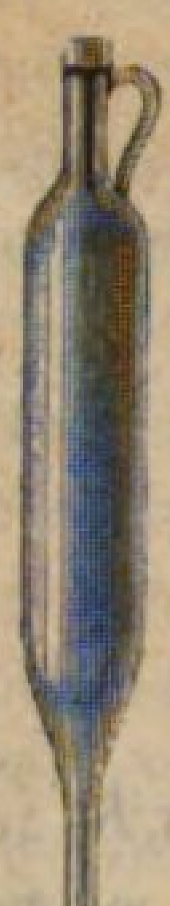


Fig. 118.

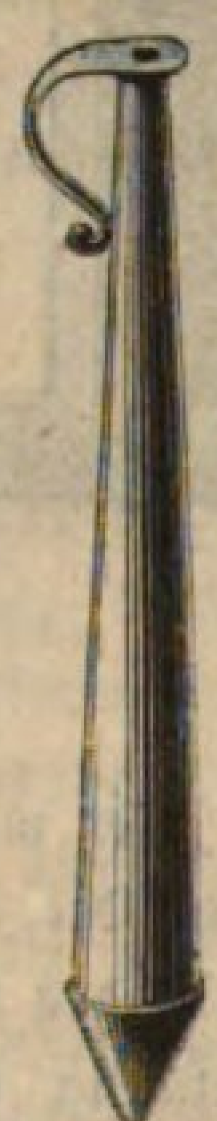


Fig. 119.

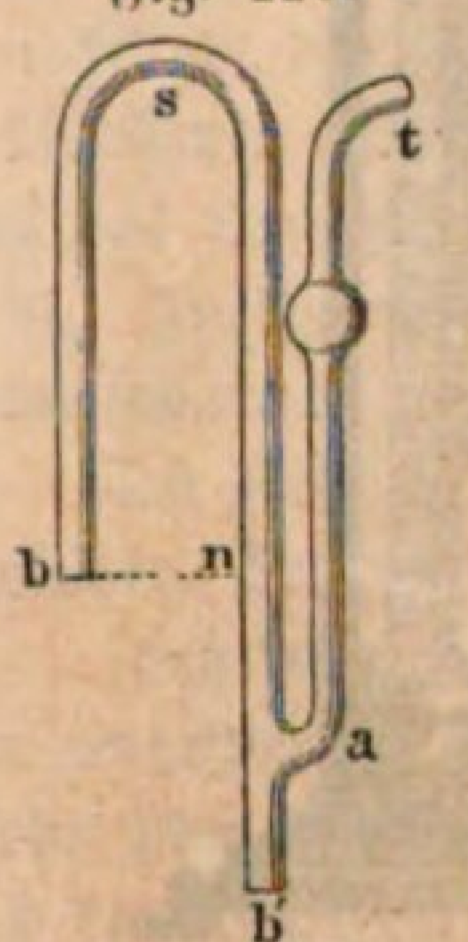


Der Heber ist eine gekrümmte Röhre *bsa* Fig. 119, deren Schenkel ungleiche Länge haben. Wenn der kürzere Schenkel in eine Flüssigkeit eingetaucht ist und man die ganze Röhre durch Saugen bei *a* gefüllt hat, so läuft sie am Ende *a* des längeren Schenkels, welches tiefer liegt als *b*, fortwährend aus; man kann also mit Hülfe eines Hebers leicht ein Gefäß entleeren. Die Wirkung des Hebers ist leicht zu erklären. Auf der einen Seite hat die Wassersäule *sa*, auf der anderen die Wassersäule von *s* bis zum Spiegel der Flüssigkeit im Gefäß ein Bestreben, vermöge ihrer Schwere herabzufallen; der Schwere der in beiden Schenkeln befindlichen Wassersäulen wirkt aber auf beiden Seiten der Luftdruck entgegen, welcher auf der einen Seite gegen die Oeffnung *a*, auf der anderen aber auf den Spiegel des Wassers im Gefäß wirkt

und dadurch die Bildung eines leeren Raumes im Inneren der Röhre verhindert, welcher sich nothwendigerweise bei *s* bilden würde, wenn die Wassersäulen auf beiden Seiten herabliefen. Da der Luftdruck auf der einen Seite so stark wirkt wie auf der anderen, so würde vollkommenes Gleichgewicht stattfinden, wenn die Wassersäulen in den beiden Schenkeln gleich hoch wären, wenn sich also die Oeffnung *a* in der Höhe des Wasserspiegels im Gefäße befände; sobald aber *a* tiefer liegt, erhält die Wassersäule im Schenkel *sa* das Uebergewicht, und in dem Maße, als hier das Wasser ausläuft, wird auf der anderen Seite durch den Luftdruck von Neuem Wasser in die Röhre hineingetrieben, so daß das Ausfließen bei *a* fortdauert, bis der Spiegel der Flüssigkeit im Gefäß auf die Höhe der Oeffnung *a* gefallen oder die Oeffnung bei *b* frei geworden ist.

Um den Heber bequem füllen und in Wirksamkeit setzen zu können, wird eine Saugröhre *at*, Fig. 120, angebracht. Einen gewöhnlichen Heber füllt man nämlich dadurch, daß man bei *a*, Fig. 119, saugt; dabei ist aber nicht zu vermeiden, daß man etwas von der Flüssigkeit in den Mund bekommt, was in manchen Fällen unangenehm, oft sogar gefährlich sein kann, wie z. B. wenn man den Heber anwenden will, um ein Gefäß mit Schwefelsäure zu entleeren. In einem solchen Falle ist das Saugrohr unentbehrlich; denn wenn man die Röhre bei *b'*, Fig. 120, verschließt, so kann man durch Saugen bei *t* den ganzen Schenkel *sb'* füllen, ohne daß die Flüssigkeit an den Mund kommt. Das Auslaufen beginnt alsdann, sobald man das Röhrenende *b'* wieder öffnet.

Fig. 120.



Das Mariotte'sche Gesetz. Das Volumen der Gase ver- 58
hält sich umgekehrt wie der Druck, dem sie ausgesetzt sind. Um dieses Fundamentalgesetz durch den Versuch zu beweisen, nehme man eine gekrümmte cylindrische Röhre, deren kürzerer Schenkel oben geschlossen ist, während der längere Schenkel offen bleibt (Fig. 121 a. f. S). Man gieße zu Anfang nur wenig Quecksilber ein, neige dann den Apparat ein wenig, damit etwas Luft aus dem kürzeren Schenkel entweicht; so kann man es leicht dahin bringen, daß das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch steht. Alsdann ist die in dem geschlossenen Schenkel abgesperrte Luft genau dem Druck der Atmosphäre ausgesetzt. Gießt man nun von Neuem Quecksilber in den offenen Schenkel, so wird der Druck, den die eingeschlossene Luft auszuhalten hat, vermehrt, sie wird dadurch auf einen kleineren Raum zusammengepreßt. Wenn das Quecksilber im kürzeren Schenkel bis zum Punkte *c* gestiegen ist, welcher sich in der Mitte zwischen *a* und dem Gipfel der geschlossenen Röhre befindet, so ist die Luft auf die Hälfte ihres vorherigen Volumens zusammengepreßt. Bezeichnet man nun auf dem längeren Schenkel den Punkt *d*, welcher mit *c* gleiche Höhe hat, und mißt man dann, wie hoch das Quecksilber sich im längeren Schenkel noch über *d* erhebt, so findet man, daß die Höhe dieser Quecksilbersäule genau der Barometerhöhe

gleich ist: die im kurzen Rohre eingeschlossene Luft hat demnach einen Druck von 2 Atmosphären auszuhalten. Wenn der offene Schenkel dieses Apparates

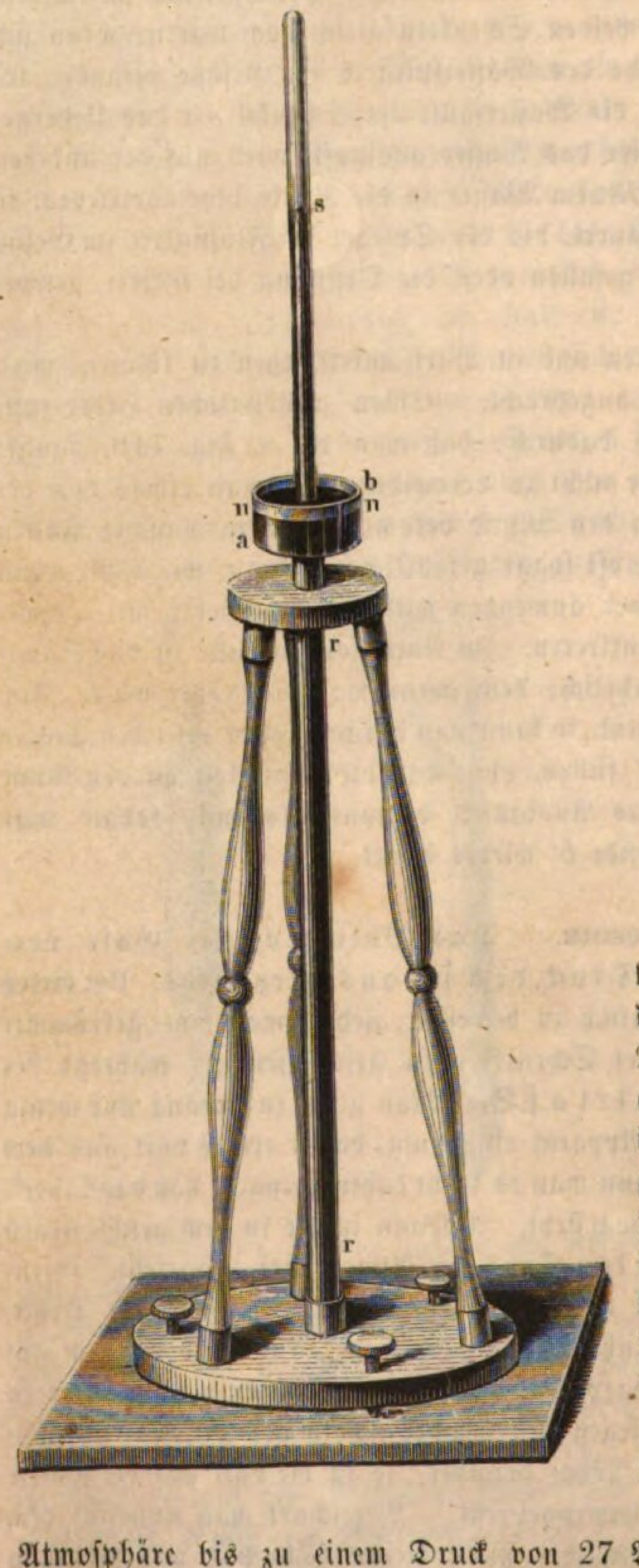


Fig. 122.



Fig. 121.

lang genug ist, so kann man auf dieselbe Weise zeigen, daß ein Druck von 3, 4 Atmosphären die eingeschlossene Luft auf $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ihres ursprünglichen Volumens zusammenpreßt. Arago und Dulong haben bewiesen, daß dieses Gesetz für atmosphärische Luft wenigstens bis zu einem Drucke von 27 Atmosphären noch keine Aenderung erleidet.

Durch diese Versuche ist die Richtigkeit des Mariotte'schen Gesetzes von einem Druck von 1 Atmosphäre bis zu einem Druck von 27 Atmosphären bewiesen; für einen Druck aber, welcher geringer ist als 1 Atmosphäre, kann man es mit Hülfe des folgenden Apparates bestätigen.

Eine etwas weite Röhre *r*, Fig. 122, von Glas oder Eisen, welche oben in ein weiteres Gefäß endigt und unten geschlossen ist, wird in einem Gestelle so angebracht, daß sie vertical steht. Sie wird etwa bis *n* mit Quecksilber vollgegossen. Nun füllt man eine Barometerröhre, wie zum Toricelli'schen Versuche (Paragraph 54), mit Quecksilber, jedoch nicht ganz voll, sondern nur so weit, daß noch etwa 3 bis 5 Centimeter nicht mit Quecksilber angefüllt sind. Verschließt man die Oeffnung mit dem Finger, kehrt sie dann um, so wird die Luftblase in den oberen Theil der Röhre hinaufsteigen. Wenn man nun, wie beim Toricelli'schen Versuche, das untere Ende der Röhre in das Quecksilber des Gefäßes *ab* taucht und dann den Finger von der Oeffnung wegzieht, so wird die Quecksilbersäule im Barometerrohre bis auf einen bestimmten Punkt fallen. Man wird aber sogleich bemerken, daß der Gipfel der Quecksilbersäule nicht so hoch über *nn* steht, als die Barometerhöhe beträgt, weil ja im oberen Theile unserer Röhre sich Luft befindet und kein Vacuum, wie beim Barometer.

Wenn man die Röhre niederdrückt, so daß sie weiter und weiter in das Quecksilber des weiten Rohres hinabreicht, so wird das Volumen der oben eingeschlossenen Luft immer kleiner. Man drückt nun die Röhre so weit hinab, daß das Quecksilber im Rohre genau in der Höhe des Quecksilberspiegels *nn* steht. In diesem Falle steht die abgesperrte Luft genau unter dem Drucke einer Atmosphäre.

Die Höhe der abgesperrten Luftsäule, welche dem Druck von einer Atmosphäre ausgesetzt ist, wird nun gemessen; sie betrage 5 Centimeter.

Zieht man das Rohr wieder in die Höhe, so vermehrt sich das Volumen der abgesperrten Luft, zugleich aber erhebt sich auch die Quecksilberkuppe im Rohr über den Spiegel *nn*. Gesetzt, man habe das Rohr so weit gehoben, daß die abgesperrte Luft eine Länge von 10 Centimetern in der Röhre einnimmt, so wird die Höhe der Quecksilberkuppe über den Spiegel *nn* gerade die Hälfte des im Augenblick zu beobachtenden Barometerstandes sein. Stände das Barometer auf 760 Millimeter, so würde die Messingkuppe gerade 380 Millimeter über *nn* stehen.

Die Hälfte des atmosphärischen Drucks ist also durch die Quecksilbersäule, welche sich unter der abgesperrten Luft befindet, aufgehoben, und der Druck, welchen diese abgesperrte Luft auszuhalten hat, ist nur noch dem Druck einer halben Atmosphäre gleich, ihr Volumen aber ist doppelt so groß, als es war, da sie den Druck der ganzen Atmosphäre auszuhalten hatte.

Hebt man die Röhre so weit, daß die abgesperrte Luft eine Länge von 15 Centimetern in der Röhre einnimmt, daß ihr Volumen also 3mal größer geworden ist, so beträgt die Höhe der Quecksilbersäule in unserem Rohr $^2/_3$ der Barometerhöhe; die abgesperrte Luft hat also nur noch einen Druck von $^1/_3$ Atmosphäre auszuhalten.

Die Luftpumpe. Zu den unentbehrlichsten und wichtigsten Instrumenten des Physikers gehört die Luftpumpe, welche seit ihrer Erfindung durch Otto von Guericke mancherlei Veränderungen und Verbesserungen 59

erfahren hat. Wir wollen sie zunächst in einer möglichst einfachen Gestalt kennen lernen.

Fig. 123 stellt eine Luftpumpe möglichst einfacher Construction, nämlich

Fig. 123.

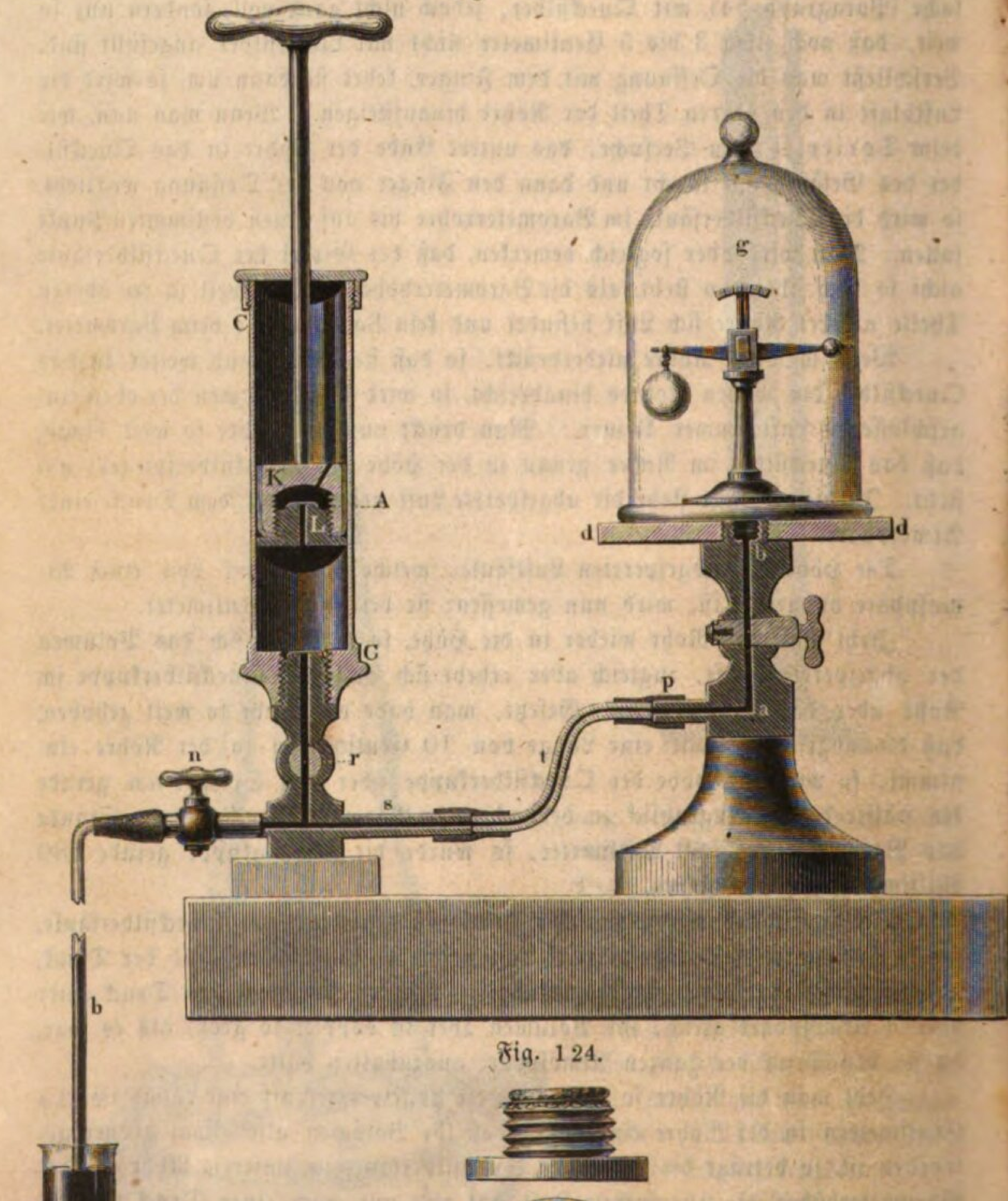
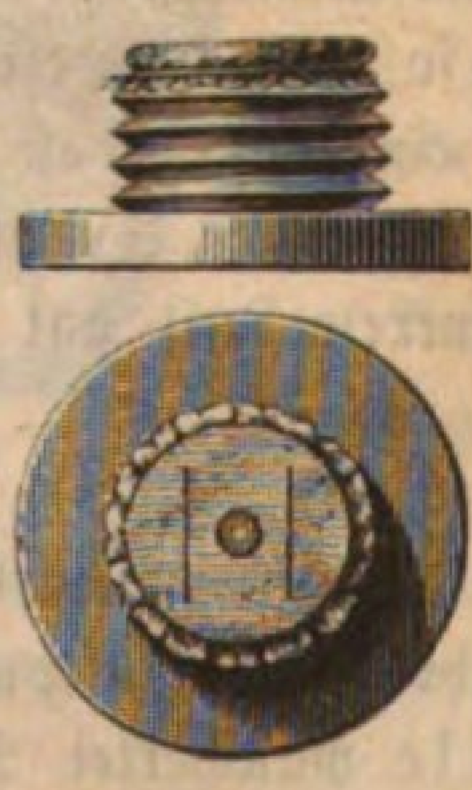


Fig. 124.



eine sogenannte Handluftpumpe dar, wie sie gewöhnlich in chemischen Laboratorien gebraucht wird. *CC* ist der Stiefel, d. h. ein hohler Messingcylinder, in welchem ein luftdicht schließender Kolben *A* auf- und abbewegt werden kann.

Von dem Boden des Cylinders führt ein verticaler Canal herab bis zu dem horizontalen Rohre *s*, welches durch ein Glasrohr *t* mit Hülfe von Kautschukröhrchen mit dem Recipienten, *g*, d. h. mit dem Raume in Verbindung gesetzt werden kann, aus welchem man die Luft entfernen will. Die Glasröhre *t* verbindet nämlich die Messingröhren *s* und *p*, von welchen letztere zu dem verticalen Canale *ab* führt, der oben in der Mitte des eben abgeschliffenen Tellers *dd* mündet. Auf diesen Teller wird dann die Glasglocke *g* aufgesetzt, deren unterer Rand gleichfalls eben abgeschliffen ist, und der des besseren Schlusses wegen mit Talg oder Schweinefett bestrichen wird.

Der Kolben *A* ist aus verschiedenen Stücken zusammengesetzt, nämlich erstens einem zum Theil hohlen Messingstück *K*, welches von einer Lederkappe umgeben ist, die fest an die Wände des Cylinders andrückt, und namentlich beim Aufziehen des Kolbens noch durch den von oben her wirkenden Luftdruck an dieselben gepreßt wird, und zweitens aus einem von unten her in *K* eingeschraubten Metallstück *L*, welches in der Mitte durchbohrt ist und die Bodenplatte des Kolbens bildet.

Dieses Metallstück *L* ist nun oben mit einem Ventil versehen, welches dadurch gebildet wird, daß man ein Stück Schweinsblase so über dasselbe bindet, daß es die Oeffnung des verticalen Canals verschließt, und dann seitlich von dieser Oeffnung zwei Einschnitte anbringt, wie Fig. 124 zeigt, welche das fragliche Stück im Grund- und Aufriß darstellt.

Dieses Ventil wird fest auf die Oeffnung aufgepreßt, wenn der Luftdruck von oben her, es wird geöffnet, wenn er von unten her stärker ist.

Wird nun der am unteren Ende des Stiefels *C* aufsitzende Kolben *A* in die Höhe gezogen, so entsteht unter dem Kolben ein luftverdünnter Raum, und in Folge davon tritt ein Theil der in *g* befindlichen Luft in den Cylinder über. Wird nun, wenn der Kolben am oberen Ende des Cylinders *C* angekommen ist, der Hahn *r* geschlossen und so die Communication zwischen dem Stiefel *C* und dem Recipienten *g* unterbrochen, so kann beim Niederdrücken des Kolbens *A* die herübergesaugte Luft nicht wieder in den Recipienten zurückkehren, die Luft unter dem Kolben wird, da ihr kein Ausweg bleibt, allmälig so verdichtet, daß sie einen stärkeren Druck ausübt als die äußere Luft, sie wird also das Kolbenventil heben und durch dasselbe entweichen.

Sobald der Kolben auf dem Boden des Stiefels angekommen ist, wird der Hahn *r* wieder geöffnet und dann durch Wiederholung derselben Operation von Neuem eine Portion Luft aus dem Recipienten *g* fortgeschafft.

Da das beständige Oeffnen und Schließen des Hahnes *r* lästig ist, so hat man die centrale Oeffnung im Boden des Cylinders mit einem ähnlichen Ventil versehen, wie das ist, welches im Kolben angebracht ist. Dieses untere Ventil öffnet sich beim Aufziehen und schließt sich beim Niederdrücken des Kolbens.

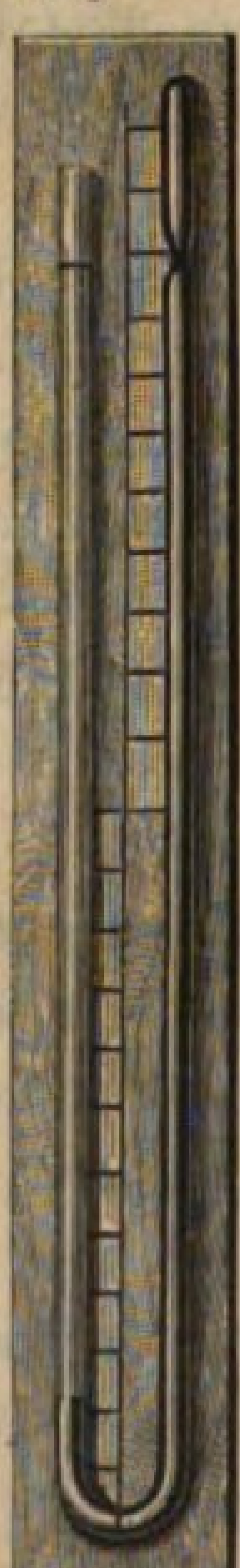
In unserer Figur sehen wir unter der Glocke der Luftpumpe einen Ap-

parat stehen, welcher erst später, und zwar in demjenigen Paragraphen besprochen werden wird, welcher vom Luftballon handelt.

Den Grad der Luftverdünnung, welchen man durch Auspumpen hervorgebracht hat, kann man durch eine sogenannte Barometerprobe messen. Für die kleinen Handluftpumpen ist die Barometerprobe so eingerichtet, wie Fig. 123 zeigt. Eine etwa 30 Zoll lange Glasröhre *b* taucht mit ihrem unteren Ende in ein Gefäß voll Quecksilber; oben ist sie umgebogen und mittelst eines Kautschukröhrchens an die Pumpe befestigt. Wenn der Hahn *a* geöffnet ist, so steigt das Quecksilber in die Röhre, und zwar um so höher, je weiter die Verdünnung getrieben wird. Wenn es möglich wäre, einen ganz luftleeren Raum durch die Luftpumpe zu erzeugen, so würde die Höhe der im Rohre *b* gehobenen Quecksilbersäule der Barometerhöhe gleich sein.

Gewöhnlich bedient man sich, um den durch die Luftpumpe hervorgebrachten Grad der Verdünnung zu messen, des abgekürzten Barometers als Barometerprobe. Fig. 125 stellt ein abgekürztes Barometer in $1/_3$ der natürlichen Größe dar. Das Quecksilber füllt den zugeschmolzenen Schenkel bei gewöhnlichem Luftdruck ganz aus. Wird nun dieser Apparat aufrechtstehend unter die Glocke der Luftpumpe gebracht, so beginnt das Quecksilber im geschlossenen Schenkel zu sinken, wenn der auf den offenen Schenkel wirkende Luftdruck auf $1/_4$ Atmosphärendruck reducirt ist. Geht nun die Verdünnung der Luft im Recipienten weiter, so giebt die Höhendifferenz der Quecksilberkuppen in beiden Röhren die Größe des Druckes an, welchen die unter der Glocke noch zurückgebliebene Luft ausübt.

Fig. 125.



Anstatt aber diese Barometerprobe unter die Glocke der Luftpumpe zu stellen, ist sie gewöhnlich in einem besonderen kleinen, durch eine enge Glasglocke gebildeten Recipienten angebracht, welcher gleichfalls mit dem zum Stiefel führenden Canal communicirt und durch einen besonderen Hahn abgestellt werden kann.

Die eben besprochene und abgebildete Luftpumpe war eine Ventilluftpumpe, d. h. eine solche, bei welcher die Unterbrechung und Wiederherstellung der Communication des Stiefels mit dem Recipienten durch ein Ventil bewerkstelligt wird, während auch die aus dem Apparat fortzuschaffende Luft durch ein Ventil entweicht. Für diese Functionen können aber auch Hahnen verwandt werden, und solche Luftpumpen, bei welchen dies der Fall ist, heißen Hahnenluftpumpen.

Das Wesentliche der Einrichtung der Hahnenluftpumpe wird durch Fig. 126 erläutert.

Der Hahn *g*, welcher am unteren Ende des Cylinders sich befindet, ist doppelt durchbohrt; ein Canal geht rechtwinklig zur Umdrehungsaxe gerade durch. Er erscheint in Fig. 126 verkürzt und ist mit *h* bezeichnet; der andere Canal, welcher in unserer Figur seiner ganzen Länge nach sichtbar ist, tritt

seitwärts in die Masse des Metallkegels ein und krümmt sich dann, um in der Richtung der Umdrehungsaxe des Hahns auszutreten.

Wenn der Kolben niedergeht, so hat der Hahn die Stellung Fig. 126; die Luft unter dem Kolben wird also durch den gebogenen Canal des Hahns

Fig. 126.

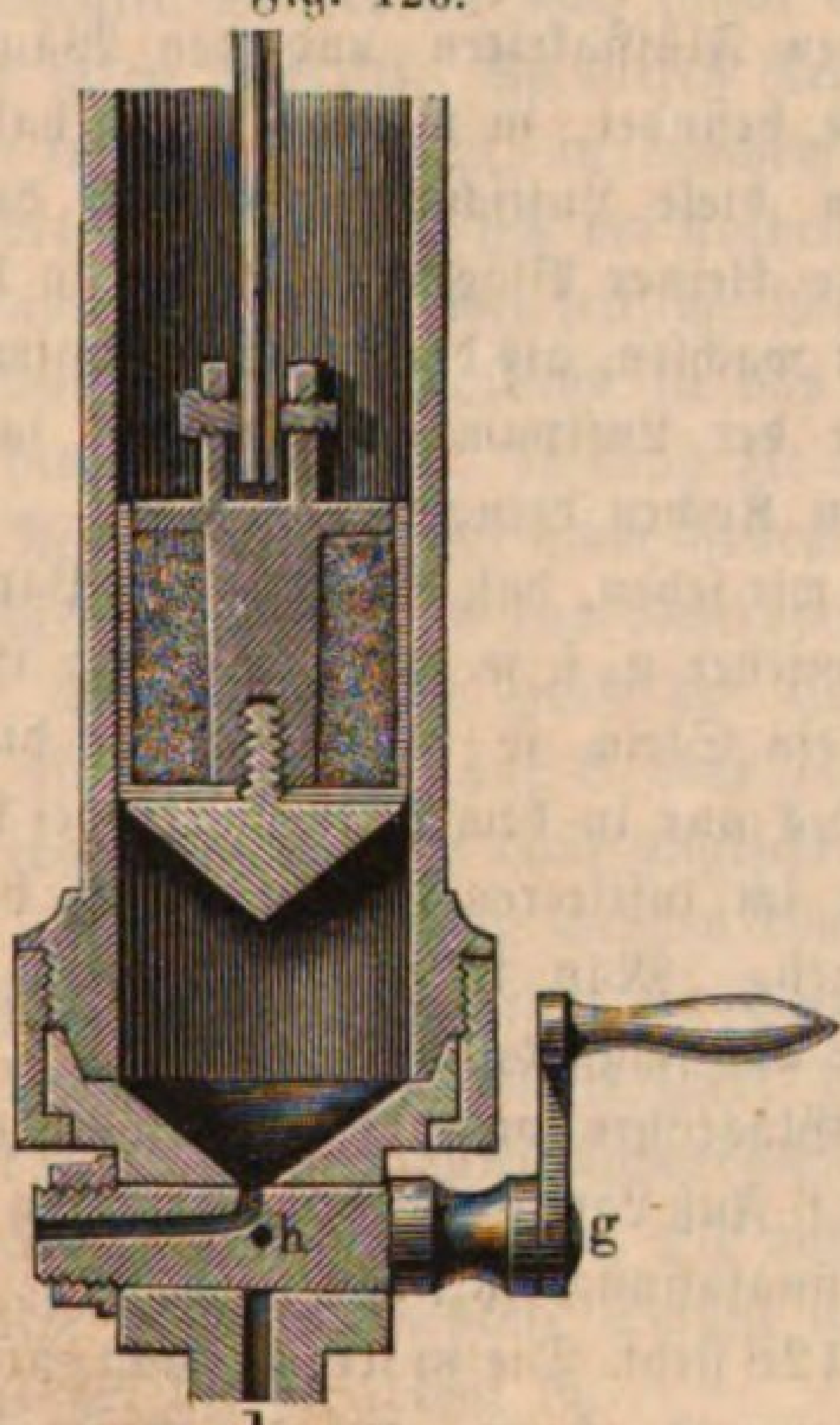


Fig. 127.



ausgetrieben. Wenn der Kolben unten angekommen ist, wird der Hahn um eine Viertelumdrehung gedreht, so daß nun der Canal *h* den unteren Theil des Cylinders mit dem Canal *l* verbindet, der zum Recipienten führt; beim Aufgang des Kolbens wird also Luft aus dem Recipienten gesaugt, die nachher beim Niedergang des Kolbens seitwärts durch den Hahn fortgeschafft wird.

Im Uebrigen ist diese Figur wohl ohne nähere Erklärung verständlich.

Otto von Guerike machte mit seiner Maschine den merkwürdigen Versuch mit den Magdeburger Halbkugeln, Fig. 127, welcher darin bestand, eine Hohlkugel von Metall, deren Hälften nur einfach auf einander gesetzt waren, luftleer zu machen. Vor dem Evacuiren sind die beiden Hälften leicht zu trennen; wenn aber im Inneren keine Luft mehr vorhanden ist, um dem äußeren Luftdruck das Gleichgewicht zu halten, so halten sie außerordentlich stark zusammen. Mag z. B. der Radius der Kugel nur 1 Decimeter sein, so beträgt der Querschnitt der Kugel 314 Quadratcentimeter, und demnach ist der äußere Druck, welcher die Hälften zusammenpreßt, mehr als 314 Kilogramm. Um den Contact vollständiger zu machen, werden die Ränder der Halbkugeln, bevor sie auf einander gesetzt werden, mit Fett beschmiert, wie eine Glocke, bevor man sie auf den Teller setzt; ein Hahn, welcher während des Auspumpens geöffnet ist, wird, bevor man die entleerten Halbkugeln von der Luftpumpe abschraubt, geschlossen, um den Wiedereintritt der Luft zu verhindern.

Man gebraucht die Luftpumpe zu mancherlei Versuchen. Man zeigt z. B., daß brennende Körper im luftleeren Raume verlöschen; daß der Rauch als ein schwerer Körper zu Boden fällt; daß Luft im Wasser gleichsam aufgelöst ist; daß sich eine Luftschicht zwischen den Flüssigkeiten und den Wänden der Gefäße befindet, in welchen sie enthalten sind; denn diese Luftschicht zeigt sich durch eine Menge kleiner Bläschen, welche in dem Verhältniß wachsen, als der Luftdruck abnimmt. Mit Hülfe der Luftpumpe kann man laues Wasser zum Kochen bringen u. s. w.

Fig. 128.



Fig. 129.



Wenn wir sehen, daß ein Stückchen Papier, eine Flaumfeder u. s. w. langsamer zur Erde fällt als ein Stein, so ist die Ursache dieses Unterschiedes nur in dem Widerstande der Luft zu suchen; im luftleeren Raume fallen beide gleich schnell. Man kann dies mittelst der Luftpumpe auf folgende Weise zeigen.

Eine Glasröhre von ungefähr 1 Zoll Durchmesser und 6 Fuß Länge ist oben und unten mit einer Messingfassung luftdicht zugekittet, wie man Fig. 128 sieht. Die untere Fassung enthält einen Hahn und kann auf die Luftpumpe aufgeschraubt werden. In der Röhre befindet sich ein etwas großes Schrotkorn und eine Papierscheibe von ungefähr 4 Linien Durchmesser. Wenn nun die Röhre, nachdem sie luftleer gemacht worden ist, vertical gehalten und dann rasch umgekehrt wird, so fällt das Papierstück und das Bleikügelchen gleich schnell, was nicht der Fall ist, wenn sie noch Luft enthält.

60 **Compressionspumpe.** Die Compressionspumpe dient dazu, die Luft zu verdichten. Sie unterscheidet sich von der Luftpumpe wesentlich dadurch, daß sich die Ventile nach entgegengesetzter Richtung öffnen und schließen.

Eine Hahnenluftpumpe kann man auch zum Comprimiren der Luft anwenden, wenn man den Hahn am unteren Ende des Stiefels beim Aufziehen des Kolbens so stellt, daß die Communication mit der äußeren Luft besteht, daß also Luft von außen in den Stiefel eindringt; dann aber beim Niedergange des

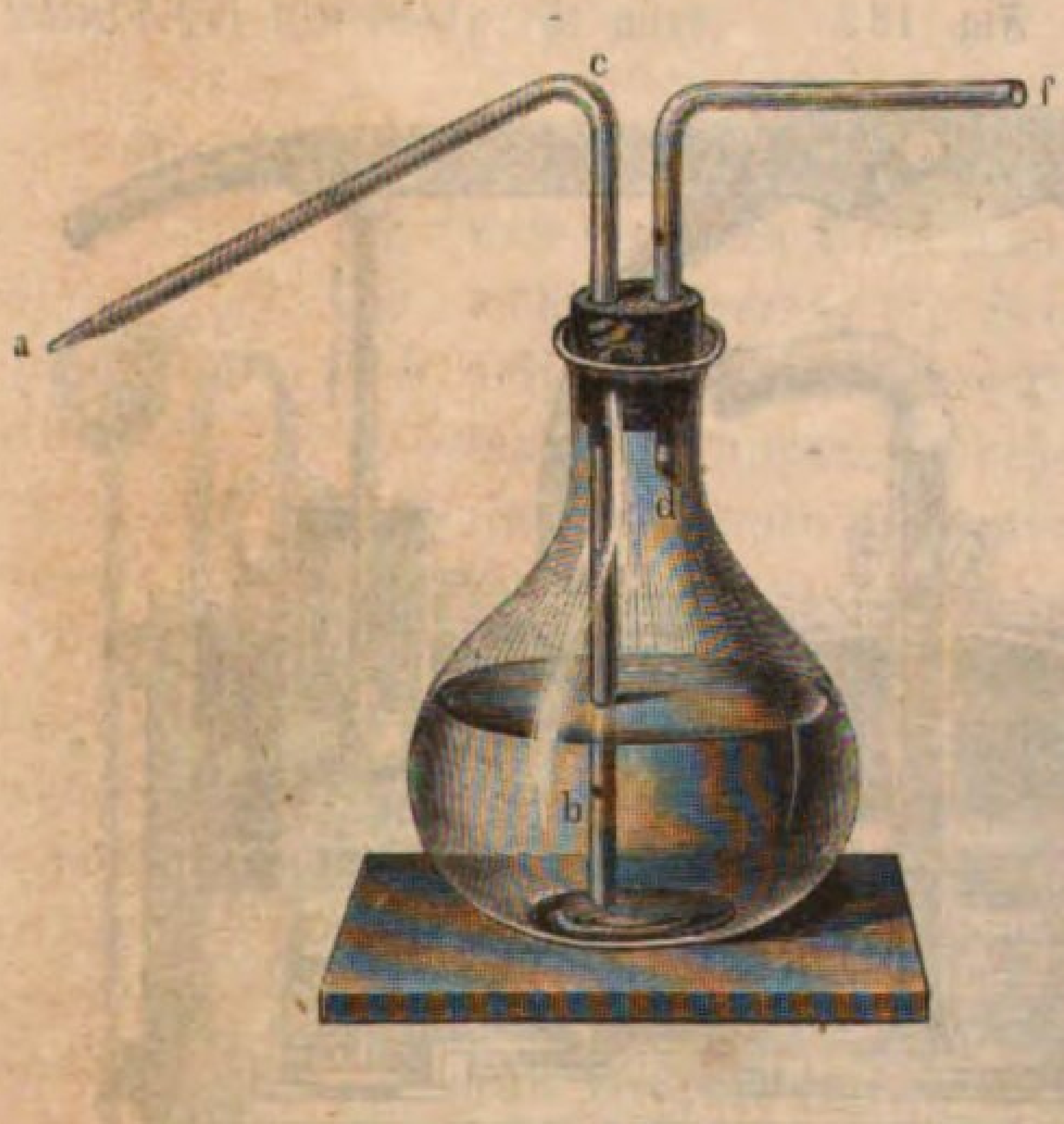
Kolbens den Hahn so dreht, daß Stiefel und der angeschraubte Recipient in Verbindung sind.

Eine der bekanntesten Formen der Compressionspumpe ist die, welche man zum Laden der Windbüchse anwendet. Der Recipient der Windbüchse ist hohl; ein Ventil, welches sich nach innen öffnet, läßt die Luft zwar eintreten, hindert aber ihren Austritt. An diesen Recipienten wird ein Rohr angeschraubt, wie man in Fig. 129 sieht, in welchem ein Kolben luftdicht auf- und abgeschoben werden kann. Wenn sich der Kolben am unteren Ende des Laderohrs befindet, so kann Luft durch zwei seitliche Löcher *a* eintreten; diese Luft wird nun beim Hinauftreiben des Kolbens in das Reservoir hineingepreßt. Zieht man den Kolben wieder nieder, so kann die Luft aus dem Reservoir nicht zurücktreten, die Röhre füllt sich mit einer neuen Portion Luft, die nun durch einen abermaligen Stoß auch in das Reservoir gepreßt wird u. s. w.

Wenn man mit Hülfe der Compressionspumpe die Luft im Recipienten der Windbüchse bis auf 8 oder 10 Atmosphären comprimirt hat, wird das Laderohr ab- und ein Lauf angeschraubt, welcher der Kugel die Richtung geben soll. Wenn das Ventil, welches den Recipienten verschließt, durch den Drücker geöffnet wird, so entweicht ein Theil der eingeschlossenen Luft mit großer Gewalt und treibt die Kugel fort; das Ventil schließt sich aber augenblicklich wieder. Mit einer guten Windbüchse kann man eine Kugel mit eben so großer Geschwindigkeit fortschießen, wie mit einem Feuergewehr. Man kann, ohne von Neuem zu laden, mehrere Schüsse nach einander thun, und zwar um so mehr, je größer der Recipient ist.

Der Heronsball ist ein Gefäß, aus welchem ein Wasserstrahl durch den Druck comprimirter Luft hervorgetrieben wird. Ein Heronsball einfachster Form ist die Spritzflasche der Chemiker, Fig. 130. Eine Glasröhre *acb*, welche bei *a* zu einer feinen Spitze ausgezogen ist, geht luftdicht durch den Kork, welcher den Hals eines Glasballons verschließt, und zwar geht sie fast bis auf den Boden des zum Theil mit Wasser gefüllten Gefäßes herab. Wenn nun durch ein zweites Rohr *df*, welches dicht unter dem Korke mündet, Luft eingeblasen wird, so wird dadurch die Luft im oberen Theil des Ballons comprimirt und durch ihren Druck ein Wasserstrahl aus der Oeffnung der Röhre *bca* hervorgetrieben. 61

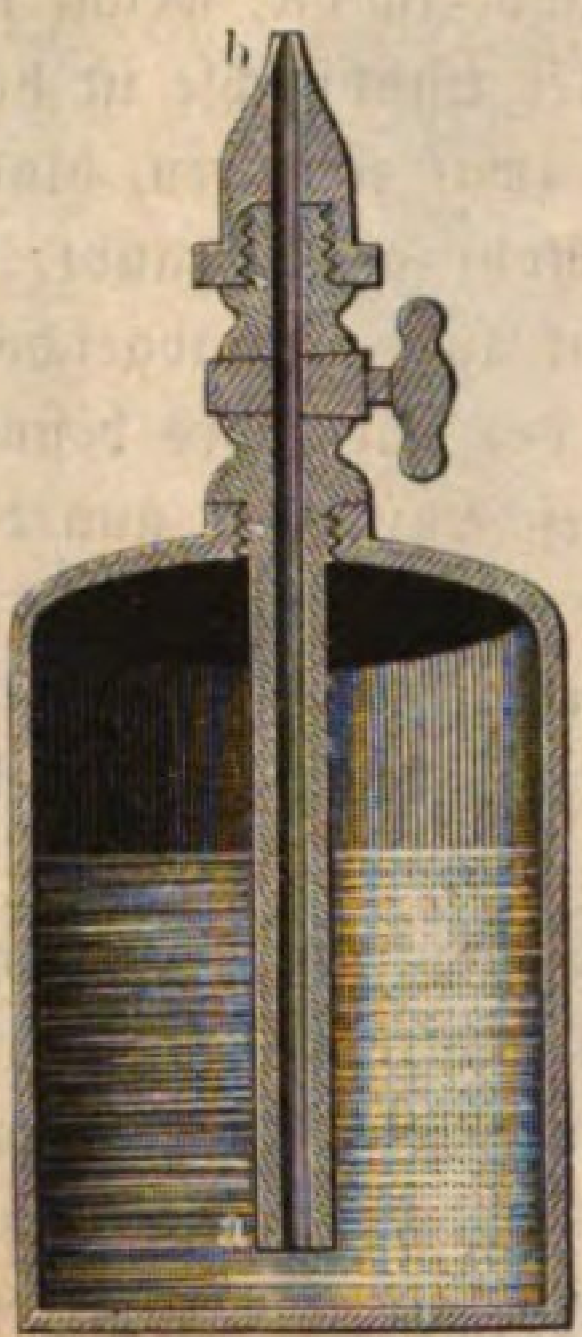
Fig. 130.



Durch Blasen mit dem Munde kann man natürlich keine starke Compression im Ballon bewirken und also nur einen

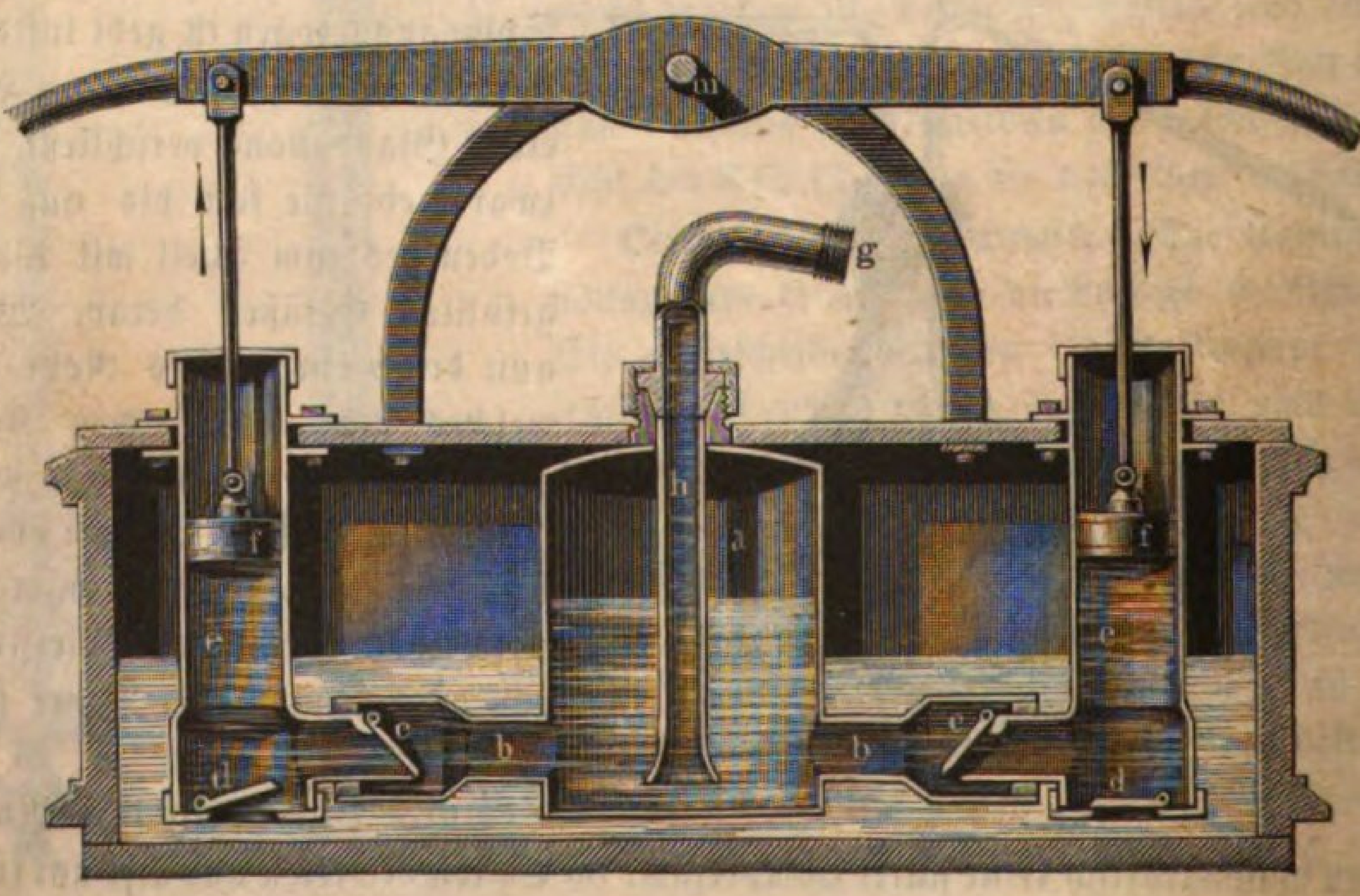
schwachen Wasserstrahl hervortreiben. Wenn es sich um die Erzeugung eines kräftigeren Wasserstrahls auf diesem Wege handelt, muß man der größeren Festigkeit wegen Metallgefäße anwenden und die Zusammendrückung der Luft durch eine Compressionspumpe besorgen. Einen derartigen Heronsball stellt Fig. 131 dar. Nachdem das Gefäß etwas über die Hälfte mit Wasser gefüllt und das Spritzrohr aufgeschraubt ist, wird die Ausflußspitze entfernt und dann der Apparat auf eine Compressionspumpe aufgeschraubt, mit Hülfe derer man so viel Luft einpumpt, daß der Druck derselben 2 bis 4 Atmosphären beträgt. Nun wird ein Hahn, welcher in dem Spritzrohre angebracht ist, geschlossen, und nachdem der Apparat von der Compressionspumpe abgeschraubt ist, die Ausflußspitze wieder auf das Spritzrohr aufgeschraubt. Ein kräftiger Wasserstrahl entsteigt dem Spritzrohr, sobald man den Hahn öffnet.

Fig. 131.



62 **Die Feuerspritze.** Fig. 132 ist eine Verbindung der Druckpumpe mit dem Heronsball. Die Pumpenstiefel, von denen wir vor der Hand nur den einen rechts betrachten wollen, stehen in einem mit Wasser gefüllten Kasten. Wenn der Kolben *f* aufgezogen wird, so hebt sich die Klappe *d*, und das Wasser dringt in den Stiefel. Beim Niedergange des Kolbens schließt sich das Ventil *d*, die Klappe *c* wird geöffnet, und das Wasser wird durch das Gurgelrohr *b* in den Windkessel *a* gepreßt. Dieser Windkessel ist nichts Anderes als ein großer Heronsball; je mehr Wasser in den Windkessel gepumpt wird, desto

Fig. 132.



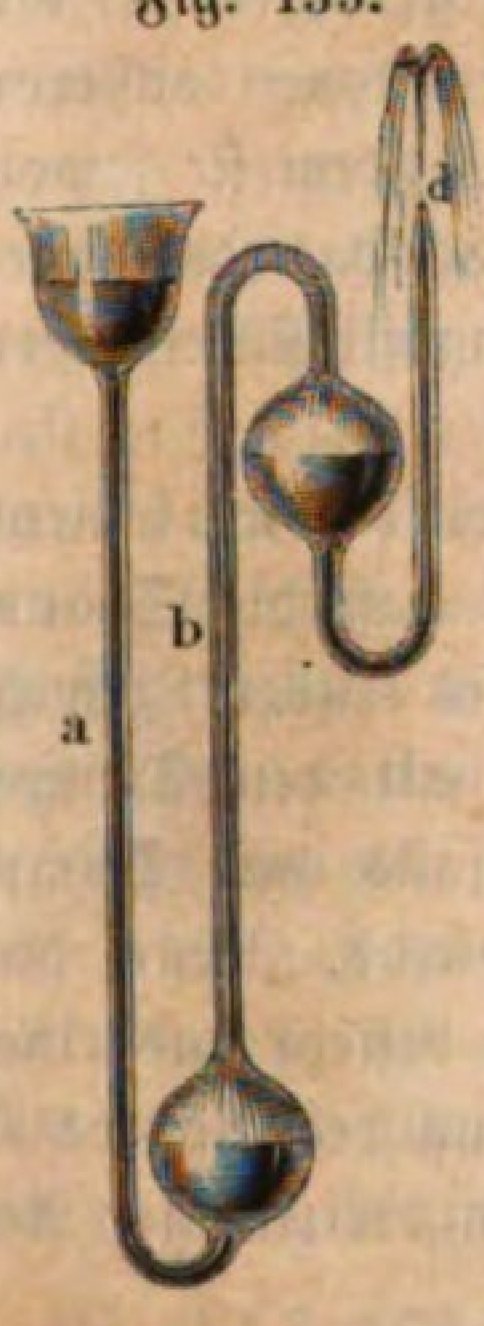
mehr wird die Luft im oberen Theile desselben comprimirt. Das Rohr *h* reicht fast bis auf den Boden des Windkessels; bei *g* wird eine Röhre mit enger Oeffnung, der Schwanenhals, angeschraubt. Durch den Druck, welchen die im Windkessel comprimirte Luft auf das Wasser in demselben fortwährend ausübt, wird ein starker Wasserstrahl aus der Oeffnung des Schwanenhalses hervorgetrieben. An einer Oeffnung, welche sich in der Wand des Windkessels nahe am Boden befindet, kann ein Schlauch mit einer metallenen Spitze angeschraubt werden, welche eine Oeffnung wie der Schwanenhals hat; auch dieser Schlauch liefert einen Wasserstrahl, den man leichter lenken und der Feuerstelle näher bringen kann als den Wasserstrahl des Schwanenhalses.

Der Auf- und Niedergang der Kolben wird durch einen zweiarmigen Hebel bewerkstelligt. An diesem Hebel sind die beiden Kolbenstangen so befestigt, daß der eine Kolben steigt, wenn der andere niedergeht, daß also ohne Unterbrechung dem Windkessel neues Wasser zugeführt wird.

In unserer Figur ist die Spritze in einem Momente dargestellt, in welchem der Kolben rechts niedergeht, während der Kolben auf der linken Seite steigt; auf der linken Seite wird also gerade Wasser in den Stiefel eingesaugt, während auf der rechten Seite eben Wasser in den Windkessel eingepreßt wird.

Es ist nicht gerade nothwendig, daß eine Feuerspritze zwei Cylinder habe, und in der That werden kleinere Feuerspritzen nur mit einem Cylinder construirt; in diesem Falle ist freilich der Wasserzugang in den Kessel alternirend, dessenungeachtet aber wird aus dem Rohre des Windkessels ein continuirlicher Wasserstrahl hinausgetrieben, weil die comprimirte Luft auch noch wirkt, während der Kolben aufgezogen wird. Es finden dabei allerdings Schwankungen in der Kraft Statt, mit welcher der Wasserstrahl hervordringt, denn diese nimmt allmälig ab, während der Kolben aufgezogen wird, und sie wächst dann wieder, während der Kolben niedergedrückt, also eine neue Quantität Wasser in den Windkessel hineingepreßt wird.

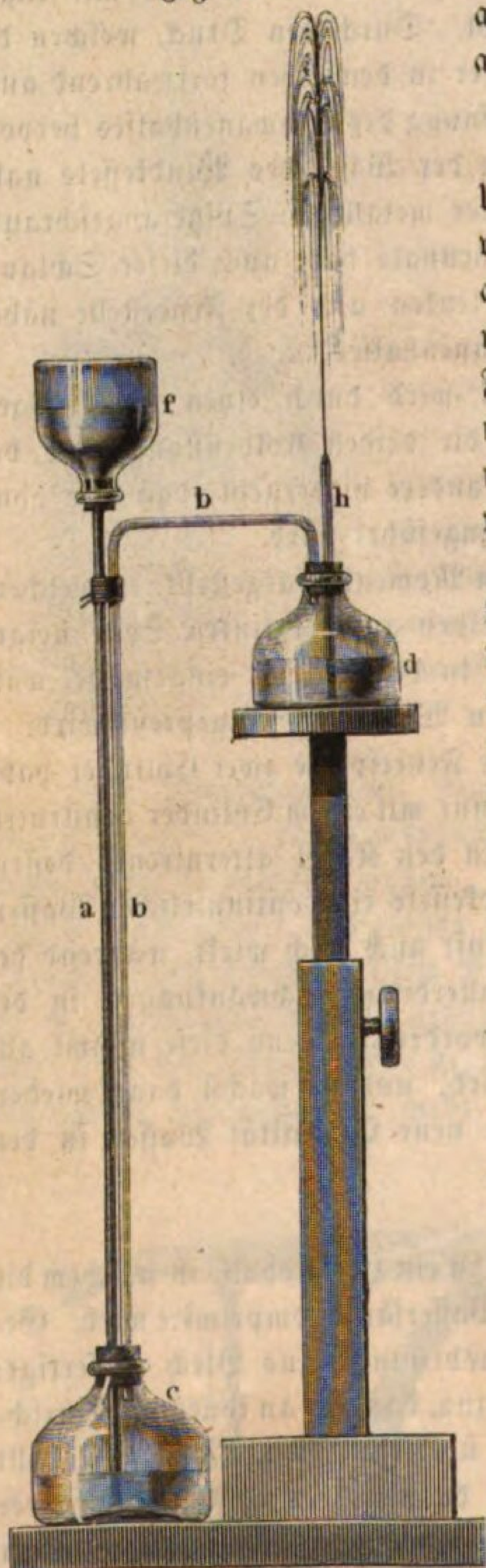
Fig. 133.



Der Heronsbrunnen ist ein Heronsball, in welchem die Luft durch den Druck einer Wassersäule comprimirt wird. Gewöhnlich werden die Heronsbrunnen aus Blech verfertigt; gläserne haben aber den Vorzug, daß sich an ihnen die Einrichtung des Apparates besser übersehen läßt. Fig. 133 stellt einen gläsernen Heronsball dar, wie er sich mit Hülfe der Glasbläserlampe ausführen läßt. Die Wassersäule in der Röhre *a* comprimirt die Luft in *b*, die zusammengepreßte Luft drückt auf den Spiegel des Wassers in der oberen Kugel, und in Folge dessen muß das Wasser bei *d* herausspringen. Nach demselben Princip ist auch der Heronsbrunnen Fig. 134 (a. f. S.) aus Glasröhren, Glaskolben oder Flaschen und einem Trichter zusammengesetzt. Wenn man den Apparat in Gang setzen will, füllt man das Gefäß *d* fast ganz mit Wasser und verschließt darauf den Hals 63

mit dem Korke, durch welchen die Röhren *b* und *h* hindurchgehen; dann gießt man Wasser durch den Trichter *f* ein, und alsbald beginnt das Springen des Wassers aus der Röhre *h*.

Fig. 134.



64 **Messung des Drucks der Gase.** Um den Druck der Gase zu messen, hat man verschiedene Mittel; vorzugsweise wendet man aber Flüssigkeitssäulen oder Ventile an. Apparate, welche dazu dienen, um mit Hülfe von Flüssigkeitssäulen den Druck der Gase zu messen, nennt man Manometer. Die Barometerprobe auf der Luftpumpe und der Compressionsmaschine sind Manometer.

Zu den Manometern gehören in gewisser Beziehung auch die Sicherheitsröhren; denn sie messen den Druck der Gase in den Apparaten, an welchen sie angebracht sind. Wenn die Spannung der Gase in der Retorte dem Druck der Atmosphäre gleich ist, so steht die Flüssigkeit in den beiden Schenkeln, Fig. 135, gleich hoch; ist dies nicht der Fall, so kann man aus der Differenz der Flüssigkeitssäulen in den beiden Schenkeln den Druck im Inneren des abgesperrten Raumes bestimmen, wenn man die Dichtigkeit der Flüssigkeit in der Sicherheitsröhre kennt. Die Sicherheitsröhren sind von Welter erfunden worden; sie gewähren bei vielen chemischen Operationen außerordentliche Vortheile, indem sie sowohl Explosionen, als auch das Zurücksteigen der Sperrungsflüssigkeit verhindern.

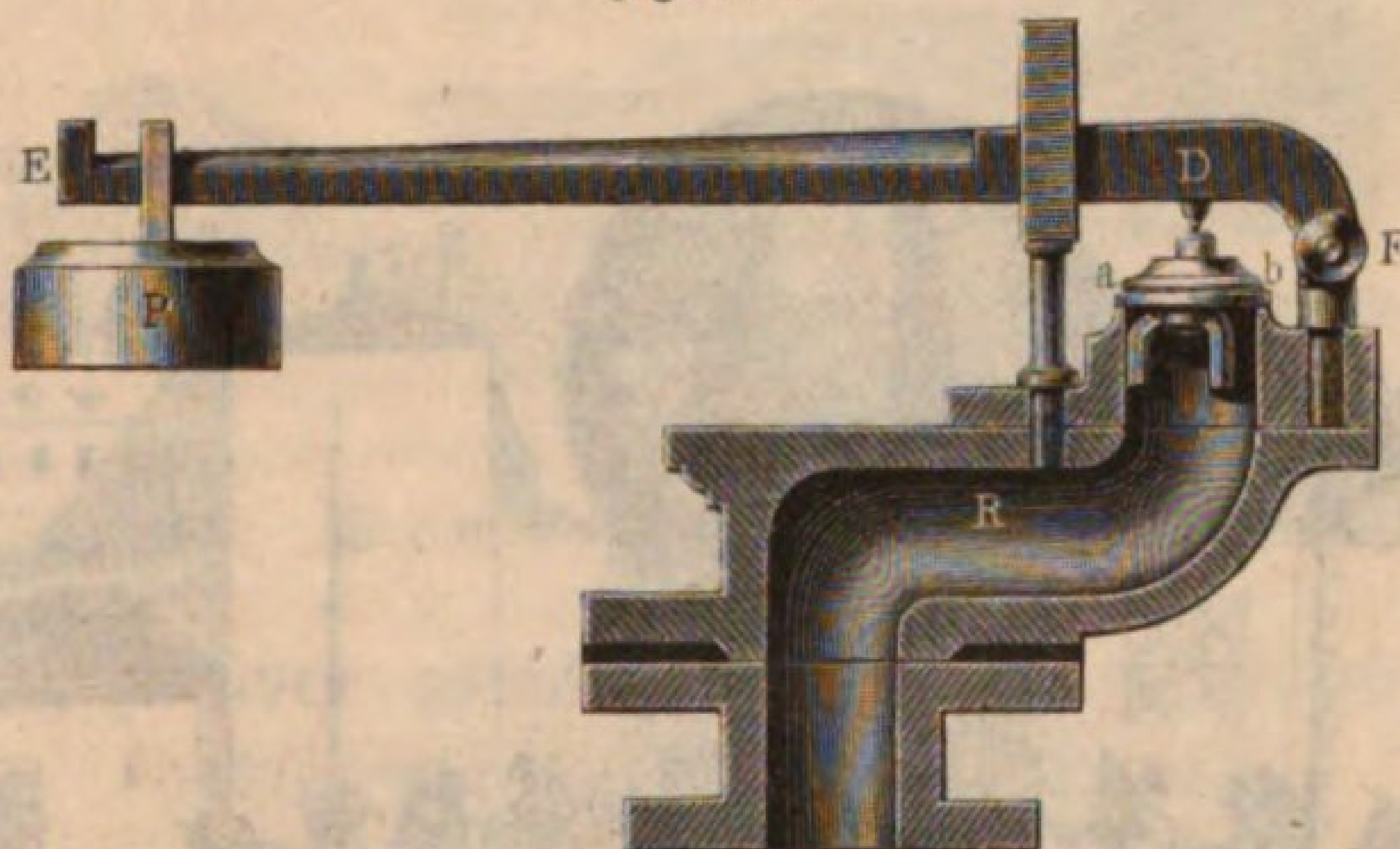
Fig. 135.



Das Sicherheitsventil dient, um zu verhindern, daß die Spannkraft des Dampfes über gewisse Gränzen hinaus wachse. Das Rohr *R* (Fig. 136) steht mit dem Dampfraume des Kessels in Verbindung, so daß es sich gleichfalls mit Dampf füllt, welcher durch seine obere Oeffnung entweichen würde, wenn dieselbe nicht durch ein Ventil verschlossen wäre. Dieses Ventil besteht aus einer Metallplatte *ab*, welche auf den Rändern der oberen Oeffnung des Rohres *R* einfach aufliegt. An der unteren Fläche der Platte *ab* ist ein dreizinkiger An-

saß befestigt, welcher genau in das Rohr *R* passend eine seitliche Verschiebung der Platte *ab* verhindert. Während nun der Dampf, gegen die untere Fläche

Fig. 136.



des Ventils drückend, den Hebel *FE* zu heben strebt, wird derselbe durch das Gewicht *P* niedergedrückt. Eine Hebung des Ventils und ein Abblasen des Dampfes kann also erst erfolgen, wenn der Druck des Dampfes gegen das Ventil größer ist als die Belastung, welche es zu tragen hat.

Der Luftballon. Das archimedische Princip (S. 69) gilt für Gase wie für Flüssigkeiten; jeder Körper, welcher in Luft eingetaucht ist, verliert von seinem Gewichte so viel, wie die verdrängte Luftmasse wiegt; wenn also ein Körper leichter ist als ein gleiches Volumen Luft, so muß er in der Luft steigen. Einen solchen Körper kann man herstellen, wenn man aus einer leichten Hülle einen Ballon macht und diesen mit einem Gase füllt, welches leichter ist als atmosphärische Luft. Kleine Ballons der Art werden aus Goldschlägerhaut oder Collodium gefertigt, und mit Wasserstoffgas, welches 14mal leichter ist als atmosphärische Luft, oder mit Leuchtgas gefüllt. Ein so gefüllter Ballon steigt, wenn das eingeschlossene Gas sammt der Hülle mit Allem, was daran hängt, weniger wiegt als ein gleiches Volumen atmosphärischer Luft. 65

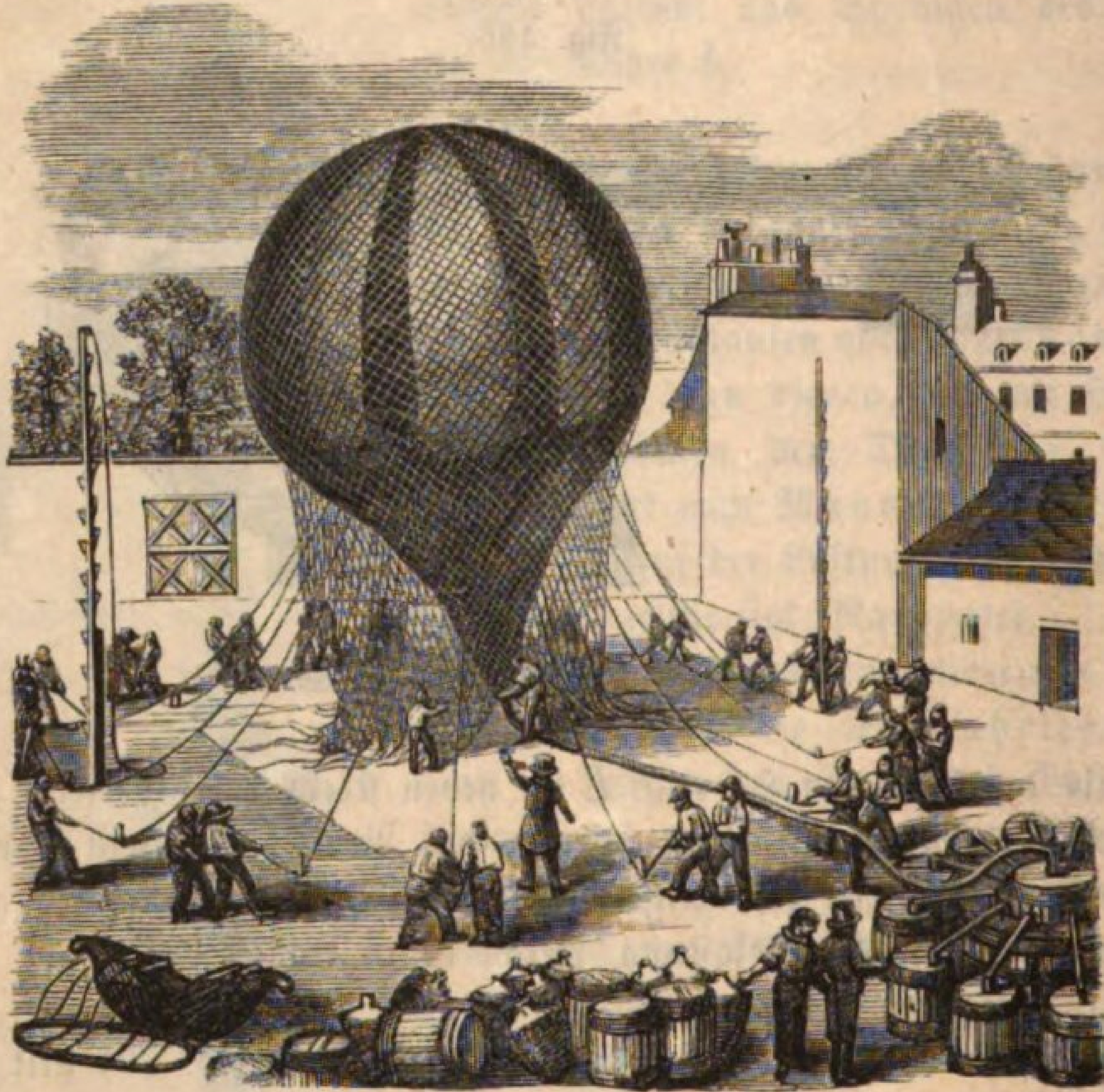
Der Erfinder der Luftballons ist Montgolfier, welcher sie gleich in großem Maßstabe ausführte. Unten offen, wurde sein Ballon mit warmer Luft aufgeblasen, indem unterhalb der Oeffnung auf einem passenden Drahtnetz Papier oder befeuchtetes Stroh verbrannt wurde.

Charles wandte zuerst statt der warmen Luft Wasserstoffgas zur Füllung der Luftballons an. Fig. 137 (a. f. S.) erläutert die Füllung eines großen Luftballons mittelst Wasserstoffgas.

In neuerer Zeit wird an Orten, wo Gasbeleuchtung eingeführt ist, auch das Leuchtgas zur Füllung von Luftballons angewandt; da jedoch dieses Gas weit schwerer ist als Wasserstoffgas (sein specifisches Gewicht ist mehr als $^1/_2$ von dem der atmosphärischen Luft), so muß man größere Ballons anwenden als es beim Wasserstoffgas nöthig ist.

Seifenblasen, mit Wasserstoffgas oder Leuchtgas gefüllt, steigen gleichfalls.

Fig. 137.



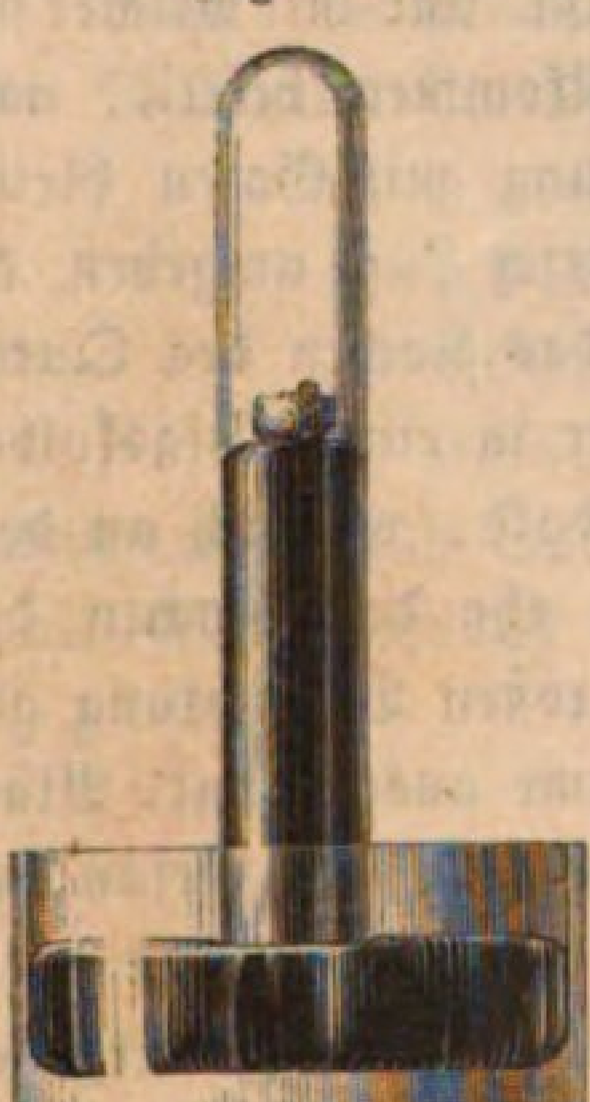
Die Geltung des archimedischen Princips für Luft wird auch sehr gut durch den Apparat erläutert, welcher in Fig. 123 unter der Glocke der Luftpumpe steht. An einem Wagebalken ist eine kleine Metallkugel mit einer hohlen Glaskugel ins Gleichgewicht gebracht; sobald die Glocke evacuirt wird, hört das Gleichgewicht, welches bis dahin bestand, auf, die Glaskugel sinkt, die kleine Messingkugel steigt. Die Erklärung dieses Herganges hat wohl keine Schwierigkeit.

Sechstes Capitel.

Anziehung zwischen gasförmigen und festen, sowie zwischen gasförmigen und flüssigen Körpern.

Absorption der Gase durch feste Körper. Daß zwischen den Theilchen fester und gasförmiger Körper eine bedeutende Anziehung stattfindet, geht am augenscheinlichsten aus folgendem Versuche hervor. 66

Fig. 138.



Löscht man eine glühende Kohle unter Quecksilber ab, läßt man sie dann in einem Cylinder in die Höhe steigen, dessen oberer Theil mit Kohlensäure gefüllt ist, welche durch Quecksilber von der Verbindung mit der äußeren Luft abgesperrt wird, so wird in wenigen Augenblicken die Kohlensäure von der Kohle dermaßen verdichtet, daß das Quecksilber im Cylinder bis oben hinsteigt, vorausgesetzt, daß das Volumen des Gases nicht mehr als das 20fache Volumen der Kohle betrug. Die ganze Masse der Kohlensäure, welche vorher den oberen Theil des Cylinders erfüllte, ist jetzt durch die zwischen der Kohle und dem Gase stattfindende Anziehung in den Poren der Kohle verdichtet, das Gas ist absorbirt worden. Derselbe Versuch gelingt auch mit vielen anderen Gasen.

Wenn die Kohle längere Zeit an der Luft gelegen hat, so gelingt der Versuch nicht mehr ganz, was sehr begreiflich ist, wenn man bedenkt, daß die Kohle atmosphärische Luft und den in der Luft verbreiteten Wasserdampf absorbirt, und daß dadurch natürlich ihre Absorptionsfähigkeit für andere Gase vermindert wird.

Wenn man eine Kohle, welche Gase absorbirt hat, unter die Luftpumpe bringt oder glüht, so läßt sie die absorbirten Gase wieder frei.

Die Absorption der Gase ist jederzeit mit einer Wärmeentwickelung begleitet, die um so bedeutender ist, je heftiger die Absorption vor sich geht. Bei der

Pulverfabrication wird die Kohle zu einem ungemein feinen Pulver zerrieben, welches die atmosphärische Luft mit solcher Begierde absorbirt, daß eine bedeutende Erhitzung der Masse stattfindet, welche oft bis zur Entzündung steigt.

Wenn ein feiner Strom von Wasserstoffgas auf einen Platinschwamm (fein vertheiltes Platin) geleitet wird, so erfolgt die Absorption des Gases mit solcher Heftigkeit, daß das Platin glühend wird und alsdann das Wasserstoffgas entzündet. Darauf gründet sich die Döbereiner'sche Zündmaschine.

Dadurch, daß sich der feste Körper in einem fein vertheilten Zustande befindet, wie dies beim Kohlenpulver und dem Platinschwamm der Fall ist, wird die Absorption bedeutend befördert, weil alsdann viele Berührungspunkte zwischen dem festen Körper und dem Gase vorhanden sind; doch ist dieser fein vertheilte poröse Zustand nicht durchaus nothwendig, um die Verdichtung der Gase zu bewirken, sie findet auch Statt, wenn der feste Körper eine vollkommen glatte Oberfläche hat, nur ist in diesem Falle die Verdichtung nicht so bedeutend. Wenn man ein Stück Platin mit vollkommen metallischer Oberfläche in ein Gemenge von Sauerstoffgas und Wasserstoffgas bringt, so werden die beiden Gase so sehr verdichtet, daß sie sich allmälig zu Wasser verbinden.

Nicht Platin und Kohle allein zeigen dieses merkwürdige Verhalten gegen Gase, sondern mehr oder weniger alle festen Körper. Jeder feste Körper ist daher gleichsam mit einer verdichteten Atmosphäre von irgend einem Gase umgeben, welche sich oft nur sehr schwer von ihm trennen läßt, und mit welcher sich der Körper, wenn man seine Oberfläche davon auch vollkommen befreit, nach einiger Zeit doch wieder umgiebt, wenn er in Berührung mit Gasen bleibt. So ist z. B. das Glas stets mit einer Hülle von verdichteter Luft umgeben, die man bei der Anfertigung von Barometern ja erst durch das Kochen des Quecksilbers in der Röhre entfernen kann. Gießt man Wasser in einen Glaskolben und bringt dann denselben über Feuer, so sieht man bald, wie sich an dem Boden eine Menge kleiner Bläschen bildet, noch lange ehe das Kochen des Wassers beginnt. Es ist dies die vorher wegen ihrer großen Verdichtung gar nicht wahrgenommene Luftschicht, die nun, durch die Wärme ausgedehnt, Bläschen bildet. Aehnliche Bläschen sieht man auch, wenn man ein Gefäß mit Wasser unter den Recipienten der Luftpumpe bringt und dann auspumpt.

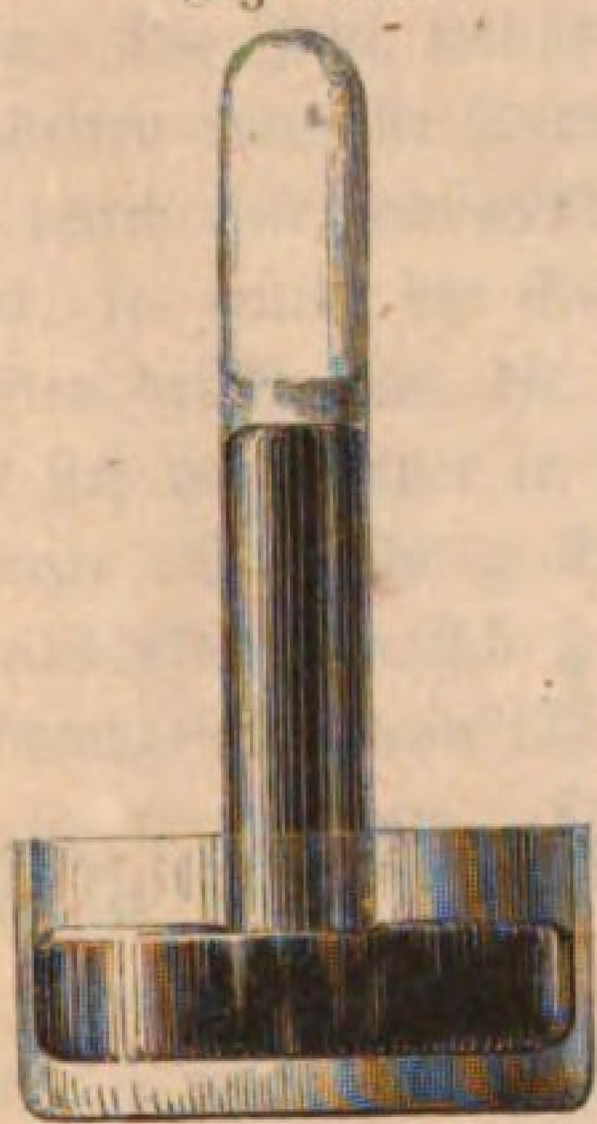
Solche gasförmige Körper, welche leicht in den flüssigen Zustand übergehen (Dämpfe), werden durch die Anziehung, welche feste Körper auf sie ausüben, flüssig gemacht. So zieht z. B. Chlorcalcium den Wasserdampf mit großer Begierde an, verdichtet ihn zu Wasser und zerfließt endlich in dem Wasser. Auch das Kochsalz zieht den Wasserdampf aus der Luft an und wird feucht; ebenso verhalten sich die Pottasche und viele andere Körper.

Solche Körper, welche den Wasserdampf aus der Luft anziehen, heißen hygroskopische Körper. Außer den schon angeführten sind auch Holz, Haare, Fischbein u. s. w. hygroskopisch.

67 **Absorption der Gase durch Flüssigkeiten.** Flüssigkeiten zeigen gegen Gase ein ganz ähnliches Verhalten wie das, welches wir soeben bei

den festen Körpern betrachtet haben. Man kann dies recht anschaulich machen, wenn man den auf voriger Seite angeführten Versuch in der Weise abändert,

Fig. 139.



daß man die Kohlensäure durch Ammoniak ersetzt und statt der Kohle Wasser in die Röhre bringt, wie Fig. 139 angedeutet ist. Das Ammoniakgas wird von dem Wasser mit solcher Begierde absorbirt, daß alsbald alles Gas verschwindet und die ganze Röhre sich mit Flüssigkeit füllt.

Das Wasser absorbirt ein 700faches Volumen Ammoniakgas und ein 500faches Volumen Salzsäuregas.

Das Absorptionsvermögen der Flüssigkeiten hängt von der Temperatur und dem Drucke ab, und zwar ist es dem Drucke proportional, so daß unter einem Drucke von 2, 3 u. s. w. Atmosphären zweimal, dreimal so viel von einem bestimmten Gase absorbirt wird, als unter dem gewöhnlichen Luftdruck.

Mit steigender Temperatur nimmt das Absorptionsvermögen ab.

Das Wasser enthält fast immer eine ziemlich bedeutende Menge absorbirter Luft und kann davon nur durch längeres Kochen befreit werden.

Nach den genauesten Versuchen absorbirt 1 Volumen Wasser bei 0° und 760 Millimeter Quecksilberdruck:

0,018	Volumen	atmosphärische Luft
0,015	»	Stickstoff,
0,032	»	Sauerstoff,
0,859	»	Kohlensäure.

Schaumwein und Sauerwasser sind Flüssigkeiten, welche unter höherem Druck Kohlensäure absorbirt haben, die zum Theil entweicht, wenn der Druck nachläßt.

Siebentes Capitel.

Bewegung fester Körper unter dem Einfluß beschleunigender Kräfte.

68 **Ruhe und Bewegung.** Ein Körper, welcher seine Stellung gegen andere ändert, ist in Bewegung; er ist in Ruhe, wenn keine solche Veränderung mit ihm vorgeht. Alle Ruhe, alle Bewegung, welche wir beobachten, ist nur relativ, nicht absolut. Die Bäume sind in Ruhe in Beziehung auf die benachbarten Berge; die Bäume haben eine unveränderliche Stellung auf dem Erdboden; aber Bäume und Berge sind deshalb nicht in absoluter Ruhe; sie durchlaufen mit dem ganzen Erdball, auf welchem sie fest stehen, die ungeheure Bahn unseres Planeten. Obgleich wir aber wissen, daß wir mit unserer Erde die Himmelsräume durchfliegen, indem sie sich um die Sonne bewegt, so können wir doch über unsere absolute Bewegung nichts sagen; denn wir müßten wissen, ob die Sonne wirklich ein unbewegliches Centrum der Welt ist. Alles aber scheint anzudeuten, daß die Sonne selbst eine fortschreitende Bewegung unter den Fixsternen hat.

Wir haben bei der Bewegung zwei wesentliche Dinge zu betrachten, die Richtung und die Geschwindigkeit.

Wenn ein Körper sich stets nach derselben Richtung bewegt, so ist seine Bahn geradlinig; wenn sich aber die Richtung seiner Bewegung stetig ändert, so ist seine Bewegung krummlinig. Wenn man sich in dem Punkte der krummen Linie, welchen der Körper in einem bestimmten Momente einnimmt, eine Tangente an die Curve gezogen denkt, so zeigt uns diese Tangente die Richtung, welche in diesem Augenblicke die Bewegung des Körpers hat.

69 **Gleichförmige Bewegung.** Ein Körper hat eine gleichförmige Bewegung, wenn er in gleichen Zeiten gleiche Räume zurücklegt. Wenn ein Körper, der sich in gerader Linie bewegt, in jeder Minute gleich viel, etwa 60 Fuß, fortschreitet, in jeder halben Minute 30, in jeder Secunde 1 Fuß, so bewegt er

sich gleichförmig. Weil hier die in gleichen Zeiten durchlaufenen Räume gleich sind, so folgt, daß das Verhältniß zwischen Zeit und Raum constant bleibt. Dieses Verhältniß nennt man die Geschwindigkeit der gleichförmigen Bewegung. Die Zahl, welche die Geschwindigkeit ausdrückt, hängt davon ab, welche Einheiten man für Raum und Zeit wählt. Wollte man die Geschwindigkeiten nur durch eine Zahl ausdrücken, ohne anzugeben, welcher Einheiten man sich bedient, so würde die Geschwindigkeit noch durchaus unbestimmt sein. Am einfachsten drückt man die Geschwindigkeit dadurch aus, daß man angiebt, wie weit sich der Körper in der Zeiteinheit, etwa in einer Minute, einer Secunde, bewegt. So geht z. B. ein erwachsener Mensch in der Regel mit einer Geschwindigkeit von 2,5 Fuß in der Secunde. Ein gewöhnlicher Wind hat eine Geschwindigkeit von 60 Meter in der Minute, der Sturmwind aber 2700 Meter in der Minute. Die beiden letzten Geschwindigkeiten sind unter sich vergleichbar, weil sie in denselben Einheiten ausgedrückt sind; die Geschwindigkeit des Sturmwindes ist 45mal so groß als die des gewöhnlichen Windes. Wollte man die oben angegebene Geschwindigkeit des Menschen mit der des Sturmwindes vergleichen, so müßte man sie erst auf gleiche Einheit reduciren.

Weil die Materie träge ist, muß sich ein Körper, welcher einmal eine gleichförmige Bewegung hat, fortwährend nach derselben Richtung und mit derselben Geschwindigkeit bewegen, es müßte denn ferner noch eine zweite Kraft auf ihn wirken, welche entweder seine Richtung allein, oder seine Geschwindigkeit allein, oder beide zugleich ändert; denn durch sich selbst kann ein Körper in dieser Hinsicht nichts verändern, weder den Zustand der Ruhe noch den der Bewegung. Auf diese Weise ist das Gesetz der Trägheit zu verstehen, und nicht wie es sich die alten Philosophen dachten, welche meinten, daß die Materie eine vorherrschende Neigung zur Ruhe habe.

Wenn wir sehen, daß die Bewegung eines Körpers irgendwie verändert wird, daß seine Geschwindigkeit ab- oder zunimmt, daß die Bewegung ganz aufhört oder daß sie ihre Richtung ändert, so ist diese Veränderung jederzeit durch eine äußere Ursache veranlaßt. Ein Stein, den wir nach der Sonne werfen, müßte bis zur Sonne fortfliegen, wenn er nicht durch den Widerstand der Luft und durch die Schwere, welche ihn nach der Erde zurückzieht, daran gehindert würde.

Beschleunigte und verzögerte Bewegung. Die stetige Verände- 70
rung der Geschwindigkeit kann nur durch eine fortwährend wirkende Kraft hervorgebracht werden; eine solche Kraft aber nennt man eine beschleunigende oder eine verzögernde, je nachdem durch sie die Bewegung beschleunigt oder verzögert wird. Wenn in irgend einem Momente der veränderlichen Bewegung alle beschleunigenden oder verzögernden Kräfte zu wirken aufhörten, so würde von dem Augenblick an die Bewegung eine gleichförmige sein; die Geschwindigkeit einer veränderlichen Bewegung in einem gegebenen Augenblicke bestimmt man dadurch, daß man ausmittelt, wie weit sich der Körper in der Zeiteinheit

bewegen würde, wenn von dem fraglichen Momente an alle Beschleunigung und Verzögerung aufhörte.

Eine Bewegung heißt gleichförmig beschleunigt oder gleichförmig verzögert, wenn die Geschwindigkeit in gleichen Zeiten gleichviel zu- oder abnimmt. Solche Bewegungen werden durch Kräfte hervorgebracht, welche fortwährend gleich stark wirken, wie dies bei der Schwere der Fall ist. Ein schwerer Körper fällt mit gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit.

Die Gesetze des freien Falles lassen sich durch sehr einfache Betrachtungen entwickeln.

Da die Schwere in jedem Momente des Falles auf dieselbe Weise wirkt, so muß sie die Geschwindigkeit des fallenden Körpers in gleichen Zeiten auch gleichviel vermehren, d. h. die Bewegung muß eine gleichförmig beschleunigte sein. Wenn der fallende Körper während der ersten Fallsecunde eine Geschwindigkeit g erlangt, so muß er also auch nach 2, 3, 4 ... t Secunden eine Geschwindigkeit $2g$, $3g$, $4g$ ... tg erlangt haben. Es läßt sich dies in Worten allgemein so ausdrücken: die Geschwindigkeit eines frei fallenden Körpers ist stets der verflossenen Fallzeit proportional; oder es ist

$$v = g . t,$$

wenn v die Geschwindigkeit bezeichnet, welche der Körper während einer Fallzeit von t Secunden erlangt hat, g aber seine Geschwindigkeit am Ende der ersten Secunde darstellt.

Welchen Raum wird demnach ein Körper in einer, in 2, 3, 4 ... t Secunden durchlaufen? Zu Anfang der ersten Secunde ist seine Geschwindigkeit gleich 0, zu Ende derselben ist sie g. Da nun die Geschwindigkeit gleichförmig zunimmt, so muß der in der ersten Secunde durchfallene Raum offenbar gerade eben so groß sein, als ob sich der Körper während dieser Secunde mit einer Geschwindigkeit bewegt hätte, welche zwischen der Anfangs- und Endgeschwindigkeit, also zwischen 0 und g in der Mitte liegt. Diese mittlere Geschwindigkeit aber ist $\frac{1}{2}g$, und ein Körper, der sich eine Secunde lang mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{2}g$ bewegt, durchläuft den Raum $\frac{1}{2}g$.

Ebenso können wir den Fallraum finden, welchen der Körper in zwei Secunden durchfällt. Die Anfangsgeschwindigkeit ist 0, die Endgeschwindigkeit $2g$, also ist die mittlere Geschwindigkeit $\frac{2g}{2}$, und ein Körper, welcher sich zwei Secunden lang mit dieser Geschwindigkeit bewegt, durchläuft einen Raum $2 . 2 \frac{g}{2}$.

In drei Secunden durchfällt der Körper einen Raum $3 . 3 \frac{g}{2}$, denn die Anfangsgeschwindigkeit ist 0, die Endgeschwindigkeit $3g$, also die mittlere Geschwindigkeit $3 \frac{g}{2}$, und mit dieser Geschwindigkeit muß ein Körper sich drei Secunden lang gleichförmig bewegen, wenn er denselben Weg zurücklegen soll, den ein schwerer Körper in drei Secunden durchfällt.

Wir wollen diesen Schluß allgemein machen. Wenn ein Körper t Secunden lang fällt, so muß er einen Weg zurücklegen, welcher demjenigen gleich ist, den er während derselben Zeit bei gleichförmiger Bewegung zurückgelegt hätte, wenn seine Geschwindigkeit das Mittel zwischen der Anfangsgeschwindigkeit 0 und der Endgeschwindigkeit $g.t$, also $\frac{g}{2}t$ gewesen wäre. Ein Körper aber, welcher sich t Secunden lang mit der Geschwindigkeit $\frac{g}{2}t$ bewegt, durchläuft einen Raum

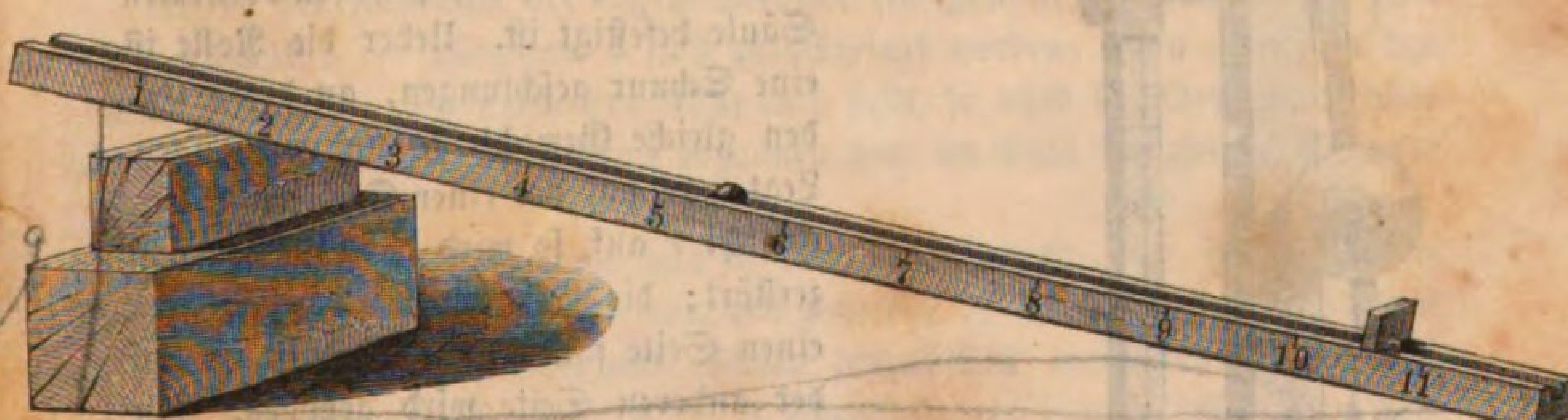
$$s = \frac{g}{2} . t^2,$$

das heißt in Worten: die Fallräume verhalten sich wie die Quadrate der Fallzeiten.

Versuche über das Fallgesetz. Beim freien Fall sind die in 71 wenig Secunden durchfallenen Räume und die erlangten Geschwindigkeiten viel zu groß, als daß man ihn zur Bestätigung des Fallgesetzes gebrauchen könnte, und zwar ist dies um so weniger möglich, als eben der großen Geschwindigkeit wegen der Widerstand der Luft bedeutende Störungen veranlaßt.

Galiläi studirte zuerst die Fallgesetze, indem er Kugeln auf einer schiefen Ebene herunterrollen ließ. Zur Anstellung der Galiläi'schen Fallversuche bedient man sich am besten einer, etwa 10 bis 12 Fuß langen Fallrinne von Holz, Fig. 140, welche im Inneren möglichst glatt polirt sein muß, und welche

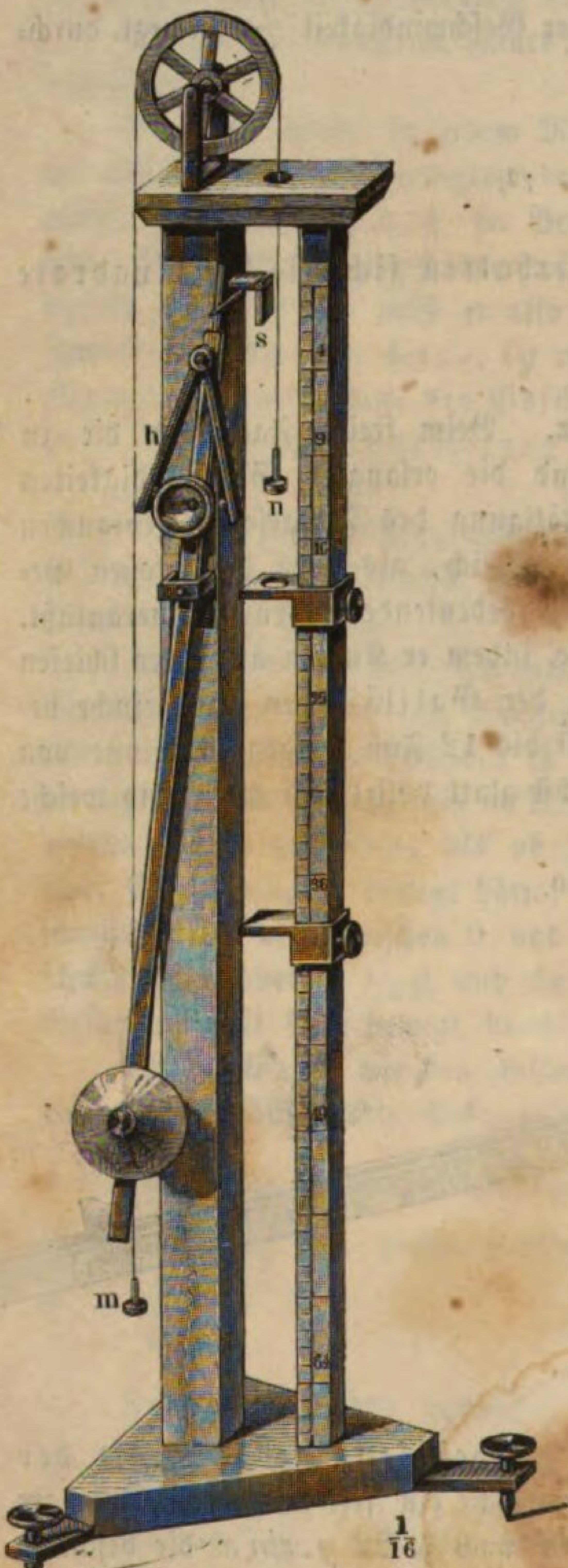
Fig. 140.



in Fuß und Zoll eingetheilt ist. Ist g die beschleunigende Kraft der Schwere, d. h. ist g die Geschwindigkeit, welche ein frei fallender Körper am Ende der ersten Secunde erlangt hat, so ist nach §. 22 $g.\sin x$ die beschleunigende Kraft, welche die Kugel in der Fallrinne herunter treibt, wenn x den Winkel bezeichnet, welchen sie mit der Horizontalen macht; durch Verkleinerung des Winkels x hat man es also in der Gewalt, den Fall auf der schiefen Ebene

so langsam zu machen, als man will. Ist die Fallrinne so gestellt, daß $g . sin\ x = 2'$, daß also der Fallraum der ersten Secunde 1 Fuß ist, so wird man finden, daß die Kugel in 2, 3 u. s. w. Secunden einen Weg von 4, 9 u. s. w. Fuß in der Fallrinne durchläuft, daß sich also die Fallräume wirklich wie die Quadrate der Fallzeiten verhalten.

Fig. 141.



Beim freien Fall sind demnach (der Luftwiderstand abgerechnet) folgende die zusammengehörigen Werthe von t, v und s:

t	v	s
1. Secunde	30 Fuß	15 Fuß
2. »	60 »	60 »
3. »	90 »	135 »
4. »	120 »	240 »
5. »	150 »	375 »

72 **Die Atwood'sche Fallmaschine.** Weit genauere Resultate als mit der Fallrinne erhält man mit der Atwood'schen Fallmaschine. Sie besteht im Wesentlichen in einer um eine horizontale Axe leicht drehbaren Rolle, Fig. 141, welche auf dem Gipfel einer ungefähr 6 pariser Fuß hohen verticalen Säule befestigt ist. Ueber die Rolle ist eine Schnur geschlungen, an deren Enden gleiche Gewichte m und n hängen. Legt man auf der einen Seite ein Uebergewicht r auf, so wird das Gleichgewicht zerstört; die Gewichte $n + r$ auf der einen Seite fallen, das Gewicht m auf der anderen Seite wird gehoben. Die Geschwindigkeit, mit welcher diese Bewegung vor sich geht, ist aber weit geringer als beim freien Fall, weil die bewegende Kraft, die Schwere des Uebergewichtes r, nicht allein die Masse r, sondern die Masse $m + n + r$ in Bewegung zu setzen hat.

Wäre z. B. jedes der Gewichte m und n 7 Loth, r aber 1 Loth, so hätte das

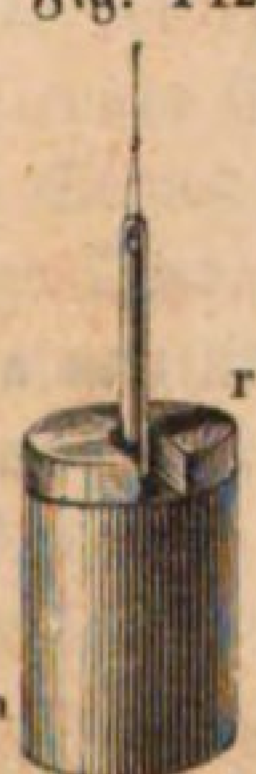
Uebergewicht von 1 Loth eine Masse von 15 Loth in Bewegung zu setzen; die Bewegung wird nach denselben Gesetzen vor sich gehen, wie beim freien Fall, nur mit dem einzigen Unterschiede, daß die Intensität der beschleunigenden Kraft hier 15mal kleiner ist. Wenn also ein frei fallender Körper in der ersten Secunde 15 Fuß durchfällt, so wird hier der Fallraum der ersten Secunde nur 1 Fuß sein.

Man sieht wohl ein, daß die Bewegung um so langsamer werden wird, je kleiner das Uebergewicht r im Verhältniß zu $m + n$ ist, und man kann also durch zweckmäßige Veränderung von r die Bewegung so langsam machen als man will.

Um die Fallräume bequem messen zu können, ist an der verticalen Säule eine in Zolle getheilte Scala angebracht. Der oberste Punkt der Theilung ist der Nullpunkt der Scala. Zwei Schieber, von denen der obere durchbrochen ist, können an jeder Stelle der Scale festgestellt werden.

Fig. 142 zeigt die zweckmäßigste Form des Gewichtes n und des Uebergewichtes r.

Fig. 142.



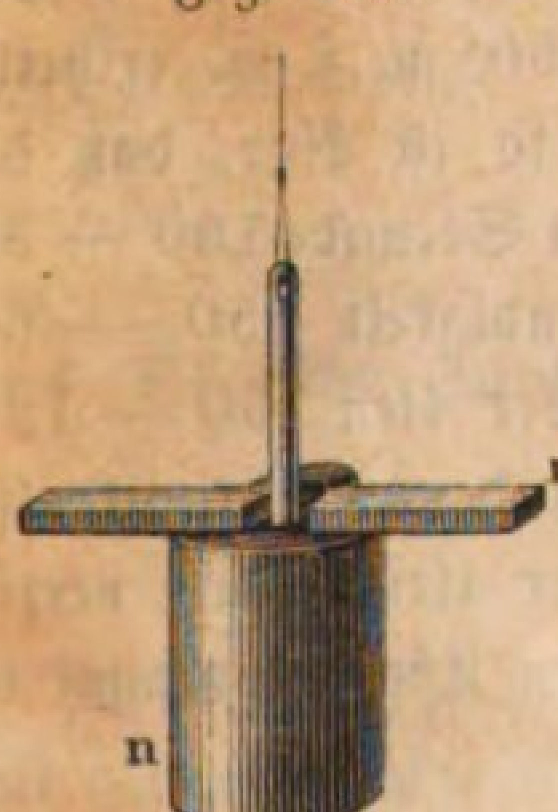
Soweit ist die Kenntniß des Apparates nöthig, um den Zusammenhang der Versuche zu verstehen.

Zunächst läßt sich mit der Fallmaschine leicht darthun, daß sich die Fallräume wie die Quadrate der Fallzeiten verhalten. Es sei r so gewählt, daß der Fallraum der ersten Secunde 1 Zoll ist. Wenn das untere Ende des Gewichts n, welches das Uebergewicht trägt, sich in der Höhe des Nullpunktes der Scala befindet, so wird eine Secunde nach dem Beginn der Bewegung das Gewicht bei dem ersten nach dem Nullpunkte folgenden Theilstrich eintreffen.

Wenn der Fallraum der ersten Secunde ein Zoll ist, so muß in den zwei ersten Secunden ein Weg von 4 Zoll zurückgelegt werden; wenn man also den unteren Schieber 4 Zoll unter den Nullpunkt stellt, so wird das Gewicht, welches beim Punkte Null seine Bewegung begonnen hat, am Ende der zweiten Secunde aufschlagen.

Wenn man die Bewegung stets in demselben Punkte, d. h. im Nullpunkte der Scala beginnen läßt, so hat man den Schieber 9, 16, 25, 36, 49, 64 Zoll unter diesem Punkte festzustellen, wenn das Gewicht nach 3, 4, 5, 6, 7, 8 Secunden aufschlagen soll. Der Versuch bestätigt vollkommen das Gesetz, daß sich die Fallräume verhalten wie die Quadrate der Fallzeiten.

Fig. 143.



Wendet man ein Uebergewicht von der Form Fig. 143 an, so wird es auf dem durchbrochenen Schieber liegen bleiben, während n durch den Schieber hindurchgeht. Wenn nun auf diese Weise das Gewicht abgenommen wird, so wirkt von diesem Moment an keine beschleunigende Kraft mehr, dessenungeachtet dauert aber die Be-

wegung fort, und zwar mit gleichförmiger Geschwindigkeit, mit derjenigen nämlich, welche die Massen m und n in dem Momente haben, in welchem das Uebergewicht abgehoben wird.

Man kann nun den durchbrochenen Schieber so stellen, daß das Uebergewicht am Ende der zweiten, dritten u. s. w. Fallsecunde abgenommen wird, und dann leicht zeigen, daß nach Abnahme des Uebergewichts die Geschwindigkeit völlig gleichförmig ist, d. h. daß von diesem Augenblicke an in jeder folgenden Secunde ein gleich großer Weg zurückgelegt wird.

Beim freien Fall ist der Weg, der in der ersten Fallsecunde zurückgelegt wird, circa 15 paris. Fuß; in 2, 3, 4 Secunden ist demnach der Fallraum 60′, 135′, 240′ u. s. w. Für den freien Fall ist also der Werth von g ungefähr gleich 30′. Weiter unten bei der Lehre vom Pendel wird der Werth von g genauer angegeben werden.

Es ist häufig von Wichtigkeit, aus den gegebenen Fallhöhen unmittelbar die entsprechende Geschwindigkeit berechnen zu können. Eine Formel, nach welcher diese Rechnung auszuführen ist, ergiebt sich aus den Formeln $v = g \,.\, t$ und $s = \frac{g}{2} t^2$. Durch Elimination von t findet man

$$v = \sqrt{2 g s}.$$

Die Geschwindigkeiten verhalten sich also wie die Quadratwurzeln aus den Fallräumen. Wäre z. B. ein Körper von der Höhe von 100 Fuß herabgefallen, so ist nach dieser Formel seine Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{2 \,.\, 30 \,.\, 100} = 77{,}4 \ldots \text{Fuß}$$

(natürlich ohne Berücksichtigung des Luftwiderstandes).

73 **Gleichförmig verzögerte Bewegung.** Wenn ein Körper durch einen Stoß vertical in die Höhe geworfen wird, so steigt er mit abnehmender Geschwindigkeit; nach einiger Zeit hört seine aufwärts gerichtete Bewegung auf, und er beginnt zu fallen. Die Gesetze dieser Bewegung folgen unmittelbar aus dem Vorhergehenden.

Gesetzt, der Körper sei mit einer Geschwindigkeit von 150′ in die Höhe geworfen worden, so würde er, wenn die Schwere nicht wirkte, in jeder Secunde 150′ steigen. Da die Schwere einem fallenden Körper in 1, 2, 3, 4, 5 Secunden eine Geschwindigkeit von 30′, 60′, 90′, 120′, 150′ u. s. w. ertheilt, welche der Richtung unserer Bewegung entgegengesetzt ist, so ist klar, daß die Geschwindigkeit des steigenden Körpers am Ende der 1sten Secunde 150 — 30 = 120′ ist; am Ende der 2ten Secunde ist die Geschwindigkeit 150 — 60 = 90′; am Ende der 3ten 150 — 90 = 60′; am Ende der 4ten 150 — 120 = 30′; am Ende der 5ten endlich 150 — 150 = 0, und nun beginnt also der Körper zu fallen. Wir haben hier das Beispiel einer gleichförmig verzögerten Bewegung; denn die Geschwindigkeit des steigenden Körpers nimmt in jeder Secunde um gleich viel, nämlich um 30′, ab.

Stellen wir dies allgemeiner dar. Es sei n die Geschwindigkeit im Beginn des Steigens, so ist die Geschwindigkeit des Körpers nach t Secunden

$$v = n - g t.$$

Das Steigen hört auf, wenn $n = g t$, d. h. wenn die in t Secunden erlangte Fallgeschwindigkeit der Geschwindigkeit gleich ist, mit welcher der Körper zu steigen begonnen hat.

Die Zeit, welche der Körper braucht, um den Gipfel seiner Bahn zu erreichen, ist also:

$$t = \frac{n}{g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

Suchen wir nun die Höhe zu bestimmen, welche der steigende Körper nach einer gegebenen Zeit erreicht hat. Bei dem oben gewählten Beispiel würde der Körper nach 1, 2, 3 u. s. w. Secunden die Höhe von 150, 300, 450 u. s. w. Fußen erreicht haben, wenn die Schwere ihn nicht herabzöge. Wie wir aber gesehen haben, zieht ihn die Schwere in der 1sten Secunde 15 Fuß herab, in 2 Secunden 4 . 15 oder 60′, in 3 Secunden 9 . 15 oder 135′. Seine Höhe am Ende der 1sten Secunde ist also 150 — 15 = 135′; am Ende der 2ten, 3ten Secunde ist seine Höhe 300 — 60 = 240′, 450 — 135 = 315′ u. s. w. Nach 5 Secunden hätte er die Höhe von 750′ erreicht, ist aber durch die Wirkung der Schwere $15 \times 5^2 = 375'$ herabgezogen, er befindet sich also wirklich in einer Höhe von 750 — 375 = 375 Fuß, und nun beginnt er wieder zu fallen.

Betrachten wir die Sache allgemeiner. In t Secunden würde der Körper vermöge seiner ursprünglichen Geschwindigkeit n zu der Höhe $n t$ steigen, er ist aber durch die Schwere um $\frac{g}{2} t^2$ herabgezogen worden, seine wirkliche Höhe ist demnach

$$h = n t - \frac{g}{2} t^2.$$

Da der Gipfel der Bahn erreicht wird, wenn $t = \frac{n}{g}$, so findet man die Höhe des Körpers in diesem Momente, wenn man in der letzten Gleichung statt t diesen Werth setzt; man findet

$$h = \frac{n^2}{g} - \frac{g}{2} \frac{n^2}{g^2} = \frac{n^2}{g} - \frac{n^2}{2 g}.$$

und daraus endlich

$$h = \frac{n^2}{2 g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

In $\frac{n}{g}$ Secunden durchläuft aber ein frei fallender Körper den Raum

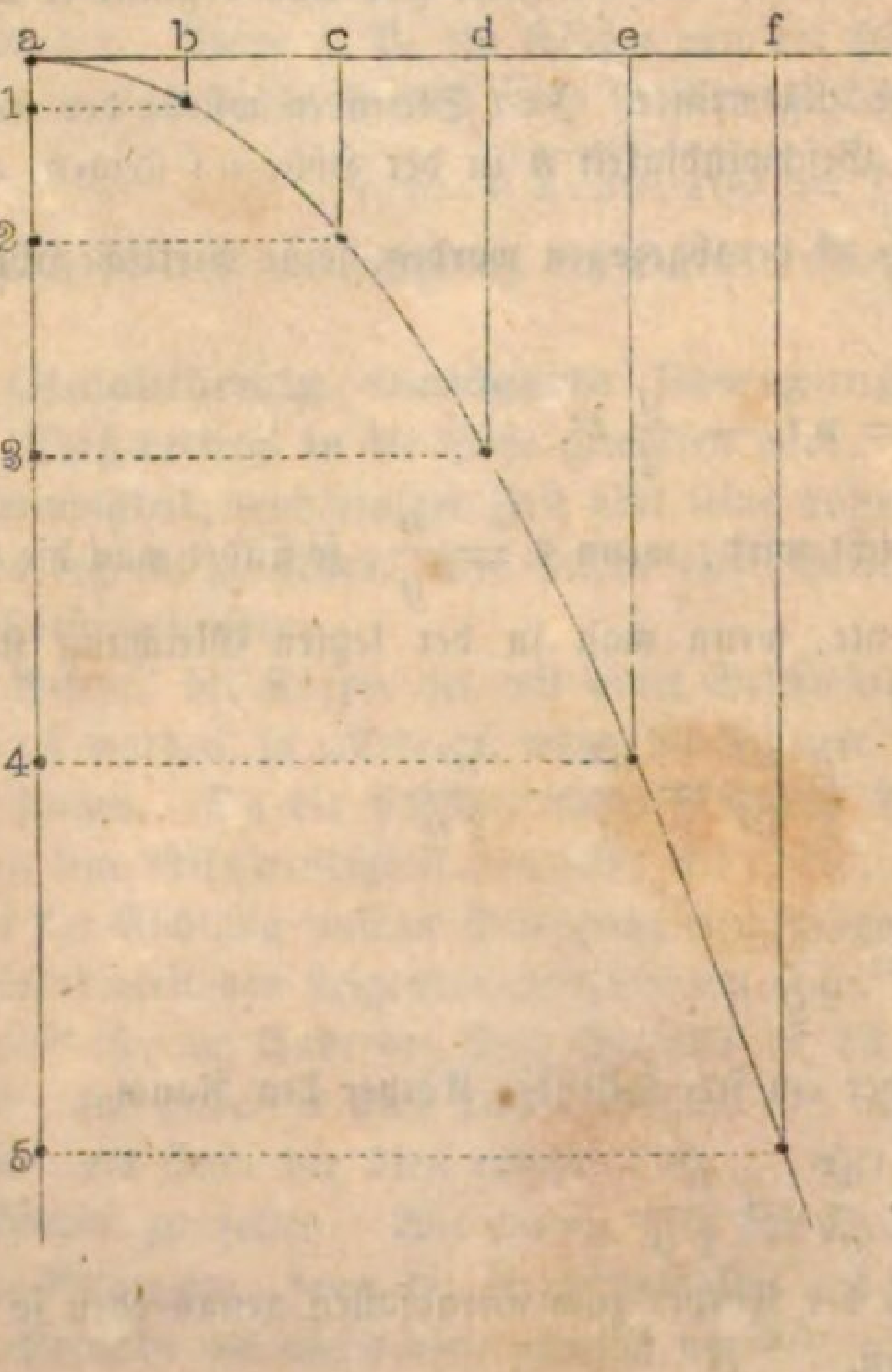
$$\frac{g}{2} \cdot \frac{n^2}{g^2} = \frac{n^2}{2 g}.$$

Daraus geht hervor, daß der Körper zum Herabfallen genau eben so viel Zeit gebraucht als zum Steigen.

Suchen wir die Geschwindigkeit, mit welcher der herabfallende Körper wieder in dem Punkte ankommt, in welchem er die steigende Bewegung begann. Wir finden sie nach der Formel $v = gt$; da aber die Fallzeit $t = \frac{n}{g}$, so ergiebt sich $v = n$, d. h. der Körper kommt mit derselben Geschwindigkeit unten wieder an, mit der er zu steigen begann; oder um einen Körper bis zu einer Höhe h vertical in die Höhe zu treiben, muß man ihm eine Anfangsgeschwindigkeit ertheilen, die gerade so groß ist als diejenige, welche er durch den freien Fall von der Höhe h herab erlangt.

74 **Wurfbewegung.** Wenn ein Körper in einer anderen als in der verticalen Richtung geworfen wird, so beschreibt er eine krumme Linie, deren Gestalt sich aus den Gesetzen des Falles leicht ableiten läßt. Nehmen wir den einfachsten Fall, nämlich den, daß der Körper durch irgend eine Kraft in horizontaler Richtung fortgestoßen worden sei. Wenn die Schwere nicht wäre, so würde er sich fortwährend in horizontaler Richtung bewegen, und zwar mit gleichförmiger Geschwindigkeit. Vermöge dieses Stoßes würde er in der ersten Secunde den Weg ab, Fig. 144, in der zweiten den gleich großen Weg bc u. s. w. zurücklegen, er müßte sich also am Ende der ersten, zweiten, dritten u. s. w. Secunde in den Punkten b, c, d u. s. w. befinden. Durch die Schwere aber ist er gesunken. In der ersten Secunde ist er um 15 Fuß gefallen, er wird sich also am Ende derselben nicht in b, sondern 15 Fuß unter b befinden. Am Ende der zweiten Secunde ist er 60 Fuß unter c, am Ende der dritten 135 Fuß unter d u. s. w. Die krumme Linie, welche der Körper auf diese Weise beschreibt, ist eine Parabel.

Fig. 144.



Wenn der Stoß in irgend einer anderen

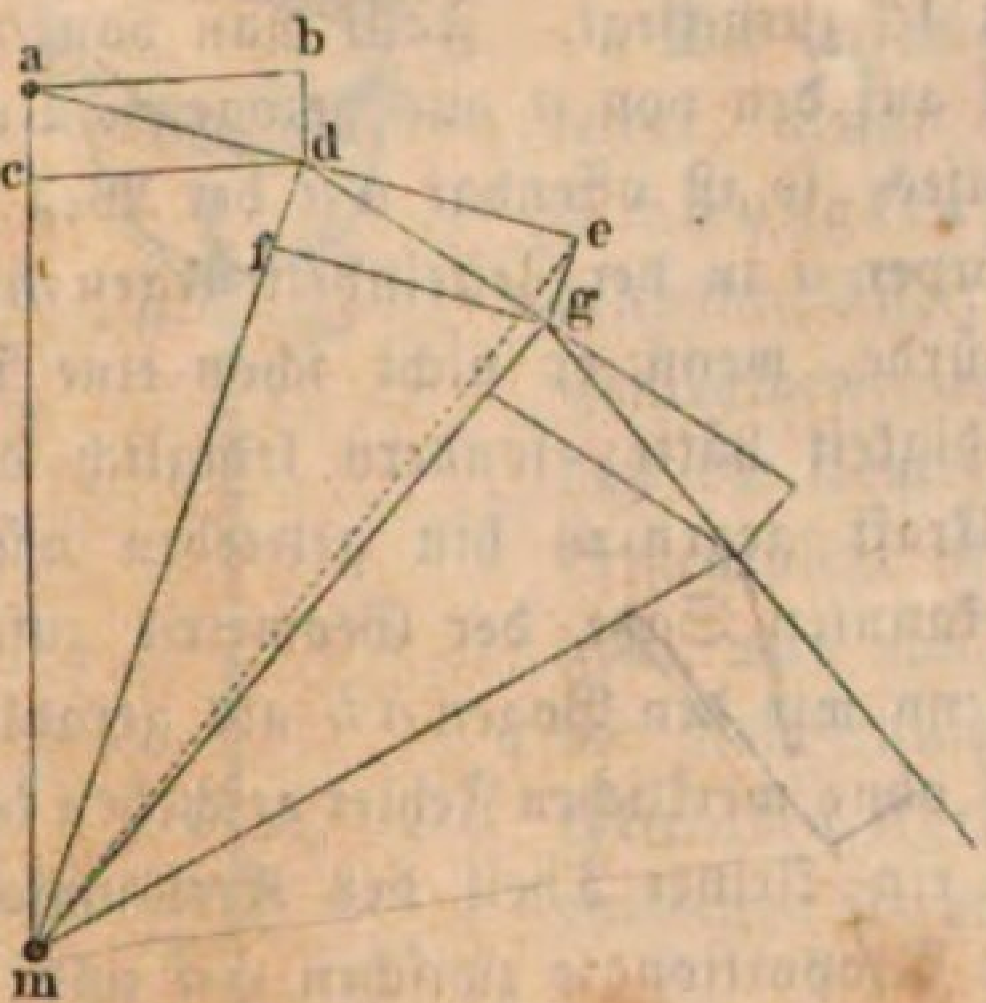
Richtung stattfindet, so läßt sich die Bahn auf dieselbe Weise durch Construction ermitteln.

Die Bahn, welche ein geworfener Körper wirklich beschreibt, weicht wegen des Widerstandes der Luft von der rein parabolischen Gestalt ab.

Centralbewegung. Wir haben jetzt noch einen Fall der durch die Schwere hervorgebrachten Bewegungen zu betrachten, nämlich den, daß die Richtung der Schwerkraft in verschiedenen Punkten dieser Bahn nicht mehr als einander parallel betrachtet werden kann. Solche Bewegungen beobachten wir am Monde, welcher um die Erde, bei den Planeten, welche um die Sonne kreisen. 75

Denken wir uns, daß der Punkt *a*, Fig. 145, welcher durch eine stetig wirkende Anziehungskraft nach dem Punkte *m* hingetrieben wird, beim Beginne seiner Bewegung durch irgend eine momentan wirkende Kraft einen Stoß in der Richtung *ab* erhalten hätte, so wird er sich weder in der Richtung *ab*, noch in der Richtung *ac* bewegen, sondern in einer anderen *ad*, die sich nach dem Gesetze des Parallelogramms der Kräfte ausmitteln läßt. Um die Betrachtung einfacher zu machen, wollen wir annehmen, daß die stets nach *m* gerichtete anziehende Kraft stoßweise in kleinen Intervallen wirke. Man wird sich bei dieser Betrachtungsweise um so weniger von der Wahrheit entfernen, je kleiner man sich diese Intervalle denkt.

Fig. 145.



Wenn der seitwärts gerichtete Stoß für sich allein den materiellen Punkt in einem kleinen Zeittheilchen *t* von *a* nach *b*, die anziehende Kraft, für sich allein wirkend, ihn in derselben Zeit nach *c* führen würde, so bewegt er sich unter Einwirkung beider Kräfte in dem Zeittheilchen *t* von *a* nach *d*. In *d* angekommen, würde er sich in der Richtung *de* weiter bewegen, und zwar würde in der Zeit *t* der Weg *de* gerade so groß sein wie *ad*, wenn nicht die anziehende Kraft von Neuem wirkte, und zwar so, als ob der Körper in *d* einen Stoß erhalten hätte, der ihn, für sich allein wirkend, in der Zeit *t* von *d* nach *f* geführt haben würde. Durch diese abermalige Einwirkung der anziehenden Kraft wird also der Körper wieder von der Richtung *de* abgelenkt und nach *g* geführt. Man begreift danach leicht, daß, wenn der Körper in *a* einmal einen seitwärts gerichteten Stoß empfangen hat, die anziehende Kraft aber stoßweise in kleinen Intervallen wirkt, alsdann der Körper ein Polygon beschreiben muß, welches sich einer krummen Linie um so mehr nähert, je kleiner jene Intervalle sind. Wenn die anziehende Kraft stetig wirkt, wie dies in der Natur wirklich der Fall ist, so ist die Bahn eine

krumme Linie, deren Natur von dem Verhältnisse der sie bedingenden Kräfte abhängt.

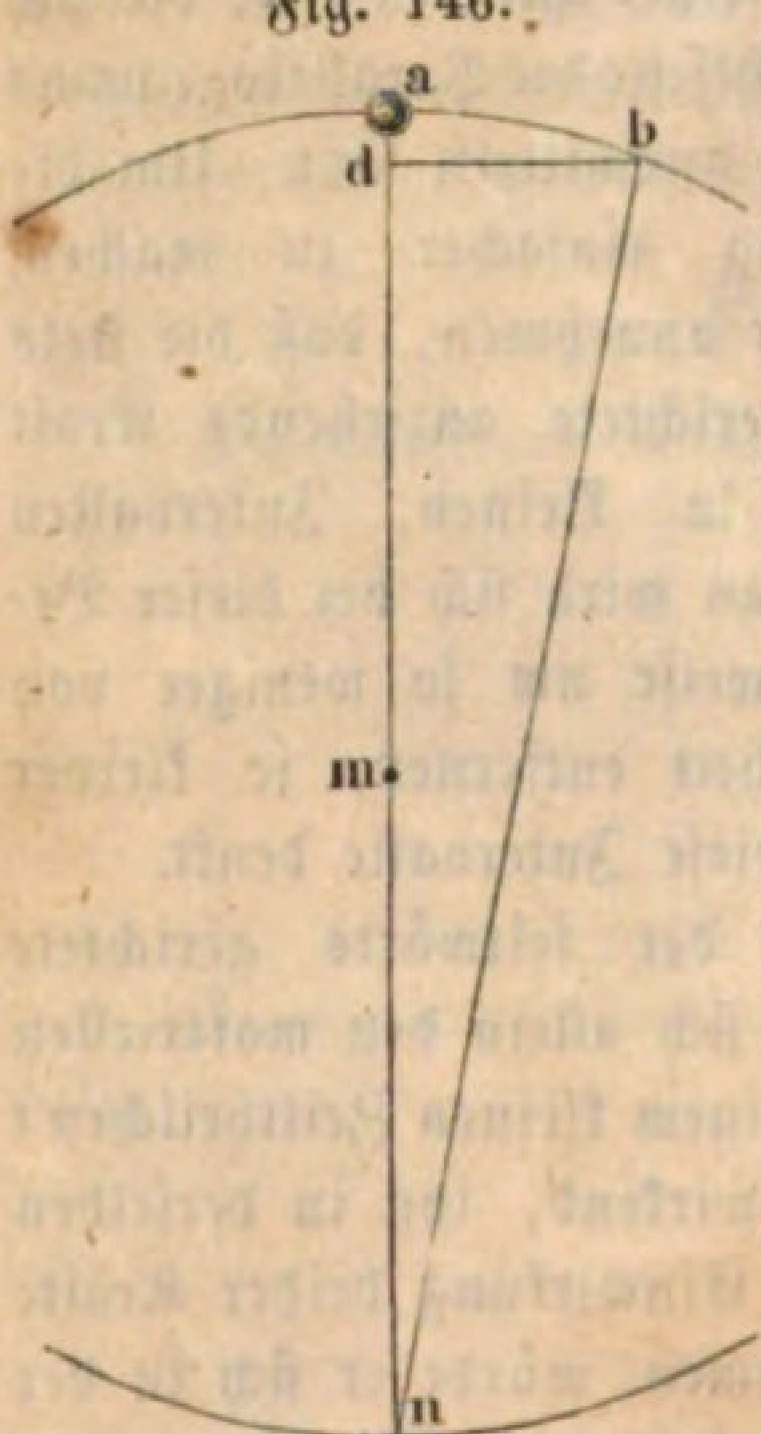
Die Kraft, welche den Körper stets nach dem Anziehungsmittelpunkte hintreibt, wird mit dem Namen Centripetalkraft bezeichnet. Wenn in irgend einem Momente der Centralbewegung die Centripetalkraft zu wirken aufhörte, so würde von dem Augenblicke an der Körper sich in der Richtung der Tangente fortbewegen, und zwar mit einer Kraft, welche den Namen Tangentialkraft führt.

Je nach dem Verhältnisse zwischen Tangentialkraft und Centripetalkraft kann die Bahn ein Kreis, eine Ellipse u. s. w. sein. Hier können wir nur die kreisförmige Centralbewegung näher betrachten.

Suchen wir die Beziehungen auszumitteln, welche zwischen der Größe der Centripetalkraft, dem Halbmesser des durchlaufenen Kreises und der Umlaufszeit stattfindet.

In Fig. 146 sei m der Mittelpunkt des Kreises, welchen ein sich eben in a befindlicher Körper beschreibt; ab sei der Weg, welchen er in der Zeiteinheit, also in 1″ zurücklegt. Fällt man von b ein Perpendikel bd auf den von a aus gezogenen Durchmesser des Kreises, so ist offenbar ad der Weg, um welchen der Körper a in der Zeiteinheit gegen m hin sich bewegen würde, wenn er nicht schon eine Tangentialgeschwindigkeit hätte, sondern lediglich durch die Centripetalkraft gegen m hin getrieben würde.

Fig. 146.



Einem bekannten Satze der Geometrie zufolge ist nun ab (wenn wir den Bogen ab als geradlinig betrachten, was ohne merklichen Fehler geschehen kann, wenn ab nur ein kleiner Theil des Kreisumfangs ist) die mittlere Proportionale zwischen ad und an, es ist also

$$ab^2 = ad \times an$$

und daraus

$$ad = \frac{ab^2}{an}.$$

Es ist aber an der Durchmesser des Kreises, also $2r$, wenn mit r der Radius desselben bezeichnet wird; ferner ist der in der Zeiteinheit zurückgelegte Bogen ab gleich dem Kreisumfange, dividirt durch die Umlaufszeit, also $ab = \frac{2\pi r}{t}$. Bezeichnen wir ferner den Weg ad, um welchen sich der Körper a unter alleinigem Einfluß der Centripetalkraft dem Mittelpunkte m in der Zeiteinheit nähern würde, durch p, so haben wir also

$$p = \frac{2\pi^2 r}{t^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Die Endgeschwindigkeit v, welche der Körper unter dem Einfluß der Centripetalkraft am Ende der ersten Secunde erlangen würde, ist aber $2p$, also

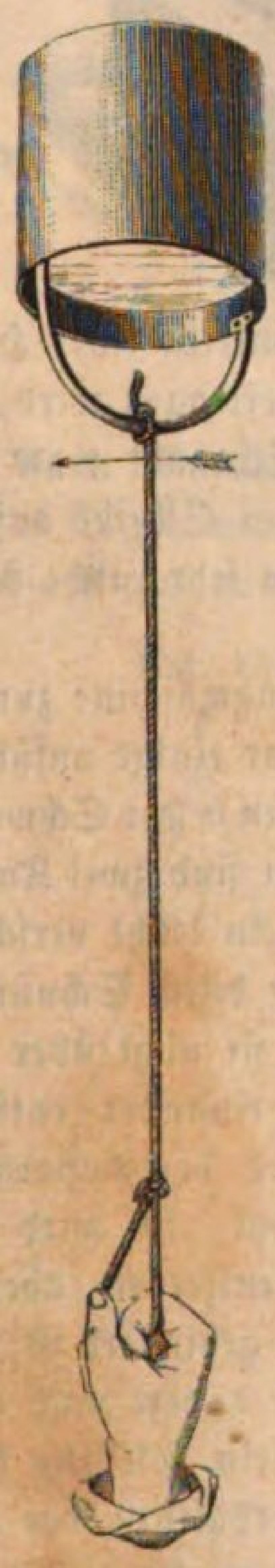
$$v = \frac{4\,\pi^2\,r}{t^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und diese Größe nimmt man gewöhnlich als Maß für die Centripetalkraft.

Bei einer kreisförmigen Centralbewegung ist also die Centripetalkraft dem Halbmesser des Kreises direct und dem Quadrate der Umlaufszeit umgekehrt proportional.

Schwungkraft. Wenn man irgend einen schweren Körper an dem einen Ende einer Schnur befestigt, und ihn, das andere Ende in der Hand haltend, im Kreise herumschwingt, wie es Fig. 147 andeutet, so wird die Schnur fortwährend eine Spannung auszuhalten haben, welche mit der Schnelligkeit der Umdrehung wächst. Wenn in irgend einem Momente die Schnur durchschnitten würde, so würde der Körper nicht mehr im Kreise sich fortbewegen, sondern sich vermöge seiner Trägheit in tangentialer Richtung von der Kreisbahn entfernen. 76

Fig. 147.



Die Ursache der Spannung, welche die Schnur erleidet, nennt man Centrifugalkraft, Fliehkraft, Schwungkraft. Da aber hier der Widerstand der Schnur denselben Effect hervorbringt, wie die oben bei der freien Centralbewegung betrachtete Centripetalkraft, so ist klar, daß die Centrifugalkraft der Centripetalkraft gleich und entgegensetzt ist, und daß von der Centrifugalkraft Alles gilt, was von der Centripetalkraft gesagt wurde, d. h. die Beschleunigung, mit welcher die Schwungkraft den rotirenden Körper vom Mittelpunkte seiner Kreisbahn zu entfernen strebt, ist gleichfalls

$$v = \frac{4\,\pi^2 r}{t^2}.$$

Schwungkraft tritt überall da auf, wo eine Rotation um eine feste Axe stattfindet, und die einzelnen Theilchen auf irgend eine Weise verhindert sind, sich von jener Axe zu entfernen. Eine solche Schwungkraft muß also auch bei der Rotation der Erde um ihre eigene Axe erzeugt werden. Da die Umlaufszeit für alle Punkte auf der Erde gleich groß ist, aber die verschiedenen Punkte nicht gleich weit von der Umdrehungsaxe entfernt sind, so ist klar, daß nicht überall auf der Erdoberfläche jene Schwungkraft gleich sei, sondern sich verhalte wie die Entfernungen von der Erdaxe; sie ist also gleich Null an den Polen und erreicht ihr Maximum an dem Aequator.

Diese Schwungkraft, welche am Aequator am größten ist und nach den Polen hin abnimmt, wirkt der Schwere entgegen, sie vermindert gleichsam die Intensität der Schwere. Es läßt sich leicht berechnen, wie groß die Umdrehungs-

geschwindigkeit der Erde um ihre Axe sein müßte, wenn die dadurch erzeugte Schwungkraft am Aequator die Wirkung der Schwere daselbst vollständig aufheben sollte.

Um Versuche über die Schwungkraft anzustellen, wendet man die sogenannte Centrifugal- oder Schwungmaschine an. Eine solche ist in Fig. 148 dargestellt. — Eine größere Scheibe ist mit einer kleineren durch einen gespannten

Fig. 148.



Riemen verbunden, so daß, wenn man die größere Scheibe mittelst einer Handhabe umdreht, die Bewegung in der Art auf die kleinere übertragen wird, daß dieselbe eine größere Anzahl von Umdrehungen macht. Schraubt man nun irgend einen Gegenstand auf die Umdrehungsaxe der kleinen Scheibe auf, so kann man denselben durch Umdrehung der großen Scheibe in sehr rasche Rotation versetzen.

Unter verschiedenen Versuchen, die man mit der Schwungmaschine zur Erläuterung der Schwungkraft anstellen kann, wollen wir hier nur einige anführen.

Der Apparat Fig. 149 sei mit der Hülse b auf den Zapfen a der Schwungmaschine angeschraubt. An einem horizontalen Metallstäbchen sind zwei Kugeln von Holz oder Elfenbein leicht verschiebbar angebracht, welche durch Schnüre so verbunden sind, daß sie nicht über eine gewisse Gränze von einander entfernt werden können. Wird der Apparat in rasche Rotation versetzt, so wird jede Kugel ein Bestreben haben, sich von der Umdrehungsaxe zu entfernen, aber sie können nicht auseinanderfahren, weil dies durch die Schnüre gehindert ist; diejenige Kugel, deren Schwungkraft größer ist, wird also die andere nach ihrer Seite hin nachziehen. Soll die Schwungkraft beider gleich sein, soll also keine Bewegung entstehen, so muß die große Kugel in dem Verhältniß der Umdrehungsaxe näher stehen, als ihre Masse die der anderen übertrifft.

Fig. 149.



Der Apparat Fig. 150 dient, um die Abplattung der Erde zu erläutern. An dem unteren Ende der eisernen Axe b, welche auf die Schwungmaschine aufgeschraubt wird, sind mehrere elastische Streifen a, c, a', c' von Messingblech befestigt, die oben wieder an einer leicht auf der Axe b verschiebbaren Hülse l zusammenlaufen. Im Zustande der Ruhe strecken sich die Federn a, a', c und c'

so, daß die Hülse l an dem Knopfe k ansteht; sobald aber der Apparat rasch um die Axe b rotirt, nehmen die Metallstreifen die in der Figur angedeutete Gestalt an, indem alle Theilchen derselben sich möglichst weit von der Rotationsaxe zu entfernen streben. Je schneller die Umdrehung ist, desto mehr werden die Streifen gekrümmt, desto tiefer also die Hülse l herabgezogen.

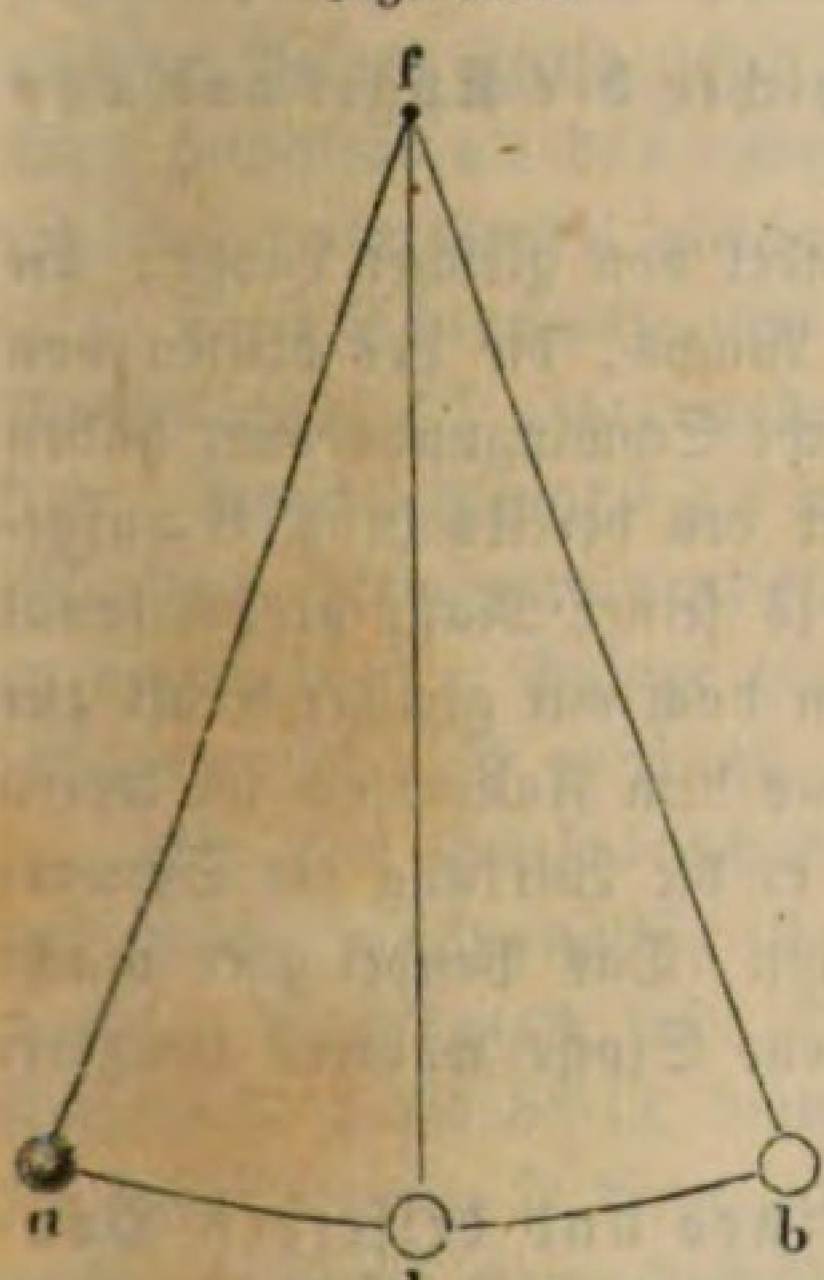
Fig. 150.



Wenn das Gefäß in Fig. 147 mit Wasser gefüllt ist, so kann dies nicht ausfließen, selbst wenn seine Oeffnung nach unten gekehrt wird, sobald seine Umdrehungsgeschwindigkeit so groß ist, daß die Schwungkraft (der Werth von v auf Seite 129) größer wird als die beschleunigende Kraft der Schwere.

Vom Pendel. Das gewöhnliche Pendel (Fig. 151) besteht aus einer 77
schweren Kugel, welche am Ende eines biegsamen Fadens aufgehängt ist. Bringt man die Kugel aus ihrer Gleichgewichtslage, d. h. bringt man das Pendel aus seiner verticalen Stellung, so macht es, wenn man es losläßt, ohne ihm irgend einen Anstoß zu geben, Schwingungen, welche fortwährend in derselben Verticalebene bleiben. Bringt man z. B. das Pendel in die Lage fa, so beschreibt die Kugel den Bogen al; in l kommt sie mit solcher Geschwindigkeit an, daß sie auf der anderen Seite bis b steigt, d. h. zu der Höhe des Punktes a; vom Punkte b geht die Kugel abermals zurück, durchläuft in umgekehrter Richtung wieder den Bogen bla und setzt auf dieselbe Weise ihre Schwingungen fort. Beim Niedergange des Pendels nimmt seine Geschwindigkeit fortwährend zu, beim Aufsteigen nimmt sie ab; in dem Momente also, in welchem das Pendel die Gleichgewichtslage passirt, hat es seine größte Geschwindigkeit.

Fig. 151.

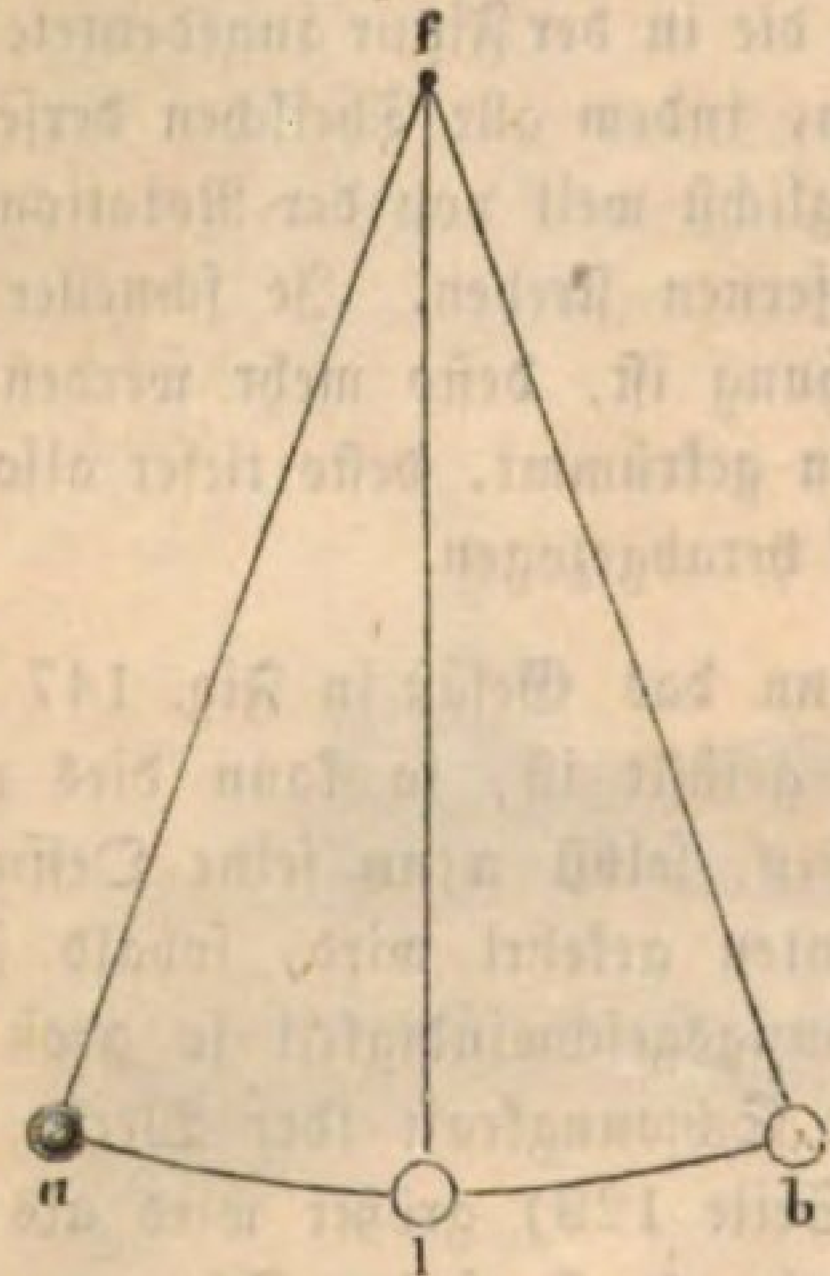


Der Winkel afl heißt Ausschlagswinkel oder auch nur Ausschlag.

Die Bewegung von a bis b oder von b bis a heißt eine Oscillation; von a bis l ist eine halbe niedergehende, von l bis b eine halbe aufsteigende Oscillation.

Die **Amplitude** einer Oscillation ist die in Graden, Minuten und Secunden ausgedrückte Größe des Bogens ab.

Fig. 151.



Die **Dauer** einer Oscillation ist die Zeit, welche das Pendel nöthig hat, um diesen Bogen zu durchlaufen.

Nach dem ersten Anblicke sollte man aus den Versuchen schließen, daß die Bewegung eines Pendels immer fortdauern müßte; denn wenn es von a ausgehend auf der anderen Seite zu einer gleichen Höhe b ansteigt, so muß es von b ausgehend auch wieder bis a steigen, und es wird so denselben Weg zum zweiten, zum dritten Male u. s. w. bis ins Unendliche machen müssen.

Dieser Schluß würde ganz richtig sein, wenn b wirklich absolut gleiche Höhe mit a hätte; aber die Reibung am Aufhängepunkte f, der Widerstand der Luft, welche die Kugel vor sich wegtreiben muß, machen es unmöglich, daß die Kugel genau wieder bis zu der Höhe steigt, von welcher sie herabfiel. Die Differenz wird freilich erst nach einer Reihe von Schwingungen merklich.

78 **Gesetze der Pendelschwingungen.** Die Gesetze der Schwingungen einfacher Pendel sind folgende:

1) **Die Schwingungsdauer ist vom Gewichte der Kugel und von der Natur ihrer Substanz unabhängig.**

Um dies zu beweisen, mache man mehrere Pendel von gleicher Länge; die Kugel des einen von Metall, die des anderen von Wachs, die des dritten von Holz u. s. w., und man wird finden, daß sie alle gleiche Schwingungsdauer haben

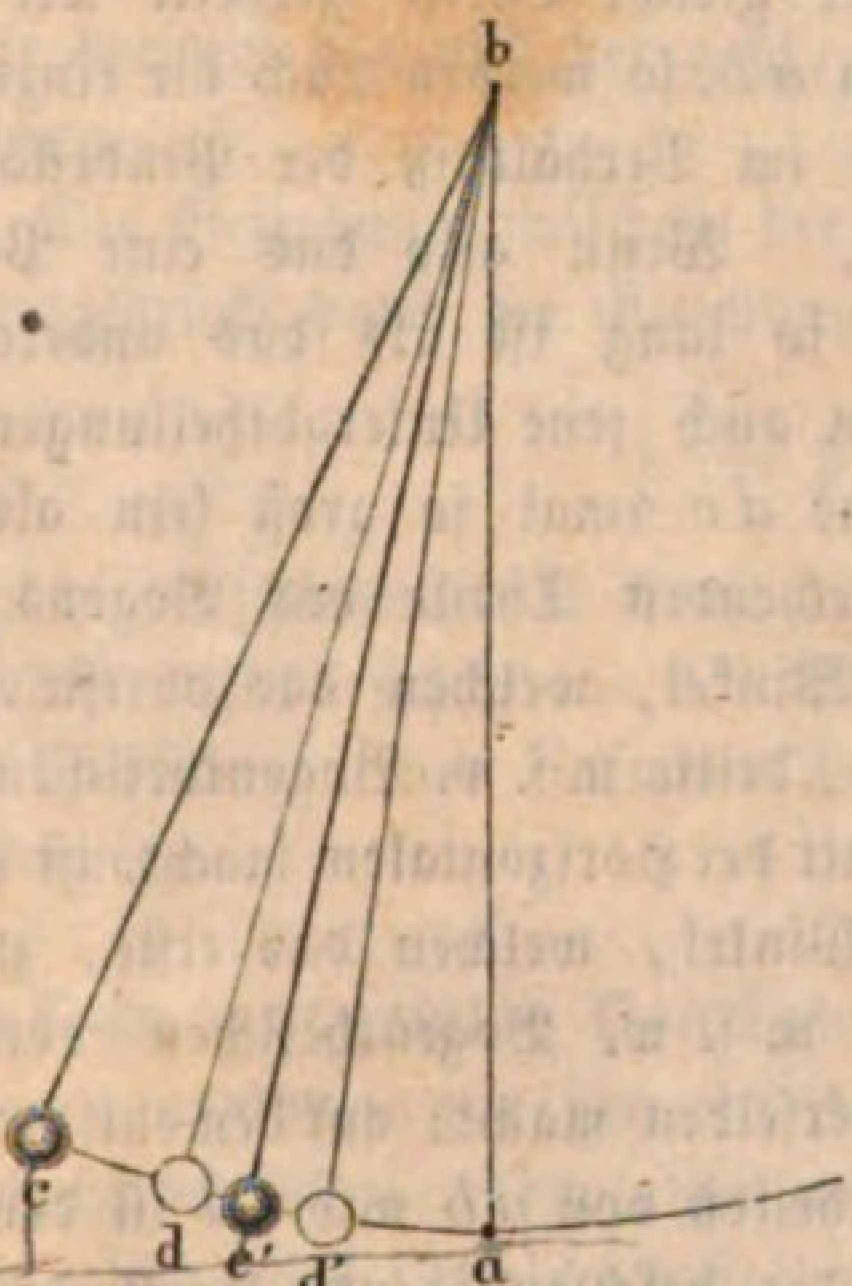
Aus diesem Versuch ergiebt sich die Richtigkeit des bereits in §. 8 aufgestellten Satzes, daß das Gewicht eines Körpers stets seiner Masse proportional ist, und daß gleiche Massen verschiedener Substanzen doch mit gleicher Kraft zur Erde niedergezogen werden. Dasselbe folgt auch aus dem Fallversuch im leeren Raum, doch ist dies nur ein roher Versuch, weil er die Wirkung der Schwere nur während einer sehr kurzen Zeit beobachten läßt. Das Pendel aber macht es möglich, die Wirkung der Schwere auf verschiedene Stoffe während längerer Zeit zu beobachten.

2) **Die Dauer kleiner Oscillationen eines und desselben Pendels ist von der Größe der Schwingungen unabhängig.** Wenn z. B. ein Pendel mit einer Amplitude von 1 bis 2° schwingt, so ist die Schwingungsdauer dieselbe, als ob die Ausweichung nur $1/2$° betrüge.

Dies Gesetz läßt sich folgendermaßen entwickeln. Wenn der Ausweichungswinkel nicht gar zu groß ist, so ist die Neigung der Bahn gegen die Horizontale der Entfernung von der Gleichgewichtslage proportional. Denken wir uns

z. B. in c, Fig. 152, eine Tangente an den Kreisbogen gelegt, so macht sie mit der Horizontalen einen Winkel, welcher doppelt so groß ist als derjenige, welchen eine in c' an die Kreisbahn gezogene Tangente mit der Horizontalen macht, vorausgesetzt, daß der Bogen $c'a$ halb so groß ist als der Bogen ca; wenn also das Pendel in c seine Bewegung beginnt, so ist die beschleunigende Kraft doppelt so groß, als wenn es von c' seinen Niedergang beginnt; der Bogen cd, den wir so klein annehmen wollen, daß wir ihn als geradlinig betrachten können, und der Bogen $c'd'$, welcher nur halb so groß ist, werden also in gleichen Zeiten durchlaufen, wenn die Bewegung einmal in c, ein andermal in c' beginnt.

Fig. 152.



Denken wir uns an einer Axe zwei gleiche Pendel aufgehängt, das eine bis c, das andere bis c' gehoben und gleichzeitig losgelassen, so werden sie gleichzeitig in den Punkten d und d' ankommen. Die beschleunigende Kraft in d ist aber doppelt so groß als in d', außerdem aber langt das eine Pendel in d mit einer Geschwindigkeit an, welche doppelt so groß als diejenige ist, mit welcher das andere den Punkt d' passirt, und daraus folgt denn, daß in dem nächsten kleinen Zeittheilchen das eine Pendel abermals einen doppelt so großen Weg zurücklegt als das andere. Auf diese Weise fortschließend, findet man endlich, daß beide Pendel gleichzeitig in a ankommen müssen.

Diese Schlußweise läßt sich auch noch anwenden, wenn das Verhältniß der Ausschlagswinkel nicht gerade das von 1 zu 2, sondern ein anderes ist, weil für kleine Ausschlagswinkel die beschleunigende Kraft stets der Entfernung von der Gleichgewichtslage proportional ist; und so läßt sich allgemein zeigen, daß bis zu einer gewissen Gränze hin die Schwingungsdauer von der Größe der Ausschlagswinkel nicht abhängt.

Um dies Gesetz durch den Versuch zu bestätigen, muß man die Zeit genau bestimmen, welche nöthig ist, damit ein Pendel mehrere hundert Schwingungen macht. Macht man diese Beobachtung zu Anfang der Bewegung, wenn die Amplitude 2 bis 3° ist, später, wenn sie nur noch 1° beträgt, und zuletzt, wenn die Oscillationen so klein geworden sind, daß man sie mit der Lupe beobachten muß, so findet man, daß die Oscillationen in diesen drei Stadien wirklich isochron sind.

3) Die Schwingungsdauer zweier ungleich langer Pendel verhält sich wie die Qudratwurzel aus den Pendellängen.

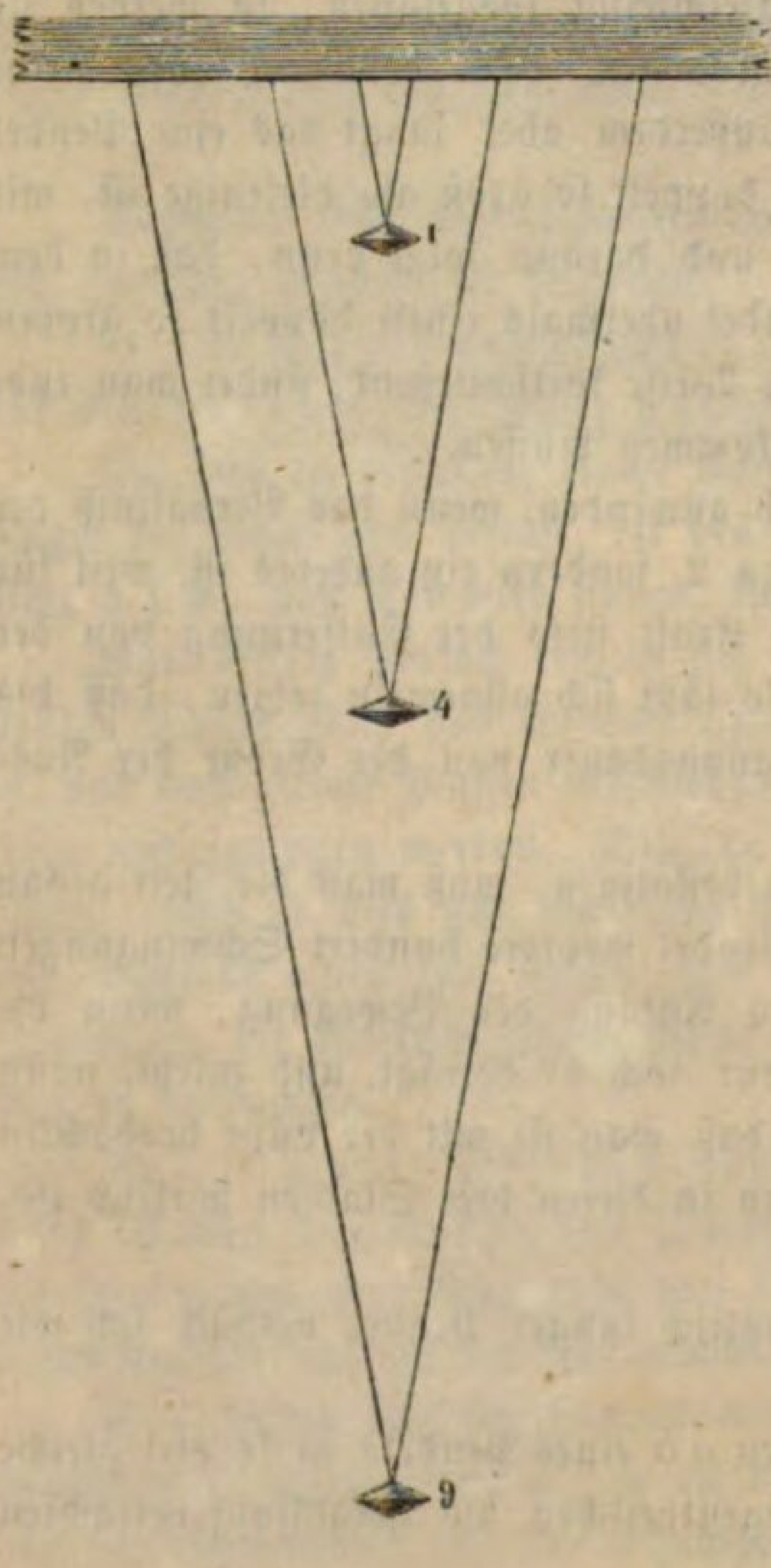
Man denke sich den Schwingungsbogen ab eines Pendels in so viel gleiche Theile getheilt, daß man jedes dieser Bogentheilchen als geradlinig betrachten

kann. Wenn nun der Ausschlagswinkel eines längeren Pendels eben so groß ist, so muß sich der Schwingungsbogen cd, Fig. 153, zum Schwingungsbogen ab verhalten wie die Pendellängen. Denken wir uns den Bogen dc in eben so viel gleiche Theile getheilt wie den Bogen ab, so werden auch die einzelnen Theile im Verhältniß der Pendellängen stehen. Wenn also das eine Pendel 4mal so lang ist als das andere, so werden auch jene Unterabtheilungen des Bogens dc 4mal so groß sein als die entsprechenden Theile des Bogens ab. Der Winkel, welchen das oberste, das zweite, dritte u. s. w. Bogentheilchen von ab mit der Horizontalen macht, ist gleich dem Winkel, welchen das erste, zweite, dritte u. s. w. Bogentheilchen von cd mit derselben macht; auf den entsprechenden Theilen von ab und cd ist demnach auch die beschleunigende Kraft dieselbe.

Fig. 153.



Fig. 154.



Wenn aber verschiedene Wege mit gleicher beschleunigender Kraft durchlaufen werden, so lehrt uns die Formel $s = \frac{g}{2} t^2$, daß sich die Fallzeiten verhalten wie die Quadratwurzeln der Fallräume; wenn also jedes der Theilchen cd 2-, 3-, 4-, $n$mal so groß ist als das entsprechende Theilchen von ab, so wird die Zeit, in welcher ein Theilchen von cd durchfallen wird, auch $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{n}$mal so groß sein als die, in welcher das entsprechende Theilchen von ab durchlaufen wird. Da dies aber für alle Theilchen gilt, so gilt es auch für ihre Summe, was denn mit anderen Worten heißt, die Schwingungsdauer ist der Quadratwurzel aus der Pendellänge proportional.

Um die Richtigkeit des dritten Gesetzes durch den Versuch nachzuweisen, nehme man drei Pendel von verschiedener Länge. Wenn sich z. B. die Pendellängen wie die Zahlen 1, 4, 9 verhalten, so verhalten sich die entsprechenden

Schwingungszeiten wie die Zahlen 1, 2, 3. Am bequemsten hängt man zu diesem Versuche die Kugeln an einem doppelten Faden auf, wie Fig. 154 zeigt. Während ein Pendel, dessen Länge 4 Fuß ist, eine Oscillation macht, macht das viermal kürzere Pendel zwei Oscillationen; und während ein Pendel von 1 Fuß Länge dreimal hin und her geht, macht ein 9 Fuß langes nur einen Hin- und Hergang.

Die Beziehung zwischen der Pendellänge l und der Schwingungsdauer t ist ausgedrückt durch die Gleichung

$$t = 3{,}14 \sqrt{\frac{l}{g}},$$

wo g die beschleunigende Kraft der Schwere bezeichnet. Aus genauen Pendelversuchen ergiebt sich $g = 9{,}8$ Meter.

Die Länge eines einfachen Pendels, welches Secunden schlägt, beträgt 994 Millimeter.

Das materielle Pendel. Die oben entwickelten Pendelgesetze gelten strenge genommen nur für ein ideales Pendel. Ein solches Pendel kann man sich wohl vorstellen, aber nicht construiren; denn es müßte aus einem einfachen Faden ohne alles Gewicht bestehen, und an seinem Ende dürfte sich nur ein schwerer Punkt befinden. 79

Jedes Pendel, welches diesen beiden Forderungen nicht entspricht, ist ein zusammengesetztes Pendel. Ein gewichtloser und unbiegsamer Faden also, an welchem sich nur zwei schwere Moleküle m und n befinden, würde demnach schon ein zusammengesetztes Pendel sein. Das Molekül m, welches dem Aufhängepunkte näher ist als n, hat ein Bestreben, schneller zu schwingen; weil aber die beiden Moleküle verbunden sind, so wird m die Bewegung von n beschleunigen, und umgekehrt wird n die Bewegung von m verzögern, die Schwingungen werden deshalb mit einer Geschwindigkeit vor sich gehen, welche zwischen den Geschwindigkeiten liegt, mit welchen jedes der Moleküle m und n für sich allein schwingen würde. Sie sind gleich den Schwingungen eines einfachen Pendels, welches länger als fm und kürzer als fn ist. Eben so verhält es sich mit jedem materiellen Pendel. Diejenigen Theile des Pendels nämlich, welche dem Aufhängungspunkte näher liegen, sind in ihrer Bewegung durch die entfernteren verzögert, die entfernteren aber durch die näheren beschleunigt. Es muß demnach auch in jedem zusammengesetzten Pendel einen Punkt geben, welcher durch die übrige Masse des Pendels weder beschleunigt, noch verzögert ist, welcher gerade so schnell schwingt wie ein einfaches Pendel, dessen Länge seiner Entfernung vom Aufhängepunkte gleich ist. Dieser Punkt heißt **Schwingungspunkt**, Centrum oscillationis. Wenn man von der Länge eines zusammengesetzten Pendels spricht, so versteht man darunter die Entfernung dieses Punktes vom Aufhängepunkte oder, was dasselbe ist, die Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer.

Fig. 155.



Am meisten nähert sich dem einfachen Pendel ein solches, welches aus einem dünnen Faden besteht, an dessen unterem Ende eine Kugel oder ein Doppelkegel einer Substanz von großem specifischen Gewicht hängt. Wenn der Faden einigermaßen lang und der Durchmesser der Kugel klein im Verhältnisse zur Länge des Pendels ist, so kann man ohne merklichen Fehler den Schwerpunkt der Kugel für den Schwingungspunkt des Pendels nehmen, oder, mit anderen Worten, man darf ein solches Pendel für ein einfaches nehmen.

Bei jedem materiellen Pendel, welches bedeutender von der Form eines einfachen Pendels abweicht, ist jedoch der Schwerpunkt durchaus nicht mehr der Schwingungspunkt; wo aber der Schwingungspunkt eines materiellen Pendels liege, durch Rechnung zu finden, ist in den meisten Fällen eine schwierige Aufgabe, weil man bei dieser Rechnung nicht allein die beschleunigende Kraft der Schwere der einzelnen in verschiedenen Entfernungen vom Drehpunkte liegenden materiellen Theilchen, sondern auch den Widerstand berücksichtigen muß, welchen sie vermöge der Trägheit ihrer Masse einer Beschleunigung entgegensetzen.

Daß der Schwingungspunkt eines materiellen Pendels nicht mit seinem Schwerpunkt zusammenfallen kann, ergiebt sich am einfachsten aus der Betrachtung eines solchen Pendels, bei welchem ein Theil der Masse über dem Aufhängepunkte sich befindet. Ein solches Pendel schwingt bedeutend langsamer, als es schwingen würde, wenn sein Schwerpunkt der Schwingungspunkt wäre.

Fig. 156 stellt einen geraden eingetheilten Stab vor, welcher in der Mitte

Fig. 156.



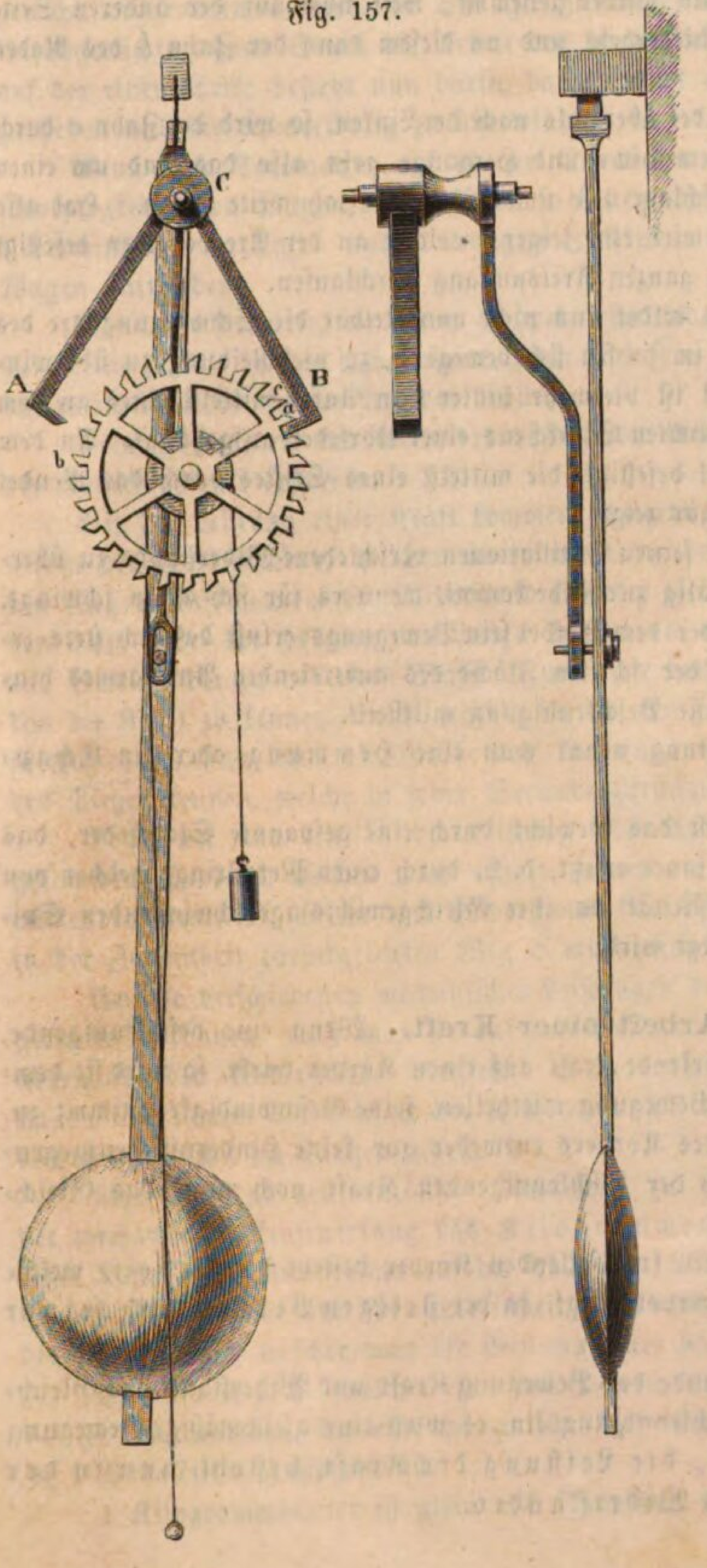
mit einer Schneide versehen ist, wie die, welche den Drehpunkt eines Wagbalkens bildet. Wenn man nun 1 Decimeter weit unter und über dieser Schneide eine Bleilinse, z. B. jede 2 Pfund schwer, befestigt und die Schneide auf ihre Unterlage auffetzt, so ist die Stange mit ihren Linsen im Zustande des indifferenten Gleichgewichts, denn der Schwerpunkt des Systems fällt mit dem Drehpunkte zusammen. Sobald man aber am unteren Ende des Stabes ein kleines Uebergewicht anbringt, so ist das Ganze ein Pendel. Die Schwingungen dieses Pendels sind aber ungleich langsamer als die Schwingungen eines einfachen Pendels von der Länge ab; denn die einzige Kraft, welche das ganze System in Bewegung setzt, ist die Schwere des untersten Bleigewichts b, dieses hat aber nicht allein seine eigene Masse in Bewegung zu setzen, wie es bei einem einfachen Pendel der Fall gewesen wäre, sondern sie hat auch noch die Massen der Linsen bei c und d zu bewegen.

Es erklärt sich dadurch, warum ein Wagbalken, den man ebenfalls als ein Pendel betrachten kann, so langsam schwingt, obgleich sich sein Schwerpunkt ganz nahe unter dem Aufhängepunkte befindet, er also sehr schnell schwingen müßte, wenn der Schwerpunkt wirklich der Schwingungspunkt wäre.

80 **Die Pendeluhr.** Die wichtigste Anwendung, die man vom Pendel gemacht hat, ist die Regulirung der Uhren. In jeder Uhr muß eine beschleunigende Kraft wirken, um die Bewegung hervorzubringen und zu erhalten. Nun

aber ist aus dem, was über beschleunigende Kräfte gesagt wurde, klar, daß, wenn der beschleunigenden Kraft nicht eine andere gleiche Kraft oder ein Bewegungshinderniß entgegenwirkt, die Bewegung nicht gleichförmig bleiben kann, sondern daß sie, wie bei einem fallenden Körper, schneller und schneller wird. Bei unseren Wanduhren wird die beschleunigende Kraft durch Gewichte hervorgebracht,

Fig. 157.



welche an einer Schnur hängen, die um eine horizontale Axe geschlungen ist. Wenn das Gewicht durch seine Schwere hinabsinkt, so wird die Axe mittelst der Schnur umgedreht und dadurch das ganze Uhrwerk in Bewegung gesetzt. Die Bewegung eines fallenden Gewichtes ist aber eine beschleunigte, folglich würde auch die Uhr anfangs langsam, dann schneller und schneller gehen müssen, wenn ihr Gang nicht regulirt würde, und diese Regulirung wird nun durch das Pendel bewerkstelligt.

Wie das Pendel den Gang einer Uhr reguliren könne, ist aus Fig. 157 ersichtlich. An der Axe, um welche die Schnur mit dem Gewichte geschlungen ist, ist ein gezahntes Rad befestigt. Ueber diesem Rade befindet sich nun ein Anker ACB, welcher je nach seiner Stellung bald auf der einen, bald auf der anderen Seite in die Zähne des Rades eingreift. Dieser Anker wird durch Schwingungen des Pendels hin u. hergeführt.

Die Figur stellt das Pendel gerade in der Lage dar, wo es seine äußerste Stellung links hat. Das Rad, welches durch das Gewicht von der Linken zur Rechten gedreht wird, kann aber nicht vorangehen, weil der Zahn a durch den Arm B des Ankers aufgehalten wird; sobald aber das Pendel zurückgeht, geht B auf die Seite, der Zahn a wird nun vorbeigelassen; die Bewegung des Rades wird aber doch alsbald wieder gehemmt, weil nun auf der anderen Seite der Arm A des Ankers niedergeht und an diesem dann der Zahn b des Rades anstößt.

Geht nun das Pendel abermals nach der Linken, so wird der Zahn c durch B angehalten. Bei jedem Hin- und Hergange geht also das Rad um einen Zahn, bei jedem Pendelschlage also um eine halbe Zahnweite voran. Hat also das Rad 30 Zähne, so wird ein Zeiger, welcher an der Axe desselben befestigt ist, in 60 Sprüngen den ganzen Kreisumfang durchlaufen.

Die Axe des Ankers bildet nun nicht unmittelbar die Schwingungsaxe des Pendels. Dieses würde, in Zapfen sich bewegend, zu viel Reibung zu überwinden haben. Das Pendel ist vielmehr hinter dem Anker mittelst eines an dem Träger desselben eingeklemmten Stückchens einer Uhrfeder aufgehängt. An dem Anker aber ist eine Gabel befestigt, die mittelst eines Stiftes durch das Pendel geführt wird, wie die Figur zeigt.

Das Pendel hat bei seinen Oscillationen verschiedene Widerstände zu überwinden, weshalb es allmälig zur Ruhe kommt, wenn es für sich allein schwingt. Im Uhrwerk wird nun aber dem Pendel sein Bewegungsverlust dadurch stets ersetzt, daß der Zahn, an der schiefen Fläche des austretenden Ankerarmes hinschleifend, diesem eine kleine Beschleunigung mittheilt.

Eine solche Vorrichtung nennt man eine Hemmung oder ein Echappement.

Bei Taschenuhren ist das Gewicht durch eine gespannte Stahlfeder, das Pendel aber durch die Balance ersetzt, d. h. durch einen Metallring, welcher von einer vermöge ihrer Elasticität um ihre Gleichgewichtslage schwingenden Spiralfeder hin und her bewegt wird.

81 **Leistung oder Arbeit einer Kraft.** Wenn eine beschleunigende, d. h. eine fortdauernd wirkende Kraft auf einen Körper wirkt, so wird sie demselben eine beschleunigte Bewegung mittheilen, seine Geschwindigkeit nimmt zu, so lange der Bewegung des Körpers entweder gar keine Hindernisse entgegenstehen, oder dieselben doch der beschleunigenden Kraft noch nicht das Gleichgewicht halten.

Bei einem vollkommen frei fallenden Körper besteht die Arbeit, welche die Schwerkraft desselben hervorbringt, in der stetigen Vermehrung seiner Geschwindigkeit.

Halten sich im Zustande der Bewegung Kraft und Widerstand das Gleichgewicht, so tritt keine Beschleunigung ein, es wird eine gleichmäßige Bewegung stattfinden; die Arbeit, die Leistung der Kraft besteht nun in der Ueberwindung dieses Widerstandes.

Auf der einen Seite der Rolle der Fallmaschine (S. 122) hänge das Gewicht m, auf der anderen $m+r$, d. h. außer m noch das Gewicht r, welches gerade hinreicht, der Reibung an der Rolle das Gleichgewicht zu halten. Durch Auflegung eines Uebergewichts auf der Seite von $m+r$ wird nun eine beschleunigte Bewegung eingeleitet, welche von dem Augenblicke an, wo das Uebergewicht weggenommen wird, in eine gleichförmige übergeht; jetzt findet ein Gleichgewichtszustand Statt, die Arbeit des niedersinkenden Gewichtes $m+r$ auf der einen Seite besteht nun darin, das Gewicht m auf der anderen Seite zu heben und die Axenreibung zu überwinden.

Wenn eine Locomotive auf ebener Eisenbahn mit gleichmäßiger Geschwindigkeit einen Wagenzug fortführt, so besteht die Arbeit der Kraft in der Ueberwindung der Luft- und Reibungswiderstände, welche an allen einzelnen Wagen stattfinden.

Wenn ein Arbeiter, an einem Haspel arbeitend, einen Stein hebt, so besteht seine Arbeit in der Ueberwindung der Schwere des Steins und des Reibungswiderstandes an der Axe der Welle.

Beim Zermahlen des Getreides besteht die Arbeit in der Ueberwindung der Cohäsionskraft desselben.

Bei der Leistung einer Kraft kommen zweierlei Dinge in Betracht: 1) die Größe des Widerstandes, welcher überwunden werden soll, und 2) die Länge des Weges, auf welchem der Widerstand in jeder Zeiteinheit überwunden werden muß. Bei der Hebung von Lasten kommt es also darauf an, wie groß das Gewicht der zu hebenden Masse ist und wie hoch sie gehoben werden soll. Um die Kraft zu kennen, welche nöthig ist, um ein Fuhrwerk auf ebener Straße fortzuziehen, muß man die Größe des Reibungswiderstandes und die Länge des Weges kennen, welche in jeder Secunde zurückzulegen ist.

Bezeichnet man mit W die Leistung oder Arbeit einer Kraft, so ist sie gleich dem Product, welches man erhält, wenn man die Größe der constant wirkenden Kraft K, welche dem Widerstande das Gleichgewicht hält, mit dem in der Zeiteinheit zurückgelegten Weg S multiplicirt, es ist also $W = KS$.

Um die verschiedenen mechanischen Leistungen der Kräfte mit einander vergleichen zu können, muß man sie auf eine bestimmte Einheit beziehen; die zu überwindenden Widerstände vergleicht man deshalb mit der Hebung der Lasten und nimmt als Einheit der Kraftwirkung die verticale Hebung der Gewichtseinheit um die Längeneinheit.

Legt man das neufranzösische Maßsystem zu Grunde, so ist die Einheit der mechanischen Kraftwirkung das Kilogrammometer, d. h. die Hebung einer Last von 1 Kilogramm auf die Höhe von 1 Meter. Legt man Fuß und Pfund als Längen- und Gewichtseinheit zu Grunde, so ist das Fußpfund die Einheit, nach welcher man die Leistung einer Kraft schätzt.

Ein Mann z. B., welcher eine Last von 1 Centner auf eine Höhe von 70 Fuß hinaufträgt, hat eine mechanische Arbeit verrichtet, welche gleich $70 \times 100 = 7000$ Fußpfund ist.

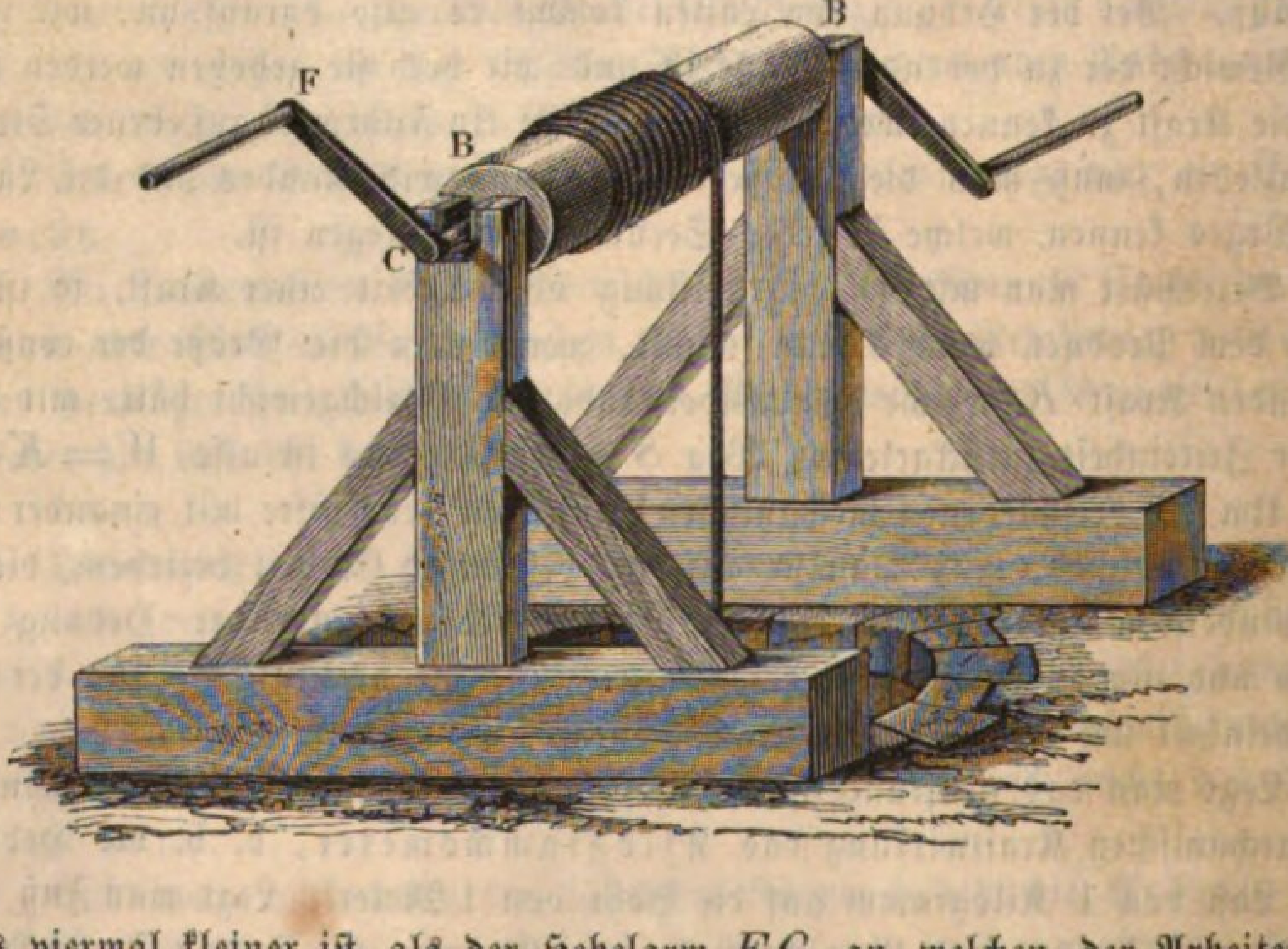
1 Kilogrammometer ist gleich 6,8 Fußpfund rheinländisch.

Im Durchschnitt kann ein Pferd eine Arbeit verrichten, welche gleich 75 Kilogrammometern per Secunde ist. Nach englischem Maß ist eine solche Pferdekraft 542, nach preußichem Maß 510 Fußpfund in der Secunde. Wenn man sagt, eine Dampfmaschine, ein Wasserrad oder irgend ein anderer Motor übe eine Kraft von 6 Pferdekräften aus, so heißt das, er verrichte per Secunde eine Arbeit von 6×75 Kilogrammometer, d. h. sämmtliche Widerstände, welche bei Umdrehung der Maschinenaxe überwunden werden müssen, sind gerade so groß, als ob durch die Umdrehung dieser Axe in jeder Secunde eine Last von 6×75 Kilogramm 1 Meter hoch gehoben werden sollte.

Der Nutzeffect einer Kraft, welche an einer mechanischen Potenz, etwa an einem Haspel, einem Flaschenzuge, einer Schraube wirkt, wird durch eine solche Maschine in keinerlei Weise vergrößert, d. h. die mechanische Arbeit, welche man mit Hülfe der Maschinen vollbringt, ist durchaus nicht größer als diejenige, welche die an der Maschine wirkende Kraft unmittelbar verrichtet.

An einem Seile z. B., welches um eine einfache Rolle geschlungen ist, kann ein Mann bequem eine Last von 25 Pfunden um $2^1/_2$ Fuß in der Secunde heben, also eine mechanische Arbeit von 62,5 Fußpfund per Secunde verrichten. Hängt aber die Last an einem Wellbaume, Fig. 158, dessen Ra-

Fig. 158.



dius viermal kleiner ist, als der Hebelarm FC, an welchen der Arbeiter angreift, so würde man zwar mit derselben Kraftanstrengung eine vierfache Last, jedoch auch mit viermal geringerer Geschwindigkeit heben können; drückt der Arbeiter an dem Hebel mit einer Kraft von 25 Pfund und legt er, mit der Hand diesen Druck ausübend, in jeder Secunde einen Weg von 2,5 Fuß zurück, verrichtet er also eine mechanische Arbeit von 62,5 Fußpfund, so wird

dadurch der 100 Pfund schwere Stein in jeder Secunde um $\frac{2,5}{4}$, also 0,625 Fuß hoch gehoben, der Nutzeffect ist also $100 \times 0,625 = 62,5$ Fußpfund, mithin gleich der mechanischen Arbeit, welche die Kraft unmittelbar verrichtet. Untersuchen wir die Wirkungsweise anderer Maschinen, der Schraube, des Flaschenzuges, der verschiedenen Räderwerke, so werden wir stets zu demselben Resultate gelangen, daß, was man auf der einen Seite an Kraft gewinnt, auf der anderen Seite an Geschwindigkeit verloren geht, daß also die mechanische Arbeit durch Maschinen durchaus nicht vermehrt wird.

Der Nutzeffect einer Maschine kann also höchstens der mechanischen Arbeit gleich sein, welche die Kraft unmittelbar hervorzubringen im Stande ist.

In der Praxis wird aber ein solcher Nutzeffect nie erreicht, weil immer ein Theil der Kraft zur Ueberwindung von Reibungswiderständen in der Maschine verbraucht wird, also für den Nutzeffect verloren geht. Die Maschinen dienen daher nur, um die Art der Bewegung zu verwandeln, nicht aber, um den Nutzeffect zu vergrößern.

Lebendige Kraft. Wenn ein Körper in Bewegung ist, so kommt er 82
nur dadurch zur Ruhe, daß äußere Kräfte dieser Bewegung einen Widerstand leisten; ein bewegter Körper kann also gewissermaßen als ein Kraftmagazin betrachtet werden, denn indem allmälig seine Geschwindigkeit abnimmt, überwindet er bald mehr bald weniger Widerstände, je nachdem seine Masse und und seine Geschwindigkeit größer oder kleiner war.

Wenn ein bewegter Körper einen gleichmäßig wirkenden Widerstand zu überwinden hat, wird er noch einen größeren oder kleineren Weg zurücklegen, ehe er zur Ruhe kommt, je nachdem der zu überwindende Widerstand groß oder klein ist. Um nun die Wirkungsfähigkeit eines bewegten Körpers zu messen, muß die Größe des Widerstandes durch irgend eine beliebige Einheit gemessen werden; für diese Einheit nimmt man gewöhnlich den Widerstand, welchen die Schwere dem verticalen Aufsteigen des Körpers entgegensetzt.

Wenn ein Körper von einer gewissen Höhe herabgefallen ist, so erlangt er dadurch eine solche Geschwindigkeit, daß, wenn er mit dieser Geschwindigkeit vertical aufwärts geworfen würde, er bis zu derselben Höhe stiege, von welcher er herabgefallen ist.

Darauf beruht ja das Pendel; in der Gleichgewichtslage kommt es mit einer solchen Geschwindigkeit an, daß es auf der anderen Seite eben so hoch steigt, als es zuvor herabgefallen war.

Gesetzt, eine Kugel von 6 Pfund sei 135 Fuß hoch frei herabgefallen, so hat sie eine solche Geschwindigkeit erlangt, daß sie vermöge derselben wieder 135 Fuß steigen würde; sie kann also einen mechanischen Effect ausüben, welcher der Hebung einer Last von 6 Pfund auf die Höhe von 135 Fuß gleich ist.

Den Fallraum von 135′ durchläuft ein frei fallender Körper in 3 Secunden; die Geschwindigkeit, die er in dieser Zeit erlangt, ist 90′. Wenn nun die Kugel von 6 Pfund überhaupt eine Geschwindigkeit von 90′ hat, gleich-

viel auf welche Weise sie dieselbe erlangte, so kann sie vermöge dieser Geschwindigkeit einen mechanischen Effect ausüben, welcher der Hebung von 6 Pfund auf die Höhe von 135′ gleich ist.

Man nennt lebendige Kraft eines in Bewegung begriffenen Körpers das Product seiner Masse in die Höhe, zu welcher er, vermöge seiner Geschwindigkeit, vertical aufsteigen würde.

In dem eben besprochenen Beispiel ist also 6 × 135 = 810 Fußpfund die lebendige Kraft der 6pfündigen Kugel, welche 90′ Geschwindigkeit hat.

Nach den Beziehungen zwischen Fallraum und Geschwindigkeit, welche wir oben (S. 121) kennen lernten, ist

$$s = \frac{v^2}{2g},$$

wenn s den Fallraum, v die zugehörige Geschwindigkeit und g die Endgeschwindigkeit der ersten Fallsecunde bezeichnet; wenn ein Körper von der Masse M die Geschwindigkeit v hat, so ist demnach seine lebendige Kraft W

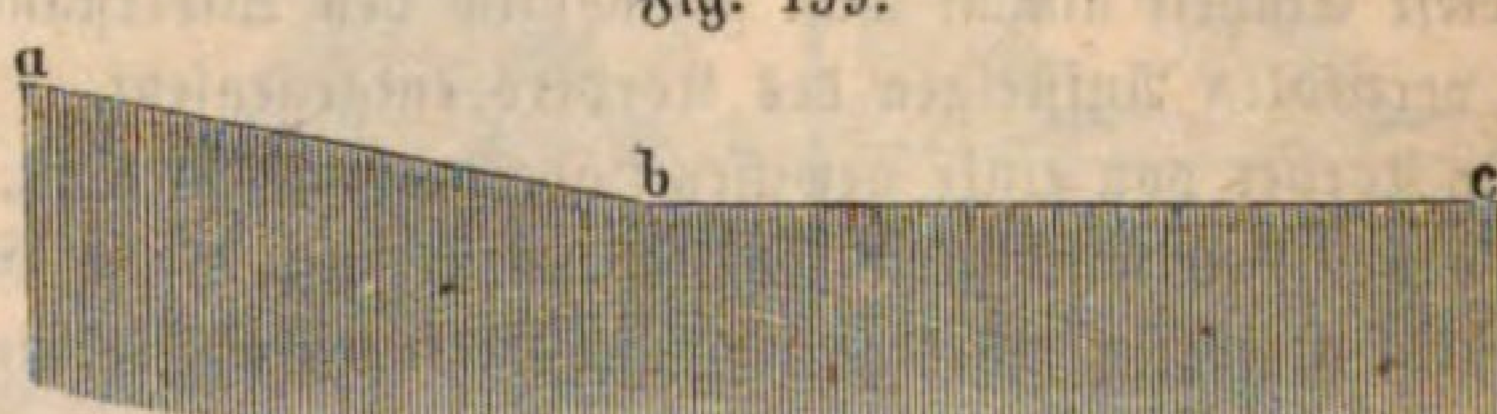
$$W = Ms = M\frac{v^2}{2g}.$$

Die lebendige Kraft eines Körpers ist dem Quadrat seiner Geschwindigkeit proportional.

Weiß man, wie hoch ein Körper, der eine bestimmte Geschwindigkeit hat, vermöge derselben vertical aufsteigen würde, so kann man leicht berechnen, wie weit er sich noch fortbewegen wird, wenn ein größerer oder kleinerer Widerstand als der seiner Schwerkraft zu überwinden ist; in demselben Verhältniß, in welchem der Widerstand geringer ist, wird der noch zu durchlaufende Weg größer.

Eine Eisenbahn bilde z. B. von a bis b, Fig. 159, eine schiefe Ebene, von b bis c aber laufe sie horizontal fort. Ein einzelner Wagen komme auf

Fig. 159.



der schiefen Ebene herabrollend bei b mit einer Geschwindigkeit von 30′ in der Secunde an, so ist leicht zu berechnen, wie weit er noch auf der horizontalen Bahn fortrollen wird, ehe er zur Ruhe kommt, wenn die Reibung $^1/_{300}$ der Last ist. Nach der Formel $s = \frac{v^2}{2g}$ ist die Höhe, zu welcher er vermöge der Geschwindigkeit von 30′ vertical aufsteigen würde, $s = \frac{900}{60} = 15'$; der Widerstand der Reibung, welcher beim Fortrollen auf der Bahn überwunden werden muß, ist aber 300mal geringer als derjenige, welchen die Schwere dem verti-

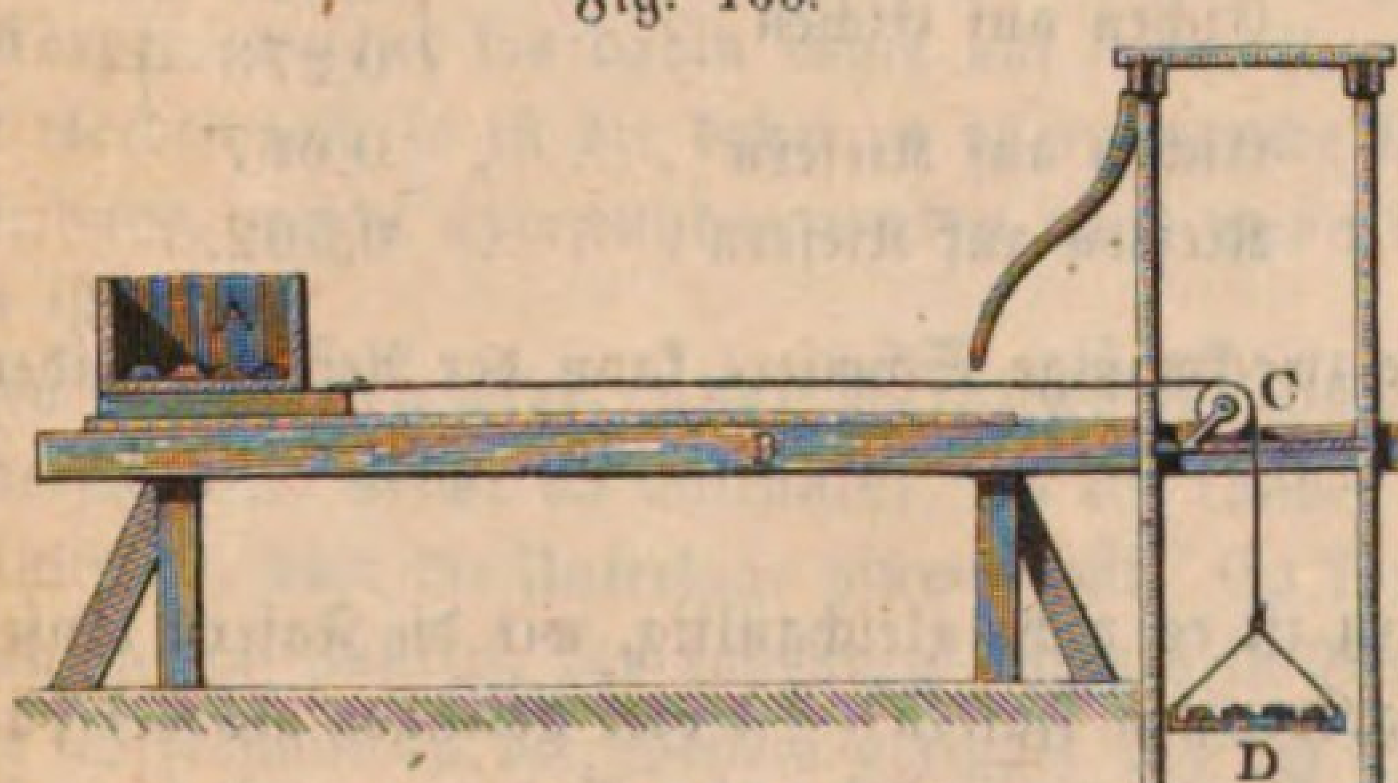
calen Aufsteigen entgegensetzt, der Wagen wird also noch 15′ × 300 = 4500′ fortlaufen, ehe er zur Ruhe kommt.

Hindernisse der Bewegung. Ein schon mehrfach besprochener Wider- 83
stand, welcher fast auf alle Bewegungen einen bedeutenden Einfluß ausübt, ist die Reibung. Um eine nur etwas große Last auf einer horizontalen Ebene fortzuschleifen, ist ein bedeutender Kraftaufwand nöthig, welcher lediglich von den Reibungswiderständen herrührt. Wäre die Ebene sowohl, auf welcher die Last fortgeschleift werden soll, als auch die Unterflächen der Last selbst absolut hart und glatt (was in der Natur nie der Fall ist), so könnte die kleinste Kraft die größte Last in Bewegung setzen, und einmal angestoßen, müßte sich die Last mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf der horizontalen Ebene fortbewegen.

Die Reibung rührt unstreitig daher, daß die Erhabenheiten einer jeden der über einander hingleitenden Flächen in die Vertiefungen der anderen eingreifen. Wenn nun Bewegung stattfinden soll, so müssen entweder die hervorragenden Theilchen von der Masse ihres Körpers abgerissen, oder der eine Körper muß fortwährend über die Unebenheiten des andern hinweggehoben werden. Ersteres findet Statt, wenn die reibenden Flächen sehr rauh, Letzteres, wenn sie mehr geglättet sind. Je glatter die reibenden Flächen sind, desto mehr Einfluß gewinnt die Adhäsion, welche namentlich bei Anwendung von flüssiger und halbflüssiger Schmiere von Bedeutung wird.

Um Versuche über gleitende Reibung anzustellen, wandte Coulomb den Fig. 160 dargestellten Apparat an. Ein Kästchen *A*, welches man nach Be-

Fig. 160.



lieben mit Gewichten belasten kann, ruht auf zwei horizontalen Schienen, welche neben einander gelegt sind. Eine an dem Kästchen befestigte Schnur geht über eine Rolle *C* und trägt an ihrem freien Ende eine Wagschale *D*, auf welche so lange Gewichte zugelegt werden, bis dadurch das Kästchen *A* in Bewegung gesetzt wird.

Nehmen wir an, die untere Fläche des Kästchens sei durch eine eiserne Platte gebildet und die Schienen seien gleichfalls von Eisen; ferner betrage das Gewicht des Kästchens *A* sammt Allem, was darin liegt, 25 Pfund, so wird die Bewegung eintreten, sobald das auf die Wagschale *D* aufgelegte Gewicht sammt dem Gewichte der Wagschale 7 Pfund beträgt. Die zur Ueber-

windung der Reibung hier anzuwendende Kraft beträgt also in diesem Falle $^7/_{25}$ oder 28 Procent der Last.

Wäre das Gewicht des Kästchens A 2mal, 3mal so groß gewesen, so hätte an der Schnur auch eine doppelte, dreifache Kraft ziehen müssen, um die Reibung zu überwinden, und so ergiebt sich:

1) Die Reibung ist dem Drucke proportional, mit welchem die Flächen, welche über einander hergleiten sollen, auf einander gedrückt werden.

Hätte man, ohne sonst etwas zu ändern, die eisernen Schienen breiter oder schmäler gemacht, so würde man doch immer zu demselben Resultate gekommen sein, d. h. zur Ueberwindung der Reibung würden immer 28 Procent der Last nöthig gewesen sein, und so ergiebt sich:

2) Die Reibung ist unabhängig von der Ausdehnung der reibenden Flächen.

Die Zahl, welche angiebt, der wievielte Theil der Last zur Ueberwindung der Reibung verwandt werden muß, wird der Reibungscoefficient genannt. Für Eisen auf Eisen ist dieser Coefficient, wie wir gesehen haben, 0,28 oder genauer 0,277; der Reibungscoefficient ändert sich jedoch mit der Natur der reibenden Flächen. Die folgende Tabelle enthält einige der in der Praxis wichtigsten Reibungscoefficienten.

Eisen auf Eisen	0,277
Eisen auf Messing . . .	0,263
Eisen auf Kupfer . . .	0,170
Eichen auf Eichen . . .	0,418 =
	0,273 +
Eichen auf Kiefern . . .	0,667
Kiefern auf Kiefern . . .	0,562.

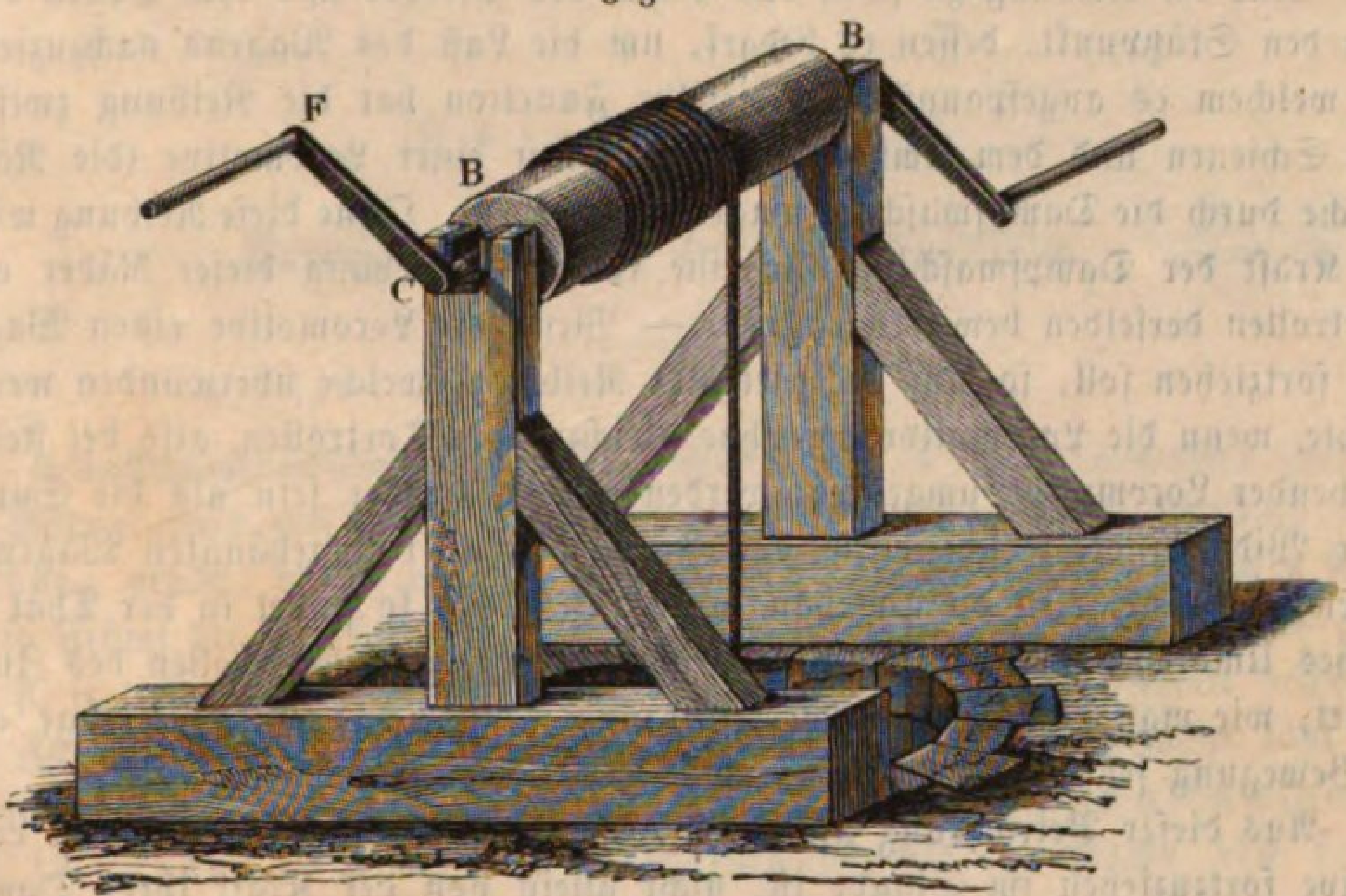
Durch eine zweckmäßige Schmiere kann der Reibungswiderstand noch verringert werden. Für Metalle ist Oel, für Holz hingegen Talg das beste Schmiermittel.

Bei Hölzern ist es nicht gleichgültig, wie die Fasern laufen; die Reibung ist nämlich bei gekreuzten Fasern (+) viel geringer als bei parallelen (=).

Gleitende Reibung findet unter Anderem auch überall da Statt, wo Zapfen in ihren Pfannen gedreht werden. Untersuchen wir z. B. den Effect der Reibung an dem schon öfter betrachteten Haspel (Fig. 161). Das Gewicht des Wellbaumes selbst mit Allem, was daran befestigt ist, betrage 75 Pfd., der zu hebende Stein wiege 100 Pfd., also die am Hebel F wirkende Kraft 25 Pfd., so ist der Gesammtdruck, welchen die Zapfenlager auszuhalten haben, $75 + 100 + 25 = 200$ Pfd. Wenn die Zapfenlager von Messing, die Zapfen aber von Eisen sind, so beträgt der Reibungswiderstand, welcher am Umfange der Zapfen wirkt, 26,3 Proc., der Effect der Reibung ist also derselbe, als ob man statt ihrer um den Zapfen eine Schnur in derselben Richtung geschlungen hätte, wie das Seil, welches die Last trägt, und an dieser Schnur ein Gewicht

$200 \times 0{,}263$ oder 52,6 Pfd. angehängt hätte; oder als wenn die am Umfange des Wellbaumes wirkende Last um $\frac{52{,}6}{5} = 10{,}5$ Pfd. größer gewesen wäre, vorausgesetzt nämlich, daß der Durchmesser des Zapfens $^1/_5$ vom Durch-

Fig. 161.



messer des Wellbaumes ist. Es werden also bei diesem Haspel circa 10 Procent der angewandten Kraft für die Ueberwindung der Reibungswiderstände verzehrt.

Wenn ein Körper, welcher bis dahin ruhig auf seiner Unterlage lag, in Bewegung gesetzt werden soll, so ist die dabei zu überwindende Reibung etwas größer als die Reibung, welche überwunden werden muß, wenn die Bewegung bereits eingeleitet ist.

Von der eben betrachteten gleitenden Reibung ist nun die wälzende Reibung zu unterscheiden, welche da stattfindet, wo ein runder Körper, etwa eine Kugel, ein Cylinder, über die Unterlage hinwegrollt. Es kommt dabei die Unterlage stets mit neuen Punkten des rollenden Körpers in Berührung. Der hierbei entstehende Widerstand ist bei Weitem geringer als der Widerstand der gleitenden Reibung.

Bei einem Wagenrade findet wälzende Reibung am Umfange des Rades, gleitende Reibung aber an den Axen Statt. Beide Widerstände werden um so geringer, je größer der Durchmesser der Räder ist.

Nutzen und Anwendung der Reibung. Wir haben bisher die 84
Reibung bloß als Bewegungshinderniß betrachtet, welches den Nutzeffect der Maschinen vermindert; die Reibung ist uns aber auch in vielen Fällen von großem Nutzen, und man macht im praktischen Leben vielfach Anwendung von derselben.

Ohne Reibung könnten wir weder gehen noch stehen, wir könnten ohne

dieselbe keinen Gegenstand fest in der Hand halten, und ohne Reibung würde kein Nagel, keine Schraube halten.

Daß die Bewegung eines Rades mittelst einer Schnur oder eines Riemens auf ein anderes übertragen werden kann, wie es z. B. bei der Drehbank stattfindet, beruht nur auf der Reibung.

Nur die Reibung zwischen den Hufen des Pferdes und dem Boden bietet ihm den Stützpunkt, dessen es bedarf, um die Last des Wagens nachzuziehen, an welchem es angespannt ist. Dieselbe Function hat die Reibung zwischen den Schienen und dem Umfang der Treibräder einer Locomotive (die Räder, welche durch die Dampfmaschine umgedreht werden). Ohne diese Reibung würde die Kraft der Dampfmaschine nur eine rasche Umdrehung dieser Räder ohne Fortrollen derselben bewirken können. — Wenn die Locomotive einen Wagenzug fortziehen soll, so muß die gleitende Reibung, welche überwunden werden müßte, wenn die Locomotivräder ohne gleichzeitiges Fortrollen, also bei stehenbleibender Locomotive umgedreht werden sollten, größer sein als die Summe aller Widerstände, welche durch das Fortziehen aller angehängten Wagen zu überwinden sind. Ist die angehängte Last zu groß, so findet in der That ein rasches Umdrehen der Locomotivräder ohne gleichzeitiges Fortrollen des Zuges Statt, wie man dies öfters bemerken kann, wenn sich große Güterzüge eben in Bewegung setzen.

Aus dieser Betrachtung geht auch hervor, daß die Last, welche eine Locomotive fortzuziehen im Stande ist, nicht allein von der Kraft ihrer Dampfmaschine, sondern auch von ihrem Gewichte abhängt. Nehmen wir an, zwei Locomotiven hätten gleich starke Maschinen, die eine sei aber schwerer als die andere, so wird man mit der schwereren eine größere Last fortziehen können.

Achtes Capitel.

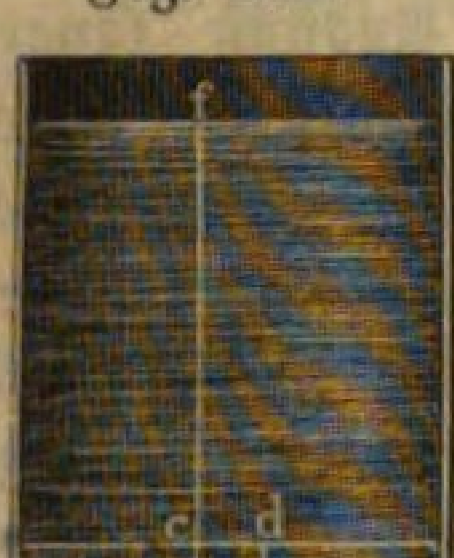
Bewegungsgesetze der Flüssigkeiten.

Ausflussgeschwindigkeit. Wenn man in die Seitenwand oder in 85
den Boden eines mit einer Flüssigkeit gefüllten, oben offenen Gefäßes eine Oeffnung macht, welche im Vergleich mit den Dimensionen des Gefäßes klein ist, so strömt die Flüssigkeit mit einer Geschwindigkeit aus, welche um so größer ist, je tiefer sich die Oeffnung unter dem Spiegel der Flüssigkeit befindet. Der Zusammenhang zwischen Ausflußgeschwindigkeit und Druckhöhe läßt sich am einfachsten auf folgende Weise ausdrücken: Die Ausflußgeschwindigkeit ist gerade so groß wie die Geschwindigkeit, welche ein freifallender Körper erlangen würde, wenn er von dem Spiegel der Flüssigkeit bis zur Ausflußöffnung herabfiele.

Dieser Satz ist unter dem Namen des Toricelli'schen Theorems bekannt. Er läßt sich auf folgende Weise ableiten.

Wenn die Flüssigkeitsschicht *abcd*, Fig. 162, welche sich unmittelbar über der Oeffnung *ab* befindet, frei herabfiele, ohne durch die über ihr lastende Flüssigkeit beschleunigt zu sein, so würde sie die Oeffnung mit derjenigen Geschwindigkeit verlassen, welche der Höhe *ac* entspricht, die wir mit h bezeichnen wollen. Diese Geschwindigkeit ist $v = \sqrt{2gh}$ (Seite 124). Nun aber ist die ausströmende Schicht nicht bloß durch ihre eigene Schwere beschleunigt, sondern durch die Schwere der ganzen auf ihr lastenden Flüssigkeit. Die beschleunigende Kraft der Schwere g verhält sich demnach zur beschleunigenden Kraft g', welche die flüssigen Theilchen wirklich austreibt, wie *ac* zu *af* oder wie h zu s, wenn die Druckhöhe mit s bezeichnet wird, d. h.

Fig. 162.



$$h : s = g : g',$$

und also ist die auf die ausfließende flüssige Schicht wirkende beschleunigende Kraft $g' = \frac{g}{h}\,s$. Wenn aber die beschleunigende Kraft, welche auf die ausfließende Schicht wirkt, nicht g, sondern g' ist, so ist auch die Ausflußgeschwindigkeit $v' = \sqrt{2g'h}$; und wenn wir in diesen Werth von v' den eben abgelei-

teten Werth g' setzen, so erhalten wir für die Ausflußgeschwindigkeit den Werth:

$$v' = \sqrt{2gs}.$$

Dies ist aber dieselbe Geschwindigkeit, welche ein Körper erlangt, wenn er eine Höhe s frei durchfällt.

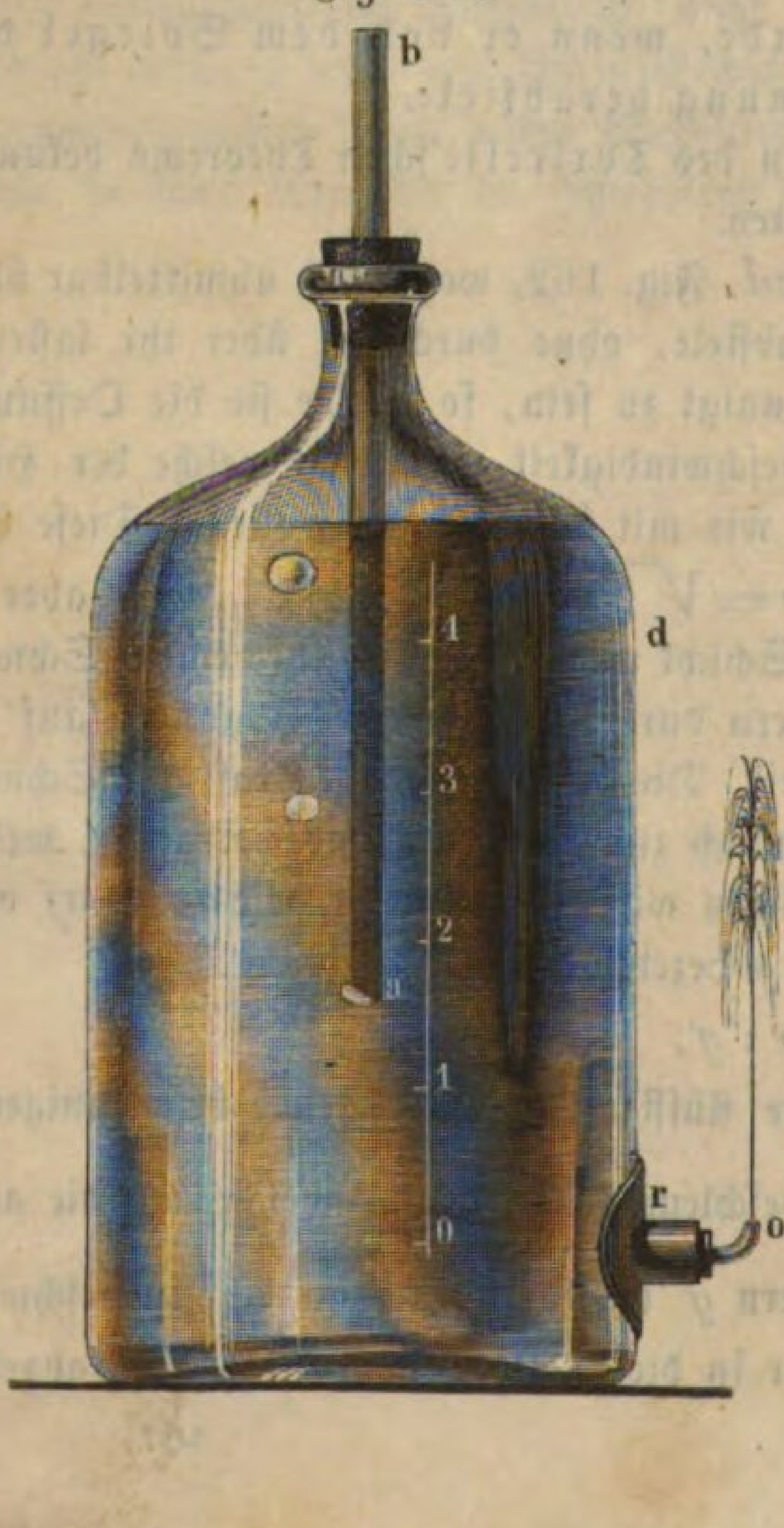
Aus diesem Satze folgt unmittelbar:

1) Die Ausflußgeschwindigkeit hängt nur von der Tiefe der Oeffnung unter dem Niveau, aber nicht von der Natur der Flüssigkeit ab. Bei gleichen Druckhöhen muß also Wasser und Quecksilber gleich schnell ausfließen. Jede Quecksilberschicht wird zwar durch einen Druck ausgetrieben, welche 13,6mal so groß ist als beim Wasser, dagegen ist aber auch die Masse eines jeden Quecksilbertheilchens, welches ausfließt, 13,6mal größer als die eines gleich großen Wassertheilchens.

2) Die Ausflußgeschwindigkeiten verhalten sich wie die Quadratwurzeln der Druckhöhen. Aus einer Oeffnung, welche 100 Centimeter unter dem Wasserspiegel liegt, muß also das Wasser mit 10mal größerer Schnelligkeit ausfließen als aus einer anderen, welche nur 1 Centimeter unter dem Niveau liegt.

86 **Versuche über Ausflussgeschwindigkeit.** Um Versuche über Ausflußgeschwindigkeit anzustellen, kann man den Apparat Fig. 163 anwenden.

Fig. 163.



An einer großen Glasflasche mit verticalen Wänden ist unten seitlich ein Loch gemacht und auf dieses eine Messingeinfassung mit einem kurzen Messingrohre r aufgekittet. Das Röhrenstück r dient zur Aufnahme der Ausflußöffnungen.

Damit der Ausfluß längere Zeit unter unverändertem Druck stattfinde, wird der Hals der Flasche mittelst eines Korkes verschlossen, durch welchen eine oben und unten offene Glasröhre hindurchgeht, deren untere Oeffnung a sich unter dem Wasserspiegel befindet. In dem Maße nun, als unten Wasser ausfließt, dringt die Luft durch die Glasröhre $b\,a$ ein, indem fortwährend Luftblasen von a in den oberen Theil der Flasche aufsteigen; auf diese Weise ist aber die ganze Wassermasse von a aufwärts durch den Luftdruck äqui-

librirt, so daß nur die Höhe der Flüssigkeitssäule von a bis zur Ausflußöffnung herunter die Ausflußgeschwindigkeit bedingt.

Es ist nun auf der Flasche eine Theilung angebracht, deren Nullpunkt in der Höhe der Ausflußöffnung liegt, während die folgenden Theilstriche 1, 2, 3 u. s. w. Decimeter über demselben angebracht sind (man kann natürlich für diese Theilung auch jede andere Längeneinheit anwenden). Der Ausfluß wird nun mit einer Geschwindigkeit stattfinden, welche einer Druckhöhe von 1, 2, 3 oder 4 Decimetern entspricht, wenn man die Röhre so stellt, daß ihr unteres Ende sich in der Höhe des Theilstriches 1, 2, 3 oder 4 befindet.

Um einen Wasserstrahl vertical in die Höhe springen zu lassen, kann man ein gebogenes kurzes Glasröhrchen mittelst eines Korkes in r einsetzen, wie es die Figur zeigt. Hat man nun die Glasröhre $a\,b$ so hoch in die Höhe gezogen, daß ihr unteres Ende sich in der Höhe des Theilstriches 4 befindet, so soll nach dem Gesetze des vorigen Paragraphen die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus der Oeffnung o hervorspringt, dieselbe sein, welche ein Körper erlangt, wenn er von der Höhe des Striches d bis o herabfällt; man sollte also erwarten, daß der Wasserstrahl auch bis zur Höhe d aufsteigen würde, was jedoch nicht der Fall ist.

Daß der aufsteigende Wasserstrahl die theoretische Höhe nicht erreicht, daran sind jedoch nur die Bewegungshindernisse Schuld; den wesentlichsten Einfluß übt das vom Gipfel wieder herabfallende Wasser aus, indem es das freie Aufsteigen des nachfolgenden Wassers hindert; deshalb steigt auch der Strahl augenblicklich höher, sobald man die Ausflußöffnung so wendet, daß der ausfließende Strahl einen ganz kleinen Winkel mit der Verticalen macht, daß also das Wasser neben dem aufsteigenden Strahle herabfällt. In diesem Falle kann unter günstigen Umständen, d. h. wenn möglichst wenig Reibung stattfindet, der Strahl ein Höhe erreichen, welche 0,9 der Druckhöhe ist.

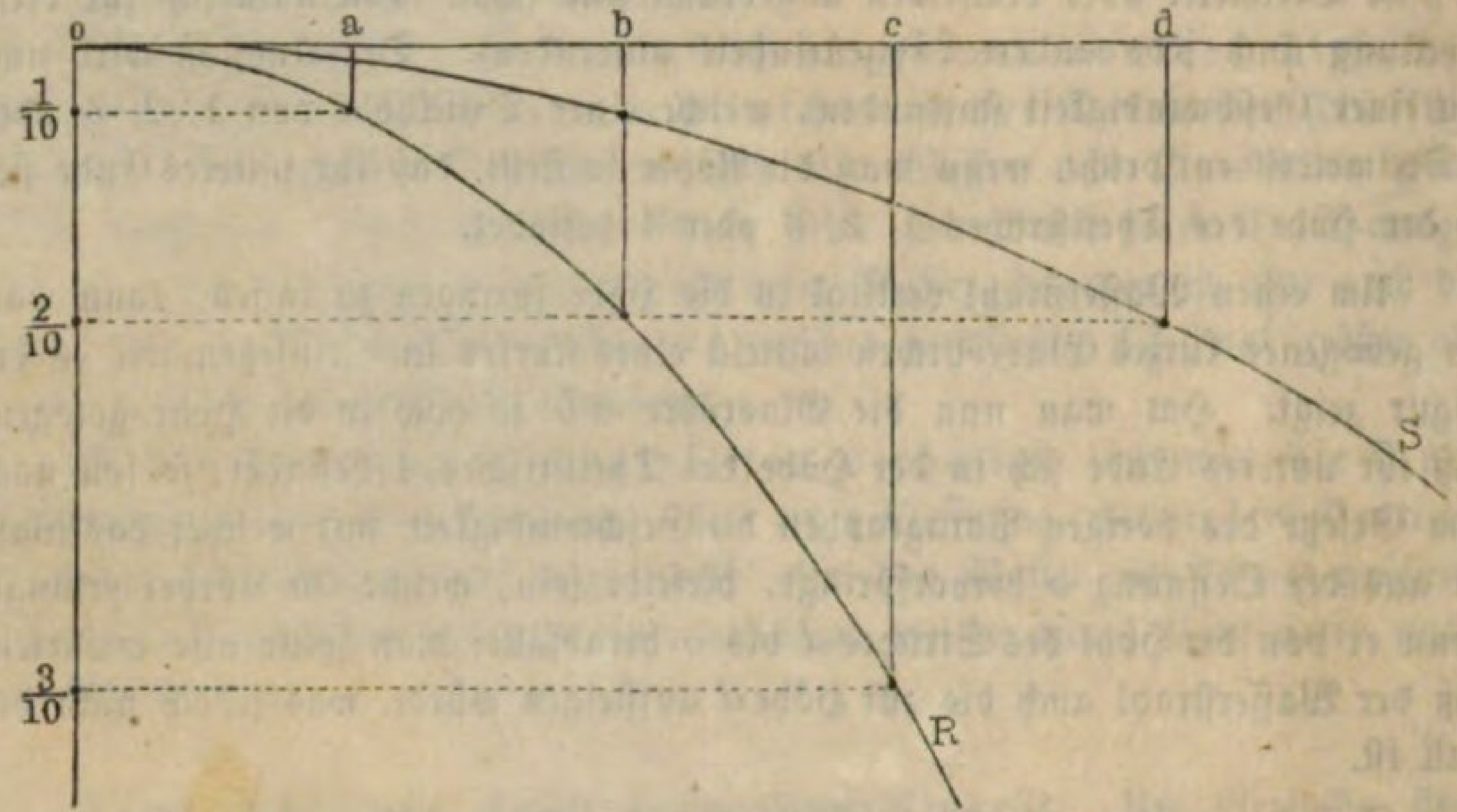
Um einen horizontal ausfließenden Wasserstrahl zu erhalten, wird an das Röhrchen r eine dünne Messingplatte angeschraubt, in deren Mitte sich eine kreisförmige Oeffnung von gemessenem Durchmesser befindet.

Daß der horizontal ausströmende Wasserstrahl wirklich die Geschwindigkeit hat, welche ihm nach dem Toricelli'schen Gesetze zukommt, geht daraus hervor, daß er wirklich die Parabel beschreibt, welche dieser Ausflußgeschwindigkeit entspricht.

In Fig. 164 (a. f. S.) ist die Parabel des horizontal ausfließenden Wasserstrahls für eine Druckhöhe von 1 und eine solche von 4 Decimetern in $^1/_{10}$ der natürlichen Größe dargestellt, wie sie die Construction giebt, wenn man die Ausflußgeschwindigkeit nach dem Toricelli'schen Gesetze berechnet. Führt man diese Figuren in der 10fachen Größe aus, so kann man die gezeichnete Curve hinter den unter den angegebenen Bedingungen ausfließenden Wasserstrahl halten und sich so überzeugen, daß derselbe wirklich die vorgeschriebene Bahn beschreibt, wodurch dann das im vorigen Paragraphen verhandelte Gesetz bestätigt ist.

Für eine Druckhöhe von 0,1 Meter ist die Ausflußgeschwindigkeit $\sqrt{2 . 9,8 . 0,1} = 1,4^{m}$, für die 4fache Druckhöhe die Ausflußgeschwindigkeit 2,8 Meter.

Fig. 164.



87 **Ausflussmenge.** Die Wassermenge, welche aus einer Oeffnung in einer gegebenen Zeit hervorspringt, hängt offenbar von der Größe der Oeffnung und der Ausflußgeschwindigkeit ab. Wenn alle Wassertheilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit passirten, welche nach dem Toricelli'schen Theorem der Druckhöhe entspricht, so würde die in einer Secunde ausfließende Wassermenge einen Cylinder bilden, dessen Basis gleich der Oeffnung und dessen Höhe gleich dem Wege ist, den ein Wassertheilchen vermöge seiner Geschwindigkeit in einer Secunde zurücklegt. Dieser Weg ist aber die Ausflußgeschwindigkeit selbst, also $\sqrt{2gs}$, und wenn wir nun den Flächeninhalt der Oeffnung mit f bezeichnen, so ist die Ausflußmenge in einer Secunde

$$m = f . \sqrt{2gs}.$$

Nehmen wir an, die Oeffnung, welche bei r, Figur 163, angeschraubt worden ist, sei kreisförmig; der Durchmesser des Kreises sei 5 Millimeter, so ist der Flächeninhalt der Oeffnung $f = 19,625$ Quadratmillimeter oder 0,19625 Quadratcentimeter; wenn die Druckhöhe 10 Centimeter ist, so ist, wie wir schon berechnet haben, die Ausflußgeschwindigkeit 1,4 Meter = 140 Centimeter, also

$$m = 0,19625 \times 140 = 27,475 \text{ Cubikcentimeter.}$$

In einer Minute müßten also 1648,5 Cubikcentimeter oder 148,5 Cubikcentimeter mehr als $1^1/_2$ Liter ausfließen.

Eine gleich große Oeffnung, welche 40 Centimeter unter dem Wasserspiegel liegt, müßte in einer Minute doppelt so viel, also 3 Liter und 297 Cubikcentimeter Wasser geben.

Stellt man den Versuch an, so findet man, daß die obere Oeffnung nur ungefähr 1 Liter und 55 Cubikcentimeter, die untere aber nur 2 Liter und 110 Cubikcentimeter giebt.

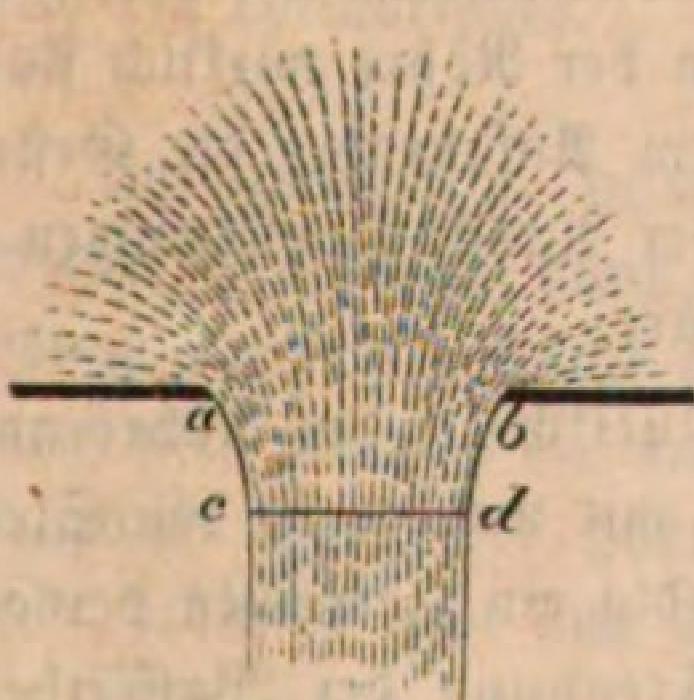
Diese Differenz zwischen der sogenannten theoretischen und der beobachteten Ausflußmenge beweist unwiderleglich, daß nicht alle Wassertheilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit passiren, welche der Druckhöhe entspricht. In der That haben im Querschnitte der Oeffnung nur die in der Mitte sich befindenden Wasserfäden diese Geschwindigkeit, während sie für die mehr nach dem Rande der Oeffnung hin ausfließenden geringer ist, wie dies auch nothwendig nach der folgenden Betrachtung sein muß.

In einem weiten Gefäße mit enger Oeffnung kann die ganze flüssige Masse, mit Ausnahme der in der Nähe der Oeffnung befindlichen Theile, als ruhend betrachtet werden. Die nach einander ausströmenden Schichten beginnen also ihre Bewegung nicht zu gleicher Zeit, die vordersten haben bereits das Maximum der Geschwindigkeit erreicht, während die hintersten erst ihre Bewegung beginnen. Es würde dies ein Zerreißen der auf einander folgenden Schichten zur Folge haben, wenn sich leere Räume bilden könnten. Weil dies aber nicht möglich ist, so ziehen sich die einzelnen Schichten mehr in die Länge, während ihr Durchmesser abnimmt; in dem Maße aber, als der Querschnitt dieser Schichten sich vermindert, müssen andere Wassertheilchen von den Seiten zufließen; da diese aber ihre Bewegung erst später beginnen, so ist klar, daß sie mit einer geringeren Geschwindigkeit in der Oeffnung selbst ankommen, als die centralen Wasserfäden.

Während also der Kern des ausfließenden Strahls in dem Momente, in welchem er die Oeffnung verläßt, die der Druckhöhe entsprechende Geschwindigkeit hat, ist er von Wasserfäden umgeben, deren Geschwindigkeit um so geringer ist, je näher sie dem Rande der Oeffnung sind: und daraus folgt dann, daß die Ausflußmenge geringer sein muß, als wenn alle Theilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit des Kernstrahls verließen.

Eine Folge davon, daß die centralen Wasserfäden beim Durchgange durch die Oeffnung eine größere Geschwindigkeit haben als die Randfäden, und daß letztere zugleich noch mit einer nach der Mitte des Wasserstrahls gerichteten Geschwindigkeit behaftet sind, ist auch, daß der ausfließende Wasserstrahl nicht vollkommen cylindrisch ist, sondern daß er sich vor der Oeffnung zusammenzieht, wie dies Fig. 165 dargestellt ist. Bei cd beträgt der Querschnitt des Wasserstrahls ungefähr noch $^2/_3$ vom Flächeninhalte der Oeffnung. Ebenso beträgt die wirkliche Ausflußmenge ungefähr $^2/_3$ der theoretischen.

Fig. 165.



Einfluss der Ansatzröhren auf die Ausflussmenge. Wenn 88
der Ausfluß nicht durch Oeffnungen geschieht, welche in eine dünne Wand ge-

macht sind, sondern durch kurze Röhren, so finden merkwürdige Modificationen Statt, die wir jetzt näher betrachten wollen.

Wenn eine Ansatzröhre genau die Gestalt des freien Strahls von der Oeffnung bis zu der Stelle hat, von welcher an die Contraction nicht mehr merklich zunimmt, so übt sie gar keinen Einfluß auf die Ausflußmenge aus.

Durch cylindrische Ansatzröhren fließt der Strahl entweder frei durch, wie durch eine Oeffnung von gleichem Durchmesser, und in diesem Falle übt die Röhre keinen Einfluß aus, oder das Wasser hängt sich an die Wände der Röhre, so daß die Flüssigkeit die ganze Röhre ausfüllt und ein Strahl vom Durchmesser der Röhre ausfließt; in diesem Falle veranlaßt die Ansatzröhre eine Vermehrung der Ausflußmenge. Während eine Oeffnung in dünner Wand 0,64 der theoretischen Ausflußmenge giebt, erhält man durch eine solche cylindrische Ansatzröhre von gleichem Durchmesser 84 Procent, vorausgesetzt, daß die Länge der Röhre ihrem vierfachen Durchmesser gleich ist. Bei geringer Druckhöhe ist der Strahl stets anhängend, bei großer Druckhöhe hingegen ist er frei. Bei mittlerem Drucke kann man ihn nach Belieben bald frei, bald anhängend machen; ein geringes Hinderniß stellt das Anhängen her, und oft reicht ein ganz schwacher Stoß hin, um den Strahl wieder frei zu machen.

Ein conisches Ansatzrohr wirkt, im Falle es voll ausfließt, wie ein cylindrisches, nur bewirkt es eine noch größere Vermehrung der Ausflußmenge.

Die Ausflußgeschwindigkeit wird durch cylindrische oder conische Ansatzröhren in demselben Verhältnisse vermindert, in welchem die Ausflußmenge vermehrt wird.

Es ist jetzt noch zu untersuchen, wie es kommt, daß Ansatzröhren die Ausflußmenge auf die erwähnte Weise vermehren, die Ausflußgeschwindigkeit dagegen vermindern.

Indem das Wasser in das Ansatzrohr einströmt, erleidet es eine Contraction, wie wenn es aus einer Oeffnung in dünner Wand ausflösse; weiterhin aber, sobald einmal die Röhrenwände benetzt sind, bewirkt die Adhäsion an die Röhrenwände, daß sich die Ansatzröhre vollständig ausfüllt, und somit ist der Querschnitt des Strahles durch das Ansatzrohr vergrößert, er ist beim Austritte aus dem Rohre größer als an der Stelle der Contraction, wie man dies in Fig. 166 sieht. Daß eine solche Contraction in der Röhre wirklich stattfinden muß, geht daraus hervor, daß, wenn man dem Ansatzrohre die Gestalt des contrahirten Strahles giebt, wie in Fig. 167, der Ausfluß vollkommen so stattfindet, als ob das Ansatzrohr ganz cylindrisch wäre.

Wenn nun die Wassertheilchen, den ganzen Querschnitt der Röhre ausfüllend, dieselbe mit der Geschwindigkeit verließen, mit welcher sie die Stelle der größten Contraction passiren, so müßte nothwendig ein Zerreißen der auf einander folgenden Wasserschichten eintreten. Die Trennung der Wassertheilchen, also die Bildung von leeren Räumen, wird aber durch den Druck der Luft verhindert, welcher den Einfluß der Wassertheilchen in das Rohr beschleunigt, dagegen aber auch den Ausfluß aus demselben verzögert. Durch den

Druck der Luft werden die ausfließenden Wassertheilchen so viel zurückgehalten, daß dadurch ein voller Ausfluß möglich wird.

Fig. 166.

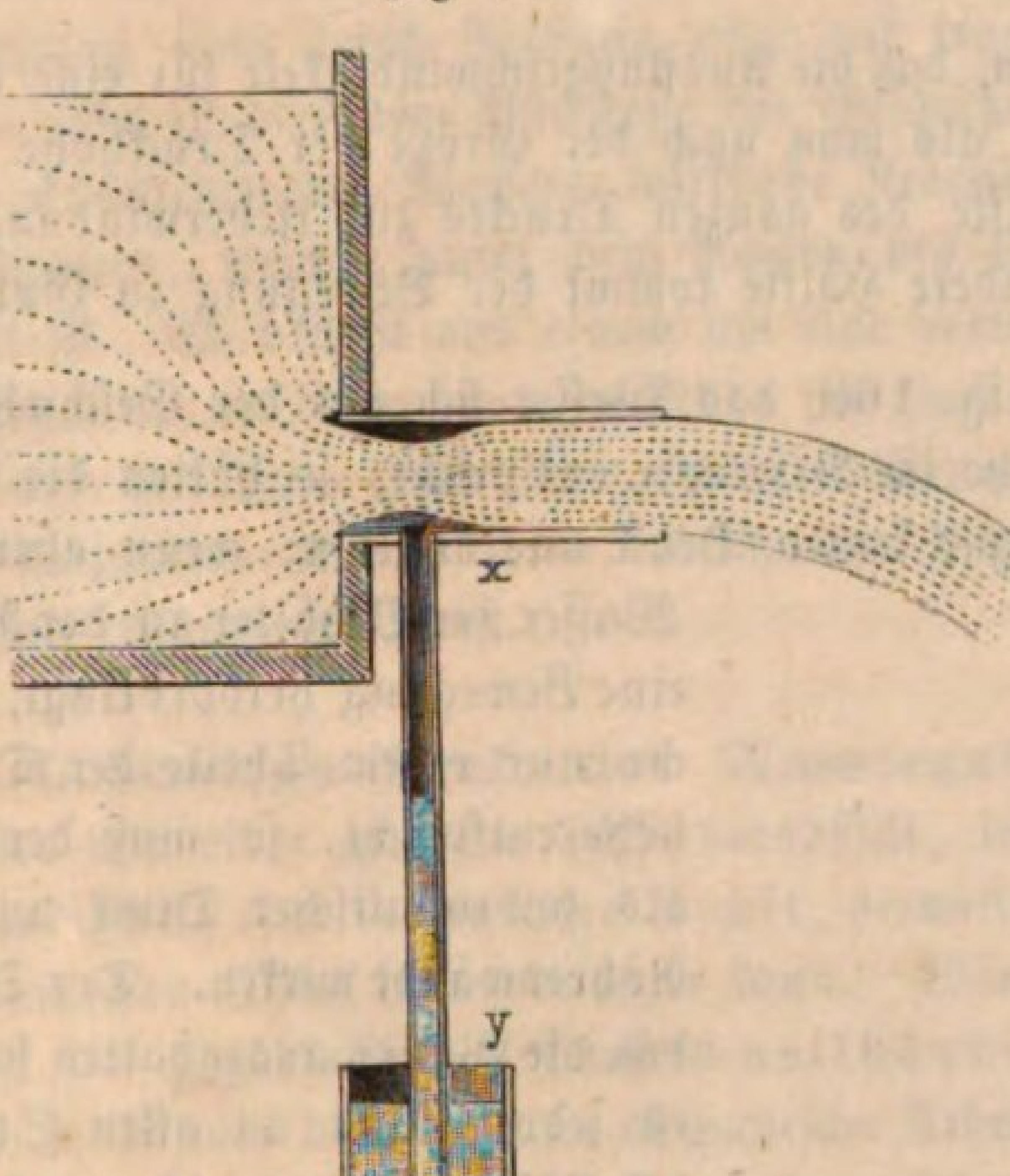
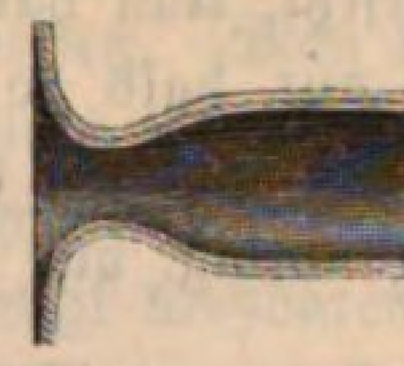


Fig. 167.



Daß der Luftdruck hier wirklich diese Rolle spielt, geht ganz vorzüglich daraus hervor, daß, wenn das Wasser in einen luftleeren Raum ausfließt, die Ausflußmenge durch Ansatzröhren nicht vermehrt wird.

Macht man in die Seitenwand der Ansatzröhre ein Loch, so wird durch diese Oeffnung Luft eingesaugt, und der Strahl hört auf continuirlich zu sein.

Wenn in diese Seitenöffnung eine Röhre xy, Fig. 166, eingesetzt wird, deren unteres Ende in ein Gefäß mit Wasser mündet, so wird durch das Bestreben des Wassers, in der Ansatzröhre einen luftleeren Raum zu bilden, das Wasser in der Röhre xy in die Höhe gesaugt. Dieses Phänomen des Saugens beweist ebenfalls den Einfluß des Luftdruckes auf die soeben betrachteten Erscheinungen. Da eine conische Ansatzröhre eine noch größere Ausflußmenge giebt als eine cylindrische, so muß sie auch ein stärkeres Saugen erzeugen, d. h. es wird in der Röhre xy unter übrigens gleichen Umständen durch ein conisches Ansatzrohr die aufgesaugte Wassersäule zu einer größeren Höhe gehoben als durch ein cylindrisches.

Seitendruck bewegter Flüssigkeiten. Wenn aus irgend einem 89
Reservoir das Wasser durch längere Röhren abfließt, würden die Seitenwände der Röhren gar keinen Druck auszuhalten haben, wenn keine Reibungswiderstände zu überwinden wären, die unter Umständen sehr bedeutend wirken können, so daß der größte Theil des hydrostatischen Druckes zur Ueberwindung dieser Widerstände verloren geht und der Bewegung nicht zu Gute kommt.

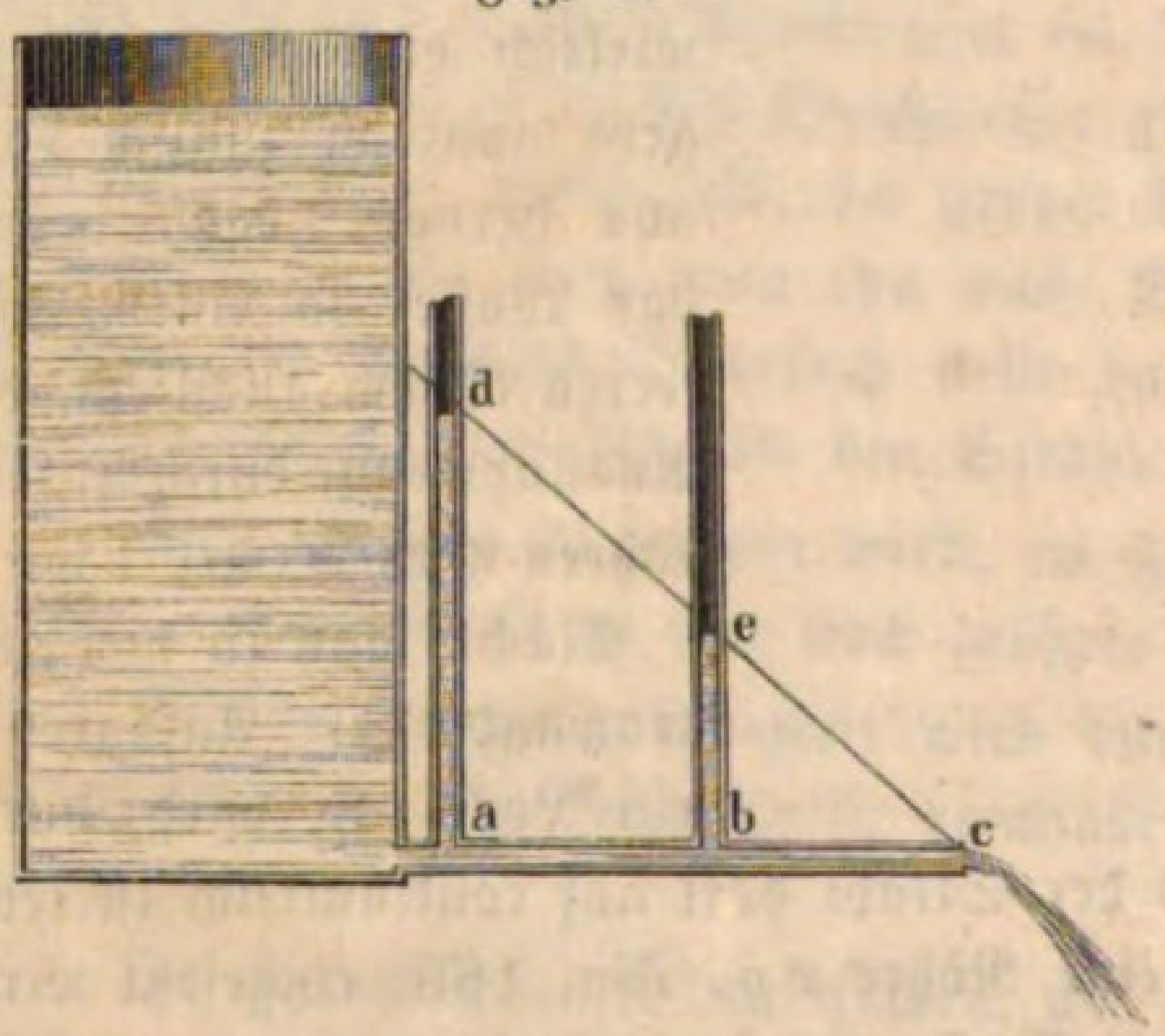
Man stecke eine 2 bis 3 Fuß lange Glasröhre mittelst eines Korkes in das Röhrchen r, Fig. 163, und gebe dieser Röhre eine horizontale Stellung, so wird das Wasser am Ende der Röhre weit langsamer ausfließen, als man nach der Druckhöhe erwarten sollte.

Wendet man mehrere gleich lange Röhren von verschiedenem Durchmesser zu diesem Versuche an, so sieht man, wie die Ausflußgeschwindigkeit abnimmt, wenn die Röhren enger werden.

Gesetzt, man habe gefunden, daß die Ausflußgeschwindigkeit für eine dieser Röhren nur halb so groß sei, als man nach der Größe der Druckhöhe hätte erwarten sollen, so ist die Hälfte des ganzen Druckes zur Ueberwindung der Reibung nöthig, und nur die andere Hälfte kommt der Bewegung zu Gute.

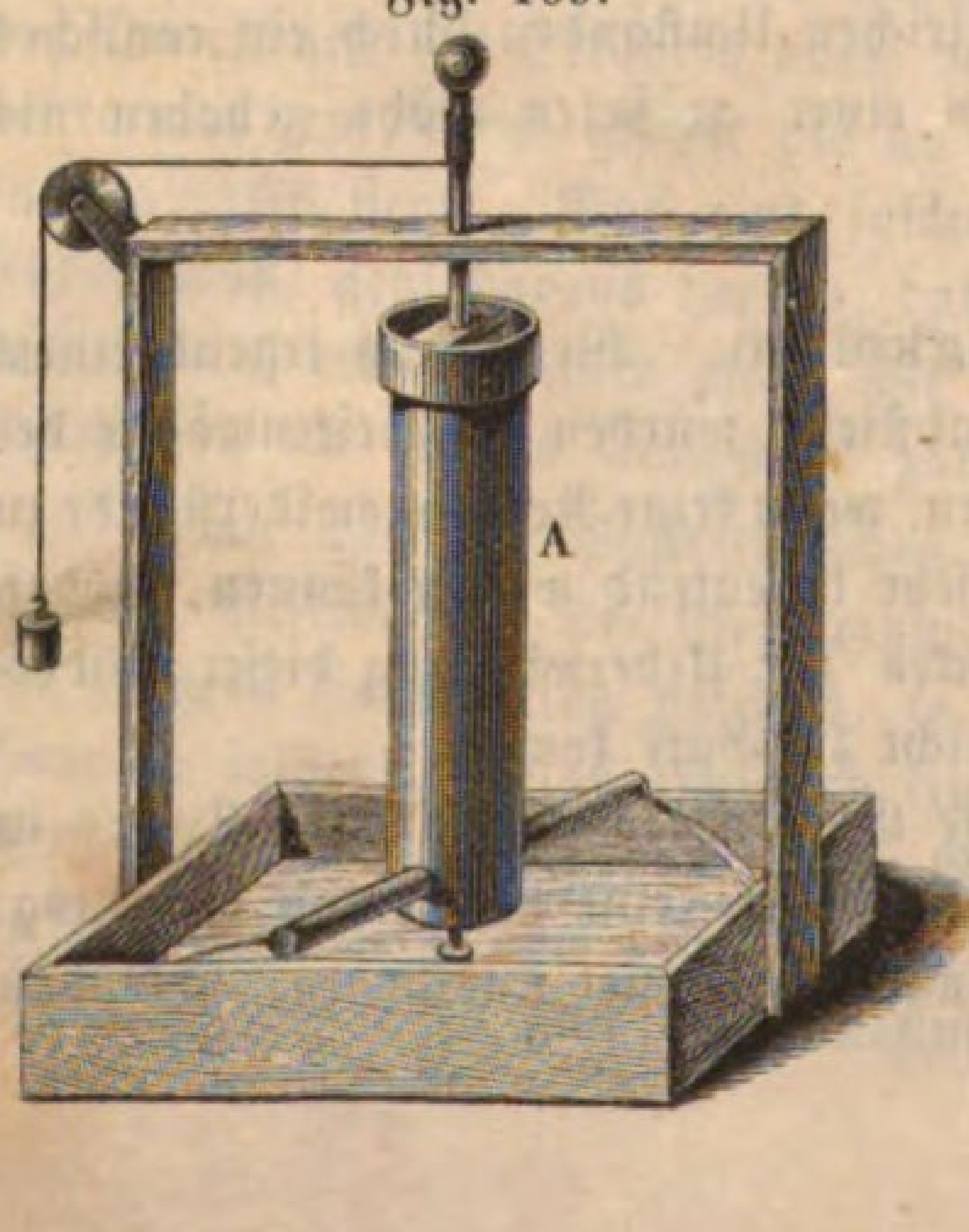
Wenn in der Röhre *ac*, Fig. 168, das Wasser sich mit der Geschwindigkeit bewegte, welche der Druckhöhe im Reservoir entspricht, so hätten die Röhrenwände, wie schon bemerkt, gar keinen Druck auszuhalten; wenn aber das Wasser im Behälter in der Röhre eine Bewegung hervorbringt, welche nur einem Theile der Druckhöhe entspricht, so muß der Rest als hydrostatischer Druck auf die Röhrenwände wirken. Der Druck, den die Wände auszuhalten haben, ist jedoch nicht an allen Stellen der Röhre gleich, er ist um so geringer, je mehr man sich der Ausflußöffnung *c* nähert.

Fig. 168.



In manchen Fällen kann der Druck, den die Röhrenwände von innen auszuhalten haben, kleiner sein als der von außen auf sie wirkende Luftdruck; es ist dies überall da der Fall, wo die Bedingungen erfüllt sind, unter welchen das Phänomen des Saugens stattfinden kann.

Fig. 169.



90 **Reaction, welche durch das Ausströmen der Flüssigkeiten erzeugt wird.** Ein mit Wasser gefülltes Gefäß bleibt vollständig in Ruhe, weil jeder Seitendruck durch einen vollkommen gleichen, aber entgegengesetzten aufgehoben wird. Wenn man aber die Wand an irgend einer Stelle durchbohrt, so daß das Wasser hervorspringt, so ist der Druck an dieser Stelle offenbar weggenommen, während das der Oeffnung diametral gegenüberliegende Wandstück noch gerade so stark gedrückt wird als vorher. Der Druck auf diejenige Gefäßwand, in welcher sich die Oeffnung befindet, ist also

geringer als der Druck, welchen die gegenüberstehende Wand aushält, mithin wird das ganze Gefäß sich in einer Richtung bewegen müssen, welche der Richtung des ausfließenden Wasserstrahls entgegengesetzt ist, vorausgesetzt, daß diese Bewegung nicht durch Reibung oder auf irgend eine andere Weise verhindert wird. Es ist dies dem Rückstoße der Geschütze zu vergleichen. Man kann die beim Ausfließen des Wassers wirkende Reaction durch einen Apparat anschaulich machen, welcher unter dem Namen des Segner'schen Wasserrades bekannt ist. Es besteht aus einem um eine verticale Axe leicht drehbaren Gefäße A, Fig. 169, an dessen unterem Ende sich zwei horizontale Röhren befinden, die alle auf derselben Seite eine kleine Oeffnung haben. Das Gefäß dreht sich nach derjenigen Richtung um, welche der Richtung der ausströmenden Wasserstrahlen entgegengesetzt ist.

Lebendige Kraft der Wassergefälle. Wenn das Wasser eines 91
Baches von einer gewissen Höhe herabfällt, so erlangt es eine bestimmte Geschwindigkeit, eine lebendige Kraft, vermittelst deren es einen entsprechenden mechanischen Effect hervorbringen kann. Wären wir im Stande, die lebendige Kraft des herabfallenden Wassers vollständig auf ein Wasserrad zu übertragen, so könnte dasselbe eine mechanische Arbeit verrichten, welche der Hebung einer der herabgefallenen Wassermasse gleichen Last auf die Höhe des Gefälles äquivalent ist, d. h. Mh ist theoretisch Effect eine Gefälles, wenn M die in einer gegebenen Zeit herabgefallene Wassermasse und h die verticale Höhe des Gefälles bezeichnet.

Wenn z. B. von einer Höhe von 24 Fuß in jeder Secunde eine Wassermasse von 800 Pfund herabfällt, so ist der theoretische Effect dieses Gefälles 19200 Fußpfund.

Wir wollen im Folgenden den theoretischen Effect eines Gefälles mit E bezeichnen.

In der Praxis läßt sich aber dieser sogenannte theoretische Effect nie erreichen, denn

1) erlangt das in einem Bache oder in einem Gerinne herabfließende Wasser in Folge von Reibung an den Canalwänden und sonstigen Bewegungshindernissen nie die volle der Fallhöhe entsprechende Geschwindigkeit,

2) läßt sich die lebendige Kraft des Wassers nie vollständig auf ein Wasserrad übertragen, es bleibt dem Wasser immer noch eine mehr oder minder große Geschwindigkeit übrig, mit der es abfließt,

3) geht noch ein großer Theil der an das Wasserrad wirklich übertragenen lebendigen Kraft durch Ueberwindung von Reibungswiderständen verloren.

Der wirkliche Nutzeffect eines Wasserrades wird also stets bedeutend kleiner sein als der theoretische Effect.

Die eben erwähnte Art der Uebertragung der lebendigen Kraft des herabfallenden Wassers findet bei den unterschlächtigen Rädern Statt. Hier

wirkt also die Schwerkraft in der Weise, daß sie dem herabfallenden Wasser eine gewisse Geschwindigkeit ertheilt, und daß alsdann die vermöge dieser Geschwindigkeit dem Wasser inwohnende lebendige Kraft auf das Rad übertragen wird.

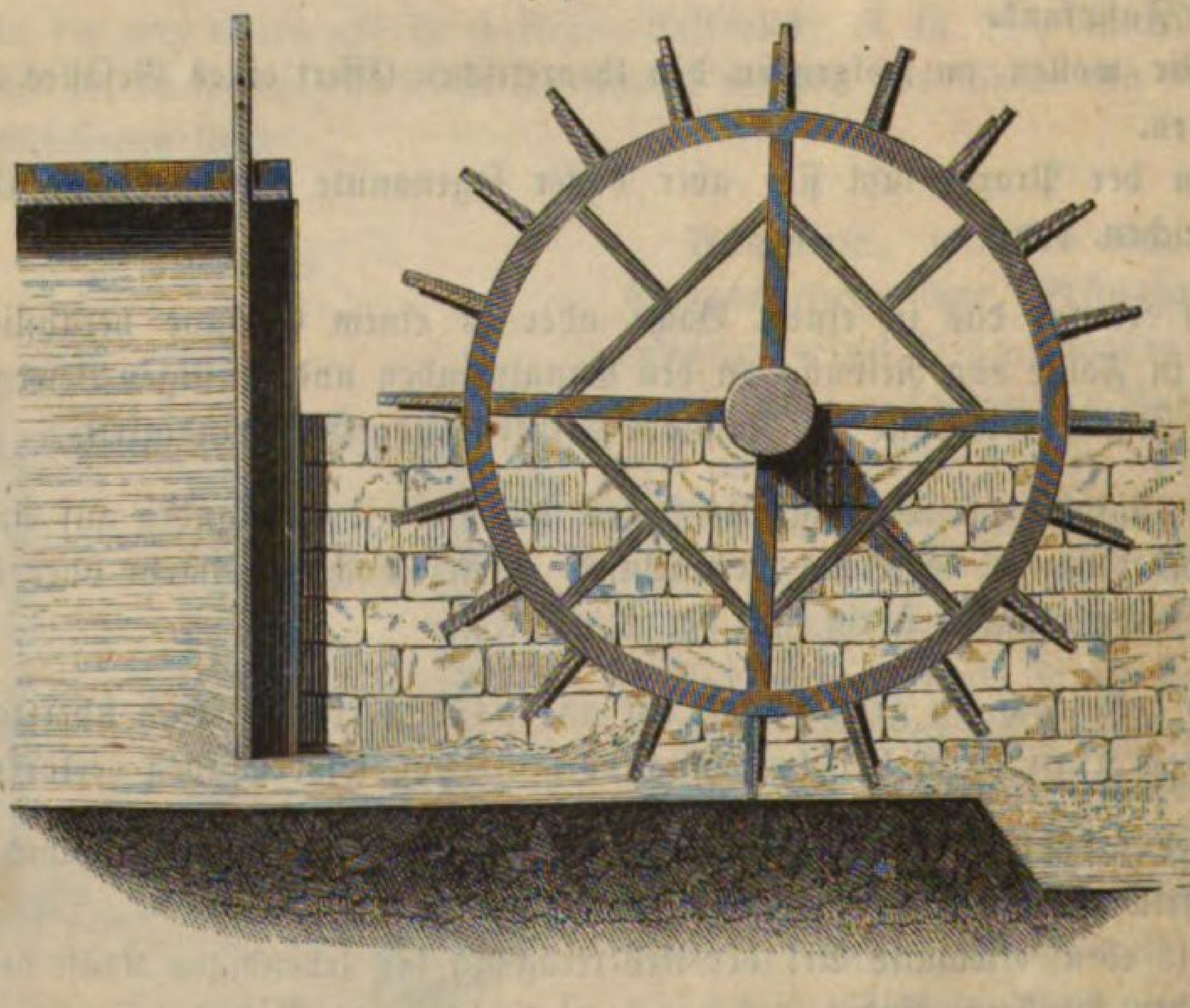
Die Schwerkraft eines herabfallenden Körpers kann aber auch noch auf andere Weise für mechanische Arbeit verwerthet werden, indem man nämlich nicht erst den Körper frei fallen, also ihn nicht die ganze der Fallhöhe entsprechende Geschwindigkeit erlangen läßt, sondern indem man die Beschleunigung gleichsam im Moment ihrer Entstehung sogleich consumirt, also einen Fall ohne Beschleunigung oder doch mit bedeutend verringerter Beschleunigung eintreten läßt.

Ein Fall der Art tritt z. B. ein, wenn an der Schnur der Fallmaschine auf der einen Seite ein nur etwas größeres Gewicht hängt als auf der anderen; in dieser Weise wird auch die mechanische Kraft des niederfallenden Wassers bei den oberschlächtigen Rädern benutzt. Hier wirkt das herabsinkende Wasser durch Druck, im ersteren Falle durch Stoß.

92 **Verticale Wasserräder.** Die gewöhnlichen Wasserräder drehen sich in verticaler Ebene um eine horizontale Axe. Man unterscheidet drei Hauptarten der verticalen Wasserräder, unterschlächtige, oberschlächtige und mittelschlächtige.

Bei den unterschlächtigen Rädern, Fig. 170, stehen die Schaufeln rechtwinklig auf dem Umfange des Rades. Die untersten Schaufeln sind in das Wasser eingetaucht, welches mit einer Geschwindigkeit fortfließt, welche von der Höhe des Gefälles abhängt.

Fig. 170.



Das fließende Wasser setzt nun auch das Rad in Bewegung und theilt ihm eine Geschwindigkeit mit, welche nach Umständen bald größer bald kleiner sein wird.

Wenn der Stoß des Wassers dem Rade eine Geschwindigkeit mittheilen soll, welche derjenigen gleich ist, mit welcher das Wasser fließen würde, wenn das Rad gar nicht da wäre, so darf das Rad dieser Bewegung gar keinen Widerstand entgegensetzen, es darf also gar nicht belastet sein, mithin kann es in diesem Falle gar keine mechanische Wirkung hervorbringen, der Effect ist gleich Null.

Andererseits könnte man das Rad so stark durch ein Gegengewicht belasten, daß der Stoß des Wassers es gar nicht in Bewegung setzt, daß das Wasser des Gefälles nur einen statischen Druck ausübt, welcher jenem das Gleichgewicht hält. In diesem Falle ist der Effect abermals Null. Aus dieser Betrachtung geht hervor, daß, wenn das Rad eine Arbeit vollbringen soll, es mit einer Geschwindigkeit sich bewegen muß, welche geringer ist als die des frei fließenden Wassers; Theorie und Erfahrung zeigen, daß man die vortheilhafteste Wirkung erhält, wenn die Geschwindigkeit des Rades halb so groß ist als die Geschwindigkeit, welche der Höhe des Gefälles entspricht.

Daraus geht hervor, daß bei einem gewöhnlichen unterschlächtigen Rade nur die Hälfte des mechanischen Momentes des Gefälles zur Wirkung kommt, indem das Wasser noch mit der Hälfte der Geschwindigkeit abfließt, mit welcher es vor dem Rade ankam; der Effect eines solchen Rades kann also den Werth $^1/_2\,E$ nie übersteigen.

Allein selbst diese Wirkung kann in der Praxis nicht erreicht werden, weil immer ein Theil der Kraft durch Adhäsion des Wassers an den Wänden des Gerinnes, durch Reibungswiderstände u. s. w. verloren geht. Sorgfältig angestellte Versuche ergaben für unterschlächtige Räder, welche sich in einem Gerinne bewegen, so daß kein seitliches Abfließen des Wassers stattfinden kann, den Werth

$$e = 0{,}3\,E.$$

Bei frei hängenden Rädern aber, wie man sie an Schiffsmühlen anbringt, wo das Wasser seitlich abfließen kann, ist der Effect noch weit mehr vom absoluten Maximum entfernt.

Die unterschlächtigen Räder werden da angewandt, wo man über ein Gefälle von ziemlich bedeutender Wassermenge, aber geringer Fallhöhe zu disponiren hat.

Weil durch die eben betrachteten unterschlächtigen Räder bei dem rechtwinkligen Stoße des Wassers gegen die Schaufeln das mechanische Moment des Gefälles so sehr schlecht benutzt wird, hat Poncelet ein unterschlächtiges Rad mit krummen Schaufeln, Fig 171 (a. f. S.), construirt, dessen Effect dem absoluten Maximum weit näher kommt.

Wenn das Wasser ganz ohne Stoß auf das Rad kommen sollte, so müßten die Schaufeln am Radumfange mit der Richtung der Tangente zusammenfallen;

wollte man aber die Schaufeln wirklich so construiren, daß dieser Bedingung Genüge geleistet wird, so wäre der Austritt des Wassers aus dem Rade gehemmt;

Fig. 171.

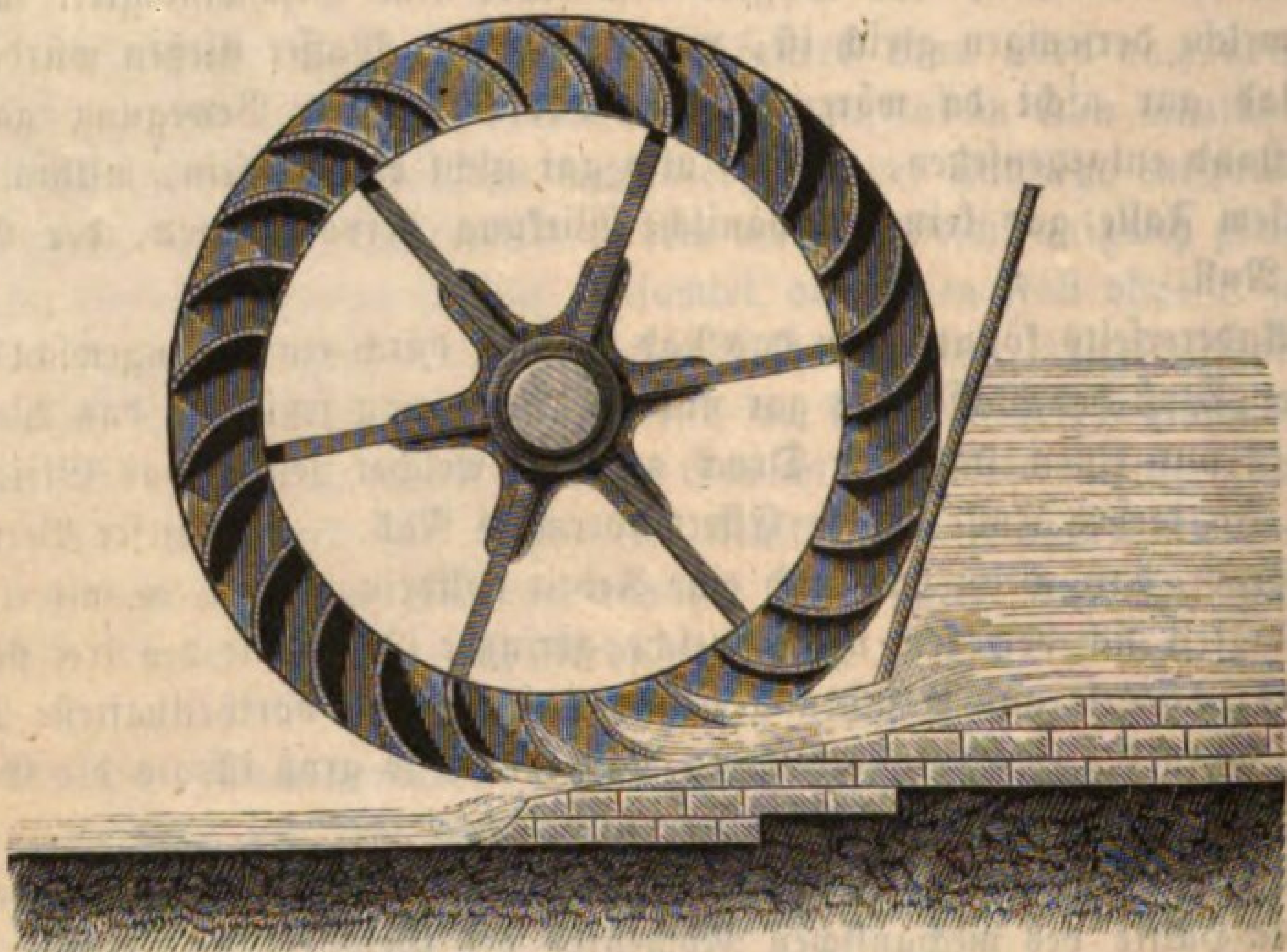
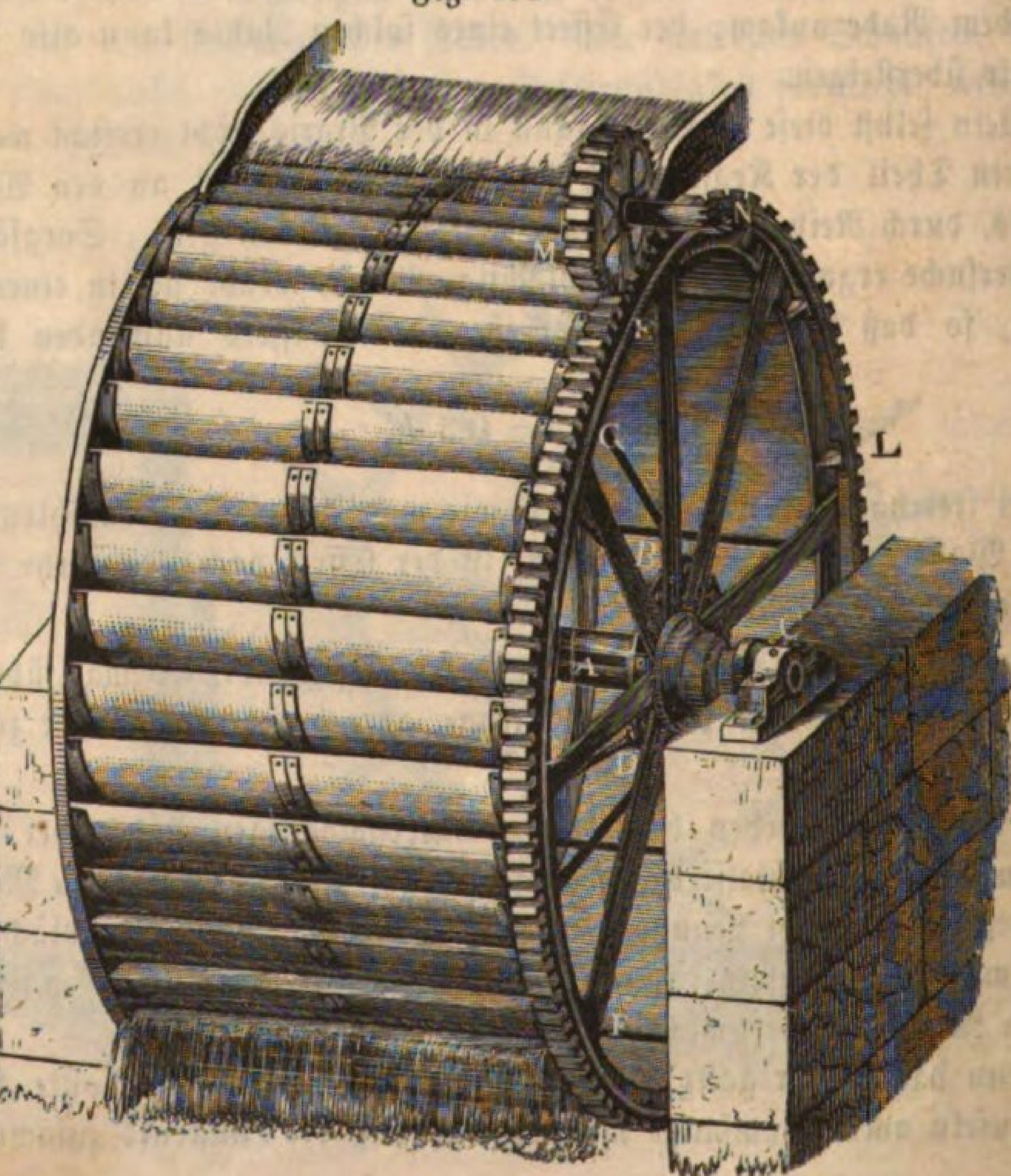


Fig. 172.



auch darf das Wasser seine Geschwindigkeit doch nicht vollständig an das Rad abtreten, weil ihm sonst keine Geschwindigkeit zum Abflusse mehr bliebe. Somit ist auch bei dem Poncelet'schen Rade ein gewisser Verlust, die Widerstände ungerechnet, unvermeidlich.

Solche Räder mit krummen Schaufeln sollen einen Effect geben, welcher $^2/_3$ bis $^3/_4$ des absoluten Maximums ist. Der größere Effect der Poncelet'schen Räder erklärt sich dadurch, daß das Wasser, indem es auf der krummen Schaufel hinaufsteigt, seine Geschwindigkeit verliert und größtentheils an das Rad abgiebt.

Die oberschlächtigen Räder, Fig. 172, werden bei höheren Gefällen von geringerer Wassermasse, bei kleineren Gebirgsbächen angewandt. Das Wasser füllt, von oben auf das Rad laufend, die Zellen auf der einen Seite des Rades, welches eben durch dieses Uebergewicht umgedreht wird. Nahe am unteren Ende des Rades läuft das Wasser aus den Zellen wieder aus. Bei oberschlächtigen Rädern geht ebenfalls ein Theil des mechanischen Momentes des Gefälles verloren, weil die Zellen das Wasser nicht bis zum tiefsten Punkte des Rades behalten können, sondern schon früher auszugießen beginnen. Ein gut gebautes oberschlächtiges Rad soll einen Effect hervorbringen, welcher 75 Procent des absoluten Maximums beträgt, vorausgesetzt, daß es sich langsam umdreht; denn bei rascher Umdrehung bleibt das Wasser in den Zellen in Folge der Centrifugalkraft nicht horizontal, sondern es steigt nach außen, so daß es noch früher aus den Zellen herausfällt.

Das mittelschlächtige Rad bildet eine Art Mittelgattung zwischen dem unterschlächtigen und dem oberschlächtigen.

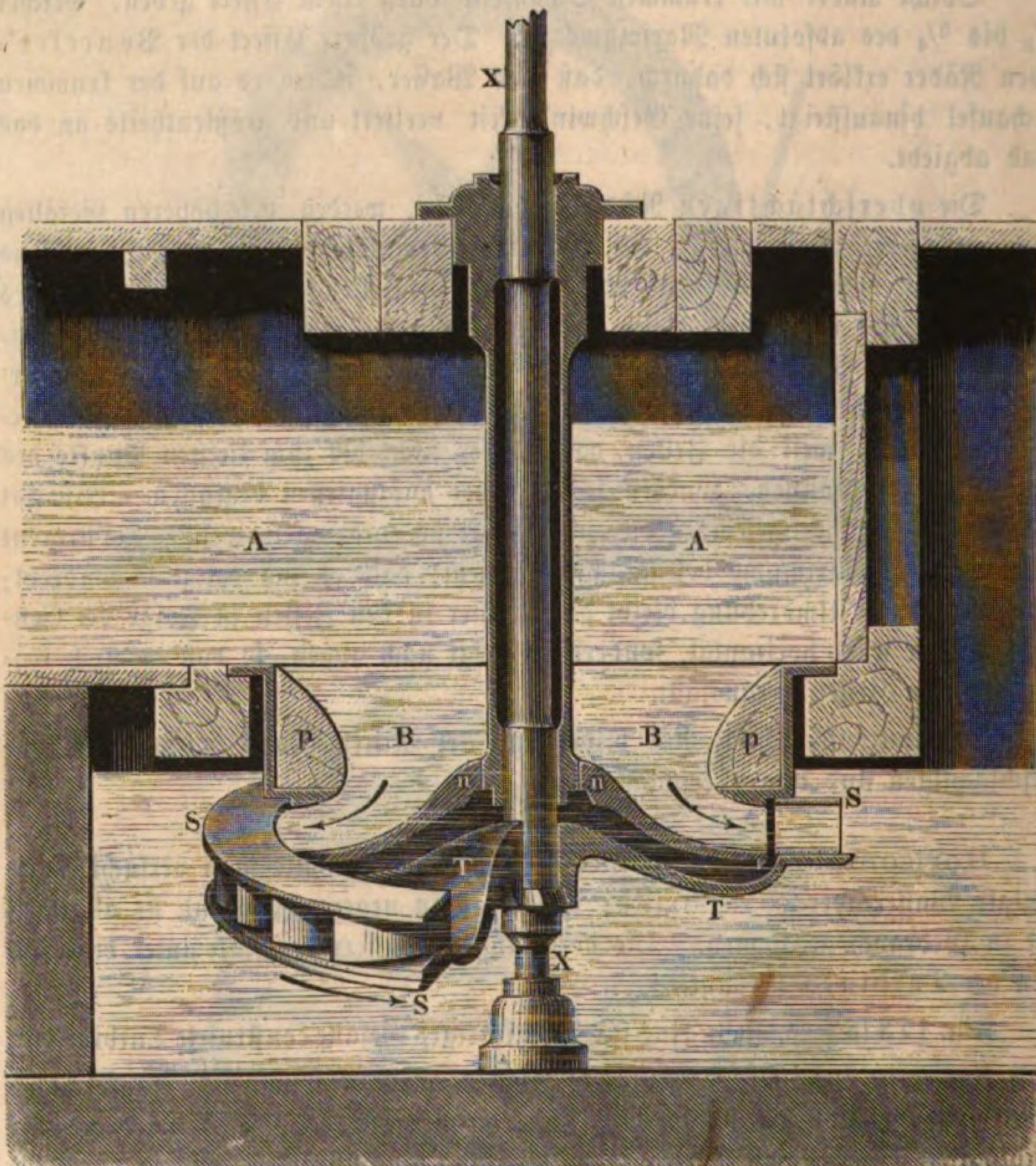
Horizontale Wasserräder. Schon früher hatte man versucht, hori- 93
zontale Wasserräder zu construiren; allein erst in neuerer Zeit sind sie allgemeiner in Gebrauch gekommen. Die horizontalen Wasserräder sind unter dem Namen der Turbinen bekannt.

Fig. 173 (a. f. S.) stellt eine für ein niedriges Gefälle construirte Turbine dar.

Aus dem Behälter A geht das Wasser durch den von dem ringförmigen Wulst p eingeschlossenen Raum B nieder; durch die Bodenplatte n wird es aber genöthigt, seitwärts in horizontaler Richtung auszuströmen, wie es durch die Pfeile angedeutet ist. B ist also gewissermaßen ein am Boden geschlossenes Gefäß mit einer ringsherumlaufenden, zwischen p und dem äußeren Umfange der Bodenplatte befindlichen ringförmigen Oeffnung, aus welcher das Wasser in horizontaler Richtung hervorschießen würde, wenn kein Hinderniß vorhanden wäre. — Das hier ausfließende Wasser strömt nun aber zunächst in ein horizontales Schaufelrad S, welches ringsum die ringförmige Oeffnung von B umgiebt und welches durch den an der verticalen Axe X befestigten Teller T getragen wird. In unserer Figur ist dies Rad der größeren Deutlichkeit wegen so dargestellt, als ob $^1/_4$ desselben ausgeschnitten wäre, während links $^1/_4$ desselben perspectivisch gezeichnet ist.

Es ist klar, daß bei der Stellung der Schaufeln, wie sie in unserer Figur dargestellt sind, das Rad unter dem Einfluß des durch dieselben ausströmenden Wassers in der durch den größeren Pfeil angedeuteten Richtung rotiren muß.

Fig. 173.



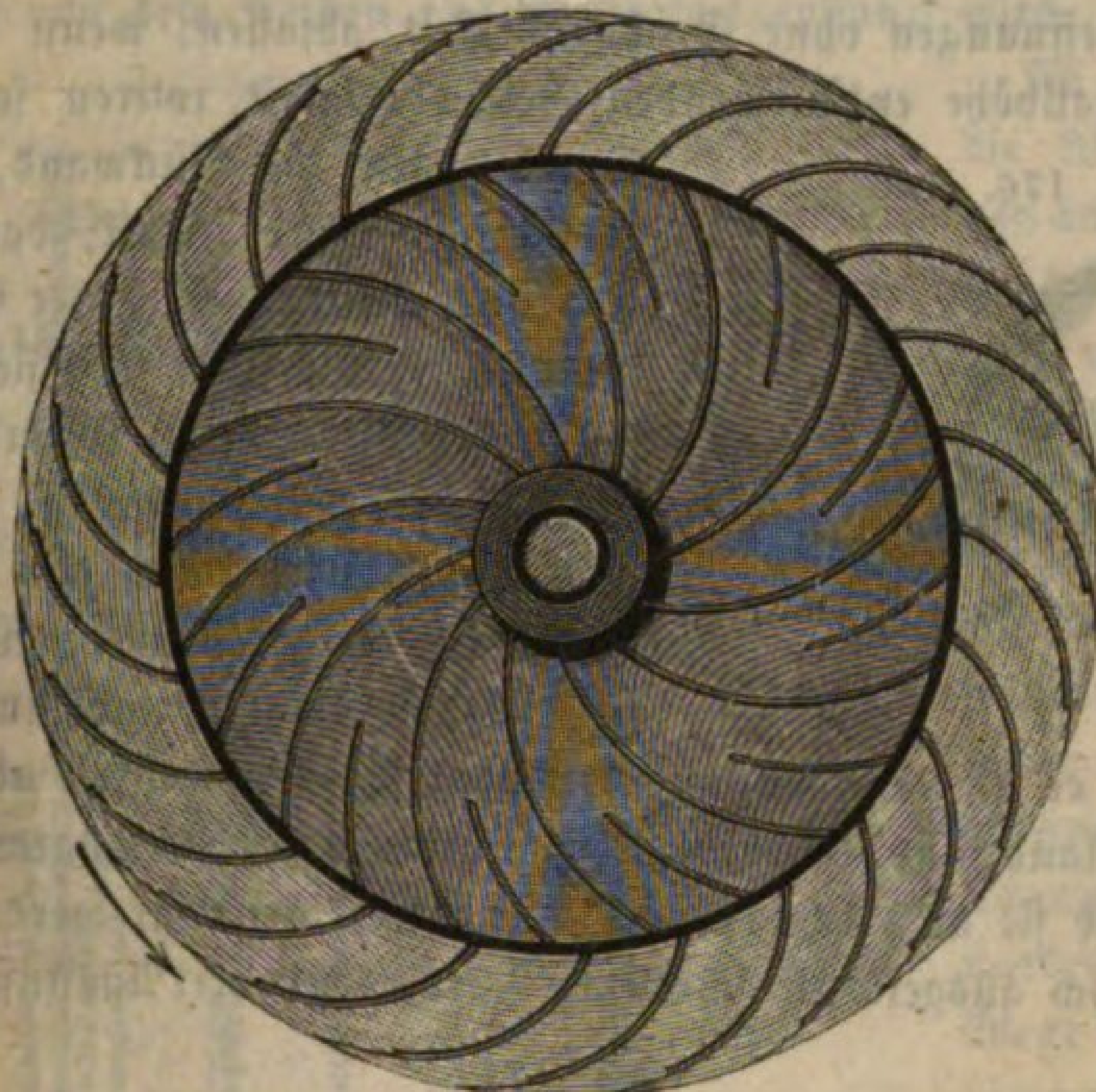
Die Umdrehungsaxe *X* rotirt innerhalb einer gußeisernen Hülse, an deren unterem Ende die Bodenplatte *n* befestigt ist.

Fourneyron, welcher die horizontalen Wasserräder eigentlich erst in die Praxis einführte, machte die Bodenplatte *n* ganz eben und besetzte sie mit Leitcurven, welche, wie Fig. 174 andeutet, das ausströmende Wasser in möglichst zweckmäßiger Richtung gegen die Schaufeln des Rades führen.

Eine gut construirte Fourneyron'sche Turbine giebt einen Nutzeffect von 75 Procent. Cadiat vereinfachte die Turbinen durch Weglassung der Leitcurven, wodurch allerdings auch der Nutzeffect etwas geringer wurde (70 Procent). Die obige Figur 173 stellt ungefähr die Einrichtung einer Cadiat'schen Turbine dar.

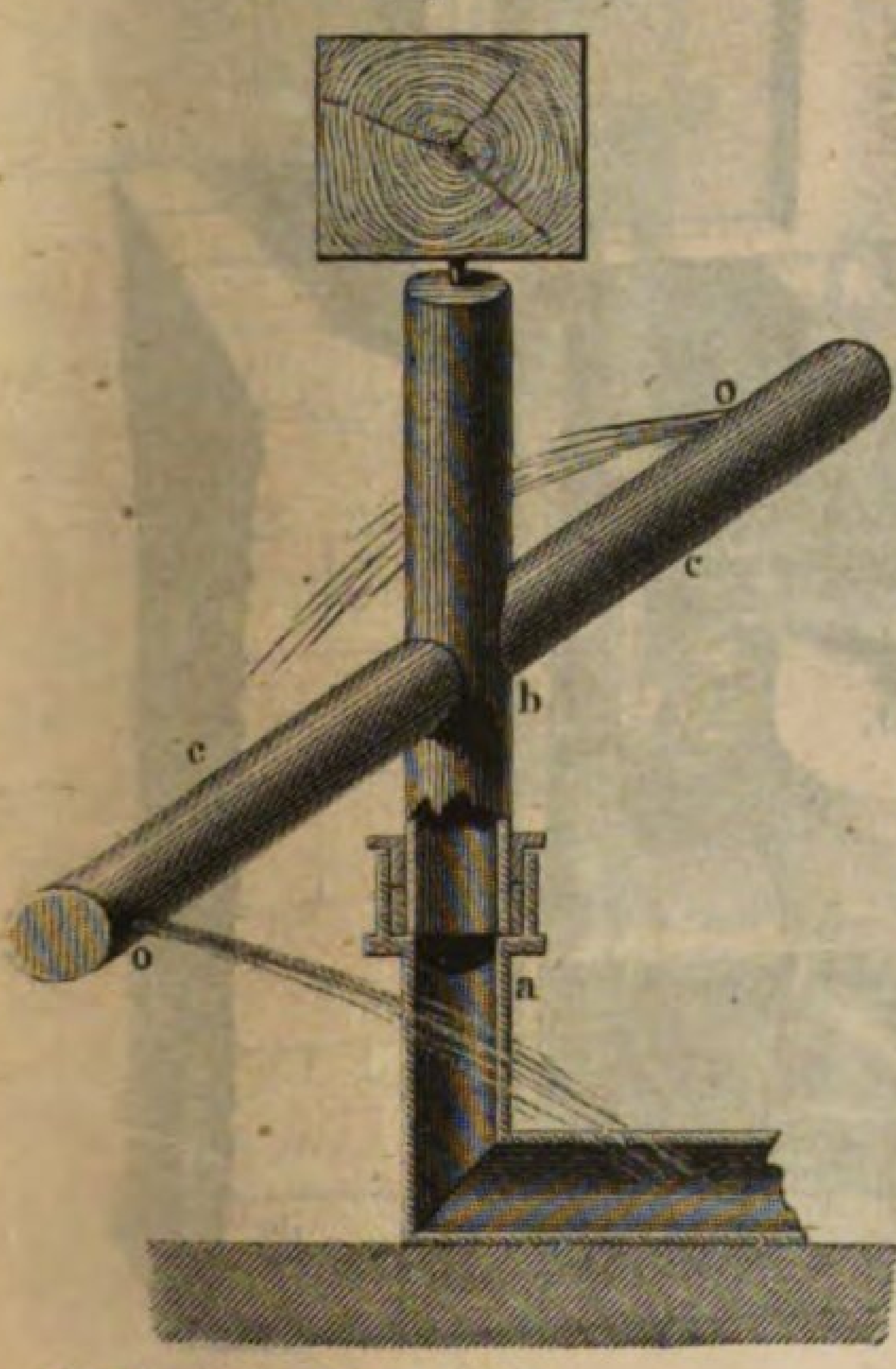
Schon früher hatte man versucht, das Segner'sche Wasserrad auch im Großen auszuführen, um Maschinen durch dasselbe zu treiben, doch ohne Erfolg;

Fig. 174.



man erhielt immer nur einen sehr geringen Effect. Der Grund davon, daß diese Versuche so ungünstig ausfielen, lag keineswegs darin, daß die hier thätige, bewegende Kraft zu gering war, sondern darin, daß der untere der beiden Zapfen, um welche sich der Apparat dreht, das ganze Gewicht einer großen Wassermasse zu tragen hatte, in Folge dessen ein unverhältnißmäßig großer Reibungswiderstand zu überwinden war.

Fig. 175.

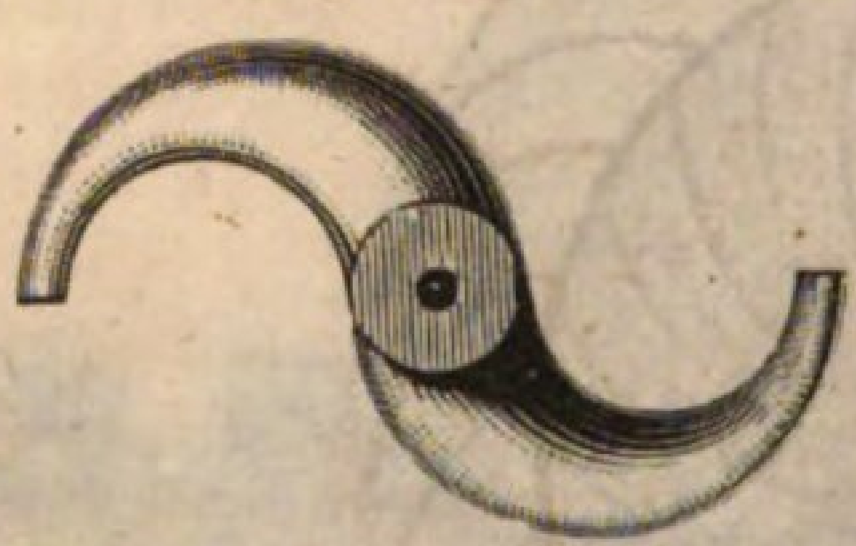


Dieser Uebelstand wird dadurch gehoben, daß man das Wasser nicht von oben, sondern von unten in die horizontalen Arme einströmen läßt. Das Wesentliche dieser Anordnung ist aus Fig. 175 zu ersehen. Das Reservoir wird durch eine gußeiserne Röhrenleitung gebildet, welche unten horizontal umgebogen ist und mit einem vertical in die Höhe gehenden Röhrenstücke a endet. Aus der Oeffnung bei a strömt das Wasser in die Hülse b, welche sich in einer am oberen Ende von a angebrachten Stopfbüchse drehen kann.

Bei der Einrichtung Fig. 175 muß

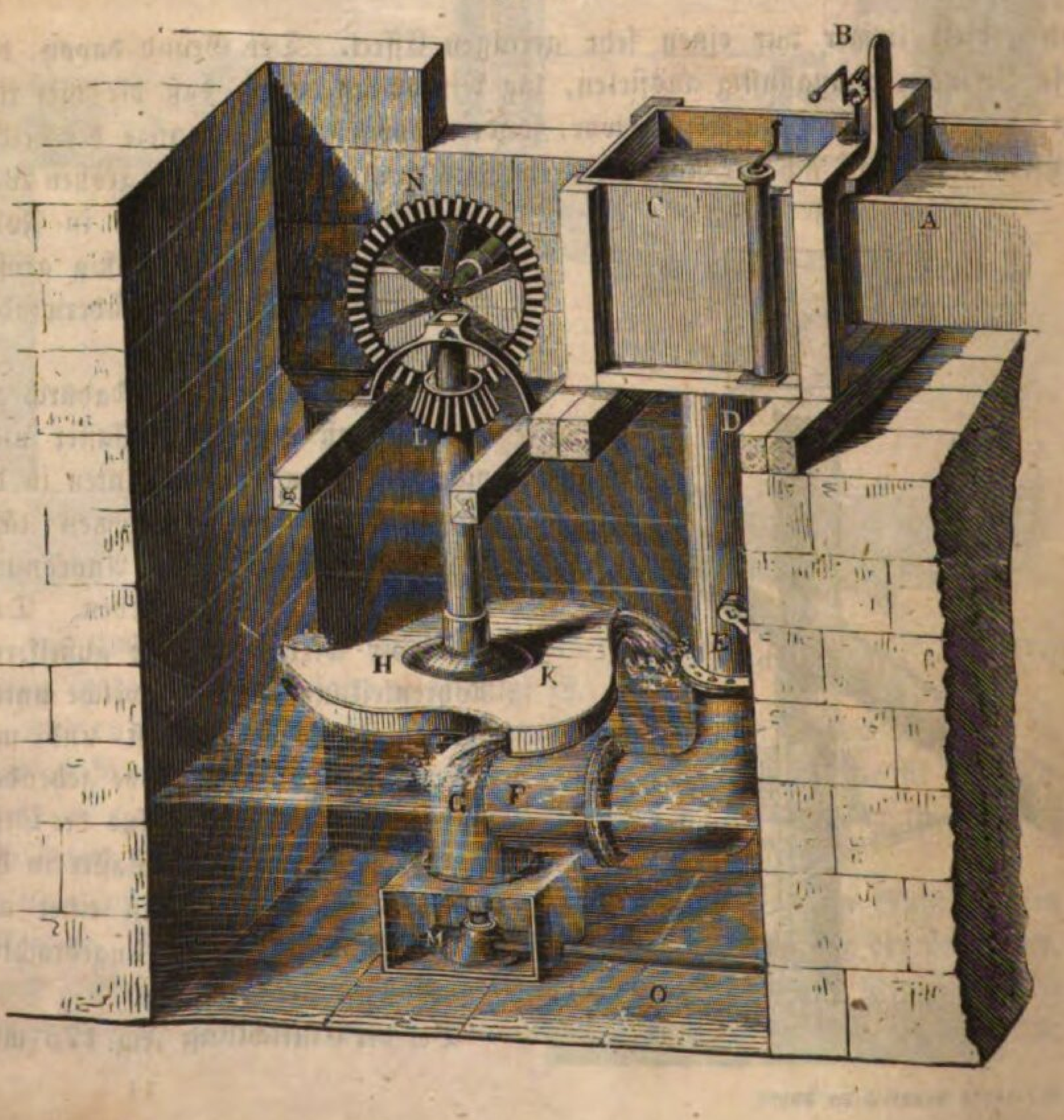
aus ähnlichen Gründen, wie bei dem unterschlächtigen Rade mit flachen Schaufeln, ein großer Theil des mechanischen Momentes des Gefälles verloren gehen; denn wenn das Wasser seine Geschwindigkeit vollständig an das Rad abtreten und aus den Oeffnungen ohne Geschwindigkeit abfallen, wenn also das Rad mit einer der Fallhöhe entsprechenden Geschwindigkeit rotiren soll, so ist der Druck gegen die Rückwand, also auch der mechanische Effect, Null; das Wasser muß also noch einen Theil seiner Geschwindigkeit behalten. Auch hier läßt sich durch Krümmung der Arme, deren Gestalt ungefähr die in Fig. 176 verzeichnete ist, viel gewinnen. Das Wasser tritt, durch das Rohr strömend und gegen die gekrümmten Wände drückend, seine Geschwindigkeit nach und nach an das Rad ab, so daß es an der Oeffnung fast ohne Geschwindigkeit abfällt.

Fig. 176.



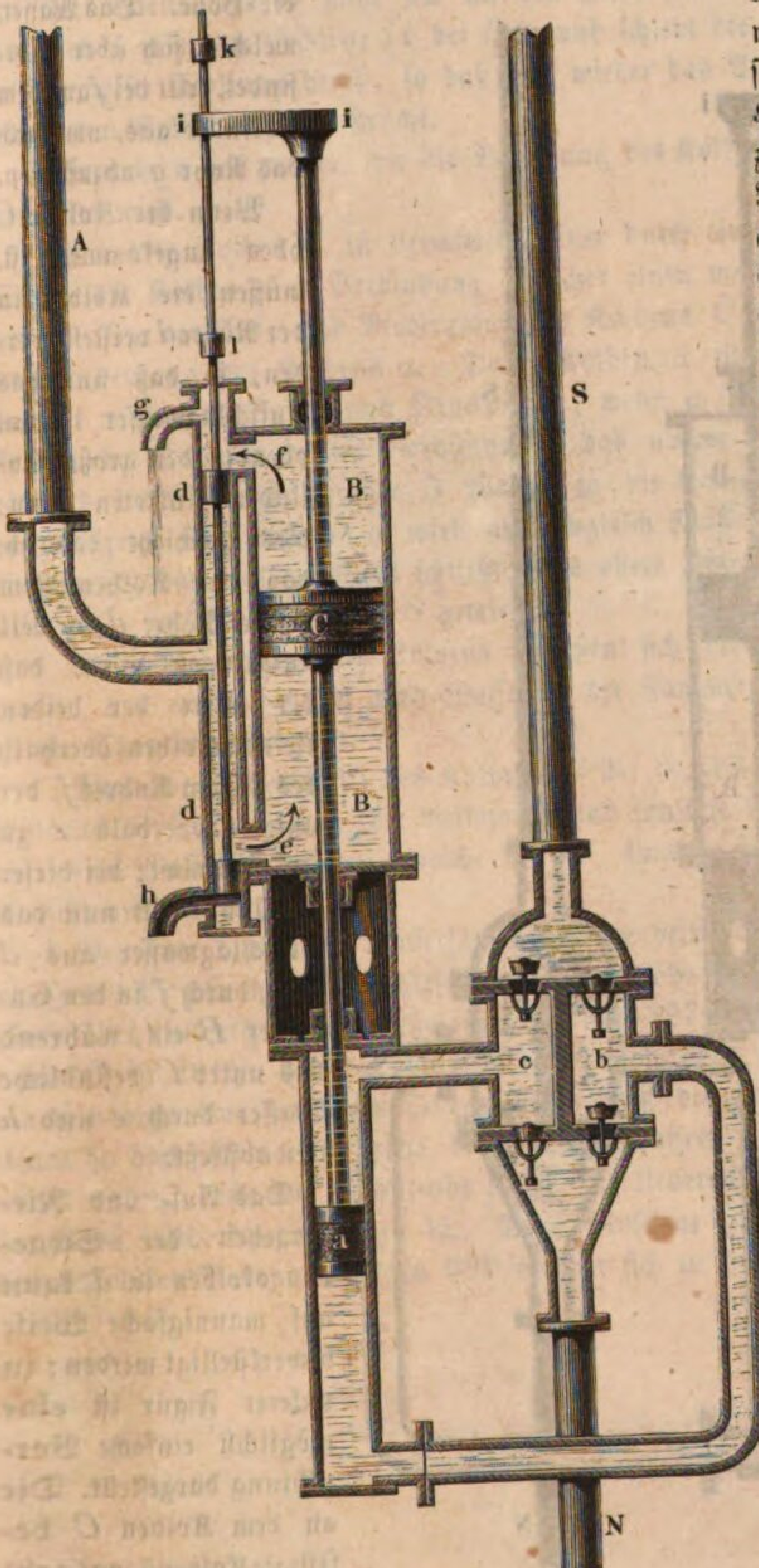
In Schottland sind solche Reactionsturbinen zuerst allgemein angewandt worden, weshalb sie auch **schottische Turbinen** genannt werden. Fig. 177 stellt eine praktisch ausgeführte schottische Turbine mit drei Ausflußöffnungen dar.

Fig. 177.



Die Wassersäulenmaschine. Bei der Wassersäulenmaschine theilt 94
die wirkende Wassersäule, das Aufschlagwasser, gegen einen in einem Cylinder beweglichen Kolben drückend, demselben eine hin- und hergehende Bewegung mit, die dann von dem Kolben aus weiter fortgepflanzt wird.

Fig. 178.



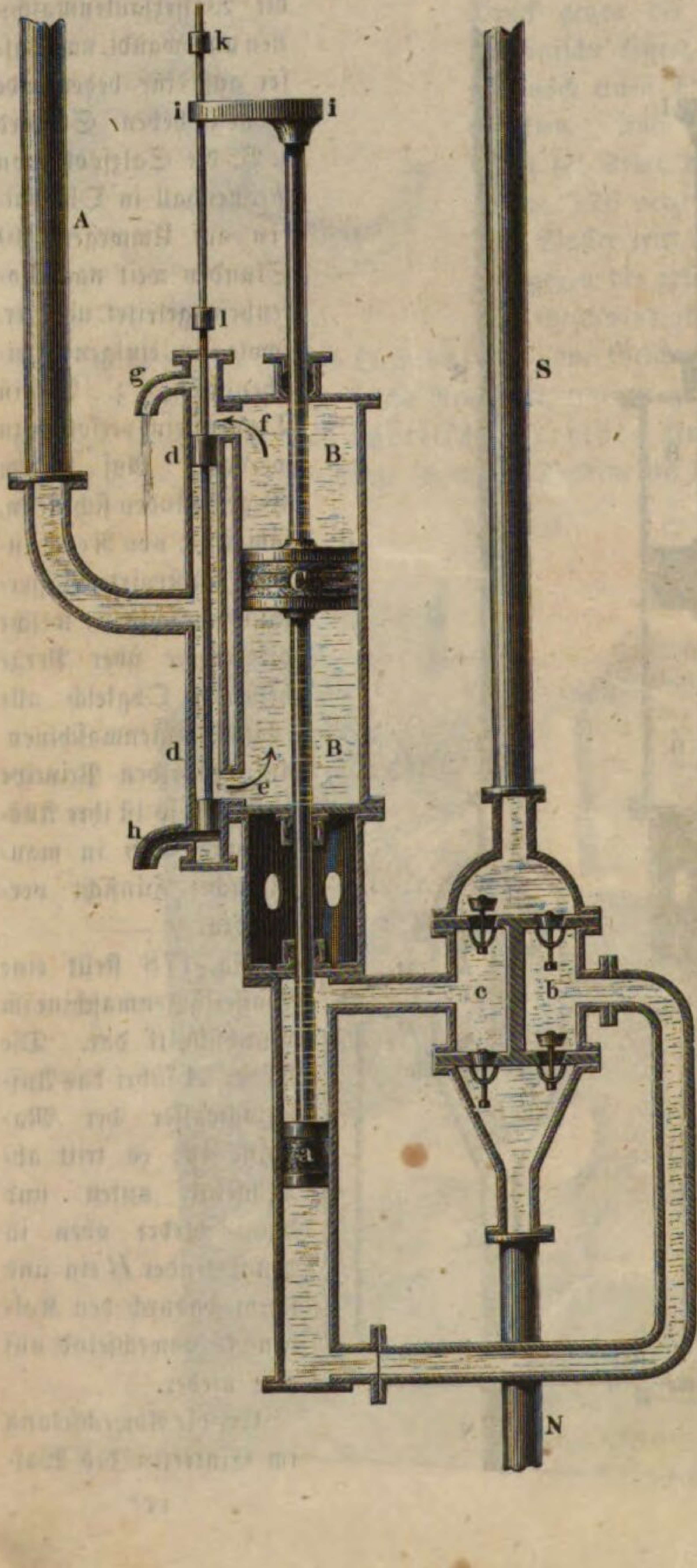
In der Regel werden die Wassersäulenmaschinen angewandt, um Wasser auf eine bedeutende Höhe zu heben. So wird z. B. die Salzsoole von Reichenhall in Oberbaiern auf Umwegen 30 Stunden weit nach Rosenheim geleitet, um hier, sowie an einigen Zwischenorten, z. B. in Trauenstein, versotten zu werden. Auf diesem Wege befinden sich neun, sämmtlich von Reichenbach construirte Wassersäulenmaschinen, welche die Soole über Berge heben. Obgleich alle Wassersäulenmaschinen auf demselben Principe beruhen, so ist ihre Ausführung doch in mannigfacher Hinsicht verschieden.

Fig. 178 stellt eine Wassersäulenmaschine im Durchschnitt dar. Die Röhre A führt das Aufschlagwasser der Maschine zu; es tritt abwechselnd unten und dann wieder oben in den Cylinder B ein und treibt dadurch den Kolben C abwechselnd auf und nieder.

Um die Abwechselung im Eintreten des Was-

sers hervorzubringen, ist eine Vorrichtung angebracht, welche der Steuerung bei Dampfmaschinen ganz ähnlich ist. In dem Cylinder *d* bewegen sich zwei mit einander verbundene Kolben; bei der in der Zeichnung dargestellten Stellung dieser Kolben tritt das Aufschlagwasser bei *e* in den großen Cylinder und treibt den Kolben *C* in die Höhe. Das Wasser, welches sich über *C* befindet, tritt bei *f* aus dem Cylinder aus, um durch das Rohr *g* abzufließen.

Fig. 179.



Wenn der Kolben *C* oben angekommen ist, müssen die Kolben in der Röhre *d* verstellt werden, so daß nun das Aufschlagwasser von oben in den großen Cylinder eintreten kann; dies geschieht dadurch, daß das Kolbensystem in der Röhre *d* so weit aufgezogen wird, daß der obere der beiden kleinen Kolben oberhalb des kurzen Rohres *f*, der untere oberhalb *e* zu stehen kommt; bei dieser Stellung tritt nun das Aufschlagwasser aus *d* oben durch *f* in den Cylinder *B* ein, während das unter *C* befindliche Wasser durch *e* und *h* frei abfließt.

Das Auf- und Niedergehen der Steuerungskolben in *d* kann auf mannigfache Weise bewerkstelligt werden; in unserer Figur ist eine möglichst einfache Vorrichtung dargestellt. Die an dem Kolben *C* befestigte Kolbenstange geht

durch eine in dem oberen Deckel des Cylinders B befindliche Stopfbüchse hindurch; sie trägt oben eine Querschiene ii, welche, wenn der Kolben C nahe am oberen Ende seiner Bahn angekommen ist, bei k anstößt und dadurch die Stange in die Höhe schiebt, an welcher die Steuerungskolben befestigt sind. Wenn nun der Kolben C wieder niedergeht, so bleiben die Steuerungskolben unverändert an ihrer Stelle, bis C nahe am unteren Ende seiner Bahn angekommen ist; dann aber stößt die Schiene ii bei l an und schiebt die Steuerungskolben bis in ihre tiefste Stellung herab, so daß nun wieder das Aufschlagwasser von unten in den Cylinder B einströmt.

Betrachten wir weiter, wie die Bewegung des Kolbens C fortgepflanzt und verwandt wird.

Mit dem Kolben C ist vermittelst einer durch eine Stopfbüchse gehenden Stange der Kolben a in Verbindung, welcher einen weit kleineren Durchmesser hat als C; der Auf- und Niedergang des Kolbens C bewirkt also einen Auf- und Niedergang des Kolbens a. Dieser Kolben a ist aber der Kolben einer doppelt wirkenden Saug- und Druckpumpe; wenn a in die Höhe geht, so entsteht in der Kammer b eine Verdünnung, das untere Ventil öffnet sich, und es wird durch die Saugröhre N Wasser in die Kammer b gehoben. Durch den Aufgang des Kolbens a wird aber zugleich Wasser in die Kammer c hineingepreßt, das untere Ventil schließt, das obere öffnet sich, das Wasser wird also aus c in die Steigröhre S getrieben.

Beim Niedergange des Kolbens schließen sich die Ventile, die jetzt offen waren, und umgekehrt; es wird Wasser in die Kammer c gesaugt, aus b aber in die Steigröhre gehoben.

Wenn der Querschnitt des Kolbens C 2-, 3-, 4mal größer ist als der des Kolbens a, so kann man (die Reibungs- und sonstige Widerstände unberücksichtigt) eine Wassersäule heben, welche 2-, 3-, 4mal so hoch ist als die Höhe des Aufschlagwassers.

Bei einer derartigen Wassersäulenmaschine beträgt die Höhe des Aufschlagwassers 140′; sie hebt die Salzsoole auf eine Höhe von 346′; diese Salzwassersäule aber entspricht einer Süßwassersäule von 397′; der Durchmesser des Kolbens C ist $20^1/_2$, der des Kolbens a 10 Zoll, der größere Kolben hat also einen nahezu 4mal größeren Querschnitt. Daß die gehobene Wassersäule nicht 4mal so hoch ist als die Höhe des Aufschlagwassers, also nicht 560′ beträgt, rührt daher, daß eine bedeutende Kraft zur Ueberwindung der Reibungs- und sonstigen Widerstände nöthig ist. Diese Maschine giebt ungefähr 70 Procent des absoluten Maximums; denn 397 verhält sich zu 560 nahe, wie 70 zu 100.

Neuntes Capitel.

Bewegung der Gase.

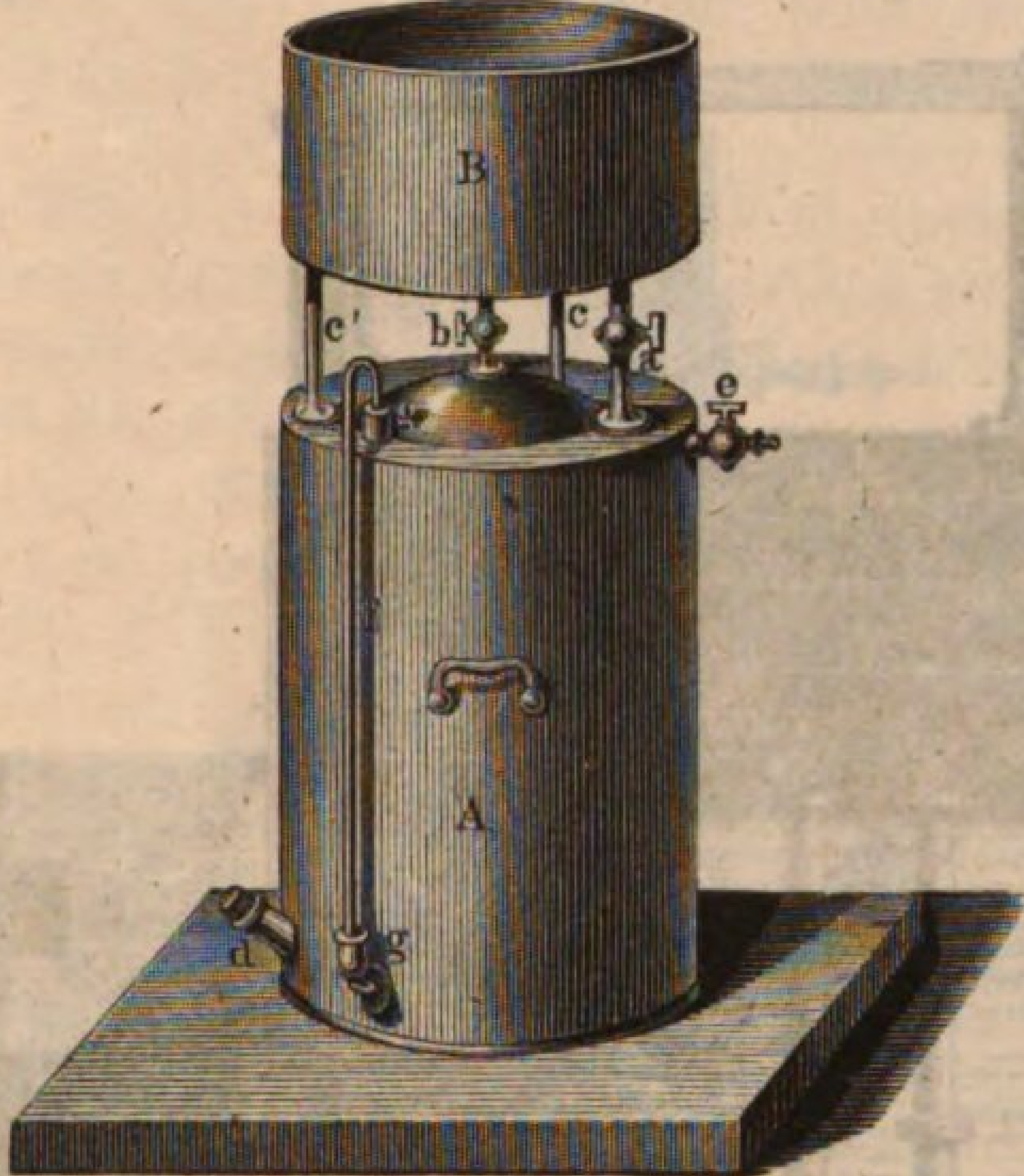
95 **Gasometer.** Bei den Gasen kann ihrer Molecularconstitution zufolge weder von einem freien Fall, noch von einem Herabfließen auf geneigte Flächen, wie es bei den tropfbar flüssigen Körpern stattfindet, die Rede sein. Eine Bewegung von Gasen tritt nur dann ein, wenn in zwei mit einander in Verbindung stehenden, mit Gasen erfüllten Räumen ein ungleicher Druck herrscht. Es wird dann das Gas von dem Raume, welcher einem stärkeren Drucke ausgesetzt ist, nach demjenigen überströmen, an welchem ein geringerer Druck stattfindet, bis das Gleichgewicht wieder hergestellt ist. Wenn man also einen luftverdünnten Raum mit der äußeren Atmosphäre in Verbindung setzt, so muß Luft einströmen, wenn man aber in einem Ballon mit Hülfe der Compressionspumpe die Luft verdichtet hat, so wird die Luft ausströmen, wenn man einen Hahn öffnet, welcher das Innere des Ballons mit der äußeren Luft in Verbindung setzt.

Gase, welche man in besonderen Gasbehältern, Gasometern, aufgefangen hat, werden meist durch den Druck einer Wassersäule zum Ausströmen gebracht.

Fig. 180 stellt ein kleines Gasometer dar, wie sie in chemischen Laboratorien gewöhnlich gebraucht werden. *A* ist ein Cylinder von lackirtem Blech, welcher ungefähr 16 bis 18 Zoll hoch ist, der 10 bis 12 Zoll Durchmesser hat, und dessen oberer Deckel etwas nach oben gewölbt ist. Auf diesem Deckel ruht auf drei Stützen ein zweiter, oben offener Cylinder *B*, dessen Höhe aber nur $^1/_3$ von der des unteren ist. Der obere Cylinder ist mit dem unteren durch zwei Röhren verbunden, von denen die eine, *b*, gerade in der Mitte des Deckels sich befindet. Sie darf durchaus nicht in den unteren Cylinder hineinragen. Eine zweite Verbindungsröhre *a* geht fast auf den Boden des unteren Cylinders. In jeder dieser Röhren befindet sich ein Hahn, vermittelst dessen man nach Belieben die Verbindung der beiden Cylinder herstellen und unterbrechen kann. Bei *e* befindet sich eine kurze horizontale Röhre, welche ebenfalls durch einen Hahn verschlossen werden kann und an welcher vorn ein Schraubenge-

winde eingeschnitten ist, um andere Röhren und Ausströmungsöffnungen anschrauben zu können. Nahe am Boden des unteren Cylinders befindet sich bei

Fig. 180.



d eine aufwärts stehende Oeffnung, welche mittelst einer Schraube oder eines Korkes verschlossen werden kann.

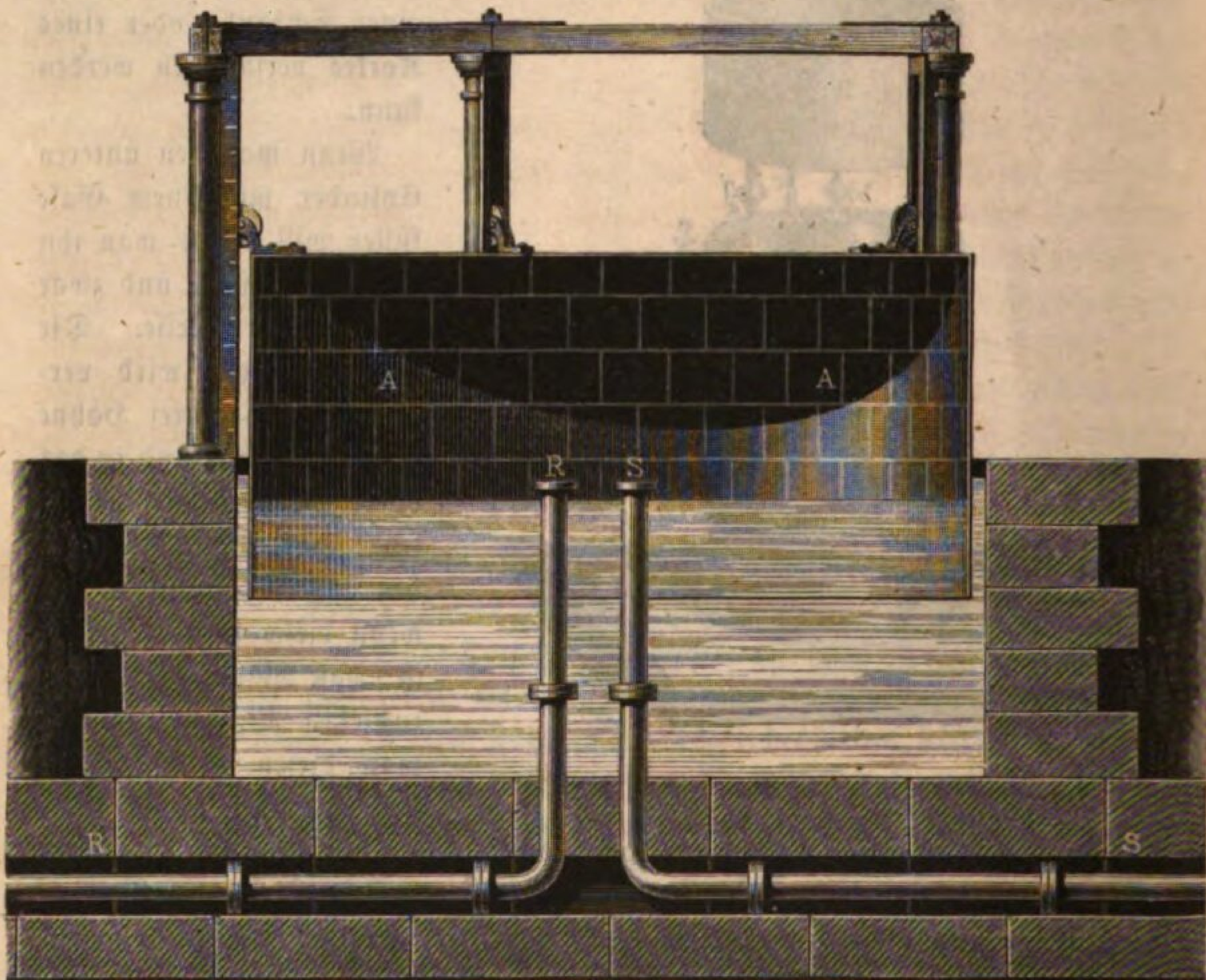
Wenn man den unteren Cylinder mit einem Gase füllen will, füllt man ihn erst mit Wasser, und zwar auf folgende Weise. Die Oeffnung bei *d* wird verschlossen, die drei Hähne werden geöffnet und in das obere Gefäß Wasser gegossen. Das Wasser fließt in den unteren Cylinder, und wenn dieser so weit gefüllt ist, daß Wasser bei *e* auszufließen beginnt, schließt man diesen Hahn. Der Rest von Luft, welcher nun noch im Cylinder sich befindet, entweicht durch das Rohr *b*. Ist der untere Cylinder auf diese Weise mit Wasser gefüllt, so werden die Hähne der Verbindungsröhren geschlossen und die Schraube oder der Kork bei *d* weggenommen. Wasser kann hier nicht ausfließen, weil keine Luftblasen eindringen können. Wenn man aber bei *d* ein Gasleitungsrohr einsteckt, so wird neben diesem Rohre das Wasser ausfließen, während aus demselben fortwährend Gasblasen in den oberen Theil des Behälters aufsteigen. Auf diese Weise füllt sich der untere Cylinder mehr und mehr mit Gas. Wie weit der Cylinder mit Gas gefüllt ist, sieht man an dem Glasrohre *f*, welches mit dem Gefäße *A* oben und unten in Verbindung steht, so daß das Wasser in diesem Glasrohre so hoch steht wie im Cylinder.

Nachdem das ganze Reservoir mit Gas gefüllt ist, wird die Oeffnung bei *d* verschlossen, der Hahn der Verbindungsröhre *a* geöffnet. Sobald nun der Hahn *e* geöffnet wird, strömt das Gas hier mit einer dem Drucke der Wassersäule in der Röhre *a* entsprechenden Geschwindigkeit aus.

Die großen Gasometer, welche man zur Gasbeleuchtung anwendet, sind nach einem anderen Principe construirt. In ein mit Wasser gefülltes Bassin ist ein unten offener, oben geschlossener, aus zusammengenieteten Platten von Eisenblech gebildeter Cylinder *A*, Fig. 181 (a. f. S.), eingetaucht. Von unten her ragen zwei Röhrenleitungen *RR* und *SS* in diesen umgestülpten Cylinder hinein, deren Mündung sich über dem Wasserspiegel im Bassin befindet. Durch die

Röhrenleitung *RR* strömt, während die andere durch einen Hahn verschlossen ist, das Leuchtgas aus den Retorten, in welchen es erzeugt wird, durch die Rei-

Fig. 181.



nigungsapparate, in die Höhlung des Cylinders *A* ein. In dem Maße aber, in welchem das Gas einströmt, muß der ganze Cylinder *A* aus dem Wasser des Bassins emporsteigen. Fünf eiserne, an dem Rande des Bassins angebrachte Säulen dienen, wie aus der Figur leicht zu ersehen ist, dem Cylinder zur Führung, so daß er sich beim Steigen nicht auf die Seite neigen kann.

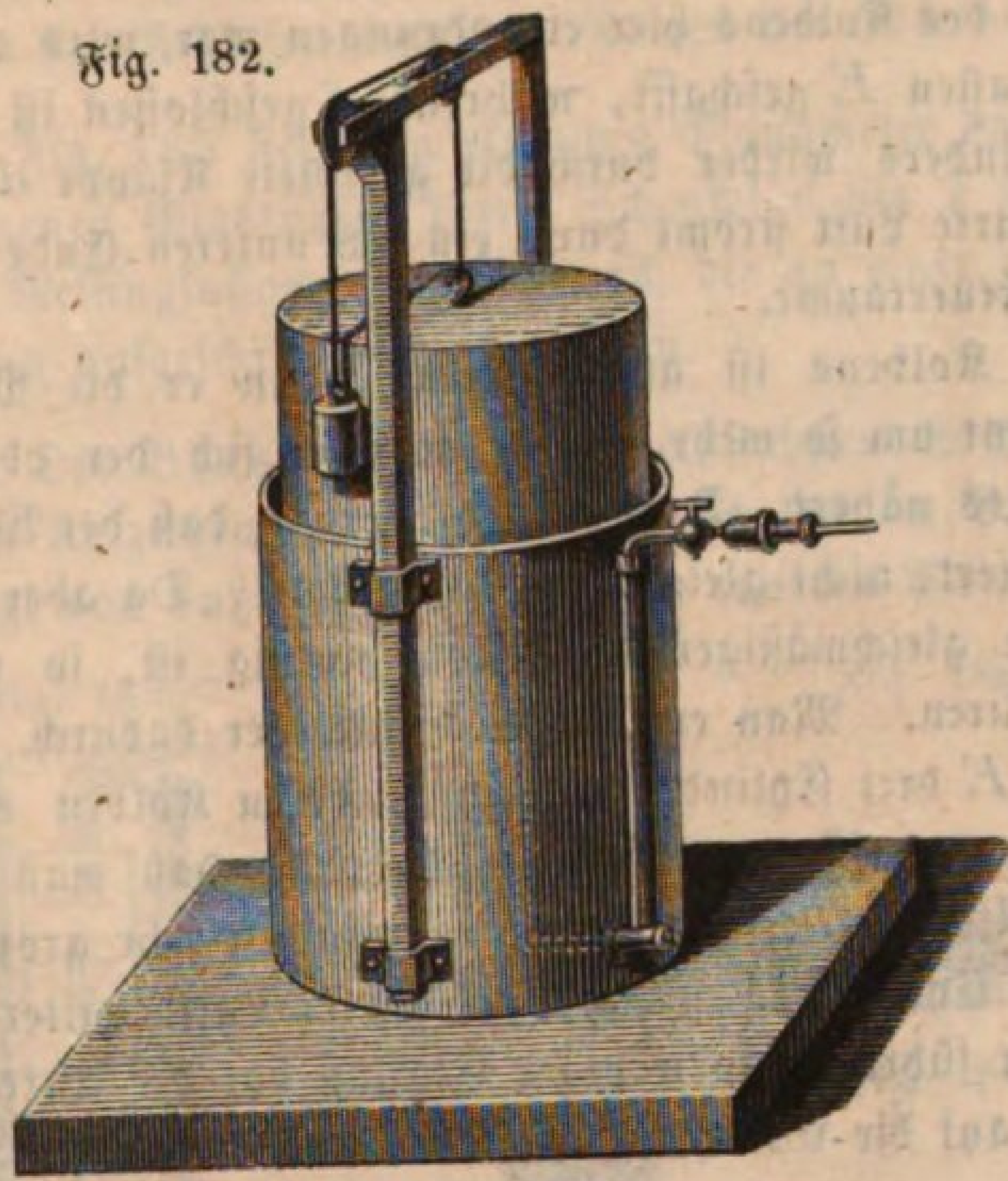
Ist das Gasometer gefüllt, so wird das Zuströmungsrohr geschlossen, der Hahn des Abströmungsrohrs, welches sich in viele enge, zu den Gasschnäbeln führende Röhren theilt, wird geöffnet; das Gas strömt nun durch die Röhrenleitung *SS* ab, indem es durch das Gewicht des Blechcylinders *A* comprimirt wird, in Folge dessen denn auch der Wasserspiegel in *A* um einige Zoll tiefer steht als außen. — In dem Maße, in welchem das Gas durch die Röhrenleitung *SS* abströmt, sinkt der Cylinder *A* wieder allmälig nieder.

Der Durchmesser eines solchen Gasometers beträgt meist über 30 Fuß.

Nach demselben Princip werden auch kleinere Gasometer für Laboratorien construirt. In Fig. 182 ist ein solcher abgebildet, und wohl ohne weitere Erklärung verständlich. Es ist hier nur eine Zuleitungsröhre, aus welcher

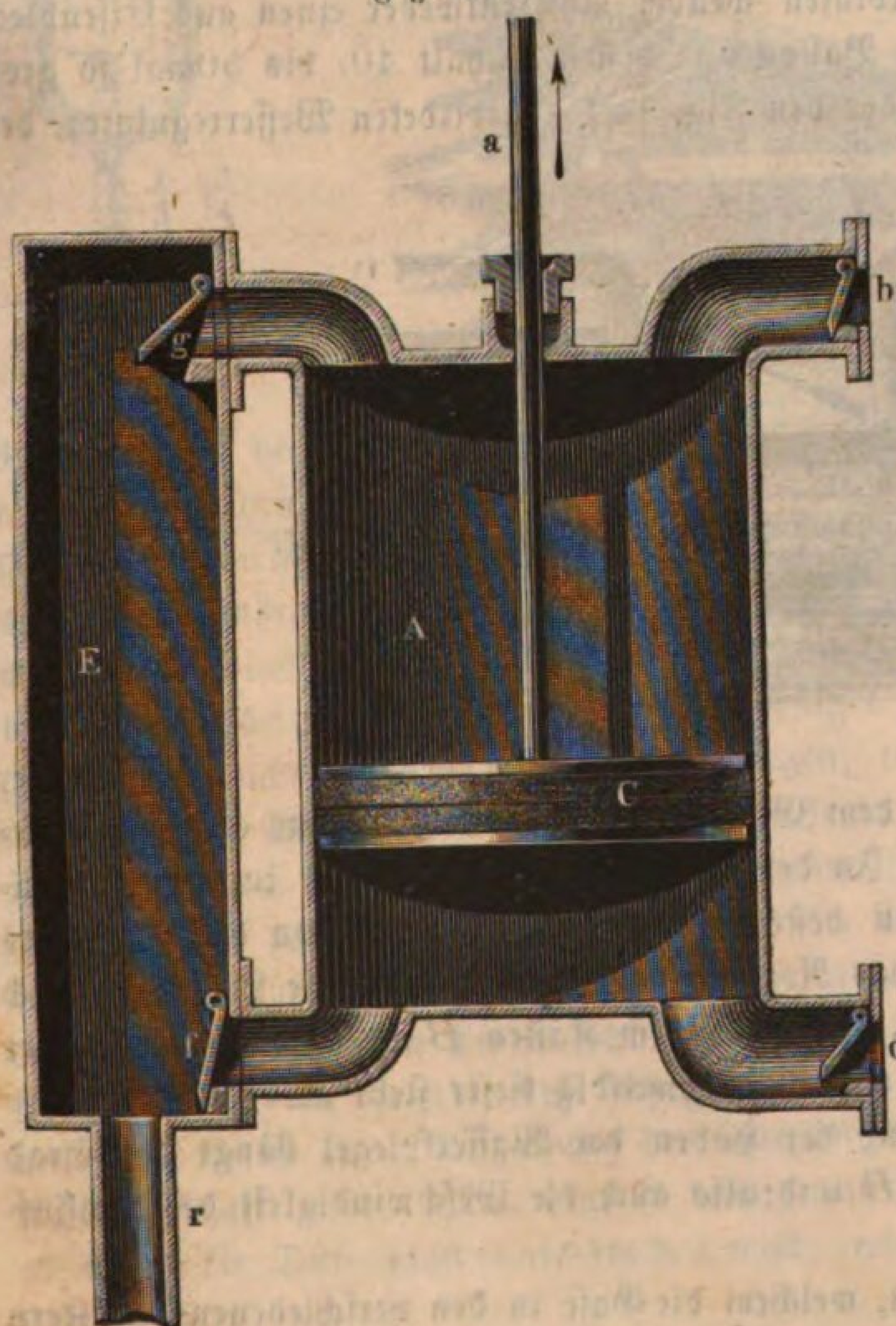
man erst das Gas ein- und nachher auch wieder ausströmen läßt. In derselben Weise könnten zwei solcher Röhren angebracht sein.

Fig. 182.



Gebläse. Bei Hohöfen und Schmiedefeuern wendet man Gebläse von verschiedener Einrichtung an. Die vollkommenste derselben ist das Cylindergebläse, welches Fig. 183 abgebildet ist. In einem wohl ausgebohrten gußeisernen Cylinder *A*, in welchem ein Kolben *C*, an den Wänden luftdicht schließend, auf und nieder bewegt werden kann, geht die Kolbenstange *a* luftdicht durch die in der Mitte des oberen Deckels befindliche Stopfbüchse. Durch die Oeffnung bei *b* communicirt der obere, durch die Oeffnung bei *d* der untere Theil des Cylinders mit der freien Luft; die Oeffnungen bei *g* und *f* aber verbinden den Cylinder mit einem viereckigen Kasten *E*. Bei *b* und *d* befinden sich Klappen, die sich nach innen, bei *g* und *f* aber solche, die sich nach außen öffnen. Wenn nun der Kolben niedergeht, schließt sich die Klappe bei *d*, die bei *f* aber öffnet sich, und alle Luft aus dem unteren Theile des Cylinders wird in den Raum *E* getrieben. — Unterdessen dringt aber durch die Klappe bei *b* Luft von außen her in den oberen Theil des 96

Fig. 183.

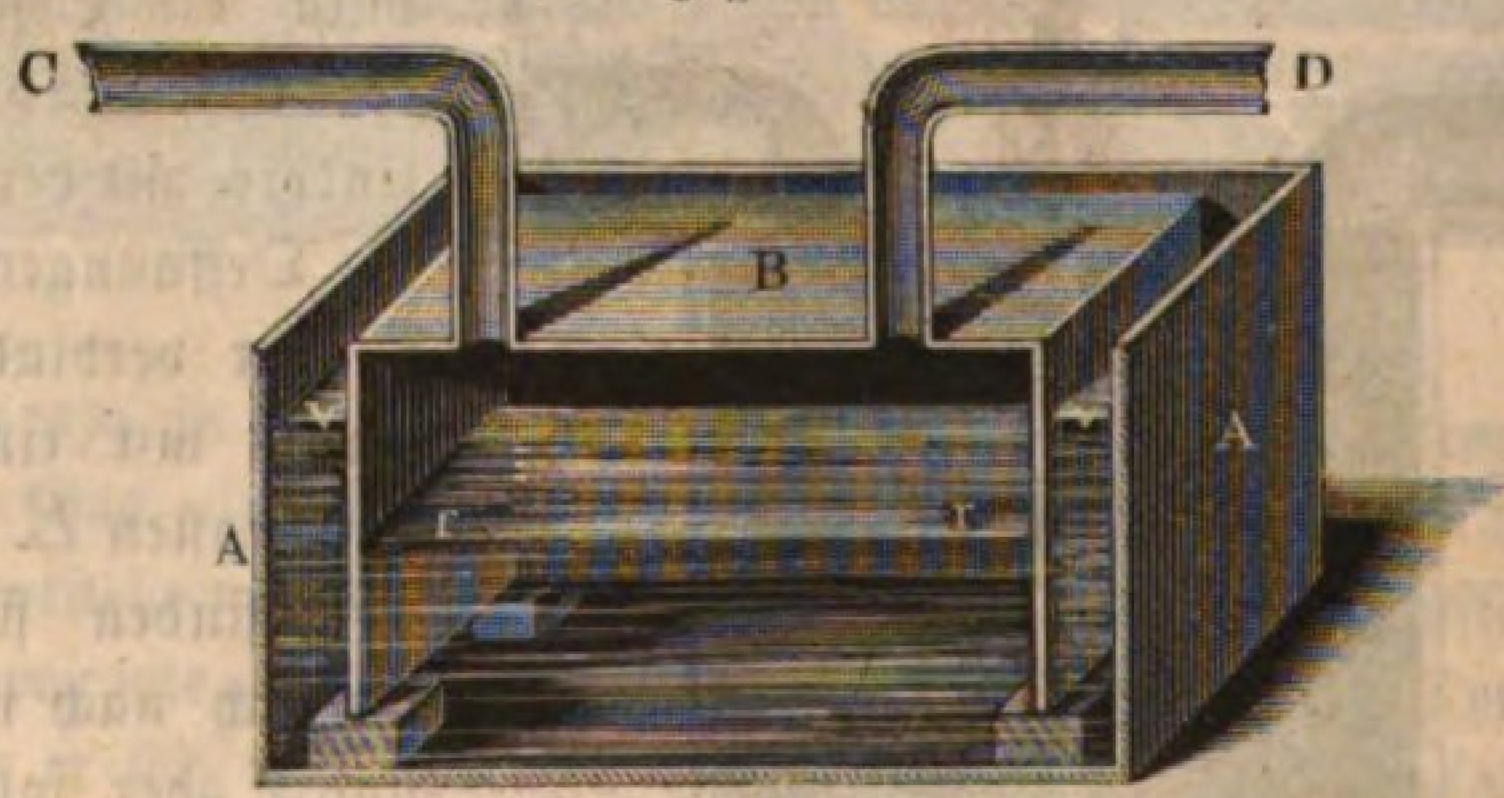


Cylinders. Wenn der Kolben wieder in die Höhe geht, schließt sich *b*, und alle Luft, die beim Niedergang des Kolbens hier eingedrungen war, wird durch die Oeffnung bei *g* in den Kasten *E* geschafft, während *f* geschlossen ist und sich der untere Theil des Cylinders wieder durch die geöffnete Klappe *d* mit Luft füllt. Die in *E* comprimirte Luft strömt durch ein am unteren Ende von *E* befestigtes Rohr nach dem Feuerraume.

Die Geschwindigkeit des Kolbens ist am größten, wenn er die Mitte des Cylinders passirt, sie nimmt um so mehr ab, je mehr er sich der oberen oder unteren Gränze seines Weges nähert. Daraus geht hervor, daß der Wind, welchen ein solcher Cylinder liefert, nicht gleichmäßig ausströmt. Da aber für die meisten Schmelzprocesse ein gleichmäßiger Windstrom nöthig ist, so muß man dafür sorgen, ihn zu reguliren. Man erreicht dies entweder dadurch, daß man an demselben Windkasten *E* drei Cylinder anbringt, deren Kolben nicht gleichzeitig die Mitte ihres Weges passiren, oder auch dadurch, daß man die Luft aus *E* erst in einen Behälter treten läßt, dessen Rauminhalt sehr groß ist im Vergleich zum Volumen des Cylinders. Je größer dieser Luftbehälter ist, welcher den Namen Regulator führt, desto weniger Einfluß hat die Unregelmäßigkeit der Kolbenbewegung auf die Gleichmäßigkeit des aus dem Regulator austretenden Luftstromes.

Als Regulator bei Gebläsen wendet man entweder einen aus Eisenblech luftdicht zusammengenieteten Ballon an, dessen Inhalt 40- bis 50mal so groß ist als der des Cylinders, oder den Fig. 184 abgebildeten Wasserregulator, der

Fig. 184.



seinem Wesen nach ganz mit dem Gasometer übereinkommt, wie er zur Gasbeleuchtung angewendet wird. In den Kasten *B*, welcher aus luftdicht zusammengenieteten eisernen Platten besteht, und dessen Inhalt den des Cylinders weit übertrifft, strömt durch das Rohr *D* vom Cylinder her die Luft ein, durch das Rohr *C* aber wieder aus. Die Luft im Kasten *B* ist unten durch Wasser gesperrt, dessen Niveau *r r* im Kasten nothwendig tiefer steht als der Spiegel *v v* außerhalb. Von der Differenz der Höhen der Wasserspiegel hängt der Grad der Compression der Luft in *B* und also auch die Geschwindigkeit des Ausflusses durch das Rohr *C* ab.

Um den Druck zu messen, welchem die Gase in den verschiedenen Behältern

und Gasleitungsröhren ausgesetzt sind, bedient man sich der **Manometer**, welche bei Gebläsen auch den Namen der **Windmesser** führen.

Fig. 185 stellt ein einfaches Manometer dar, es besteht aus einer doppelt gebogenen Glasröhre, deren Schenkel 6 bis 7 Zoll lang sind und welche in eine Messingfassung eingekittet ist, die an einer entsprechenden Stelle der Gasleitung aufgeschraubt werden kann.

Der **Blasbalg** in seiner einfachsten Gestalt ist in Fig. 186 abgebildet. Beim Aufziehen des Deckels hebt sich das im Boden angebrachte Ventil *k*, es dringt von außen her Luft in den inneren Raum des Blasbalges, welche beim

Fig. 185.



Fig. 186.

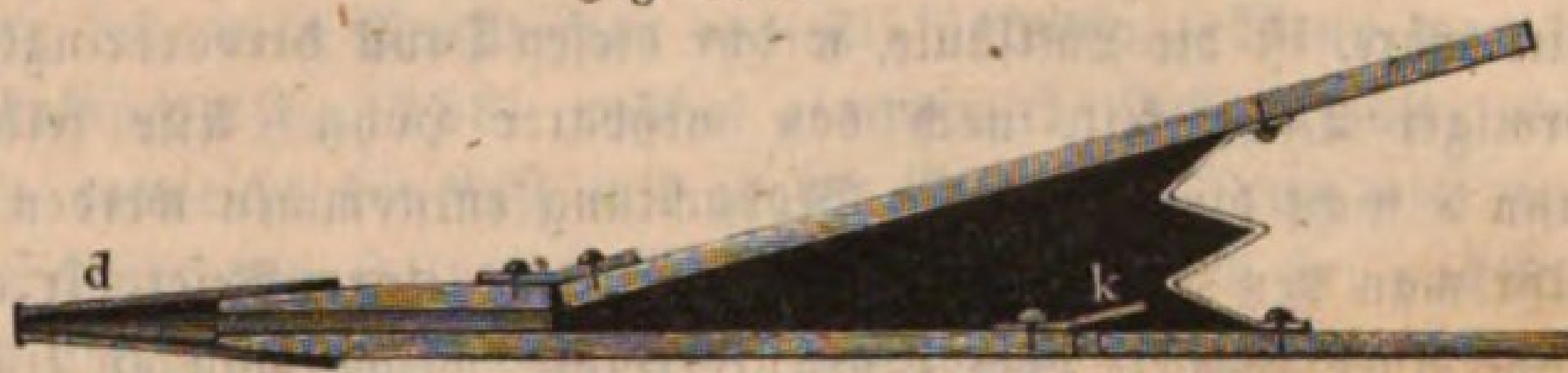
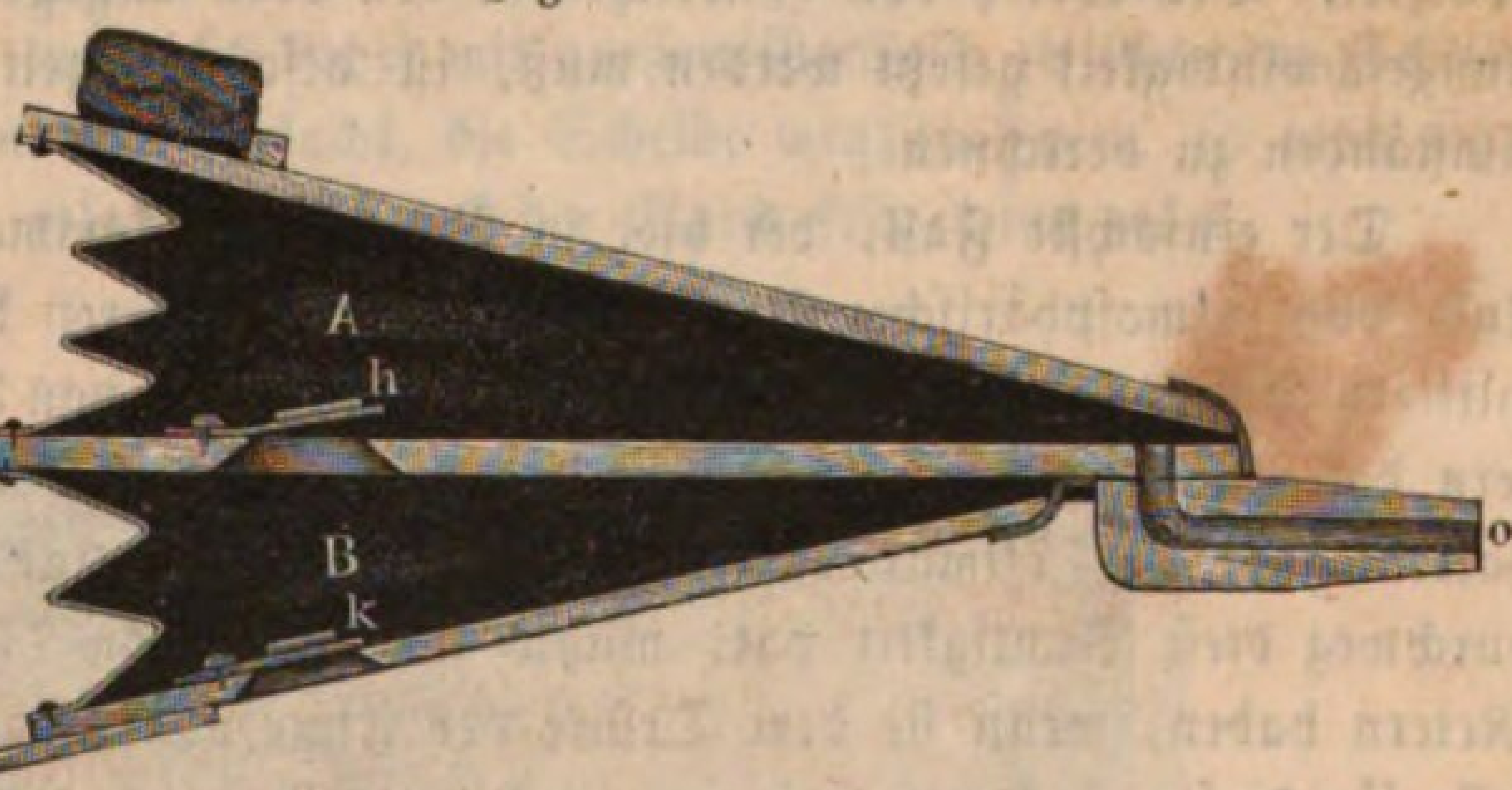


Fig. 187.



Niederdrücken des Deckels durch die Düse *d* ausgetrieben wird, weil sich bei diesem Niederdrücken die Klappe *k* schließt. Mit einem einfachen Blasbalg kann man aber keinen continuirlichen Luftstrom erzeugen, wie dies in Schmieden, in chemischen Laboratorien u. s. w. nöthig ist; man wendet in diesem Falle zusammengesetzte Blasbälge an, welche construirt sind, wie Fig. 187 zeigt. Wenn die obere Abtheilung *A* eines solchen Blasebalges mit Luft gefüllt ist, die durch Gewichte, welche auf dem oberen Deckel liegen, comprimirt wird, so kann sie nur durch die Düse *o* entweichen, denn das Ventil *h* zwischen *A* und *B* schließt sich, sobald die Luft in *A* stärker comprimitirt ist als in *B*. Wenn man die untere Platte des Raumes *B* hebt, so wird die Luft in *B* comprimirt, sie hebt das nach *A* führende Ventil *h* und dringt in den oberen Raum. Beim Niedergange der untersten Platte schließt sich das Ventil *h* wieder, das Ventil, welches aus *B* in die freie Luft führt, öffnet sich, und *B* füllt sich von Neuem mit Luft, welche durch Aufziehung der untersten Platte abermals in den oberen Raum geschafft wird. Man begreift leicht, daß das Ausströmen der Luft aus *A* durch die Düse nicht unterbrochen wird, während *B* von Neuem sich mit Luft füllt.

97 **Gesetze des Ausströmens der Gase.** Für die Ausflußgeschwindigkeit der Gase gelten dieselben Gesetze wie bei Flüssigkeiten, d. h. die Ausflußgeschwindigkeit ist

$$c = \sqrt{2gs},$$

wenn s die Druckhöhe bezeichnet. Hier aber ist s eine Größe, die nicht direct durch die Beobachtung gegeben ist, wie bei tropfbar flüssigen Körpern. Für diese bezeichnet s die Höhe der Flüssigkeitssäule, deren Druck den Ausfluß bewirkt, und welche von derselben Natur und Dichtigkeit ist wie die ausströmende Flüssigkeit. Gase, welche in einem Gefäße enthalten sind, sind aber nie durch eine Luftsäule von gleichmäßiger Dichtigkeit und wohlbegränzter Höhe comprimirt, denn selbst wenn das Gas nur durch den Druck der Atmosphäre comprimirt wäre, ist die Luftsäule, welche diesen Druck hervorbringt, weder von gleichförmiger Dichtigkeit, noch von meßbarer Höhe. Also selbst in diesem Falle kann s nicht direct aus der Beobachtung entnommen werden. Gewöhnlich aber mißt man den Druck, welcher die Luft aus einem Reservoir austreibt, durch die Höhe einer Wasser- oder Quecksilbersäule, welche man an einem Manometer beobachtet. Der Werth von s, welcher in den oben angegebenen Werth der Ausflußgeschwindigkeit gesetzt werden muß, ist also jederzeit aus den beobachteten Umständen zu berechnen.

Der einfachste Fall, der hier in Betrachtung kommen kann, ist der, daß Luft von atmosphärischer Pressung in einen luftleeren Raum einströmt. Der mittlere atmosphärische Druck hält einer Wassersäule von 32 Fuß oder 10,4 Metern das Gleichgewicht. Die Luft aber, welche diesen mittleren Druck auszuhalten hat, ist 770mal weniger dicht als Wasser; eine Luftsäule also, welche durchweg diese Dichtigkeit hat, müßte eine Höhe von $770 \times 10{,}4 = 8008$ Metern haben, wenn sie dem Drucke der Atmosphäre das Gleichgewicht halten soll; für diesen Fall also wäre $s = 8008$ Meter, und also:

$$c = \sqrt{2 \,.\, 9{,}8 \,.\, 8008} = 396 \text{ Meter.}$$

Die Gase zeigen beim Ausströmen durch eine in einer dünnen Wand angebrachte Oeffnung die Erscheinung des zusammengezogenen Strahles (contractio venae) in ähnlicher Weise, wie wir sie auf Seite 151 bei tropfbar flüssigen Körpern kennen gelernt haben.

Wenn verschiedene Gase unter gleichem Druck ausströmen, so ist ihre Ausströmungsgeschwindigkeit der Quadratwurzel aus ihren specifischen Gewichten umgekehrt proportional. So ist z. B. das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft gleich 1 gesetzt, das specifische Gewicht der Kohlensäure 1,5, das des Wasserstoffgases 0,069; es wird demnach unter gleichem Druck die Kohlensäure $\sqrt{1{,}5}$ mal (1,2 mal) langsamer, das Wasserstoffgas aber $\frac{1}{\sqrt{0{,}069}}$ oder nahe 4 mal schneller ausströmen als atmosphärische Luft.

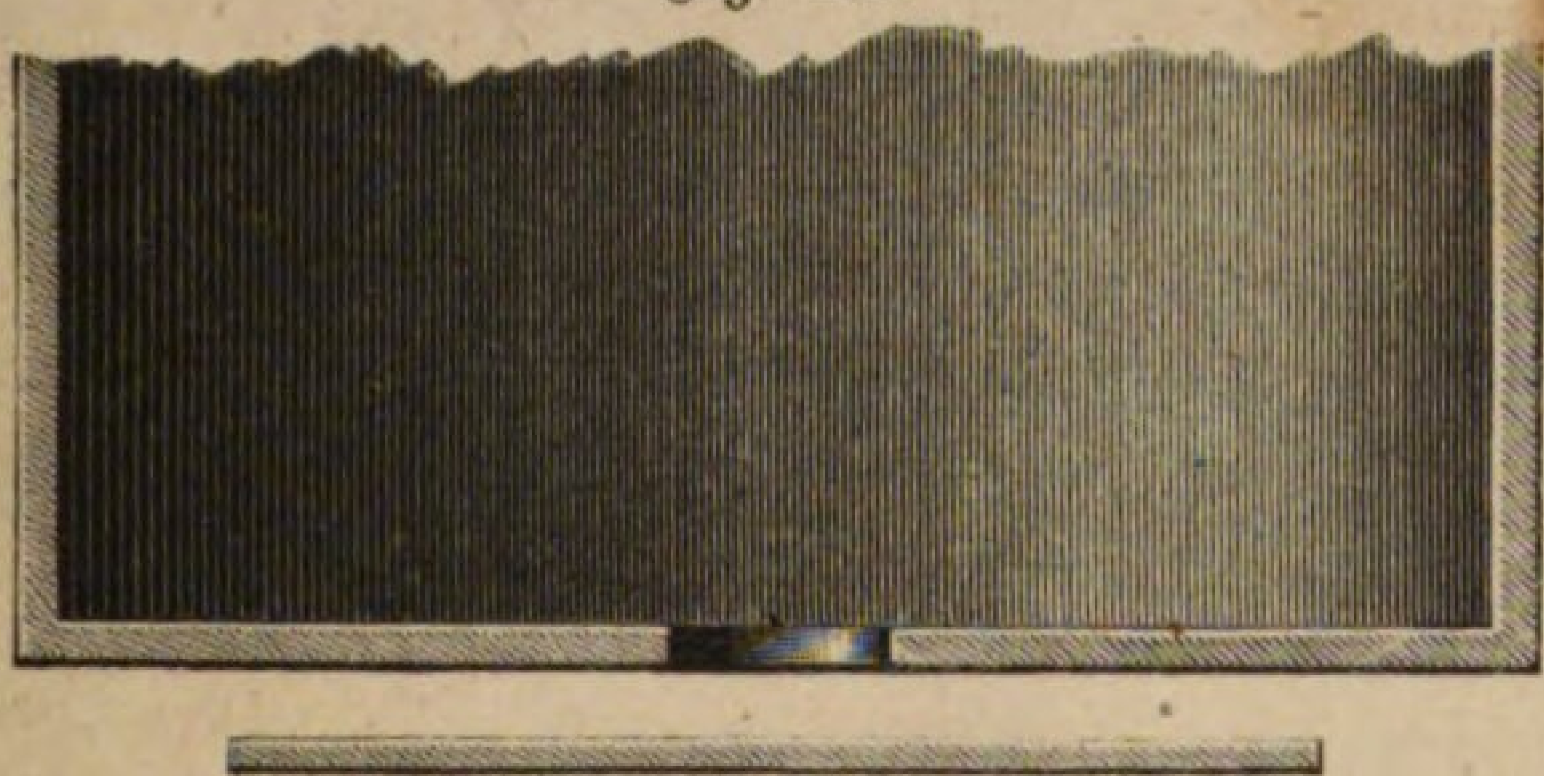
98 **Seitendruck der Gase beim Ausströmen.** Wenn sich Luft durch Röhrenleitungen bewegt, so ist ein Reibungswiderstand zu überwinden, und dazu wird ein Theil der Spannung des comprimirten Gases verwendet werden,

also für die Bewegung verloren gehen. Der Druck, den die Röhrenwände von der Tension der durchströmenden Luft auszuhalten haben, nimmt um so mehr ab, je mehr man sich der Mündung des Rohres nähert, wie man sich durch Manometer überzeugt, welche an verschiedenen Stellen der Leitung angebracht werden.

So ist z. B. der Druck, mit welchem das Leuchtgas aus den einzelnen Gasschnäbeln ausströmt, weit geringer als der Druck, unter welchem sich das Gas im Gasometer befindet. Es ist dies ganz den Erscheinungen analog, welche man bei Bewegung tropfbar flüssiger Körper in Röhrenleitungen beobachtet, und welche bereits auf Seite 154 besprochen wurden.

Das Phänomen des Saugens findet bei der Bewegung der Gase auf ganz ähnliche Weise Statt wie beim Ausströmen von Flüssigkeiten. Wenn man in den Boden eines Gefäßes, Fig. 188, welches comprimirte Luft enthält, eine Oeffnung macht, so entweicht die Luft mit großer Gewalt. Wenn man nun der Oeffnung eine Scheibe von Holz oder Metall nähert, so wird sie, nachdem der erste Widerstand überwunden ist, nicht mehr abgestoßen; sie oscillirt lebhaft, indem sie in sehr kurzen Zwischenräumen sich der Oeffnung bald nähert, bald von ihr entfernt. Die Luft entweicht dabei mit großem Geräusch zwischen der Scheibe und der Wand. Wenn man versucht, die Scheibe wegzunehmen, so muß man große Kraft anwenden, wie wenn sie auf der Wand festgeleimt wäre.

Fig. 188.

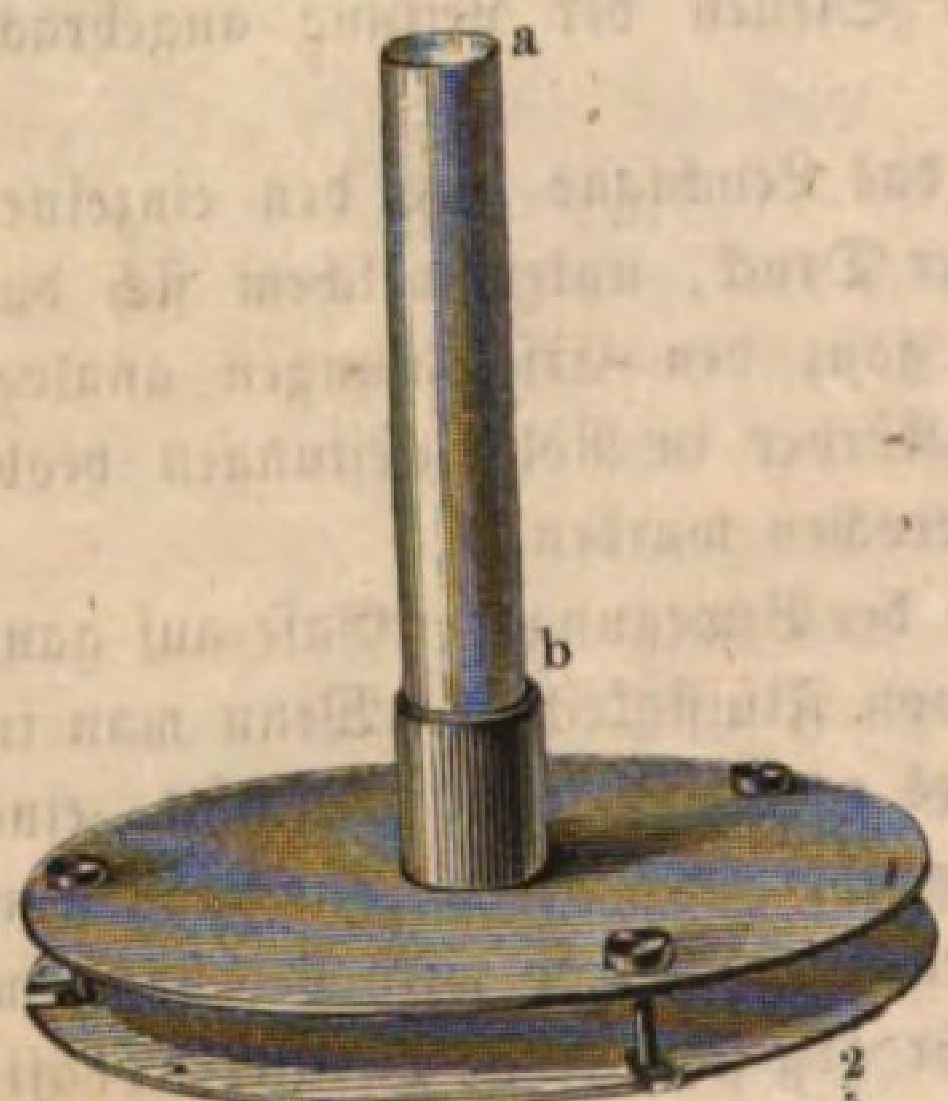


Man erklärt diese Erscheinung folgendermaßen: Der Luftstrahl, welcher die Oeffnung verläßt, muß sich in eine dünne Schicht zwischen der Scheibe und der Wand ausbreiten. Bei unveränderter Dicke muß sie sich nun um so mehr ausbreiten, je mehr sie sich dem Rande der Scheibe nähert; sie befindet sich also in demselben Falle wie ein flüssiger Strahl, welcher die immer wachsenden Querschnitte eines conischen Ansatzrohres ausfüllen soll. Zwischen der Scheibe und der Wand bildet sich ein luftverdünnter Raum, in Folge dessen die atmosphärische Luft, von unten gegen die Scheibe drückend, sie an die Wand anpreßt.

Man kann diesen Versuch auch im Kleinen mittelst des Apparats Fig. 189 (a. f. S.) anstellen, wenn man Luft mit dem Munde durch die Röhre ab bläst, welche mit einer ebenen Scheibe endigt; die der oberen Scheibe, welche an der Röhre ab befestigt ist, gegenüberliegende, nach oben frei bewegliche Scheibe von

Kartenpapier steigt in die Höhe und haftet an der oberen Scheibe, so lange man mit Blasen fortfährt.

Fig. 189.



Die einfachste Art, diesen Versuch anzustellen, hat Faraday angegeben. Man schließe die Finger der offenen Hand fest an einander, so wird doch noch von Gelenk zu Gelenk ein spaltartiger Zwischenraum bleiben. Während man nun die Hand horizontal hält, so daß die Fläche abwärts gekehrt ist, applicire man die Lippen dem Intervall zwischen dem Zeige- und Mittelfinger, nahe an ihren Wurzeln, und blase möglichst stark. Bringt man nun ein Stück Papier von 3 bis 4 Quadratzoll an die Oeffnung, durch welche der Luftstrom hindurchgeht, so wird es weder durch diesen Luftstrom fortgeblasen, noch fällt es durch sein Gewicht herab, was aber sogleich geschieht, sobald man mit Blasen aufhört.

Zweites Buch.

Akustik.

Erstes Capitel.

Gesetze der Wellenbewegung im Allgemeinen und der Schallwellen insbesondere.

Vibrationsbewegung. Wenn ein Pendel aus seiner Gleichgewichtslage herausgebracht wird und dann sich selbst überlassen bleibt, so wird es zunächst durch die Schwere seiner Gleichgewichtslage wieder zugeführt; in derselben angelangt, kann es aber nicht in Ruhe bleiben, weil es mit einer Geschwindigkeit ankommt, die es über die Gleichgewichtslage hinaustreibt, und so macht denn das Pendel eine Reihe von Schwingungen, deren Gesetze wir schon oben betrachtet haben. 99

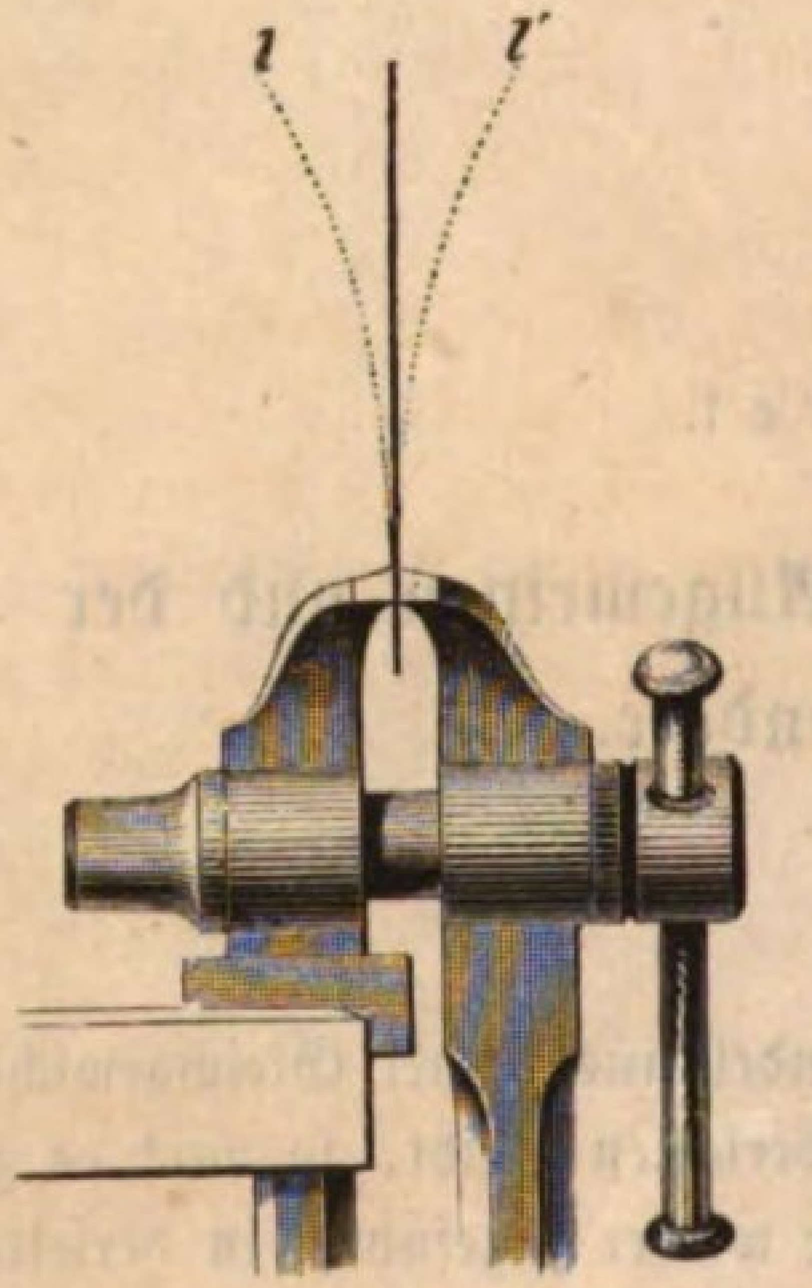
Bei der Bewegung des Pendels bleibt die gegenseitige Lage der Theilchen desselben unverändert. Wenn aber die gegenseitige Lage der einzelnen Theilchen eines Körpers durch irgend eine äußere Ursache gestört wird, so werden dieselben, wenn irgend Kräfte vorhanden sind, welche die ursprüngliche Gleichgewichtslage wieder herzustellen streben, ebenfalls in eine oscillatorische Bewegung gerathen, welche sich von der Pendelbewegung wesentlich dadurch unterscheidet, daß sich die gegenseitige Lage der Partikelchen mit jedem Momente ändert; man hat also hier nicht allein die Oscillationsbewegung eines einzelnen Theilchens, sondern auch die Veränderungen in der gegenseitigen Lage der Theilchen zu betrachten.

Die Oscillationsbewegung der einzelnen Theilchen eines Körpers kann von der Art sein, daß alle Theilchen gleichzeitig in Bewegung gerathen, gleichzeitig ihre Gleichgewichtslage passiren, gleichzeitig die Gränzen ihrer Schwingungen erreichen und dann gleichzeitig ihren Rückweg wieder beginnen. Von dieser Art sind die Vibrationen eines an einem Ende eingeklemmten Stahlstreifens, **Fig.** 190 (a. f. S.), einer zwischen zwei festen Punkten ausgespannten Saite, **Fig.** 191. Solche Schwingungen nennt man nach Weber »stehende Schwingungen«.

Wenn die Bewegungen der einzelnen Theilchen von der Art sind, daß die Vibrationsbewegung von Theilchen zu Theilchen fortschreitet, daß jedes folgende Theilchen dieselben Oscillationen macht wie das vorhergehende, nur mit dem Unterschiede, daß es seine Bewegung später beginnt, so sind dies fortschreitende Schwingungen. Durch die fortschreitenden Schwingungen werden

Wellen erzeugt. Die Bewegung, das Fortschreiten der Welle ist hier wesentlich von der Oscillation der einzelnen Theilchen zu unterscheiden.

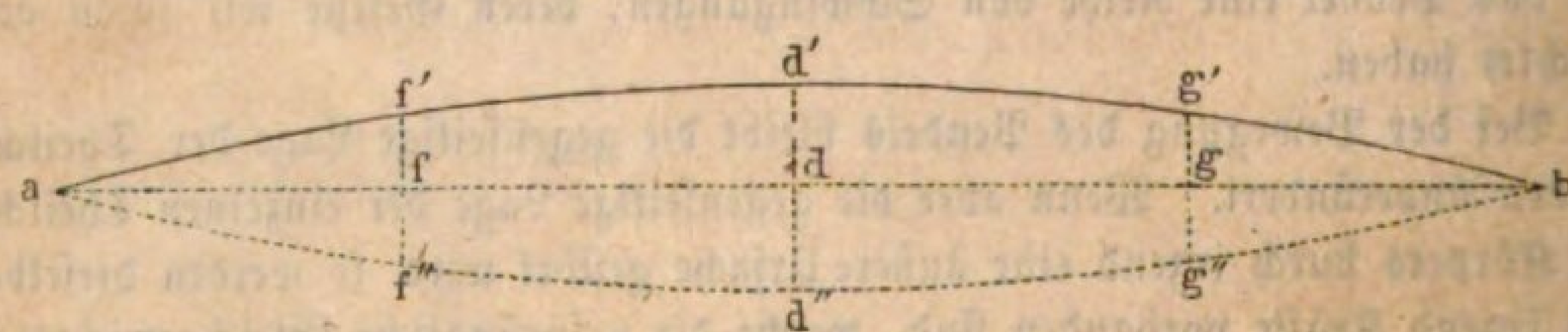
Fig. 190.



Beispiele von Wellenbewegung liefert uns eine ruhige Wasserfläche, auf welche man einen Stein fallen läßt; ein langes gespanntes Seil, gegen welches man nahe an einem Ende einen kräftigen Schlag führt; die Schallwellen in der Luft u. s. w. Wir werden diese verschiedenen Wellenbewegungen alsbald näher betrachten.

Die Vibrationsbewegungen können nun je nach der Ursache der Störung des Gleichgewichtes, je nach der Natur der Kraft, welche die Theilchen wieder in die Gleichgewichtslage zurückzuführen strebt, bald größer, bald kleiner sein, so daß dadurch die äußere Gestalt der Körper merkliche oder unmerkliche Formveränderungen erleidet; die Vibrationen können langsamer oder schneller sein; sie sind oft

Fig. 191.



langsam genug, daß man die einzelnen Schwingungen mit dem Auge verfolgen und zählen, oft sind sie aber auch so schnell, daß man die einzelnen Oscillationen nicht mehr für sich unterscheiden kann.

Wenn die Vibrationsbewegung eines Körpers einen gewissen Grad von Geschwindigkeit überschreitet, so kann ihre Gesammtwirkung noch einen Eindruck hervorbringen, indem sie in den umgebenden Medien Wellenbewegungen erzeugt, durch welche sie bis zu besonders eingerichteten Sinnesorganen fortgeleitet wird und hier eine eigenthümliche Empfindung veranlaßt.

So veranlassen Vibrationen, deren Geschwindigkeit innerhalb gewisser bald näher zu besprechender Gränzen liegt, in der Luft oder anderen elastischen Medien Wellen, welche, in abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen bestehend, bis zum Ohre fortgepflanzt als Ton wahrgenommen werden.

Noch ungleich schnellere Vibrationen der Körpertheilchen bringen, durch die Wellenbewegung eines eigenthümlichen elastischen Fluidums, welches wir Aether nennen, bis in unser Auge fortgepflanzt, hier den Eindruck des Lichtes hervor.

Da nun sowohl Schall- als Lichtvibrationen durch Wellenbewegungen

fortgepflanzt werden, so wollen wir zunächst die wichtigsten Gesetze der Wellenbewegung überhaupt etwas näher betrachten und diese Betrachtung mit den Wasserwellen beginnen, weil von ihnen doch der Begriff der Welle entnommen ist und weil durch das Verständniß der Wasserwellen das Verständniß anderer Wellenbewegungen, namentlich der Schallwellen, welche uns hier vorzugsweise interessiren, sehr erleichtert wird.

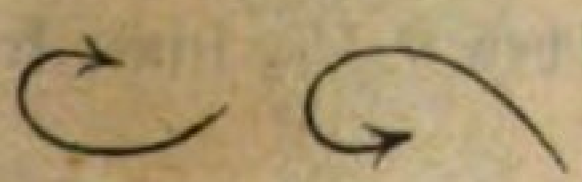
Wasserwellen. Wenn man einen Stein ins Wasser wirft, so bilden 100
sich kreisförmige Wellen, welche von einem Mittelpunkte (der Stelle, wo der Stein ins Wasser fiel) aus nach allen Richtungen sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit verbreiten, wenn nicht irgend eine störende Ursache wirkt. Die Wellen bestehen in abwechselnden Bergen und Thälern, welche sich ziemlich rasch einander folgen und welche in der Richtung von dem Mittelpunkte nach außen hin fortschreiten.

Während nun ein Wellenberg nach außen hin fortschreitet, nehmen nicht etwa auch die einzelnen Wassertheilchen an dieser fortschreitenden Bewegung Antheil, denn wenn ein Stückchen Holz auf dem Wasser schwimmt, so sieht man, wie es abwechselnd gehoben wird und sich dann wieder senkt, wenn Wellenberge und Wellenthäler gleichsam unter ihm wegziehen.

Die Kraft, durch welche die Wasserwellen hier fortgepflanzt werden, ist die Schwere; denn wenn durch irgend eine Ursache in der horizontalen Wasserfläche eine Erhöhung oder Vertiefung hervorgebracht wird, so wirkt alsbald die Schwere der einzelnen Wassertheilchen, um die gestörte horizontale Ebene wieder herzustellen; dadurch wird eine Oscillationsbewegung hervorgebracht, welche sich dann von Theilchen zu Theilchen fortpflanzt.

Sobald sich einmal regelmäßige Wellen gebildet haben, beschreiben die einzelnen Wassertheilchen an der Oberfläche während des Fortschreitens der Welle in sich zurückkehrende Curven, welche im Falle der größten Regelmäßigkeit Kreise sind; nur in solchen Fällen, in welchen der dem Gipfel vorangehende Theil des Wellenberges dem folgenden nicht gleich ist, beschreiben die einzelnen Wassertheilchen Curven, die nicht in sich geschlossen sind, von der Art, wie sie Fig. 192 und Fig. 193 dargestellt sind.

Fig. 192. Fig. 193.

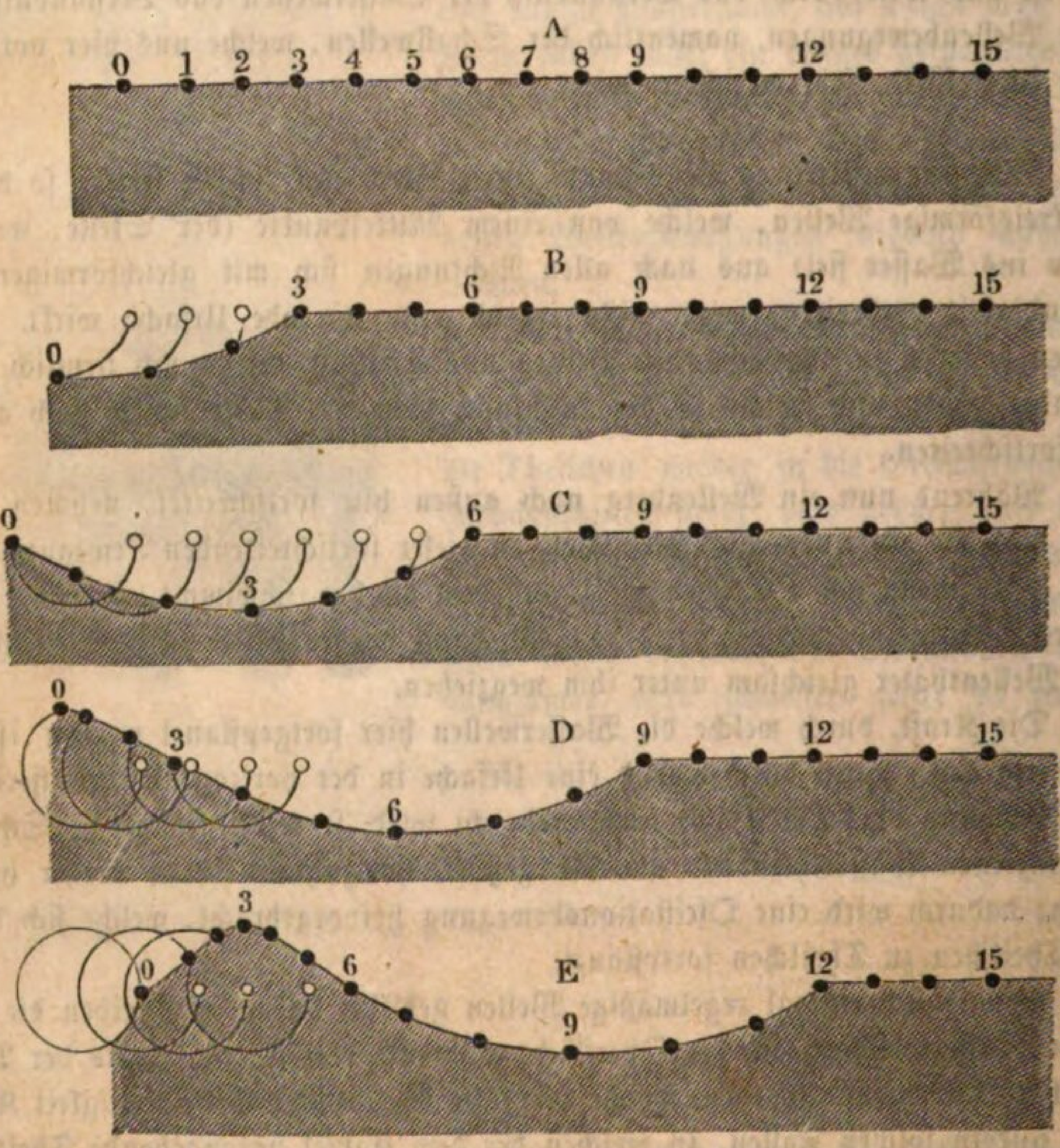


Betrachten wir nun den Zusammenhang zwischen der Bewegung der einzelnen Wassertheilchen und dem Fortschreiten der Welle etwas genauer.

Nehmen wir an, eine ganz regelmäßige Wellenbewegung habe sich, von der Linken zur Rechten fortschreitend, bis zu dem Wassertheilchen 0, Fig. 194 (a. f. S.), fortgepflanzt und veranlasse nun dieses Theilchen, eine kreisförmige Bahn zurückzulegen. Während nun das Theilchen 0 zum ersten Male seine Kreisbahn vollendet, wird die Bewegung eine bestimmte Strecke sich fortpflanzen. Das mit 12 bezeichnete Wassertheilchen sei nun dasjenige, bis zu welchem sich die Oscillation von 0 aus fortpflanzt, während 0 eine Umdrehung vollendet; es wird alsdann 12 seine erste Umdrehung in demselben Momente beginnen, in welchem 0 seine zweite Umdrehung beginnt.

Denken wir uns nun den Umfang des Kreises, welchen das Theilchen 0 beschreibt, und ebenso den Raum zwischen 0 und 12 in zwölf gleiche Theile

Fig. 194.



getheilt, so wird die Wellenbewegung in der Richtung von 0 nach 12 immer um eine Abtheilung weiter schreiten, während das Theilchen 0 $^1/_{12}$ seiner kreisförmigen Bahn zurücklegt.

Während das Theilchen 0 das erste Zwölftel seiner Bahn zurücklegt, pflanzt sich die Wellenbewegung bis 1, während 0 das erste Viertel seiner Bahn zurücklegt, pflanzt sie sich bis 3 fort.

Fig. 194 B stellt den Moment dar, in welchem das Theilchen 0 den vierten Theil oder $^3/_{12}$ des Kreises zurückgelegt hat, den es durchlaufen soll; das Theilchen 1 hat in diesem Augenblicke $^2/_{12}$, das Theilchen 2 hat $^1/_{12}$ seiner Kreisbahn zurückgelegt, das Theilchen 3 ist noch nicht aus seiner Gleichgewichtslage verrückt.

Die Fig. 194 C bezieht sich auf den Augenblick, in welchem das Theilchen 0 die Hälfte seiner Bahn zurückgelegt hat; das Theilchen 1 hat $^5/_{12}$, das Theilchen 2 hat $^4/_{12}$, das Theilchen 3 hat $^3/_{12}$ seiner Bahn zurückgelegt; die Theilchen 4 und 5 befinden sich in derselben Lage wie die Theilchen 1 und 2

der vorigen Figur. Das Theilchen 6 ist noch nicht aus seiner Gleichgewichtslage entfernt, beginnt aber eben seine Bewegung.

Hier hat das Theilchen 3 seine tiefste Stellung erreicht, bei 3 also ist die Mitte eines Wellenthals.

Wenn nun abermals $1/_{12}$ der Umlaufszeit eines Theilchens vergangen ist, so wird das Theilchen 3 in eine solche Lage gegen seine ursprüngliche Stellung gekommen sein, wie es jetzt für das Theilchen 2 der Fall ist; das Theilchen 4 hat seine tiefste Stellung erreicht, es ist um $1/_4$ Kreis von seiner Gleichgewichtslage entfernt; das Wellenthal ist also in diesem Zeittheilchen von 3 bis 4 fortgerückt.



Fig. 195.

Fig. 194 D stellt den Moment dar, wo das Theilchen 0 gerade $3/_4$ seines Weges zurückgelegt, wo es den höchsten Punkt seiner Bahn erreicht hat; hier ist also jetzt der Gipfel eines Wellenberges. Das Theilchen 1 hat bereits $8/_{12}$, 2 hat $7/_{12}$, 3 hat $6/_{12}$ seiner Bahn zurückgelegt; die Theilchen 4, 5, 6, 7, 8 befinden sich in derselben Lage wie 1, 2, 3, 4 und 5 der vorigen Figur. Von dem Momente an, auf welchen sich Fig. 194 C bezieht, bis zu dem Momente, welchen Fig. 194 D darstellt, ist das Wellenthal von 3 bis 6 fortgerückt.

Während das Theilchen 0 das letzte Viertel seiner Bahn zurücklegt, schreitet der Wellenberg von 0 bis 3, das Wellenthal von 6 bis 9 fort, und in demselben Momente, wo 0 seine Bahn zum ersten Male zurückgelegt hat und seinen Weg zum zweiten Male beginnt, wird das Theilchen 12 zum ersten Male seine Bewegung antreten.

Dieser Moment ist in Fig. 194 *E* dargestellt, welche wohl keiner Erläuterung mehr bedarf.

Die Fig. 195 stellt den Augenblick dar, in welchem 0 zum zweiten Male seine Bahn zurückgelegt hat; in diesem Momente wird 12 seinen Weg zum ersten Male gemacht und die Bewegung überhaupt sich bis 24 fortgepflanzt haben: ein Wellenberg ist in 3, ein zweiter in 15; ein Wellenthal ist in 9, ein zweites in 21.

Wenn nun die Wellenbewegung ungestört fortdauert, so werden dadurch, daß die einzelnen Wassertheilchen fortfahren, ihre Kreisbahnen zu durchlaufen, die Wellenberge sowohl als die Wellenthäler gleichmäßig in der Richtung von der Linken zur Rechten fortschreiten, indem ein Theilchen nach dem andern den höchsten oder tiefsten Punkt seiner Bahn erreicht.

So schreitet denn Wellenberg und Wellenthal dadurch voran, daß allen Wassertheilchen dieselbe Kreisbewegung mitgetheilt wird, daß aber jedes folgende Theilchen dieselbe später beginnt als das vorangehende.

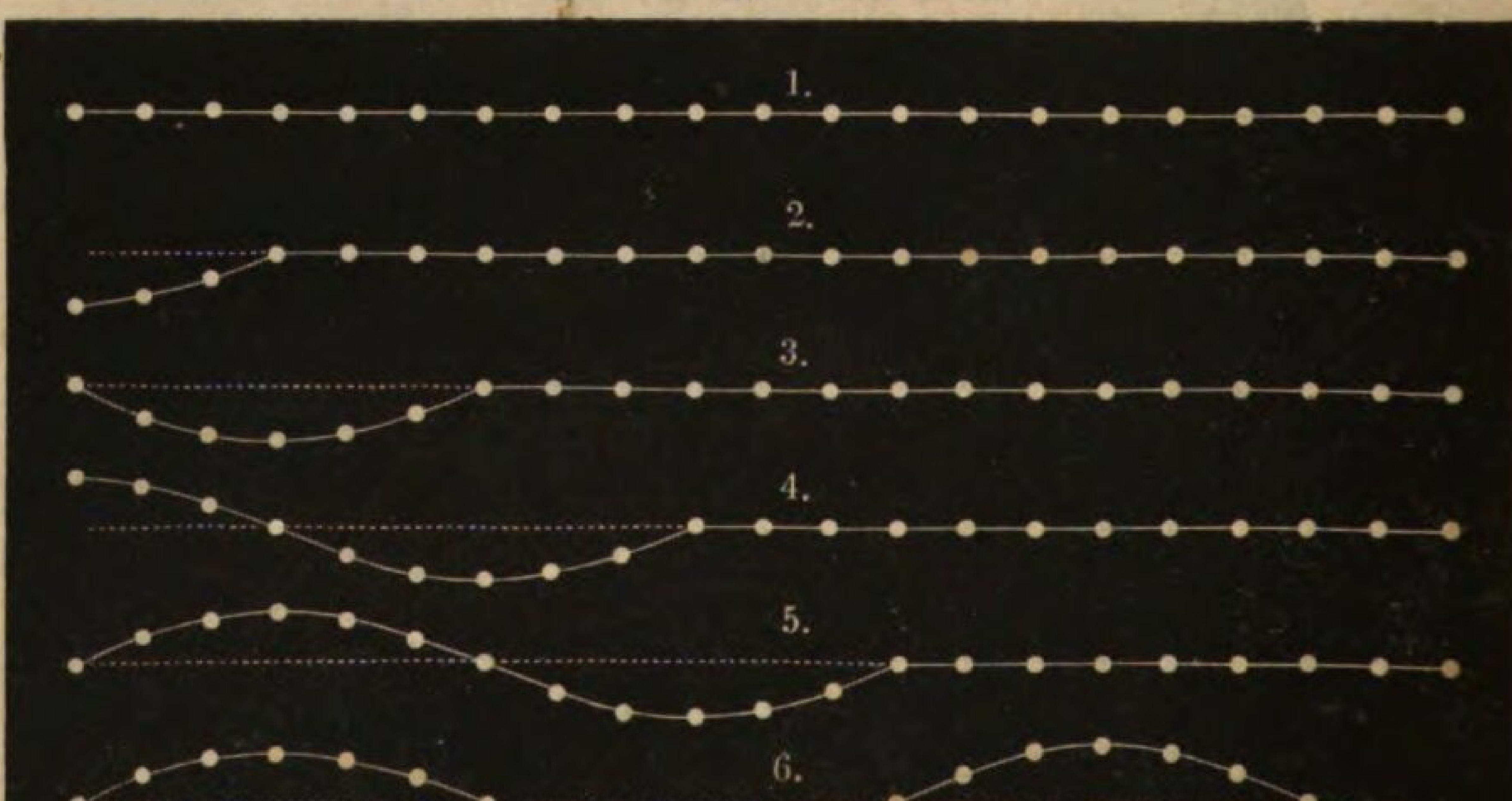
Die Entfernung von einem Theilchen bis zum nächsten, welches sich mit ihm in gleichen Schwingungszuständen befindet, also die Entfernung von 0 bis 12, von 12 bis 24 heißt eine Wellenlänge. Solche Theilchen beginnen gleichzeitig ihre Oscillation, sie erreichen gleichzeitig ihren tiefsten und ihren höchsten Stand. Demnach ist auch die Entfernung von dem Gipfel eines Wellenberges bis zum nächsten, also in unserer Figur von 3 bis 15, von der Mitte eines Wellenthales bis zur Mitte des nächsten Wellenthales, also hier von 9 bis 21, eine Wellenlänge.

Solche Theilchen, welche um $^1/_2$ Wellenlänge von einander entfernt sind, wie 0 und 6, 3 und 9, 9 und 15, befinden sich stets in entgegengesetzten Schwingungszuständen. Das Theilchen 9 z. B. bildet eben den tiefsten Punkt eines Wellenthales, 3 und 15 dagegen den Gipfel eines Wellenberges. Die Theilchen 0 und 6 befinden sich zwar beide in der Höhe ihrer Gleichgewichtslage, allein die Bewegung von 0 ist nach unten, die von 6 ist nach oben gerichtet.

Während ein Theilchen eine Oscillation vollendet, schreitet die Welle um eine Wellenlänge voran.

101 **Seilwellen.** Es ist schon bemerkt worden, daß die Bahnen der Wassertheilchen nicht immer, wie wir in unseren Zeichnungen annahmen, genau kreis-

Fig. 196.



förmig, ja nicht einmal immer in sich selbst zurückkehrende Curven sind. Häufig geht die kreisförmige Bahn in eine elliptische über, indem bald der horizontale, bald der verticale Durchmesser der größere ist. Wäre der horizontale Durchmesser gleich Null, so würden die einzelnen Theilchen nur rechtwinklig zu der

Richtung, nach welcher sich die Wellen fortpflanzen, auf und nieder oscilliren. Eine Bewegung der Art ist es, welche die Wellen am gespannten Seile fortpflanzt. Später werden wir auch eine solche Wellenbewegung bei der Lehre vom Lichte näher kennen lernen.

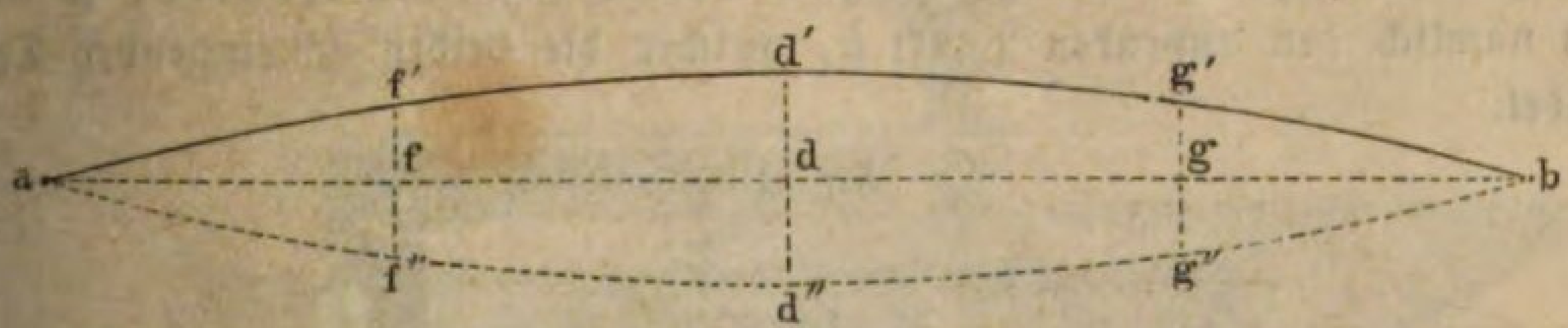
Die Curven 1 bis 6, Fig. 196, sollen dazu dienen, die Fortpflanzung solcher Wellen, also etwa der Seilwellen, anschaulich zu machen. Diese Curven entsprechen ganz genau den Figuren 194 und 195, sie lassen sich aus diesen ableiten, wenn man den horizontalen Theil der Bewegung gleich Null setzt, sie werden deshalb auch ohne weitere Erklärung verständlich sein.

Wenn eine Seilwelle, gegen den einen Befestigungspunkt fortschreitend, an demselben angekommen ist, so wird sie reflectirt, sie kehrt wieder nach dem anderen Ende zurück und läuft so mehrmals hin und her. Wenn aber nun fortwährend neue Wellen erzeugt werden, so wird es kommen, daß die reflectirten Wellen den neu ankommenden begegnen; durch das Zusammenwirken der beiden Wellensysteme aber bilden sich stehende Wellen.

Die Bildung stehender Seilwellen durch das Zusammenwirken (Interferenz) des directen und des reflectirten Wellensystems wollen wir hier nicht näher untersuchen, weil wir später doch die auf ganz ähnlichen Principien beruhende Bildung stehender Luftwellen durch die Interferenz eines directen und eines reflectirten Wellensystems einer genauen Betrachtung unterwerfen müssen; wir wollen hier nur noch die Art der Bewegung eines Seiles oder einer Saite während solcher stehenden Schwingungen näher betrachten.

Der einfachste Fall ist der, daß das Seil seiner ganzen Länge nach schwingt, wie es in Fig. 197 dargestellt ist. Man kann diese Bewegung da-

Fig. 197.



durch hervorbringen, daß man die Mitte eines nicht gar fest gespannten Seiles von 10 bis 20 Fuß Länge etwas aus ihrer Gleichgewichtslage (am besten etwas nach der Rechten oder nach der Linken) entfernt und dann das Seil sich selbst überläßt. Alle Theilchen befinden sich gleichzeitig auf der einen und dann wieder auf der andern Seite der Gleichgewichtslage; sie erreichen gleichzeitig das Maximum ihrer Entfernung von der Gleichgewichtslage auf der rechten Seite und kommen gleichzeitig auf den Endpunkten ihrer Bahnen auf der linken Seite an. Die Theilchen also, deren Gleichgewichtslage f, d und g ist, kommen gleichzeitig in f', d' und g' an, sie passiren gleichzeitig ihre Gleichgewichtslage, nach derselben Richtung sich bewegend und kommen gleichzeitig in f'', d'', g'' an.

Während hier also sich alle Theilchen gleichzeitig in gleichen Schwingungs-

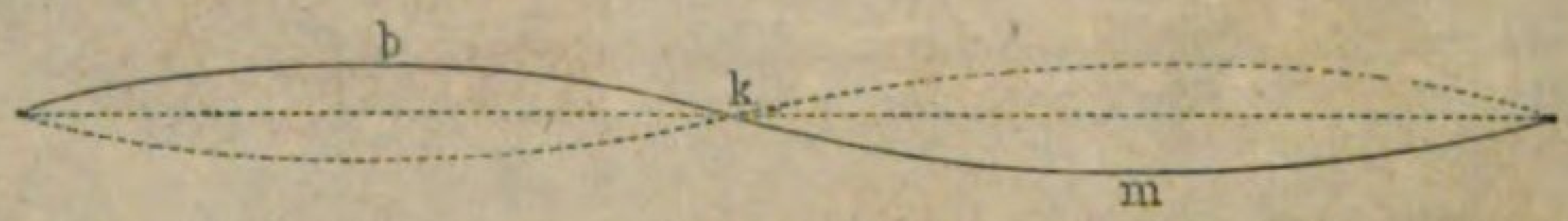
zuständen befinden, ist nur die Amplitude ihrer Oscillationen ungleich, sie ist für das Theilchen *d* größer, als für *f* und *g*.

Die Schwingungen einer gespannten Saite, welche man durch Anschlagen oder durch Anstreichen mit einem Fiedelbogen in Vibrationen versetzt, sind ganz von derselben Art. Die Schwingungen der Saite sind aber so schnell, daß man die einzelnen Oscillationen als solche nicht mehr unterscheiden kann, dahingegen bringen sie nun einen Ton hervor. In Beziehung auf diesen Ton werden wir später die Schwingungen der Saite noch einmal zu betrachten haben.

Dagegen sind die stehenden Schwingungen eines schwach gespannten Seiles langsam genug, um sie zählen zu können; am besten lassen sie sich zeigen, wenn man das eine Ende eines 10 bis 20 Fuß langen, 4 bis 8 Linien dicken Seiles befestigt, das andere aber in der Hand hält und mit demselben in gleichförmiger Geschwindigkeit kleine Kreise beschreibt. Wenn man die richtige Geschwindigkeit für die Bewegung der Hand gefunden hat, was während des Versuches ganz leicht ist, so wird das Seil in eine solche Bewegung gerathen, daß die Mitte desselben einen großen Kreis um ihre Gleichgewichtslage beschreibt. Alle anderen Punkte des Seiles drehen sich dann gleichfalls in Kreisen um ihre Gleichgewichtslage; nur sind die Kreise um so kleiner, je näher die Punkte den Enden des Seiles liegen.

Wenn man nun die Bewegung der Hand beschleunigt, so wird die Regelmäßigkeit der Bewegung des Seiles gestört; es ist aber leicht, die Geschwindigkeit der Hand so zu beschleunigen, daß sich in der Mitte des Seiles ein Ruhepunkt bildet. Jede Hälfte des Seiles schwingt dann ganz in der Weise, wie in dem vorigen Falle das ganze Seil; die Mitte einer jeden Hälfte beschreibt größere Kreise, als alle übrigen Punkte; hier bildet sich also ein Bauch. In Fig. 198 haben wir zwei Bäuche und einen Knoten; so nennt man nämlich den ruhenden Punkt *k*, welcher die beiden schwingenden Theile scheidet.

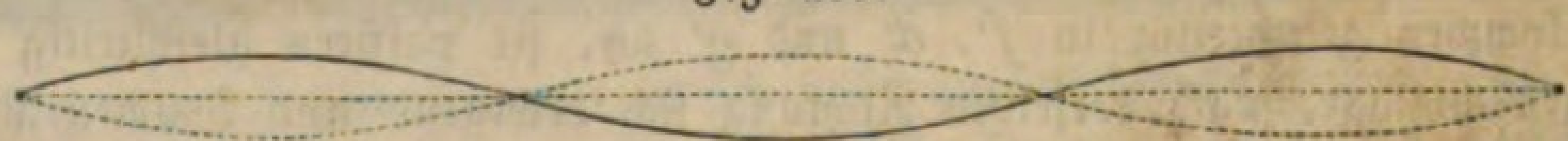
Fig. 198.



Wenn *b* seine höchste Stellung erreicht, so erreicht *m* gleichzeitig seine tiefste und umgekehrt.

Bei noch größerer Geschwindigkeit der Hand gelangt man leicht dahin, im Seile zwei Knoten und drei Bäuche zu erzeugen, wie dies in Fig. 199 dargestellt ist.

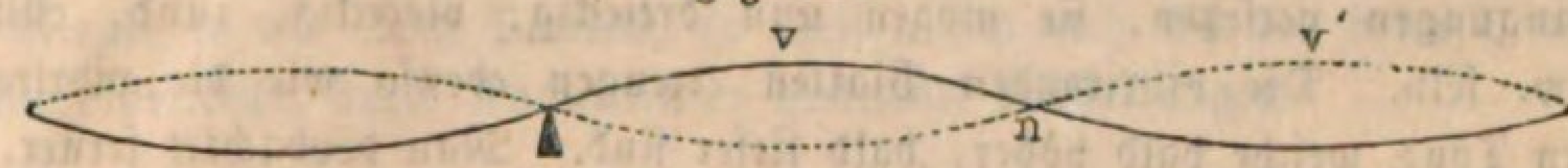
Fig. 199.



Ebenso ist es möglich, daß sich das Seil in noch mehr Abtheilungen theilt, die immer durch einen Knotenpunkt getrennt sind.

Auch an gespannten Saiten lassen sich die Knotenpunkte beobachten. Fig. 200 stelle eine gespannte Saite dar, an welcher durch einen Steg ein

Fig. 200.

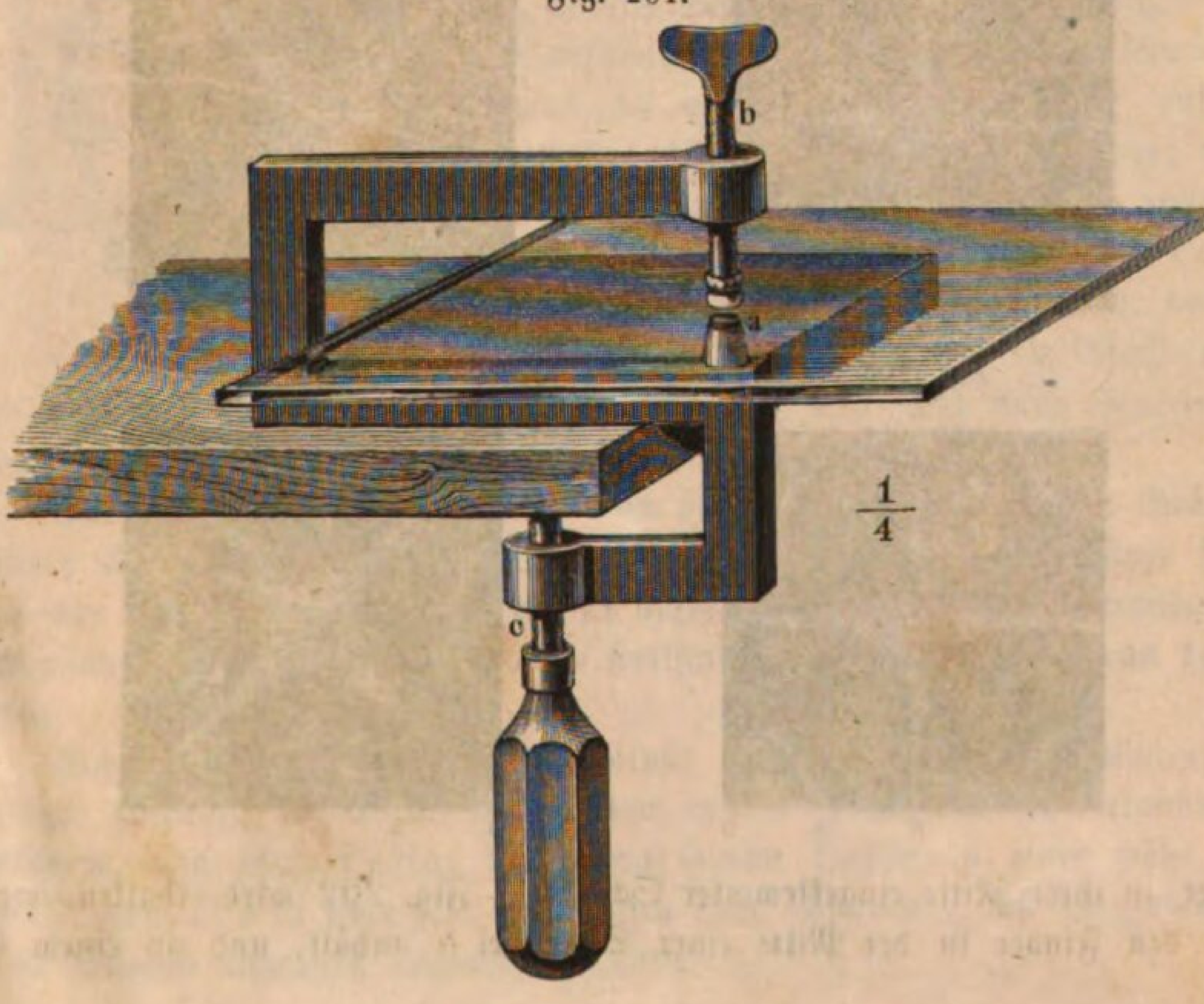


Stück abgeschnitten wird, dessen Länge $^1/_3$ von der Länge der ganzen Saite beträgt, so also, daß durch den Steg die Saite in zwei Theile getheilt wird, von denen der eine halb so groß ist als der andere. Wenn man nun das kleinere Stück mit dem Fiedelbogen anstreicht, so geräth auch das andere Stück in Vibrationen, und zwar so, daß sich ein Knoten in n und zwei Bäuche in v und v' bilden. Der Knoten läßt sich dadurch nachweisen, daß man an verschiedenen Stellen der Saite leichte Papierreiterchen aufsetzt, welche überall sonst abgeworfen werden, während sie auf den Knotenpunkten sitzen bleiben.

Wenn man den Steg so setzt, daß durch ihn die Saite in zwei Theile getheilt wird, von denen der kleinere $^1/_4$ von der ganzen Länge der Saite ist, so bilden sich, wenn man diesen kleineren Theil mit dem Fiedelbogen anstreicht, im größern zwei Knoten und drei Bäuche ꝛc.

Klangfiguren. In Platten, Glocken ꝛc. lassen sich ebenfalls stehende Schwingungen hervorbringen. Um Platten vibriren zu machen, kann man die Zange, Fig. 201, 102

Fig. 201.



anwenden, welche an einen Tisch angeschraubt wird. Die Platte wird zwischen den kleinen Kegel *a* und die Schraube *b* gebracht, welche beide mit einem Stückchen Kork oder Leder endigen. Wenn die Platte gehörig festgeschraubt ist, kann man die Vibrationen durch Anstreichen mit dem Fiedelbogen hervorbringen.

Man kann auf diese Weise Platten von Holz, Glas, Metall u. s. w. in Schwingungen versetzen, sie mögen nun dreieckig, viereckig, rund, elliptisch u. s. w. sein. Die vibrirenden Platten erzeugen ebenso wie die vibrirenden Saiten Töne, welche bald höher, bald tiefer sind. Man beobachtet ferner, daß sich die Platte für jeden dieser Töne in mehrere für sich schwingende Flächenstücke theilt, welche durch Ruhelinien oder Knotenlinien getrennt sind. Im Allgemeinen wird die Ausdehnung der schwingenden Theile um so kleiner, die Knotenlinien werden also um so zahlreicher, je höher der Ton wird.

Um die Existenz dieser Knotenlinien nachzuweisen, streut man auf die obere Fläche der Tafel feinen trockenen Sand, welcher während des Tönens in die Höhe hüpft und niederfällt und sich endlich an den Knotenlinien anhäuft. Auf diese Weise entstehen die sogenannten Klangfiguren, deren Erfinder Chladni ist.

Mit derselben Platte lassen sich, wie schon bemerkt, eine Menge verschiedener Figuren erzeugen, je nachdem man an verschiedenen Stellen des Randes mit dem Fiedelbogen streicht, während man andere Stellen des Randes mit dem Finger berührt. Fig. 202 bis Fig. 205 zeigen einige Klangfiguren quadra-

Fig. 202.

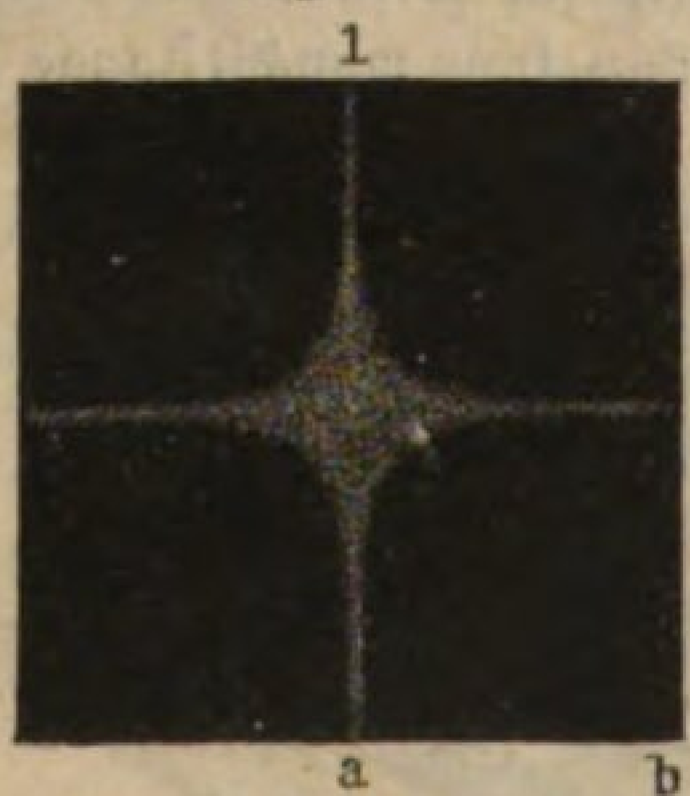


Fig. 203.

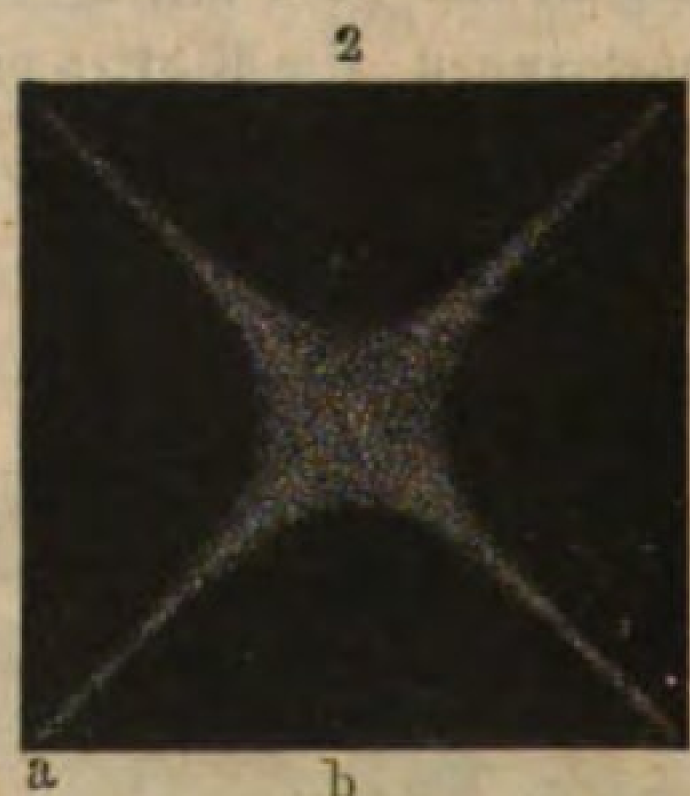


Fig. 204.

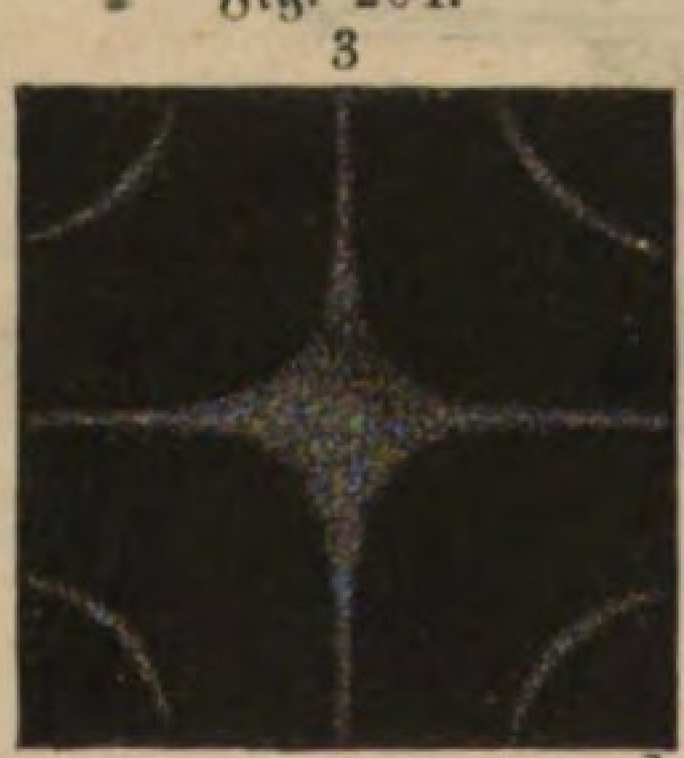
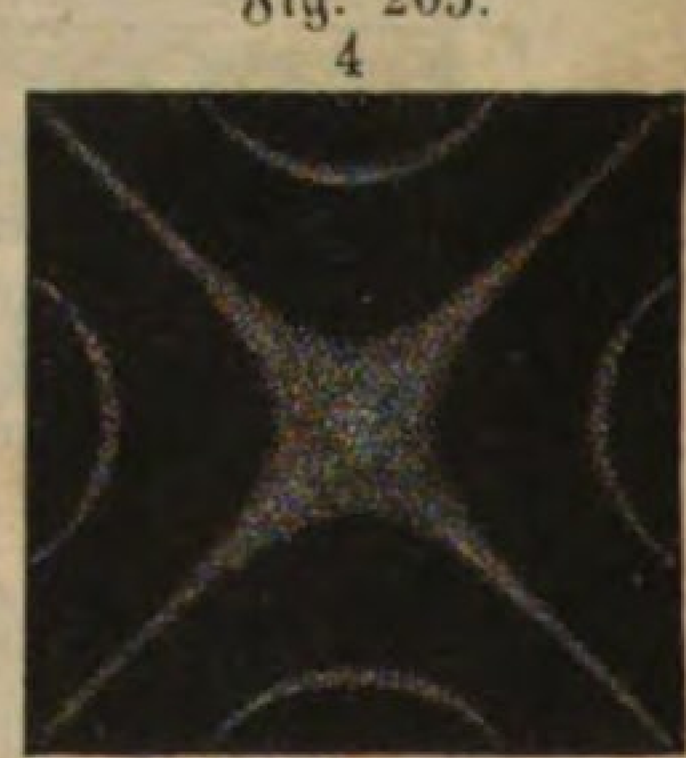


Fig. 205.



tischer, in ihrer Mitte eingeklemmter Scheiben. Fig. 202 wird erhalten, wenn man den Finger in der Mitte einer Seite bei *a* anhält, und an einem Eck

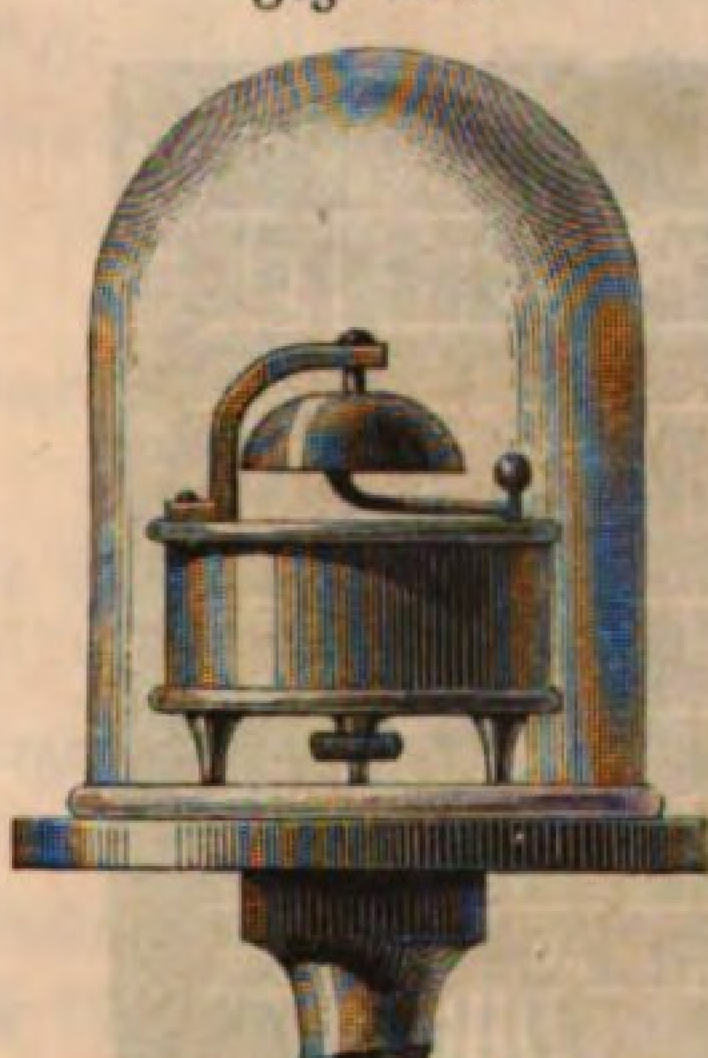
bei *b* mit dem Fiedelbogen streicht. Streicht man dagegen in der Mitte einer Seite *b*, Fig. 203, während man das Eck bei *a* mit einem Finger berührt, so erhält man ein durch die beiden Diagonalen der Platte gebildetes Kreuz. Die Figuren 204 und 205 erhält man, wenn man an der mit *b* bezeichneten Stelle streicht und an die beiden mit *a* bezeichneten Punkte einen Finger anhält.

Gerade so wie ebene Platten, so theilen sich auch Glocken beim Tönen in einzelne vibrirende, durch Knotenlinien getrennte Abtheilungen.

Fortpflanzung des Schalles in der Luft. Die Vibrationsbewegung irgend eines Körpers, welcher rings von Luft umgeben ist, erzeugt in derselben eine Wellenbewegung, welche, bis zu unserm Ohre fortgepflanzt, die Empfindung des Schalles hervorbringt. In der Regel ist es freilich die Luft, in welcher sich die Schallwellen bis zu unserem Gehörorgane fortpflanzen, doch sind auch alle anderen elastischen Körper, feste sowohl wie flüssige, fähig, den Schall mehr oder weniger gut zu leiten, durch das Vacuum aber pflanzt sich der Schall nicht fort. 103

Um dies zu zeigen, setze man auf den Teller der Luftpumpe ein aufgezogenes Weckerwerk, Fig. 206, jedoch so, daß die Füße desselben nicht direct auf dem Teller aufstehen, sondern auf einem Kissen von Wolle oder Cattun oder auch auf einigen auf einander gelegten Plättchen von dickem vulcanisirten Kautschuk ruhen. Durch das Uhrwerk wird ein Hammer, welcher sich bei unserer Vorrichtung im Innern der Glocke befindet, bald auf der einen, bald auf der andern Seite derselben angeschlagen. Der dadurch verbreitete Schall wird sogleich schwächer, wenn man die gläserne Luftpumpenglocke aufsetzt, aber immerhin bleibt er noch deutlich hörbar; wird aber nun evacuirt, so verschwindet der Ton vollständig. Läßt man nun die Luft allmälig wieder eintreten, so unterscheidet man alsbald den Ton, welcher stärker und stärker wird, wenn sich die Glocke mehr und mehr mit Luft füllt. Der Schall kann sich also nicht durch den leeren Raum fortpflanzen.

Fig. 206.



Der größte Lärm auf der Erde kann sich demnach nicht über die Gränzen unserer Atmosphäre verbreiten, und von keinem andern Himmelskörper kann auch nur das mindeste Geräusch bis zu unserer Erde dringen; die furchtbarsten Explosionen könnten auf dem Monde stattfinden, ohne daß wir etwas davon hören.

Saussure sagt, daß auf dem Gipfel des Montblanc ein Pistolenschuß weniger Geräusch macht, als wenn man in der Ebene ein Kinderkanönchen losschießt, und Gay-Lussac fand, mit seinem Ballon in einer Höhe von 20000 Fuß, also in einer sehr verdünnten Luft schwebend, daß die Intensität seiner Stimme ungemein abgenommen hatte.

Verschiedene Gase und Dämpfe leiten den Schall eben so gut, wie atmosphärische Luft, wovon man sich überzeugen kann, wenn man in das Vacuum, in welchem sich das gehende Weckerwerk, Fig. 206, befindet, verschiedene Gase oder Dämpfe eintreten läßt.

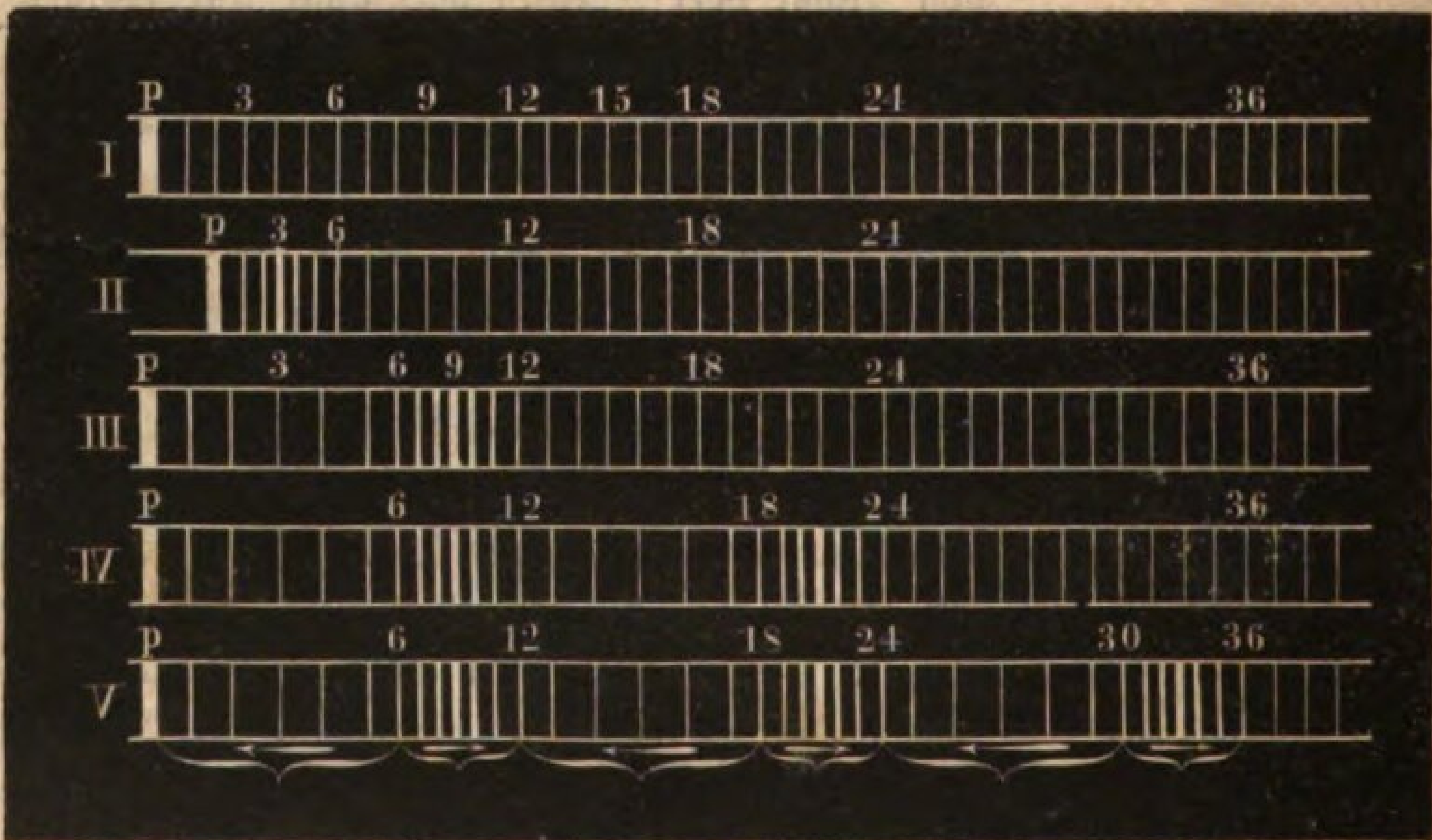
Im Wasser pflanzt sich der Schall sehr gut fort, die Taucher hören, was am Ufer gesprochen wird, und am Ufer hört man deutlich, wenn in großen Tiefen zwei Steine an einander geschlagen werden.

Die festen Körper endlich können den Schall nicht allein erzeugen, sondern auch fortpflanzen. Wenn man dem einen Ende eines 20 bis 25 Meter langen Balkens das Ohr nähert, so hört man deutlich, wenn am andern Ende nur schwach angeklopft wird, wenngleich das Geräusch in der Luft so schwach ist, daß es selbst der kaum hört, welcher es hervorgebracht hat.

Um die Art und Weise, wie sich die Schallschwingungen in der Luft fortpflanzen, anschaulich zu machen, wollen wir uns denken, daß die Luft in einer an einem Ende offenen Röhre durch die Oscillationen eines am andern Ende angebrachten Kolbens in Schwingungen versetzt wird.

In Fig. 207 ist eine solche Röhre dargestellt; die bei I gleichweit von einander stehenden Striche stellen einzelne Schichten der überall gleich dichten

Fig. 207.



Luft dar; *p* ist der Kolben. Dieser Kolben soll nun aus der Stellung bei I in die bei II, dann wieder zurück in seine ursprüngliche Lage und so fort rasch hin- und hergehen, so wird sich dieselbe Bewegung nach und nach auf alle folgenden Luftschichten fortpflanzen, so daß jede in derselben Weise hin und her oscillirt, nur werden die einzelnen Luftschichten diese Oscillationen um so später beginnen, je weiter sie vom Kolben entfernt sind.

Wenn der Kolben sich aus seiner ursprünglichen Lage nach der Rechten bewegt, so würde gleichzeitig ein Theil der Luft aus der Röhre hinausgeschoben werden, wenn die Luft nicht elastisch wäre; weil aber die Luft elastisch ist, so pflanzt sich die Bewegung nicht momentan fort, und so entsteht an dem Kolben

eine Verdichtung, wie dies bei II angedeutet ist, wo der Kolben seine äußerste Stellung rechts eben erreicht hat, während die Luftschicht 6 noch in ihrer ursprünglichen Lage ist, alle zwischen dem Kolben und 6 liegenden Luftschichten aber schon nach der Rechten verschoben sind.

Weil die Luft zwischen dem Kolben und 6 comprimirt ist, so wirkt sie fortstoßend auf alle folgenden Luftschichten, es werden der Reihe nach die Theilchen 6, 7, 8, 9 u. s. w. nach der Rechten fortgetrieben, und so schreitet die Verdichtung in der Röhre von Schicht zu Schicht nach der rechten Seite hin fort.

Bei II sehen wir, wie das Maximum der Verdichtung zwischen dem Kolben und 6 in der Mitte, also bei 3 ist; während aber nun die Verdichtung nach der Rechten fortschreitet, geht der Kolben zurück, und diese rückgängige Bewegung pflanzt sich der Reihe nach auf die Schichten 1, 2, 3, 4 u. s. w. fort.

Während also, von der Stellung II ausgehend, das Dichtigkeitsmaximum nach der Rechten fortschreitet, indem der Reihe nach die Schichten 6, 7, 8, 9 u. s. w. nach der Rechten gehen, gehen die Theilchen 1, 2, 3 u. s. w. schon wieder nach der Linken, es muß also durch die rückgängige Bewegung des Kolbens eine Verdünnung entstehen, welche, der Verdichtungswelle folgend, gleichfalls nach der rechten Seite hin fortschreitet.

Bei III ist der Moment dargestellt, in welchem der Kolben zum ersten Male einen Hin- und Hergang vollendet hat; die Bewegung ist bis zur Luftschicht 12 fortgeschritten, bei 9 ist die größte Verdichtung, bei 3 die größte Verdünnung.

Durch jedes folgende Hin- und Hergehen des Kolbens wird abermals eine Verdichtungs- und Verdünnungswelle erzeugt, welche der ersten folgt u. s. w.

Jede vollständige Welle besteht aus einer Verdichtung und einer Verdünnung; die Verdichtung entspricht dem Wellenberg, die Verdünnung dem Wellenthal.

IV entspricht dem Augenblicke, wo der Kolben zum zweiten Male hin- und hergegangen ist, wo er also zwei vollständige Wellen erzeugt hat.

Bei V sind drei auf einander folgende Schallwellen dargestellt, die alle gleichförmig vom Kolben aus fortschreiten. An den verdichteten Stellen bewegen sich die Luftschichten in der Richtung vom Kolben weg, an den Verdünnungsstellen gegen den Kolben zu, wie dies durch die Pfeile angedeutet ist.

Die Entfernung zwischen einem Verdichtungsmaximum und dem folgenden, oder zwischen einem Verdünnungsmaximum und dem folgenden ist eine **Wellenlänge**.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schallwellen ist von der Zeit unabhängig, während welcher jedes einzelne Theilchen eine Oscillation vollendet; da aber die Wellenlänge die Entfernung ist, um welche die Welle fortschreitet, während eine einzelne Luftschicht eine vollständige Oscillation vollendet, so ist klar, daß die Wellenlänge in demselben Verhältnisse zunimmt, in welchem die Oscillationsdauer der einzelnen Luftschichten wächst; wenn der Kolben und mithin auch die folgenden Luftschichten zu einer Oscillation, also zu einem Hin- und Hergange, die doppelte, dreifache, vierfache u. s. w. Zeit brauchen, so wird auch die Wellenlänge zwei-, drei-, viermal u. s. w. so groß geworden sein.

Wir haben hier der Einfachheit wegen die Fortpflanzung der Luftwellen in einer Röhre betrachtet; ganz in derselben Weise pflanzen sich aber auch die Wellen in freier Luft von den oscillirenden Körpern nach allen Seiten hin fort; sowie sich um die Stelle des Wassers, an welcher der Stein hineingefallen ist, kreisförmige Wellen bilden, so bilden sich um den oscillirenden Körper kugelförmige Luftwellen.

Wir haben nun gesehen, auf welche Weise der Schall (Schall nennen wir alle Wirkungen auf unser Gehörorgan) entsteht und fortgepflanzt wird; die Eindrücke aber, welche unser Gehör empfindet, sind sehr verschiedener Art. Der Schall, welchen man wahrnimmt, wenn durch einen plötzlichen, nicht wiederkehrenden Stoß, etwa durch eine Explosion, eine starke Verdichtung der Luft hervorgebracht wird, heißt Knall; der Schall dagegen, welcher durch regelmäßige Oscillationen erzeugt und durch regelmäßig auf einander folgende, einander gleiche Wellen fortgepflanzt wird, heißt Ton. Wenn die Wellenbewegung, welche den Schall zum Ohre fortpflanzt, mehr und mehr unregelmäßig wird, so geht der Ton in Geräusch über.

Die Töne selbst zeigen aber unter sich auch sehr große Verschiedenheiten, unter denen vor allen die Verschiedenheit zwischen hohen und tiefen Tönen zu merken ist. Der Ton ist um so höher, je kleiner die Oscillationsdauer des Körpers ist, welcher ihn erzeugt, je kürzer die Luftwellen sind, welche ihn fortpflanzen.

Die Intensität der Töne hängt nicht von der Oscillationsdauer und der Wellenlänge, sondern von der Oscillationsamplitude ab; je größer die Oscillationsamplitude des tönenden Körpers ist, desto bedeutender ist der Grad der Verdichtung und der nachfolgenden Verdünnung der Luftwellen, welche den Ton fortpflanzen.

Der Klang, der Charakter der Töne ist weit schwieriger zu definiren als die Intensität; bei gleicher Tonhöhe ist der Charakter des Tones einer Violine sehr von dem einer Flöte verschieden; die Physiker sind über die Ursache dieser Verschiedenheit noch nicht ganz einig, es ist aber sehr wahrscheinlich, daß der Klang von der Ordnung abhängt, in welcher sich die Geschwindigkeiten und die Veränderungen der Dichtigkeit in den verschiedenen zwischen den beiden Enden der Welle liegenden Luftschichten folgen, und daß in vielen Fällen die verdichteten und verdünnten Theile der Welle unsymmetrisch sein können.

104 **Geschwindigkeit des Schalles.** Alle Töne, welches auch ihre Höhe oder Tiefe, ihre Intensität und ihr Klang sein mag, verbreiten sich in der Luft mit gleicher Geschwindigkeit, denn wenn verschiedene Beobachter in verschiedenen Entfernungen dasselbe Concert anhören, so hören sie genau denselben Tact, dieselbe Harmonie, was nicht möglich wäre, wenn die höheren Töne gegen die tieferen voraneilten oder zurückblieben.

Während das Licht sich mit einer für irdische Entfernungen kaum meßbaren Geschwindigkeit fortpflanzt, braucht der Schall eine namhafte Zeit, um nur kleine Entfernungen zu durchlaufen; dadurch erklären sich einige Erscheinungen,

welche man oft zu beobachten Gelegenheit hat. Wenn man einen Steinklopfer aus einiger Entfernung beobachtet, so hört man den Schlag nicht in dem Momente, in welchem man den Hammer aufschlagen sieht, sondern erst, wenn er wieder gehoben wird, was den Eindruck macht, als ob der Schall nicht durch das Aufschlagen des Hammers, sondern durch das Abreißen von dem Steine hervorgebracht würde. Wenn man ein Regiment nach dem Tacte der voraus getragenen Trommeln marschiren sieht, so beobachtet man eine wellenartige Bewegung, welche sich von den Trommeln aus durch die ganze Reihe fortpflanzt; es erklärt sich dies dadurch, daß nicht Alle gleichzeitig auftreten und den neuen Schritt beginnen, weil die Hinteren den Tactschlag immer später vernehmen als die Vorderen.

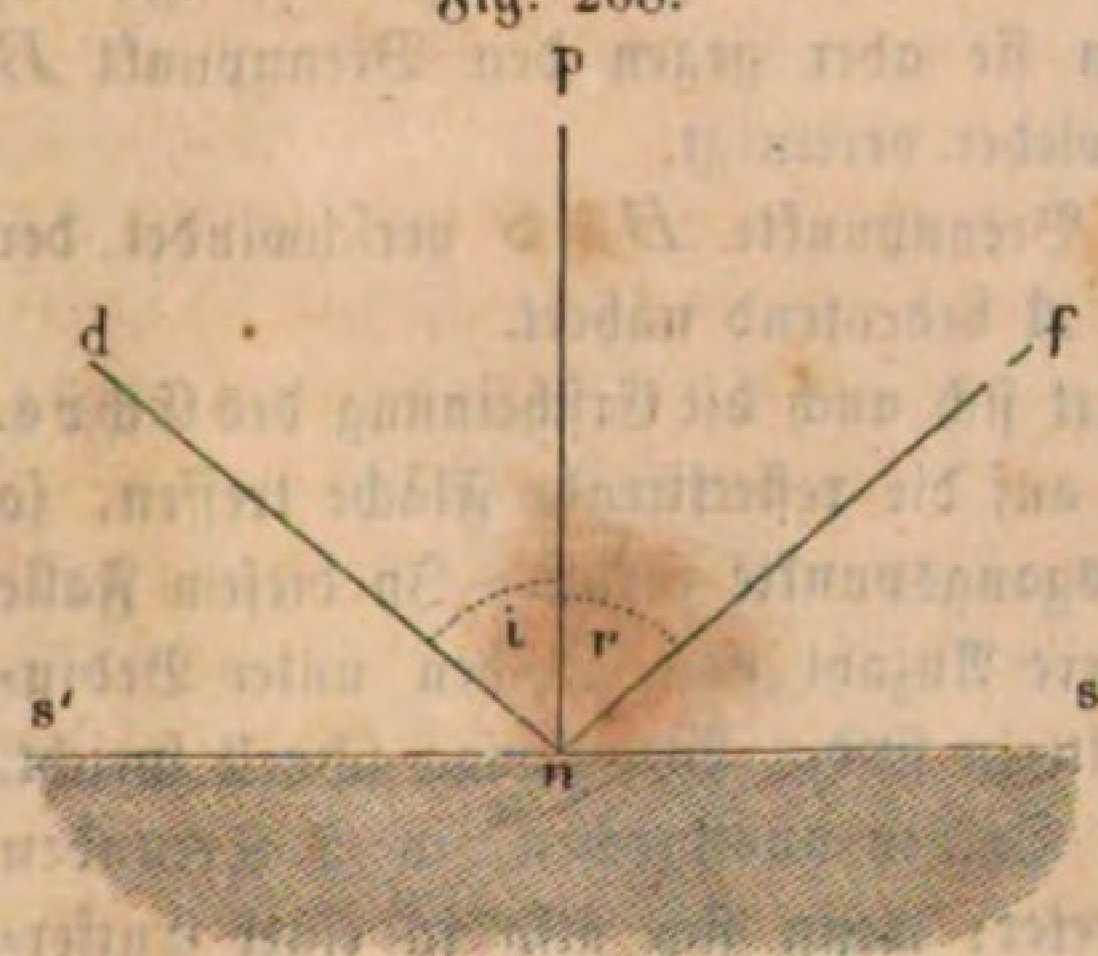
Die Geschwindigkeit des Schalles läßt sich auf eine ganz einfache Weise ermitteln; man beobachtet nur, wie viel Zeit zwischen der Wahrnehmung des Blitzes und des Knalles einer in einer bekannten Entfernung vom Beobachter losgebrannten Kanone vergeht. Am besten läßt sich natürlich eine solche Beobachtung des Nachts machen. Die genauesten Versuche der Art wurden von mehreren Gelehrten im Jahre 1822 bei Paris ausgeführt. Die Entfernung zwischen der Kanone und den Beobachtern betrug 9549,6 Toisen (1 Toise = 6 Paris. Fuß); zwischen der Beobachtung des Blitzes und des Knalles vergingen 54,6 Secunden, woraus folgt, daß sich der Schall in gewöhnlicher Luft in einer Secunde um 114,9 Toisen = 1049,4 (in runder Zahl 1050) Fuß = 340,88 Meter fortpflanzt.

In anderen Medien ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles nicht dieselbe; in Eisen pflanzt er sich $16^2/_3$", in Wasser $4^1/_4$mal so schnell fort als in Luft.

Von der Reflexion des Schalles und dem Echo. Wenn die Schallwellen aus einem Mittel in ein anderes übergehen, so erleiden sie immer eine theilweise Reflexion; wenn sie aber auf ein festes Hinderniß stoßen, so werden sie fast vollständig reflectirt. 105

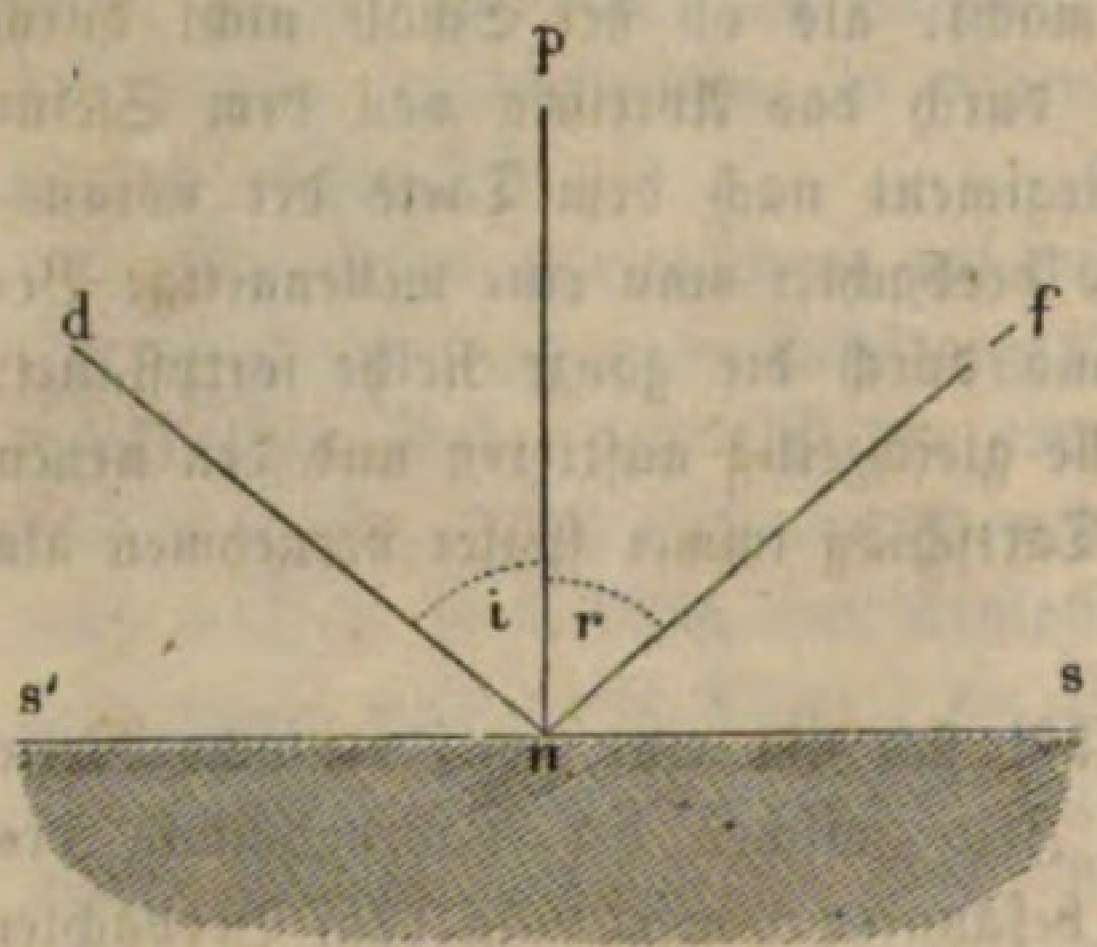
Mag nun die Reflexion partiell oder vollständig sein, so ist doch der Reflexionswinkel stets dem Einfallswinkel gleich. Es sei ss', Fig. 208, die Trennungsfläche der beiden Mittel, etwa Luft und Wasser, und eine Schallwelle bewege sich in der Richtung fn gegen die Wasserfläche, so wird ein Theil der Bewegung in das Wasser übergehen, ein anderer Theil aber wird sich in der Richtung nd fortpflanzen, welche mit dem Perpendikel np einen ebenso großen Winkel macht wie fn, d. h. der Reflexionswinkel dnp ist dem Einfallswinkel

Fig. 208.



fnp gleich. Dieselbe Erscheinung würde nach demselben Gesetze stattfinden, wenn *ss'* die Trennungsfläche zweier Gasschichten von verschiedener Dichtigkeit wäre, oder wenn *ss'* die Gränzfläche zwischen Luft und einem festen Körper wäre; nur würde in dem letzten Falle der reflectirte Ton weit intensiver sein. Ein Beobachter also, welcher sich in irgend einem Punkte der Linie *nd* befindet, würde den Ton gerade so hören, als ob er von *n* oder einem Punkte der Verlängerung der Linie *dn* ausginge.

Fig. 209.



Daß die Schallstrahlen wirklich denselben Reflexionsgesetzen folgen, wie die Lichtstrahlen, ergiebt sich auch durch Versuche mit parabolischen oder sphärischen Hohlspiegeln. In Fig. 210 seien *rs* und *tu* zwei sphärische Hohlspiegel, welche in einer Entfernung von 10 bis 20 Fuß von einander so aufgestellt sind, daß

Fig. 210.



die Achsen derselben in eine gerade Linie zusammenfallen. Bringt man nun in den Brennpunkt *A* des einen Hohlspiegels eine Taschenuhr, so hört ein im Brennpunkte *B* des andern befindliches Ohr deutlich das Ticken derselben, denn alle von *A* ausgehenden Schallstrahlen, welche den Hohlspiegel *rs* treffen, werden parallel mit der Achse reflectirt, wie es in unserer Figur angedeutet ist; auf den zweiten Spiegel *tu* treffend, werden sie aber gegen den Brennpunkt *B* desselben zurückgeworfen und also in *B* wieder vereinigt.

Entfernt man das Ohr aus dem Brennpunkte *B*, so verschwindet der Schall, selbst wenn man sich dem Punkte *A* bedeutend nähert.

Aus der Reflexion des Schalles erklärt sich auch die Erscheinung des Echos.

Wenn die Schallwellen rechtwinklig auf die reflectirende Fläche treffen, so sendet das Echo den Ton zu seinem Ausgangspunkte zurück. In diesem Falle kann ein Echo eine größere oder geringere Anzahl von Sylben unter Bedingungen wiederholen, welche leicht zu ermitteln sind. Wenn man schnell spricht, so kann man in 2 Secunden deutlich 8 Sylben aussprechen, in 2 Secunden durchläuft aber der Schall 2mal 340 Meter; wenn sich also in einer Entfer-

nung von 340 Metern ein Echo befindet, so wird es alle Sylben in gehöriger Ordnung zurückschicken, und die erste wird nach 2 Secunden, d. h. dann zum Beobachter zurückkommen, wenn er eben die letzte ausgesprochen hat. In dieser Entfernung kann also ein Echo 7 bis 8 Sylben wiederholen; es giebt aber auch solche, welche 14 bis 15 Sylben zu wiederholen im Stande sind.

Es ist nicht durchaus nöthig, daß die reflectirende Fläche hart und platt sei, denn man beobachtet auf dem Meere oft, daß Wolken ein Echo bilden.

Vielfache Echos, d. h. solche, welche dasselbe Wort mehrmals wiederholen, entstehen, wenn mehrere, in verschiedenen Entfernungen befindliche Wände den Schall zu seinem Entstehungsorte zurückwerfen, oder auch zwischen zwei parallelen Wänden, von denen jede die Schallwellen, welche von der andern herkommen, auch wieder gegen dieselbe reflectirt.

Durch die Reflexion des Schalles erklären sich auch die Wirkungen des Sprachrohres und des Hörrohres.

Zweites Capitel.

Gesetze der Vibrationen musikalischer Töne.

106 **Bildung stehender Luftwellen in gedeckten Pfeifen.** Wenn man eine gewöhnliche Stimmgabel (welche den Ton ā giebt) an ihrem Stiele haltend anschlägt, so tönt sie so schwach, daß man sie vor das Ohr halten muß, um den Ton wahrzunehmen. Hält man sie aber über einen Glascylinder von 1 bis $1^1/_2$ Zoll Weite, Fig. 211, welcher so weit mit Wasser gefüllt ist, daß noch eine Höhe von 194^{mm} frei bleibt, so wird der Ton laut und deutlich.

Diese Verstärkung des Stimmgabeltones verschwindet, wenn man einen Theil des Wassers ausgießt, so daß die Luftsäule im Cylinder höher wird, oder wenn man noch Wasser eingießt, so daß die Luftsäule im oberen Theile des Cylinders merklich niedriger wird als 194^{mm}.

Fig. 211.

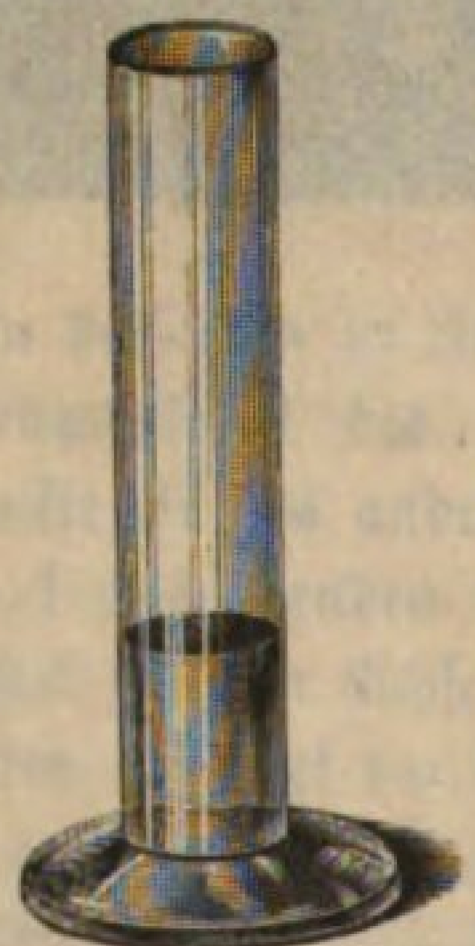


Fig. 212.



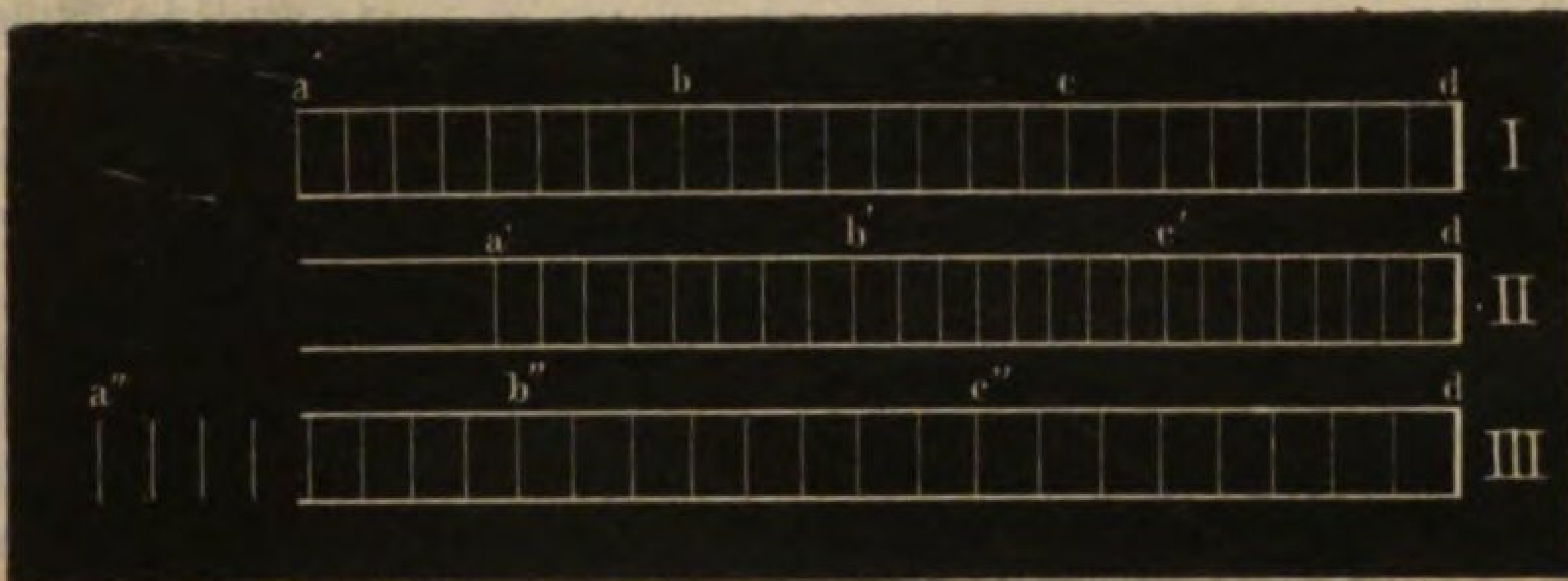
Noch auffallender läßt sich diese Verstärkung des Tones zeigen, wenn man eine durch Streichen mit dem Fiedelbogen zum Tönen gebrachte Käseglocke über eine 5 bis 6 Zoll weite, unten geschlossene Röhre von Pappendeckel hält, Fig. 212, welche eine entsprechende Länge hat. Um diese Länge nach Bedürfniß reguliren zu können, besteht sie aus zwei Theilen, *A* und *B*, von welchen der untere unten geschlossen ist, während die obere, etwas weitere Röhre nach Belieben auf- und abgeschoben werden kann.

Diese Verstärkung des Tones rührt daher, daß die Luftsäule in dem Rohre selbst in den Zustand stehender Schwingungen versetzt und dadurch selbsttönend wird. Damit dieß aber möglich sei, muß die Länge der Luftsäule in der Röhre in einem bestimmten Verhältniß zu der Wellenlänge des einfallenden Tones stehen, wie sich dieß aus der folgenden Betrachtung ergiebt.

Wenn eine Schallwelle in das offene Ende einer auf der anderen Seite geschlossenen Röhre eintritt, so wird sie alsbald an dem Boden der Röhre reflectirt, die reflectirten Wellen begegnen aber den neu eintretenden, und durch das Zusammenwirken beider Wellensysteme werden sich stehende Luftwellen bilden, wenn die Länge der Pfeife in einem geeigneten Verhältnisse zur Länge der Schallwelle steht.

Nehmen wir an, die Länge der Röhre *ad*, Fig. 213, sei $^1/_4$ von der Länge der einfallenden Schallwellen, so ist der Weg von der Oeffnung zum

Fig 213.



Boden und dann wieder vom Boden bis zur Oeffnung gerade $^1/_2$ Wellenlänge, die einfallende und die reflectirende Welle, welche sich an der Oeffnung der Röhre begegnen, stehen also in ihrem Gange um $^1/_2$ Wellenlänge von einander ab; mit einem Dichtigkeitsmaximum der einfallenden Welle trifft also hier das Maximum der Verdünnung der reflectirten Welle zusammen, und umgekehrt; an der Oeffnung der Röhre findet also weder Verdichtung noch Verdünnung Statt.

Betrachten wir aber nun den Bewegungszustand der einzelnen Luftschichten.

In dem Augenblick, in welchem gerade das Maximum der Verdichtung in die Oeffnung der Röhre eintritt, tritt das Maximum der Verdünnung aus; in diesem Moment findet auch am Boden der Röhre weder Verdünnung noch Verdichtung Statt, alle Theilchen sind in ihrer Gleichgewichtslage. Durch die eintretende Verdichtungswelle aber sind alle Theilchen gegen den Boden hingetrieben; durch die reflectirte Welle werden sie nach derselben Seite bewegt, da sich ja, wie durch Nr. V in Fig. 207 S. 188 erläutert wird, die vibrirenden Luftschichten an den Stellen der größten Verdichtung in der Richtung bewegen, in welcher die Welle fortschreitet, an der Stelle der größten Verdünnung aber in einer Richtung, welche der Fortpflanzungsrichtung der Welle entgegengesetzt ist.

Alle Luftschichten in den Röhren bewegen sich also gleichzeitig aus der Gleichgewichtslage gegen den Boden hin, und ebenso, wenn das Maximum der Verdünnung eintritt, die Gleichgewichtslage passirend, gleichzeitig vom Boden weg.

Es ist dies durch Fig. 213 anschaulich gemacht.

Wenn alle Luftschichten in der Röhre gleichzeitig gegen den Boden hin gehen, so muß hier eine Verdichtung entstehen, wie bei Nr. II; wenn sie von der Gleichgewichtslage aus von dem Boden sich wegbegeben, so muß an demselben eine Verdünnung stattfinden, wie bei Nr. III.

Unsere Zeichnung ist, um den Hergang sichtbar zu machen, was die Oscil-

lationsamplitude angeht, ungeheuer übertrieben, d. h. bei einer Pfeife von der Länge, wie sie in unserer Zeichnung dargestellt ist, würde in dem besprochenen Falle die Luftschicht, welche in ihrer Gleichgewichtslage an der Oeffnung der Röhre liegt, lange nicht so weit in die Röhre ein- und austreten, sie würde während ihrer Oscillation nur wenig nach der linken und rechten Seite schwanken. Wäre aber die Oscillationsamplitude nicht so groß genommen worden, so würden in der Zeichnung schwerlich die Unterschiede der Verdichtung und Verdünnung recht deutlich geworden sein.

Es hat sich also hier durch die Interferenz der directen und reflectirten Wellen eine stehende Luftwelle gebildet, denn alle einzelnen Luftschichten in der Röhre gehen gleichzeitig gegen den Boden hin und gleichzeitig von demselben weg.

Die Fig. 214, 215, 216 sollen dazu dienen, die durch eine solche stehende Luftwelle abwechselnd hervorgebrachten Verdünnungen und Verdichtungen anschaulich zu machen. In Fig. 214 ist die ganze Röhre gleichförmig schattirt,

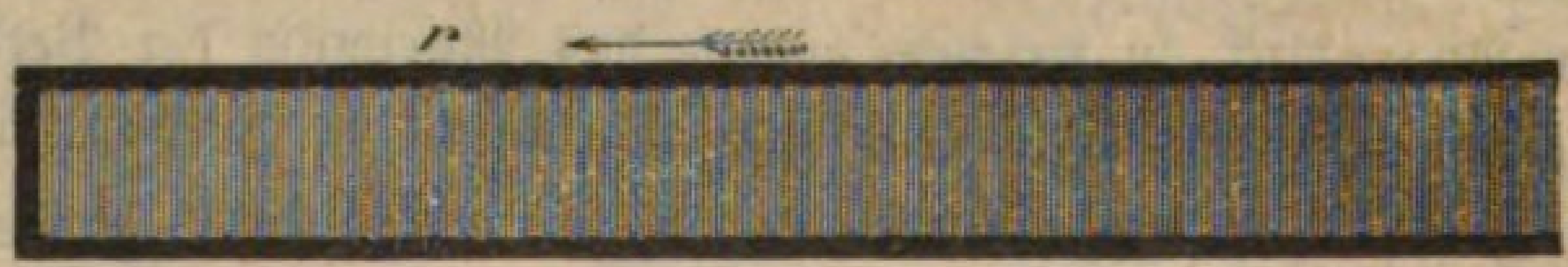
Fig. 214.



Fig. 215.



Fig. 216.



und dies entspricht dem Falle, daß die Luft in der ganzen Röhre eine gleichförmige Dichtigkeit hat, wie dies in den Momenten der Fall ist, wo alle die einzelnen Luftschichten mit dem Maximum ihrer Geschwindigkeit ihre Gleichgewichtslage passiren. Sind die Theilchen in ihrer Oscillation gegen das verschlossene Ende der Röhre hin an den äußersten Punkten ihrer Bahn angekommen, so findet hier eine Verdichtung Statt, Fig. 215.

Nun beginnen die einzelnen Luftschichten sich von dem verschlossenen Ende zu entfernen, und nach $\frac{1}{2}$ Undulation haben wir hier eine Verdünnung, Fig. 216. Am offenen Ende der Röhre findet in keinem Zeitmomente eine merkliche Verdichtung oder Verdünnung Statt; hier aber bewegen sich die Luftschichten zwischen den weitesten Gränzen hin und her.

Die Pfeile in Fig. 215 und Fig. 216 deuten an, in welcher Richtung die Theilchen sich zu bewegen beginnen, wenn am Boden eben das Maximum der Verdichtung oder der Verdünnung stattfindet.

Würde nun in die Röhre, etwa bei r, ein Loch gemacht, so würde dadurch die Bildung der stehenden Welle gestört, wenn nicht ganz verhindert werden.

weil im Momente der Verdichtung hier Luft entweichen, im Momente der Verdünnung aber Luft einströmen würde. Der störende Einfluß einer solchen Oeffnung würde aber an solchen Stellen, welche dem offenen Ende näher liegen, geringer sein, weil hier die Verdünnung sowohl als die Verdichtung geringer ist.

Denselben störenden Einfluß, den eine Oeffnung hervorbringt, würde auch ein Abschneiden der Röhre an diesen Stellen zur Folge haben.

Die Bildung einer stehenden Luftwelle in der Röhre ist also an bestimmte Verhältnisse zwischen der Länge der Röhre und der Wellenlänge des einfallenden Tones gebunden; in dem bisher betrachteten Falle war die Länge der Röhre $^1/_4$ von der Wellenlänge des einfallenden Tones; es können sich aber auch noch bei anderen Verhältnissen zwischen Röhren- und Wellenlänge stehende Luftwellen in der Röhre bilden.

Zur Bildung der stehenden Welle in der Röhre ist erforderlich, daß dicht bei dem Boden die Oscillationsamplituden verschwindend klein werden, daß aber hier abwechselnde Verdünnungen und Verdichtungen stattfinden, während am offenen Ende der Röhre keine merkliche Verdichtung und Verdünnung stattfindet; an der Oeffnung der Röhre muß also stets der verdichtete Theil der reflectirten Welle mit dem verdünnten Theile der einfallenden Welle zusammenfallen, und umgekehrt.

Dieser Bedingung wird dadurch allerdings entsprochen, daß die Oeffnung der Röhre um $^1/_4$ Wellenlänge von dem Boden entfernt ist, aber auch dadurch, daß die Entfernung der Oeffnung von dem Boden $^3/_4$, $^5/_4$, $^7/_4$ u. s. w. Wellenlängen beträgt.

Die Figuren 217 bis 219 sollen die stehenden Luftwellen anschaulich machen, welche sich in einer Röhre bilden, deren Länge $^3/_4$ von der Länge der einfallenden Schallwellen beträgt.

Fig. 217.

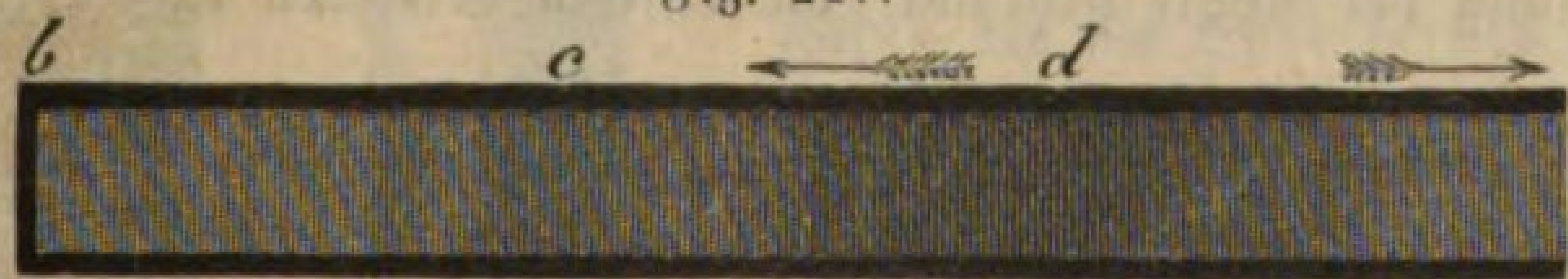


Fig. 218.

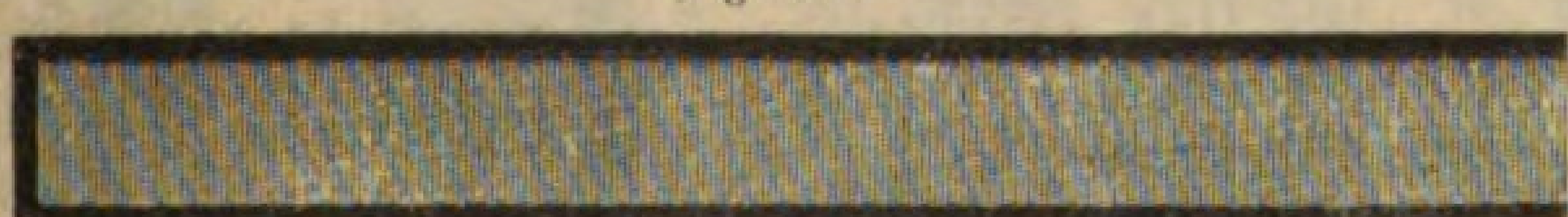
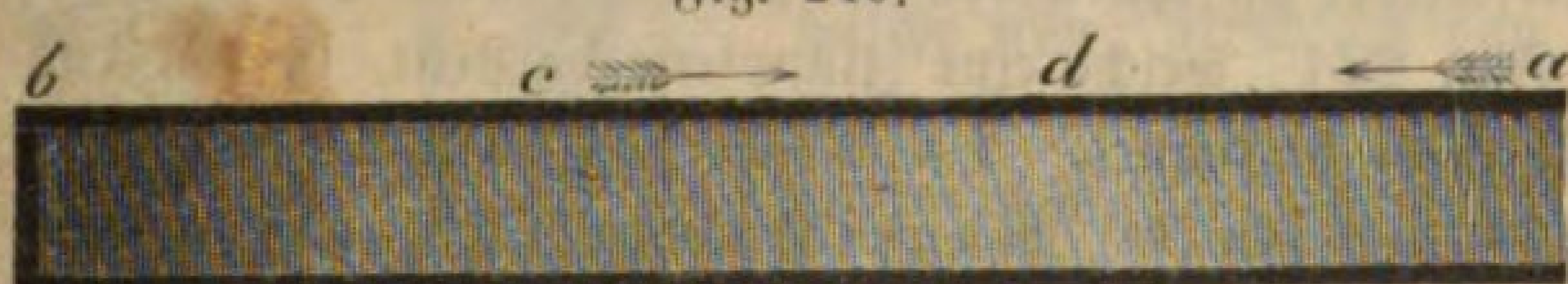


Fig. 219.



In Fig. 217 sehen wir ein Maximum der Verdichtung in *d*, ein Maximum der Verdünnung am Boden der Röhre bei *b*; alle links von *d* liegenden Luftschichten beginnen gleichzeitig ihre Bewegung nach der durch den Pfeil angedeuteten Richtung, während die rechts von *d* gelegenen Luftschichten nach der Rechten hin sich zu bewegen beginnen.

Nach $1/4$ Undulation haben die einzelnen Schichten eine solche Stellung erreicht, daß in der ganzen Röhre die Luft eine gleichförmige Dichtigkeit hat, was durch Fig. 218 dargestellt sein soll; in der angegebenen Richtung sich fortbewegend, wird abermals nach $1/4$ Undulation der in Fig. 219 dargestellte Zustand eintreten; jetzt ist bei *b* die größte Verdichtung, bei *d* die größte Verdünnung.

Von diesem Momente an beginnen die einzelnen Luftschichten wieder sich gegen *d* hin zu bewegen, und so tritt dann nach $1/2$ Undulation wieder der Zustand Fig. 217 ein.

Die Luftschichten, welche rechts und links von *d* liegen, bewegen sich entweder gleichzeitig von *d* weg, oder gleichzeitig nach *d* hin, während *d* keine Bewegung hat; die Luftschicht *d* bildet also einen Schwingungsknoten.

Die Stellen bei *c* und *a*, wo weder Verdünnung noch Verdichtung stattfindet, während die Luftschichten gerade mit der größten Amplitude schwingen, heißen Bäuche.

107 **Orgelpfeifen.** Um die Luft in einer Röhre in stehende Schwingungen zu versetzen, um sie also zum Selbsttönen zu bringen, ist nicht gerade nöthig, einen tönenden Körper vor die Oeffnung zu bringen, wie dies ja die Orgelpfeifen zeigen. Hier ist es ein am offenen Ende der Röhre vorbeiströmender an ihren Rändern sich brechender Luftstrom, welcher durch seine Stöße Wellen erzeugt, die, an dem Boden reflectirt, mit den neu einfallenden interferiren, so daß sich regelmäßige stehende Schwingungen bilden, durch welche die Luft in der Röhre selbsttönend wird.

Die Töne, welche eine Röhre auf diese Weise geben kann, sind dieselben wie diejenigen, welche ein anderer tönender Körper geben muß, wenn er, vor die Oeffnung der Röhre gebracht, die Luft in derselben zum Selbsttönen bringen soll.

Die einfachste Art, die Luft in einer kleineren Röhre zum Tönen zu bringen, ist die, daß man sie in verticaler Richtung vor den Mund hält, das geschlossene Ende nach unten gekehrt, während das offene Ende an die untere Lippe gehalten wird, und dann schräg gegen den Rand der Röhre bläst.

Die Töne sind natürlich um so höher, je kürzer die Pfeife ist.

Die Einrichtung der Orgelpfeifen ist aus Fig. 220 und 221 zu ersehen. Man unterscheidet an ihnen den Fuß, den Mund und die Röhre.

In Fig. 221, welche eine Zinnpfeife darstellt, ist der Fuß mit *FF*, die Röhre mit *RR* bezeichnet. Die Röhre hat an ihrem unteren Ende vorn eine Oeffnung *ab*, welche der Mund genannt wird. Fuß und Röhre sind durch eine dünne Zinnplatte getrennt; zwischen der vorderen Kante dieser Platte, welche den Boden der Schallröhre bildet, und der vorderen Wand des Fußes bleibt eine schmale Spalte, durch welche die unten in den Fuß eingeblasene Luft austritt und sich an der oberen Kante des Mundes brechend, die Luftsäule in der Röhre *RR* in stehende Schwingungen versetzt.

Die Einrichtung der hölzernen Orgelpfeifen ist aus dem Durchschnitt,

Fig. 220.



Fig. 221.



Fig. 220, zu ersehen. Die in den Fuß eingeblasene Luft dringt aus dem Behälter K durch einen schmalen Spalt cd hervor, und bricht sich an der oberen Kante ab des Mundes, von welchem unsere Figur nur die linke Hälfte $abcd$ zeigt.

Eine und dieselbe gedeckte Pfeife kann mehrere Töne geben. Der tiefste derselben, der **Grundton**, ist derjenige, dessen Wellenlänge 4mal so groß ist als die Länge der Röhre; die höheren Töne, welche die Pfeife giebt, sind diejenigen, welche einer 3mal, 5mal u. s. w. kürzeren Wellenlänge entsprechen, welche also durch stehende Schwingungen erzeugt werden, welche eine 3mal, 5mal u. s. w. kleinere Oscillationsdauer haben als der tiefste Ton der Pfeife.

Den tiefsten Ton giebt die Pfeife bei schwächerem, die höheren bei stärkerem Winde.

Offene Pfeifen werden solche 108
genannt, welche an beiden Seiten offen sind. In der Mitte einer Röhre kann eine stärkere Verdichtung der Luft stattfinden als am Ende derselben, weil hier die Luft nicht nach der Seite hin ausweichen kann. Wenn nun der verdichtete Theil einer Welle am offenen Ende der Röhre ankommt, so werden beim Austritt aus der Röhre die Luftschichten leicht nach allen Seiten hin ausweichen und dadurch wird eine Verdünnung entstehen, welche nun, gleichsam von dem offenen Ende der Röhre reflectirt, dieselbe in entgegengesetzter Richtung durchläuft, und so bilden sich denn auch hier die stehenden Wellen.

Die rückkehrende Welle ist natürlich nicht so intensiv wie die ursprüngliche.

Da an dem offenen Ende der Röhre stets eine Verdichtung mit einer

Verdünnung zusammenfällt, so muß hier nothwendig ein Bauch entstehen; Schwingungsknoten können sich nur im Inneren der Röhre bilden.

Wenn dem Tone des Körpers, durch welchen man die Luft in der Röhre zum Selbsttönen bringen will, eine Wellenlänge l zukommt, so ist die Länge der kürzesten offenen Röhre, welche durch diesen Ton angesprochen wird, $\frac{l}{2}$, d. h. die Röhre ist halb so lang als die Wellenlänge ihres Tones.

Wenn also die tiefsten Töne einer offenen und einer gedeckten Pfeife gleich sein sollen, so muß die offene Pfeife doppelt so lang sein als die gedeckte.

Für den tiefsten Ton einer offenen Röhre befindet sich ein Schwingungsknoten in der Mitte ihrer Länge, ein Bauch aber an jedem Ende, wie dies Fig. 222 und Fig. 223 anschaulich gemacht ist. Fig. 222 stellt den Moment

Fig. 222.

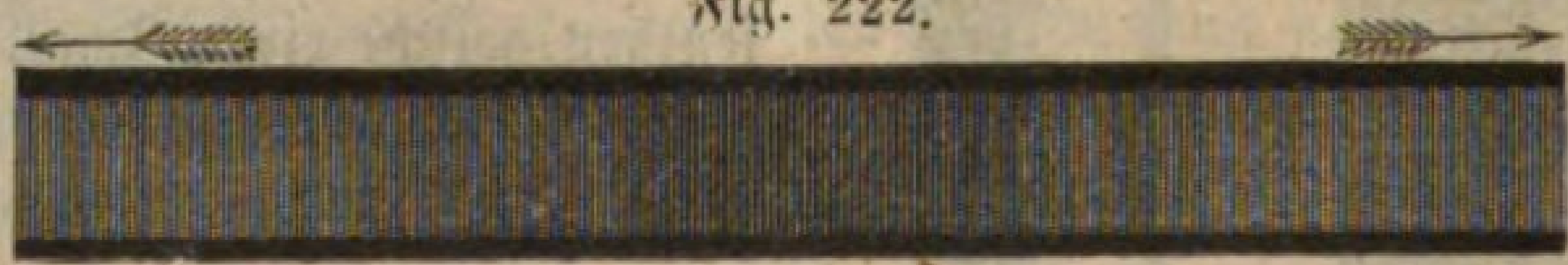
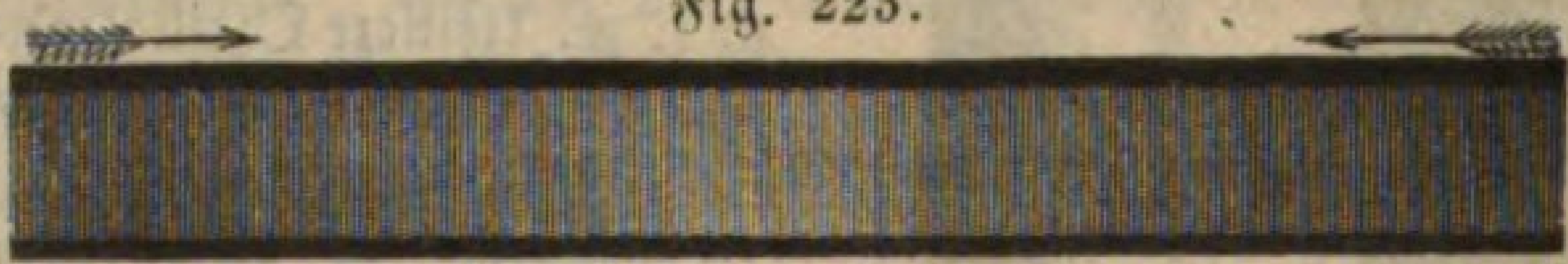


Fig. 223.



dar, wo in der Mitte der Röhre die größte Verdichtung stattfindet; während die Luftschicht in der Mitte der Röhre in Ruhe bleibt, beginnt die Luft auf beiden Seiten sich von der Mitte zu entfernen, wie dies durch die Pfeile angedeutet ist; nach einer halben Undulation findet in der Mitte der Röhre das Maximum der Verdünnung Statt, und nun beginnen die einzelnen Luftschichten von beiden Seiten her sich gegen die Mitte hin zu bewegen.

Der nächst höhere Ton der offenen Röhre ist derjenige, für welchen sich ein Bauch in der Mitte der Röhre, Knoten aber in den Punkten a und b, Fig. 224 und Fig. 225, bilden, welche um $\frac{1}{4}$ der Röhrenlänge von den Enden abstehen. Wenn in a ein Maximum der Verdichtung stattfindet, so findet in b eine Verdünnung Statt und umgekehrt.

Fig. 224.

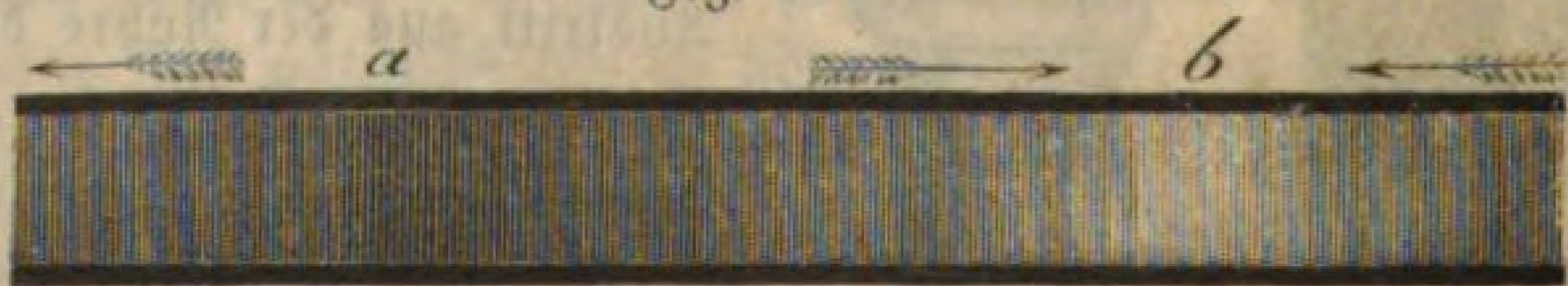
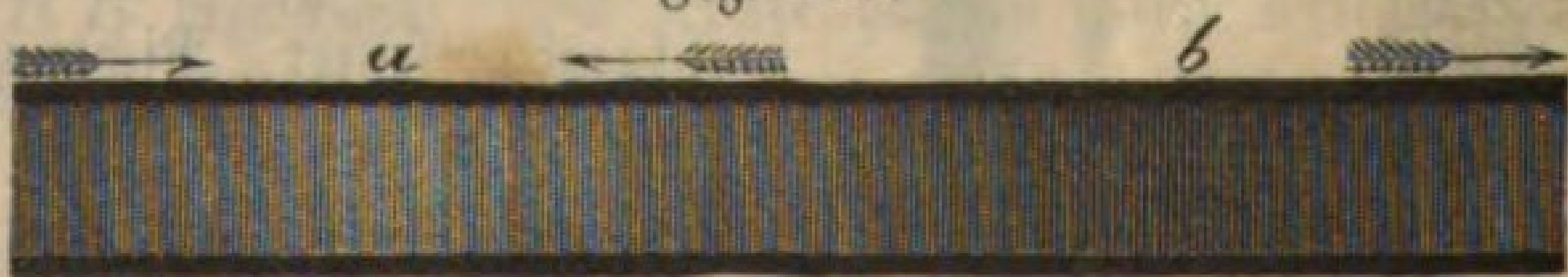


Fig. 225.



Für den eben besprochenen Fall ist die Wellenlänge des Tones der Länge der Röhre gleich; die Oscillationsdauer dieses Tones ist halb so groß als die des Grundtones der Röhre.

Der dritte Ton, welchen die Röhre geben kann, ist derjenige, dessen Wellen-

länge $1^1/_2$mal in der Röhrenlänge enthalten ist; für diesen Ton bilden sich drei Schwingungsknoten, von denen einer in der Mitte liegt, während jeder der anderen um $^1/_6$ der Röhrenlänge oder $^1/_4$ der Länge der sich bildenden Schallwelle von einem Ende absteht.

Bezeichnen wir die Länge einer offenen Röhre mit l, so sind die Wellenlängen der Töne, welche sie geben kann:

$$2l,\ ^2/_2 l,\ ^2/_3 l \text{ u. s. w.,}$$

während

$$4l,\ ^4/_3 l,\ ^4/_5 l \text{ u. s. w.}$$

die Wellenlängen der Töne sind, welche eine gedeckte Pfeife von der Länge l geben kann.

Wenn man an verschiedenen Stellen einer Orgelpfeife Löcher macht, die man nach Belieben durch einen Schieber verschließen oder öffnen kann, so kann man zeigen, daß der Ton durchaus nicht geändert wird, wenn man ein Loch öffnet, welches sich an der Stelle eines Bauches befindet, was jedesmal der Fall ist, wenn ein Loch an einer anderen Stelle geöffnet wird.

Die musikalischen Töne. Nachdem wir nun ein Mittel kennen gelernt haben, reine Töne hervorzubringen, nämlich durch Orgelpfeifen, nachdem wir gesehen haben, wie die Höhe und Tiefe dieser Töne von der Länge der Pfeifen abhängt, daß man also durch Verlängerung und Verkürzung der Röhren die Pfeifen beliebig stimmen kann, wollen wir nun die Tonreihe näher betrachten, welche in der Musik zur Anwendung kommt. 109

Gehen wir von dem Tone aus, den eine 4 Fuß lange gedeckte Pfeife als Grundton giebt; es ist dies ein Ton, welcher in der Musik mit *C* bezeichnet wird.

Fragen wir nach denjenigen Tönen, die mit *C* zusammen einen angenehmen Eindruck auf das Ohr hervorbringen, so finden wir, daß es solche sind, deren Oscillationsgeschwindigkeit in einem einfachen Verhältnisse zu der von *C* steht; es sind dies diejenigen Töne, deren Wellenlänge $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^4/_5$, $^5/_6$ von der des Tones *C* beträgt, die also durch solche Pfeifen hervorgebracht werden, deren Länge $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^4/_5$, $^5/_6$ von der Länge der Pfeife *C* ist.

Da die Oscillationsdauer der Wellenlänge proportional ist, da sich also die Zahl der Schwingungen, welche ein Ton in einer Secunde macht, umgekehrt verhält, wie seine Wellenlänge, so macht also der erste der erwähnten Töne 2 Schwingungen, während *C* eine macht; dieser Ton heißt die Octav von *C* und er wird mit *c* bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $^2/_3$ von der des Tones *C* beträgt, macht 3 Oscillationen, während *C* deren 2 macht; dieser Ton ist die Quint von *C*, er wird mit *G* bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $^3/_4$ von der des Tones *C* ist, macht 4 Schwingungen, während *C* deren 3 macht, er wird die Quart von *C* genannt und mit *F* bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $^4/_5$ von der des Tones *C* ist, macht 5 Schwingungen, während *C* deren 4 macht, es ist die große Terz von *C* und wird mit *E* bezeichnet.

Der zuletzt erwähnte Ton, dessen Wellenlänge $^5/_6$ mal so groß ist als die von *C*, macht 6 Schwingungen, während *C* deren 5 vollendet: es ist dies die kleine Terz von *C*, sie wird mit *Es* bezeichnet.

Ebenso wie *C* seine Octav, Quint, Quart, große und kleine Terz hat, so giebt es auch eine Octav, Quint, Quart, große und kleine Terz von *c*.

Der Grundton *C* mit seiner großen Terz *E*, seiner Quint *G* und seiner Octav *c* bilden den *C*dur-Accord.

Nach den eben angegebenen Verhältnissen machen gleichzeitig

C	*E*	*F*	*G*	*c*
24	30	32	36	48

Schwingungen.

Um die Reihe der Töne gehörig zu vervollständigen, müssen nun aber *E*, *F* und *G* ebenso ihre Accorde, also ihre Terz und Quint haben wie *C*.

Die Quint von *G* ist ein Ton, welcher 3 Schwingungen macht, während *G* deren 2 vollendet: auf 36 Schwingungen von *G* gehen also 54 Schwingungen seiner Quint, die wir mit *d* bezeichnen wollen; die nächst tiefere Octav von *d* wird mit *D* bezeichnet, sie macht 27 Schwingungen, während *G* 36 und *C* 24 macht.

Die große Terz von *G*, die man mit *H* bezeichnet, muß 5 Schwingungen machen, während *G* 4 vollendet; auf 36 Oscillationen von *G* gehen also 45 Oscillationen von *H*.

Da sich 24 zu 36 (*C* zu *G*) verhält wie 32 zu 48 (*F* zu *c*), so ist *c* die Quint von *F*.

Die große Terz von *F* muß 5 Schwingungen machen, während *F* selbst deren 4 vollendet, auf 32 Oscillationen von *F* gehen also 40 Oscillationen seiner großen Terz, die mit *A* bezeichnet wird.

So haben wir denn eine Reihe von Tönen, welche den Namen der *C*dur-Tonleiter führt. Es machen gleichzeitig

C	*D*	*E*	*F*	*G*	*A*	*H*	*c*	*d*	*e*	u. s. w.
24	27	30	32	36	40	45	48	54	60	

Schwingungen.

Die Differenzen zwischen je zwei auf einander folgenden Tönen dieser Reihe sind nicht gleich. In der folgenden Reihe giebt der zwischen zwei Zahlen etwas tiefer gesetzte Bruch an, um den wievielsten Theil die Oscillationsgeschwindigkeit des nächstniedrigeren Tones, die des folgenden, größer ist:

C		*D*		*E*		*F*		*G*		*A*		*H*		*c*;
	$^1/_8$		$^1/_9$		$^1/_{15}$		$^1/_8$		$^1/_9$		$^1/_8$		$^1/_{15}$	

in gleichen Zeiten macht also *D* $1^1/_8$mal so viel Schwingungen als *C*, *E* $1^1/_9$-mal so viel als *D*, *F* $1^1/_{15}$mal so viel als *E* u. s. w.

Das Intervall von *C* zu *D*, von *D* zu *E*, von *F* zu *G*, von *G* zu *A*, von *A* zu *H* heißt ein ganzer Ton. Man unterscheidet aber große ganze Töne, wenn das Intervall $^1/_8$, und kleine, wenn es $^1/_9$ beträgt.

Die Intervalle zwischen *E* und *F*, zwischen *H* und *c* sind nahe halb so groß wie die übrigen, sie werden deshalb halbe Töne genannt.

Wenn man, von irgend einem der anderen Töne ausgehend, in derselben Ordnung von Intervallen fortschreitet, so erhält man auf diese Weise die verschiedenen Durtonleitern; um aber ein Fortschreiten in derselben Ordnung von Intervallen von jedem Tone aus möglich zu machen, müssen noch zwischen *C* und *D*, *D* und *E*, *F* und *G*, *G* und *A*, *A* und *H* halbe Töne eingeschaltet werden, die mit *cis*, *dis*, *fis* u. s. w. bezeichnet werden.

Bei den Durtonarten geht man vom Grundtone zur großen Terz, und dann, um eine kleine Terz fortschreitend, zur Quint über, bei den Molltonarten hingegen ist der Accord durch den Grundton, die kleine Terz und die Quint gebildet.

Eine nähere Besprechung der Tonarten und Tonleiter gehört mehr in die Theorie der Musik als hierher.

Wenn der Grundton eine Schwingung in einer bestimmten Zeit macht, so muß die große Terz in derselben Zeit $^5/_4$, die große Terz dieses Tones $^5/_4 \cdot {}^5/_4$ oder $^{25}/_{16}$ und die Terz dieses Tones endlich $^5/_4 \cdot {}^5/_4 \cdot {}^5/_4$ oder $^{125}/_{64}$ Schwingungen machen. Der letztere Ton stimmt nun nicht genau mit der Octav des Grundtons überein, welcher $^{128}/_{64}$ entsprechen; wenn man also in reinen Terzen fortschreitet, so kommt man nicht zur reinen Octav, und will man die Reinheit der Octaven erhalten, so muß man von der vollkommenen Reinheit der Terzen abstrahiren. Aehnliches ergiebt sich beim Fortschreiten nach reinen Quinten. Man ist deshalb, um die Reinheit der Octaven zu erhalten, genöthigt, in der Musik die Töne etwas höher oder tiefer zu stimmen, als es die reinen Terzen oder Quinten verlangen; man muß, wie die Musiker sagen, den Ton etwas oberhalb oder unterhalb s c h w e b e n lassen. Diese Ausgleichung nennt man die T e m p e r a t u r. Die nähere Besprechung der verschiedenen Arten der Temperatur würde uns hier zu weit führen.

Wenn unser Ohr empfindlicher wäre, so würde es durch die erwähnte Unreinheit der Terzen und Quinten unangenehm afficirt werden, es würde kaum ein musikalischer Genuß möglich sein.

Nach den Bezeichnungen, welche wir in diesem Paragraphen kennen gelernt haben, können wir nun auch die verschiedenen Töne benennen, welche eine und dieselbe Röhre giebt. Bei einer offenen Röhre nämlich ist der zweite Ton die Octav des Grundtones, bei einer gedeckten Pfeife ist er die Quint der nächst höheren Octav.

Schwingungszahl der musikalischen Töne. Der tiefste Ton, 110
welcher in der Musik zur Anwendung kommt, ist derjenige, welchen eine gedeckte Pfeife von 16 Fuß giebt. Nun wissen wir aber, daß, wenn eine gedeckte Pfeife ihren tiefsten Ton giebt, ihre Länge gerade $^1/_4$ der Wellenlänge dieses Tons ist, die Wellenlänge für diesen Ton ist demnach in gewöhnlicher Luft 64 Fuß.

In einer Secunde pflanzt sich der Schall um 1050 Fuß fort; dividirt man diese Zahl durch 64, so findet man, um wieviel Wellenlängen dieser tiefste Ton in einer Secunde fortschreitet oder, was dasselbe ist, wie viel Oscillationen

in einer Secunde nöthig sind, um diesen tiefsten Ton der Musik hervorzubringen; man findet die Zahl 16,4 (genauer 16,5).

Ebenso findet man die Schwingungszahl des Grundtons einer jeden gedeckten Pfeife, indem man mit der vierfachen Länge der Pfeife (in Pariser Fußen ausgedrückt) in 1050 dividirt.

Im Ganzen umfaßt die Musik 9 Octaven. Der erwähnte tiefste Ton einer 16füßigen gedeckten Pfeife wird mit $\underline{\underline{C}}$ bezeichnet.

Da dieser Ton nun 16,5 Schwingungen in der Secunde macht, so ist Folgendes die Schwingungszahl der auf einander folgenden Octaven dieses Tons:

$\underline{\underline{C}}$	16,5
$\underline{C}$	33
C	66
c	132
$\overline{c}$	264
$\overline{\overline{c}}$	528.

Mit unseren Noten werden die Töne folgendermaßen bezeichnet:



111 **Töne gespannter Saiten.** Die wichtigsten Gesetze der Schwingungen gespannter Saiten sind folgende:

1) Die Schwingungszahl einer Saite verhält sich umgekehrt wie ihre Länge, d. h. wenn eine Saite, die auf irgend ein Instrument, wie eine Violine, eine Guitarre u. s. w., aufgespannt ist, in einer gegebenen Zeit eine bestimmte Anzahl von Schwingungen macht, so macht sie in derselben Zeit 2=, 3=, 4mal u. s. w. so viel Schwingungen, wenn man bei unveränderter Spannung nur $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ u. s. w. der ganzen Länge schwingen läßt.

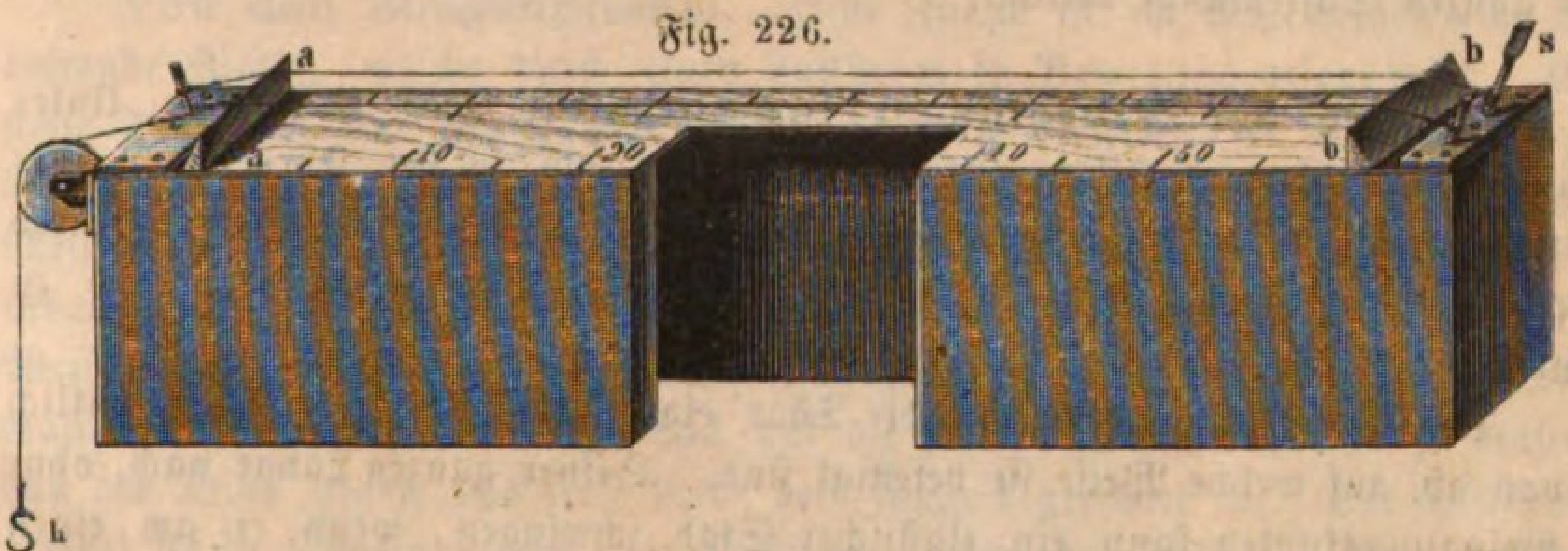
2) Die Zahl der Schwingungen einer Saite ist der Quadratwurzel aus den spannenden Gewichten proportional, d. h. wenn das Gewicht, welches die Saite spannt, 4=, 9=, 16mal so groß gemacht wird, während die Länge unverändert bleibt, so wird die Geschwindigkeit der Schwingungen 2=, 3=, 4mal so groß.

3) Die Schwingungszahlen verschiedener Saiten derselben Materie verhalten sich umgekehrt wie ihre Dicke. Wenn man z. B.

zwei Stahlsaiten von gleicher Länge nimmt, deren Durchmesser sich wie 1 zu 2 verhalten, so wird die dünnere bei gleicher Spannung in derselben Zeit doppelt so viel Schwingungen machen als die dickere. Für Darmsaiten ist dieses Gesetz wohl nicht immer genau wahr, weil das Material derselben nicht immer hinlänglich gleich ist.

Um die wichtigsten Gesetze der Oscillationen der gespannten Saiten und ihrer Töne durch den Versuch nachzuweisen, bedient man sich eines Instrumentes, welches reine Töne giebt und welches erlaubt, die Länge der Saiten mit Genauigkeit zu messen. Dieses Instrument heißt **Monochord**, obgleich es in der Regel mit mehr als einer Saite versehen ist. Fig. 226 stellt ein solches Monochord mit zwei Saiten dar.

Fig. 226.



Die beiden Saiten sind über einen Kasten ausgespannt, der in unserer Figur so gezeichnet ist, als ob ein Stück aus demselben herausgeschnitten wäre; er besteht aus vier starken Seitenbrettern, auf welche oben der **Resonanzboden**, d. h. ein ganz dünnes Brett von Tannenholz, geleimt ist, dessen Bedeutung später erläutert werden wird. Die beiden Stege *aa* und *bb* begränzen den frei schwingenden Theil der Saiten. Die eine derselben wird durch Gewichte gespannt, welche man an den Haken *h* hängt, die andere dagegen durch den Stimmstock *s*.

Betrachten wir zuerst den Zusammenhang, welcher zwischen der Spannung der Saite und der Tonhöhe besteht.

Wenn für ein Gewicht 1000 (etwa 1000 Gramm), welches an den Haken *h* gehängt wird, die Saite einen bestimmten Ton giebt, den wir mit *c* bezeichnen wollen, so muß man

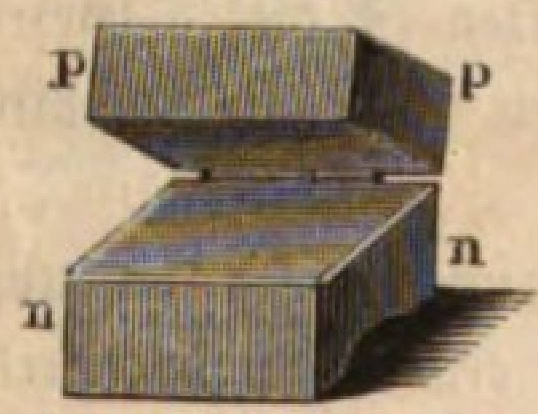
das Gewicht 1562,5 anhängen, um die große Terz,
» » 2250 » » » Quint,
» » 4000 » » » Octav

von *c* zu erhalten. Nun verhalten sich aber die Zahlen 1000 : 1562,5 : 2250 : 4000 zu einander wie $1 : \frac{25}{16} : \frac{9}{4} : 4$, oder wie die Quadrate von $1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2} : 2$, wodurch der Satz unter Nr. 2 bewiesen ist.

Um das Gesetz unter Nr. 1 experimentell zu bestätigen, ist es bequemer, die zweite Saite anzuwenden. Man kann dieselbe entweder ihrer ganzen Länge

nach schwingen lassen, oder mit Hülfe des beweglichen Steges, Fig. 227, den man unter jede Stelle der Saite hinschieben kann, dadurch, daß man die Saite zwischen dem Fußstück *n n* und dem Deckel *p p* einklemmt, die Schwingungen auf einen beliebigen Theil der Gesammtlänge beschränken.

Fig. 227.



Von dem Grundton, welchen die Saite giebt, wenn man sie ihrer ganzen Länge nach schwingen läßt, erhält man:

die große Terz, wenn der frei schwingende Theil $^4/_5$,
die Quint, » » » » » $^2/_3$,
die Octav, » » » » » $^1/_2$

der ganzen Saitenlänge beträgt.

112 **Gesetze der Vibrationen von Streifen und Stäben.** Unter elastischen Stäben verstehen wir starre Körper von solcher Form, daß ihre Länge bedeutend vorherrscht gegen ihre Breite und Dicke, welche aber doch noch breit und dick genug sind, um auch ohne Spannung zu vibriren und zu tönen.

Die Schwingungsweise und die Töne elastischer Stäbe hängen wesentlich davon ab, auf welche Weise sie befestigt sind. Seiner ganzen Länge nach, ohne Schwingungsknoten kann ein elastischer Stab schwingen, wenn er am einen Ende befestigt, am anderen frei ist. Diese Schwingungsweise erläutert am einfachsten ein Stahlstreifen (etwa ein Stück eines Sägeblattes), welches in der Weise in einen Schraubstock eingeklemmt ist, wie Fig. 228 zeigt. Dieser Art sind auch die Schwingungen, welche jeder der beiden Schenkel einer tönenden Stimmgabel macht.

Fig. 228.

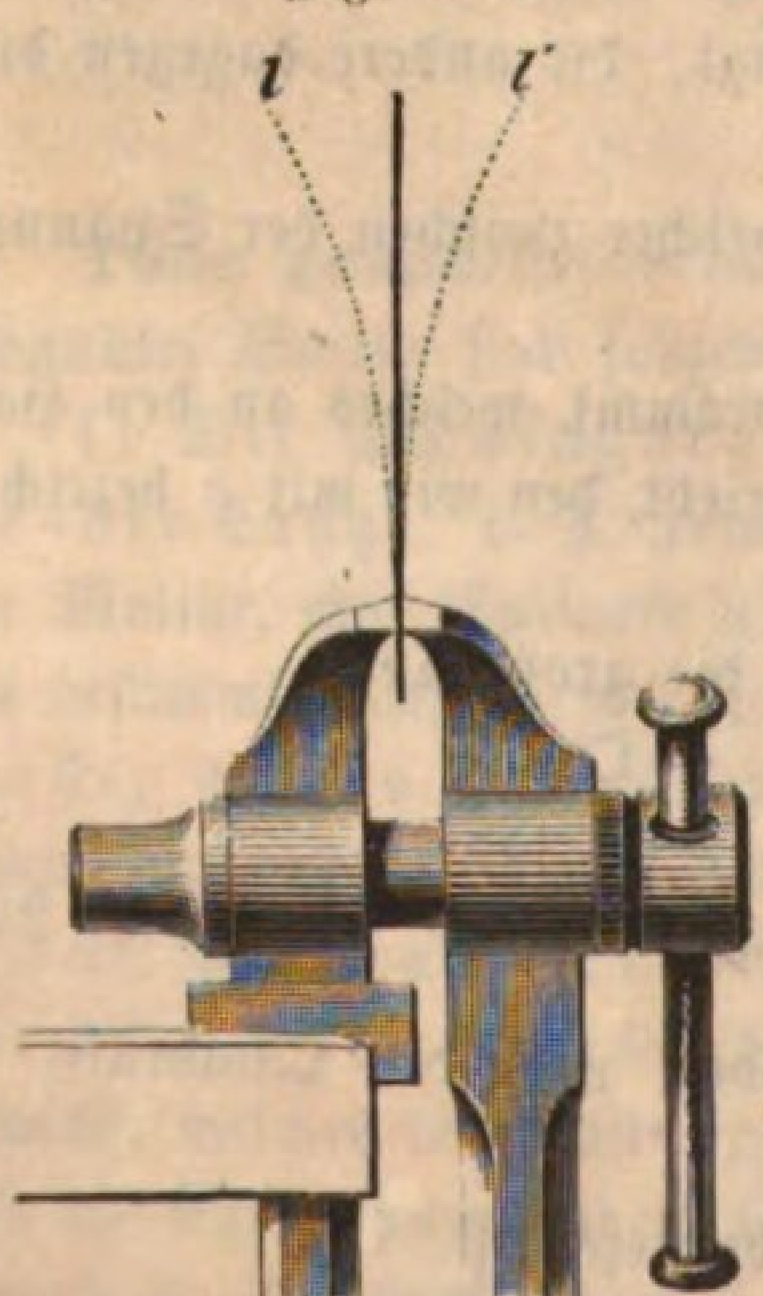


Fig. 229.

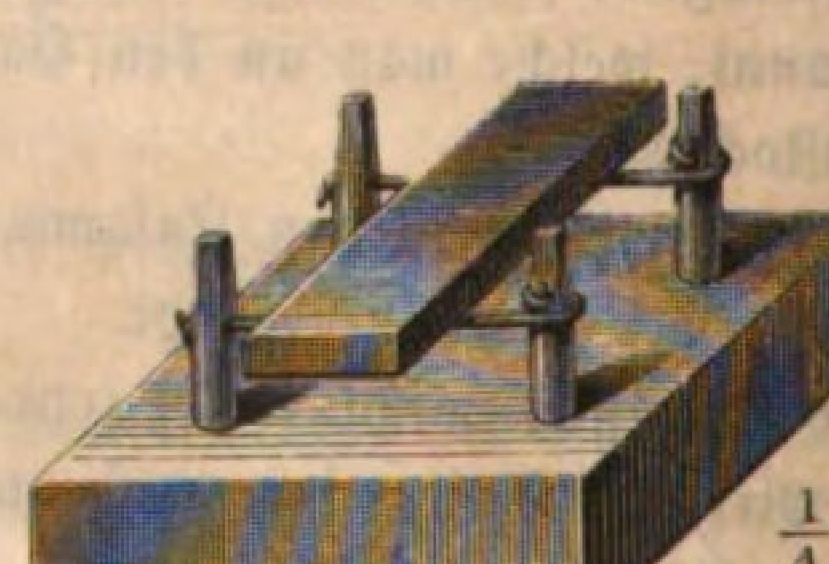
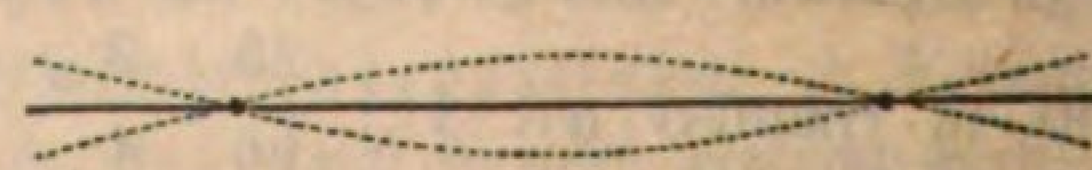


Fig. 230.



Legt man einen Stahlstab, wie Fig. 229 zeigt, über zwei gespannte Schnüre, so giebt er, mit einem hölzernen Hämmerchen angeschlagen, einen

vollen Ton; dabei theilt sich der Stab so in vibrirende Abtheilungen, wie Fig. 230 andeutet. Jeder der beiden Schwingungsknoten ist um $^1/_5$ der ganzen Stablänge von dem einen Stabende entfernt. Die Lage dieser Schwingungsknoten kann man durch Sand zeigen, welchen man auf den Stahlstab streut.

Nach diesem Principe ist auch die bekannte **Glasharmonika** construirt.

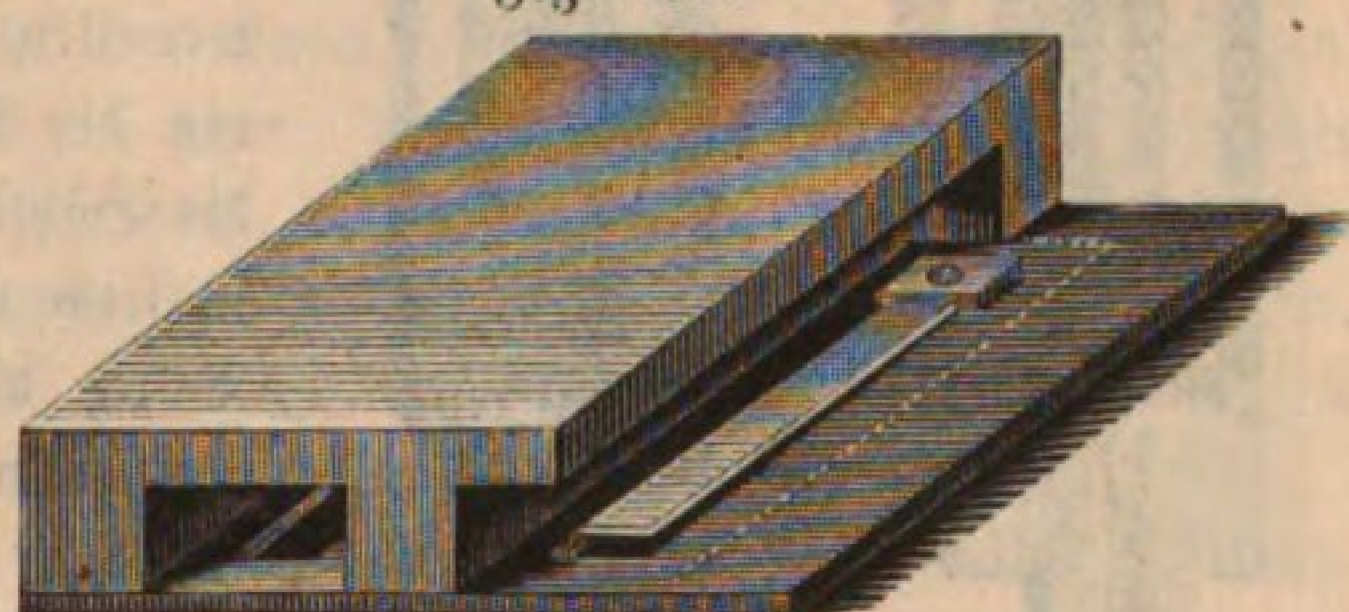
Für Stäbe, welche in gleicher Weise vibriren, ist die Schwingungszahl dem Quadrate der Stablänge umgekehrt und der Dicke (in der Richtung der Vibrationen) direct proportional, während die Breite des Stabes für die Tonhöhe ohne Einfluß ist.

Von den Zungenpfeifen. Eine Zunge ist im Allgemeinen eine vi- 113
brirende Platte, welche durch einen Luftstrom in Bewegung gesetzt wird. Es stelle Fig. 231 eine Platte von Metall dar; in derselben sei eine rechteckige Oeffnung *abcd*, und über derselben sei eine sehr dünne und sehr elastische Messingplatte *l* angebracht, wie die Figur zeigt. Diese Platte *l* kann vibriren, indem sie an den Rändern *ab*, *bc* und *cd* hinstreift. Man hat auf diese Weise ein ganz einfaches Zungenwerk, und um es in Bewegung zu setzen, braucht man nur die Platte der Länge nach auf die Lippen zu setzen und so zu blasen, daß der Wind gegen das freie Ende der Zunge *l* gerichtet ist. Der Luftstrom versetzt sie in Schwingungen, die Oeffnung wird abwechselnd geöffnet und geschlossen, bald strömt die Luft aus, bald ist der Strom gehemmt; auf diese Weise entsteht ein Ton, dessen Höhe von der Anzahl der Vibrationen abhängt, welche die Platte *l* je nach ihren Dimensionen und ihrer Elasticität in einer

Fig. 231.



Fig. 232.



gegebenen Zeit machen kann. Der Ton ist derselbe, als ob die Platte durch mechanische Mittel in Schwingungen versetzt würde, nur ist er bei weitem intensiver. Wenn man auf einer und derselben Platte mehrere solcher Streifen befestigt, welche die auf einander folgenden Töne einer Tonleiter geben, so kann man auf diese Weise ein Instrument machen, welches geeignet ist, um darauf Melodien zu spielen.

Die Töne der bekannten **Mundharmonika** werden durch solche Zungenpfeifen hervorgebracht. Die Einrichtung der Mundharmonika ist aus Fig. 232 zu ersehen. Die Metallplatte mit den Zungen ist an einer Holzplatte befestigt, welche mit einer Reihe von Höhlungen versehen ist, deren jede über eine Zunge zu liegen kommt. Wenn man mit dem Munde vorn in diese Höhlungen ein-

bläst, so kann die Luft nur durch die Oeffnungen entweichen, welche durch die vibrirenden Zungen bald geöffnet, bald wieder geschlossen werden.

Die **Blasbalgharmonika** hat im Wesentlichen dieselbe Einrichtung, nur wird der Wind nicht durch den Mund, sondern durch einen Blasebalg gegeben. Hierher gehören auch die Zungenwerke unserer Orgeln, deren Einrichtung durch Fig. 233 und 234 erläutert wird. In dem durchbohrten hölzernen Stopfen *s*, Fig. 234, ist unten eine Rinne *r* von Messingblech befestigt, deren Querschnitt ungefähr einen Halbkreis bildet, und welche den Namen der **Canile** führt. Oben ist diese Rinne offen, unten ist sie geschlossen, und ihre seitliche Oeffnung wird durch die elastische Platte *l* bedeckt, welche, bei ihrer Vibration auf die Ränder der Rinne aufschlagend, dieselbe vollständig verschließt und dann wieder zurückschwingend einen Luftstrom in die Canile eindringen läßt.

Fig. 233.

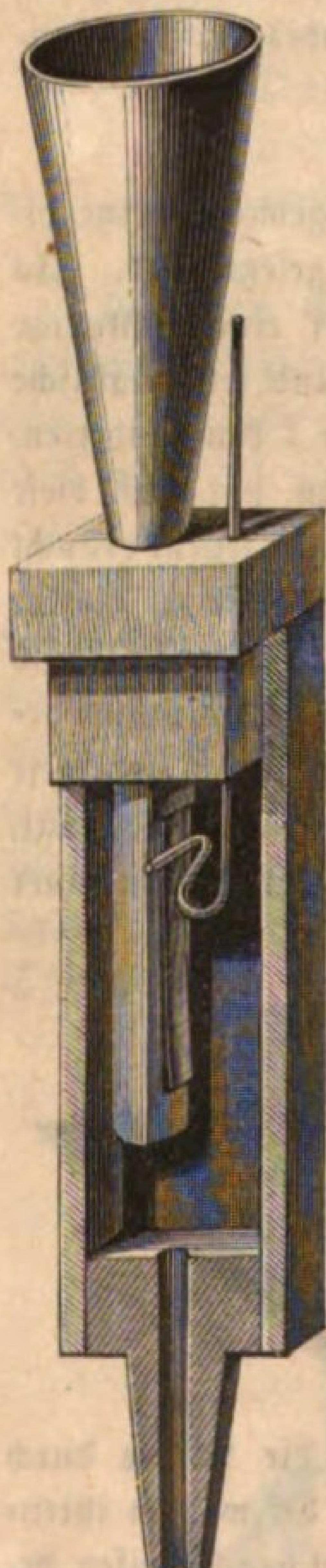
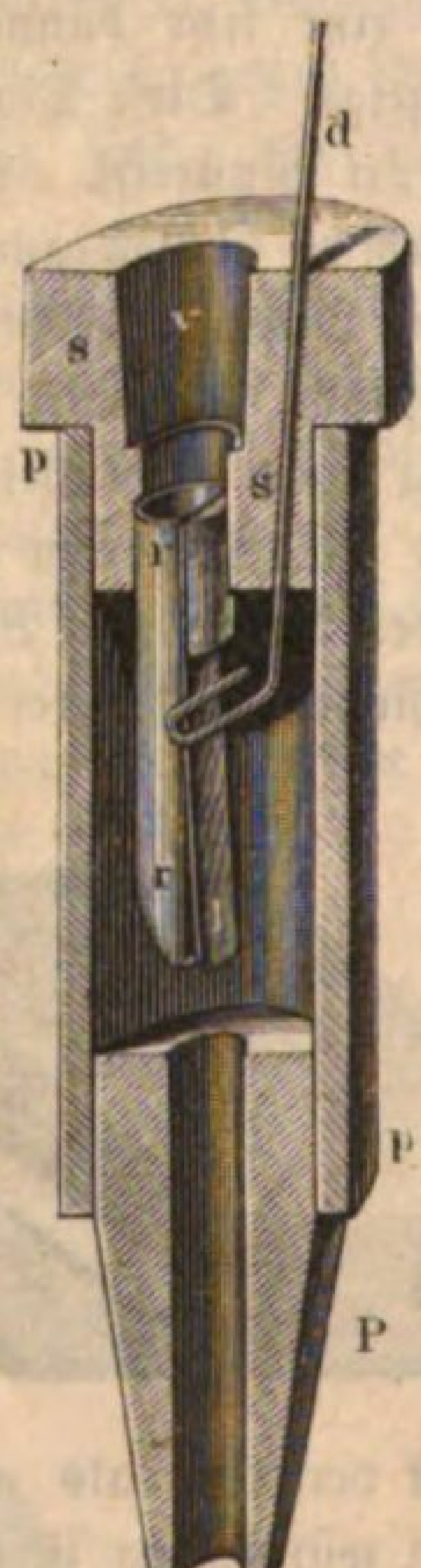


Fig. 234.



Dieser Stopfen *s* mit der Canile *r* und der Zunge *l* wird nun in das kurze Rohr *pp* eingesetzt, in welches man von unten her den Wind einblasen kann. Sobald dies geschieht, beginnt die Zunge *l* zu vibriren, es wird also in den durch die Zunge bedingten Intervallen ein Luftstrom aus dem Inneren der Röhre *p* durch die Canile und die Höhlung *v* hervordringen, um dann sogleich wieder unterbrochen zu werden. Durch dieses stoßweise Vordringen des Luftstroms aus der Höhlung *v* wird nun der Ton erzeugt, zu dessen Verstärkung man noch ein kegelförmiges Rohr, den **Schallbecher**, aufsetzt, wie man es Fig. 233 sieht.

Das Zungenwerk, Fig. 233, unterscheidet sich von dem in Fig. 234 dargestellten nur dadurch, daß die Zunge nicht auf die Ränder der Canile aufschlägt, sondern daß die vordere Seite derselben durch eine ebene Metallplatte geschlossen ist, welche eine rectanguläre Oeffnung hat, in welcher die Zunge in gleicher Weise spielt, wie bei der Mundharmonika Fig. 232.

Durch Aufziehen oder Niederdrücken des **Stimmdrahtes** *d*, dessen unteres horizontal umgebogenes Ende die Zunge gegen die Canile andrückt, kann

man die Länge des vibrirenden Theils der Zunge vergrößern oder verkleinern und dadurch die Tonhöhe abändern.

Wenn gar kein Schallbecher oder doch nur eine kurze Röhre auf das Zungenwerk aufgesetzt ist, so hängt die Schwingungsgeschwindigkeit der Zunge, also der Ton, den sie giebt, von ihrer Elasticität und von ihren Dimensionen ab; wenn aber eine lange Röhre aufgesetzt wird, so modificirt diese den Ton wesentlich; die Bewegung der Zunge hängt dann mehr von der Bewegung der in der langen Pfeife hin und herlaufenden Luftwellen als von ihrer eigenen Elasticität ab; sie wird also eigentlich mehr geschwungen als sie selbst schwingt.

Mittheilung der Schallschwingungen zwischen festen, flüssigen und luftförmigen Körpern. 114 Wenn mehrere feste Körper unter einander zu einem Ganzen verbunden sind, so verbreiten sich die von einem Theile dieses Systems ausgehenden Vibrationen mit der größten Leichtigkeit als fortschreitende Wellen über die ganze Masse; an der Gränze angekommen, gehen nun aber die Wellen nur theilweise in das angränzende Mittel, einen luftförmigen oder flüssigen Körper, über, theilweise aber werden sie reflectirt, und durch die Interferenz der reflectirten Wellen mit den neu ankommenden bilden sich in den einzelnen Theilen des festen Systems stehende Schwingungen. Ein solches System bildet ein Ganzes, welches, wenn ein Punkt in Schwingungen versetzt wird, sich in einzelne schwingende Theile abtheilt, die durch Schwingungsknoten getrennt sind. Jeder einzelne Theil verliert gewissermaßen seine Individualität; seine Verbindung mit den benachbarten Stücken hindert ihn so zu schwingen, wie es geschehen würde, wenn er allein wäre.

Während sich die Schallwellen leicht über ein System von festen Körpern verbreiten, gehen sie nicht so leicht von einem festen Körper auf einen flüssigen, weniger leicht auf einen gasförmigen über; so kommt es denn, daß mancher ziemlich stark vibrirende feste Körper doch nur einen ganz schwachen Ton hören läßt, nur weil er seine Schwingungen der Luft nicht gehörig mittheilen kann. Dies ist z. B. bei der Stimmgabel der Fall, welche, stark angeschlagen und frei in der Luft gehalten, doch nur einen ganz schwachen Ton hören läßt.

Um den Ton eines solchen Körpers zu verstärken, muß man die Mittheilung seiner Schwingungen an die Luft durch Resonanz, d. h. dadurch befördern, daß man die stehenden Schwingungen des tönenden Körpers noch auf einen anderen zu übertragen sucht. Ein Mittel dazu haben wir schon kennen gelernt, welches darin besteht, die schwachtönenden, aber doch stark vibrirenden Körper vor eine Röhre von entsprechender Länge zu bringen und so die Luftmasse in derselben zum Mittönen zu bringen.

Ein zweites Mittel, den Ton zu verstärken, besteht darin, den tönenden Körper mit einem anderen leicht in Schwingungen zu versetzenden Körper von verhältnißmäßig großer Oberfläche in Berührung zu bringen. Es bilden sich dann auf diesem, wie schon erwähnt wurde, ebenfalls stehende Schallschwingungen, und diese theilen sich, der großen Oberfläche des mittönenden (resonirenden) Körpers wegen, der Luft leichter mit. Setzt man z. B. die stark angeschlagene,

aber in freier Luft schwach tönende Stimmgabel auf einen Kasten von dünnem, elastischem Holze, wie wir ihn in Fig. 226 kennen lernten, so hört man den Ton ungleich stärker. Darauf beruht die Anwendung des Resonanzbodens in verschiedenen musikalischen Instrumenten. Bei Flöten, Orgelpfeifen u. s. w. ist kein Resonanzboden nöthig, weil hier die stehenden Schwingungen einer Luftmasse den Ton geben, und diese sich ganz leicht der umgebenden Luft mittheilen.

Sowie Vibrationen fester Körper Schallwellen in der Luft erzeugen, so können auch umgekehrt Schallwellen, die, sich in der Luft verbreitend, einen festen Körper treffen, diesen zum Vibriren bringen. So sieht man z. B. die Saite eines Instrumentes in Schwingungen gerathen, wenn sie von den Schallwellen des Tones, welchen sie selbst giebt, oder eines seiner harmonischen Töne getroffen wird; so zittern die Fensterscheiben heftig unter dem Einflusse gewisser Töne der Stimme oder des Knalles einer Kanone. Diese Erscheinung, welche man so auffallend an leicht beweglichen Körpern wahrnimmt, findet auch bei größeren Massen und weniger elastischen Körpern Statt; alle Pfeiler und Mauern eines Domes erzittern mehr oder weniger beim Läuten der Glocken.

Drittes Capitel.

Von der Stimme und dem Gehör.

Das Stimmorgan. Es ist bekannt, daß die Luftröhre eine Röhre ist, welche oben mit dem Kehlkopfe, unten in der Lunge endigt; sie bildet den Weg, durch welchen die eingeathmete Luft der Lunge zugeführt und die verbrauchte wieder ausgeathmet wird; sie ist fast cylindrisch und aus knorpeligen Ringen zusammengesetzt, welche durch biegsame häutige Ringe verbunden sind. Am unteren Ende theilt sie sich in zwei Röhren, die Bronchien, von denen die eine rechts, die andere links geht. Jeder dieser Aeste verzweigt sich weiter nach allen Seiten hin in das Gewebe der Lunge. Das obere Ende der Luftröhre, der Kehlkopf ist es, welcher das Stimmorgan bildet. 115

Der Kehlkopf besteht aus vier Knorpeln, welche erst im späteren Alter verknöchern, nämlich dem Ringknorpel, dem Schildknorpel und den beiden Gießkannenknorpeln. Diese Knorpel sind unter sich und mit dem oberen Ringe der Luftröhre verbunden und können durch verschiedene Muskeln auf das Mannigfaltigste bewegt werden. Die innere Wand des Kehlkopfes bildet eine Verlängerung der Luftröhre, die immer enger wird, bis zuletzt nur eine von vorn nach hinten gerichtete Spalte, die Stimmritze, übrig bleibt. Die Ränder dieser Stimmritze sind größtentheils durch die Stimmbänder gebildet. Nach vorn hin sind diese Stimmbänder an dem Schildknorpel, am entgegengesetzten Ende aber ist das eine Stimmband an dem einen, das andere Stimmband an dem anderen Gießkannenknorpel angewachsen, so daß, je nachdem die Knorpel durch die entsprechenden Muskeln mehr einander genähert oder entfernt werden, die Stimmbänder mehr oder weniger gespannt sind und die Stimmritze enger oder weiter wird. Die Stimmbänder selbst bestehen aus einem sehr elastischen Gewebe.

Ueber den Lippen der Stimmritze befinden sich zwei sackartige Höhlungen, die eine auf der rechten, die andere auf der linken Seite, welche sich 8 bis 9 Linien weit seitwärts erstrecken und eine Höhe von 5 bis 6 Linien haben; es

sind dies die Ventriculi morgagni. Die oberen Ränder dieser Ventrikeln bilden gleichsam eine zweite Stimmritze, welche 5 bis 6 Linien über der anderen liegt. Die obere Stimmritze kann durch den **Kehldeckel**, welcher eine fast dreieckige Haut oder vielmehr ein Knorpel ist, verdeckt werden; dieser Kehldeckel ist mit der einen Seite nach vorn hin angewachsen und verhindert, wenn er die Stimmritze verdeckt, daß Speisen und Getränke in die Luftröhre gerathen können, indem diese über den Kehldeckel hinweg in den Schlund gelangen.

Der Bau des Kehlkopfes wird durch umstehende Figuren deutlicher werden. Fig. 235 stellt die vordere Hälfte des durch einen senkrechten Schnitt getheilten Kehlkopfes, und zwar von hinten gesehen, dar. Es ist

a der Durchschnitt durch den Ringknorpel,
b » » » Schildknorpel,
c » » » die unteren Stimmbänder,
d » » » die oberen Stimmbänder.

Zwischen den unteren und oberen Stimmbändern sieht man deutlich die Ventriculi morgagni. Ferner läßt sich aus der Figur ersehen, wie sich die

Fig. 235.

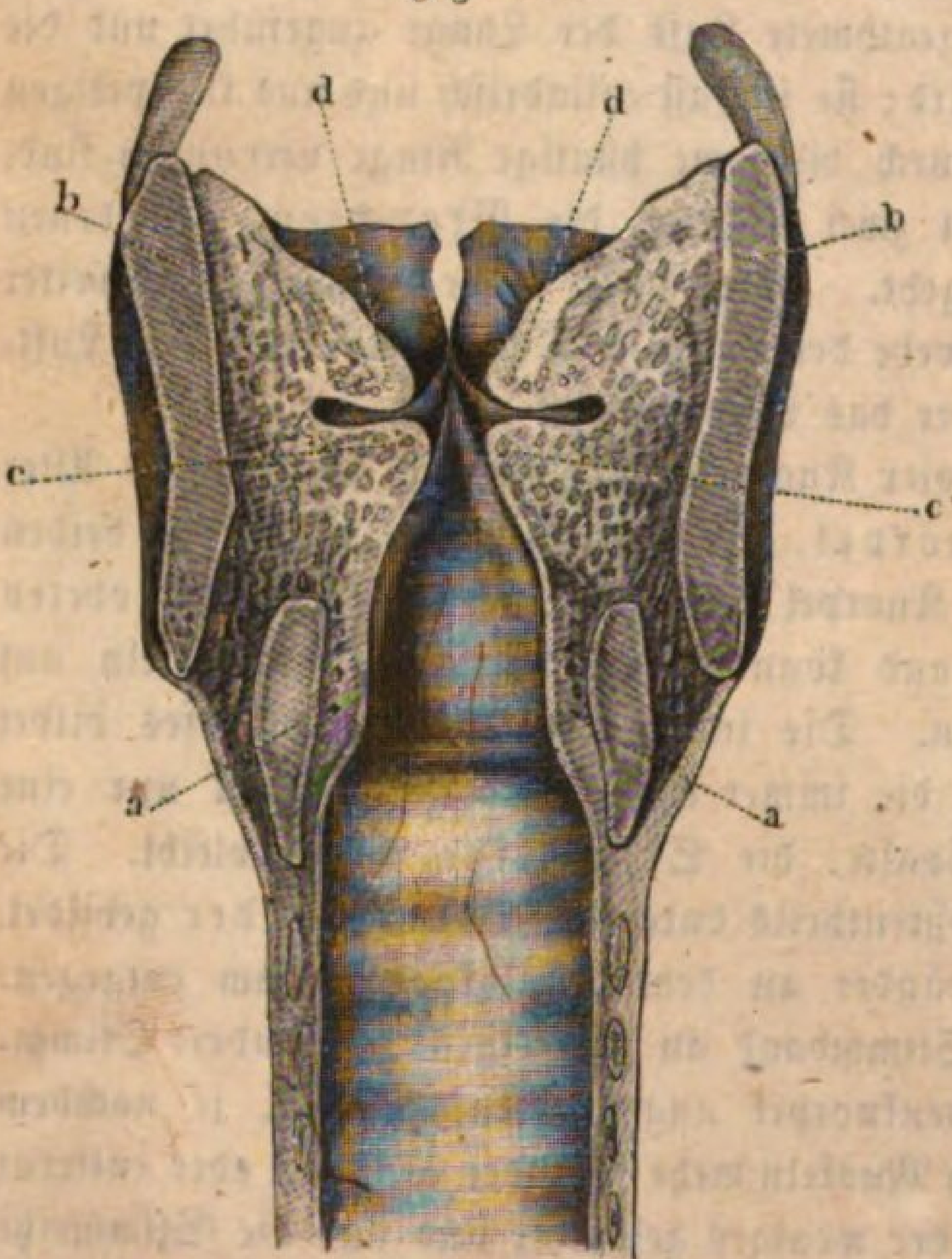


Fig. 236.

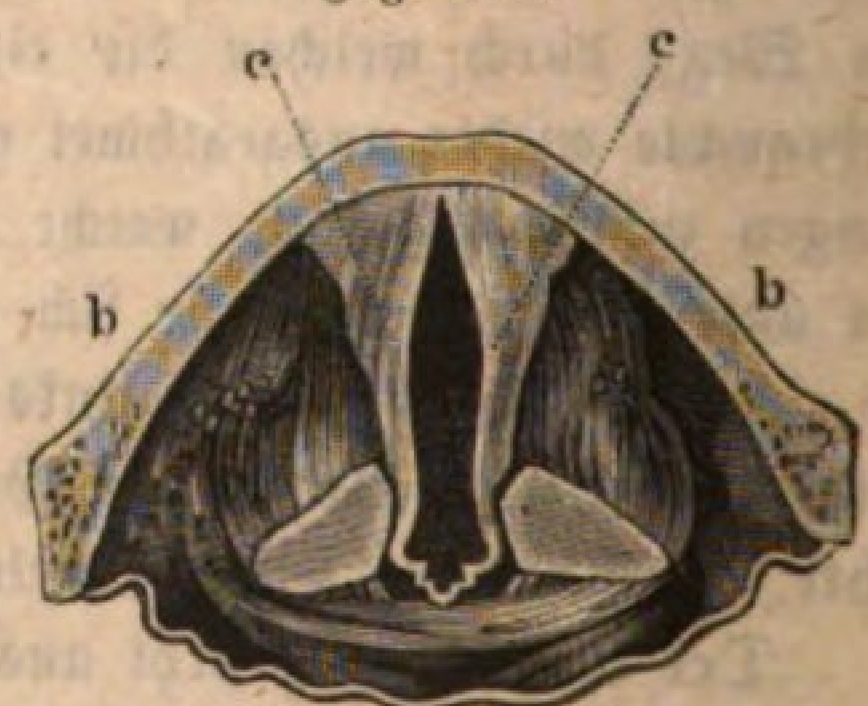
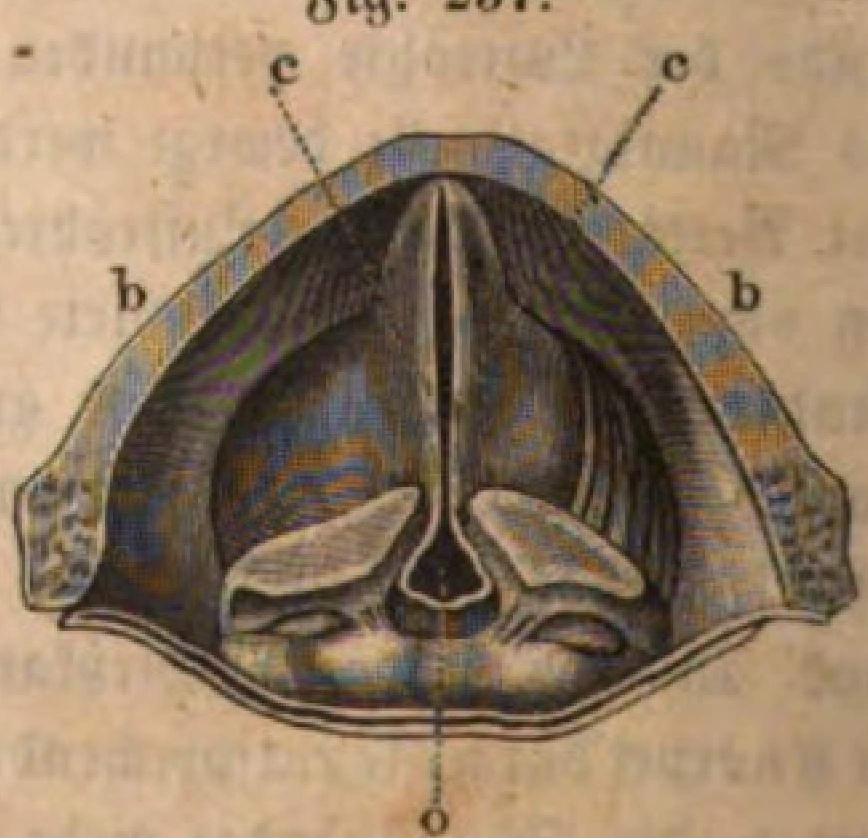


Fig. 237.



Luftröhre gegen die unteren Stimmbänder hin verengt. Fig. 236 und Fig. 237 zeigen die unteren Stimmbänder von oben gesehen (und zwar nach Entfernung der oberen). Fig. 236 zeigt dieselben im ungespannten Zustande, bei welchem die Stimmritze weit geöffnet ist, und keine Tonbildung stattfindet, während die

Fig. 237 die Stimmritze darstellt, wie sie sich bei Spannung der Stimmbänder gestaltet. Bei einem solchen Grade der Spannung findet bereits eine Tonbildung Statt, wie auch bei stärkerer Spannung, bei welcher sich dann auch die Oeffnung *o* mehr und mehr schließt.

Die Bildung von Tönen im Kehlkopfe ist der in Zungenpfeifen ganz ähnlich. Ein Zungenwerk beruht darauf, daß ein Körper, der für sich durch Anstoßen entweder gar keine, oder doch nur schwache und klanglose Töne hervorbringt, durch den continuirlichen Stoß der Luft einen Ton erzeugt, welcher seiner Länge und seiner Elasticität entspricht. Bei dem Kehlkopfe sind es die Schwingungen der Stimmbänder, durch welche die Stimmritze in rascher Abwechselung mehr geschlossen und wieder geöffnet wird, welche den Ton veranlassen, wie man sich leicht mittelst der folgenden, den Kehlkopf nachahmenden Vorrichtung überzeugen kann.

Von einer Röhre vulkanisirten Kautschuks, welche 1/2 bis 3/4 Zoll weit ist, schneide man ein 1 1/2 bis 2 Zoll langes Stück ab und befestige es am Ende eines Glasrohrs von entsprechender Weite, wie man Fig. 238 sieht. Wenn man nun die Kautschukröhre an ihrem oberen Ende an zwei gegenüber liegenden Punkten faßt und aus einander zieht, so bildet sich eine Ritze, deren Ränder von Kautschuk sind, und wenn man dann unten in das Rohr hineinbläst, so erhält man einen Ton, der um so höher wird, je stärker die beiden Lippen angespannt werden. Man kann dabei ganz deutlich die Vibrationen der Kautschuklippen sehen, welche die Ritze bilden.

Fig. 238.



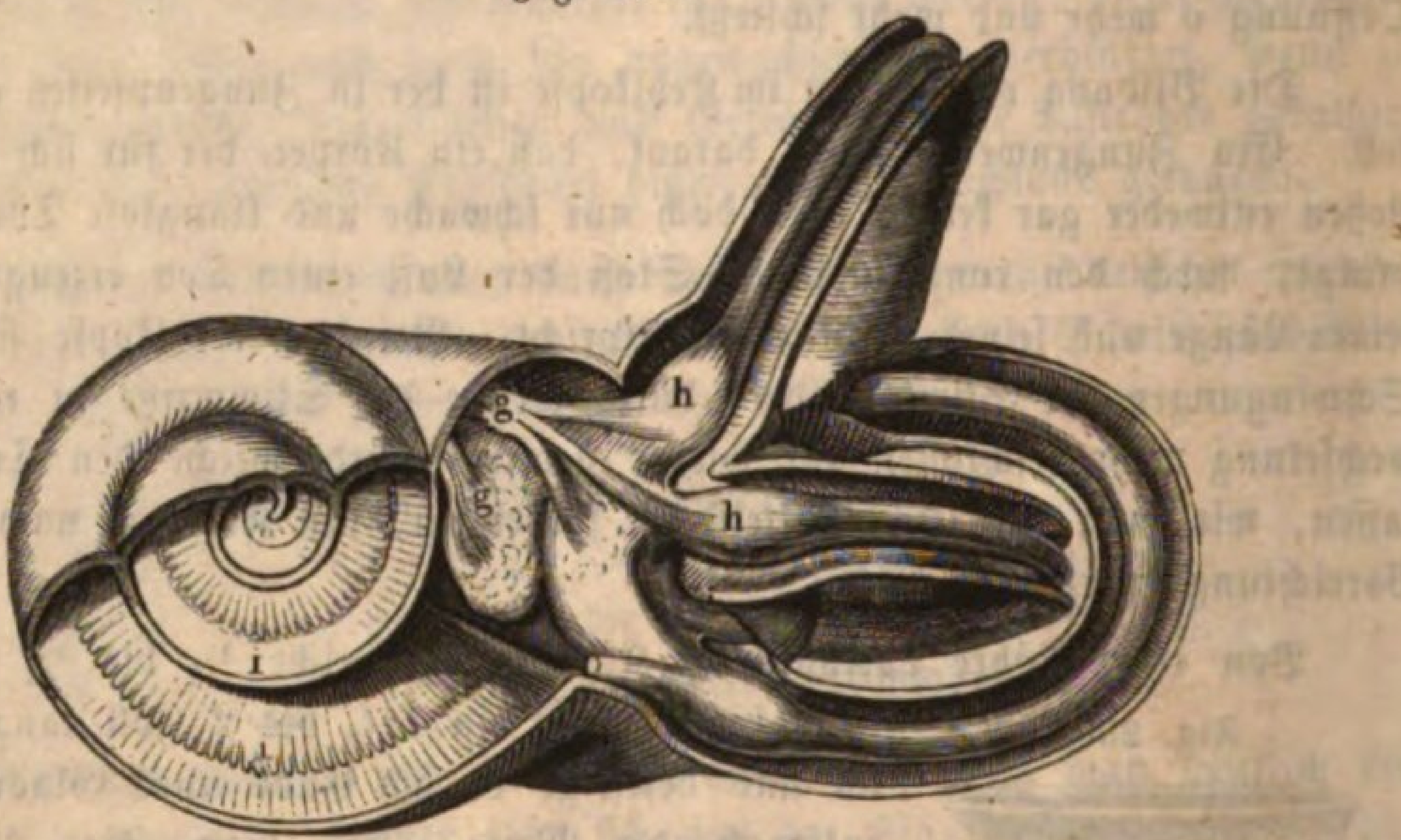
Die Höhe und Tiefe der Töne des Kehlkopfes hängt ebenfalls von der Spannung der Stimmbänder ab.

Das Gehörorgan besteht aus drei Haupttheilen, dem äußeren Ohre, welches durch die Ohrmuschel und den Gehörgang gebildet wird, der Trommelhöhle, welche von dem Gehörgange durch das Trommelfell getrennt ist, und dem Labyrinthe. Das Labyrinth besteht aus knöchernen Höhlungen, welche mit einer Flüssigkeit angefüllt sind, in welcher sich der Gehörnerv verbreitet; um auf diesen Nerven wirken zu können, müssen die Schallvibrationen der ganz von Knochen umgebenen Flüssigkeit im Labyrinthe mitgetheilt werden. Dies geschieht durch zwei Oeffnungen des Labyrinthes, welche in die Trommelhöhle führen: sie heißen das ovale und das runde Fenster; beide Oeffnungen sind mit einem zarten Häutchen überspannt, auf der Mitte der Membran des ovalen Fensters ist aber die Platte des Steigbügels, eines Knöchelchens, aufgewachsen, von welchem sogleich näher die Rede sein wird. 116

Die Fig. 239 (a. f. S.) stellt das Labyrinth in stark vergrößertem Maßstabe, zum Theil geöffnet dar. Es besteht aus drei Haupttheilen, der Schnecke, dem

Vorhofe und den halbkreisförmigen Canälen. Der akustische Nerv verbreitet sich theils in den Vorhof, wo er sich auf die Ampullen, Röhren,

Fig. 239.



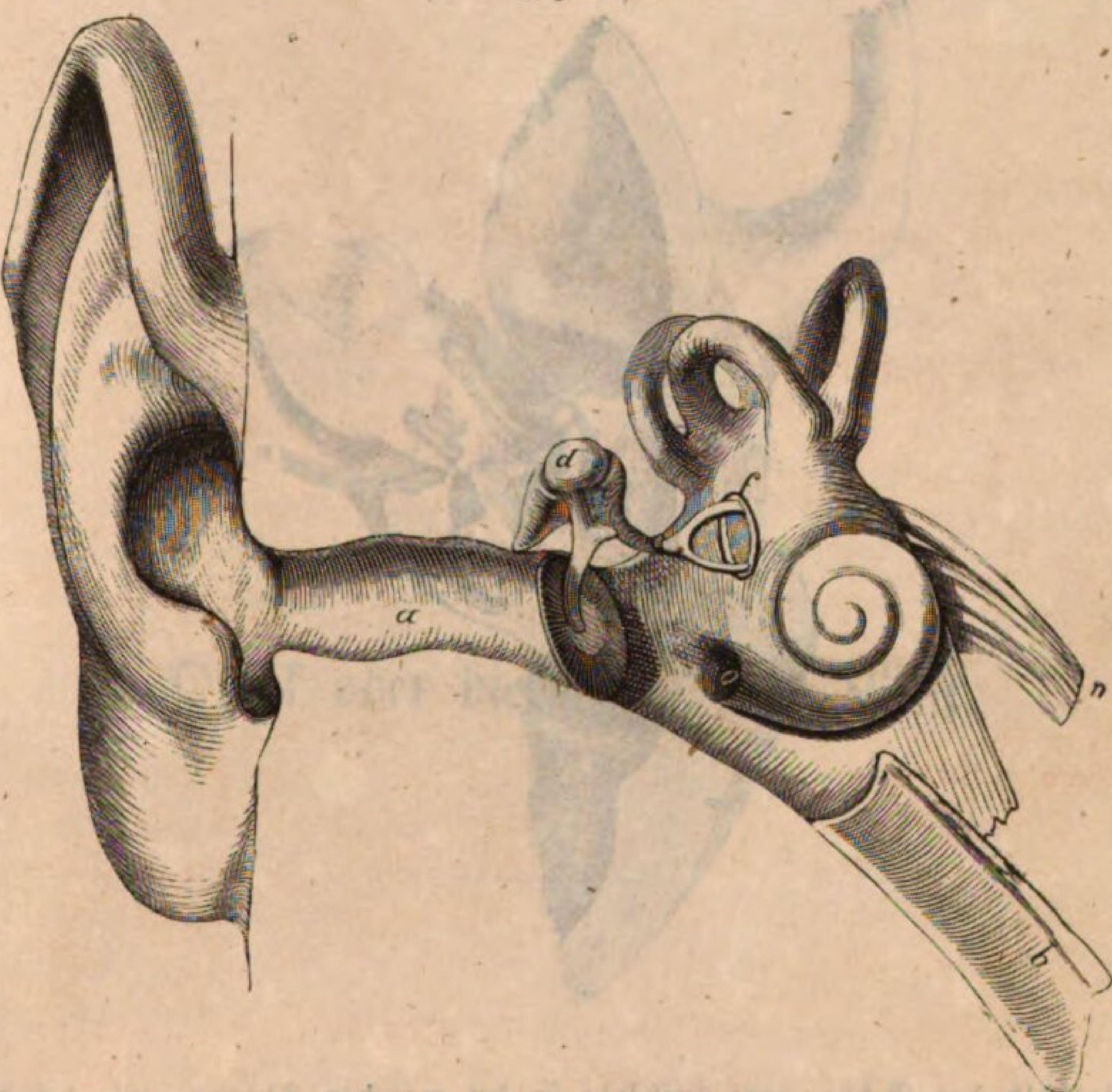
welche in den halbkreisförmigen Canälen liegen und mit einer besonderen Flüssigkeit gefüllt sind, ansetzt, größtentheils aber in ganz feinen Verzweigungen in der Schnecke. Die einzelnen Windungen der Schnecke sind nämlich durch eine diesen Windungen parallele feine knöcherne Scheidewand in zwei Theile getheilt. Diese Scheidewand ist sehr porös und zellig, und in diese Zellen verbreiten sich die letzten Verzweigungen der akustischen Nerven, wie dies in unserer Figur an dem aufgebrochenen Theile der Schnecke zu sehen ist.

Zu dem Labyrinthe werden nun die Schallschwingungen durch die in der Trommelhöhle befindlichen kleinen Knöchelchen fortgeleitet; die Knöchelchen sind der Hammer, welcher mit seinem Griffe an der inneren Seite des Trommelfells angewachsen ist; an den Hammer setzt sich der Amboß an, und mit diesem hängt durch das linsenförmige Knöchelchen des Sylvius der Steigbügel zusammen, dessen Tritt gerade das ovale Fenster verschließt. Aus der Uebersichtsfigur, Fig. 240, welche namentlich das Labyrinth stark vergrößert darstellt, ist ungefähr die gegenseitige Lage aller dieser Theile zu ersehen. *a* ist der Gehörgang, welcher die Schallwellen von der Ohrmuschel zum Trommelfelle führt. Das Trommelfell trennt die Trommelhöhle von dem Gehörgange. Durch die Eustachische Röhre *b* steht die Trommelhöhle mit der Mundhöhle in Verbindung, so daß die Luft in der Trommelhöhle stets mit der äußeren sich ins Gleichgewicht stellen kann. *d* ist der Hammer, welcher einerseits an das Trommelfell angewachsen, mit seinem anderen Ende aber an den Amboß *c* angesetzt ist. *f* ist der Steigbügel; *o* ist das runde Fenster; *n* ist der akustische Nerv, welcher sich im Labyrinthe verbreitet.

Die einzelnen Theile des Gehörganges sind nicht so freiliegend, wie es aus Fig. 240 etwa scheinen möchte; hier ist die knöcherne Hülle, welche Alles

einschließt, der Deutlichkeit wegen ganz weggelassen. Der Gehörgang selbst geht durch den Knochen des Schlafbeins hindurch, die Trommelhöhle ist ringsum von Knochenwänden umgeben, und das Labyrinth ist ebenfalls so vollständig

Fig. 240.

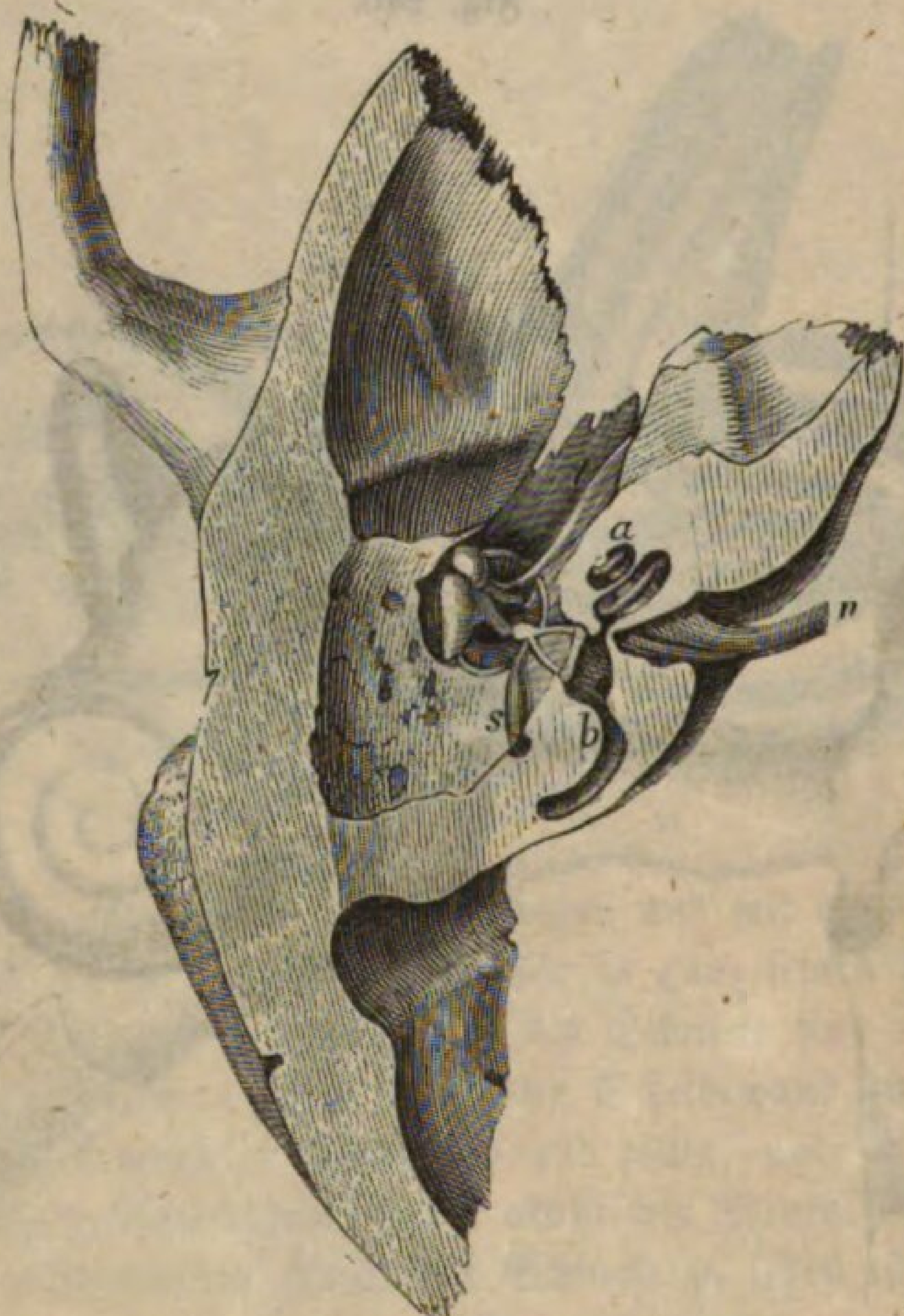


in einen Knochen, welcher seiner Härte wegen den Namen des Felsenbeins trägt, eingewachsen, daß man es nur mit Mühe bloßlegen kann. Um eine richtige Vorstellung davon zu geben, wie die einzelnen Theile des Gehörorgans in die Knochenmasse eingewachsen sind, ist in Fig. 241 (a. f. S.) ein wirklich anatomischer Durchschnitt desselben in natürlicher Größe dargestellt. *a* ist der Durchschnitt der Schnecke, *b* einer der halbzirkelförmigen Canäle, *n* der Nerv, *t* das Trommelfell; auch der Hammer, Amboß und der Steigbügel sind in der Fig. 241 deutlich zu erkennen.

Die Ohrmuschel dient dazu, die Schallwellen aufzunehmen und durch den Gehörgang zum Trommelfelle hinzuleiten; dadurch nun wird das Trommelfell in Vibrationen versetzt, die durch die Gehörknöchelchen zum Labyrinthe geleitet werden. Das Trommelfell kann durch einen Muskel mehr oder weniger gespannt und nach innen gezogen, der Steigbügel kann durch den Muskel *s* bewegt und dadurch natürlich die Intensität der Mittheilung des Schalles modificirt werden.

Das Wesentlichste am Gehörorgane ist der Gehörnerv; daher kann das Trommelfell verletzt und die Reihe der Gehörknöchelchen unterbrochen sein, ohne

Fig. 241.



daß deshalb das Gehör ganz aufhört; ja bei manchen Thieren, wie bei den Krebsen, besteht das Gehörorgan nur aus einem mit Flüssigkeit gefüllten Bläschen, in welchem sich der Hörnerv ausbreitet.

Drittes Buch.

Optik oder die Lehre vom Licht.

Erstes Capitel.

Verbreitung des Lichtes.

Leuchtende und dunkle Körper. Alle leuchtenden Körper bestehen wesentlich aus wägbarer Materie; der leere Raum kann wohl das Licht fortpflanzen, aber nicht erzeugen. 117

Alle Körper, welche nicht selbstleuchtend sind, theilt man in undurchsichtige Körper, wie Holz, Steine und Metalle; durchsichtige, wie Luft, Wasser und Glas, und durchscheinende, wie dünnes Papier und mattgeschliffenes Glas.

So lange ein Lichtstrahl in einem und demselben gleich dichten Mittel bleibt, pflanzt er sich in gerader Linie fort, wenn er aber einen anderen Körper trifft, so wird er an dessen Oberfläche theilweise zurückgeworfen, reflectirt, theilweise aber dringt er, wenn dieser Körper durchsichtig ist, mit veränderter Richtung in denselben ein, er wird gebrochen. Weiter unten werden wir die Gesetze der Spiegelung und der Brechung näher betrachten.

Die Geschwindigkeit, mit welcher sich das Licht fortpflanzt, ist so groß, daß es alle irdischen Entfernungen in einem unmeßbar kleinen Zeittheilchen durchläuft. Durch Beobachtung der Verfinsterungen der Jupiterstrabanten haben die Astronomen ermittelt, daß das Licht den Weg von der Sonne bis zur Erde in 8 Minuten und 13 Secunden, also 42000 Meilen in einer Secunde zurücklegt. Eine Kanonenkugel, welche 1200 Fuß in einer Secunde zurücklegt, würde, um von der Sonne zur Erde zu gelangen, ungefähr 14 Jahre brauchen.

Schatten und Halbschatten. Eine Folge der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes ist es, daß ein den Lichtstrahlen ausgesetzter dunkler Körper einen Schatten wirft; wenn er nur von einem einzigen leuchtenden Punkte aus 118

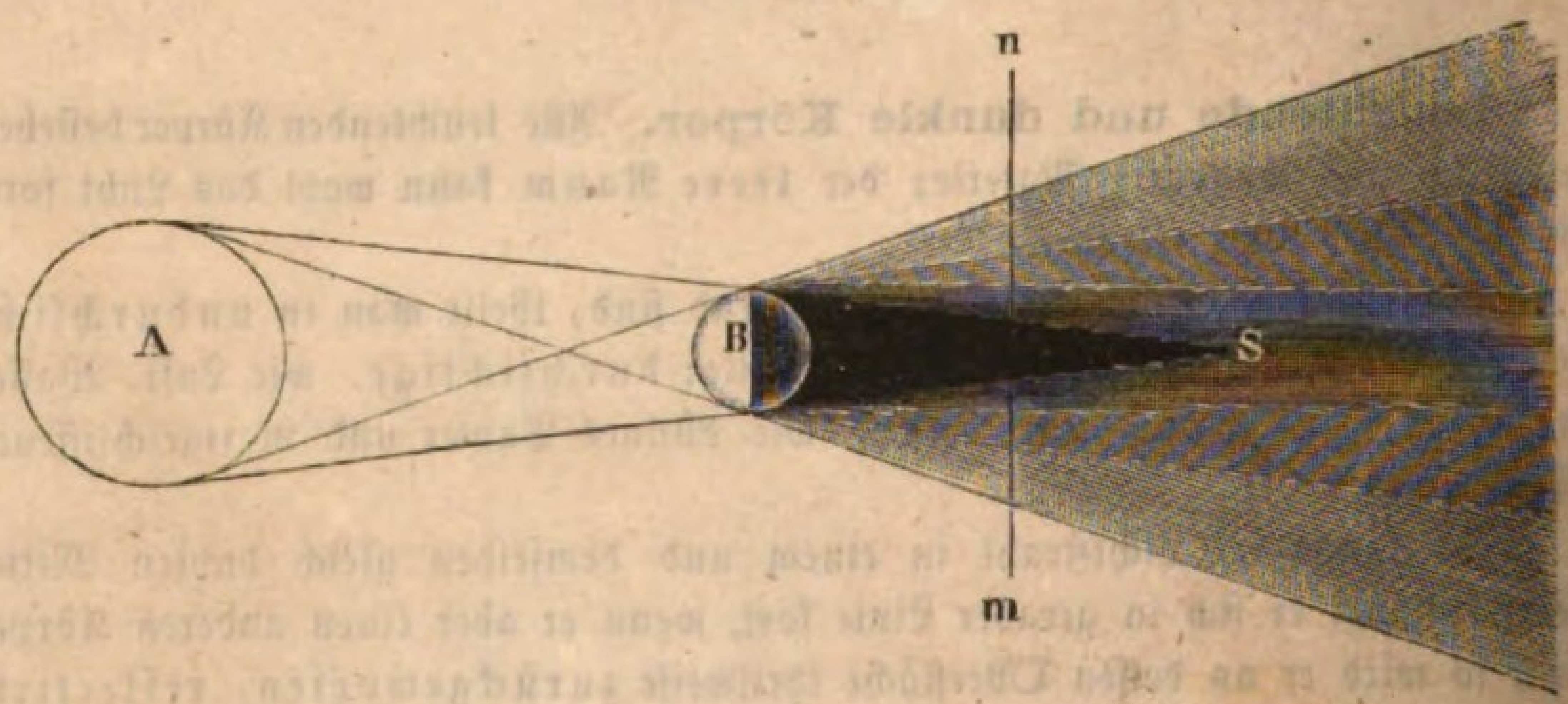
Fig. 242.



erleuchtet wird, so ist der Schatten leicht zu bestimmen. Die Gesammtheit aller Linien, welche, von dem leuchtenden Punkte ausgehend, den dunklen Körper berühren, bildet eine conische Oberfläche, und derjenige Theil derselben, welcher jenseits des dunklen Körpers liegt, bildet die Gränze des Schattens.

Wenn der leuchtende Körper eine namhafte Ausdehnung hat, so ist außer dem Schatten auch noch der Halbschatten zu unterscheiden. Der Schatten, der in diesem Falle auch der Kernschatten genannt wird, ist der Raum, welcher gar kein Licht empfängt, der Halbschatten hingegen ist die Gesammtheit aller der Orte, welche von einigen Punkten des leuchtenden Körpers Licht empfangen, von anderen aber nicht. Es sei z. B. *A*, Fig. 243, eine große leuch-

Fig. 243.



tende Kugel, *B* eine kleinere undurchsichtige. Wie weit sich der Kernschatten, wie weit sich der Halbschatten erstreckt, ist aus der Figur deutlich zu ersehen. Durch einen Schirm in *mn* aufgefangen, würde der Schatten das Ansehen Fig. 244 haben. Der Durchmesser des Kernschattens nimmt mit der Entfernung vom leuchtenden Körper ab, der Durchmesser des Halbschattens aber nimmt zu.

Fig. 244.



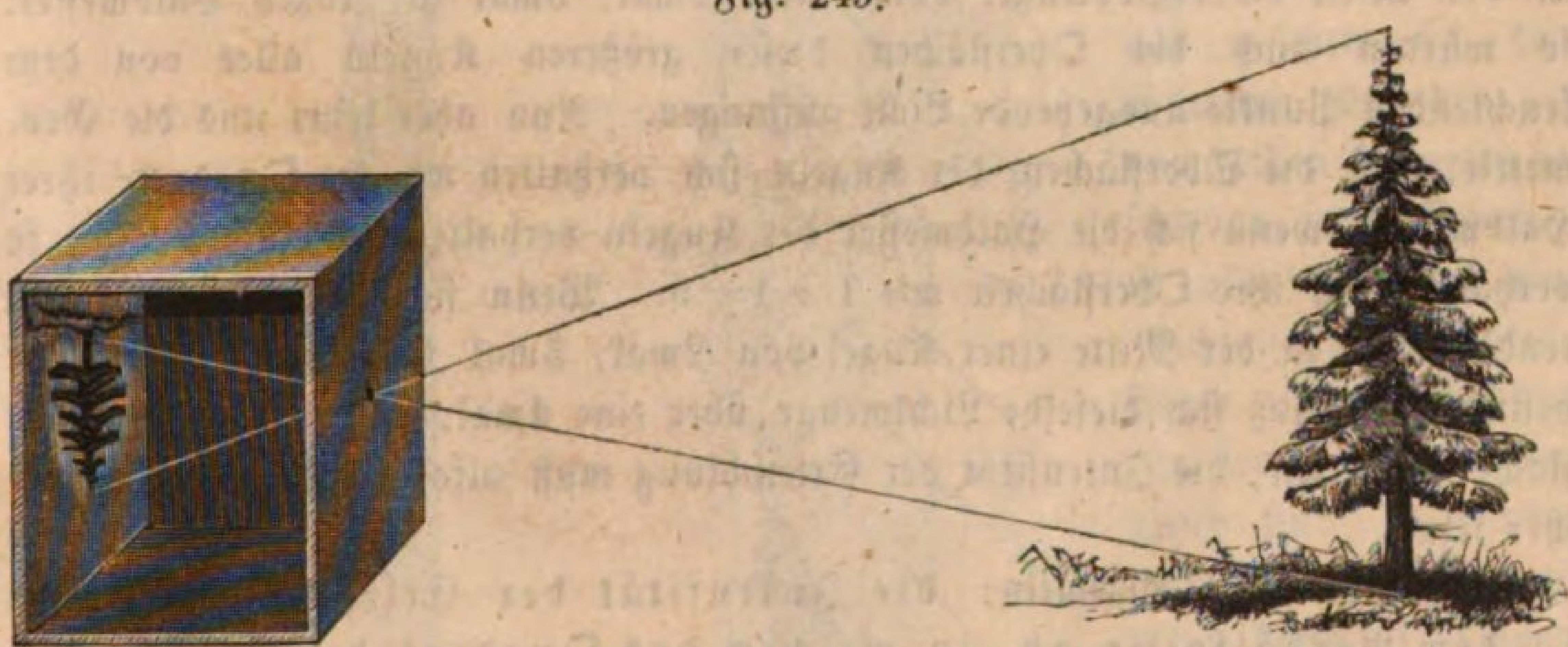
Ganz nahe beim schattengebenden Körper ist deshalb der Kernschatten nur von einem schmalen Halbschatten umgeben; er ist deshalb hier auch ziemlich scharf begränzt. In größerer Entfernung vom schattengebenden Körper ist die Breite des Halbschattens bedeutender, der Uebergang vom Kernschatten zum vollen Lichte deshalb allmäliger, der Schatten erscheint nicht mehr scharf, sondern verwaschen. Jenseits des Punktes *s* hört der Kernschatten ganz auf, und der an Breite immer zunehmende Halbschatten wird deshalb auch immer unbestimmter und schwächer.

Auf diese Weise erklärt sich, daß der Schatten eines dem Sonnenlichte ausgesetzten Körpers, dicht hinter demselben aufgefangen, scharf begränzt, in größerer Entfernung hingegen ganz unbestimmt ist. So kann man z. B. nicht mehr mit Bestimmtheit den Punkt angeben, wo der Schatten der Spitze eines

Thurmes auf dem Boden aufhört. Ein Haar, welches im Sonnenlichte dicht über ein Blatt Papier gehalten wird, wirft einen scharfen Schatten, hält man es aber nur fünf Zoll hoch über das Papier, so ist wohl kaum noch ein Schatten wahrzunehmen.

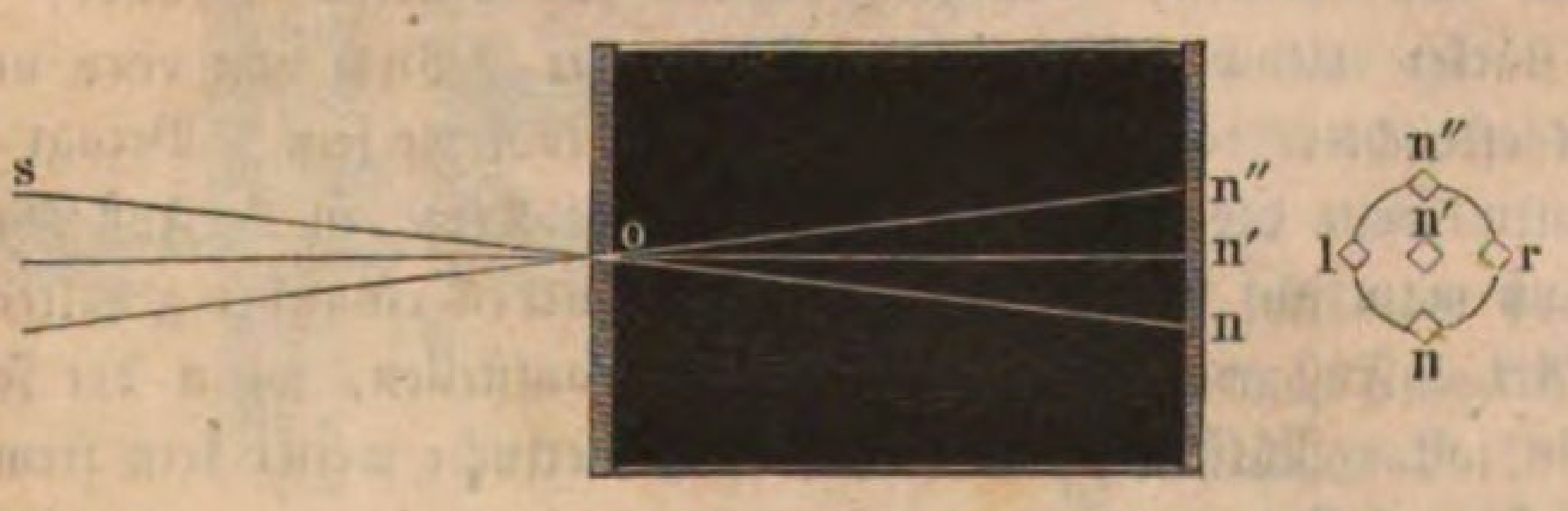
Wenn man das von einem leuchtenden Punkte ausgehende Licht durch einen Schirm auffängt, in welchen eine ganz kleine Oeffnung gemacht ist, so wird das durch die Oeffnung durchgehende Licht einen scharf begränzten Lichtstrahl bilden; läßt man diesen Strahl auf einen zweiten Schirm fallen, so erhält man einen hellen Fleck auf dunklem Grunde. Auf diese Weise erhält man in einem ganz dunklen Zimmer auf einer Wand, welche einer feinen Oeffnung im Laden gegenübersteht, ein Bild von jedem außerhalb befindlichen hellen Gegenstande, welcher Lichtstrahlen durch diese Oeffnung ins Zimmer sendet, und so entstehen auf der Wand verkehrte Bilder aller außerhalb befindlichen Gegenstände, wie dies Fig. 245 erläutert.

Fig. 245.



Wenn man das Licht der Sonne durch eine kleine Oeffnung fallen läßt, so erhält man jederzeit ein rundes Sonnenbild, welches auch die Gestalt der Oeffnung selbst sein mag. Diese anfangs auffallend erscheinende Thatsache erklärt sich ganz einfach. Wenn die Sonne ein einziger leuchtender Punkt wäre, so würde auf der Wand, welche der Oeffnung gegenüberliegt, ein heller Fleck sich bilden, welcher genau die Gestalt der Oeffnung hat. Nehmen wir an, die Oeffnung *o*, Fig. 246, sei viereckig, so wird das vom höchsten Punkte der Sonnenscheibe ausgehende Licht in der Richtung *s o n* auf den Schirm fallen,

Fig. 246.



und bei n wird ein kleiner viereckiger heller Fleck entstehen. Der tiefste Punkt der Sonne veranlaßt ein viereckiges Bild bei n''; der mittlere Punkt der Sonnenscheibe aber den eckigen Flecken n'. Das Bildchen l rührt von dem äußersten Punkte am rechten, r aber von dem äußersten Punkte am linken Sonnenrande her. Alle übrigen Punkte des Sonnenrandes geben viereckige Bilder, die auf den Umfang des Kreises $l n'' r n$ fallen, während die übrigen Punkte der Sonne das Innere dieses Kreises erleuchten; die Gesammtheit aller der einzelnen viereckigen hellen Bildchen zusammengenommen bildet mithin einen kreisförmigen hellen Fleck.

119 **Intensität der Erleuchtung in verschiedener Entfernung von der Lichtquelle.** Denken wir uns einen leuchtenden Punkt in der Mitte einer Hohlkugel, so wird die Oberfläche derselben alles von dem Punkte ausgehende Licht auffangen. Befände sich derselbe leuchtende Punkt in der Mitte einer Hohlkugel von einem 2mal, 3mal so großen Halbmesser, so würden auch die Oberflächen dieser größeren Kugeln alles von dem leuchtenden Punkte ausgehende Licht auffangen. Nun aber lehrt uns die Geometrie, daß die Oberflächen der Kugeln sich verhalten wie die Quadrate ihrer Halbmesser; wenn sich die Halbmesser der Kugeln verhalten wie 1 : 2 : 3, so verhalten sich ihre Oberflächen wie 1 : 4 : 9. Wenn sich also derselbe leuchtende Punkt in der Mitte einer Kugel von 2mal, 3mal so großem Halbmesser befindet, so muß sich dieselbe Lichtmenge über eine 4mal, 9mal so große Oberfläche verbreiten, die Intensität der Erleuchtung muß also 4mal, 9mal schwächer sein.

Daraus folgt allgemein: die Intensität der Erleuchtung nimmt in dem Verhältnisse ab, in welchem das Quadrat der Entfernung von der Lichtquelle wächst.

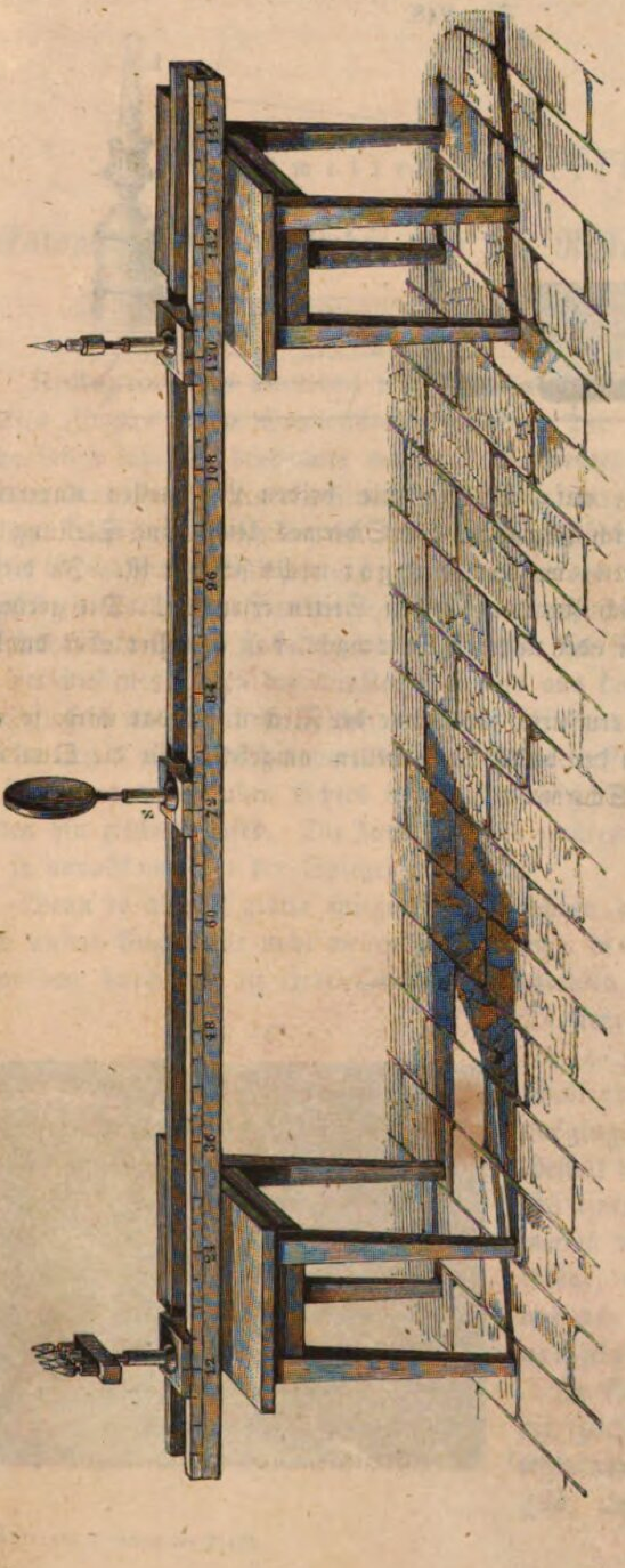
Dieser Satz läßt sich nicht mehr mit aller Strenge auf einen leuchtenden Körper von namhafter Oberfläche anwenden.

Mit Hülfe des Bunsen'schen Photometers läßt sich das eben erwähnte Gesetz wenigstens annäherungsweise durch den Versuch bestätigen.

Ungefähr in der Mitte einer langen getheilten Rinne befindet sich ein Schieber, der einen Papierschirm trägt, Fig. 247. Das auf einen Rahmen aufgespannte Papier hat in der Mitte einen kleinen mit Stearin oder Wachs gemachten Fleck. Dieser Fleck wird hell auf dunklerem Grunde erscheinen, wenn der Schirm von hinten, dagegen dunkel auf hellerem Grunde, wenn er von vorn stärker erleuchtet ist; wird dagegen der Schirm von vorn und hinten gleich stark erleuchtet, so hört der Fleck auf sichtbar zu sein. Bringt man nun auf der einen Seite des Schirms eine brennende Kerze in 2 Fuß Entfernung an, so muß man auf der anderen Seite vier neben einander gehaltene Kerzen derselben Art 4 Fuß weit von dem Schirme aufstellen, wenn der Fleck nicht sichtbar sein soll. Natürlich darf bei diesem Versuche weiter kein fremdes Licht auf den Schirm fallen.

Auf diesen Satz gründet sich die Vergleichung der Lichtstärke verschiedener Lichtquellen. Die zu diesem Zwecke angewandten Apparate nennt man **Photometer**. Fig. 248 (a. f. S.) stellt ein **Rumford**'sches Photometer dar.

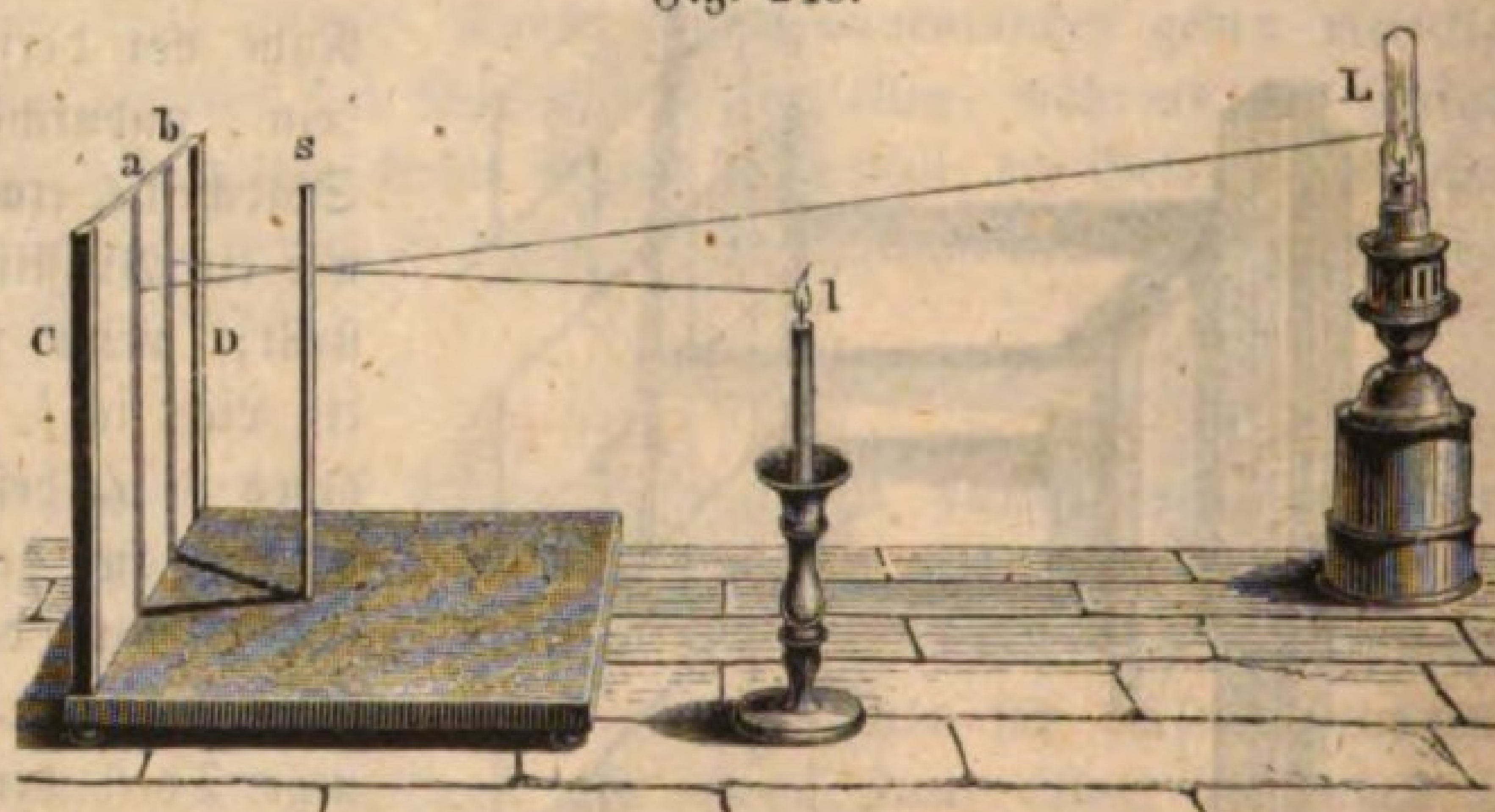
Fig. 247.



CD ist eine weiße Wand. Nahe vor derselben ist ein undurchsichtiges Stäbchen *s*, etwa so dick wie ein Bleistift, aufgestellt; wenn sich nun ein Licht in *l*, ein anderes in *L* befindet, so werden auf der Wand zwei Schatten des Stäbchens entstehen. Derjenige Theil der Wand, auf welchem sich kein Schatten befindet, ist von beiden Flammen beschienen, jeder Schatten ist aber nur durch eine Lichtquelle beleuchtet. Wenn nun beide Lichtquellen vollkommen gleich sind, so werden die beiden Schatten gleich dunkel erscheinen, wenn sich die beiden Flammen in gleicher Entfernung vom Schirm befinden. Wenn aber die eine Flamme stärker leuchtet, so wird der eine Schatten heller erscheinen, und um beide wieder gleich zu machen, muß man die stärkere Lichtquelle weiter vom Schirme entfernen. Sind die Schatten gleich, so verhält sich die Lichtstärke der beiden Flammen umgekehrt wie das Quadrat ihrer Entfernung vom Schirme.

Die Einrichtung des Bunsen'schen Photometers ist bereits besprochen worden. Will man mit Hülfe desselben zwei Lichtquellen, etwa eine Lampen- und eine Kerzenflamme vergleichen, so stellt man sie auf entgegengesetzten Seiten

Fig. 248.



des Schirmes, Fig. 247, auf. Bleiben die beiden Lichtquellen unverrückt stehen, so kann man durch Verrücken des Schirmes leicht eine Stellung für denselben ausfindig machen, wo der Fleck gar nicht sichtbar ist. In diesem Falle ist der Schirm gleich stark an beiden Seiten erleuchtet. Die geringste Verrückung nach der einen oder anderen Seite macht, daß er heller oder dunkler erscheint als der Grund.

Hat man die Stelle ermittelt, für welche der Fleck unsichtbar wird, so verhalten sich die Lichtstärken der beiden Lichtquellen umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernungen vom Schirme.

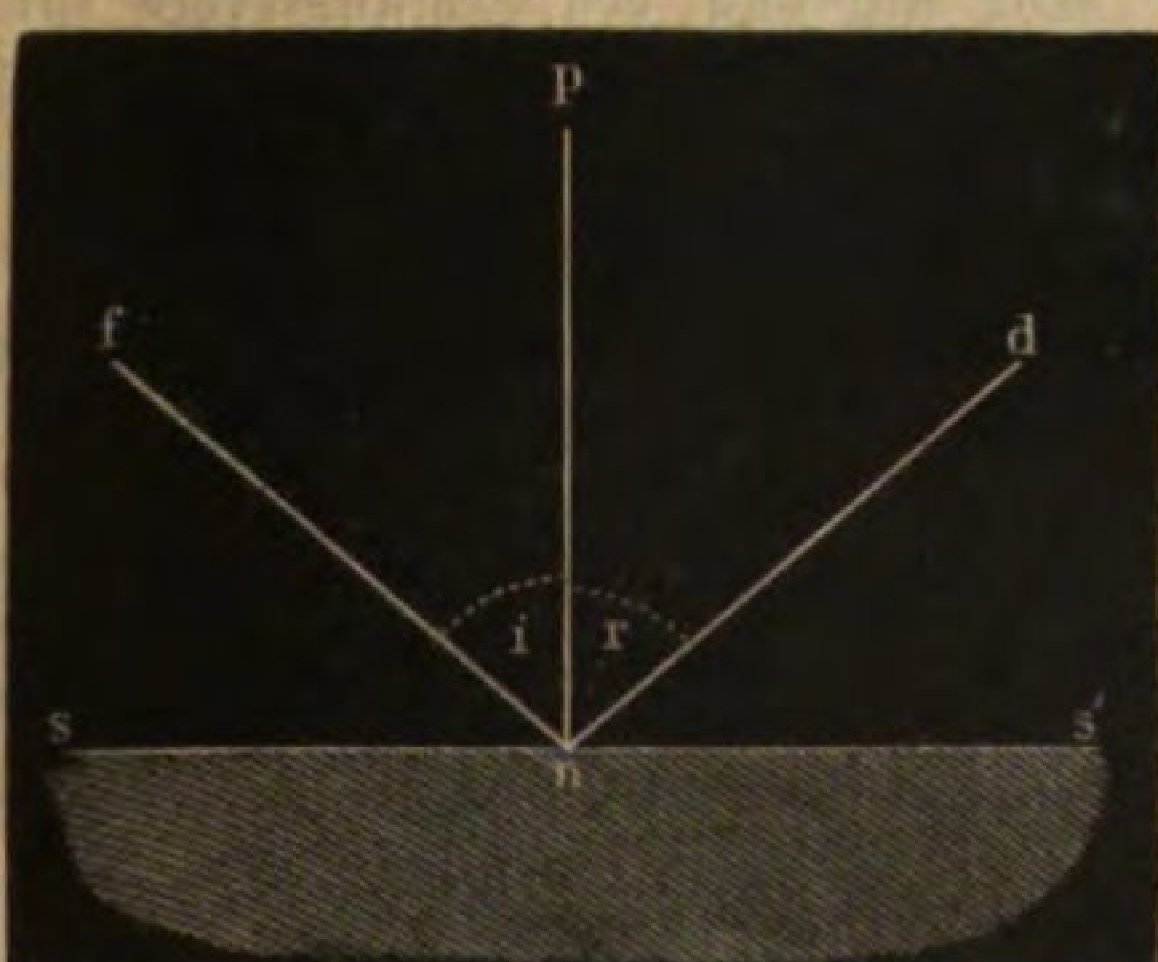
Zweites Capitel.

Katoptrik oder die Lehre von der Reflexion des Lichtes.

Reflexion des Lichtes auf ebenen Flächen. Wenn man in ein **120** dunkles Zimmer einen Sonnenstrahl eintreten und auf eine polirte Metallfläche fallen läßt, so beobachtet man im Allgemeinen folgende Erscheinungen: 1) man beobachtet in einer bestimmten Richtung einen Strahl, welcher von dem Spiegel herzukommen scheint und auf den Gegenständen, die er trifft, gerade so ein kleines Sonnenbildchen erzeugt, wie wenn der direct einfallende Sonnenstrahl diese Stelle getroffen hätte; solche Strahlen sind regelmäßig reflectirt, ihre Lichtstärke ist um so bedeutender, je besser der Spiegel polirt ist; 2) von den verschiedenen Orten des dunklen Zimmers aus kann man denjenigen Theil des Spiegels unterscheiden, welcher von dem einfallenden Sonnenstrahl getroffen worden ist; es rührt dies daher, daß von der getroffenen Stelle des Spiegels ein Theil des einfallenden Lichtes unregelmäßig reflectirt, d. h. nach allen Seiten hin zerstreut wird. Die Intensität des zerstreuten Lichtes ist um so größer, je unvollkommener der Spiegel polirt ist.

Wenn es absolut glatte spiegelnde Oberflächen gäbe, so würden wir sie durch unsere Augen gar nicht wehrnehmen können, denn die Körper sind in der Ferne nur durch die an ihrer Oberfläche zerstreuten Strahlen wahrnehmbar. Die regelmäßig reflectirten Strahlen zeigen uns das Bild des leuchtenden Körpers, von dem sie ausgingen, keineswegs aber die Gestalt des reflectirenden Körpers. Bei einem sehr guten Spiegel bemerken wir kaum die spiegelnde Ebene, welche sich zwischen uns und den Bildern befindet, die er uns zeigt.

Fig. 249.



In Fig. 249 sei ss' die in der Zeichnung zur Linie verkürzt erscheinende Oberfläche eines Spiegels; ein Lichtstrahl dn, welcher

den Spiegel in n trifft, wird nach einer Richtung nf reflectirt, welche in der Ebene liegt, die man sich durch den einfallenden Strahl dn rechtwinkelig auf die Spiegelebene gelegt denken kann.

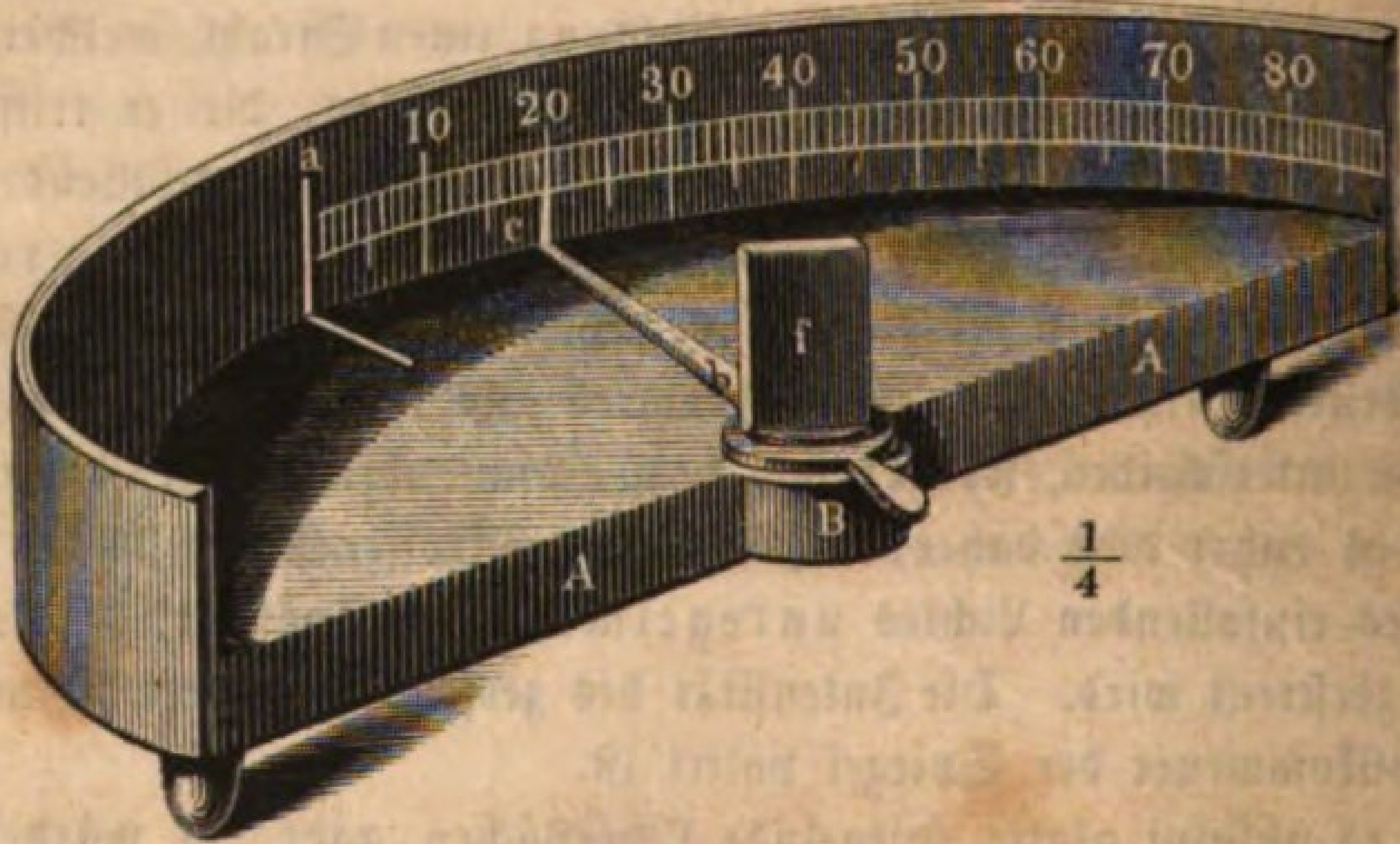
Diese rechtwinkelig auf der Spiegelebene stehende Ebene, welche den einfallenden und den reflectirten Strahl enthält, wird die Reflexionsebene genannt.

Denken wir uns in n ein Perpendikel np auf der Spiegelebene errichtet, so heißt dieses Perpendikel das Einfallsloth. Der Winkel i, welchen der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe macht, heißt der Einfallswinkel, der Winkel r, welchen der reflectirte Strahl mit dem Einfallslothe macht, heißt der Reflexionswinkel.

Der Reflexionswinkel ist jederzeit dem Einfallswinkel gleich.

Dieser wichtige Satz läßt sich mit Hülfe des Apparates Fig. 250 leicht nachweisen. Der Spiegel f, welchen unsere Figur von der Rückseite zeigt, ist

Fig. 250.



um eine verticale Axe drehbar, welche durch den Mittelpunkt des horizontalen halbkreisförmigen Brettes A geht. Die Richtung des Einfallslothes für ein von a in horizontaler Richtung auf den Spiegel fallendes Strahlenbündel ist durch den Messingstreifen bc bezeichnet, welcher sich mit dem Spiegel dreht und bei c einen verticalen Zeiger trägt.

Um den gekrümmten Theil des Brettes A ist ein dasselbe überragender Halbkreis von Messingblech gelegt, welcher bei a einen verticalen Schlitz hat. Der Viertelkreis von a nach der rechten Seite ist in 90 Grad getheilt.

Ist der Spiegel so gestellt, daß der Zeiger c auf den Theilstrich 10^0, 20^0, 30^0 u. s. w. zeigt, so wird ein Strahlenbündel, welches durch die Spalte bei a eindringt (am besten ein durch einen Spiegel horizontal gemachtes Bündel Sonnenstrahlen), mit dem Einfallslothe des Spiegels einen Winkel von 10, 20, 30 u. s. w. Graden machen und also nach den Theilstrichen 20^0, 40^0, 60^0 u. s. w. reflectirt werden.

Die Richtung des gespiegelten Strahles ist also durch zwei Bedingungen bestimmt, nämlich:

1) daß der reflectirte Strahl in derjenigen Ebene liegt, welche durch den einfallenden Strahl und das Einfallsloth gelegt werden kann, und

2) daß der Reflexionswinkel dem Einfallswinkel gleich ist.

Mit Hülfe dieser Grundsätze kann man leicht zeigen, daß ein ebener Spiegel von Gegenständen, die sich vor seiner Ebene befinden, Bilder zeigen muß, und daß Bild und Gegenstand in Beziehung auf die spiegelnde Ebene symmetrisch sind.

Es sei $m'm$, Fig. 251, ein ebener Spiegel, L ein leuchtender Punkt vor demselben, der einen Strahl li auf den Spiegel sendet. Dieser Strahl wird nun nach den bekannten Gesetzen in der Richtung ic reflectirt, und wenn der gespiegelte Strahl das Auge trifft, so macht er auf dasselbe denselben Eindruck, als ob er von einem Punkte hinter dem Spiegel käme, der auf der Verlängerung von ci liegt und dessen Entfernung vom Auge eben so groß ist als der Weg, den der Strahl wirklich durchlaufen mußte, um von L nach i und von da nach dem Auge zu gelangen; man findet also diesen Punkt l, wenn man auf der Verlängerung von ci die Entfernung il gleich iL macht. Verbindet man L und l durch eine gerade Linie, so kann man leicht beweisen, daß die Dreiecke Lik und lik einander gleich sind, und daraus ergiebt sich dann ferner, daß Ll rechtwinkelig auf mm' steht und daß $lk = Lk$ sei. Um also das Bild eines leuchtenden Punktes in einem ebenen Spiegel zu finden, hat man nur von dem leuchtenden Punkte ein Perpendikel auf den Spiegel oder seine Verlängerung zu fällen und dasselbe hinter der Spiegelebene um eben so viel zu verlängern, als der leuchtende Punkt vor dem Spiegel liegt.

Fig. 251.

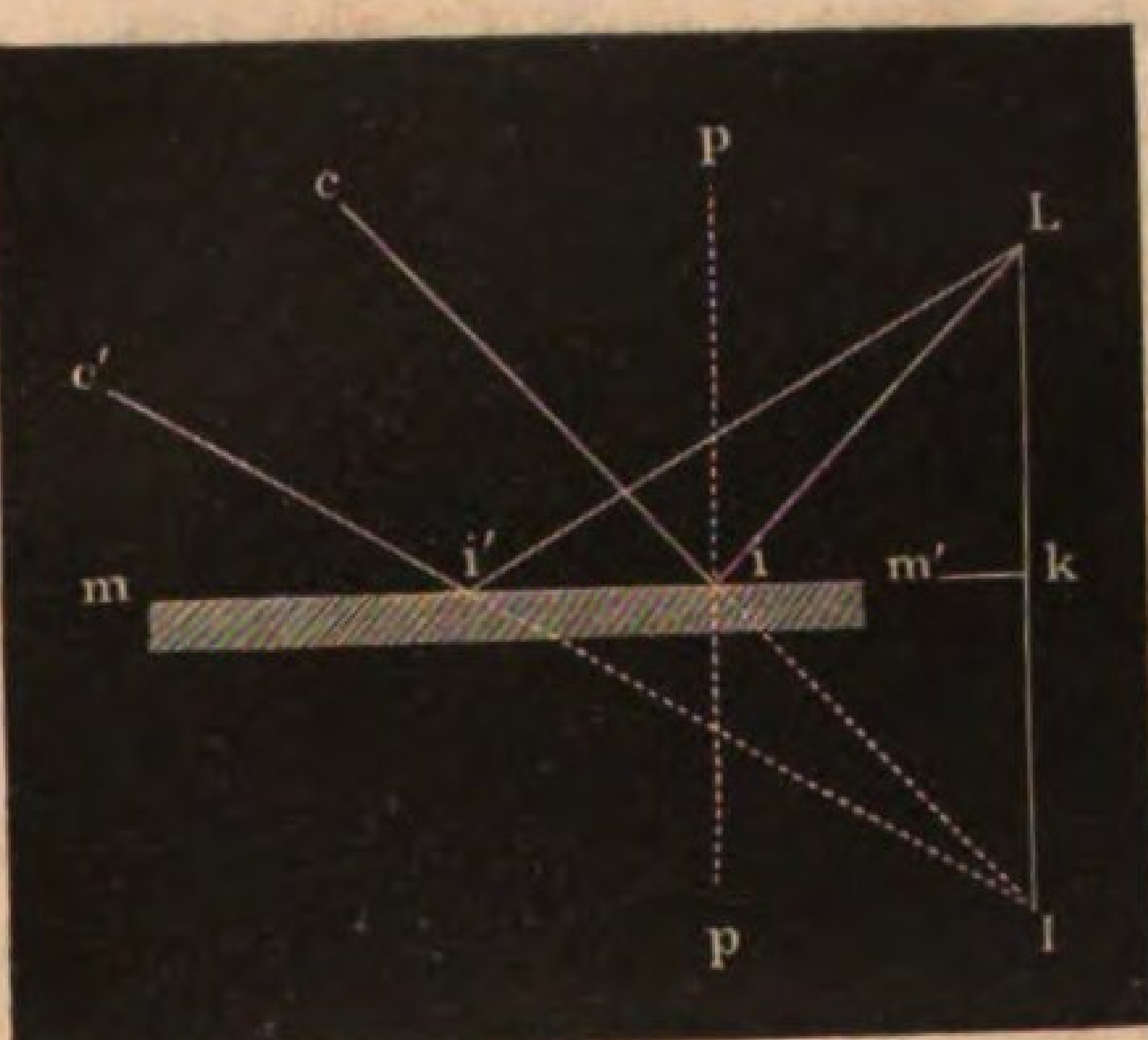
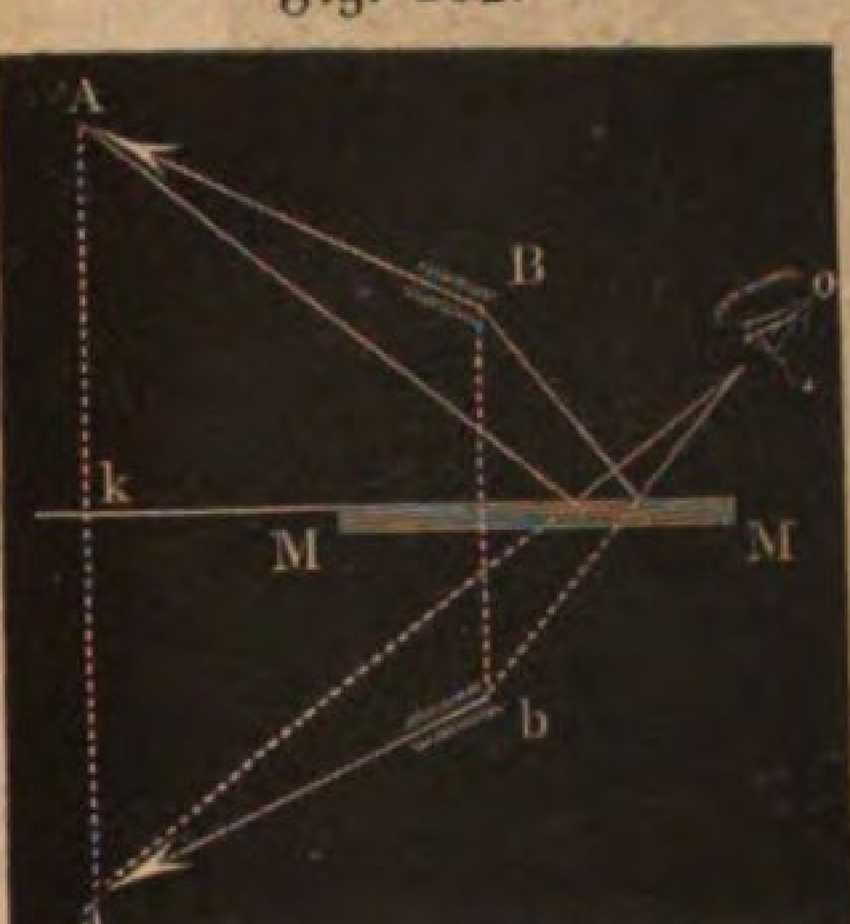


Fig. 252.



Da dies nun für jeden Punkt eines Körpers gilt, welcher Licht aussendet, mag es nun sein eigenes oder zerstreutes Licht sein, so kann man auch leicht das Bild eines Gegenstandes construiren. In Fig. 252 sei MM ein ebener Spiegel, AB ein Pfeil, welcher sich vor demselben befindet. Um das Bild der Spitze zu finden, fällt man ein Perpendikel Ak auf die Spiegelebene und macht die Verlängerung ak

desselben gleich Ak; alle von A ausgehenden Strahlen scheinen nach der Spiegelung so zu divergiren, als ob sie von a kämen, a ist also das Bild von A. Ebenso ergiebt sich, daß b das Bild von B ist. Der Anblick der Figur zeigt deutlich, daß Bild und Gegenstand in Beziehung auf die Spiegelebene symmetrisch sind.

Die Richtung des reflectirten Strahls läßt sich also mit geometrischer Genauigkeit bestimmen, bei der Intensität der reflectirten Strahlen ist dies aber nicht der Fall. Im Allgemeinen gilt hier Folgendes:

1) Die Intensität des regelmäßig reflectirten Lichtes wächst mit dem Einfallswinkel, ohne jedoch bei rechtwinkligem Auffallen Null zu sein.

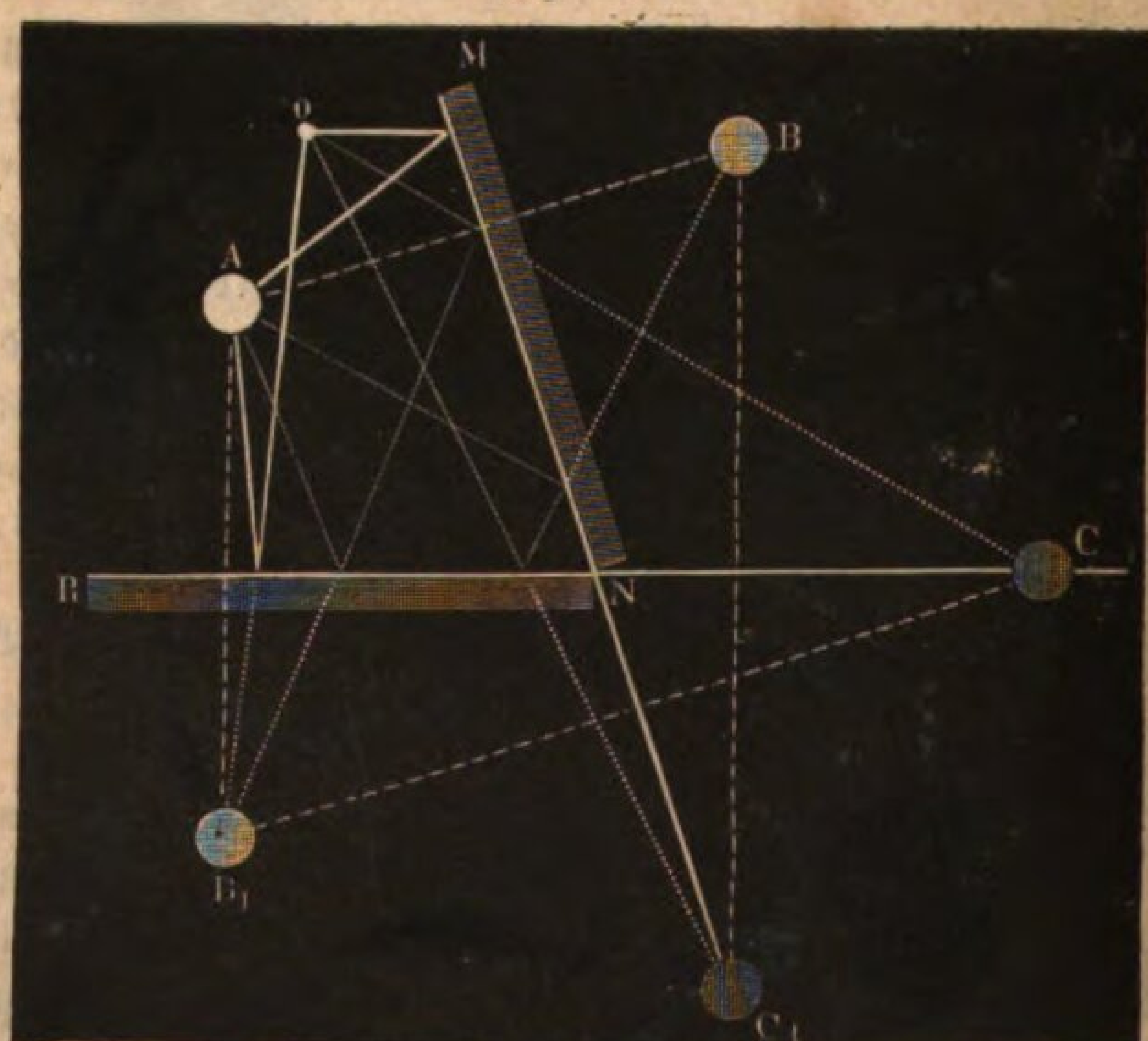
2) Sie hängt von dem Mittel ab, in welchem sich das Licht bewegt und auf welches es trifft.

Wir wollen nur einige Beispiele anführen, um dies verständlicher zu machen.

Wenn die von einer Kerzenflamme ausgehenden Strahlen nahe rechtwinklig auf eine zart mattgeschliffene Glasfläche fallen, so kann man kein Bild der Flamme unterscheiden, man sieht es aber sehr gut, wenn die Strahlen recht schief auf die Platte auffallen; in diesem Falle kann man das Bild auch auf polirtem Holze, glänzendem farbigen Papier u. s. w. wahrnehmen; es geht daraus hervor, daß die Menge des reflectirten Lichtes um so größer ist, je schiefer die Strahlen einfallen.

121 **Winkelspiegel.** Wenn zwei Spiegel in irgend einem Winkel zusammengestellt werden, so sieht man von einem zwischen ihnen befindlichen Gegenstande mehrere Bilder, deren Zahl von der Neigung der Spiegel abhängt. In Fig. 253 seien MN und RN zwei unter einem Winkel von 72° (1/5 des

Fig. 253.



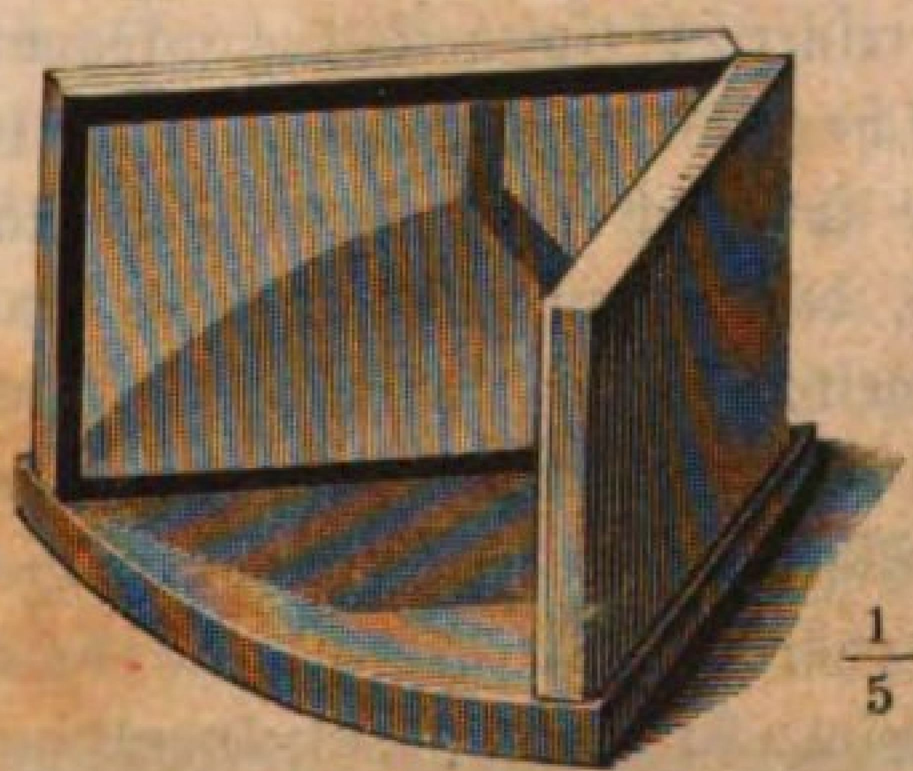
Kreisumfangs) zusammenstoßende ebene Spiegel, A ein leuchtender Punkt, der sich innerhalb des von ihnen gebildeten Winkels befindet. Zunächst wird man in jedem Spiegel ein Bild von A sehen, und zwar ist das Bild für den einen Spiegel in B, für den anderen in B'; ein in O befindliches Auge sieht also außer dem Gegenstande A selbst in Folge einer einmaligen Spiegelung auch noch die Bilder B und B_1 desselben. Nun aber können solche Strahlen, die von dem einen Spiegel reflectirt worden sind, den zweiten treffen und an demselben eine abermalige Reflexion erleiden. Da alle vom ersten Spiegel reflectirten Strahlen so divergiren, als ob sie von B kämen, so ist B gewissermaßen selbst ein Gegenstand, welcher Strahlen auf den Spiegel RN sendet, und man kann demnach leicht das Bild des Bildes B im Spiegel RN finden; man fälle nur von B ein Perpendikel auf die Verlängerung von RN und verlängere es auf die bekannte Weise, so erhält man das Bild C_1, von welchem alle Strahlen auszugehen scheinen, die von dem Spiegel MN auf den Spiegel RN reflectirt werden und an diesem eine abermalige Spiegelung erleiden; und so sieht das Auge in o nach zweimaliger Spiegelung noch ein Bild in C_1.

Das Bild B' ist aber auch ein Gegenstand für den Spiegel MN, und wenn man den Ort des Bildes von B' bestimmt, so findet man, daß es in C liegt.

Vom Bilde C kann nun kein weiteres Bild entstehen, weil es hinter der Reflexionsebene des Spiegels MN und in der Reflexionsebene des Spiegels RN liegt. Dasselbe gilt vom Bilde C_1. Von dem Gegenstande A sieht man also noch vier Bilder, welche mit A selbst ein regelmäßiges Fünfeck bilden.

Wären die Spiegel unter einem Winkel von 60°, 45°, 36° u. s. w. geneigt gewesen, d. h. betrüge der Winkel, den sie machen, $^1/_6$, $^1/_8$, $^1/_{10}$ des ganzen Umfanges, so würde man, den Gegenstand selbst mitgerechnet, 6, 8, 10 u. s. w. Bilder sehen.

Fig. 254.



$\frac{1}{5}$

Fig. 254 zeigt Winkelspiegel, welche, wie es gewöhnlich der Fall ist, einen Winkel von 60° mit einander machen. Das Kaleidoskop ist eine Anwendung der Winkelspiegel.

Wie man sieht, vermehrt sich die Anzahl der Bilder, wenn der Winkel kleiner wird; ihre Anzahl wird unendlich groß, wenn der Winkel der Spiegel Null ist, d. h. wenn die Spiegel einander parallel sind.

Reflexion auf gekrümmten Spiegeln. Wenn ein Lichtstrahl einen gekrümmten Spiegel in einem Punkte trifft, den wir mit a bezeichnen wollen, so wird er vollkommen eben so reflectirt, als ob er die in a an die krumme Fläche gelegte Berührungsebene getroffen hätte, oder mit anderen Worten, wenn man sich im Punkte a eine Normale auf der krummen Fläche errichtet denkt, so ist diese das Einfallsloth. 122

In der Praxis kommen nur Kugelspiegel, **sphärische Spiegel** vor, d. h. solche, deren spiegelnde Flächen Stücke von Kugeloberflächen sind, oder vielleicht hie und da noch **parabolische Spiegel**, wenn es sich darum handelt, die von einem Punkte aus divergirenden Lichtstrahlen in ein paralleles Strahlenbündel zu verwandeln. Zu eigentlich optischen Zwecken werden nur sphärische Spiegel verwendet, von denen auch hier allein die Rede sein kann.

Der Mittelpunkt der Kugeloberfläche, von welcher ein sphärischer Spiegel ein Stück bildet, heißt der **Krümmungsmittelpunkt** des Spiegels.

Denkt man sich von einem Punkte a, in welchem ein sphärischer Spiegel von einem Lichtstrahl getroffen wird, einen Radius nach dem Krümmungsmittelpunkt gezogen, so ist dieser Radius offenbar das **Einfallsloth** für den Punkt a.

Man unterscheidet zwei Hauptarten von Kugelspiegeln, nämlich **Hohlspiegel** oder **Concavspiegel**, bei welchen die innere, dem Krümmungsmittelpunkte zugewendete Fläche die spiegelnde ist, und **Convexspiegel**, bei welchen die Reflexion durch die äußere, dem Krümmungsmittelpunkte abgewendete Fläche bewirkt wird. Erstere heißen auch **Sammel-**, mitunter auch **Vergrößerungsspiegel**, letztere **Zerstreuungs-** oder **Verkleinerungsspiegel**.

Die gewöhnlichen Rasirspiegel bilden die bekannteste Form der Hohlspiegel; sie sind durch eine auf der einen Seite ebene, auf der anderen gewölbte Glaslinse gebildet, deren Durchschnitt Fig. 255 dargestellt ist. Die gewölbte Fläche

Fig. 255.



AdB ist mit Spiegelamalgam belegt und bildet eigentlich den Hohlspiegel. Die Reflexion auf der ebenen Vorderfläche AB, welche allerdings sehr schwach ist gegen die Spiegelung auf der belegten gewölbten Fläche AdB, beeinträchtigt doch die Reinheit der Bilder ebenso wie der Umstand, daß die Lichtstrahlen, bevor sie auf die spiegelnde Fläche AdB gelangen können, erst die Glassubstanz durchlaufen müssen. Deshalb darf man, wenn es auf Darstellung sehr reiner Hohlspiegelbilder ankommt, wie bei Spiegelteleskopen, solche gläserne Hohlspiegel nicht in Anwendnng bringen, sondern sphärisch geschliffene Metallflächen. Das **Spiegelmetall**, dessen man sich zur Herstellung von Hohlspiegeln für Spiegelteleskopen bedient, ist eine Legirung von Kupfer, Zinn (oder Zink) und etwas Arsen.

Fig. 256.

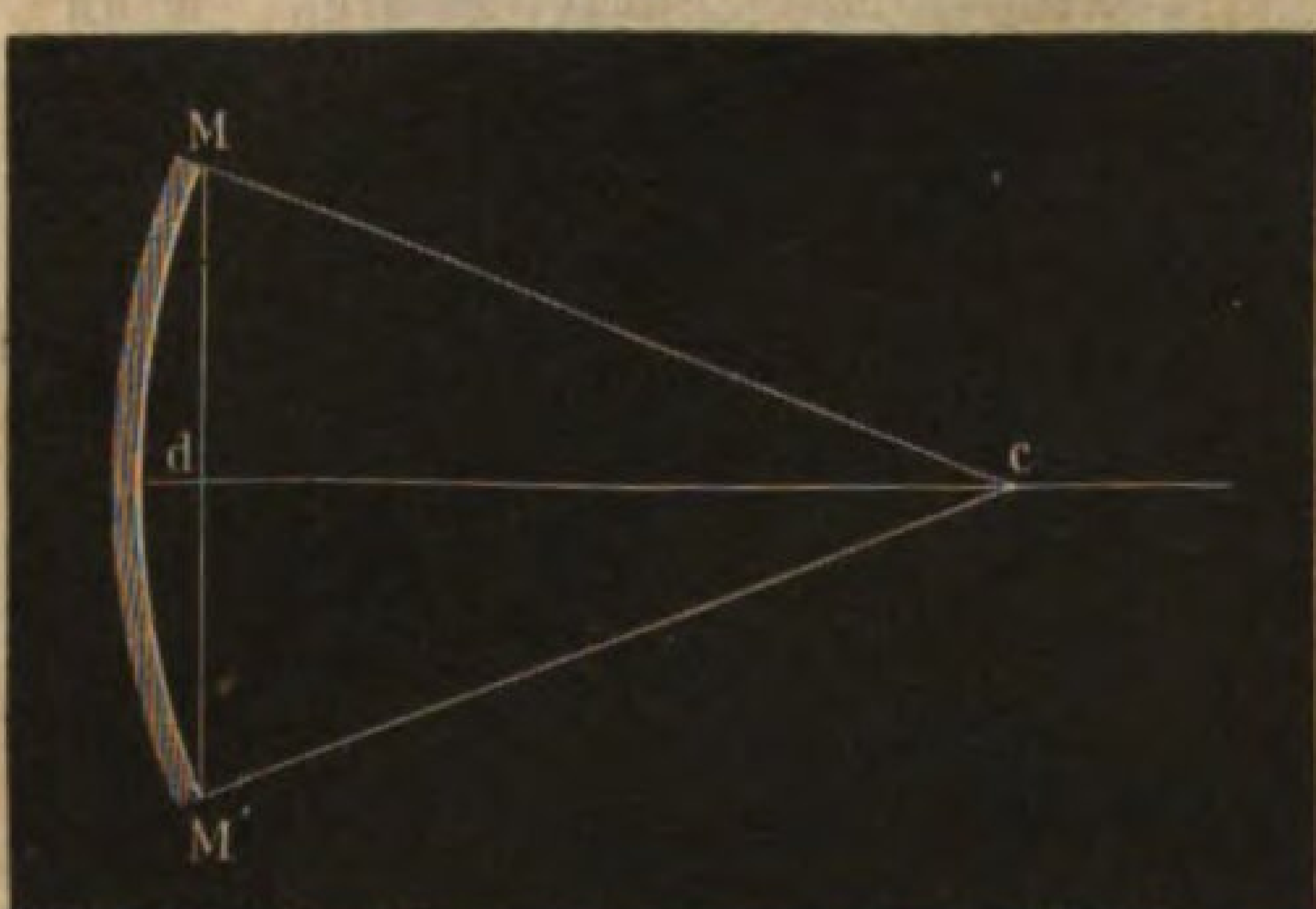


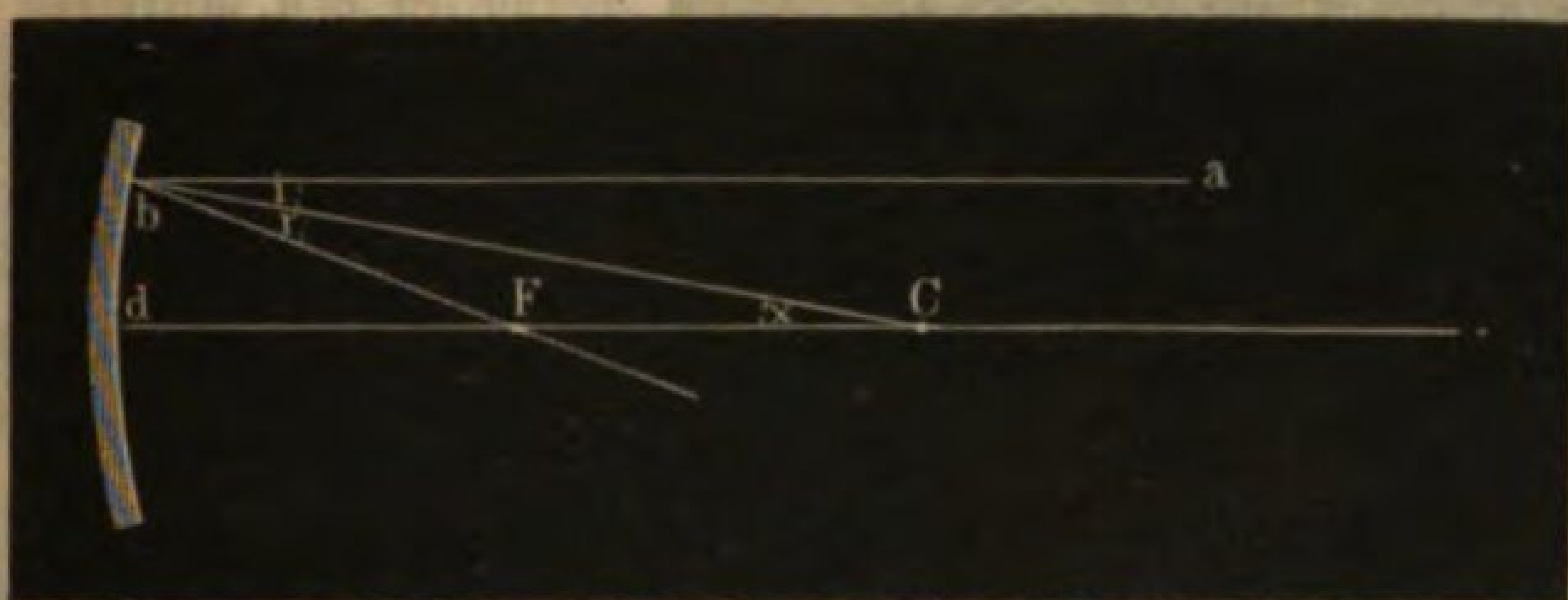
Fig. 256 stelle den Durchschnitt eines sphärischen Spiegels mit einer durch seinen Krümmungsmittelpunkt und seine Mitte gelegten Ebene dar. Nehmen wir, wie es gewöhnlich der Fall ist, den Kugelspiegel kreisförmig begränzt an, so wird eine Linie MM', Fig. 256, welche zwei diametral gegenüberstehende Punkte des Spiegelrandes mit einander verbindet, der **Durchmesser** des

Spiegels genannt. Die Linie cd, welche den Krümmungsmittelpunkt c mit der Mitte des Spiegels d verbindet, heißt die Axe des sphärischen Spiegels; der Winkel endlich, welchen die Linien cM und cM' mit einander machen, heißt seine Oeffnung.

Sphärische Hohlspiegel. Wenn ein von einem etwas entfernteren 123
leuchtenden Punkte ausgehender Strahlenkegel auf einen Hohlspiegel fällt, so werden alle Strahlen desselben so reflectirt, daß sie sehr nahe wieder in einem Punkte vereinigt werden, vorausgesetzt, daß die Oeffnung des Spiegels höchstens 8 bis 10° beträgt.

Betrachten wir zunächst die Strahlen, welche von einem auf der Axe in unendlicher Entfernung liegenden Punkte aus auf den Spiegel fallen. Da die Divergenz dieser Strahlen verschwindend klein wird, so sind sie sämmtlich als mit der Axe parallel zu betrachten. In Fig. 257 sei ab ein Lichtstrahl, welcher parallel mit der Axe in b den Hohlspiegel trifft. Denken wir uns vom

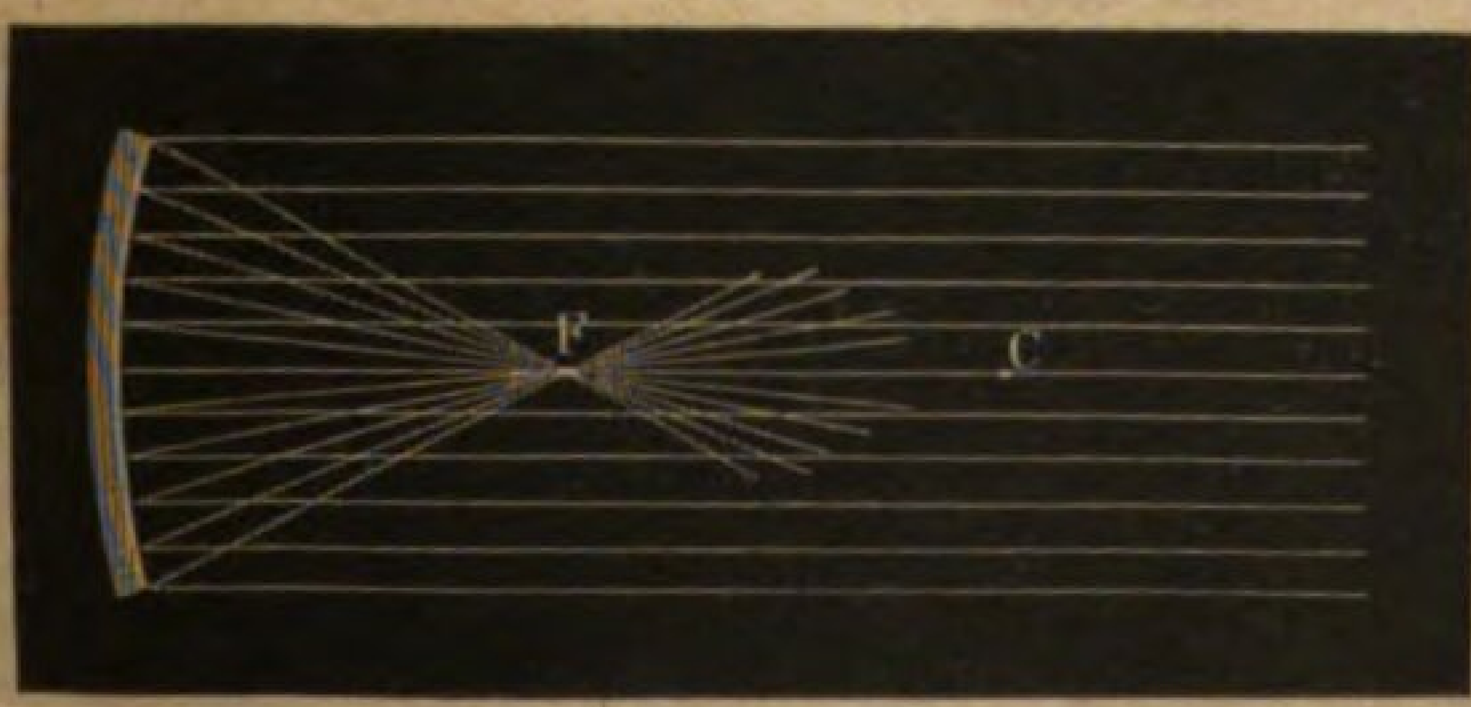
Fig. 257.



Krümmungsmittelpunkte C des Hohlspiegels einen Radius nach b gezogen, so ist dies das Einfallsloth für den einfallenden Strahl ab, man findet also die Richtung des reflectirten Strahles, wenn man Winkel r gleich Winkel i macht. Da nun aber auch Winkel x gleich Winkel i, so ist das Dreieck bFC ein gleichschenkliges, und zwar ist $bF = FC$. So lange aber der Winkel x klein bleibt, der Bogen bd also nur wenige Grade überspannt, ist $bF + FC$ nicht merklich größer als der Radius bC, es ist also auch $FC = \frac{1}{2} bC = \frac{1}{2} dC$ der Punkt F also, in welchem der reflectirte Strahl die Axe schneidet, liegt in der Mitte zwischen dem Krümmungsmittelpunkte C und der Mitte des Spiegels d.

Da dies nun wahr ist, so lange der Winkel x klein genug bleibt, so folgt daß ein Hohlspiegel, dessen Krümmung von der Mitte bis zum Rande gering ist, alle Strahlen, welche parallel mit der Axe auf den Spiegel fallen, in einem Punkte F vereinigen werde, welcher um den halben Krümmungshalbmesser von der Mitte des Spiegels entfernt ist, wie dies durch Fig. 258 anschaulich gemacht wird.

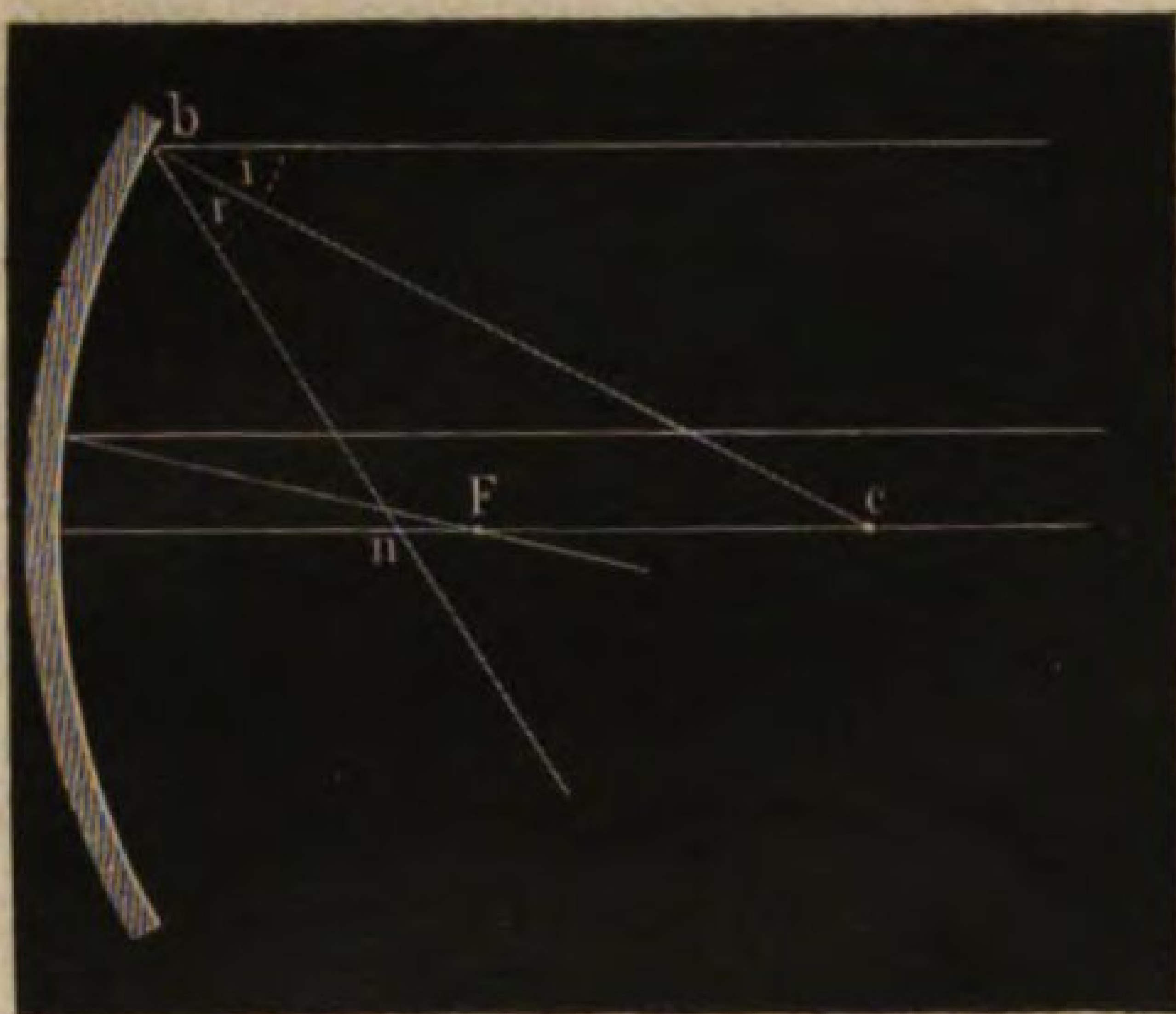
Fig. 258.



Dieser Vereinigungspunkt parallel mit der Axe auf den Hohlspiegel fallender Strahlen wird der **Focus** oder **Brennpunkt** des Hohlspiegels genannt.

Wenn die Oeffnung des Hohlspiegels, also die Krümmung von der Mitte bis zum Rande über gewisse Gränzen hinaus wächst, wie bei dem Fig. 259 dargestellten Hohlspiegel, so werden die Randstrahlen nicht mehr im Brennpunkte F die Axe schneiden können; denn sobald die Winkel i und r eine namhafte Größe erreichen, wird auch die Summe der beiden Dreieckseiten nc und nb namhaft größer sein als bc, der Punkt n wird also dem Spiegel näher liegen als der Brennpunkt F. Nur diejenigen Strahlen, welche in den mittleren Theil des Spiegels einfallen, und welche man die **centralen Strahlen** nennt, werden im Brennpunkte vereinigt, für die weiter nach dem Rande hin den Spiegel treffenden rückt der Punkt, in welchem sie nach der Reflexion die Axe schneiden, dem Spiegel selbst um so mehr zu, je weiter von der Axe entfernt sie den Spiegel treffen.

Fig. 259.

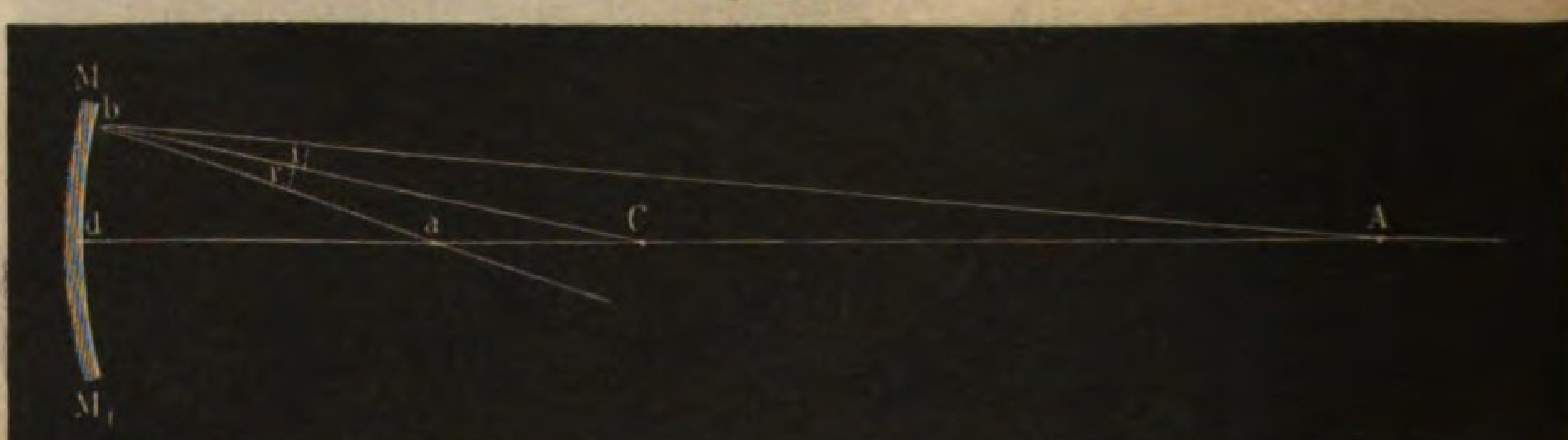


Für optische Zwecke sind nur solche Hohlspiegel brauchbar, welche alle von einem Punkte ausgehenden auf den Spiegel fallenden Strahlen auch wieder in einem Punkte vereinigen, also Spiegel, deren Krümmung von der Mitte bis zum Rande oder, was dasselbe ist, deren Oeffnung sehr klein ist. In dem Folgenden soll auch nur von solchen Hohlspiegeln die Rede sein.

Der erwähnte Fehler, daß nicht alle mit der Axe parallel einfallenden Strahlen genau in einem Punkte vereinigt werden, wird **sphärische Aberration** genannt.

Wenn der leuchtende Punkt nicht unendlich weit liegt, sondern in solcher Entfernung, daß man die Divergenz der den Spiegel treffenden Strahlen nicht mehr vernachlässigen darf, so ändert auch der Vereinigungspunkt seine Stellung, und zwar rückt er vom Spiegel mehr und mehr weg, je mehr sich der leuchtende Punkt nähert. Daß dem so sei, ist aus Fig. 260 leicht zu sehen. Je näher

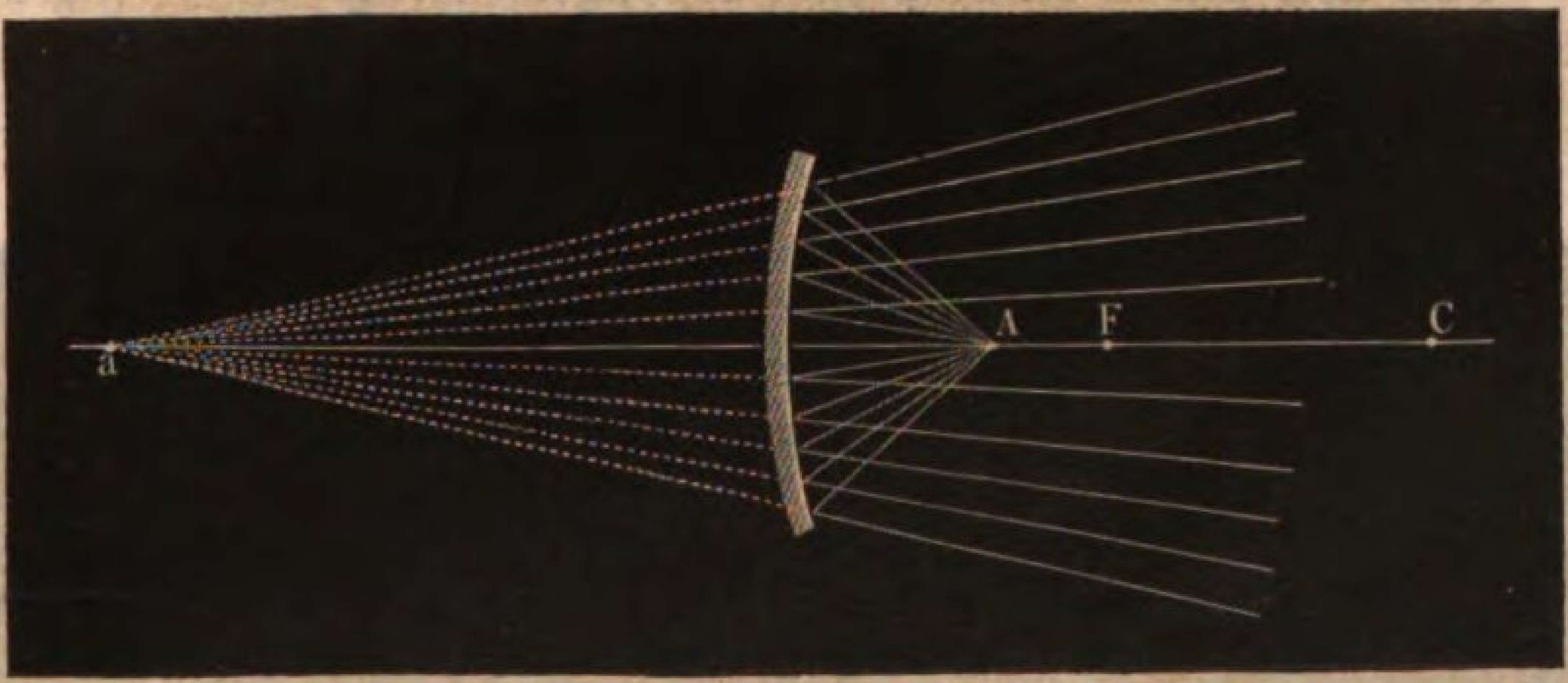
Fig. 260.



der leuchtende Punkt rückt, desto kleiner wird i, desto kleiner wird also auch r, und desto mehr rückt also a nach C hin. Wenn man also einen leuchtenden Punkt, der so weit vom Spiegel entfernt ist, daß seine Strahlen im Hauptbrennpunkte wieder vereinigt werden, dem Spiegel fortwährend nähert, so wird der Vereinigungspunkt vom Hauptbrennpunkte fortwährend dem Krümmungsmittelpunkte näher rücken, bis endlich, wenn der leuchtende Punkt im Centrum des Spiegels steht, der Vereinigungspunkt mit dem leuchtenden Punkte zusammenfällt. Rückt der leuchtende Punkt dem Spiegel noch näher, so fällt der Vereinigungspunkt weiter und weiter vom Spiegel. Läge z. B. der leuchtende Punkt in a, so würde A der Vereinigungspunkt sein, und wenn der leuchtende Punkt den Brennpunkt selbst einnimmt, so werden seine Strahlen vom Spiegel parallel mit der Axe reflectirt.

In Fig. 261 ist noch der einzig übrige Fall betrachtet, nämlich daß der leuchtende Punkt A zwischen dem Spiegel und dem Brennpunkte liegt. Hier

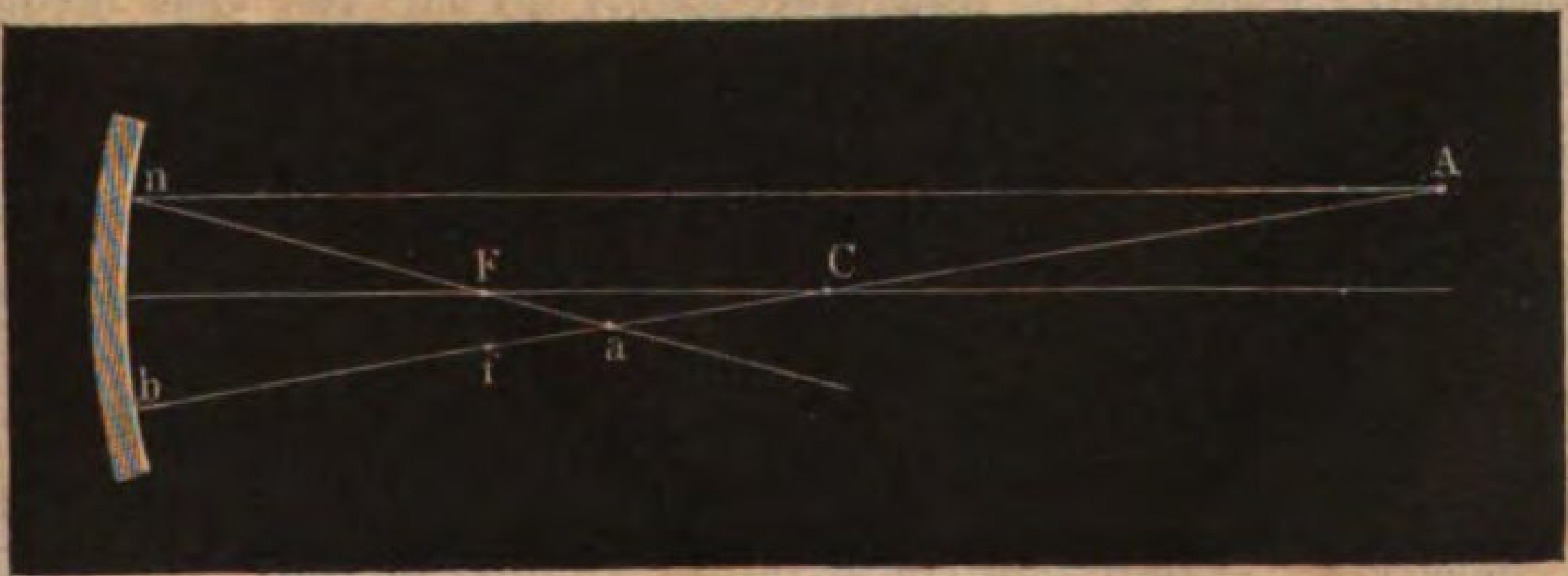
Fig. 261.



werden die Strahlen so reflectirt, daß sie nach der Reflexion divergiren, als ob sie von einem Punkte a kämen, der hinter dem Spiegel liegt und den man für jeden besonderen Fall durch Construction leicht finden kann.

Wir haben bisher nur solche leuchtende Punkte betrachtet, welche auf der Axe des Spiegels lagen, solche Punkte also, für welche die Axe der auf den Spiegel gesandten Strahlen mit der Axe des Spiegels zusammenfiel. Alle bisher entwickelten Gesetze gelten aber auch für solche leuchtende Punkte, welche außerhalb der Axe des Spiegels liegen; es sei z. B. in Fig. 262 A ein solcher

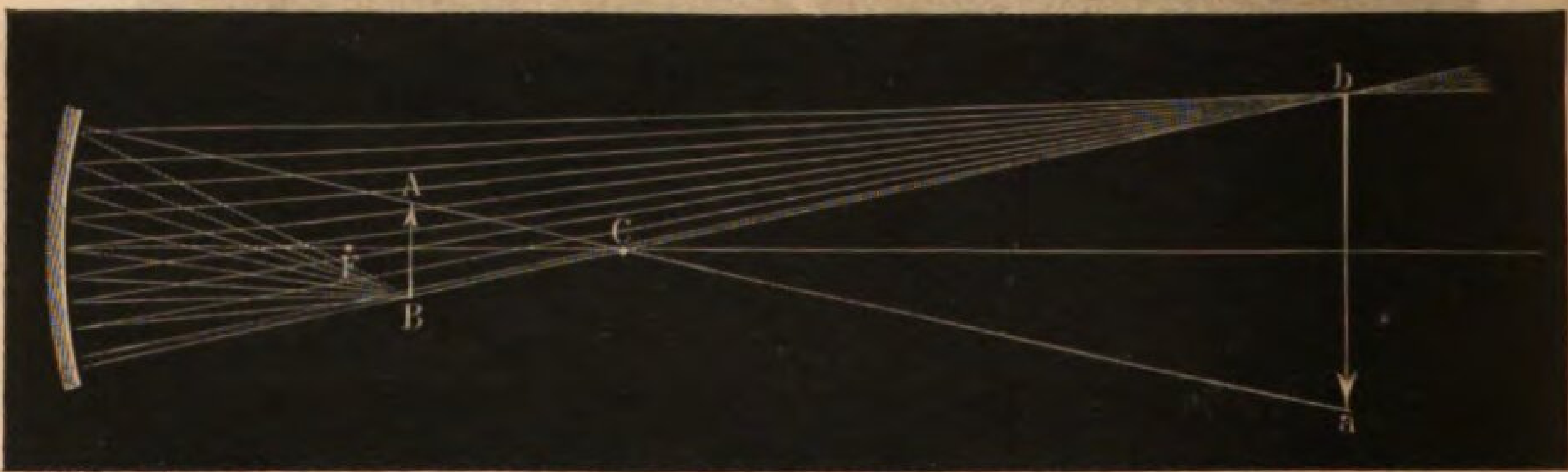
Fig. 262.



leuchtender Punkt. Zieht man von A über C eine Linie nach dem Spiegel, so ist dies die Axe des von A auf den Spiegel gesandten Strahlenkegels, und auf dieser Axe müssen sich alle von A ausgehenden Strahlen wieder vereinigen. Wenn ein ganzes Bündel Strahlen mit Acb parallel auf den Spiegel fiele, so würden sie sich nach der Reflexion im Punkte f vereinigen, der in der Mitte zwischen C und b liegt; da aber die von A ausgehenden Strahlen divergiren, so liegt ihr Vereinigungspunkt weiter vom Spiegel ab als f. Man kann nun diesen Vereinigungspunkt leicht durch folgende Construction finden. Man ziehe von A eine Linie An parallel mit der Axe des Spiegels. Ein Strahl, der in dieser Richtung den Spiegel trifft, wird aber bekanntlich nach dem Hauptbrennpunkte F reflectirt; zieht man nun von n über F eine Linie, so wird diese die Linie ACb schneiden, und der Durchschnittspunkt a ist offenbar derjenige, in welchem alle von A ausgehenden Strahlen nach ihrer Reflexion durch den Spiegel wieder vereinigt werden, kurz a ist das Bild von A.

124 **Von den durch Hohlspiegel erzeugten Bildern.** In Fig. 263 stelle AB einen Gegenstand vor, der sich zwischen dem Krümmungsmittelpunkte C des Spiegels und dem Hauptbrennpunkte F befindet. Nach dem, was oben

Fig. 263.



gesagt wurde, ist es leicht, das Bild des Punktes A zu finden; es liegt in a, und alle von A ausgehenden den Spiegel treffenden Strahlen werden in a vereinigt. Ebenso findet man das Bild b des Punktes B, und so ergiebt sich, daß man durch einen Hohlspiegel von einem Gegenstande AB, welcher zwischen dem Brennpunkte und dem Mittelpunkte der Krümmung liegt, ein verkehrtes, vergrößertes Bild jenseits C erhält.

Da die von A ausgehenden Strahlen in a gesammelt werden, so werden auch umgekehrt, wenn a ein leuchtender Punkt ist, die von ihm ausgehenden Strahlen durch den Spiegel nach A reflectirt werden; kurz A ist in diesem Falle das Bild von a; ebenso ist B das Bild von b. Wenn sich also ein Gegenstand ab jenseits des Mittelpunktes C befindet, so wird der Hohlspiegel von ihm ein verkehrtes, verkleinertes Bild zwischen dem Mittelpunkte C und dem Hauptbrennpunkte F entwerfen.

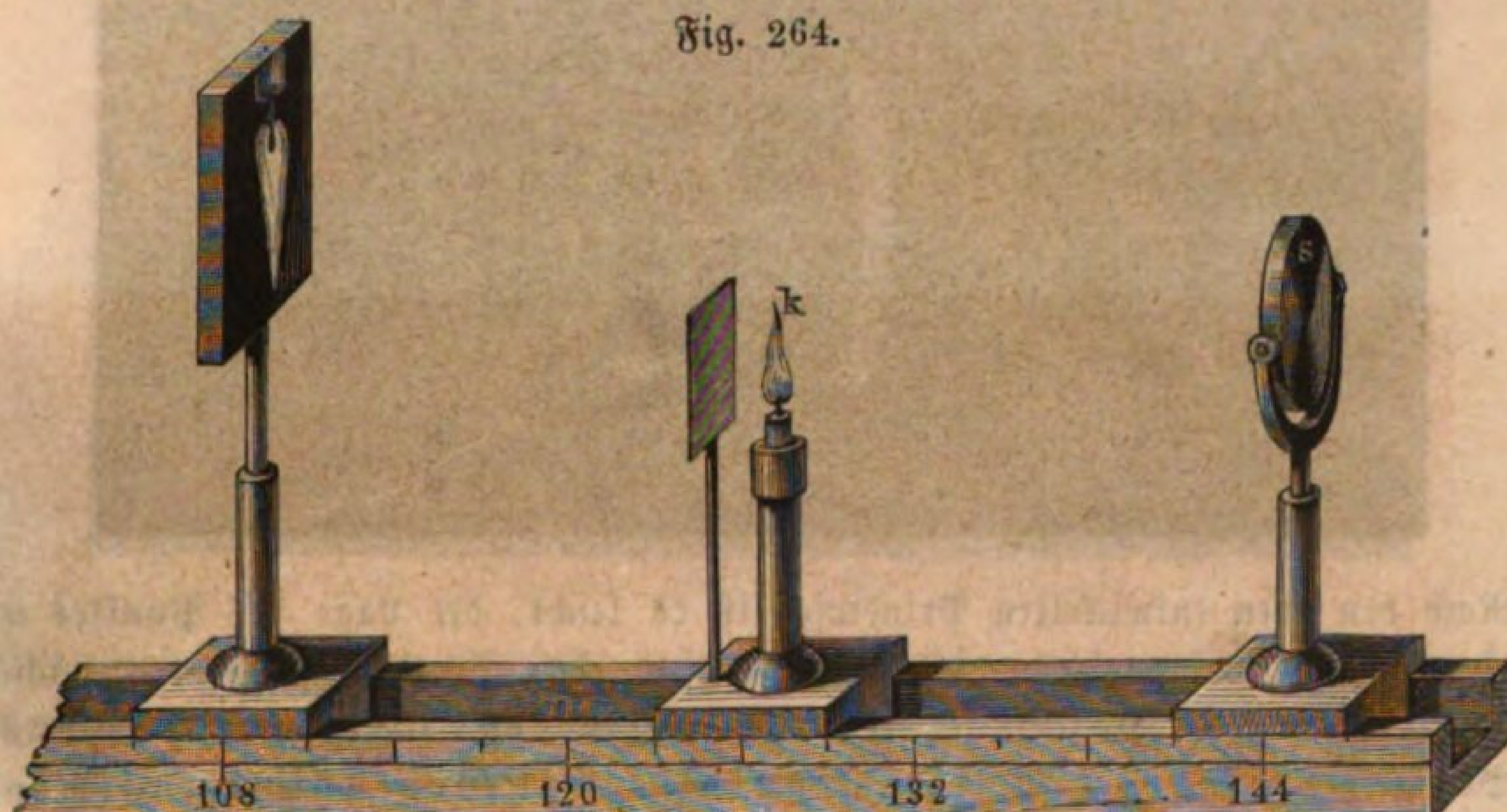
Die Bilder, welche wir soeben betrachtet haben, sind von denen der ebenen Spiegel wesentlich verschieden. Alle Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte ausgehen, werden von einem ebenen Spiegel in einer solchen Richtung

reflectirt, **als ob** sie von einem Punkte hinter dem Spiegel herkämen, sie divergiren also. In den eben betrachteten Fällen wurden aber die von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen durch den Spiegel wirklich wieder in einem Punkte gesammelt; wir wollen deshalb auch diese Bilder zum Unterschiede von den anderen **Sammelbilder** nennen. Diese Sammelbilder kann man auf einem Schirme von weißem Papier oder mattgeschliffenem Glase auffangen und so ein Bild erhalten, welches sich gerade so verhält wie der Gegenstand selbst; die durch die Concentration der Strahlen stark erleuchteten Punkte des Schirms zerstreuen nämlich das Licht nach allen Seiten hin, und somit wird das Bild selbst dann noch sichtbar, wenn die vom Spiegel reflectirten Strahlen nicht direct ins Auge gelangen.

Fig. 264 stellt einen Apparat dar, welcher dazu dient, die Gesetze der durch Hohlspiegel erzeugte Sammelbilder nachzuweisen.

Je weiter der Gegenstand von dem Hohlspiegel sich entfernt, desto mehr

Fig. 264.



muß sich begreiflicherweise das Bild dem Hauptbrennpunkte nähern, das Bild der gleichsam unendlich weit entfernten Sonne muß also im Hauptbrennpunkte selbst liegen, wenn die Axe des Spiegels nach der Sonne gerichtet ist. Fallen die Sonnenstrahlen schräg, also nicht in der Richtung der Spiegelaxe, auf, so liegt das Bild natürlich nicht mehr in der Spiegelaxe, sondern seitwärts, seine Entfernung von dem Spiegel ist aber stets dem halben Krümmungsdurchmesser desselben gleich. Da uns die Sonne unter einem Winkel von ungefähr 30′ erscheint, so muß auch das Sonnenbildchen, vom Krümmungsmittelpunkt aus gesehen, unter demselben Winkel erscheinen; seine absolute Größe hängt also von dem Krümmungshalbmesser des Spiegels ab. Im Brennpunkte des großen Reflectors von **Herschel** z. B., dessen Krümmungshalbmesser 50 Fuß ist, hat das Sonnenbild ungefähr 3 Zoll Durchmesser; der Durchmesser des Sonnenbildes ist ungefähr 3 Millimeter, wenn der Krümmungshalbmesser des Spiegels 1 Meter ist.

Um den Krümmungshalbmesser eines Hohlspiegels zu finden, braucht man nur

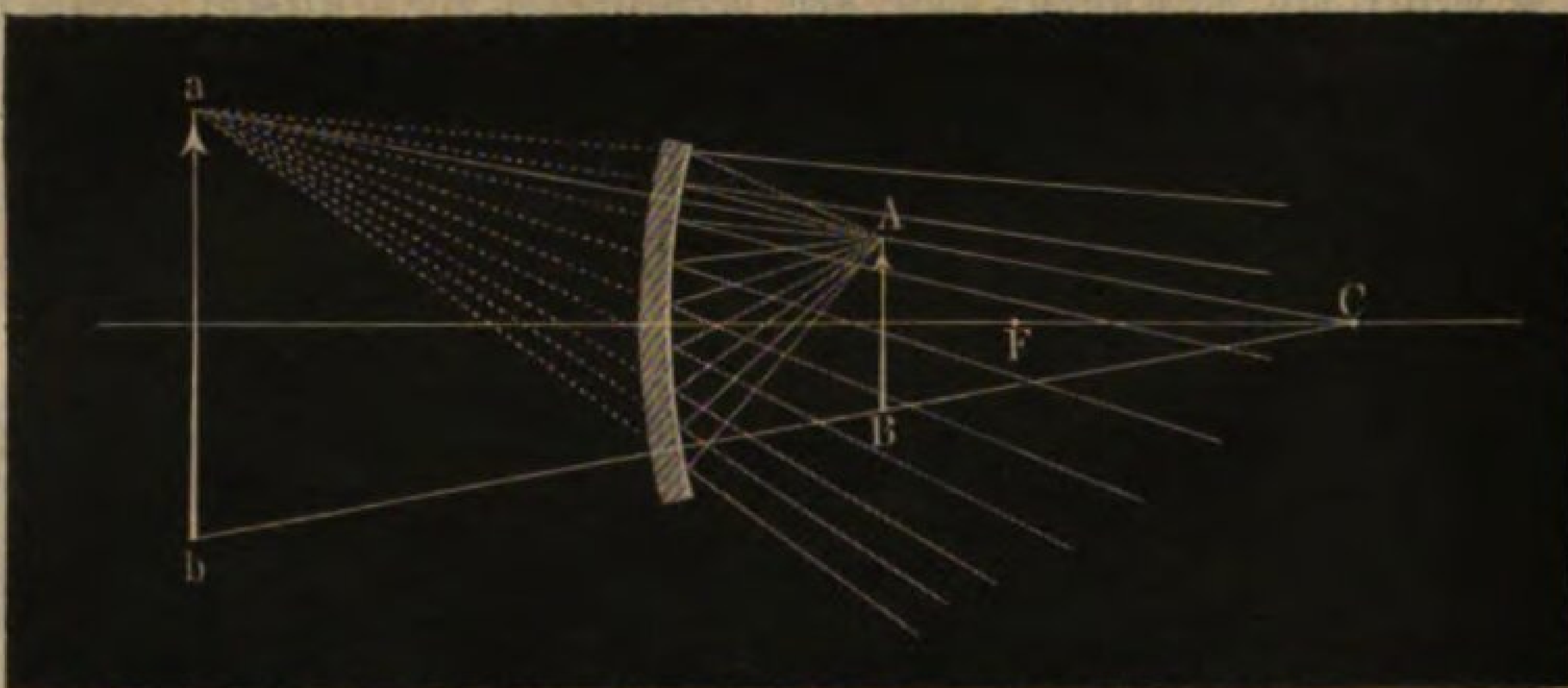
zu messen, wie weit das Sonnenbildchen vom Spiegel liegt; denn diese Entfernung doppelt genommen ist ja dem Krümmungshalbmesser des Spiegels gleich.

Die Bilder solcher Gegenstände, welche um mehr als die 100fache Länge des Krümmungshalbmessers vom Spiegel entfernt sind, sind auch noch dem Brennpunkte selbst ganz außerordentlich nahe.

Wir haben jetzt die Lage des Bildes nur noch für den Fall zu ermitteln, daß der Gegenstand zwischen dem Spiegel und dem Brennpunkte liegt. Wir haben gesehen, daß alle Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte ausgehen, der dem Hohlspiegel näher liegt als der Hauptbrennpunkt, so reflectirt werden, als ob sie von einem Punkte hinter dem Spiegel herkämen; in dem eben zu betrachtenden Falle kann also natürlich kein Sammelbild entstehen.

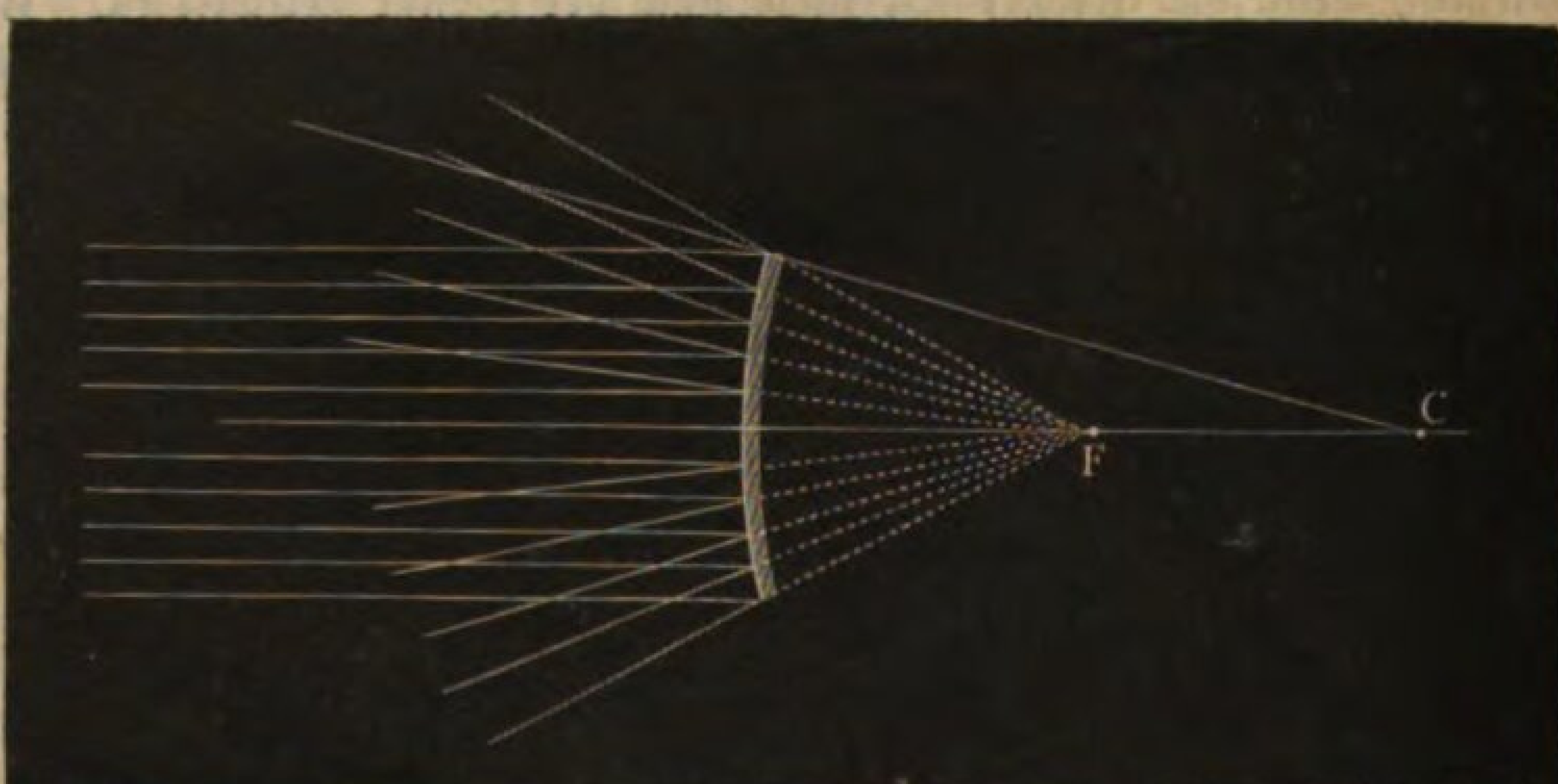
In Fig. 265 sei AB der Gegenstand, dessen Bild wir suchen wollen.

Fig. 265.



Nach den oben entwickelten Principien ist es leicht, die Lage des Punktes a zu ermitteln, von welchem die von A ausgehenden Strahlen divergiren, nachdem sie von dem Hohlspiegel reflectirt worden sind. Ebenso läßt sich das Bild b des Punktes B finden; wenn also der Gegenstand zwischen dem Brennpunkte und dem Spiegel liegt, so fällt sein vergrößertes aufrechtes Bild hinter den Spiegel, es verhält sich also, die Vergrößerung abgerechnet, ganz wie die Bilder der ebenen Spiegel.

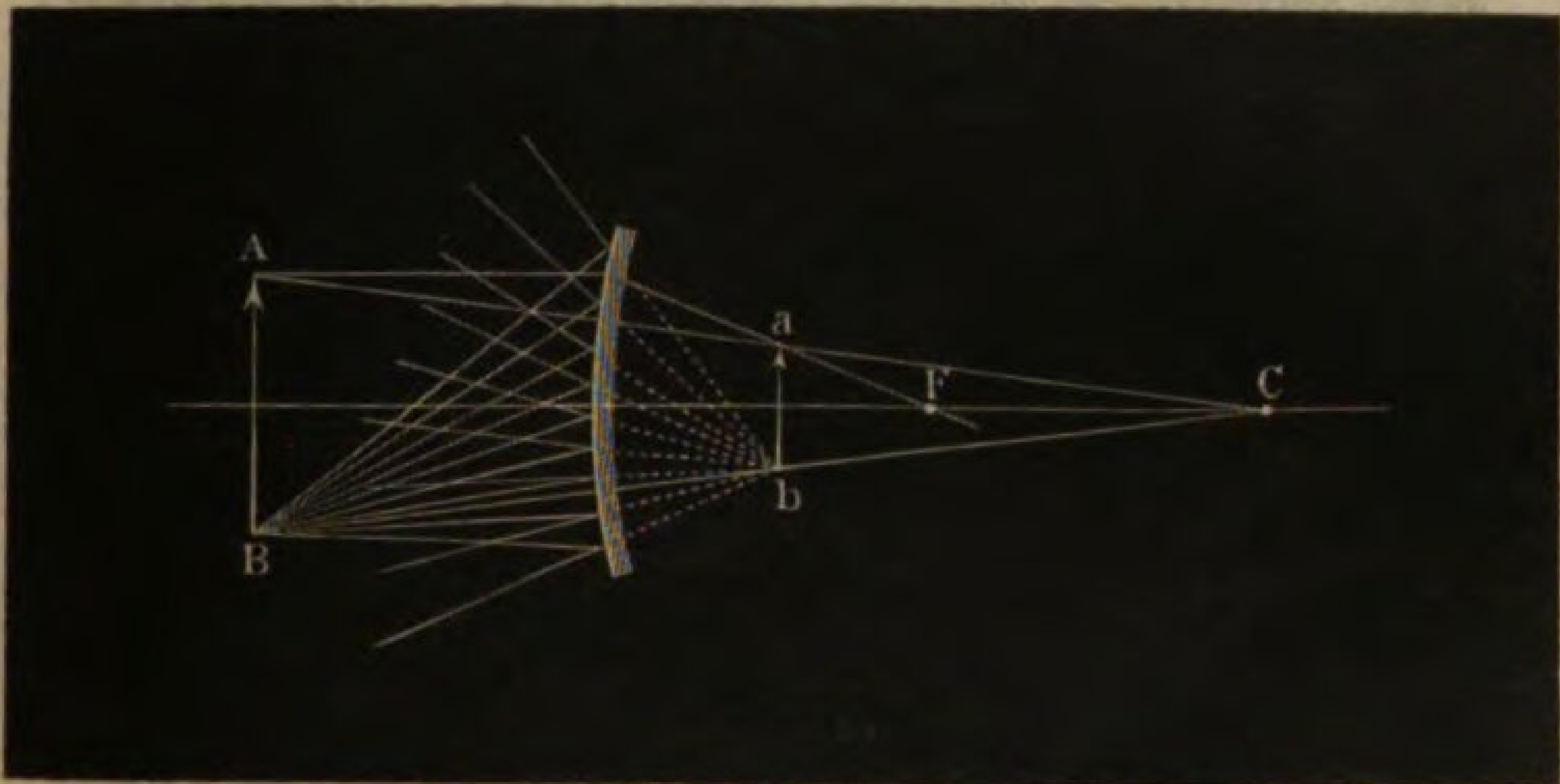
Fig. 266.



Die Convexspiegel haben keine wirklichen, sondern nur eingebildete 125
Brennpunkte, d. h. die Strahlen, welche sie treffen, werden nicht in einem Punkte vereinigt, sondern sie divergiren nach der Spiegelung so, als ob sie von einem Punkte hinter dem Spiegel herkämen. Wenn ein Convexspiegel von Strahlen getroffen wird, welche mit der Axe parallel sind, so liegt für diese der Hauptzerstreuungspunkt in der Mitte zwischen dem Spiegel und dem Mittelpunkt C. Demnach ist es leicht, die Bilder zu construiren, welche man durch solche Spiegel erhält.

Es sei AB, Fig. 267, ein vor einem Convexspiegel befindlicher Gegenstand. Ein Strahl, welcher von A in der Richtung AC auf den Spiegel

Fig. 267.



fällt, wird in derselben Richtung reflectirt, in welcher er kam, das Bild von A muß also auf der Linie AC liegen. Ein Strahl, der von A aus parallel mit der Spiegelaxe in n auf den Spiegel trifft (der Buchstabe n ist in der Figur aus Mangel an Raum weggelassen), wird so reflectirt, als ob er vom Hauptzerstreuungspunkte F käme; das Bild von A liegt also in dem Durchschnittspunkte a der Linien AC und nF. Alle von A ausgehenden Strahlen werden von dem Convexspiegel so reflectirt, als ob sie von a her kämen.

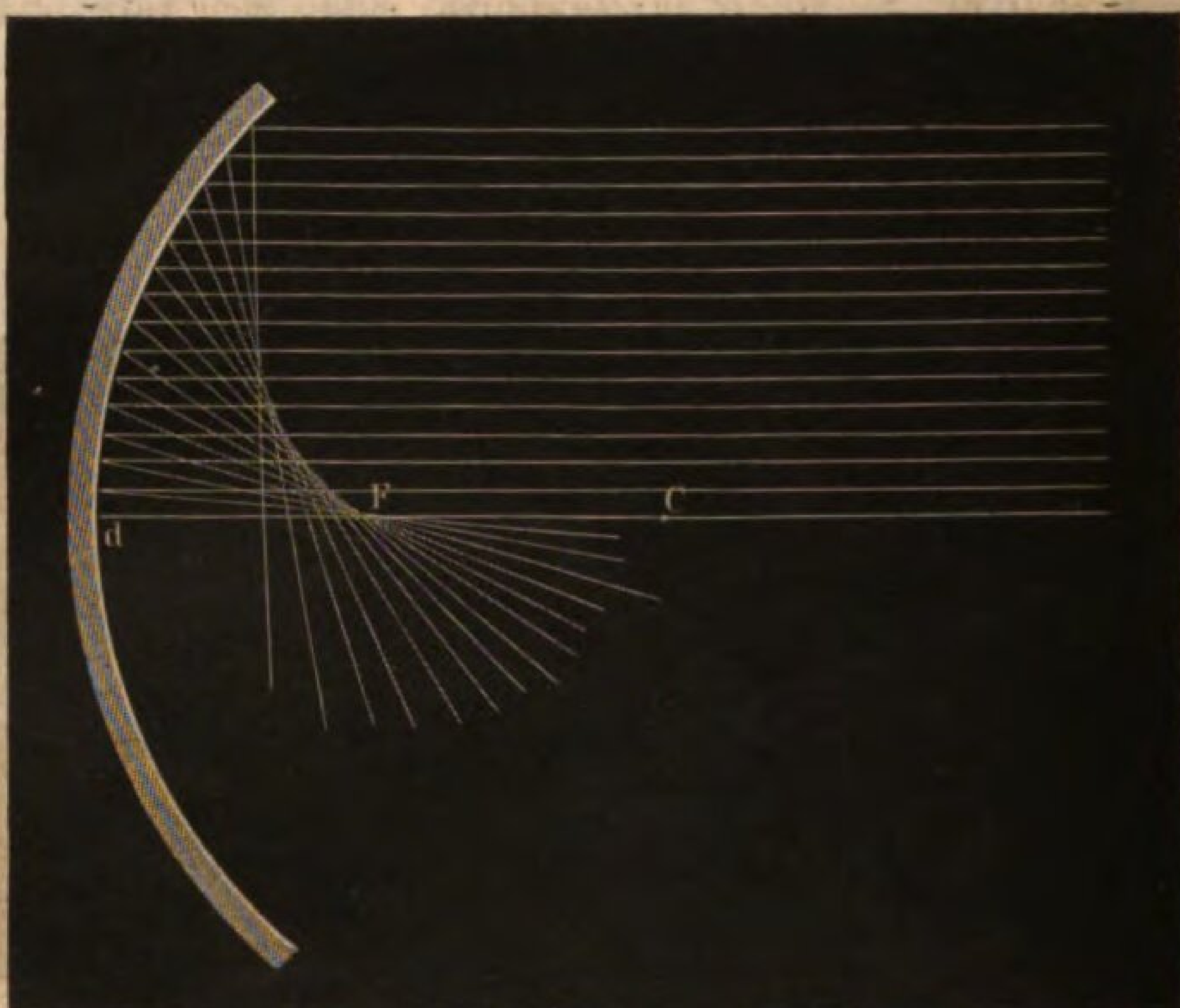
Nachdem man auch das Bild b des Punktes B gefunden hat, überzeugt man sich leicht, daß man durch Convexspiegel verkleinerte aufrechte Bilder hinter dem Spiegel erhält.

Unsere Figur stellt den Verlauf des von B aus divergirenden und von dem Convexspiegel reflectirten Strahlenbündels dar.

Von den Brennlinien. Wenn die von einem leuchtenden Punkte 126
ausgehenden Lichtstrahlen nach ihrer Reflexion durch eine krumme Oberfläche nicht genau in einem und demselben Punkte wieder vereinigt werden, so werden sich doch immer je zwei benachbarte reflectirte Strahlen schneiden; alle Durchschnittspunkte je zweier benachbarten in einerlei Ebene reflectirten Strahlen geben eine

krumme Linie, die man Brennlinie oder kaustische Linie nennt, und deren Natur von der Natur der spiegelnden Fläche abhängt. Alle durch eine spiegelnde krumme Oberfläche erzeugten Brennlinien bilden zusammengenommen eine krumme Fläche, welche kaustische Fläche heißt. In der Nähe derselben ist die Intensität des Lichtes am größten, wie man dies an der herzförmigen Linie sehen kann,

Fig. 268.



die sich innerhalb eines cylindrischen Gefäßes oder eines Ringes zeigt, wenn derselbe vom Sonnenlichte oder dem Lichte einer Flamme beleuchtet wird. Die Fig. 268 erläutert die Entstehung der Brennlinie.

Drittes Capitel.

Dioptrik oder Brechung des Lichtes.

Das Brechungsgesetz. Unter **Brechung** versteht man die Ablenkung, 127
die Richtungsveränderung, welche ein Lichtstrahl erleidet, wenn er aus einem Mittel in ein anderes übergeht. Daß überhaupt eine solche Richtungsveränderung stattfindet, davon kann man sich leicht durch folgenden Versuch überzeugen.

Auf den Boden eines Gefäßes $v v'$, Fig. 269, lege man ein Geldstück oder

Fig. 269.

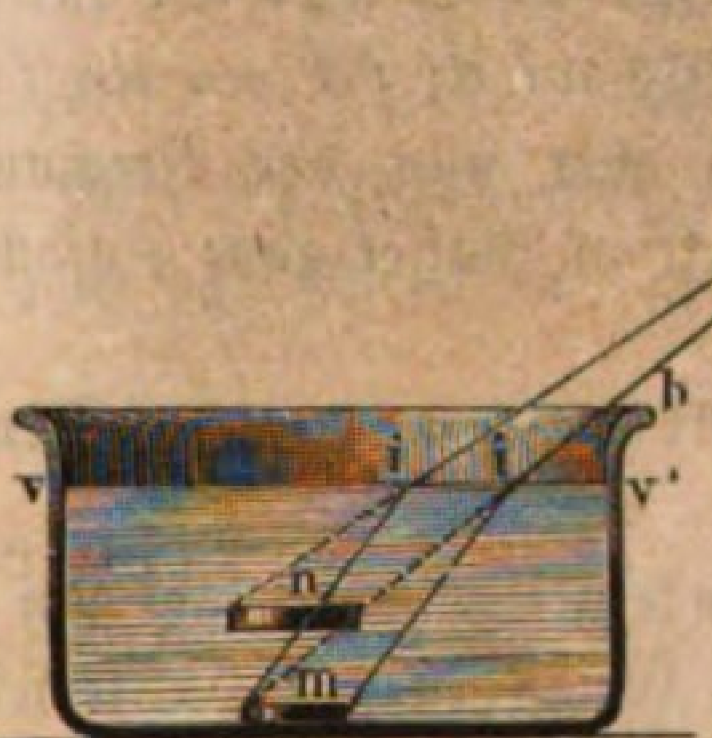
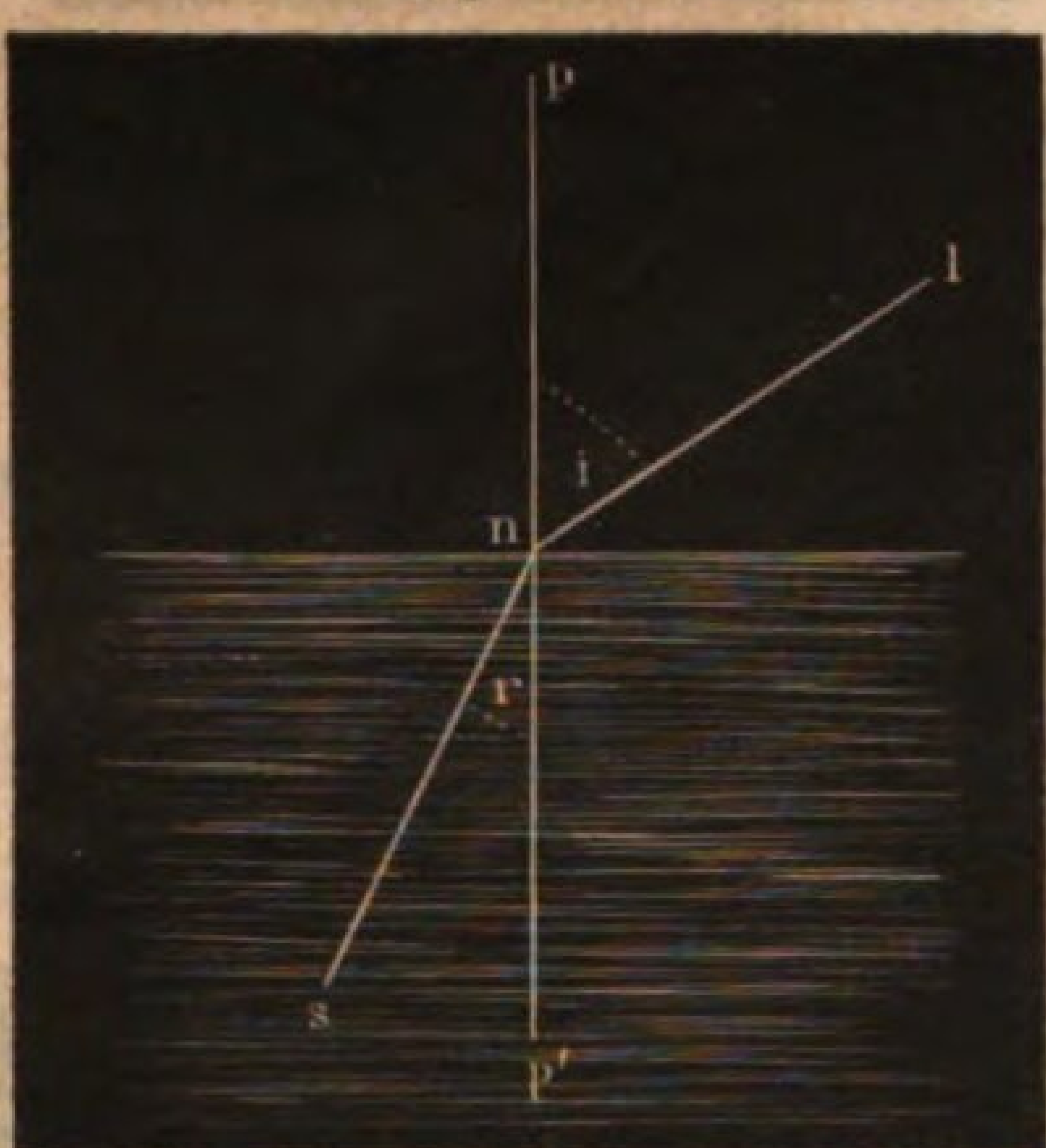


Fig. 270.



sonst ein Metallstück m und halte das Auge a so, daß man eben den Rand desselben sieht, während das ganze Stück durch den Rand b des Gefäßes verdeckt erscheint. Wenn nun Wasser in das Gefäß gegossen wird, so scheint sich das Geldstück in dem Maße zu erheben, in welchem das Niveau des Wassers im Gefäße steigt, bis endlich das ganze Geldstück sichtbar ist und bei n zu liegen scheint, obgleich nach wie vor dieses sowohl als auch das Auge an seiner Stelle bleibt. Das Licht gelangt jetzt nicht mehr in gerader Linie von m nach a, sondern es beschreibt die gebrochene Linie $m i a$.

Der **Einfallswinkel** i, Fig. 270, ist bei der Brechung wie bei der Spiegelung der Winkel, welchen der einfallende Strahl $l n$ mit der im Einfallspunkte errichteten Normalen, dem **Einfallslothe** $p n$, macht.

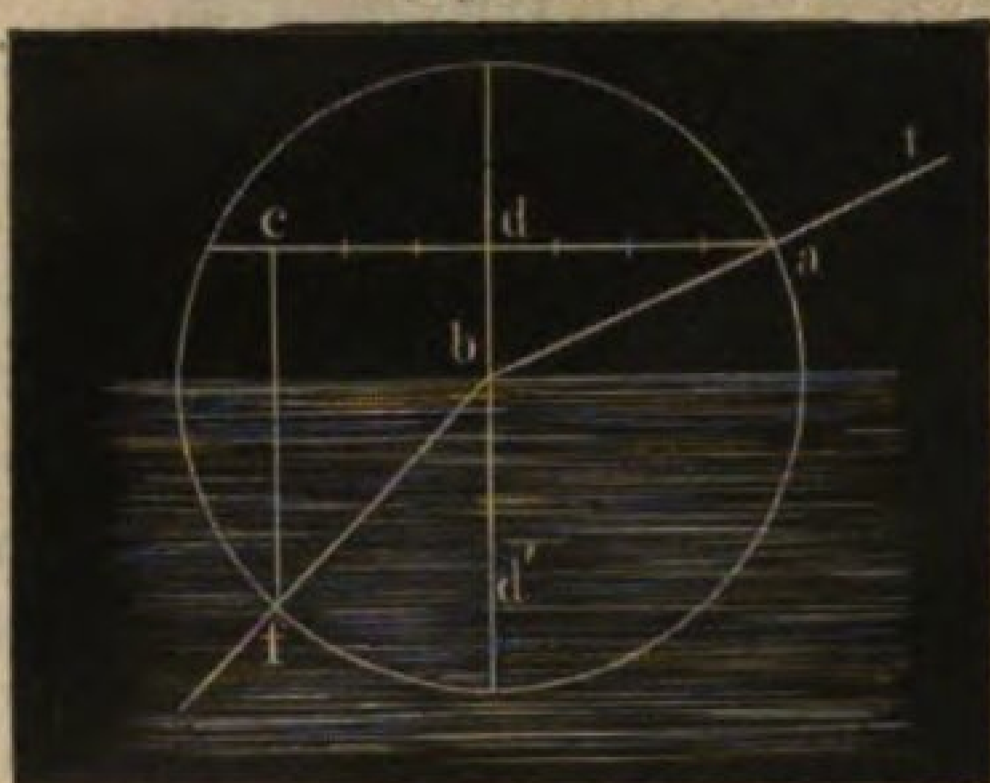
Der **Brechungswinkel** r ist derjenige, welchen der gebrochene Strahl ns mit der Verlängerung np' des Einfallslothes macht.

Die **Einfallsebene** ist die durch den einfallenden Strahl und das Einfallsloth, die **Brechungsebene** die durch den gebrochenen Strahl und das Einfallsloth gelegte Ebene.

Die Brechungsebene fällt mit der Einfallsebene zusammen; zwischen dem Einfallswinkel und dem Brechungswinkel besteht aber folgende Beziehung:

In Fig. 271 sei tb ein Lichtstrahl, welcher auf eine Wasserfläche trifft, bf sei der entsprechende gebrochene Strahl.

Fig. 271.



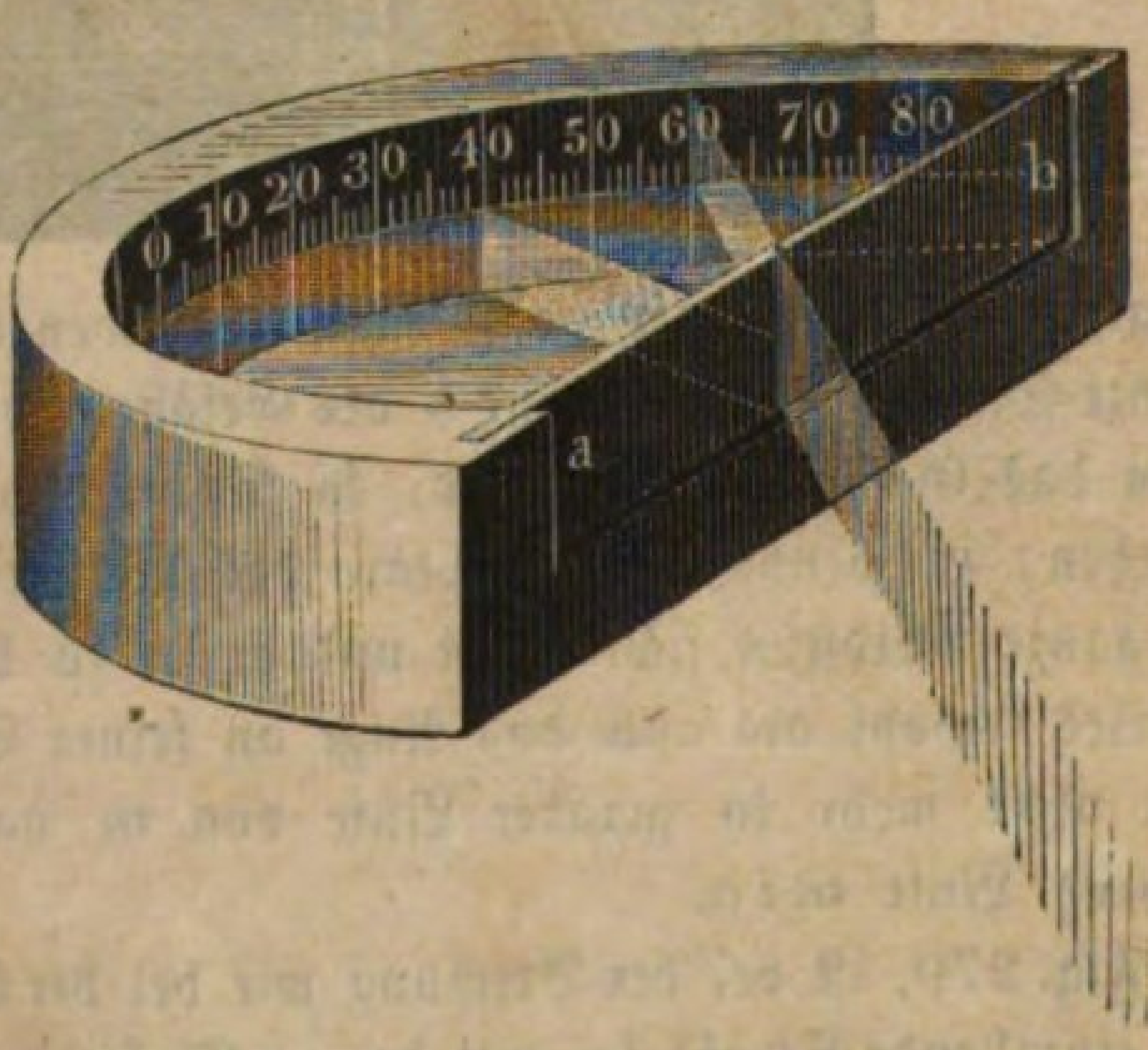
Denkt man sich nun um b einen Kreis gezogen, so schneidet derselbe den einfallenden Strahl bei a, den gebrochenen bei f; fällt man nun von a ein Perpendikel ad, von f ein Perpendikel fd' auf das Einfallsloth, so wird fd' stets $^3/_4$ von ad sein.

Wenn der Radius des Kreises $= 1$ gesetzt wird, so nennt man die erwähnten Perpendikel die **Sinus** der entsprechenden Winkel; es ist ad der Sinus des Winkels abd; $fd' = sin. fbd'$. Durch die Einführung dieser Bezeichnung läßt sich aber nun das Brechungsgesetz für den Uebergang der Lichtstrahlen aus Luft in Wasser ganz einfach so ausdrücken:

Der Sinus des Brechungswinkels ist stets $^3/_4$ von dem Sinus des entsprechenden Einfallswinkels.

Das **Brechungsgesetz**, wie es eben auseinandergesetzt wird, läßt sich mit Hülfe des Apparates, Fig. 272, nachweisen. Das Gefäß ist zur Hälfte seiner Höhe mit Wasser gefüllt.

Fig. 272.



Ein Lichtstrahl nun, welcher durch eine Spalte in der Mitte der undurchsichtigen Wand ab in das Gefäß eindringt, wird in der oberen Hälfte in gerader Richtung fortgehen, im Wasser aber gebrochen werden. An der Theilung der hinteren halbkreisförmigen Wand kann man die Größe des Einfalls- und des Brechungswinkels ablesen. Es versteht sich von selbst, daß die Spalte in der Mitte

von ab durch Glas verschlossen ist. Am besten macht man die Wand ab aus einer Glasplatte, welche bis auf einen schmalen Streifen in der Mitte mit undurchsichtiger Farbe bestrichen ist.

Beim Uebergange aus Luft in Glas erleiden die Lichtstrahlen eine stärkere Ablenkung als beim Uebergange aus Luft in Wasser; denn in diesem Falle ist der Sinus des Brechungswinkels ungefähr $^2/_3$ vom Sinus des Einfallswinkels.

Der Quotient, welchen man erhält, wenn man den Sinus des Brechungswinkels in den Sinus des Einfallswinkels dividirt, ist für jede Substanz ein anderer; dieser Quotient wird mit dem Namen des **Brechungsexponenten** bezeichnet. Der Werth des Brechungsexponenten ist beim Uebergange des Lichtstrahls aus Luft in

Wasser . . .	$^4/_3$
Glas . . .	$^3/_2$
Diamant . .	$^5/_2$.

Beim Uebergange aus Luft in Diamant ist also der Sinus des Einfallswinkels $2^1/_2$ mal so groß als der Sinus des Brechungswinkels; im Diamant erleiden also die Lichtstrahlen eine sehr starke Ablenkung, der Diamant ist eine sehr stark brechende Substanz.

Allgemein läßt sich also das Brechungsgesetz so ausdrücken:

$$\frac{sin.\ i}{sin.\ r} = n.$$

Ist n der Brechungsexponent beim Uebergange des Strahles aus dem Mittel A in das Mittel B, ist ferner m der Brechungsexponent beim Uebergange aus A in das Mittel C, so ist $\frac{m}{n}$ der Brechungsexponent beim Uebergange von B in C.

Es ist z. B. $^4/_3$ der Brechungsexponent beim Uebergange aus Luft in Wasser, er ist $^3/_2$, wenn der Strahl aus Luft in Glas übergeht, folglich ist $^3/_2 : ^4/_3 = ^9/_8$ der Brechungsexponent beim Uebergange des Strahles aus Wasser in Glas.

Der größte Werth, welchen der Einfallswinkel beim Uebergange in ein stärker brechendes Mittel haben kann, ist 90°, und da $sin.\ 90^0 = 1$, so hat man für diesen Fall

$$sin.\ r = \frac{1}{n}.$$

Der sich aus dieser Gleichung ergebende Werth von r wird der **Gränzwinkel** genannt. Für Luft und Wasser ist $n = ^4/_3$, also $\frac{1}{n} = ^3/_4 = 0{,}75$; nun ist aber $0{,}75 = sin.\ (48^0\ 35')$, mithin ist für Luft und Wasser 48° 35' der Gränzwinkel; niemals kann ein Lichtstrahl, welcher aus Luft in Wasser tritt, nach der Brechung einen größeren Winkel mit dem Einfallslothe machen.

Wenn hingegen ein Lichtstrahl, sich im Wasser fortpflanzend, einen Winkel von 48° 35' mit einem Einfallslothe macht, so wird er nach seinem Austritt in

die Luft einen Winkel von 90° mit dem Lothe machen, d. h. er wird sich parallel der Trennungsfläche bewegen; alle im Wasser sich bewegenden Strahlen aber, welche mit dem Einfallsloth einen Winkel machen, der den Werth des Gränzwinkels übersteigt, können gar nicht mehr austreten, sie werden an der Gränzfläche des Wassers vollständig gespiegelt. Dieser Fall der totalen Reflexion ist der einzige Fall einer Spiegelung auf durchsichtigen Körpern, bei welcher der Strahl fast nichts an seiner ursprünglichen Intensität verliert.

128 **Brechung des Lichtes in Prismen.** Wenn ein Lichtstrahl aus einem Mittel A in B und aus B wieder in A übergeht, so ist der austretende Strahl $n'l'$, Fig. 273, dem eintretenden parallel, wenn die beiden Gränzflächen von B einander parallel sind; ist dies jedoch nicht der Fall, so wird die Richtung des austretenden Strahls mehr oder weniger von der des eintretenden

Fig. 273.

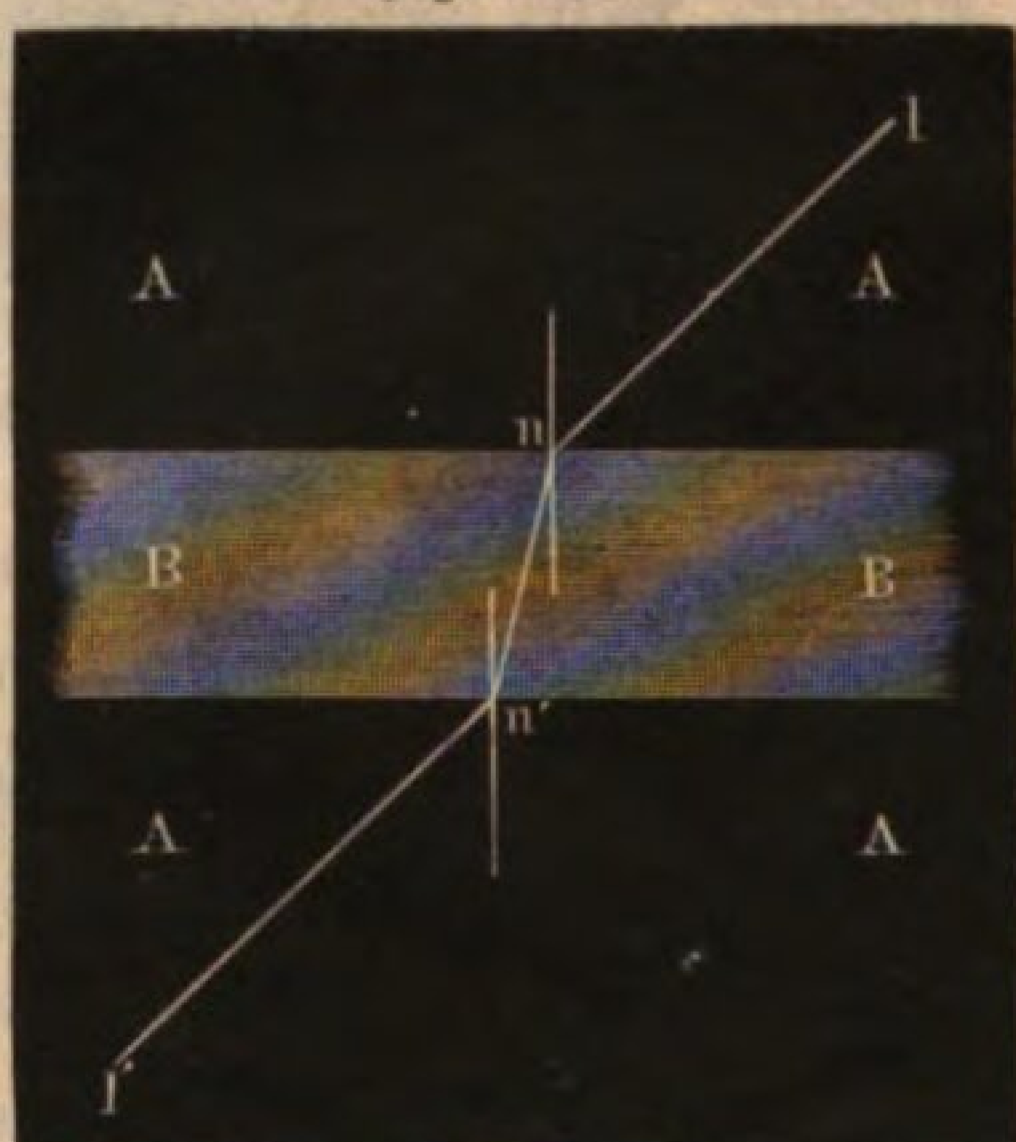
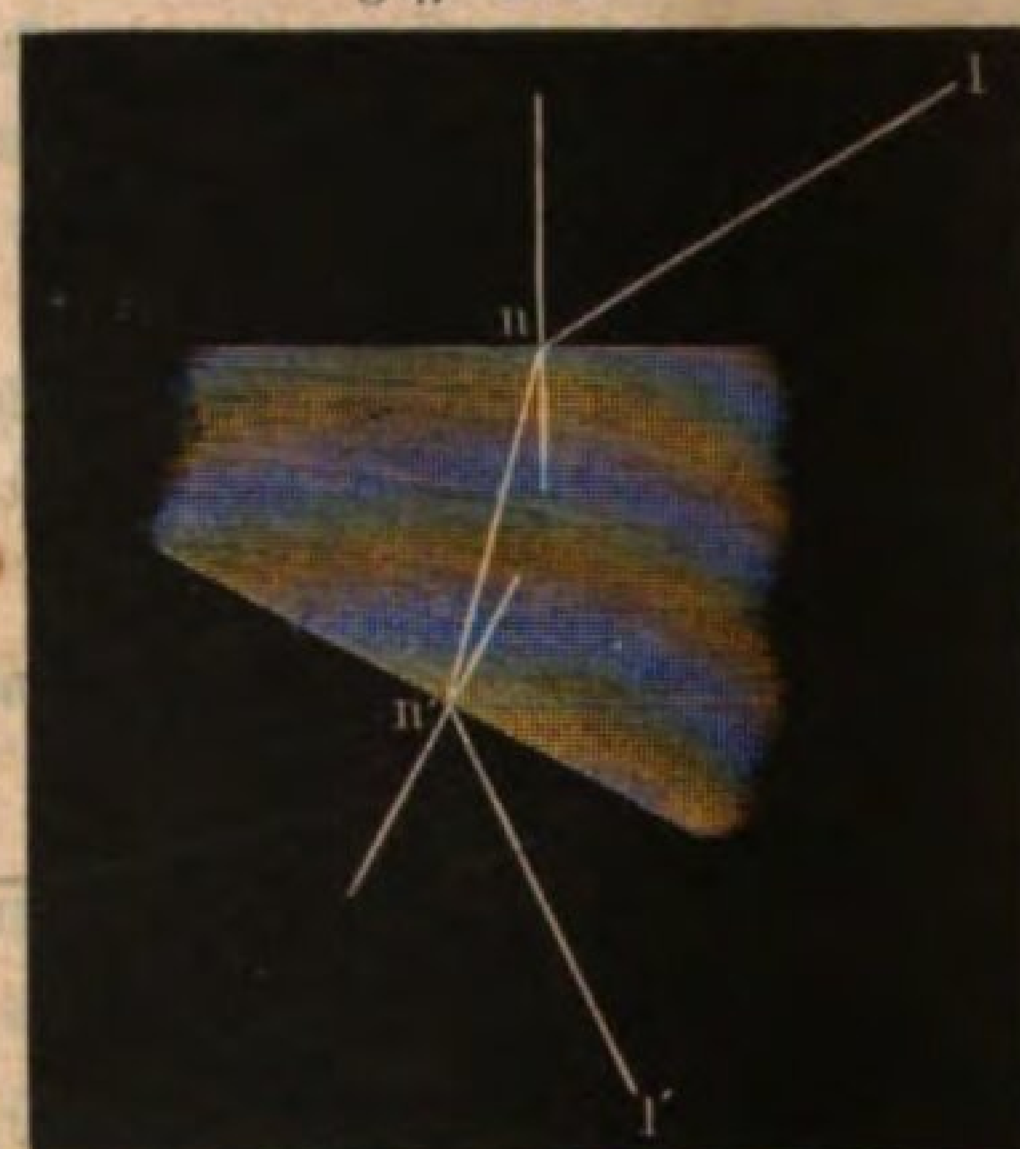


Fig. 274.



abweichen, Fig. 274. Mit Hülfe des Brechungsgesetzes ist es leicht, in jedem bestimmten Falle der Art den Weg des Lichtstrahls zu verfolgen.

In der Optik nennt man nun ein von zwei gegen einander geneigten Flächen begränztes Mittel ein Prisma. — Die Kante des Prismas ist die Linie, in welcher sich die beiden Gränzflächen schneiden oder doch schneiden würden, wenn sie hinreichend verlängert wären. — Die Basis eines Prismas ist irgend eine der brechenden Kante gegenüberliegende Fläche, mag sie nun in der Wirklichkeit vorhanden oder mag sie nur gedacht sein. — Der brechende Winkel ist der Winkel, welchen die brechenden Flächen des Prismas mit einander machen. — Hauptschnitt nennt man den Durchschnitt des Prismas mit einer auf seiner Kante rechtwinkligen Ebene.

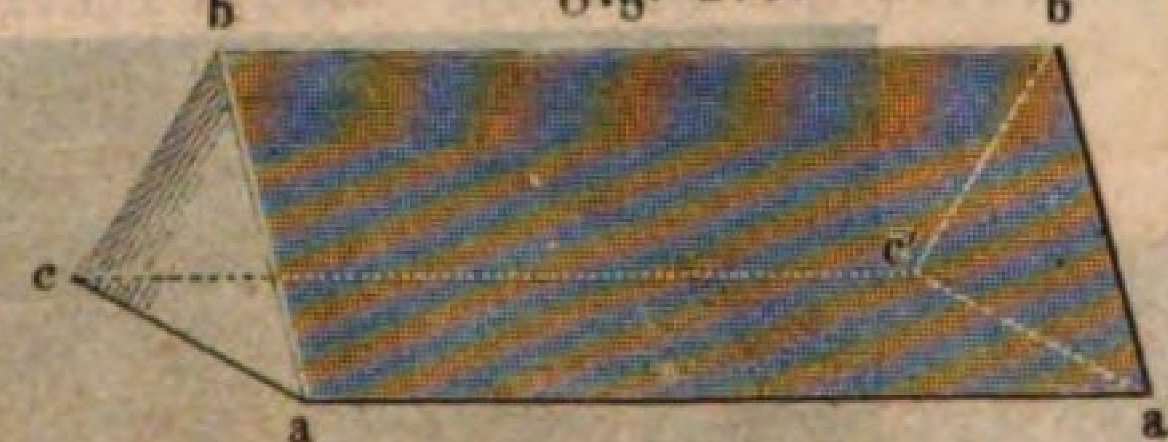
Gewöhnlich wendet man Prismen an, welche durch drei rechtwinklige Flächen $aba'b'$, $bcb'c'$ und $cac'a'$, Fig. 275, begränzt sind. Wenn das Licht durch die Flächen ab' und ac' hindurchgeht, so ist aa' die brechende Kante und die Fläche bc' die Basis; bb' ist brechende Kante, wenn der Lichtstrahl durch die Flächen ba' und bc' geht u. s. w.

Der Hauptschnitt eines solchen Prismas ist ein Dreieck, und je nachdem dieses Dreieck rechtwinklig, gleichschenklig oder gleichseitig ist, nennt man auch das Prisma selbst rechtwinklig, gleichschenklig oder gleichseitig.

Fig. 276.



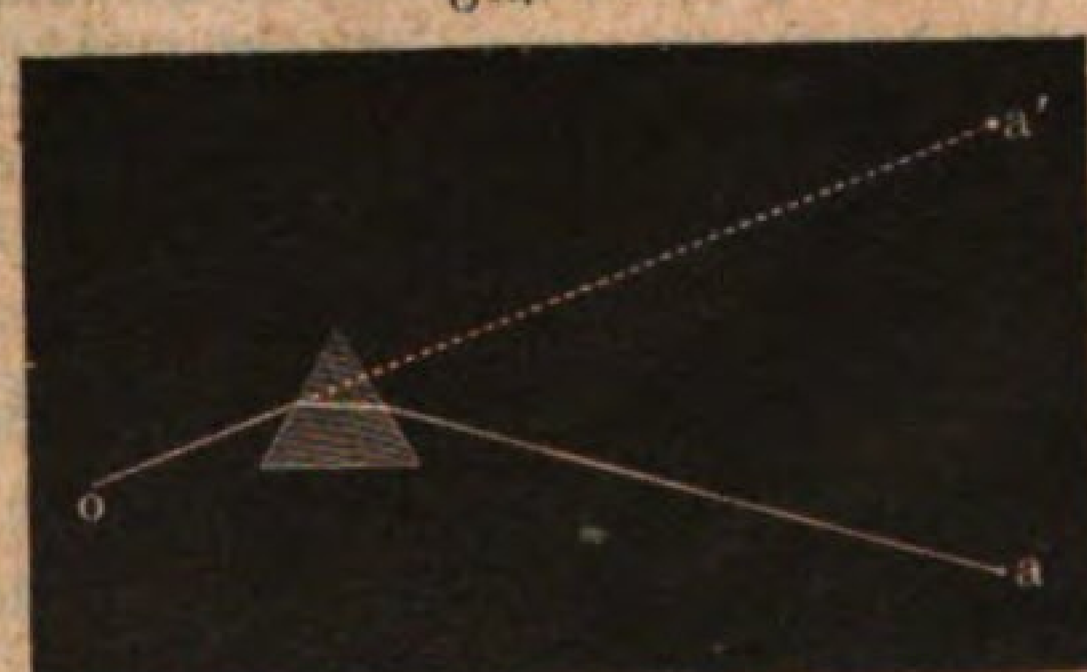
Fig. 275.



Gewöhnlich befestigt man die Prismen auf einem messingenen Stativ, Fig. 276. Indem man das Stäbchen *t* in der Röhre, in der es steckt, auf- und niederschiebt, kann man das Prisma höher oder tiefer stellen, und mittelst des Charniers bei *g* kann man ihm jede beliebige Stellung geben.

Hält man ein Prisma so, daß die brechende Kante nach oben gerichtet ist, so beobachtet man beim Hindurchsehen Folgendes: 1) erscheinen alle Gegenstände bedeutend von dem Orte, den sie wirklich einnehmen, verrückt, und zwar scheinen sie gehoben; das Auge *o*, Fig. 277, erblickt durch das Prisma den Gegenstand *a* in *a′*; 2) erscheinen durch das Prisma gesehen alle Gegenstände mit farbigen Rändern gesäumt. Wäre die brechende Kante nach unten gerichtet gewesen, so würden alle Gegenstände nach unten verrückt erscheinen. Ein verticales Prisma verrückt die Gegenstände nach der rechten oder linken Seite, je nachdem die brechende Kante auf der rechten oder linken Seite sich befindet. Wenn man die Versuche auf diese Weise abändert, so überzeugt man sich leicht, daß alle Gegenstände, durch das Prisma betrachtet, nach der Seite der brechenden Kante hin verrückt erscheinen.

Fig. 277.

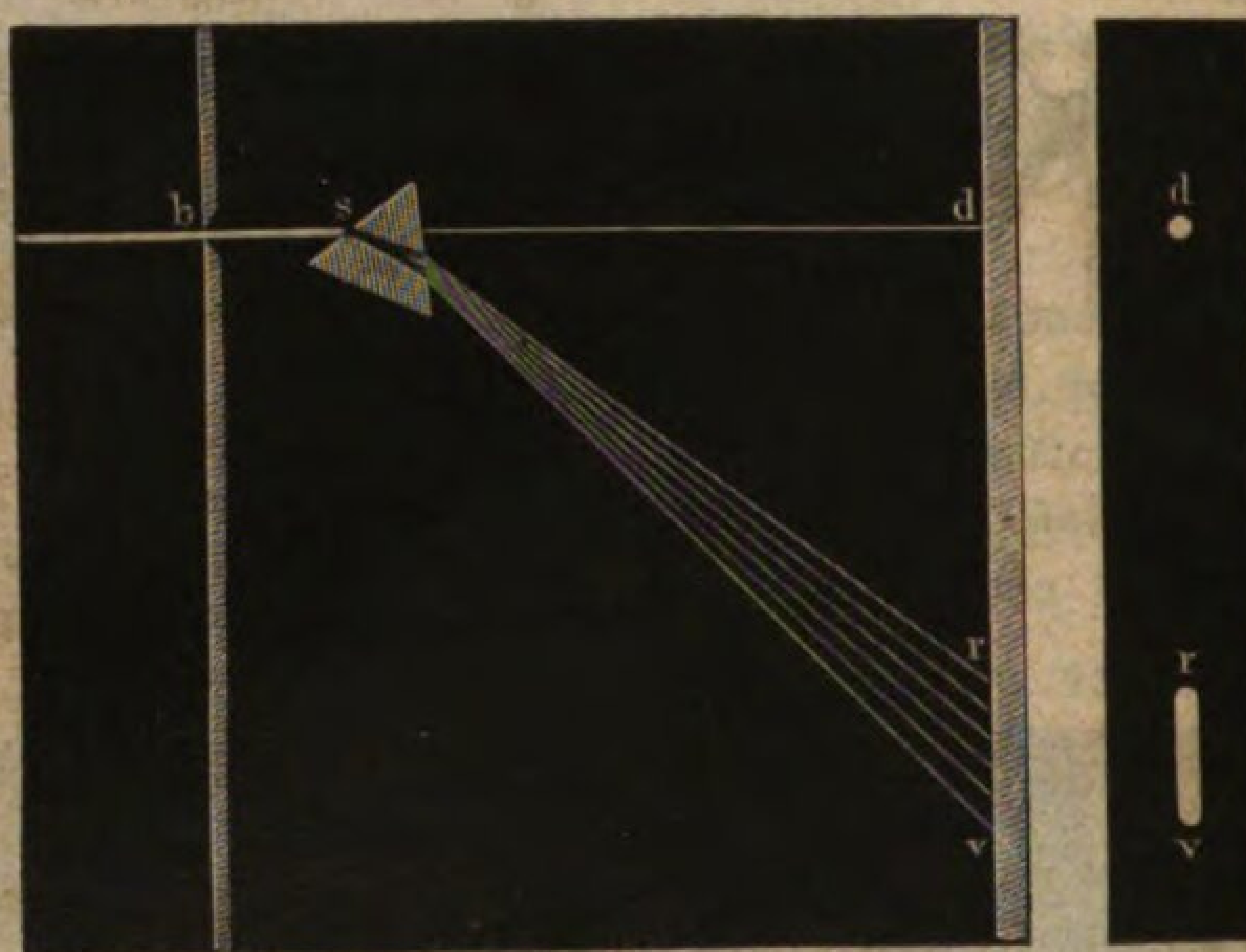


Wenn ein Sonnenstrahl durch eine feine Oeffnung in der Richtung *bd*, Fig. 278 (a. f. S.), in ein dunkles Zimmer tritt, und man ihn durch ein Prisma auffängt, so beobachtet man ebenfalls eine Ablenkung und eine Färbung. Das Prisma habe eine horizontale Stellung, und seine brechende Kante sei nach oben gerichtet, so erblickt man statt des weißen runden Sonnenbildchens, welches ohne das Prisma bei *d* erschienen wäre, ein ovales, mit den Regenbogenfarben gefärbtes Bild, das Sonnenspectrum, in *rv*. Wäre die brechende Kante

16*

nach unten gerichtet, so würde das farbige Sonnenbild über *d* erschienen sein. Durch ein verticales Prisma wird, je nach seiner Stellung, das Sonnenbild rechts oder links abgelenkt.

Fig. 278.



Die eben angedeuteten Farbenerscheinungen werden wir später betrachten und uns vor der Hand nur mit der Ablenkung beschäftigen.

Ein Prisma lenkt unter übrigens gleichen Umständen die Lichtstrahlen um so stärker ab, je größer der brechende Winkel ist. Beträgt dieser Winkel 60°, so ist die Ablenkung stärker, als wenn er nur 45° betrüge.

Ein Prisma, welches aus einer stärker brechenden Substanz besteht, lenkt die Lichtstrahlen stärker ab, als ein ganz gleich geformtes Prisma einer schwächer brechenden Substanz. In einem Wasserprisma ist die Ablenkung geringer als in einem Glasprisma.

In einem und demselben Prisma hängt die Größe der Ablenkung noch von der Richtung ab, in welcher die Lichtstrahlen auf die erste Fläche treffen. Wenn man durch ein Prisma einen Gegenstand betrachtet, so sieht man, wie das Bild sich bald weiter von der Stelle des Gegenstandes entfernt, bald sich ihm wieder nähert, wenn man das Prisma um seine Axe dreht. Die kleinste Ablenkung findet für den Fall Statt, daß die Strahlen das Prisma symmetrisch durchlaufen.

Um Prismen aus Flüssigkeiten zu bilden, wendet man Hohlprismen an, deren Seitenwände durch geschliffene Glasplatten gebildet sind.

129 **Sphärische Linsen.** Linsen nennt man durchsichtige durch zwei krumme Oberflächen begränzte Körper, welche die Eigenschaft haben, ein Strahlenbündel, welches sie trifft, mehr convergent oder mehr divergent zu machen.

Wir beschäftigen uns hier nur mit sphärischen Linsen, d. h. mit solchen, deren Gränzflächen Stücke von Kugeloberflächen sind, weil diese allein zu optischen Instrumenten verwendet werden.

Man unterscheidet zwei Hauptarten von Linsen, nämlich:

1) **Sammellinsen**, welche in der Mitte dicker sind als am Rande, und
2) **Zerstreuungslinsen**, bei welchen das Umgekehrte stattfindet.

Fig. 279 stellt drei verschiedene Formen von **Sammellinsen** oder, wie man sie auch nennt, von **Convexlinsen** dar. Nr. 1 ist eine **biconvexe**, Nr. 2 eine **planconvexe** und Nr. 3 endlich eine **concavconvexe** Linse.

Fig. 279.



Fig. 280.

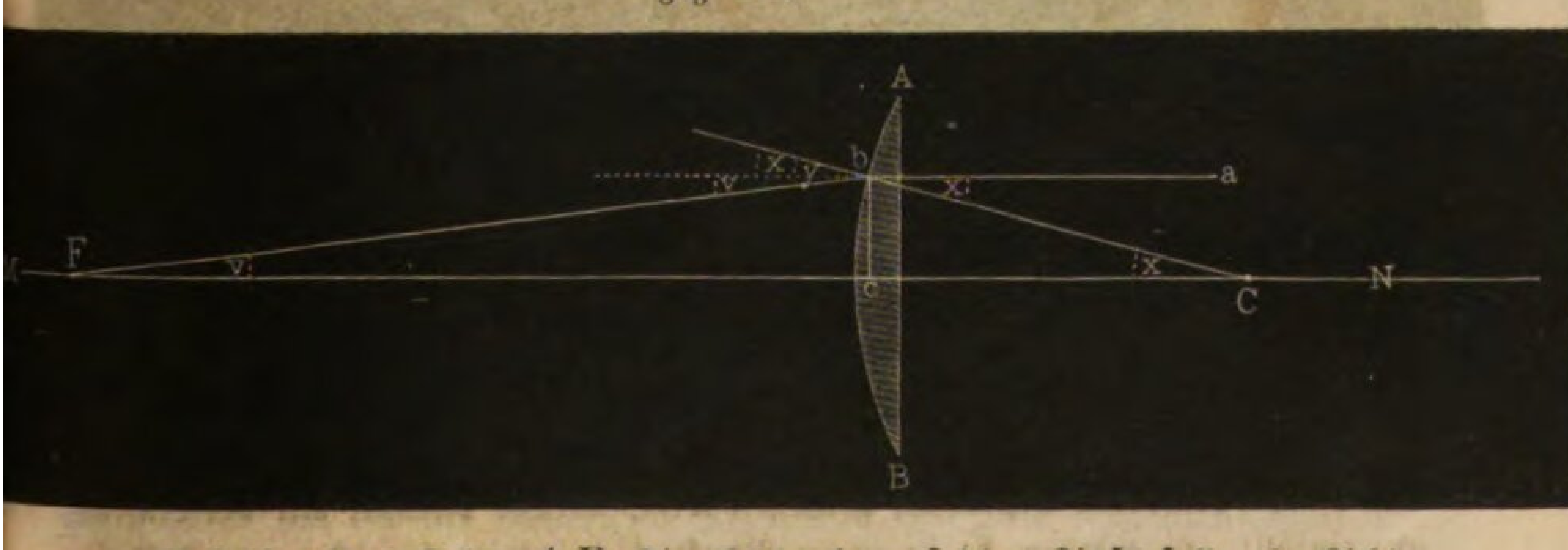


Fig. 280 stellt drei verschiedene Formen der **Zerstreuungs-** oder **Concavlinsen** dar, nämlich Nr. 1 eine **biconcave**, Nr. 2 eine **planconcave** und Nr. 3 eine **convexconcave** Linse. — Die Formen Nr. 3 in Fig. 279 und Fig. 280 werden auch **Menisken** genannt. —

Die **Axe einer Linse** ist die gerade Linie, welche die Mittelpunkte der beiden Kugeloberflächen verbindet, durch welche die Linse gebildet wird. Bei den planconvexen und planconcaven Linsen ist die Axe das von dem Krümmungsmittelpunkte der gewölbten Fläche auf die ebene Fläche gefällte Perpendikel.

Sammellinsen. Um die wichtigsten Sätze über die Wirkung der Sam- 130
mellinsen abzuleiten, wollen wir von der Betrachtung des einfachsten Falles, nämlich der planconvexen Linsen, Fig. 279 Nr. 2 ausgehen.

Fig. 281.



Auf die ebene Seite AB, Fig. 281, einer solchen Linse falle ein Lichtstrahl ab parallel mit der Axe MN, so wird er ungebrochen in die Glasmasse eintreten und bei b austretend nach der Richtung bF gebrochen werden. Wir wollen den Abstand des Punktes F, in welchem der austretende Strahl die Axe schneidet, von der Linse, also die Länge Fc bestimmen.

Ziehen wir den Krümmungshalbmesser bC, so ist x der Winkel, welchen der Strahl vor, y der Winkel, welchen er nach der Brechung in b mit der Richtung dieses Einfallslothes bC macht; wir haben aber $sin. y = n\, sin. x$, wenn n den Brechungsexponenten bezeichnet, und ferner $y = n x$, so lange der Winkel x klein bleibt.

Der Winkel v, welchen der austretende Strahl bF mit der Axe macht, ist nun offenbar gleich $y - x$. Nehmen wir n, den Brechungsexponenten des Glases gleich $^3/_2$, so ist

$$y = {}^3/_2\, x$$

und

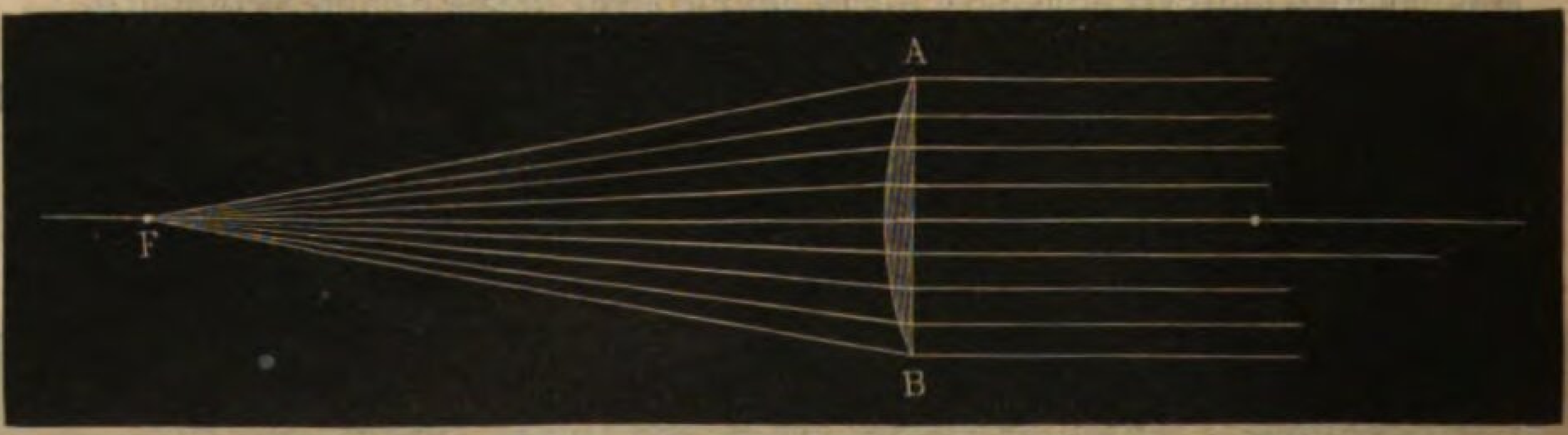
$$v = y - x = {}^3/_2\, x - x = {}^1/_2\, x,$$

daraus folgt aber, daß $Fc = 2\, cC$ oder, wenn man die Dicke der Linse als unbedeutend vernachlässigt, daß der Punkt F doppelt so weit von der Linse entfernt ist, als der Krümmungsmittelpunkt C.

Bei dieser Entwickelung ist kein specieller Werth von x zu Grunde gelegt worden, die Lage des Punktes F bleibt also dieselbe, wie sich x auch ändern möge, vorausgesetzt nur, daß es nicht zu groß werde. Mit anderen Worten lautet das eben abgeleitete Resultat:

Wenn auf eine planconvexe Glaslinse, Fig. 282, ein Bündel Lichtstrahlen parallel mit der Axe einfällt, so werden sie in einem Punkte F vereinigt, welcher um den doppelten Krümmungshalbmesser der gewölbten Seite von dem Glase absteht.

Fig. 282.



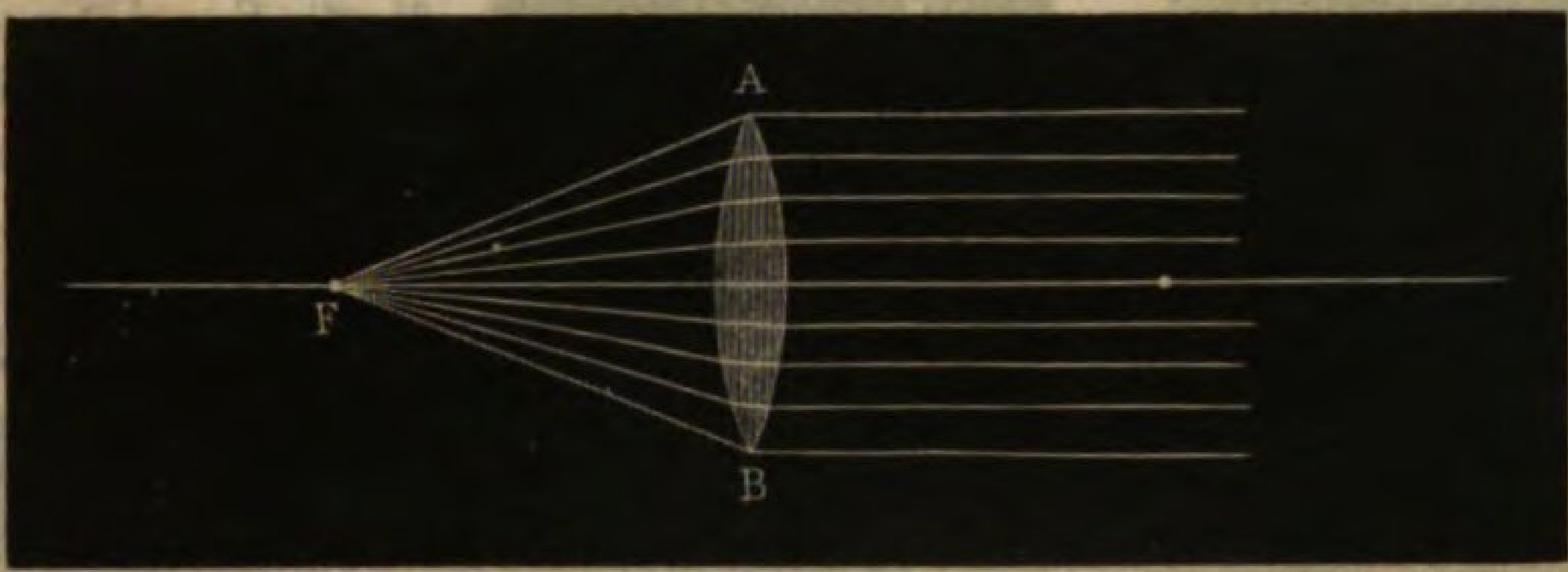
Eine biconvexe Linse kann als eine Combination zweier planconvexen betrachtet werden, welche mit ihren flachen Seiten an einander gelegt sind.

Eine biconvexe Linse, deren beide Flächen den Krümmungshalbmesser r haben, wird aber die Lichtstrahlen doppelt so stark von ihrer Richtung ablenken als eine planconvexe Linse, deren gewölbte Seite denselben Krümmungshalbmesser r hat. Wenn also eine gleichgewölbte biconvexe Linse AB, Fig. 283, von einem Bündel Lichtstrahlen getroffen wird, welches parallel mit der Linsenaxe einfällt, so werden sie in einem Punkt F vereinigt, welcher nur halb so weit vom Glase absteht, als im vorigen Fall, welcher also mit dem entsprechenden Krümmungsmittelpunkt der Linse zusammenfällt.

Der Punkt F, in welchem durch eine Linse ein parallel mit der Axe auf dieselbe fallendes Strahlenbündel vereinigt wird, heißt der Focus oder Brenn-

punkt der Linse der Abstand des Brennpunktes von der Linse heißt die Focaldistanz oder die Brennweite der Linse.

Fig. 283.



Die obigen Bestimmungen der Brennweite gelten nur für Linsen, deren Substanz den Brechungsexponenten $^3/_2$ oder 1,5 hat. Der Brechungsexponent der meisten Glassorten ist aber etwas größer, nämlich 1,52 bis 1,55, folglich wird auch die Brennweite der Glaslinsen etwas kleiner sein, als eben angegeben wurde. Für eine Wasserlinse würde die Brennweite größer, für eine Edelsteinlinse würde sie kleiner sein, als für eine gleichgeformte Glaslinse.

Ist einmal der Brennpunkt einer Linse bekannt, so kann man auch bestimmen, in welchem Punkte diejenigen Strahlen durch die Linse wieder vereinigt werden, welche von irgend einem leuchtenden Punkte ausgehend auf dieselbe fallen. Zunächst wollen wir nur solche leuchtende Punkte in Betracht ziehen, welche auf der Axe der Linse liegen.

Ein mit der Axe parallel auf die Linse fallendes Strahlenbündel kann man betrachten, als käme es von einem auf der Axe liegenden, aber unendlich weit entfernten leuchtenden Punkte. — Nehmen wir nun an, der leuchtende Punkt sei der Linse näher gerückt, er befinde sich in S, Fig. 284 (a. f. S.), so findet man den Vereinigungspunkt der von S aus auf die Linse fallenden Strahlen, wenn man den Punkt R ermittelt, in welchem ein Randstrahl SA nach seinem Durchgang durch die Linse die Axe schneidet.

Wie wir oben gesehen haben, ändert sich die durch ein Prisma hervorgebrachte Ablenkung mit der Richtung der einfallenden Strahlen; sobald aber der brechende Winkel des Prismas hinlänglich klein ist, wird diese Aenderung unmerklich, so daß man für Prismen von kleinem brechenden Winkel ohne merklichen Fehler annehmen kann, daß sie alle Strahlen, welche auf dieselben fallen, stets um gleich viel von ihrer ursprünglichen Richtung ablenken. Dies findet nun auch seine Anwendung bei Linsen. Der Randstrahl SA wird ebenso stark durch die Brechung am Rande der Linse abgelenkt, wie der Strahl NA, welcher parallel mit der Axe einfällt. — NA wird aber nach dem Brennpunkt F gebrochen, der einfallende und austretende Strahl machen also einen Winkel NAF mit einander. Eben so groß muß der Winkel RAS sein. Man findet also die Richtung des austretenden Strahles AR, wenn man über AF einen Winkel x aufträgt, welcher eben so groß ist als der Winkel y (NAS), um welchen der einfallende Strahl AS unter AN liegt.

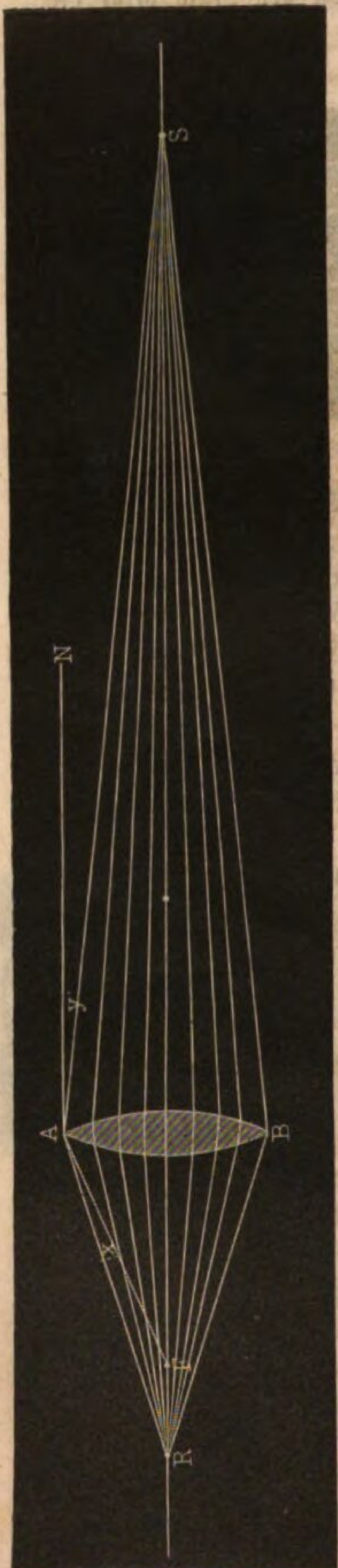


Fig. 284.

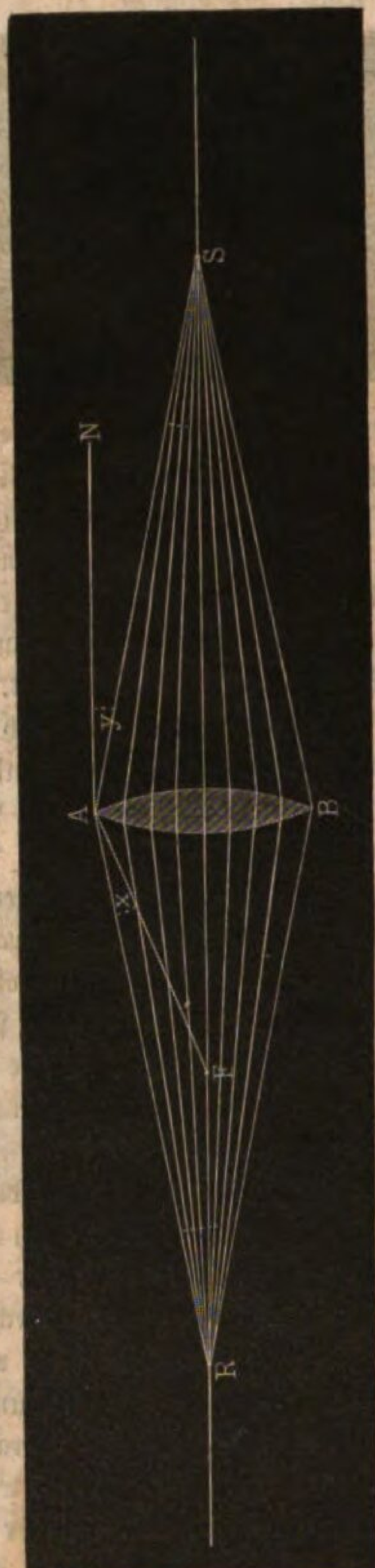


Fig. 285.

Aus dieser Construction geht hervor, daß wenn der leuchtende Punkt S auf der Axe der Linse näher rückt, der Vereinigungspunkt R sich von der Linse entfernen müsse. Bei fortdauernder Annäherung des leuchtenden Punktes wird also auch einmal der Fall eintreten, wo der leuchtende Punkt S und der Vereinigungspunkt R gleich weit von der Linse abstehen, wie Fig. 285. Für diesen Fall müssen der austretende Strahl AR und der eintretende SA gleiche Winkel mit der Axe machen, es muß Winkel SRA gleich RSA sein. Da nun auch $y = RSA$ und $x = y$, so ist ferner x gleich Winkel SRA, oder das Dreieck RAF ist ein gleichschenkliges und $RF = FA$, der Punkt R ist also um die doppelte Brennweite von der Linse entfernt.

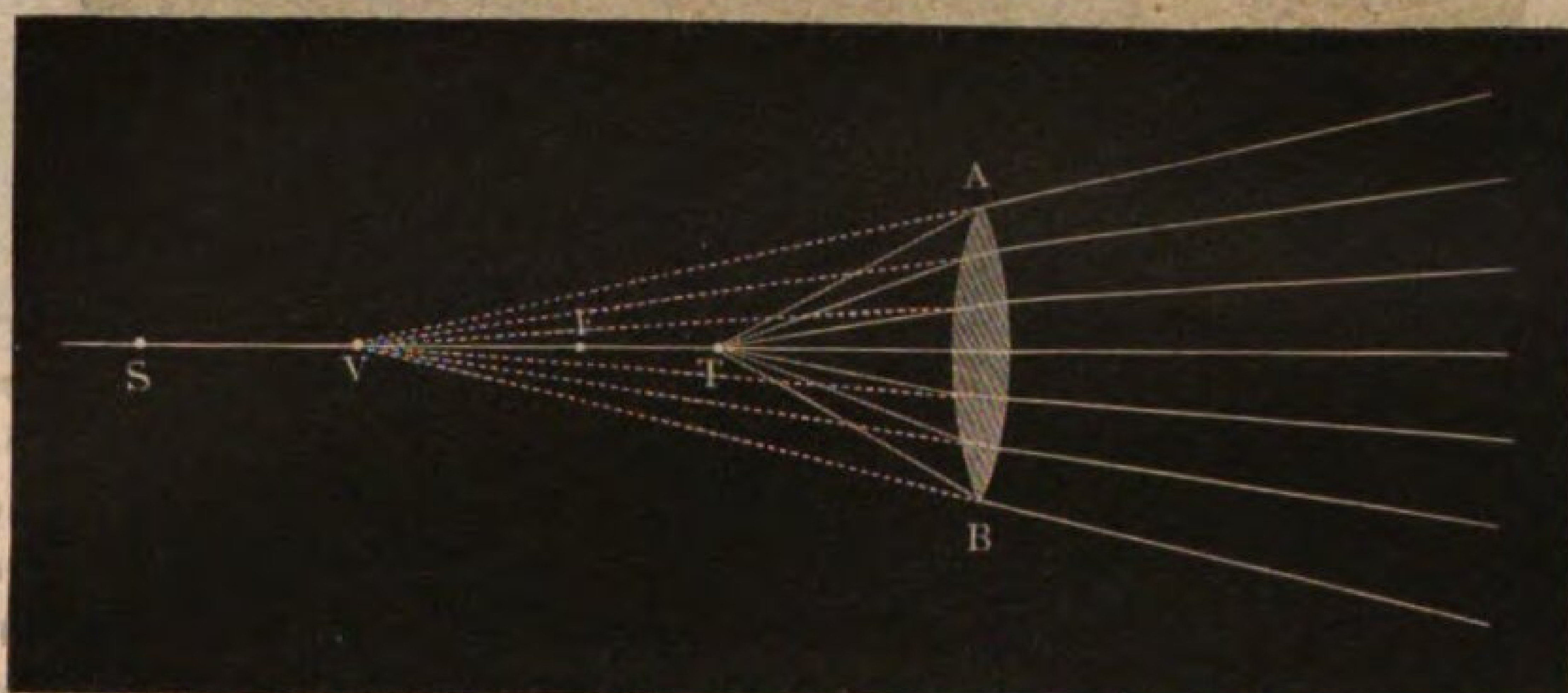
Wenn also der leuchtende Punkt um die doppelte Brennweite von der Linse entfernt ist, so befindet sich der Vereinigungspunkt auf der anderen Seite in gleichem Abstande von der Linse.

Nähert sich der leuchtende Punkt der Linse

noch mehr, so muß sich der Vereinigungspunkt noch weiter entfernen; wäre *R*, Fig. 284, ein leuchtender Punkt, so wäre *S* der entsprechende Vereinigungspunkt. Rückt der leuchtende Punkt in den Brennpunkt der Linse, so rückt der Vereinigungspunkt in unendliche Entfernung. Die von dem Brennpunkte *F*, Fig. 283, aus auf die Linse fallenden Strahlen werden durch dieselbe in ein parallel mit der Axe austretendes Strahlenbündel verwandelt.

Wenn der leuchtende Punkt *T*, Fig. 286, der Linse so nahe rückt, daß er noch innerhalb der Brennweite liegt, so ist der Strahlenkegel, welcher auf die

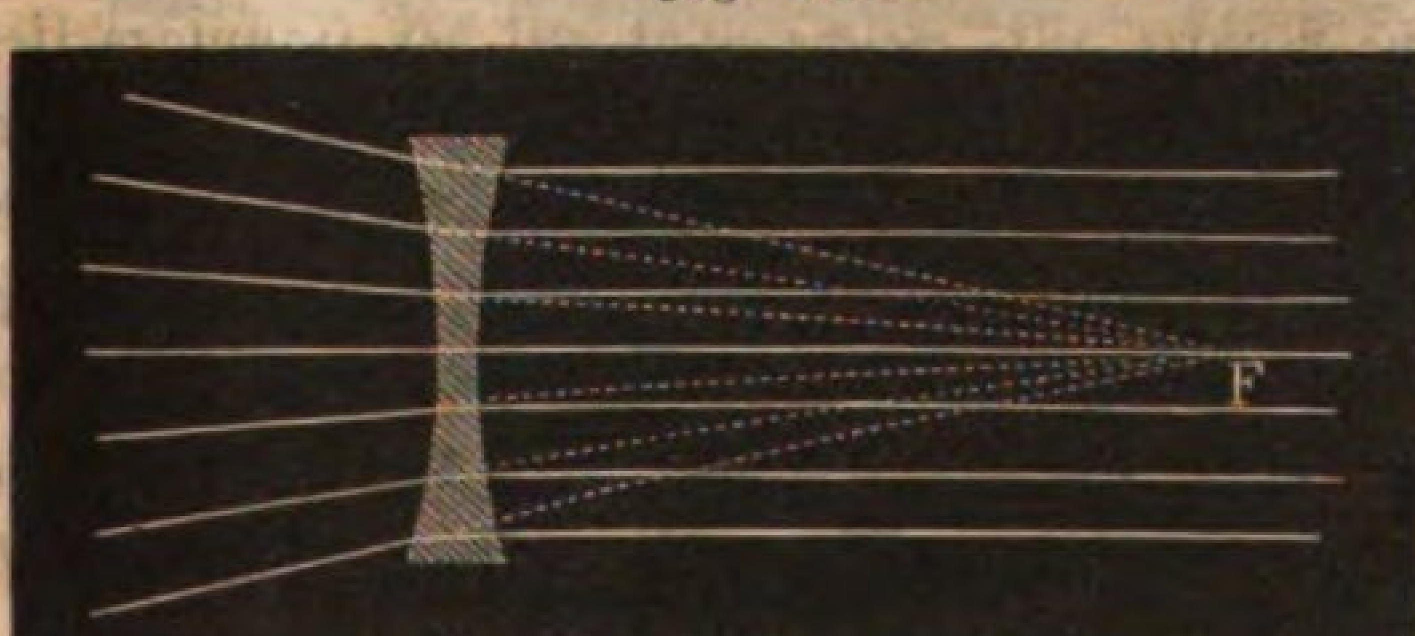
Fig. 286.



Linse trifft, so stark divergirend, daß die Linse nicht mehr im Stande ist, die Strahlen convergent, oder auch nur parallel zu machen, sie divergiren aber nach dem Durchgange durch die Linse weniger als vorher, sie verbreiten sich also so, als ob sie von einem Punkte *V* herkämen, welcher weiter von der Linse absteht, als der leuchtende Punkt.

Die Behauptung, daß alle von einem leuchtenden Punkte ausgehenden auf eine Sammellinse fallenden Strahlen durch dieselbe auch wieder in einem Punkte vereinigt werden, ist nur so lange richtig, als die Krümmung der Linse von der Mitte bis zum Rande gewisse Gränzen nicht überschreitet (für gleichgewölbte biconvexe Linsen darf der Bogen von der Mitte bis zum Rande höchstens 10° betragen). Wird die Krümmung der Linse bedeutender, so liegt der Vereinigungspunkt für die Randstrahlen näher bei der Linse als der Vereinigungspunkt der durch die Mitte der Linse hindurchgegangenen Strahlen, was eine Unreinheit der Linsenbilder veranlaßt. Der oben erwähnte Fehler zu stark gewölbter Linsen wird die sphärische Aberration genannt.

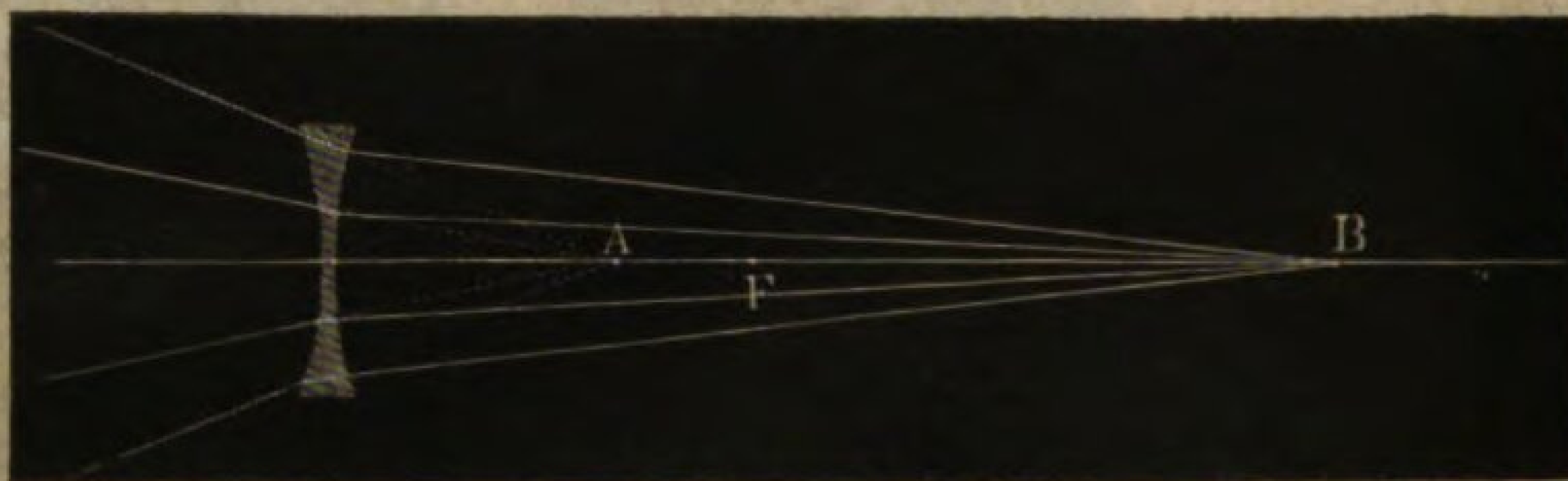
Fig. 287.



Hohllinsen. Aehnliche Betrachtungen lassen sich auch für Hohlgläser anstellen. Wenn die einfallenden Strahlen mit der Axe parallel sind, so divergiren die austretenden so, als kämen sie vom Hauptzer- 131

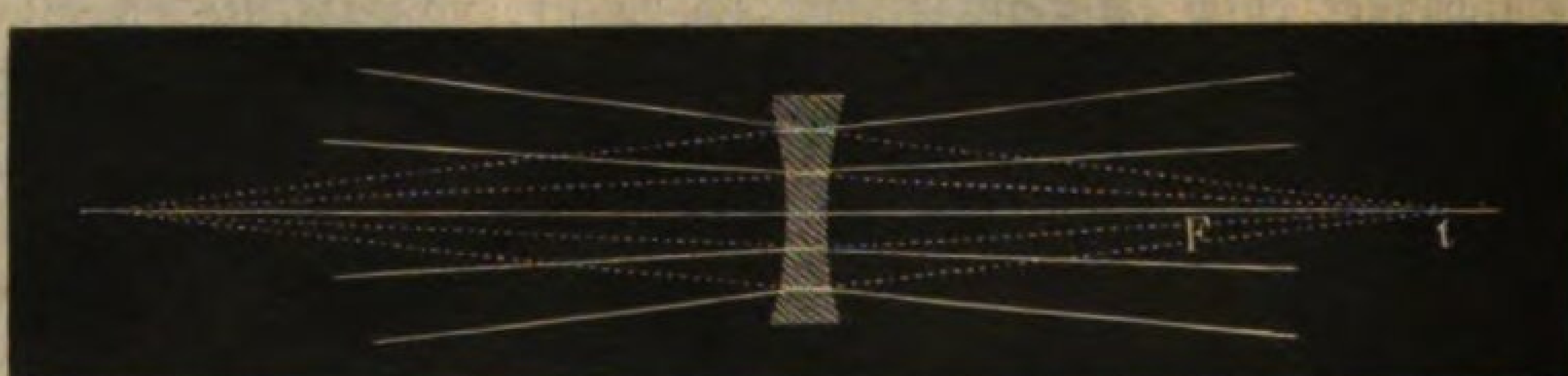
streuungspunkte F, Fig. 287 (a. v. S.); rückt aber der leuchtende Punkt näher, ist er etwa in B, Fig. 288, sind also schon die auffallenden Strahlen divergirend, so werden sie nach dem Durchgange durch das Glas noch stärker divergiren, als es für die parallel eintretenden Strahlen der Fall war, der Zerstreuungspunkt A rückt also um so mehr dem Glase näher, als der leuchtende Punkt näher kommt.

Fig. 288.



Es ist jetzt noch der Fall zu betrachten, daß die auffallenden Strahlen convergent sind. Wenn die einfallenden Strahlen nach dem Hauptzerstreuungspunkte F auf der anderen Seite des Glases hin convergiren, so werden die gebrochenen Strahlen nothwendig einander parallel austreten; es ist dies die Umkehrung des in Fig. 287 dargestellten Falles. Convergiren die einfallenden Strahlen stärker, so werden sie auch nach der Brechung noch convergiren; wenn aber die einfallenden Strahlen nach einem Punkte t, Fig. 289, convergiren, der

Fig. 289.



weiter vom Glase absteht als der Hauptzerstreuungspunkt, so divergiren sie noch, als ob sie von einem Punkte vor dem Glase kämen, wie man dies in der Figur sieht. Die Betrachtung dieses letzteren Falles ist für das Verständniß des Galiläischen Fernrohrs, wovon bald die Rede sein wird, wichtig.

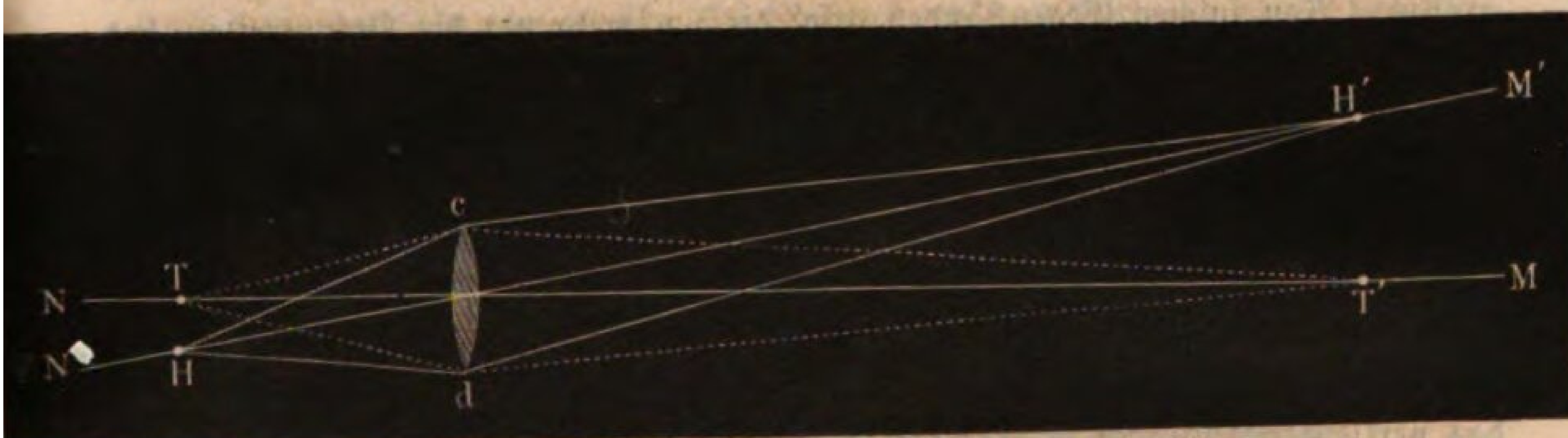
132 **Secundäre Axen.** Bisher haben wir nur solche leuchtende Punkte betrachtet, welche auf der Axe der Linse selbst liegen; es bleibt jetzt noch zu zeigen, daß das Gesagte auch für solche Punkte gilt, welche nicht auf der Hauptaxe liegen, vorausgesetzt, daß die Nebenaxen (secundäre Axen) nur einen kleinen Winkel mit der Hauptaxe machen. Mit dem Namen der Nebenaxe bezeichnet man die Linie, welche man sich von einem nicht auf der Hauptaxe liegenden Punkte durch die Mitte der Linse gezogen denken kann.

In Fig. 290 sei H ein nicht auf der Hauptaxe liegender leuchtender Punkt, so werden alle von ihm ausgehenden Lichtstrahlen in einem Punkte H'

vereinigt werden, welcher auf der Nebenaxe $M' N'$ eben so weit von der Linse absteht, wie der Vereinigungspunkt T' der Strahlen, welche von einem Punkte T ausgehen, welcher, auf der Hauptaxe liegend, eben so weit von der Linse entfernt ist wie H.

Es ist dies leicht zu beweisen. Der mittlere Strahl HM' geht ungebrochen durch die Linse hindurch; ferner ist $Hc = Tc$ und Winkel $c\,T\,M =$

Fig. 290.



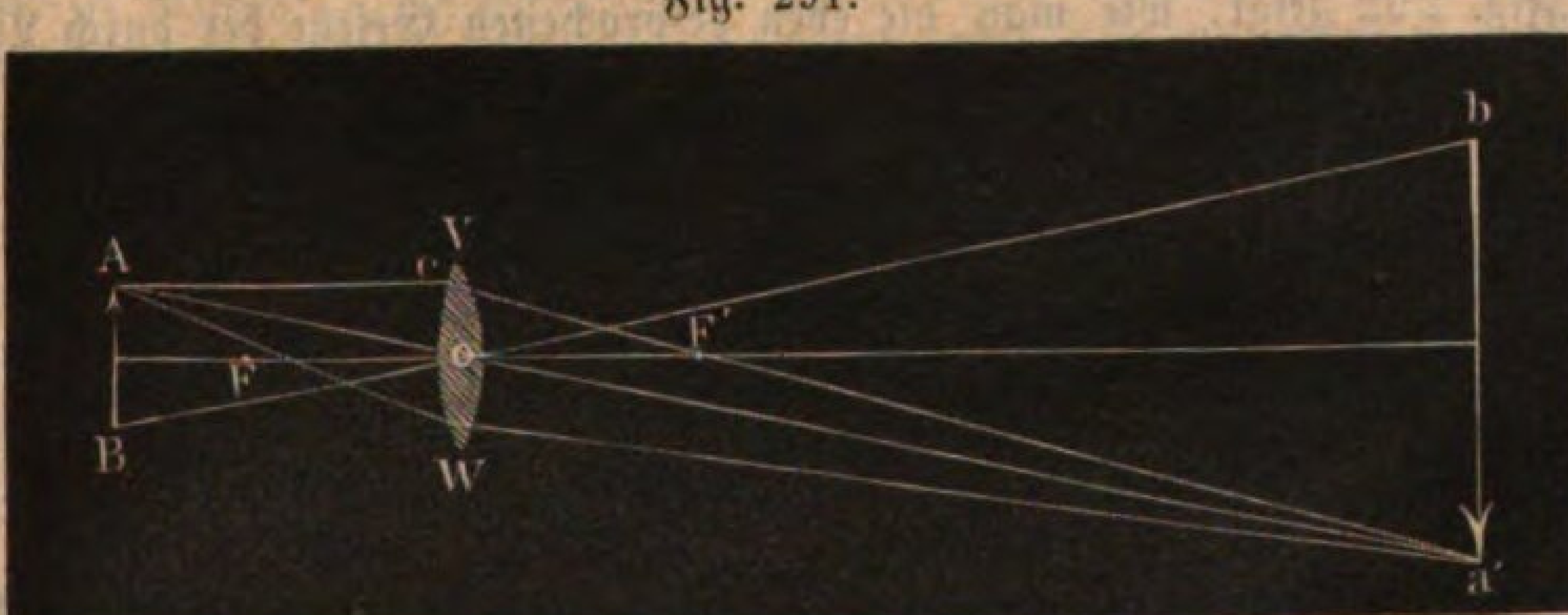
$c\,H\,M'$ (wenn auch nicht ganz genau, doch nahe); da der Strahl Tc in c eben so stark abgelenkt wird, wie Hc, so ist noch Winkel $H\,c\,H' = T\,c\,T'$, folglich ist das Dreieck $H\,c\,H' =$ Dreieck $T\,c\,T'$, folglich $T\,T' = H\,H'$. H' ist also eben so weit von der Linse entfernt wie T.

Dasselbe ergiebt sich auch aus der Vergleichung der Dreiecke $T\,d\,T'$ und $H\,d\,H'$.

Das **Feld** einer Linse ist der Winkel, welchen zwei der Nebenaxen mit einander noch machen können, ohne daß die Voraussetzungen unseres Beweises merklich unrichtig werden.

Von den durch Linsen erzeugten Bildern. In Fig. 291 sei 133
$A\,B$ ein Gegenstand, der sich auf der einen Seite von der Linse $V\,W$ befindet,

Fig. 291.



aber weiter von ihr absteht als der Brennpunkt F. Die von A ausgehenden Strahlen werden in einem Punkte a auf der von A durch die Mitte o der Linse gezogenen Nebenaxe vereinigt; a' ist also das Bild von A; ebenso ist b das Bild von B, mithin ist auch $a'b$ das Bild des Gegenstandes $A\,B$; das Bild ist in diesem Falle **verkehrt** und ist ein wahres Sammelbild.

Von der Mitte der Linse aus gesehen, erscheinen Bild und Gegenstand un-

ter gleichem Winkel, denn der Winkel $b o a'$ ist dem Winkel $B o A$ als seinem Scheitelwinkel gleich; ob nun das Bild oder der Gegenstand größer ist, hängt demnach davon ab, ob Bild oder Gegenstand weiter vom Glase entfernt sind. Nehmen wir an, der Gegenstand liege um die doppelte Brennweite von dem Glase entfernt, so wird das Bild auf der anderen Seite in gleicher Entfernung entstehen; in diesem Falle ist also Bild und Gegenstand gleich groß. Rückt der Gegenstand dem Glase näher, so entfernt sich das Bild, es wird also größer. Von solchen Gegenständen also, die um mehr als die Brennweite, aber weniger als die doppelte Brennweite von dem Glase abstehen, erhält man verkehrte vergrößerte Bilder; so ist in unserer Figur das Bild $a' b$ größer als der Gegenstand $A B$.

Wenn der Gegenstand weiter vom Glase entfernt ist als die doppelte Brennweite, so liegt das Bild näher; von entfernten Gegenständen erhält man also verkehrte verkleinerte Bilder. Wäre $a' b$, Fig. 291, ein solcher Gegenstand, der um mehr als die doppelte Brennweite vom Glase absteht, so würde man das verkleinerte Bild $A B$ erhalten.

Nennen wir g die Größe des Gegenstandes, g' die des Bildes, b die Entfernung des Gegenstandes und m die Entfernung des Bildes vom Glase, so ist

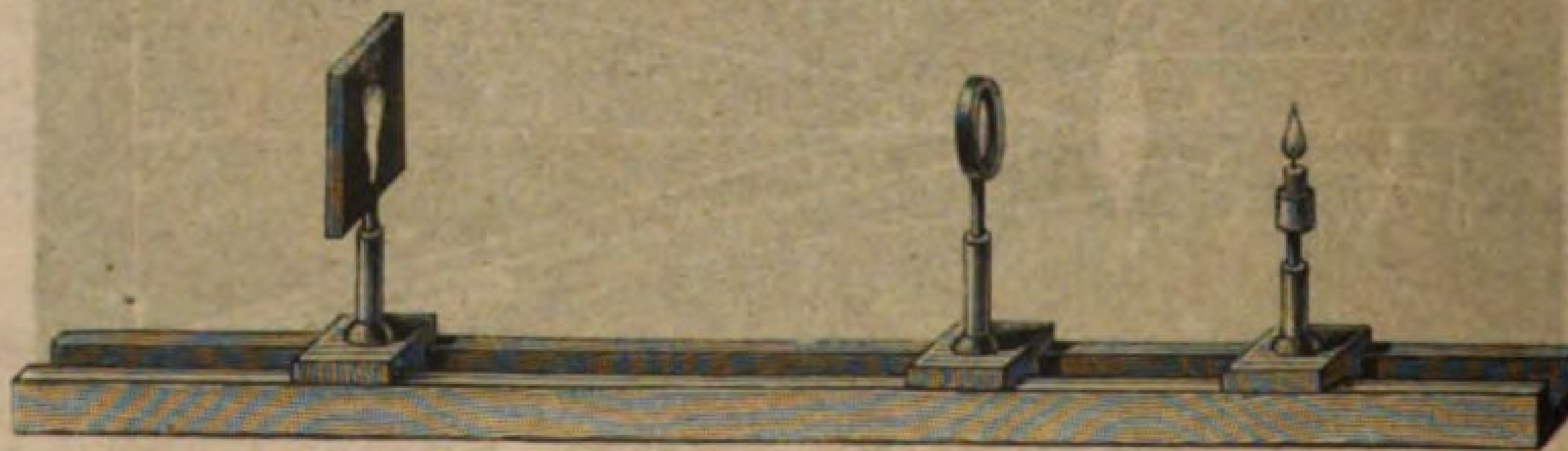
$$g : g' = b : m,$$

d. h. Bild und Gegenstand verhalten sich wie ihre Entfernungen von der Linse.

Bei einer Linse von kurzer Brennweite liegen die Bilder entfernter Gegenstände näher am Glase, als bei einer solchen von größerer Brennweite; von entfernten Gegenständen geben also die Linsen um so kleinere Bilder, je kürzer ihre Brennweite ist; umgekehrt ist für den Fall, daß die Linse vergrößerte Bilder kleiner Gegenstände giebt, welche sich in der Nähe ihres Brennpunktes befinden, bei gleicher Entfernung des Bildes von der Linse das Bild derjenigen Linsen das größere, welche eine geringere Brennweite haben, weil bei dieser der Gegenstand näher an die Linse heranrückt.

Fig. 292 zeigt, wie man die eben besprochenen Gesetze der durch Linsengläser erzeugten Sammelbilder durch den Versuch bestätigen kann.

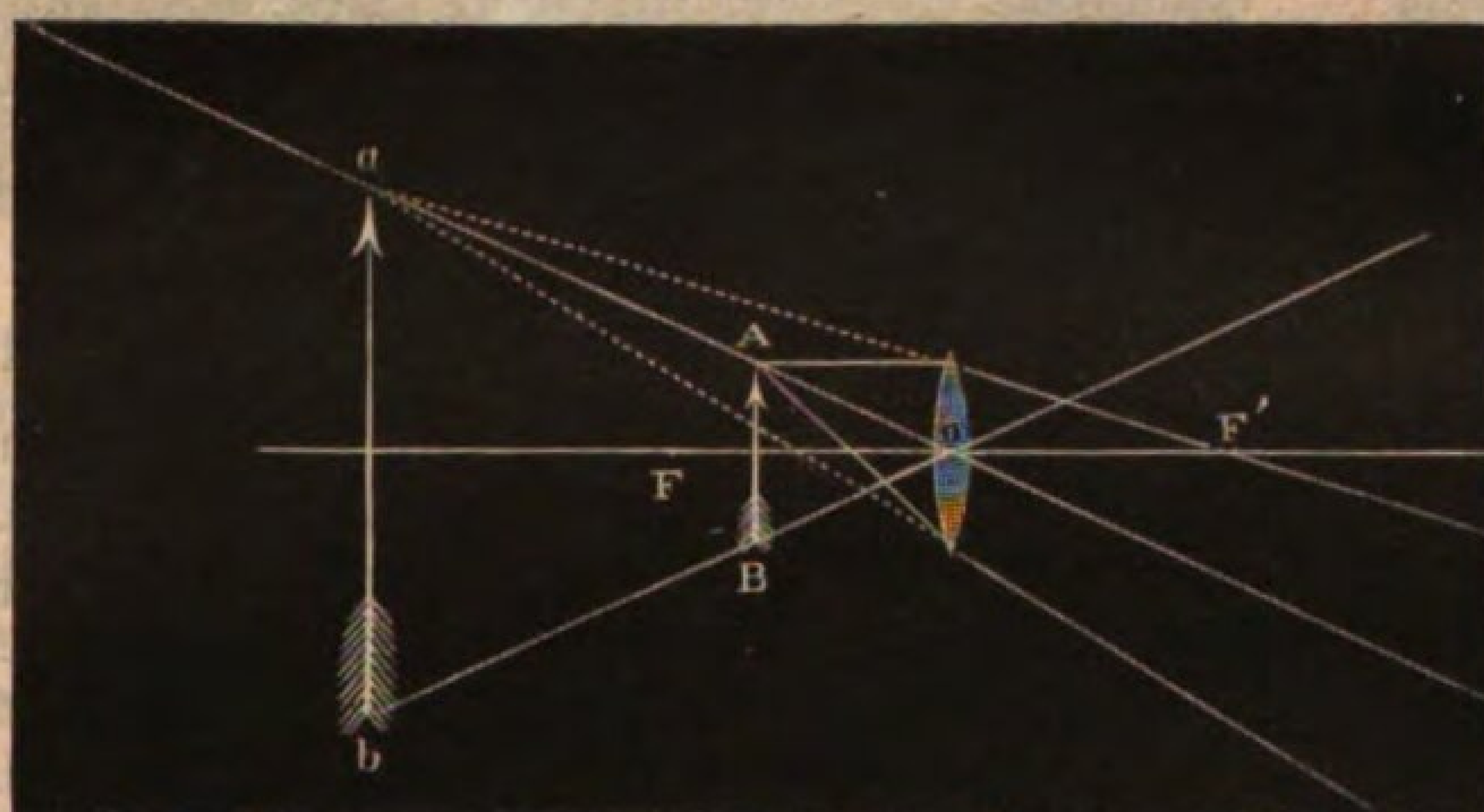
Fig. 292



Wenn der Gegenstand noch innerhalb der Brennweite der Linse sich befindet, so kann kein Sammelbild von ihm entstehen, weil die Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte ausgehen, der dem Glase näher liegt als der Brennpunkt, nach ihrem Durchgange durch das Glas immer noch divergiren. In Fig. 293 sei $A B$ ein solcher innerhalb der Brennweite sich befindender

Gegenstand, so divergiren die von A ausgehenden Strahlen nach ihrem Durchgange durch das Glas so, als ob sie von a kämen. Die Entfernung des Punktes a vom Glase kann man nach den oben angegebenen Constructionen leicht finden. Die von B ausgehenden Strahlen divergiren nach dem Durchgange durch die Linse so, als ob sie von b kämen; wenn nun ein Auge sich auf der anderen Seite des Glases befindet, so wird es von den Lichtstrahlen, die von dem Gegenstande AB ausgehen, so getroffen, als ob sie von ab kämen; ab ist also das Bild von AB. Da Gegenstand und Bild innerhalb desselben

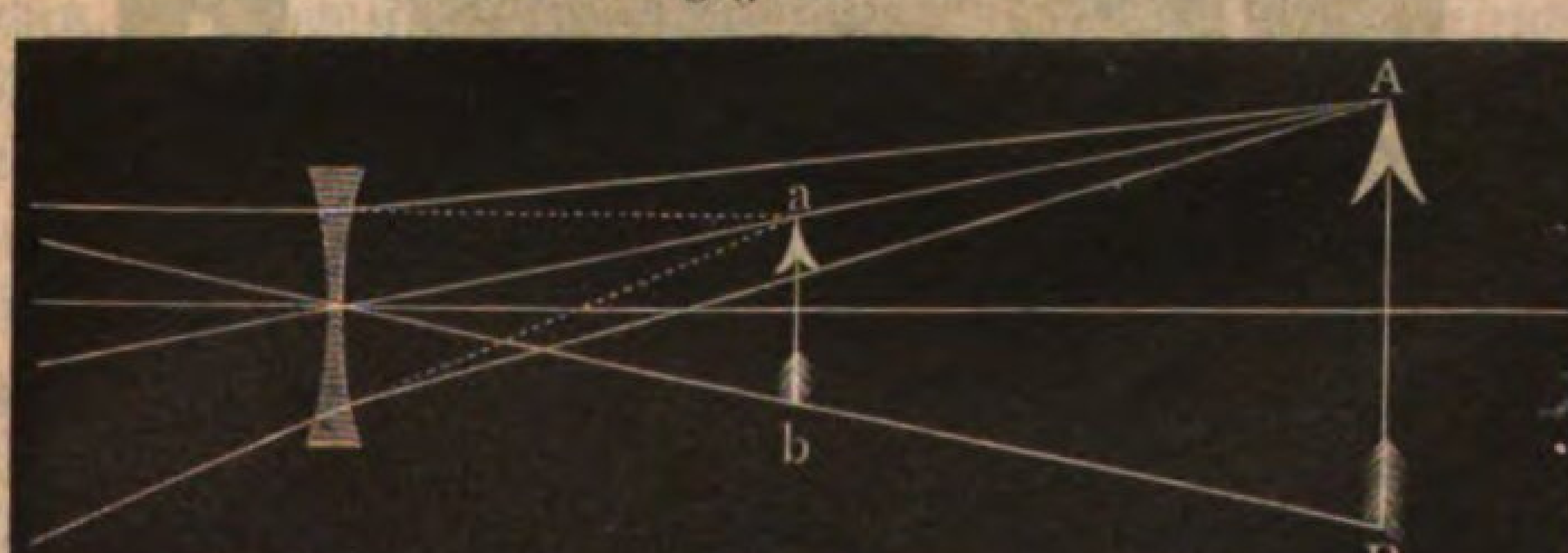
Fig. 293.



Winkels aob liegen, der Gegenstand aber dem Glase näher liegt, so ist offenbar das Bild in diesem Falle größer als der Gegenstand. Wenn man eine Linse als Loupe anwendet, um kleinere Gegenstände dadurch zu betrachten, so ist es das auf diese Weise vergrößerte Bild, welches man sieht. Wir werden darauf später noch zurückkommen.

Die Hohlgläser geben keine Sammelbilder, sondern nur Bilder der Art, wie sie bei Convexlinsen entstehen, wenn der Gegenstand sich innerhalb der Brennweite befindet. Da nun eine Hohllinse die Strahlen, welche von einem Punkte ausgehen, noch divergenter macht, als ob sie von einem näher am Glase

Fig. 294.



liegenden Punkte kämen, so ist klar, daß die Hohlgläser verkleinerte Bilder der Gegenstände zeigen, wie man leicht beim Anblicke der Fig. 294 übersehen wird, wo AB der Gegenstand, ab das Bild ist.

Viertes Capitel.

Zerlegung des weißen Lichtes.

134 **Das weisse Sonnenlicht ist aus verschieden gefärbten Strahlen zusammengesetzt.** Um dies zu beweisen, braucht man nur auf die schon Seite 244 angegebene Weise ein Sonnenspectrum zu bilden. Wenn durch eine kleine runde Oeffnung im Laden eines dunklen Zimmers ein Bündel Sonnenstrahlen *b d*, Fig. 295, in ein finsteres Zimmer eintritt, so wird auf

Fig. 295.

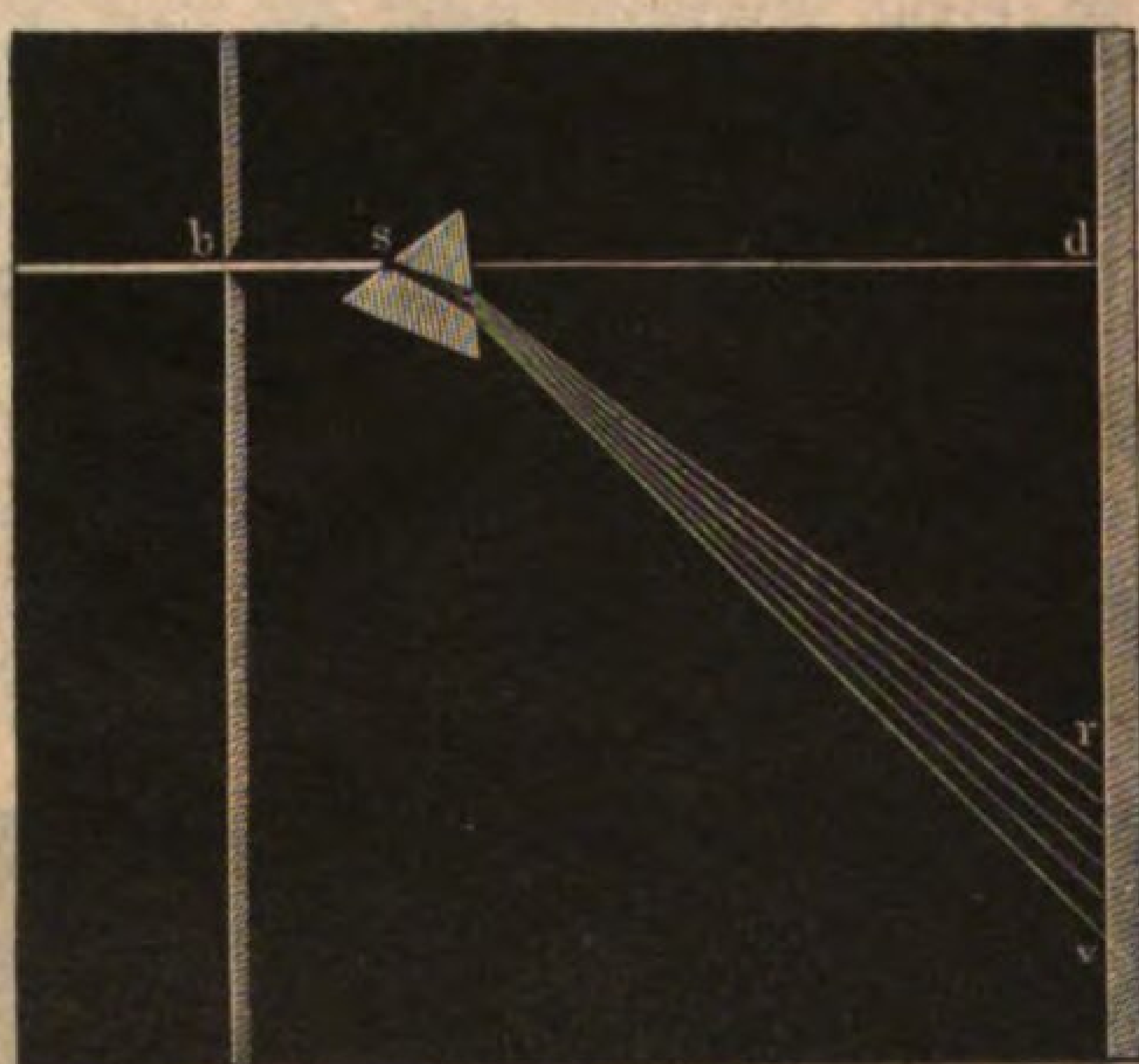


Fig. 296.



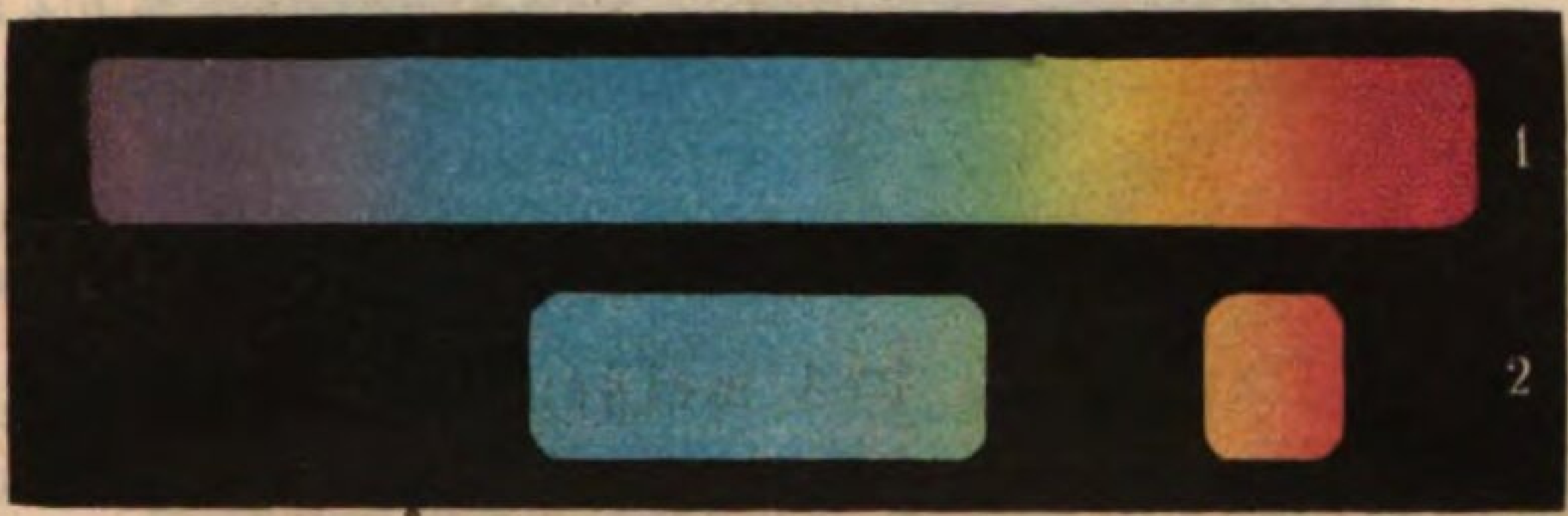
der der Oeffnung gegenüberstehenden Wand ein runder weißer Fleck erscheinen; fängt man aber das Strahlenbündel durch ein Prisma *s* auf, so erhält man das in die Länge gezogene gefärbte Bild *r v*. Fig. 296 zeigt die Erscheinung, wie man sie auf der Wand beobachtet.

Dieses farbige in die Länge gezogene Sonnenbild wird das **Spectrum** genannt.

Die Länge des Spectrums ist unter sonst gleichen Umständen um so größer, je größer der brechende Winkel des Prismas ist. Auch von der Substanz, aus welcher das Prisma besteht, hängt die Länge des Spectrums ab.

Der oberste Farbenstreifen in Fig. 297 stellt ein vollständiges Spectrum dar. Man unterscheidet in demselben sieben Hauptfarben in folgender Ordnung: Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo und Violet.

Fig. 297.



Diese Farben werden die Regenbogenfarben, prismatische Farben oder auch einfache Farben genannt. Wir werden bald sehen, daß es eigentlich unzählig viele verschiedene Farben im Spectrum giebt, daß aber unter diesen das Auge sieben Hauptnüancen unterscheidet.

Das rothe Ende des Spectrums ist jederzeit der Stelle zugekehrt, an welcher das runde weiße Sonnenbild *d*, Fig. 296, erscheinen würde, wenn das Prisma nicht da gewesen wäre; die rothen Strahlen haben also die geringste Ablenkung erfahren.

Wenn die Oeffnung im Laden eine Spalte von 1 bis 2 Millimetern Breite ist, welche der Axe des Prismas parallel steht; wenn der brechende Winkel des Prismas 60° ist und man das Spectrum in einer Entfernung von 2 bis 3 Metern auffängt, so erhält man schon eine recht vollständige Trennung der Farben, d. h. das Spectrum wird überall lebhaft gefärbt erscheinen und kein Weiß mehr in der Mitte zeigen.

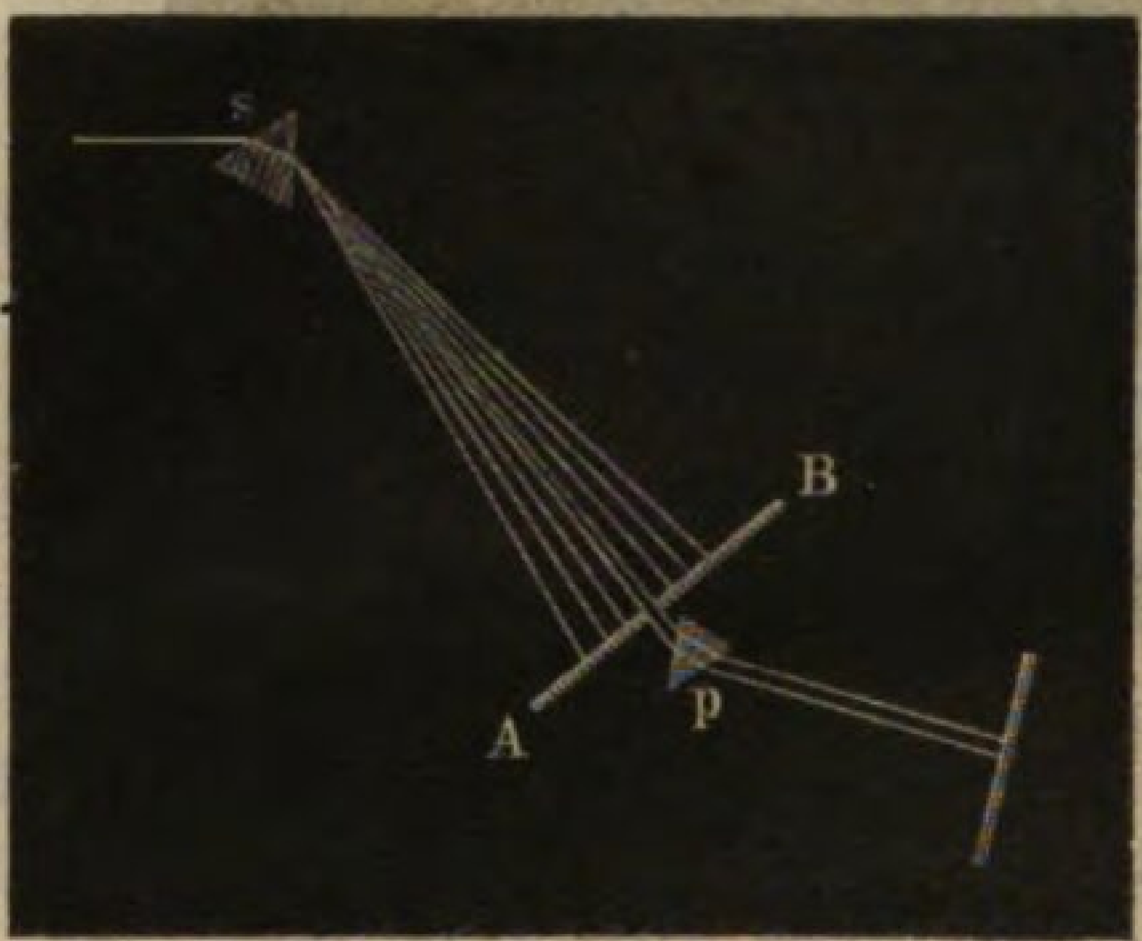
Um das prismatische Farbenbild zu sehen, ist es nicht nöthig, daß man durch ein Prisma ein Sonnenspectrum auf einer weißen Wand hervorbringt; man braucht nur durch ein Prisma nach einem schmalen hellen Gegenstande hinzusehen. Betrachtet man z. B. eine Kerzenflamme durch ein vertical gehaltenes Prisma, so erscheint sie bedeutend in die Breite gezogen und auf die erwähnte Weise gefärbt. Betrachtet man überhaupt irgend einen schmalen weißen auf dunklem Grunde liegenden Streifen durch ein Prisma, dessen Kanten man parallel mit der Längsrichtung dieses Streifens hält, so sieht man das Bild desselben prismatisch gefärbt.

Die verschiedenfarbigen Lichtstrahlen sind ungleich brechbar. 135 Dieser Satz geht schon daraus hervor, daß das weiße Licht durch ein Prisma in verschiedenfarbige Strahlen zerlegt wird; die rothen Strahlen bilden mit den violetten nach dem Durchgange durch das Prisma einen Winkel, sie divergiren, und zwar sind die violetten Strahlen mehr von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt als die rothen. Die violetten Strahlen sind unter allen die am stärksten brechbaren, die rothen sind es am wenigsten. Die grünen

Strahlen sind stärker brechbar als die rothen und weniger als die violetten, weil im Spectrum das Grün zwischen Roth und Violet liegt.

Jede Farbe ist einfach, wenn sie sich auf keine Weise weiter in andere Farben zerlegen läßt; wir wollen nun zeigen, daß diese Eigenschaft wirklich den prismatischen Farben zukommt.

Fig. 298.

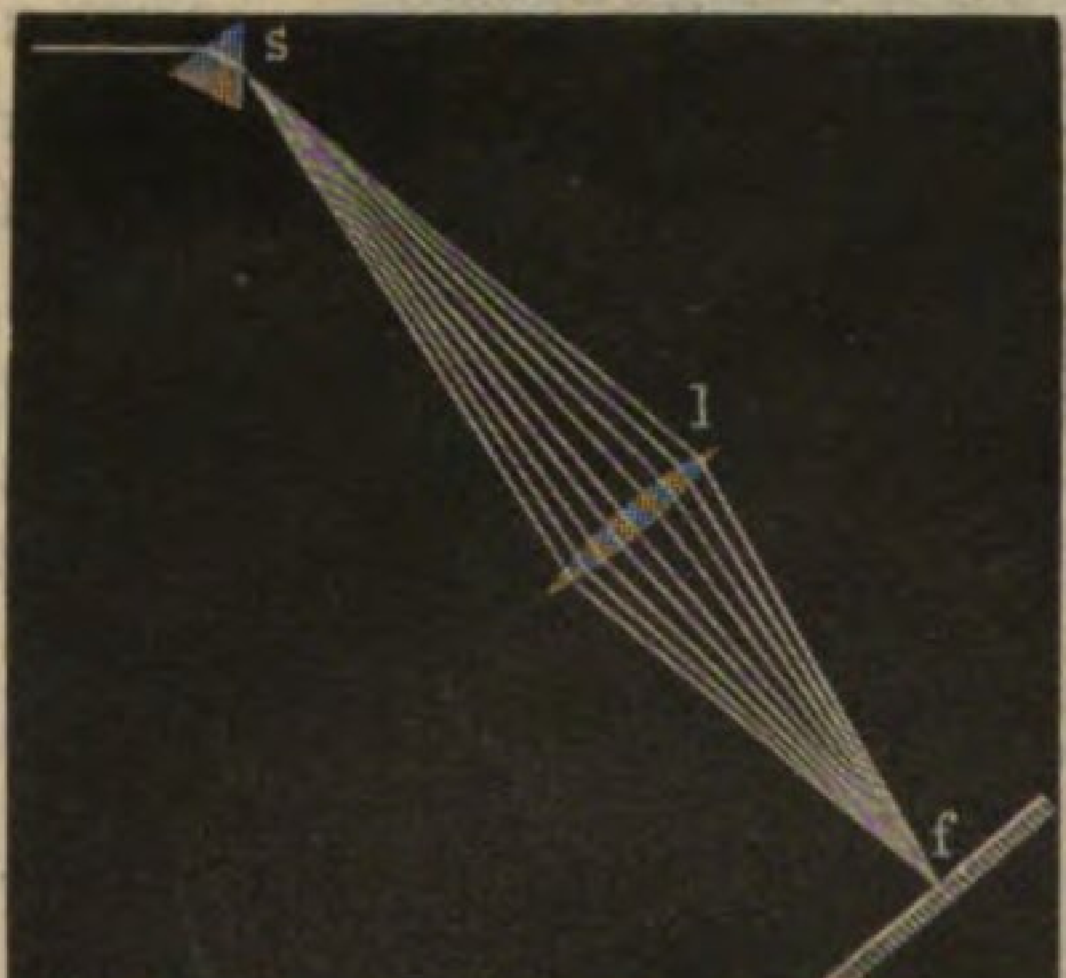


Wenn man ein Spectrum auf einer Wand auffängt, an einer bestimmten Stelle derselben, etwa da, wo die blauen Strahlen auffallen, ein Loch macht, so werden alle Farben aufgefangen, und nur ein schmales Strahlenbündel geht durch die Oeffnung hindurch; dieses Strahlenbündel nun läßt sich auf keinerlei Weise weiter zerlegen; wenn man es auch abermals durch ein Prisma gehen läßt, so bleibt die Farbe doch unverändert.

Nach Newton nennt man das einfache Licht auch homogenes Licht.

136 **Aus den einfachen Farben des Spectrums lässt sich das weisse Licht wieder zusammensetzen.** Wenn man das Spectrum mit einer Linse *l*, Fig. 299, auffängt, so werden die verschiedenfarbigen Strahlen durch dieselbe in einem Punkte *f* vereinigt, und wenn man hier das Sonnenbild auf einem Papierschirme auffängt, so erscheint es wieder blendend weiß, obgleich verschiedenfarbige Strahlen auf die Linse auffielen. Hält man den Schirm nicht in den Punkt *f*, sondern weiter von der Linse weg, so erhält man wieder ein umgekehrtes Spectrum, ein Beweis, daß sich die verschiedenfarbigen Strahlen in *f* kreuzten.

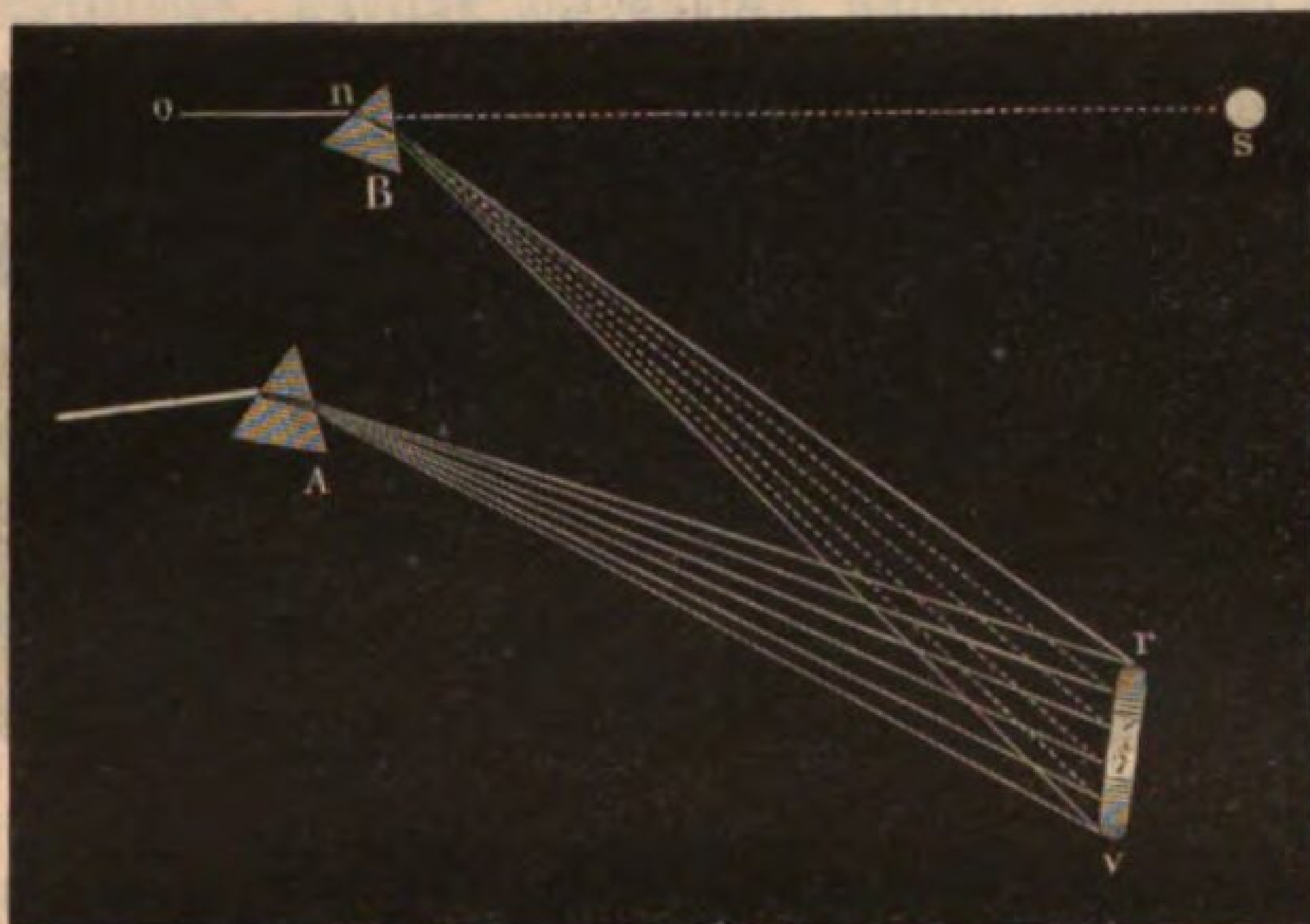
Fig. 299.



Daß die prismatischen Farben zusammen weiß geben, geht aus dem sehr überraschenden, ebenfalls von Newton angegebenen Versuche hervor, daß das lange prismatische Farbenbild, durch ein zweites Prisma gesehen, unter den geeigneten Umständen wieder als ein vollkommen weißer Streif erscheint. In Fig. 300 sei *rv* ein Spectrum, welches, durch das Prisma *A* erzeugt, auf einer weißen Wand aufgefangen ist. Wenn nun ein zweites Prisma *B* so aufgestellt wird, daß es dasselbe Spectrum *rv* an derselben Stelle erzeugen würde, wenn ein Sonnenstrahl in der Richtung *on* darauf fiele, so ist klar, daß auch die Strahlen, die von dem Spectrum *rv* auf dieses Prisma *B* fallen, sämmtlich in der Richtung *no* austreten werden; ein in *o* befindliches Auge muß

also in der Richtung *ons* ein weißes Bild des farbigen Spectrums sehen. Die Stellung, die man dem Prisma *B* geben muß, läßt sich leicht durch den Versuch ausmitteln.

Fig. 300.



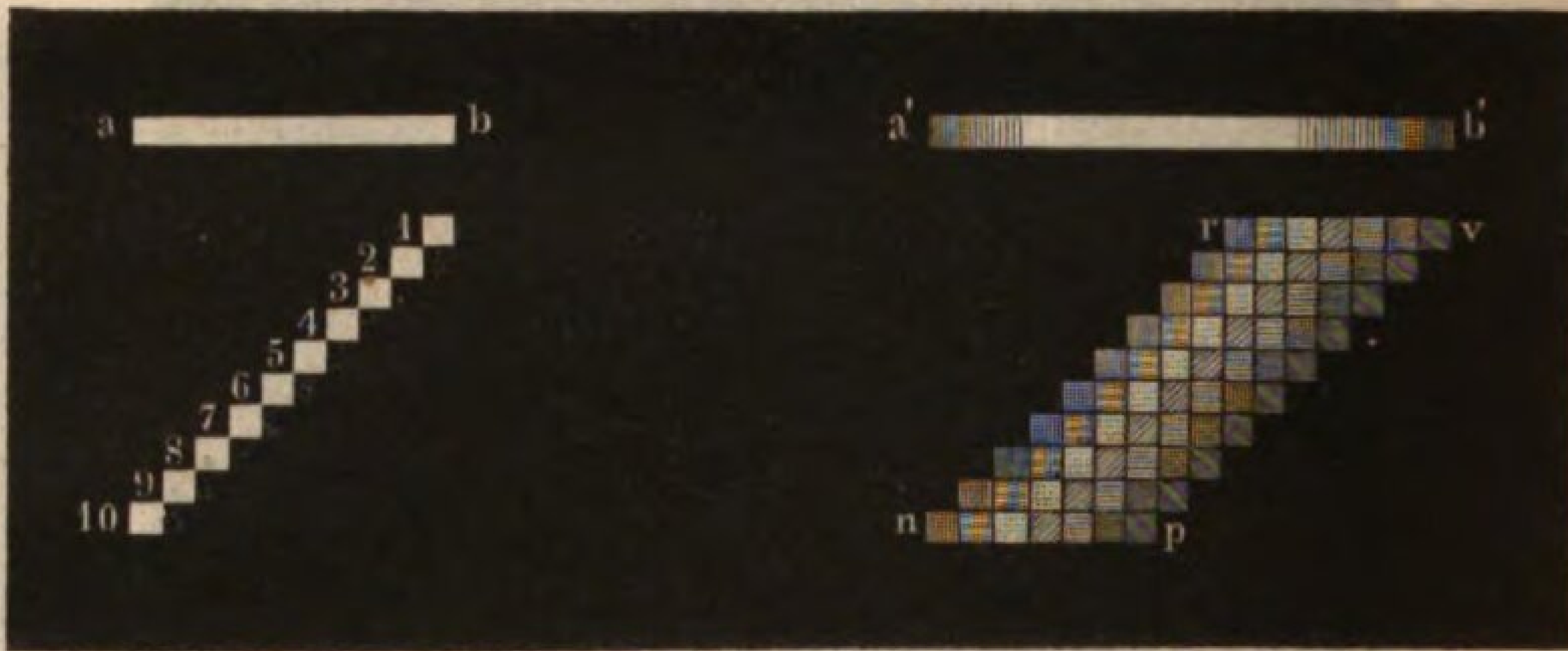
Wenn man eine kreisförmige Scheibe in sieben Sectoren theilt und diese mit Farben bemalt, die den prismatischen möglichst ähnlich sind, so erscheint die Scheibe bei rascher Rotation nicht mehr farbig, sondern weißlich; sie würde vollkommen weiß erscheinen, wenn die Sectoren mit den reinen prismatischen Farben bemalt werden könnten, und wenn die Breite der einzelnen farbigen Sectoren genau in demselben Verhältnisse zu einander ständen wie die Breiten der entsprechenden Theile des Spectrums. Um nach demselben Principe mit reinen prismatischen Farben operiren zu können, brachte Münchow das Prisma mit einem Uhrwerke in Verbindung, um es in eine rasche oscillirende Bewegung versetzen zu können. Durch diese Bewegung des Prismas geht nun auch das auf einem Schirme aufgefangene Spectrum rasch hin und her, und da zeigt sich dann statt des farbigen Spectrums ein weißer Lichtstreif, der nur an den Enden noch etwas farbig erscheint. Das Auge empfängt nämlich von jedem Punkte des Schirmes rasch auf einander die Eindrücke aller einzelnen Farben, die einzelnen Eindrücke verwischen sich und bringen so die Empfindung von Weiß hervor.

Wenn man einen schmalen weißen Streifen durch ein Prisma betrachtet, dessen brechende Kante mit der Längsrichtung des Streifens parallel ist, so erscheint er als ein vollständiges Spectrum; betrachtet man aber denselben weißen Streifen *ab*, Fig. 301 (a. f. S.), durch ein Prisma, dessen brechende Kante rechtwinklig steht auf der Längsrichtung des Streifens, so erscheint er als ein etwas verlängerter Streifen, welcher in der Mitte vollkommen weiß bleibt. Nur an den Enden ist er etwas gefärbt und zwar roth bei *a'*, blau bei *b'*.

Es läßt sich dies leicht erklären. Denken wir uns eine Reihe kleiner weißer Quadratchen auf schwarzem Grunde so zusammengestellt, wie es unsere Figur zeigt, so wird jedes derselben, durch ein Prisma betrachtet, ein vollständiges Spectrum bilden. Ist die brechende Kante parallel mit der verticalen Kante der Quadrätchen, so erscheint das oberste Quadrat als Spectrum in *rv*,

und jedes nach unten folgende giebt ein gleiches, nur gegen das obere etwas nach links verrücktes Spectrum, wie es unsere Figur zeigt. Das unterste weiße Quadrätchen giebt das Spectrum *np*.

Fig. 301.



Denken wir uns nun alle Quadrätchen vertical in die Höhe geschoben, bis sie mit 1 einen horizontalen Streif bilden, welcher dem Streifen *ab* gleich ist, so werden nun auch alle die Spectra über einander geschoben, welche den einzelnen weißen Quadrätchen entsprechen. Auf das Indigo im Spectrum des ersten Quadrates fällt das Violet aus dem Spectrum des zweiten. Auf das Blau im Spectrum des ersten Quadrates fällt das Indigo aus dem Spectrum des zweiten, und das Violet aus dem Spectrum des dritten u. s. w. In dem mittleren Theile fallen endlich alle Farben auf einander; so fällt z. B. auf das Roth im Spectrum des ersten Quadrates das Orange aus dem Spectrum des zweiten, das Gelb aus dem Spectrum des dritten, das Grün, Blau, Indigo und Violet aus dem Spectrum des vierten, fünften, sechsten und siebenten Quadrates; hier wie in dem ganzen mittleren Theile des durch Aufeinanderschieben der einzelnen Spectra entstehenden Streifens muß also weiß gebildet werden, welches, wie man aus dem Anblicke der Figur leicht ableiten kann, am einen Ende durch Gelb in Roth, am anderen durch Blau in Violet übergehen muß, welche letztere Farbe aber meist wegen ihrer Lichtschwäche kaum merklich ist.

Was hier von dem weißen Papierstreifen gesagt ist, gilt von jedem weißen Gegenstande von bedeutender Ausdehnung, den man durch ein Prisma betrachtet, er erscheint nur an den Rändern gefärbt.

Ein breiter schwarzer Streifen auf weißem Grunde bietet, durch ein Prisma betrachtet, gerade die umgekehrten Erscheinungen dar; das prismatische Bild erscheint nämlich an dem Ende, welches am wenigsten abgelenkt ist, mit einem violetten und blauen Rande, am anderen Ende aber mit einem rothen und gelben. Um diese Umkehrung zu erklären, braucht man nur zu bedenken, daß die Farben nicht von dem schwarzen Streifen selbst, sondern von den weißen Räumen herrühren, die ihn begränzen. Wenn der schwarze Streifen selbst sehr schmal ist, so verschwindet im Bilde das Schwarz in der Mitte vollständig.

137 **Von den complementären Farben.** Da alle einfachen Farben, im richtigen Verhältnisse (d. h. in dem Verhältnisse, wie es das Spectrum giebt)

vereinigt, weißes Licht bilden, so reicht es hin, eine oder mehrere der einfachen Farben zu unterdrücken oder nur ihr Verhältniß zu ändern, um aus Weiß irgend einen Farbenton zu machen. Unterdrückt man z. B. im weißen Lichte das Roth des Spectrums, während alle anderen Farben ungeändert bleiben, so wird man eine grünliche Färbung erhalten, der man nur wieder Roth hinzufügen darf, um das Weiß wieder herzustellen. Zwei Farbentöne, welche diese Bedingung erfüllen, d. h. welche zusammengenommen Weiß geben, heißen complementäre Farben. Jede Farbe hat auch ihre complementäre; denn wenn sie nicht weiß ist, so fehlen ihr gewisse Strahlen, um Weiß zu bilden, und diese fehlenden Strahlen zusammengenommen machen die complementäre Farbe aus.

Eine einfache Modification des in Fig. 300 dargestellten Versuches erläutert vortrefflich die Lehre von den complementären Farben. Wenn man nämlich hinter dem spectrumerzeugenden Prisma *A* einen Schirm aufstellte, welcher irgend einen Theil des Spectrums *rv* auffängt, so daß nur ein Theil desselben übrig bleibt, so wird dieser, durch das Prisma *B* betrachtet, vor wie nach in *s* erscheinen, aber nicht mehr weiß, sondern gefärbt.

Fängt man z. B. am einen Ende des Spectrums das Roth und Orange auf, so daß nur noch Gelb, Grün, Blau, Indigo und Violet u. s. w. bleiben, so wird das Bild bei *s* einen grünen Farbenton annehmen, welcher aus den eben genannten einfachen Farben zusammengesetzt ist. Das aufgefangene Roth und Orange bilden zusammen einen rothen Farbenton, welcher complementär ist zu der grünen Färbung, welche oben das Bild *s* zeigt, denn die Bestandtheile beider Farbentöne bilden das volle Spectrum, sie geben also vereinigt Weiß.

Fängt man das rothe Ende des Spectrums von der Mitte des Grün an auf, so daß von dem Spectrum *rv*, Fig. 300, nur noch die Hälfte des Grün, Blau, Indigo und Violet bleibt, so wird das Bild *s* einen bläulichen Farbenton zeigen, welcher complementär zu dem gelblichen Farbenton ist, welchen es annimmt, wenn gerade die andere Hälfte des Spectrums aufgefangen wird, so daß nur Roth, Orange, Gelb und die Hälfte des Grün übrig bleiben.

Diese Beispiele werden hinreichen, den Begriff der complementären Farben zu erläutern. Wir werden später noch öfters Gelegenheit haben, von complementären Farben zu reden.

Die natürlichen Farben der Körper. Wenn ein von weißem Lichte getroffener Körper farbig erscheint, so liegt der Grund davon darin, daß er nur einen Theil der in dem auffallenden Lichte enthaltenen farbigen Strahlen durchläßt oder zerstreut, die anderen aber verschluckt oder absorbirt. 138

Ein rothes Glas z. B. läßt nur rothe, vielleicht noch wenige orangene Strahlen durch; es absorbirt aber Gelb, Grün, Blau, Indigo und Violet vollständig. Wenn man also zwischen den Spalt *b* und das Prisma *s*, Fig. 278 S. 244, ein rothes Glas bringt, so daß nur durch dieses Glas gegangene Strahlen auf das Prisma fallen, so verschwindet das ganze Spectrum bis auf Roth und etwas Orange.

Untersucht man auf gleiche Weise die schön blaue Farbe einer Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd-Ammoniak (die Flüssigkeit muß zwischen parallelen

Glasplatten enthalten sein), so verschwindet das rothe und das violette Ende des Spectrums. Es bleibt nur noch Blau und Indigo.

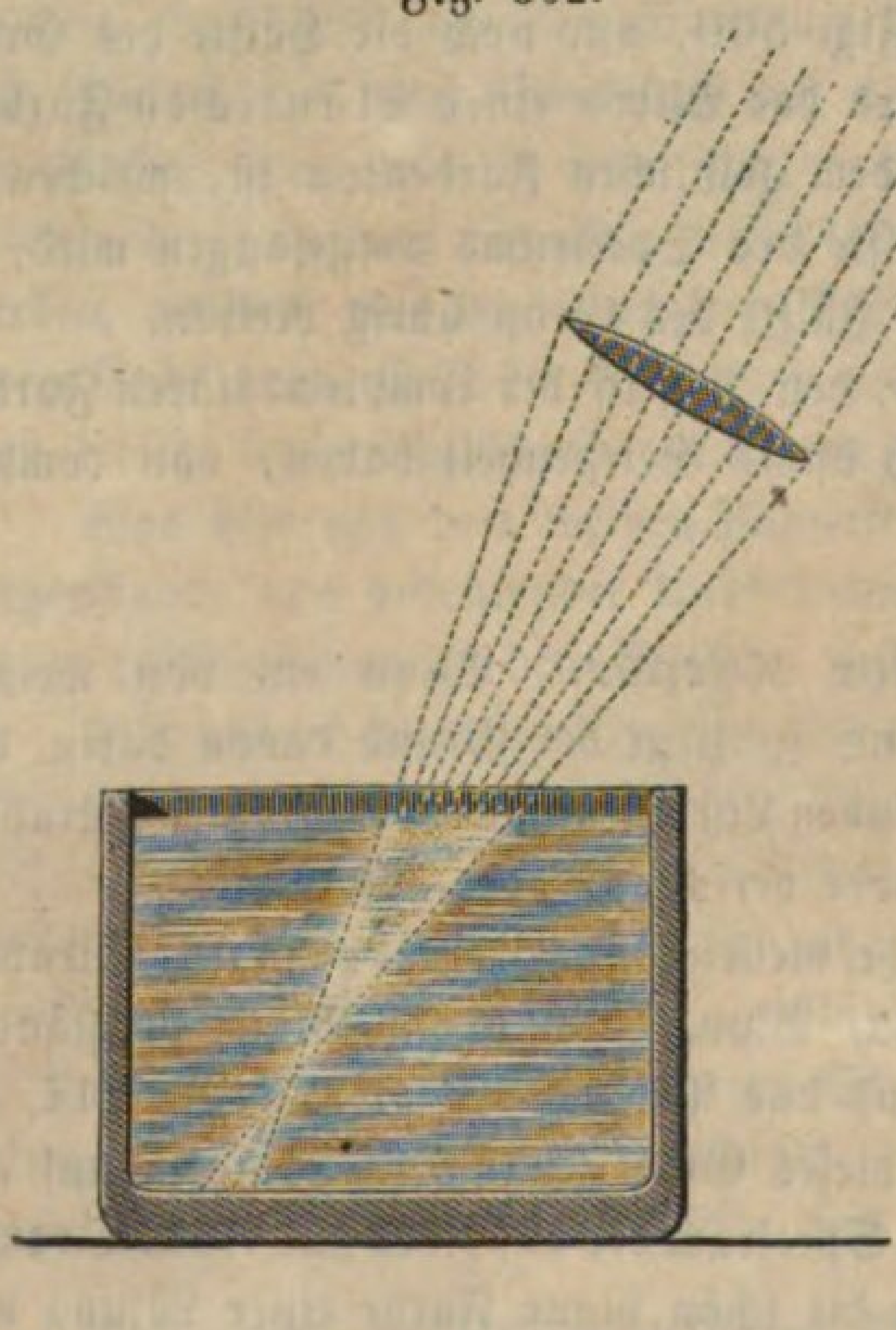
Eine Lösung von schwefelsaurem Indigo auf gleiche Weise angewandt, läßt von dem ganzen Spectrum nur den Fig. 297 Nr. 2 Seite 255 dargestellten Theil übrig, nämlich einen rothen und einen blauen Fleck, welche durch einen dunklen Zwischenraum getrennt sind. Das Blau der Indigolösung enthält also noch Roth, welches im Blau des schwefelsauren Kupferoxyd-Ammoniaks ganz fehlt.

Um die Farben undurchsichtiger Körper durch das Spectrum zu untersuchen, braucht man sie nur bei *r v*, Fig. 295 Seite 254, statt des weißen Schirmes zu halten. Hält man an diese Stelle ein hochrothes Papier, so sieht man nur noch das rothe Ende des Spectrums; da, wo gelbes, grünes, blaues Licht auffällt, ist das Papier ganz dunkel.

Fängt man das Spectrum durch ein mit Ultramarin gefärbtes Papier auf, so erscheint nur das Blau hell leuchtend, die anderen Farben mehr oder weniger dunkel.

139 **Fluorescenz.** Die meisten Körper reflectiren oder zerstreuen nur solche farbige Strahlen, welche bereits im auffallenden Lichte enthalten sind. So verschwindet z. B. das schöne Roth einer Siegellackstange, wenn sie nur von dem gelben Lichte einer Weingeistlampe, auf deren Docht etwas Kochsalz gestreut ist, beleuchtet wird, oder wenn man sie in den grünen, blauen u. s. w. Theil des Spectrums hält; kurz die Siegellackstange zeigt nur dann ihr schönes Roth, wenn rothes Licht in den auffallenden Strahlen enthalten ist.

Fig. 302.



Nun giebt es aber einige Körper, welche Farben zeigen, die in dem auffallenden Lichte nicht enthalten sind, welche also gewissermaßen die Farbe des auffallenden Lichtes zu verwandeln vermögen. Solche Körper zeichnen sich durch ein eigenthümliches Schillern auf der Oberfläche aus, wie man es z. B. bei einer Lösung von schwefelsaurem Chinin, einem alkoholischen Extract von Stechapfelsamen, einem ätherischen oder alkoholischen Auszug aus grünen Blättern u. s. w. beobachtet.

Feste Körper, welche diese Eigenthümlichkeit besitzen, sind: mit Uran grün gefärbtes Glas und einige Varietäten von Flußspath, woher denn auch der Name Fluorescenz.

Wenn man einige Stückchen von der Rinde des gewöhnlichen Roßkastanienbaumes mit Wasser übergießt, so wird dieses schon nach einigen Secunden schön hellblau schillernd. Der Stechapfelextract zeigt auf seiner Oberfläche einen grünlichen, das Blattgrün einen rothen Schimmer.

Um diesen Farbenschimmer deutlicher zu sehen, concentrirt man mittelst einer Linse von 1 bis 2 Zoll Brennweite ein Bündel Sonnenstrahlen gegen den zu untersuchenden Körper, wie es Fig. 302 andeutet. Der Theil des Strahlenkegels, welcher innerhalb des fluorescirenden Körpers liegt, erscheint dann als ein farbiger Strahlenbüschel, welcher meistens an der Oberfläche am lebhaftesten gefärbt ist. Dieser Büschel ist

Roth	im Blattgrünauszug,
Grünlich . . .	in der Stechapfeltinctur,
Grün . . .	in der Curcumatinctur,
Hellblau . . .	in der Chininlösung,
Hellblau . . .	im Kastanienrinden-Auszug,
Blau . . .	im Flußspath,
Grün . . .	im Uranglas.

Wenn man auf die angegebene Weise den grünen Lichtkegel in der Stechapfeltinctur erzeugt und nun eine Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd-Ammoniak dicht vor die Linse hält, so daß nur blaues Licht auf die Flüssigkeit fällt, so bleibt dessenungeachtet der grüne Lichtkegel sichtbar; das blaue Licht also, welches durch die blaue Lösung hindurchgegangen ist, erzeugt Grün in der Stechapfeltinctur.

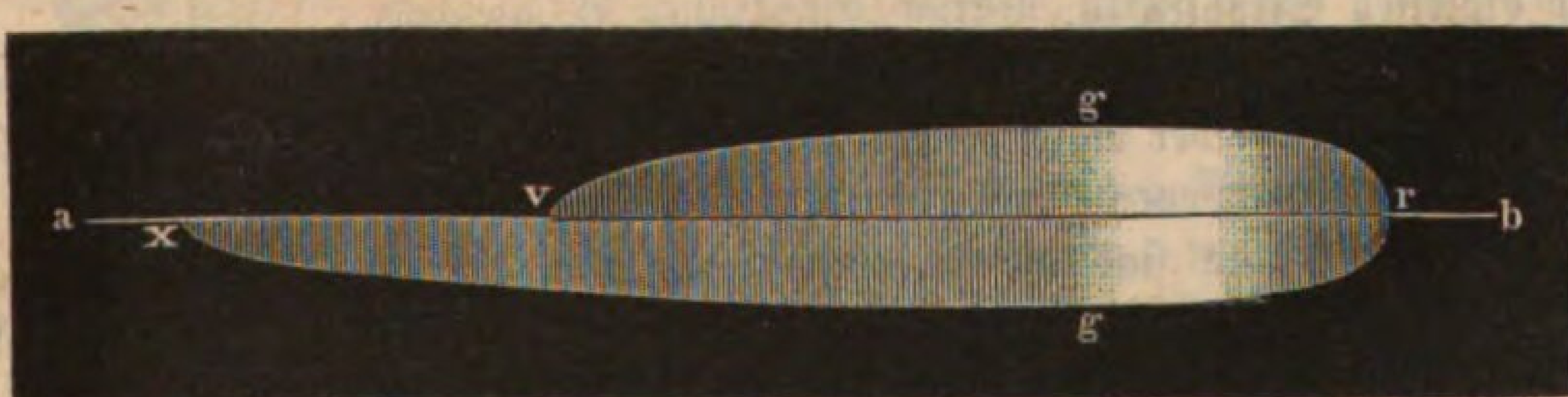
Betrachtet man den grünen Büschel der Stechapfeltinctur durch dieselbe blaue Flüssigkeit, so verschwindet er fast vollkommen.

Wendet man statt der blauen eine grüne Flüssigkeit, etwa eine Lösung von Chlorkupfer an, so verschwindet der grüne Büschel, wenn man sie vor die Linse hält; das auffallende grüne Licht kann also den grünen Büschel nicht erzeugen; dagegen ist der grüne Büschel durch die grüne Flüssigkeit sichtbar.

Aehnliche Erscheinungen beobachtet man bei anderen fluorescirenden Körpern.

Am auffallendsten zeigt sich die Wirkung der fluorescirenden Körper, wenn man sie statt eines weißen Schirmes anwendet, um das Spectrum aufzufangen, wenn man sie also an die Stelle *r v*, Fig. 295, Seite 254, bringt.

Fig. 303.



Sehr geeignet zu diesem Versuche ist ein Papier, welches zur Hälfte mit einer Lösung von Curcumatinctur angestrichen ist, wie Fig. 303 zeigt, wo *a b*

die Trennungslinie zwischen dem weißen und dem angestrichenen Theile des Papiers darstellt. Man erblickt dann auf der oberen weißen Hälfte des Papiers ein gewöhnliches Spectrum *r v*, das rothe Ende bei *r*, das violette bei *v*. Auf der unteren Hälfte aber erscheint es weit über die violette Gränze des gewöhnlichen Spectrums hinaus verlängert, und zwar erscheint der ganze Streifen von dem Grün bei *g* an bis *x* in einem grünlichen Lichte. Wo also Blau, wo Violet auf das Curcumapapier auffällt, sieht man nicht diese Farben, sondern einen grünlichen Ton, welcher auch durch die ultravioletten, für sich selbst nicht sichtbaren, zwischen *v* und *x* auffallenden Strahlen erzeugt wird.

Zwischen *g* und *v* erscheint das Spectrum auf der unteren Hälfte des Papiers ebenso wie auf der oberen.

Bringt man eine Blattgrünlösung in ein mit ebenen Glaswänden begränztes Gefäß, um so mit derselben das Spectrum aufzufangen, so erscheint die Vorderfläche der Flüssigkeit der ganzen Länge des Spectrums nach roth; also die gelben, grünen, blauen und violetten vom Prisma her auf die Blattgrünlösung fallenden Strahlen bringen sämmtlich auf der Oberfläche der Blattgrünlösung rothes Licht hervor.

Verfährt man auf gleiche Weise mit der Chininlösung oder dem Kastanienrinden-Aufguß, so sieht man auf der Vorderfläche der Flüssigkeit einen hellblauen Streifen, welcher sich von der Stelle, wo die blauen Strahlen auffallen, bis weit über die violette Gränze des Spectrums hinaus erstreckt. Die rothen, gelben und grünen Strahlen gehen durch diese Flüssigkeiten hindurch, ohne auf der Vorderfläche derselben eine Farbenerscheinung zu veranlassen.

Bemerkenswerth ist, daß es in den meisten Fällen nur die brechbareren Strahlen, also die blauen, violetten und die für sich unsichtbaren ultravioletten Strahlen sind, welche die Erscheinung der Fluorescenz hervorbringen.

Wir werden auf diesen Punkt später noch einmal zurückkommen, wenn von den chemischen Wirkungen des Lichtes die Rede sein wird.

140 **Von der zerstreuenden Kraft verschiedener Substanzen.** Das Auseinanderfahren der verschiedenfarbigen Lichtstrahlen, welches durch ein Prisma bewirkt wird, wird mit dem Namen der Farbenzerstreuung oder der Dispersion bezeichnet. Die zerstreuende Kraft einer Substanz ist um so größer, je größer die Differenz zwischen den Brechungsexponenten der rothen und violetten Strahlen ist.

Für Wasser ist der Brechungsexponent der rothen Strahlen 1,330, der Brechungsexponent der violetten Strahlen aber ist 1,344, die Differenz dieser beiden Brechungsexponenten ist also 0,014.

Für Flintglas sind die Brechungsexponenten der rothen und violetten Strahlen 1,628 und 1,671, die Differenz ist also 0,043; sie ist dreimal so groß als beim Wasser.

Wenn man also ein Wasserprisma macht, welches, gehörig aufgestellt, die rothen Strahlen eben so weit ablenkt als ein Flintglasprisma, so wird doch das Spectrum des Flintglasprismas dreimal so breit sein als das Spectrum

des Wässerprismas; die zerstreuende Kraft des Flintglases ist dreimal so groß als die zerstreuende Kraft des Wassers.

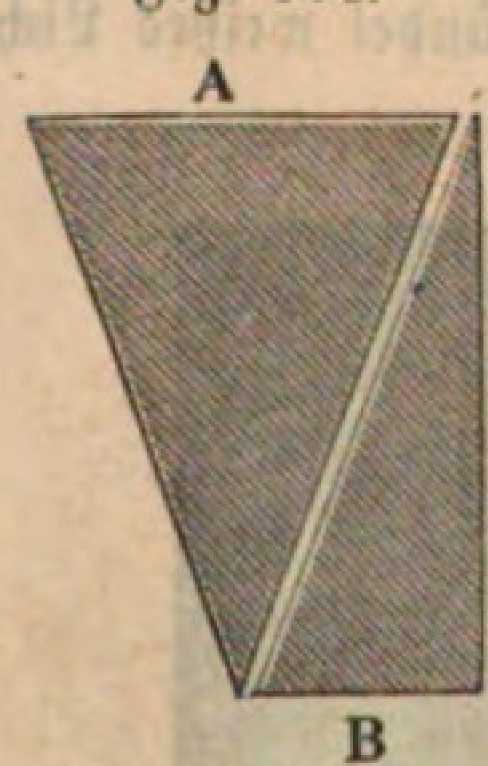
Für Crownglas ist die Differenz zwischen den Brechungsexponenten der rothen und violetten Strahlen ungefähr nur halb so groß als für Flintglas; die zerstreuende Kraft des Flintglases ist also doppelt so groß als die des Crownglases, obgleich die Brechungsexponenten beider Glassorten sehr nahe gleich sind.

Achromatische Prismen und Linsen. Man nennt Prismen achromatisch, wenn sie die Eigenschaft haben, die Lichtstrahlen abzulenken, 141
ohne sie zugleich in Farben zu zerlegen; achromatische Linsen solche, für welche die Brennpunkte der verschiedenfarbigen Strahlen genau zusammenfallen, welche also die Gegenstände frei von allen farbigen Rändern zeigen. Man hielt lange Zeit den Achromatismus für unmöglich, d. h. man glaubte, daß das Licht ohne Zersetzung nicht abgelenkt werden könnte. Newton selbst hatte diese Ansicht, weil er glaubte, daß die Dispersion stets der brechenden Kraft der Körper proportional sei.

In der That hatte aber Hell schon im Jahre 1733 wirkliche achromatische Fernröhre construirt, allein er publicirte seine Erfindung nicht; Dollond machte sie ebenfalls im Jahre 1757 und veröffentlichte sie. Dollond's Entdeckung war ohne Zweifel für die Astronomie ein Ereigniß von der höchsten Wichtigkeit; um ihm aber seine volle Bedeutung zu geben, mußte erst noch die mathematische Theorie des Achromatismus entwickelt werden, ohne welche die nöthigen Verbesserungen in der Praxis nicht möglich waren. Gegenwärtig noch, nachdem so viele Fortschritte in der Optik, in der Bearbeitung der Gläser gemacht worden sind, bei allen Hülfsmitteln, welche der Calcul dem Physiker liefert, gehört der Achromatismus doch noch sowohl für die Theorie als auch für die Praxis zu den delicatesten und schwierigsten Aufgaben. Hier können wir natürlich nur die Principien entwickeln, auf welchen die Construction achromatischer Prismen und Linsen beruht.

Wenn man zwei Prismen A und B, Fig. 304, so zusammenstellt, daß die brechenden Kanten nach entgegengesetzten Seiten gerichtet sind, so wird das eine die Wirkungen des andern mehr oder weniger vollständig aufheben. Die durch A hervorgebrachte Farbenzerstreuung wird offenbar durch das Prisma B aufgehoben werden, wenn unter sonst gleichen Umständen ein jedes der beiden Prismen für sich allein ein eben so langes Spectrum giebt als das andere; denn in diesem Falle ist die Wirkung des Prismas B, in Beziehung auf die Farbenzerstreuung, der des Prismas A genau gleich und entgegengesetzt.

Fig. 304.



Wenn die Dispersion wirklich dem Brechungsvermögen proportional wäre, wie dies Newton meinte, so könnten zwei Prismen von verschiedenen Substanzen nur dann gleiche Spectra geben, wenn auch die durch das eine hervorgebrachte Ablenkung der des andern gleich ist; wenn also zwei solcher Prismen

in der Art, wie Fig. 304 zeigt, zusammengestellt sind, so würde durch dieses System freilich die Farbenzerstreuung, mit dieser aber auch zugleich die Ablenkung aufgehoben werden.

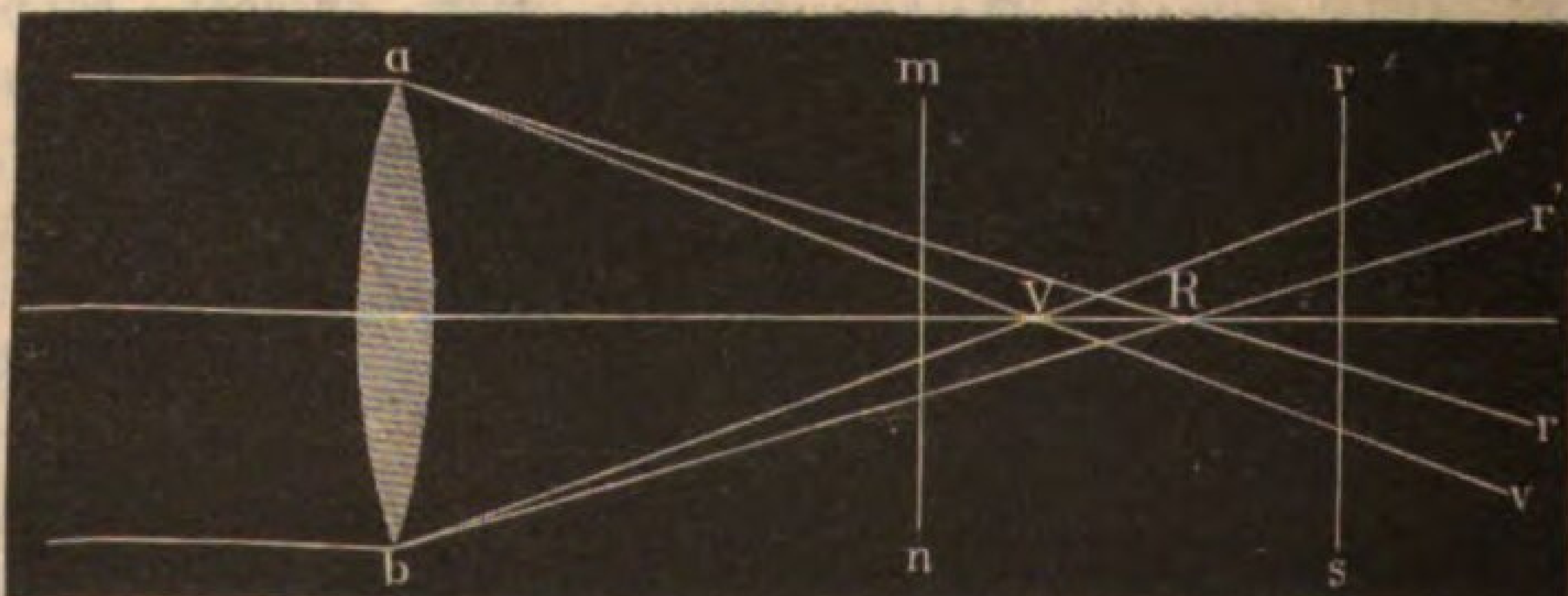
Nun aber haben spätere genaue Versuche gezeigt, daß Newton's Meinung in diesem Punkte irrig war; so ist z. B. die Dispersion im Flintglase bedeutend größer als beim Crownglase, während doch die mittleren Brechungsexponenten beider Glassorten nicht so sehr verschieden sind; bei gleicher Ablenkung ist das Spectrum eines Flintglasprismas ungefähr zweimal so groß als das eines Crownglasprismas.

Wenn der brechende Winkel der Prismen nicht gar zu groß ist, so kann man ohne merklichen Fehler annehmen, daß die Breite des Farbenbildes dem brechenden Winkel proportional sei; gesetzt nun, man habe ein Crownglasprisma von 25°, so kann man leicht den Winkel eines Flintglasprismas berechnen, welches dieselbe Farbenzerstreuung giebt; da die Dispersion des Flintglases zweimal so groß ist als die des Crownglases, so muß der brechende Winkel des Flintglasprismas auch zweimal kleiner, also ungefähr $12\frac{1}{2}^0$ sein. Die Farbenzerstreuung eines Flintglasprismas von $12\frac{1}{2}^0$ ist eben so groß wie die eines Crownglasprismas von 25°; zwei solcher Prismen also in der Weise combinirt, wie Fig. 304 andeutet, werden keine Farbenzerstreuung mehr hervorbringen.

Da aber die Brechungsexponenten der beiden Glassorten im Allgemeinen sehr nahe gleich sind, so werden sich die Ablenkungen der Prismen A und B nahe wie ihre brechenden Winkel verhalten; die Ablenkung, welche A hervorbringt, ist nahezu doppelt so groß als die durch B hervorgebrachte, das Prisma B kann also auch die durch A hervorgebrachte Ablenkung nur ungefähr zur Hälfte aufheben, die Combination der Prismen A und B wird also noch eine Ablenkung, aber keine Farbenzerstreuung hervorbringen.

Eine jede einfache Linse, aus welchem Stoffe sie auch gebildet sein mag, wird für jede andere Strahlenart auch einen andern Brennpunkt haben, weil die Brechungsexponenten der verschiedenfarbigen Strahlen nicht gleich sind. Der Brennpunkt der stärker brechbaren violetten Strahlen liegt dem Glase näher als der Brennpunkt der rothen Strahlen. Fällt also ein Bündel weißes Licht

Fig. 305.



parallel mit der Axe auf eine Convexlinse ab, Fig. 305, so werden die violetten Strahlen in V, die rothen in R vereinigt. Fängt man den aus der

Linse austretenden Strahlenkegel auf einem Schirme auf, so sieht man einen beleuchteten Kreis mit gelbem und rothem Saume, wenn der Schirm zwischen *V* und dem Glase, etwa bei *mn* steht; der helle Kreis erscheint dagegen mit einem blauen Saume umgeben, wenn der Schirm sich jenseits *R*, etwa in *rs* befindet, weil vor *V* die rothen und gelben, hinter *R* die blauen und violetten Strahlen die äußersten des ganzen Strahlenbündels sind.

Die ungleiche Brennweite der verschiedenfarbigen Strahlen hat zur Folge, daß die Bilder solcher Linsen mehr oder weniger unrein, daß sie bald mehr oder weniger mit farbigen Säumen eingefaßt erscheinen. Man kann sich davon leicht überzeugen, wenn man durch eine stark gewölbte Linse etwa die Lettern eines Buches betrachtet, oder durch eine solche Linse das Bild entfernter Gegenstände auf einer matten Glastafel erzeugt; man wird Alles mit farbigen Rändern umgeben sehen. Weil nun aber dadurch die Schärfe der Bilder in Mikroskopen sowohl, als auch in Fernröhren sehr leidet, so war die Entdeckung der Construction achromatischer Linsen für die praktische Optik von der größten Wichtigkeit.

Der Achromatismus der Linsen beruht auf denselben Principien wie der Achromatismus der Prismen; achromatische Linsen sind aus einfachen Linsen verschiedener Glassorten zusammengesetzt.

Achromatische Linsen werden in der Regel durch Combination einer Convexlinse von Crownglas mit einer Zerstreuungslinse von Flintglas hergestellt, Fig. 306, deren letztere eine Zerstreuungsweite hat, welche nahe doppelt so groß ist als die Brennweite der ersteren. In diesem Falle kann die Flintglaslinse die Convergenz der aus der Crownglaslinse kommenden Strahlen zwar vermindern, aber nicht aufheben, während die Farbenzerstreuung vollständig corrigirt wird, da die zerstreuende Kraft des Flintglases doppelt so groß ist als die des Crownglases.

Fig. 306.



Solche Linsencombinationen werden **achromatische Linsen** genannt, weil sie vollkommen reine, von farbigen Säumen freie Bilder geben.

Fünftes Capitel.

Vom Auge und den optischen Instrumenten.

142 **Das Gesichtsorgan.** Die Empfindung des Lichtes und der Farbe rührt von einer Affection besonderer Nerven her, deren feine Enden sich als eine Nervenhaut ausbreiten. Die Empfindung des Dunklen rührt von einer vollkommenen Ruhe dieser Nervenhaut her, jeder Reiz derselben bringt aber die Empfindung von Helligkeit, von Licht hervor; ganz vorzüglich wird dieser Reiz durch die Lichtstrahlen hervorgebracht, welche die Körper der Außenwelt durch das Auge auf die Nervenhaut, die Netzhaut, senden; doch ist auch die Empfindung von Licht und Farbe durch andere Ursachen ohne Mitwirkung der von außen kommenden Lichtstrahlen möglich, z. B. durch den Druck des Blutes (Flimmern vor den geschlossenen Augen). Ein äußerer Druck auf das geschlossene Auge, eine elektrische Entladung u. s. w. sind ebenfalls im Stande, Lichtempfindungen hervorzubringen.

Zum Unterscheiden äußerer Gegenstände durch das Gesicht reicht es nicht hin, daß die von einem Körper ausgehenden Lichtstrahlen auf die Nervenhaut fallen; es sind lichtsondernde Apparate nöthig, welche bewirken, daß die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen nur eine bestimmte Stelle der Nervenhaut treffen, und daß von dieser Stelle die von anderen Punkten herkommenden Lichtstrahlen abgehalten werden; auf diese Weise sind die verschiedenen Stellen der Netzhaut verschieden afficirt, und dadurch wird eine Unterscheidung möglich. Wo solche lichtsondernde Apparate fehlen, wie dies bei vielen niederen Thierclassen der Fall ist, da kann kein eigentliches Sehen, sondern nur eine Unterscheidung von Licht und Dunkel, von Tag und Nacht stattfinden; doch sind selbst für eine solche Lichtempfindung noch besondere Nervenapparate nöthig.

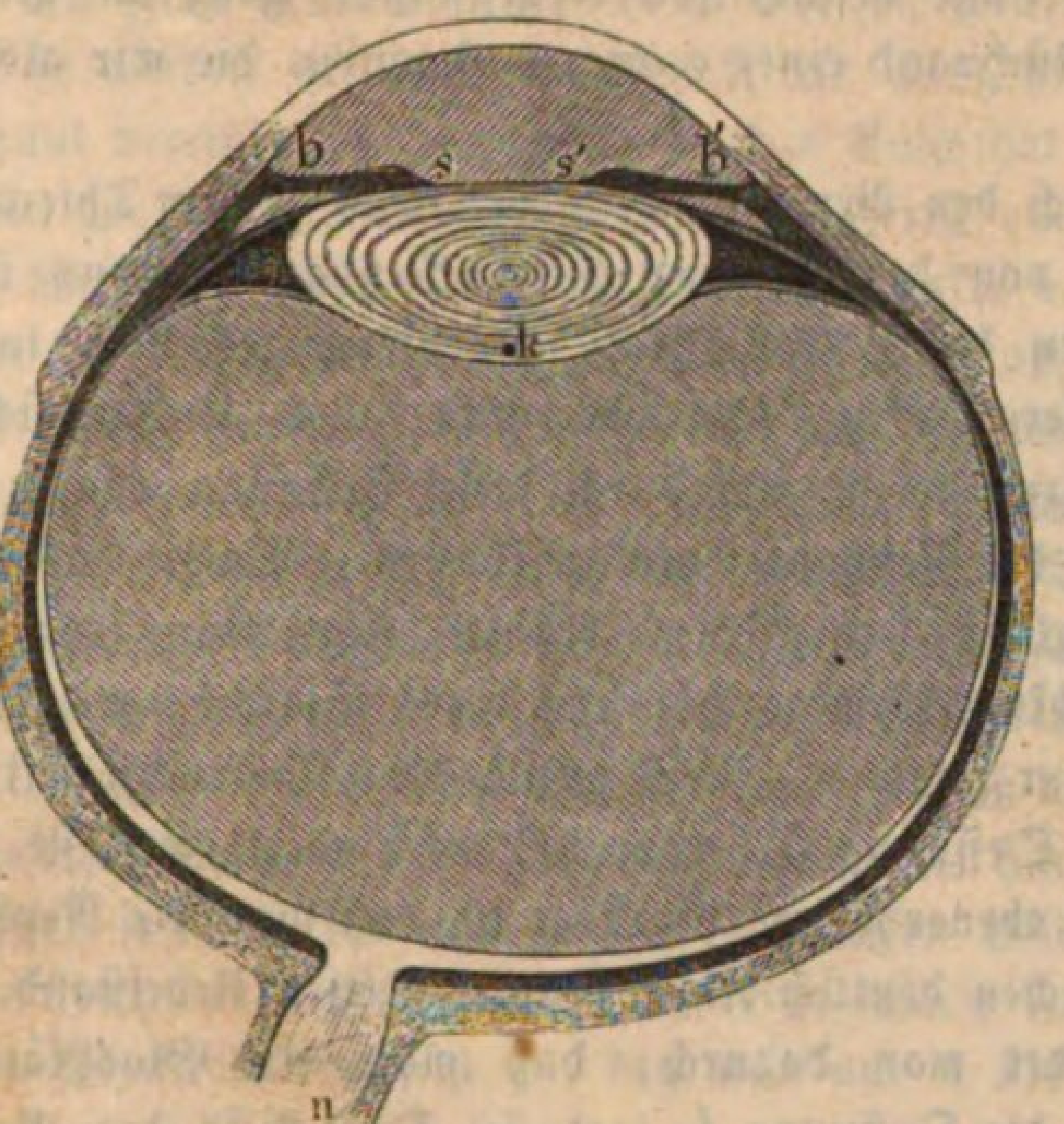
Nicht bei allen Thierclassen, bei denen ein eigentliches Sehen stattfindet, sind die zur Isolirung der Lichteindrücke bestimmten Apparate auf dieselbe Weise eingerichtet; man unterscheidet zwei wesentlich verschiedene Arten von Augen, nämlich 1) die musivisch zusammengesetzten Augen der Insecten und Crustaceen und 2) die mit Sammellinsen versehenen Augen der Wirbelthiere.

Die Untersuchung der musivisch zusammengesetzten Augen ist mehr ein Gegenstand der Physiologie und vergleichenden Anatomie als der Physik: wir

wenden uns deshalb sogleich zu den einfachen Augen mit Sammellinsen, mit welchen die höheren Thierclassen und die Menschen versehen sind.

Einfache Augen mit Sammellinsen. Auf der Netzhaut der mit 143
Collectivlinsen versehenen Augen entsteht das Bild ganz auf dieselbe Weise, wie die Sammelbilder der gewöhnlichen Linsen; die von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen, welche die Vorderfläche des Auges treffen, werden nämlich durch die durchsichtigen Medien des Auges nach einem Punkte der Netzhaut hin gebrochen. Fig. 307 soll den Durchschnitt eines menschlichen Auges darstellen. Der ganze Augapfel ist von einer festen harten Haut umgeben, welche nur auf der Vorderseite durchsichtig ist; dieser durchsichtige Theil wird die **Hornhaut** (cornea), der weiße undurchsichtige Theil die **harte Haut** (tunica sclerotica) genannt; die durchsichtige Hornhaut ist stärker gewölbt als der übrige Theil des Augapfels. Hinter der Hornhaut liegt die farbige Regenbogenhaut *b b'* (iris), welche eben ist und die Wölbung der durchsichtigen Hornhaut gleichsam von dem übrigen Theile des Auges abschneidet. In der Mitte der Regenbogenhaut bei *s s'* befindet sich eine kreisförmige Oeffnung, welche von vorn gesehen vollkommen schwarz (das Schwarze im Auge) erscheint; diese Oeffnung führt den Namen der **Pupille**. Hinter der Iris und der Pupille befindet sich die Krystalllinse; sie befindet sich in einer durchsichtigen Kapsel, durch welche sie auch an der äußern Wand des Auges befestigt ist. Zwischen der Linse und der Hornhaut befindet sich eine klare, etwas salzige Flüssigkeit, die **wässerige Feuchtigkeit** (humor aqueus); der ganze Raum hinter der Linse ist dagegen mit einer durchsichtigen gallertartigen Substanz, der **Glasfeuchtigkeit** (humor vitreus), angefüllt. Die Krystalllinse selbst ist vorn flacher als hinten.

Fig. 307.



Ueber die Sclerotica ist im Innern des Auges die **Aderhaut** (tunica choroidea) ausgebreitet, und über dieser endlich liegt die **Netzhaut** (retina), welche nur eine Ausbreitung des Sehnerven *n* ist. Die Aderhaut, welche die ganze innere Höhlung des Auges bekleidet, ist mit einem schwarzen Pigment überzogen; diese Schwärzung ist nöthig, damit nicht durch Reflexionen im Innern des Auges die Reinheit der Bilder gestört wird. Aus demselben Grunde werden ja auch die Fernröhre innen geschwärzt.

Die Lichtstrahlen, welche auf das Auge fallen, treffen entweder auf den vordern Theil der Sclerotica, das Weiße im Auge, und werden unregelmäßig nach allen Seiten zerstreut, oder sie dringen durch die Hornhaut in das Auge ein; die äußeren der durch die Hornhaut eingedrungenen Strahlen fallen auf die Iris und werden nach allen Seiten hin unregelmäßig zerstreut, wodurch die Farbe der Regenbogenhaut sichtbar wird. Die centralen Strahlen endlich fallen durch die Pupille auf die Linse und werden durch dieselbe nach der Retina hin gebrochen, und zwar so, daß die von einem Punkte eines äußern Gegenstandes ausgehenden Strahlen, welche durch die Pupille gehen, in einem Punkte auf der Netzhaut wieder vereinigt werden. So entsteht denn auf der Netzhaut ein verkehrtes Bild der vor dem Auge befindlichen Gegenstände ganz in gleicher Weise wie das Bild auf der Rückwand einer camera obscura, die wir alsbald werden kennen lernen.

Man kann sich leicht durch den Versuch an einem etwas großen Thierauge, etwa an einem Ochsenauge, von der Existenz dieses Netzhautbildchens überzeugen; man braucht nur oben bei *b*, Fig. 308, ein viereckiges Loch in die Sclerotica zu schneiden und alles Undurchsichtige wegzunehmen, um durch diese Oeffnung von *a* her auf die Netzhaut sehen zu können. Damit das Auge möglichst seine Form behalte, legt man es in die halbkugelförmige Höhlung eines Stativs, wie es die Figur zeigt. — Meist quillt die Glasfeuchtigkeit aus der Oeffnung *b* hervor und verhindert, weil sie nicht mit ebener Fläche begränzt ist, daß man die Netzhautbildchen deutlich sehen kann. Diesen Uebelstand vermeidet man dadurch, daß man ein Glasplättchen auf die Oeffnung *b* legt. — Das Bild der Gegenstände, auf welche das Auge gerichtet ist, sieht man bei diesem Versuche verkehrt auf der Netzhaut. Leicht läßt sich auch das Bild auf der Netzhaut weißsichtiger Thiere, z. B. weißer Kaninchen, zeigen, bei welchen der schwarze Ueberzug der Aderhaut fehlt, während zugleich der hintere Theil der Sclerotica durchsichtig ist. An solchen Augen sieht man die Netzhautbilder ohne weitere Präparation.

Fig. 308.



144 **Deutliches Sehen in verschiedenen Entfernungen.** Wir haben oben schon gesehen, daß das Bild einer Linse seine Lage ändert, wenn der Gegenstand genähert oder entfernt wird; das Bild entfernt sich nämlich um so mehr vom Glase, je näher der Gegenstand heranrückt. Da nun das Auge ganz so wirkt wie eine Linse, da wir die Gegenstände nur dann scharf sehen können, wenn die Vereinigungspunkte der gebrochenen Strahlen genau auf die Netzhaut fallen, wenn also auf der Netzhaut ein scharfes Bild entsteht, so sollte man meinen, daß wir nur in einer bestimmten Entfernung die Gegenstände deutlich

sehen könnten; doch zeigt die Erfahrung das Gegentheil: ein gesundes Auge kann alle Gegenstände deutlich sehen, die mehr als 8 Zoll weit entfernt sind, das Auge muß also offenbar die Fähigkeit haben, sich den verschiedenen Entfernungen zu accommodiren.

Man kann dies auch durch einen ganz einfachen Versuch darthun: Man mache auf eine durchsichtige Glastafel einen kleinen schwarzen Fleck und halte die Tafel 10 bis 12 Zoll weit vom Auge, so kann man willkürlich den Fleck, oder durch die Glastafel hindurch die entfernteren Gegenstände deutlich sehen. Sieht man die entfernten Gegenstände deutlich, so erscheint der Fleck neblig und unbestimmt; umgekehrt aber erscheinen die fernen Gegenstände verwaschen, wenn man den Fleck deutlich sieht; wenn also die fernen Gegenstände deutlich erscheinen, so werden die vom dunklen Flecke ausgehenden Strahlen nicht auf der Netzhaut vereinigt, und umgekehrt; das Auge hat also die Fähigkeit, sich selbst für ein Sehen in die Nähe oder in die Ferne einzurichten.

Wenn die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen vor oder hinter der Netzhaut vereinigt werden, so wird auf der Netzhaut statt des hellen Punktes ein kleiner Zerstreuungskreis gebildet, und dies ist die Ursache, warum Gegenstände, die sich in einer Entfernung befinden, für welche das Auge nicht gerade accommodirt ist, undeutlich erscheinen. Das Accommodationsvermögen hat aber seine Gränzen; denn wenn die Gegenstände dem Auge gar zu nahe gebracht werden, so sind die inneren Veränderungen, deren das Auge fähig ist, nicht mehr hinreichend, um zu bewirken, daß das Bild auf die Netzhaut fällt; in diesem Falle liegen die Vereinigungspunkte hinter der Netzhaut, und auf der Netzhaut selbst bilden sich statt des scharfen Bildes Zerstreuungskreise der einzelnen leuchtenden Punkte, so daß keine scharfe Unterscheidung mehr möglich ist. Einen Stecknadelknopf z. B., den man nur 1 bis 2 Zoll weit vom Auge hält, kann man nicht deutlich sehen.

Da sich die Vereinigungsweite der Strahlen von der Linse entfernt, wenn die Gegenstände näher rücken, so ließe sich das deutliche Sehen in verschiedenen Entfernungen durch die Annahme erklären, daß man die Länge der Augenaxe willkürlich vergrößern und verkleinern könne; für nahe Gegenstände müßte dann die Augenaxe länger sein als für entfernte oder, mit anderen Worten, für nahe Gegenstände wäre die Netzhaut weiter von der Hornhaut entfernt.

Andere suchen die Accommodationsfähigkeit des Auges aus einer Veränderung der Krümmung der Hornhaut oder einer Verrückung der Linse zu erklären.

Weite des deutlichen Sehens, Kurzsichtigkeit und Fernsichtigkeit. Es ist schon oben angeführt worden, daß man Gegenstände, die 145
dem Auge gar zu nahe gebracht werden, nicht mehr deutlich sehen kann. Für ein jedes Auge giebt es eine bestimmte Entfernung, über welche hinaus man die Gegenstände dem Auge nicht nähern darf, wenn man sie ohne Anstrengung noch deutlich sehen will; in dieser Entfernung, welche die Weite des deutlichen Sehens oder auch nur die Sehweite genannt wird, hält man unwillkürlich

beim Lesen ein Buch, welches mit Lettern von gewöhnlicher Größe gedruckt ist. Bringt man die Gegenstände näher, so kann man sie nur mit Anstrengung deutlich sehen, bei noch größerer Nähe endlich ist gar kein deutliches Sehen mehr möglich. Bei einem ganz gesunden Auge beträgt die Weite des deutlichen Sehens 8 bis 10 Zoll. Ein Auge, dessen Sehweite geringer ist, nennt man kurzsichtig; wenn sie aber größer ist, weitsichtig.

Die Undeutlichkeit des Sehens ganz naher Gegenstände rührt, wie schon erwähnt wurde, daher, daß die von einem Punkte des nahen Gegenstandes ausgehenden Strahlen so stark divergiren, daß die brechenden Medien des Auges nicht im Stande sind, sie so stark convergent zu machen, daß ihre Vereinigung auf der Netzhaut stattfände; da die Vereinigungsweite in diesem Falle hinter die Netzhaut fällt, so erscheinen sie mit einem Zerstreuungskreise. Wenn man nun die Bildung dieses Zerstreuungskreises zu verhindern im Stande ist, so kann man selbst ganz nahe vor das Auge gebrachte Gegenstände noch deutlich sehen.

Man mache mit einer Stecknadel ein feines Loch in ein Kartenblatt und halte es dicht vor das Auge, so wird man durch dasselbe die Lettern eines ganz nahe gehaltenen Buches noch ganz deutlich, und zwar bedeutend vergrößert sehen, während man nach Entfernung des Kartenblattes durchaus keinen Buchstaben mehr zu erkennen im Stande ist. Der Grund liegt darin, daß von einem Punkte des ganz nahen Gegenstandes aus nur in einer einzigen Richtung durch die feine Oeffnung Strahlen ins Auge dringen können, und diese werden auch nur in einer einzigen Stelle die Netzhaut treffen, während, wenn das Kartenblatt die übrigen Strahlen nicht abhält, von einem Punkte des Gegenstandes aus ein ganzes Strahlenbündel durch die Pupille ins Auge gelangt, welches auf der Netzhaut einen Zerstreuungskreis bildet.

Durch eine feine Oeffnung in einem Kartenblatte, welche dicht vors Auge gehalten wird, sieht man begreiflicherweise nahe und ferne Gegenstände gleich scharf, ohne daß das Auge nöthig hätte, sich den Entfernungen zu accommodiren, da ja ohnehin die von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen auch nur in einem Punkte die Netzhaut treffen. Es fragt sich nun, in welchem Accommodationszustande sich das Auge beim Sehen durch eine feine Oeffnung befindet. Offenbar in dem normalen Zustande, zu dessen Erhaltung gar keine Thätigkeit erfordert wird. Das Auge befindet sich in dem Zustande, wie es dem Sehen von Gegenständen, die sich in der Weite des deutlichen Sehens befinden, entspricht.

Hierher gehört auch der interessante und lehrreiche Scheiner'sche Versuch. Wenn man in ein Kartenblatt zwei feine Nadellöcher macht, deren Entfernung von einander kleiner sein muß als der Durchmesser der Pupille, und die Oeffnungen dicht vor das Auge hält, so sieht man einen kleinen Gegenstand, etwa einen Nadelknopf, den man innerhalb der Sehweite vor die Löcher hält, doppelt. Von dem kleinen Gegenstande gelangen nämlich nur zwei ganz feine Strahlenbündel durch die beiden Löcher ins Auge; diese beiden Strahlen convergiren aber nach einem Punkte, der hinter der Netzhaut liegt, sie treffen also die Netzhaut in zwei verschiedenen Punkten; es sind dies zwei isolirte Punkte des Zer-

streuungskreises, welcher auf der Retina entstände, wenn die übrigen Strahlen nicht durch das Kartenblatt aufgefangen würden.

Wenn man den kleinen Gegenstand mehr und mehr entfernt, so nähern sich die Bilder, weil die beiden durch die Löcher ins Auge fallenden Strahlen nun weniger divergiren und also auch nach einem Punkte hin gebrochen werden, welcher der Retina näher liegt. Hat man den Gegenstand bis auf die Weite des deutlichen Sehens vom Auge entfernt, so fallen die beiden Bilder vollkommen zusammen, weil ja alle Strahlen, die von einem Punkte ausgehen, der gerade um die Weite des deutlichen Sehens vom Auge entfernt ist, in einem Punkte der Netzhaut vereinigt werden.

Entfernt man den Gegenstand über die Weite des deutlichen Sehens hinaus, so sieht man ihn abermals doppelt. Durch die beiden kleinen Oeffnungen also sieht man einen feinen Gegenstand nur dann einfach, wenn er sich in der Weite des deutlichen Sehens befindet.

Auf den Scheiner'schen Versuch hat man Instrumente gegründet, welche zur Ermittelung der Sehweite dienen sollen und den Namen Optometer führen.

Die Kurzsichtigkeit (Myopie) und die Weitsichtigkeit (Presbyopie) sind Fehler, deren Grund wohl am richtigsten in einem mangelhaften Accommodationsvermögen zu suchen ist, was besonders daraus hervorgeht, daß die Gewöhnung einen großen Einfluß auf diese Fehler ausübt. Kurzsichtigkeit entsteht oft dadurch, daß das Sehen in der Ferne vernachlässigt wird, und Kinder, welche beim Lesen und Schreiben das Gesicht zu dicht auf das Papier halten, werden in Folge dessen kurzsichtig. Auch dadurch, daß man längere Zeit durch ein Mikroskop sieht, wird ein sonst gutes Auge vorübergehend kurzsichtig, ja dieser Zustand dauert oft mehrere Stunden lang.

Das einfachste Mittel, die Fernsichtigkeit und Kurzsichtigkeit zu verbessern, besteht, wie schon bemerkt wurde, darin, daß man eine feine, etwa in ein Kartenblatt gemachte Oeffnung dicht vor das Auge hält. Durch dieses Mittel, welches schon in dem bisher Gesagten seine Erklärung gefunden hat, wird die Schärfe des Bildes freilich auf Kosten der Helligkeit hergestellt.

Ein zweites Mittel sind die Brillengläser, und zwar wendet man bei kurzsichtigen Augen Hohlgläser, bei fernsichtigen Convexgläser an. Bei einem kurzsichtigen Auge fallen die Bilder ferner Gegenstände vor die Netzhaut, und das Auge hat nicht das Vermögen, sich so zu accommodiren, daß sie auf die Netzhaut selbst gebracht würden; man verändert deshalb das Refractionsvermögen des Auges durch vorgesetzte Hohlgläser in der Weise, daß die von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden, ins Auge gelangenden Strahlen stärker divergiren, und macht dadurch ihre Vereinigung auf der Netzhaut möglich.

Bei fernsichtigen Augen fällt das Bild naher Gegenstände hinter die Netzhaut, ohne daß das Auge im Stande ist, sich diesem Refractionsvermögen zu accommodiren; man wendet deshalb Convexgläser an, um die von einem Punkte des Gegenstandes aus divergirenden Strahlen weniger divergent zu machen und dadurch ihren Vereinigungspunkt auf die Netzhaut zu bringen.

Je nachdem ein Auge mehr oder weniger kurzsichtig oder weitsichtig ist, muß man stärkere oder schwächere Gläser anwenden; man wählt die Gläser so, daß die Weite des deutlichen Sehens durch Mitwirkung der Gläser 8 bis 10 Zoll, also eben so groß ist, wie bei einem guten Auge.

Die Kurzsichtigkeit kommt am häufigsten im mittleren Lebensalter, die Fernsichtigkeit aber im höheren Alter vor.

146 **Beziehungen zwischen den Empfindungen des Auges und der Aussenwelt.** Der Act des Sehens beruht lediglich darauf, daß die Affectionen der Nervenhaut auf eine uns freilich unerklärliche Weise zum Bewußtsein kommen. Eigentlich nehmen wir also nur einen bestimmten Zustand, eine gewisse Affection der Netzhaut wahr; daß wir aber diese Wahrnehmung nach außen verlegen, daß wir die Netzhautbilder gleichsam in Anschauungen der Außenwelt verwandeln, ist Sache eines unmittelbaren Urtheils; in diesem Urtheile haben wir durch fortwährende übereinstimmende Erfahrungen eine solche Sicherheit erlangt, daß wir die Netzhaut gar nicht als wahrnehmendes Organ empfinden, daß wir die unmittelbaren Empfindungen mit dem verwechseln, was nach unserem Urtheile die Ursache derselben ist. Die Substitution des Urtheils für die Empfindung geschieht ganz unwillkürlich, sie ist uns so zu sagen zur andern Natur geworden.

Da wir überhaupt für die Empfindung auf der Netzhaut eine Vorstellung der Außenwelt setzen, so substituiren wir auch für jedes Netzhautbild einen Gegenstand außer uns. Daß wir den Gegenstand, welcher einem bestimmten Netzhautbildchen entspricht, nach einer bestimmten Richtung hin suchen, ist aber sicherlich ebenso das Resultat fortgesetzter consequenter Erfahrung, wie das Nach-Außen-Wirken des Gesichtssinnes überhaupt. Denken wir uns den Gegenstand und sein Netzhautbildchen durch eine gerade Linie verbunden, so ist dies die Richtung, nach welcher die Bilder nach außen hin projiciren.

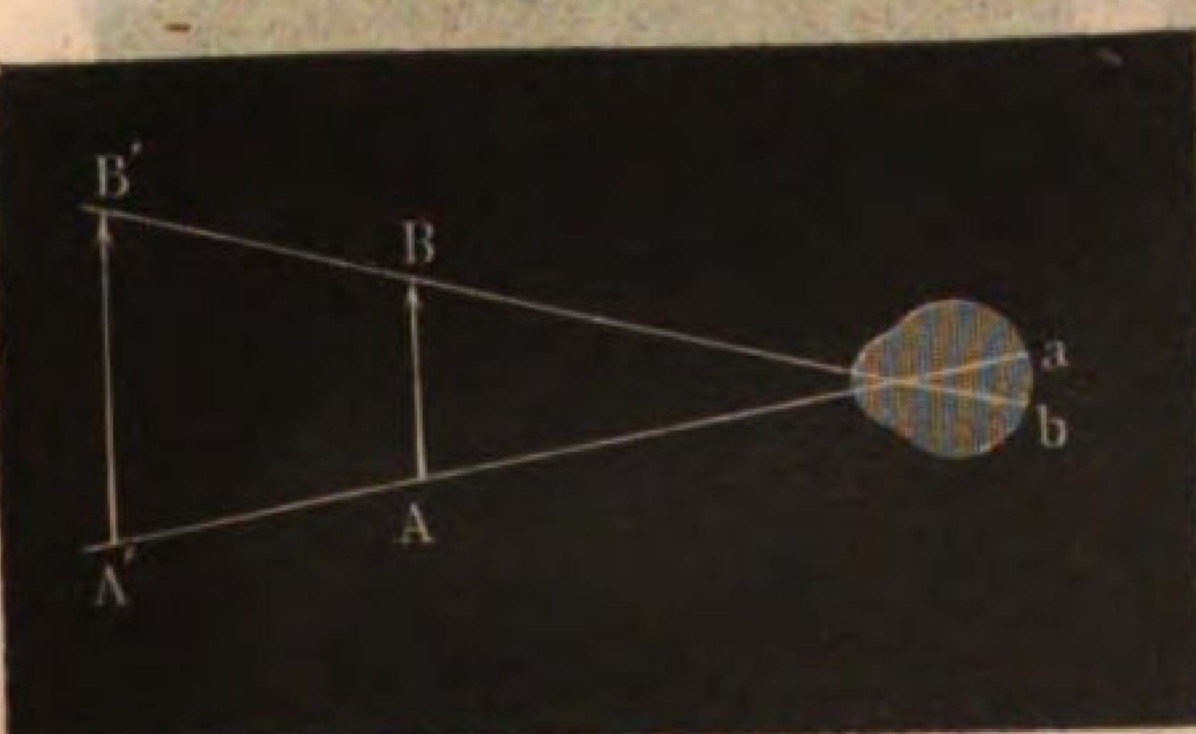
Es ist oben gezeigt worden, daß von den äußeren Gegenständen auf der Netzhaut verkleinerte und verkehrte Bilder entstehen, und es ist deshalb die Frage aufgeworfen worden, warum wir nicht alle Dinge verkehrt sehen. Diese Frage findet nun in den eben angestellten Betrachtungen ihre genügende Antwort; daß überhaupt ein Netzhautbild existirt, daß ein Bildchen auf dem obern oder untern Theile der Netzhaut liegt, daß es sich auf der rechten oder linken Seite derselben befindet, erfahren wir erst durch optische Untersuchungen; die Empfindung der Nervenhaut kommt nicht als solche zum Bewußtsein, sondern sie wird unwillkürlich nach einer bestimmten Richtung nach außen hin projicirt, und zwar in derjenigen Richtung, in welcher sich die Gegenstände befinden, welche die Netzhautbilder veranlassen. Nach dieser Richtung hin finden wir aber die Gegenstände auch durch andere sinnliche Wahrnehmungen, z. B. durch den Tastsinn; es besteht also zwischen den verschiedenen sinnlichen Wahrnehmungen in Beziehung auf die Ortsbestimmung die vollkommenste Harmonie; wir würden die Gegenstände verkehrt sehen, wenn diese Uebereinstimmung nicht stattfände.

Mit der durch das Gesichtsorgan vermittelten Vorstellung der außer uns

befindlichen Dinge verbinden wir auch eine Vorstellung von ihrer Größe und Entfernung. Die Bildchen auf der Netzhaut liegen neben einander, und wenn wir die entsprechenden Gegenstände nicht als unmittelbar neben einander, sondern als hinter einander befindlich erkennen, kurz, wenn wir uns von der flächenhaften Wahrnehmung zu einer Vorstellung der Tiefe des Raumes erheben, so ist das nicht Sache der Empfindung, sondern des Verstandes. Das Kind hat noch keine Vorstellung von den Entfernungen, es greift nach dem Monde, wie es nach Dingen in seiner Umgebung greift. Die Vorstellung von der Tiefe des Sehraumes erhalten wir erst dadurch, daß wir uns im Raume bewegen, daß sich die Bilder bei dieser Bewegung ändern, und daß wir durch unsere eigene Ortsveränderung einen Begriff von der Entfernung der Gegenstände bekommen.

Die scheinbare Größe der Gegenstände hängt von der Größe des Netzhautbildchens ab. Denken wir uns von den beiden Endpunkten eines Netzhautbildchens Linien nach den entsprechenden Endpunkten des Gegenstandes gezogen, so schneiden sich diese Linien unter einem Winkel, den man den Sehwinkel nennt; die Größe dieses Winkels ist aber der Größe des Netzhautbildes proportional, man kann deshalb auch sagen, daß die scheinbare Größe der Gegenstände von der Größe des Sehwinkels abhängt, unter welchem sie erscheinen. Zwei Gegenstände von verschiedener Größe, wie AB und $A'B'$, Fig. 309, können gleiche scheinbare Größe haben, wenn ihre Größe ihrer Entfernung vom Auge proportional ist; verschiedene Gegenstände also, deren Größe sich verhält wie 1 : 2 : 3 u. s. w., werden in einfacher, doppelter, dreifacher Entfernung unter gleich großem Gesichtswinkel erscheinen.

Fig. 309.



Der Punkt im Auge, in welchem sich die Linien aA und bB schneiden, heißt der Kreuzungspunkt, er ist der Scheitelpunkt des Sehwinkels.

Unser Urtheil über die wahre Größe der Gegenstände und ihre Entfernung wird erst durch fortgesetzte Erfahrung erlangt und kann durch Uebung einen bewundernswürdigen Grad von Sicherheit erreichen.

Sehen mit zwei Augen. Wenn wir beide Augen auf einen Gegen- 147
stand richten, so sehen wir ihn einfach, wenn das Auge für die Entfernung eingerichtet ist, in welcher er sich befindet; wir sehen ihn aber jederzeit doppelt, sobald sich die Augen einer größern oder kleinern Entfernung accommodiren; wir sehen den Gegenstand scharf und deutlich, wenn wir ihn einfach sehen, undeutlich und verwaschen, sobald er doppelt erscheint.

Wir können ganz nach Willkür einen Gegenstand einfach oder doppelt sehen; man halte z. B. zwei Finger gerade hinter einander vor das Gesicht, und zwar so, daß der eine ungefähr einen Fuß, der andere zwei Fuß weit entfernt ist, so sieht man den hintern doppelt, wenn man die Augenaxen auf den erstern richtet; den vordern aber, wenn man den hintern fixirt.

In Fig. 310 seien L und R die beiden Augen, A und B zwei in verschiedenen Entfernungen vor dem Auge befindliche Gegenstände. Wenn man den Gegenstand A fixirt, so sind die Axen beider Augen (die Augenaxe ist die gerade Linie, welche die Mitte der Netzhaut mit dem Mittelpunkte der Linse und der Pupille verbindet) nach A gerichtet, sie machen also einen ziemlich bedeutenden Winkel mit einander; das Bild von A erscheint aber in jedem Auge auf der Mitte der Netzhaut; fixirt man nun den entfernten Gegenstand B, wie dies in Fig. 311 dargestellt ist, so wird der Winkel der Augenaxen kleiner, und nun erscheint das Bild von B in jedem Auge auf der Mitte der Netzhaut.

Fig. 310.

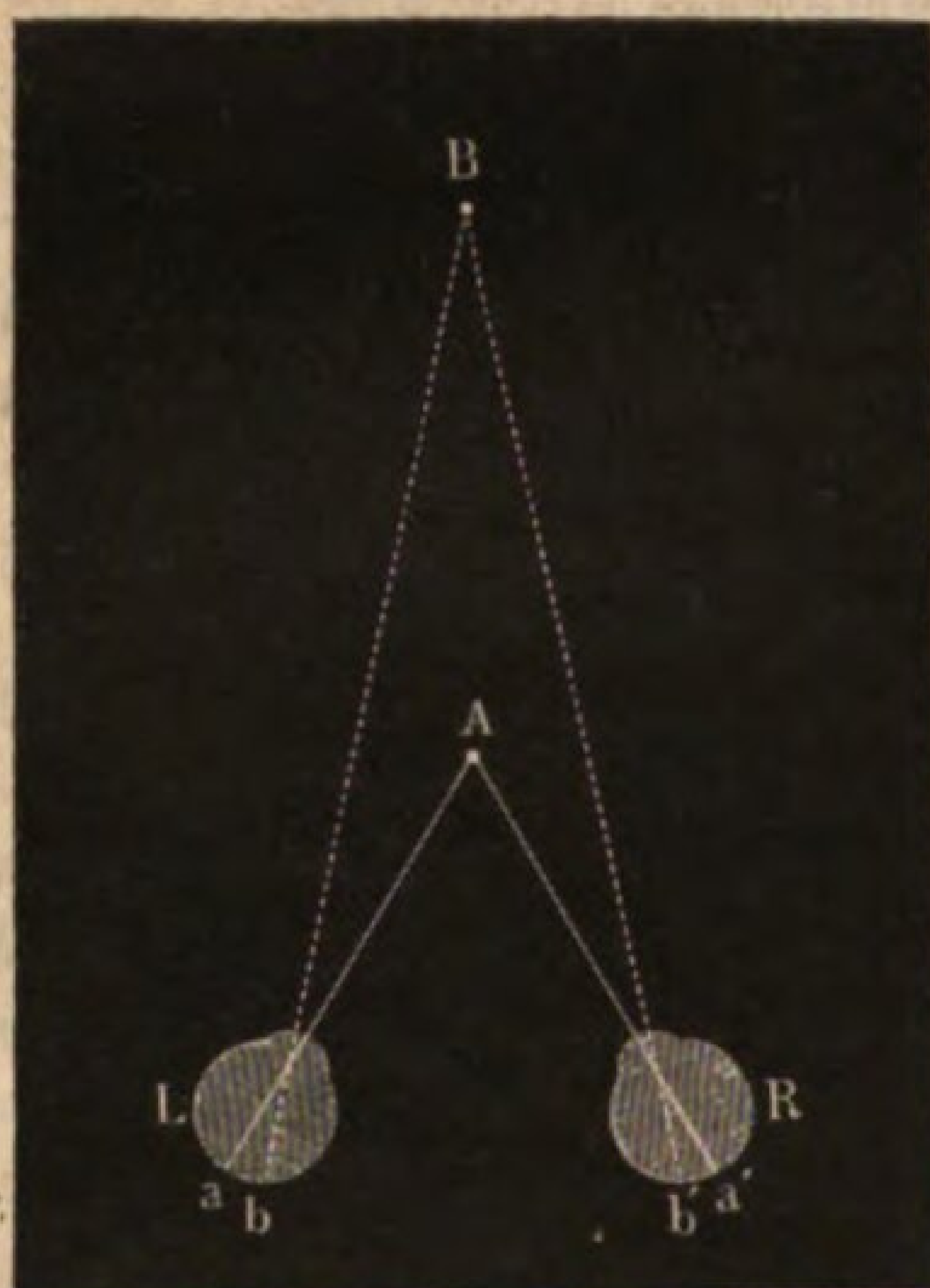
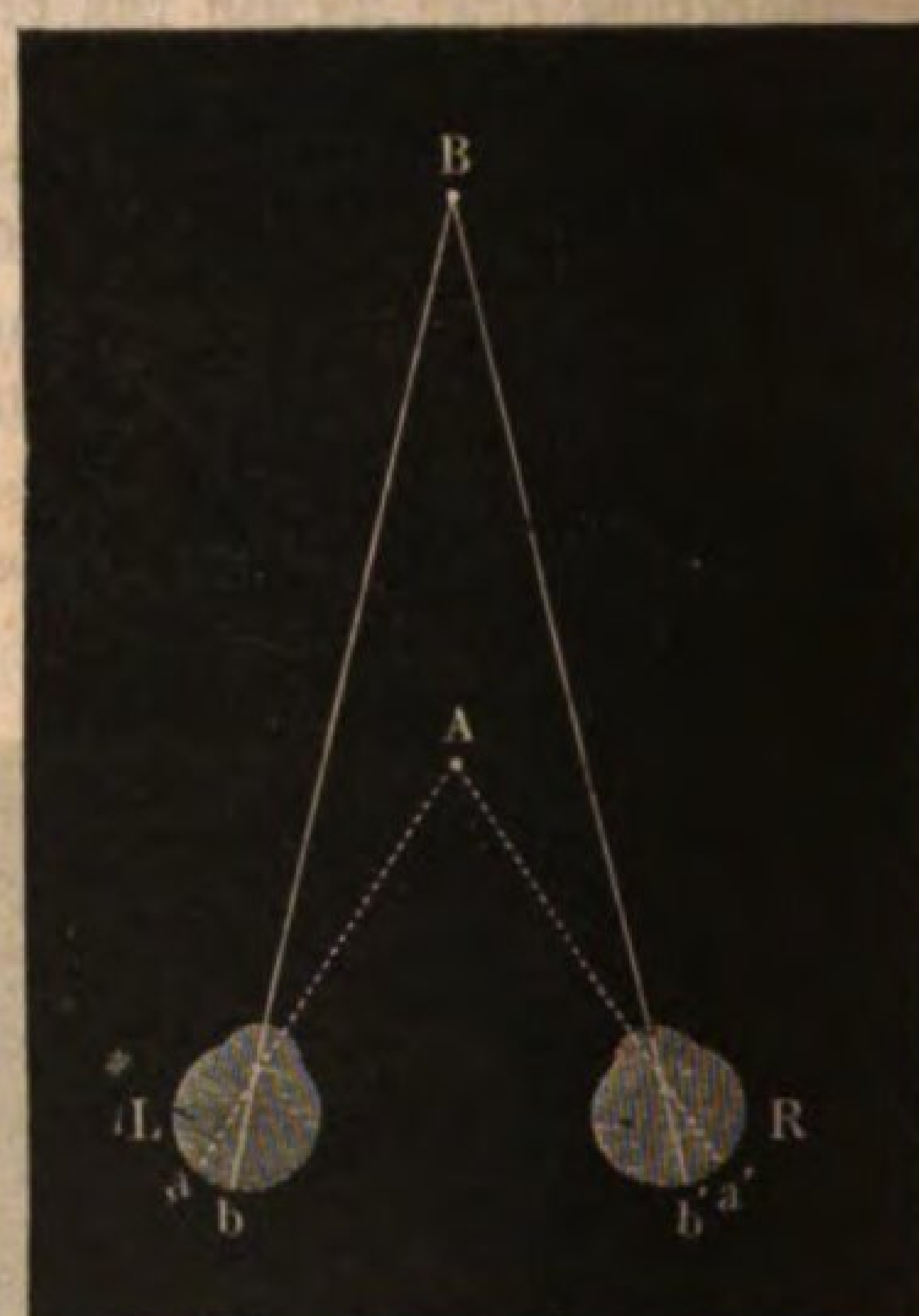


Fig. 311.



Wenn A fixirt ist wie Fig. 310, so liegt das Bild von B im linken Auge rechts, im rechten aber links von der Mitte der Netzhaut; die Bilder b und b' liegen also in beiden Augen nicht auf entsprechenden Stellen der Netzhaut; und darin ist wohl auch der Grund zu suchen, warum der Gegenstand B hier doppelt gesehen wird. Da das Bild b im linken Auge rechts von a liegt, so scheint uns B links von A zu liegen, während das rechte Auge den Gegenstand B rechts von A sieht, weil das Bild b' links von a' ist. Hat man den Gegenstand A mit beiden Augen so fixirt, daß man ihn nur einmal sieht, B aber doppelt erscheint, so kann man das linke oder rechte Bild von B verschwinden machen, je nachdem man die von B auf das linke oder rechte Auge fallenden Strahlen auffängt. Hat man hingegen den entfernten Gegenstand B fixirt, so daß A doppelt gesehen wird, wie in Fig. 311, so verschwindet das rechts erscheinende Bild von A, wenn man das linke Auge verdeckt.

148 **Gränzen der Sichtbarkeit.** Wenn ein Gegenstand noch gesehen werden soll, so darf der Gesichtswinkel, unter welchem er erscheint, nicht unter einer gewissen Gränze liegen, die sehr von der Erleuchtung und der Farbe des

Gegenstandes, der Natur des Hintergrundes und der Individualität der Augen abhängt. Für ein gewöhnliches Auge ist bei mäßiger Beleuchtung ein Gegenstand noch unter einem Sehwinkel von 30 Secunden sichtbar, ein sehr heller Gegenstand, wie ein glänzender Silberdraht, wird aber auf dunklem Grunde noch unter einem Gesichtswinkel von 2 Secunden gesehen. Auch dunkle Körper können auf weißem Grunde sehr deutlich gesehen werden, selbst wenn sie auch sehr fein sind; ein mittelmäßiges Auge kann ein Hauptthaar vor dem mäßig hellen Himmel noch in einer Entfernung von 4 bis 6 Fuß deutlich unterscheiden.

Dauer des Lichteindruckes. Wenn man mit einer glühenden Kohle rasch einen Kreis beschreibt, so kann man die Kohle selbst nicht unterscheiden, sondern man sieht einen feurigen Kreis. Der Grund dieser Erscheinung liegt darin, daß eine durch einen Lichteindruck afficirte Stelle der Retina nicht augenblicklich wieder zur Ruhe kommt, wenn der Lichteindruck selbst aufgehört hat; aus demselben Grunde kann man auch die Speichen eines schnell laufenden Rades nicht unterscheiden, und die obere Fläche eines Kreisels, welcher mit abwechselnd weißen und schwarzen Sectoren bemalt ist, wie Fig. 312, erscheint bei rascher Rotation gleichförmig grau. Wenn aber der Kreisel, im Dunkeln rotirend, momentan erleuchtet wird, etwa durch einen Blitz oder einen elektrischen Funken, so kann man die einzelnen Sectoren deutlich unterscheiden. 149

Fig. 312.



Macht man in eine Pappscheibe von 2 bis 3 Zoll Durchmesser diametral gegenüberstehend zwei Löcher, durch welche man Fäden zieht, wie Fig. 313 und 314 zeigen, so kann man mit Hülfe dieser Fäden die Scheibe rasch drehen,

Fig. 313.



Fig. 314.

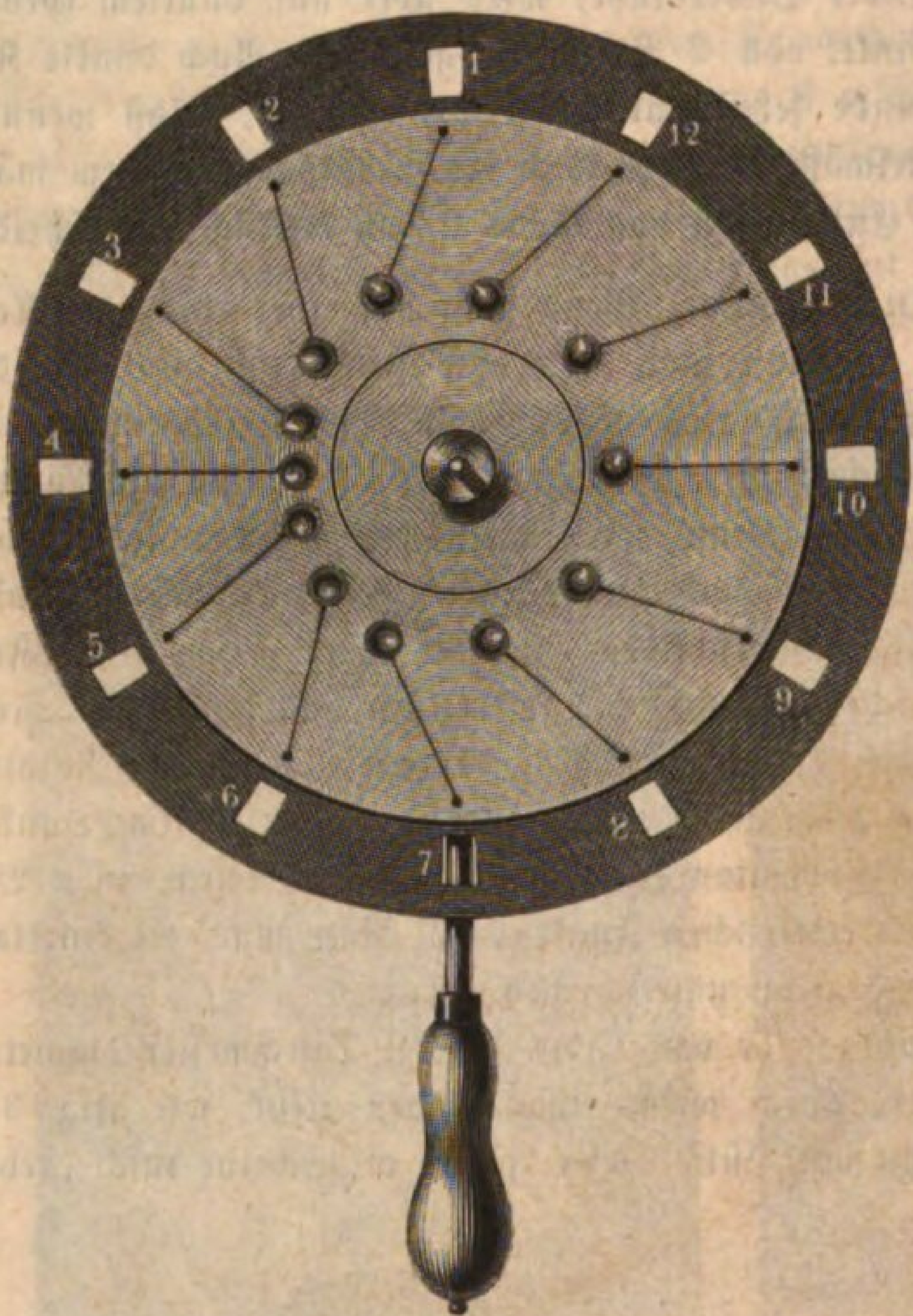


so daß man abwechselnd die eine und dann wieder die andere Seite sieht. Macht man nun auf die eine Seite einen schwarzen Streifen in der Richtung der beiden kleinen Löcher, auf die andere Seite einen Streifen, welcher auf dieser Richtung rechtwinklig steht, so sieht man bei rascher Umdrehung ein Kreuz, weil der Eindruck des horizontalen Streifens im Auge noch nicht erloschen ist, wenn der verticale Streifen sichtbar wird. Ist auf die eine Seite ein Käfig, auf die andere ein Vogel gemalt, so erscheint bei rascher Drehung der Vogel im Käfig u. s. w.

Ein recht sinnreicher und artiger Apparat, welcher sich ebenfalls auf die Dauer des Lichteindruckes gründet, ist die sogenannte Wunderscheibe oder das Phenakistoskop. Eine Scheibe von 20 bis 25 Centimeter Durchmesser kann um eine horizontale Axe in eine rasche Rotationsbewegung versetzt werden: am Rande dieser Scheibe befindet sich eine Reihe von Oeffnungen, welche

in gleichen Abständen auf einander folgen; in der Fig. 315 dargestellten Wunderscheibe befinden sich 12 solcher Löcher. Innerhalb des durch die 12 Löcher gebildeten Ringes ist nun eine kleinere bemalte Scheibe befestigt, auf welcher ein und derselbe Gegenstand in 12 auf einander folgenden Stellungen abgebildet ist, so daß jedem Loche eine andere Stellung entspricht. In unserer Figur ist ein ganz einfacher Gegenstand gewählt, nämlich ein Pendel. Unter der mit 1 bezeichneten Oeffnung ist das Pendel dargestellt, wie es eben seine äußerste Stellung links erreicht hat; unter der Oeffnung 2 sehen wir das Pendel, wie es sich der Gleichgewichtslage schon wieder genähert hat, bei 4 hat es die Gleichgewichtslage erreicht u. s. w. Dieser Apparat wird nun so vor einen Spiegel gehalten, daß die bemalte Fläche dem Spiegel zugekehrt ist und man durch eine Oeffnung, etwa durch die oberste, das Bild der bemalten Scheibe im Spiegel sieht. Wenn nun die Scheibe rotirt, so geht eine Oeffnung nach der andern vor dem Auge vorüber; während aber die Zwischenräume vor dem Auge hergehen, sieht man nichts. Nehmen wir an, daß in einem bestimmten Momente die Oeffnung 1 vor dem Auge vorübergeht, so erblickt man unter derselben das Bild des Pendels in seiner größten Ausweichung; der in diesem Momente ins Auge gelangende Lichteindruck bleibt nun, bis die zweite Oeffnung vors Auge kommt, und jetzt erscheint das Pendel an derselben Stelle, an welcher man es eben erst in seiner größten Ausweichung gesehen hatte, der Gleichgewichtslage etwas genähert; das Bild dieser zweiten Lage bleibt im Auge, bis die dritte, das Bild der dritten Lage bleibt, bis die vierte Oeffnung vor das Auge gelangt, und nun sieht man das Pendel in seiner Gleichgewichtslage u. s. w.; die auf diese Weise der Reihe nach dem Auge vorgeführten Stellungen des Pendels machen dann täuschend den Eindruck, als ob das Pendel oscillire. Statt des Pendels kann man auch andere Gegenstände wählen, die man der Reihe nach in eben so viel verschie-

Fig. 315.



denen Stellungen dargestellt hat, als Löcher vorhanden sind, so daß jeder Oeffnung eine andere Stellung entspricht. Sehr täuschend lassen sich auf diese Weise Bewegungen von Menschen- und Thiergestalten darstellen, die man in den verschiedenen auf einander folgenden Stellungen aufgezeichnet hat.

Ebenso wie die Gegenstände eine gewisse Größe haben müssen, um durch das Auge wahrnehmbar zu sein, ebenso muß auch der Lichteindruck eine namhafte Zeit andauern, um eine Wirkung auf die Netzhaut hervorzubringen; aus diesem Grunde wird ein sehr schnell sich bewegender Körper, z. B. eine Kanonenkugel, nicht gesehen; das Bild der fliegenden Kugel bewegt sich auf der Netzhaut mit solcher Geschwindigkeit, daß es an keiner Stelle wahrgenommen werden kann.

Die Nachwirkungen auf der Netzhaut sind um so stärker und dauern um so länger fort, je intensiver und andauernder die primitive Einwirkung war. Die Nachbilder heller Gegenstände sind hell, die Nachbilder dunkler Gegenstände dunkel, wenn das Auge einer fernern Lichteinwirkung entzogen wird. Sieht man z. B. längere Zeit unverwandt durch ein Fenster nach dem hellen Himmel, wendet man alsdann das Auge weg, indem man es zugleich schließt, so sieht man noch immer die hellen Zwischenräume begränzt durch die dunklen Fensterrahmen; wendet man dagegen das Auge auf eine weiße Wand, so erscheint im Nachbilde hell, was im ursprünglichen dunkel war, und umgekehrt; man sieht z. B. die Fensterrahmen hell und die Zwischenräume dunkel. Diese Umkehrung ist leicht zu erklären: wird das geblendete Auge auf die weiße Wand gerichtet, so sind die vorher durch das helle Licht afficirten Stellen der Netzhaut weniger empfindlich gegen das weiße Licht der Wand, als diejenigen Stellen der Netzhaut, auf welche das Bild der dunklen Fensterrahmen gefallen war.

Farbige Nachbilder. Unser Gesichtsorgan empfindet oft Farbeneindrücke, die nicht unmittelbar durch äußere Objecte hervorgebracht sind, sondern in einem eigenthümlich gereizten Zustande der Netzhaut ihren Grund haben. Man nennt solche Farben subjective oder auch physiologische. Die farbigen Nachbilder sowohl als auch die Farben, welche durch Contraste hervorgebracht werden, gehören hierher. 150

Die Nachbilder, von denen im vorigen Paragraph die Rede war, sind immer mehr oder weniger gefärbt, und zwar ist diese Färbung um so entschiedener, je intensiver der primitive Lichteindruck war, welcher die Nachbilder veranlaßte. Man fixire z. B. einige Zeit lang ein Kerzenlicht recht scharf, schließe dann die Augen und wende sie nach einer dunklen Stelle des Zimmers, so glaubt man noch immer, die Flamme vor den Augen zu haben, aber sie verändert nach und nach ihre Farbe; sie wird alsbald ganz gelb, geht dann durch Orange in Roth, von Roth durch Violet in grünliches Blau über, welches immer dunkler wird, bis das Nachbild endlich ganz verschwindet.

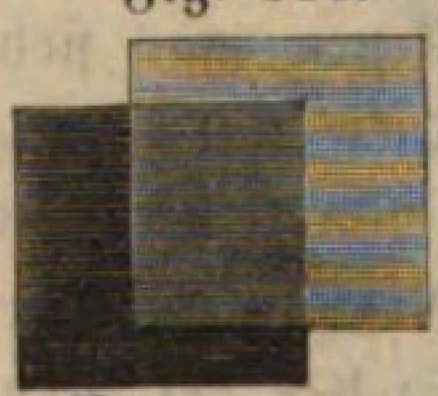
Wenn man, während noch das farbige Nachbild im geschlossenen Auge ist, das Auge öffnet und auf eine weiße Wand richtet, so erblickt man ein Bild auf dieser Wand, welches demjenigen complementär ist, welches man zu derselben

Zeit bei geschlossenem Auge wahrnimmt. Ist das Nachbild im geschlossenen Auge roth geworden, so erblickt man ein grünes Bild, wenn man das Auge öffnet und auf eine weiße Fläche richtet.

Wenn man längere Zeit einen farbigen Fleck auf weißem Grunde scharf fixirt und dann das Auge seitwärts auf die weiße Fläche richtet, so sieht man ein complementär gefärbtes Nachbild; war der Fleck blau, so ist das Nachbild gelb; war er roth, so ist es grün u. s. w. Diese Erscheinung erklärt sich dadurch, daß die Netzhaut für die Farbe des Objectes abgestumpft und also für diejenigen im weißen Lichte enthaltenen Farben empfindlicher wird, die nicht in der Nüance des die Blendung veranlassenden Objectes enthalten sind.

Daß die Retina durch das längere Betrachten eines stark erleuchteten farbigen Gegenstandes allmälig gegen diese Farbe abgestumpft wird, geht auch daraus hervor, daß sie nach und nach immer matter und unscheinbarer wird. Man kann sich davon am leichtesten auf folgende Weise überzeugen. Man fixire längere Zeit ein farbiges, etwa ein rothes Quadrat, welches sich auf einem weißen Grunde befindet, und wende dann das Auge nur etwas seitwärts, so daß das complementäre Nachbild zum Theil noch auf das farbige Quadrat fällt, wie dies in Fig. 316 angedeutet ist. Der freie Theil des Nachbildes erscheint jetzt grün, der frei gewordene Theil des ursprünglichen Bildes, d. h. derjenige Theil, welcher seine Strahlen jetzt auf Stellen der Netzhaut sendet, die vorher noch nicht von dem rothen Lichte getroffen waren, erscheint lebhaft roth; da aber, wo beide Quadrate über einander fallen, sieht man ein weit matteres Roth, denn die von diesem Theile des objectiven rothen Quadrates ausgehenden Strahlen treffen noch immer solche Stellen der Netzhaut, welche gegen den Eindruck des rothen Lichtes schon mehr abgestumpft sind.

Fig. 316.



151 **Contrastfarben.** Ein grauer Fleck erscheint auf einer weißen Fläche dunkler, auf einer schwarzen heller, als wenn die ganze Fläche mit demselben grauen Tone überzogen wäre. Ein Versuch, welcher dies recht deutlich zeigt, ist folgender: Man bringe einen schmalen undurchsichtigen Körper, etwa ein Bleistift, zwischen eine Kerzenflamme und eine weiße Fläche, so wird man einen dunklen Schatten auf hellem Grunde sehen; bringt man nun eine zweite Kerzenflamme neben die erstere, so sieht man zwei dunkle Schatten auf dem hellen Grunde; jeder dieser Schatten ist aber jetzt durch eine Kerze eben so stark erleuchtet, als vorher die ganze Fläche war, und doch hielt man vorher die Fläche für hell und jetzt den Schatten für dunkel; dieser Versuch beweist den bedeutenden Einfluß des Contrastes.

Noch auffallender sind die Contrasterscheinungen bei Betrachtungen farbiger Gegenstände, wobei man oft complementäre Farben sieht, welche objectiv gar nicht vorhanden sind.

Legt man einen schmalen grauen Papierschnitzel auf ein lichtgrünes Papier, so erscheint der Streifen röthlich; legt man ihn auf ein blaues Papier, so er-

scheint er gelb; kurz, er erscheint immer complementär zur Farbe des Grundes. Sehr deutlich nimmt man die Erscheinung wahr, wenn man einen ungefähr 1^{mm} breiten Streifen von weißem Papier auf eine Tafel von farbigem Glase klebt und dann durch dasselbe nach einer weißen Fläche, etwa nach einem Blatte weißen Papieres, sieht, oder auch, indem man die eine Seite des Glases ganz mit einem dünnen Papier bedeckt, auf die andere den schmalen Streifen befestigt und dann das Glas vor eine Kerzenflamme hält; der Streifen erscheint dann complementär zur Farbe des Glases, also roth auf einem grünen Glase, blau auf einem gelben u. s. w.

Hierher gehören auch die sogenannten farbigen Schatten, welche erscheinen, wenn in farbigem Lichte ein schmaler Körper einen Schatten wirft und dieser Schatten durch weißes Licht beleuchtet ist. Man erhält solche farbige Schatten am leichtesten auf folgende Weise: Man läßt Lichtstrahlen durch ein farbiges Glas auf eine weiße Fläche, etwa auf weißes Papier, fallen, so daß sie farbig erscheint; fängt man nun an irgend einer Stelle die das Papier beleuchtenden farbigen Strahlen durch einen schmalen Körper auf, so erhält man einen schmalen Schatten, welcher nur durch das ringsum verbreitete weiße Tageslicht erhellt ist; dieser Schatten erscheint nun complementär zum Grunde; wendet man ein rothes Glas an, so erscheint der Schatten grün; er erscheint blau, wenn man ein gelbes Glas anwendet, u. s. w. Die Farben dieser Schatten sind rein subjectiv.

Manchmal beobachtet man auch farbige Schatten, welche wirklich objectiv verschiedenfarbig sind; sie entstehen, wenn ein Körper bei doppelter Beleuchtung zwei Schatten wirft und die beiden Lichtquellen verschiedene Farben haben; denn nun ist der eine Schatten nur durch Licht von der einen, der andere Schatten nur durch Licht von der andern Farbe beleuchtet. Solche farbigen Schatten entstehen, wenn in der Dämmerung das bläuliche Himmelslicht in ein Zimmer fällt, in welchem sich eine brennende Kerze befindet; hält man ein Stäbchen so, daß es einen Schatten im Kerzenlichte, einen zweiten im Tageslichte auf eine weiße Fläche wirft, so erscheint der eine Schatten blau, der andere gelb, weil der eine nur durch das bläuliche Tageslicht, der andere nur durch das gelbliche Kerzenlicht beleuchtet ist; doch ist auch bei diesem Falle der Contrast von großem Einfluß auf die Intensität der Farbenerscheinung.

Was die Erklärung der farbigen Nebenbilder betrifft, so ist sie wohl darin zu suchen, daß, wenn irgend ein Theil der Netzhaut durch farbiges Licht afficirt wird, diese directe Wirkung auch auf die benachbarten Stellen der Netzhaut in der Weise reagirt, daß sie in einen dem primitiven Eindrucke complementären Zustand versetzt werden.

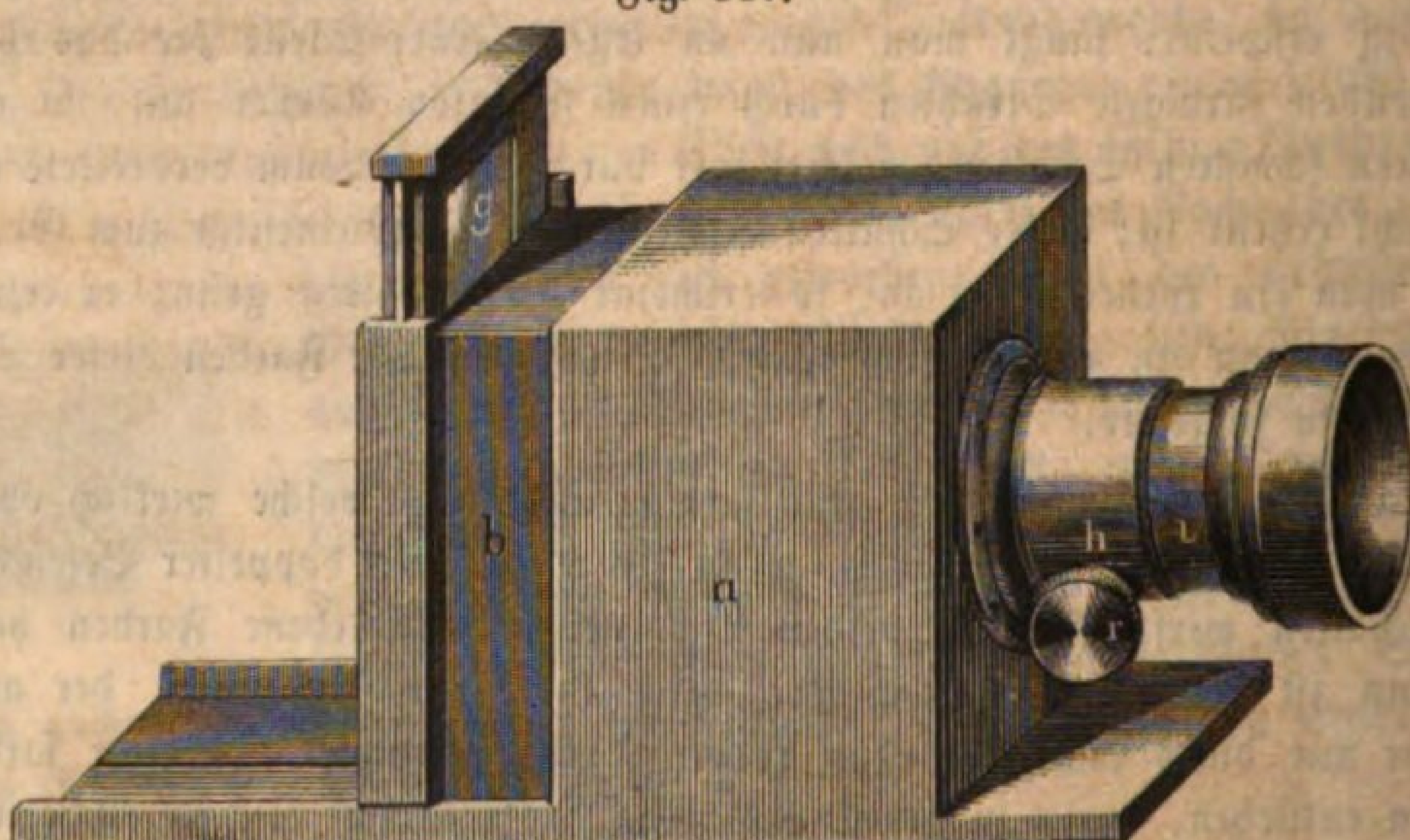
Jede Zusammenstellung von Farben, welche complementär zu einander sind, macht einen angenehmen Eindruck auf das Auge, was leicht begreiflich ist, wenn man bedenkt, daß, wenn irgend ein Theil der Netzhaut direct durch irgend eine Farbe afficirt wird, sie ja selbst ein Bestreben zeigt, auf den benachbarten Stellen diesen Gegensatz hervorzurufen.

152 **Die camera obscura.** Die von dem Neapolitaner Porta um die Mitte des siebzehnten Jahrhunderts erfundene camera obscura besteht im Wesentlichen aus einer Sammellinse von etwas großer Brennweite, durch welche ein Bild entfernter Gegenstände, etwa einer Landschaft, entworfen wird; um den Effect dieses Bildes möglichst zu heben, muß von der Fläche, auf welcher es aufgefangen wird, alles seitliche, nicht hierher gehörige Licht sorgfältig ausgeschlossen werden, d. h. es muß in einer dunklen Kammer aufgefangen werden.

Setzt man die Linse in den Laden eines dunklen Zimmers, so wird man auf einem in gehöriger Entfernung der Linse gegenüberstehenden Schirme das Bild der außerhalb befindlichen Gegenstände erhalten. Dies ist die ursprüngliche Form der camera obscura.

Später wurde das Zimmer durch einen transportablen, innen geschwärzten Kasten ersetzt. Fig. 317 zeigt den Apparat in der Form, wie er zum Daguer-

Fig. 317.



reotypiren angewandt wird. Auf der Vorderseite des Kastens *a* ist eine messingene Hülse *h* befestigt, in welcher sich eine zweite *i* mittelst eines Triebes, der durch den Kopf *r* bewegt wird, aus- und einschieben läßt. Diese Hülse *i* enthält die achromatische Linse, welche ihre Bilder auf einer ihr gegenüberstehenden mattgeschliffenen Glastafel entwirft. Diese Glastafel *g* ist in einem Schieber befestigt, welcher die Rückwand des in den Kasten *a* hineinpassenden, nach vorn hin offenen Kastens *b* bildet. Unsere Figur zeigt den Schieber mit der Glastafel etwas in die Höhe gezogen. Je näher der Gegenstand rückt, dessen Bild man erhalten will, desto weiter muß man den Kasten *b* aus *a* herausziehen. Die feinere Einstellung geschieht durch Verschiebung der Linse mittelst des schon erwähnten Triebes *r*.

Fig. 318.

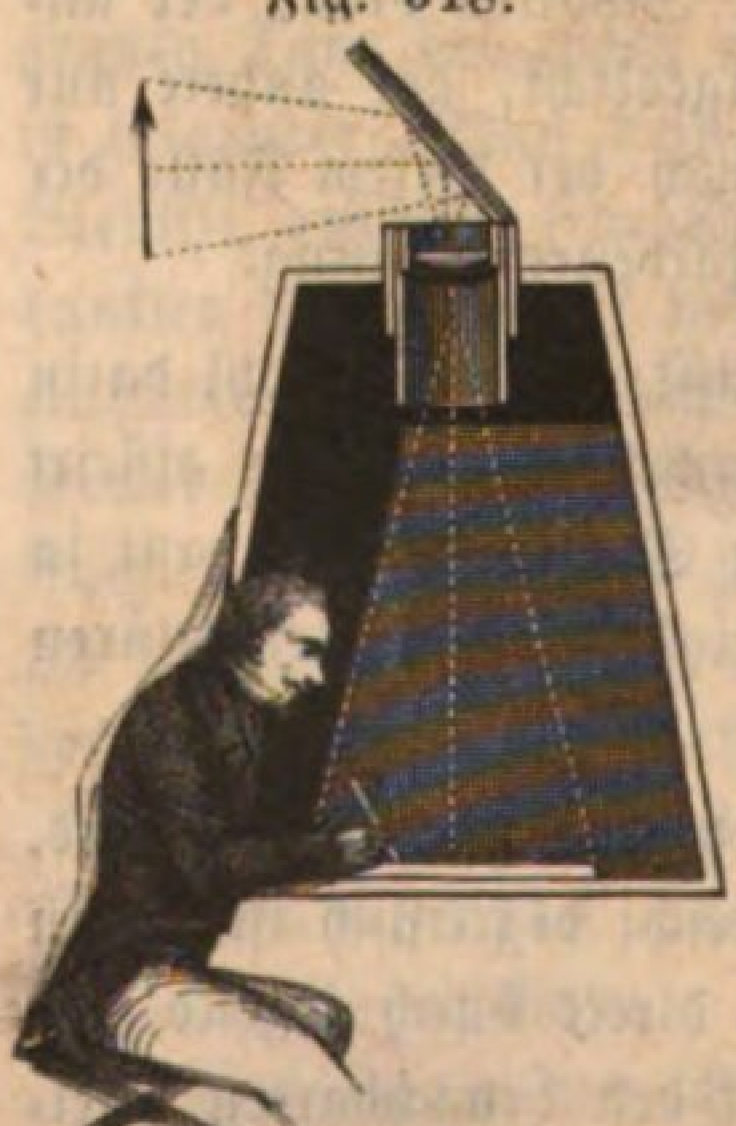


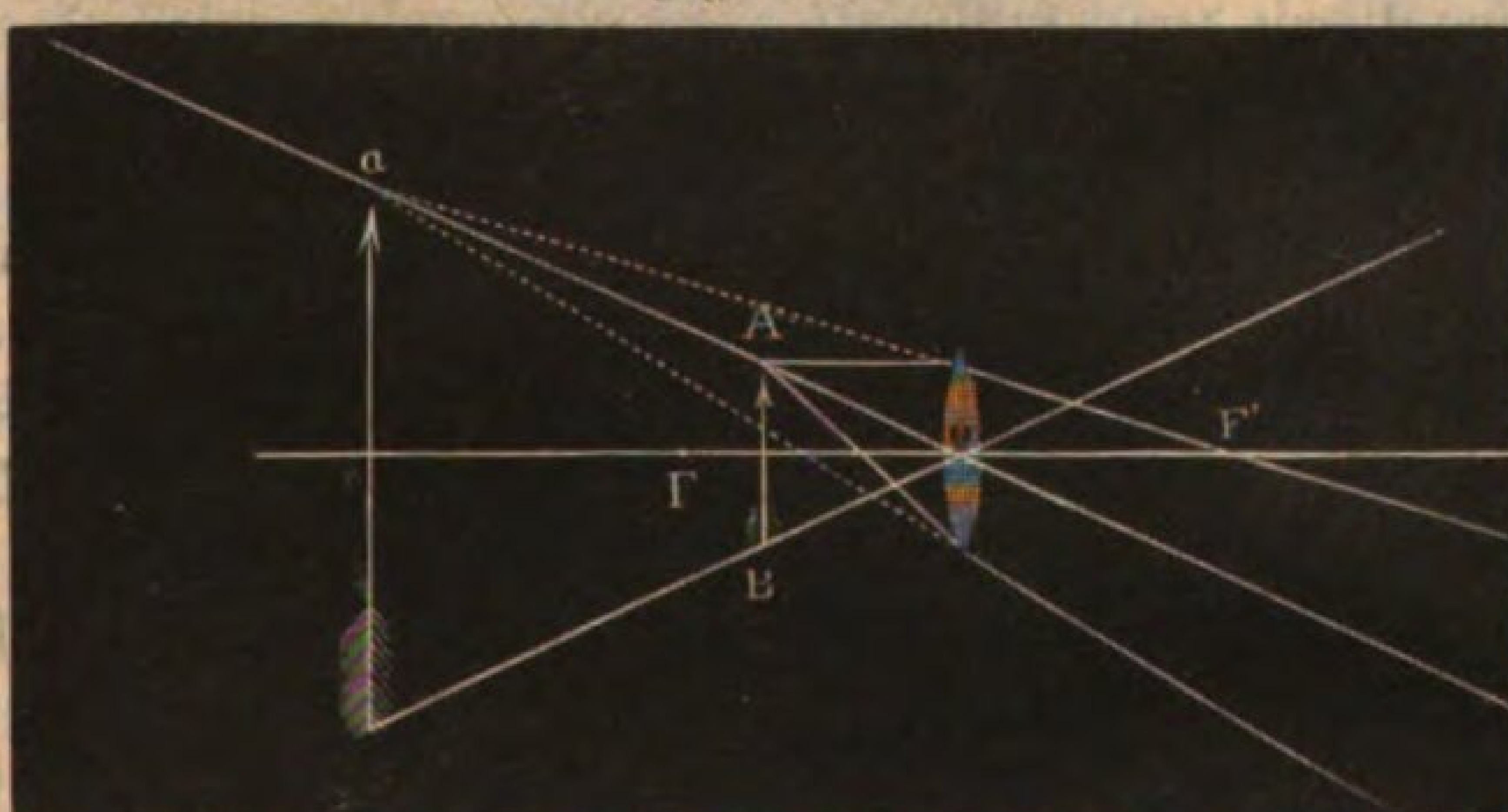
Fig. 318 stellt eine ältere Form der camera

obscura dar; sie besteht aus einem ziemlich hohen Kasten, auf dessen Boden ein Blatt weißes Papier gelegt wird; durch die obere Fläche des Kastens geht eine Röhre, welche die Sammellinse enthält, über welcher sich dann ein in einem Winkel von 45° gegen die Verticale geneigter ebener Spiegel befindet. Die von dem Gegenstande kommenden Strahlen werden durch den Spiegel nach unten reflectirt, so daß das Bild auf der Fläche des Papiers entsteht; man kann also die Contouren dieses Bildes leicht mit Bleistift nachfahren.

Die Loupe oder das einfache Mikroskop. Wir haben oben ge- 153
sehen, daß die scheinbare Größe eines Gegenstandes von der Größe des Sehwinkels abhängt, unter welchem er erscheint; der Sehwinkel wird aber um so größer, je mehr der Gegenstand dem Auge genähert wird; nun aber können wir ihn nur bis zu einer gewissen Gränze, der Weite des deutlichen Sehens, dem unbewaffneten Auge nähern, wenn noch eine scharfe Unterscheidung der Gränzen und der einzelnen Theile möglich sein soll, und dadurch ist auch einer weitern Vergrößerung des Sehwinkels eine Gränze gesetzt. Ein jedes Instrument, welches eine weitere Vergrößerung für den Sehwinkel kleiner naher Gegenstände möglich macht, als es bei unbewaffnetem Auge der Fall ist, wird ein Mikroskop genannt. Nach dieser Erklärung ist auch die kleine Oeffnung im Kartenblatte, welche oben besprochen wurde, ein Mikroskop, und zwar ein einfaches; doch bezeichnet man mit dem Namen des einfachen Mikroskopes in der Regel nur Collectivlinsen von kurzer Brennweite.

Um zu begreifen, wie eine einfache Sammellinse als Mikroskop dienen kann, braucht man nur einen Blick auf Fig. 319 zu werfen. Es sei AB ein

Fig. 319.

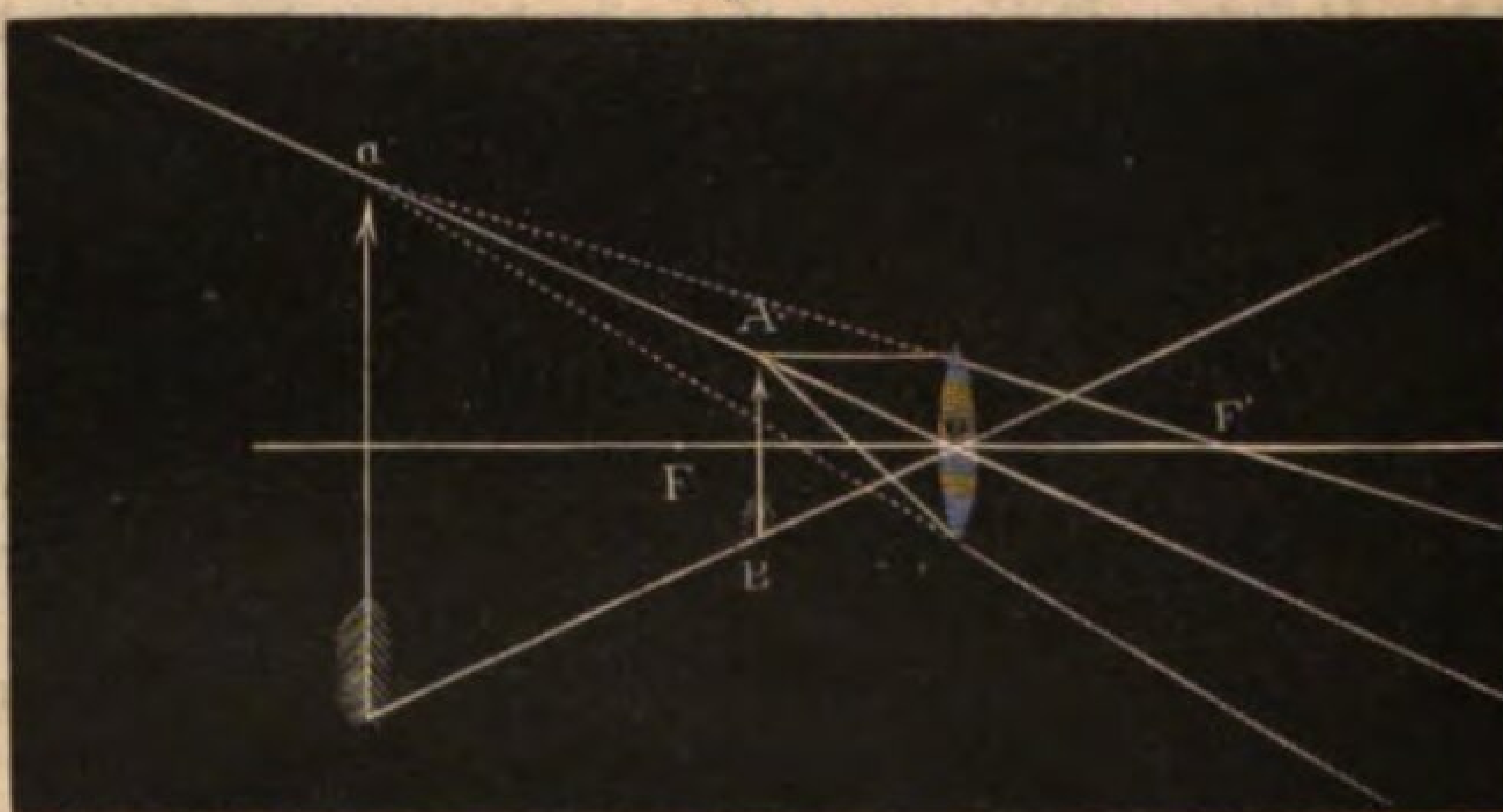


Gegenstand, der sich innerhalb der Brennweite der Linse befindet, so divergiren alle von einem Punkte des Gegenstandes AB ausgehenden Strahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse gerade so, als ob sie von dem entsprechenden Punkte des Bildes ab herkämen, wie dies schon oben gezeigt wurde; ein hinter der Linse befindliches Auge wird aber den Gegenstand durch die Linse deutlich sehen können, wenn sich das Bild ab in der Weite des deutlichen Sehens befindet; in diesem Falle aber liegt der Gegenstand selbst dem Auge weit näher, ohne die Linse würde man ihn also nicht mehr deutlich sehen können. Die vergrö-

ßernde Kraft der Linse ist also im Wesentlichen darin zu suchen, daß sie es möglich macht, den Gegenstand dem Auge sehr nahe zu bringen, wodurch denn natürlich auch der Sehwinkel vergrößert wird.

Um die durch die Loupe hervorgebrachte Vergrößerung zu bestimmen, müssen wir die Größe des Sehwinkels, unter welchem das Bild ab dem Auge erscheint, wenn es sich in der Entfernung des deutlichen Sehens befindet, mit der Größe des Sehwinkels vergleichen, unter welchem der Gegenstand selbst erscheinen würde, wenn er eben so weit vom Auge entfernt wäre.

Fig. 320.



Genau läßt sich der Winkel, unter welchem das Bild ab erscheint, nur dann ermitteln, wenn die Entfernung des Glases vom Kreuzungspunkte im Auge bekannt ist; da man aber das Auge dicht hinter das Glas hält und die Dicke der Linse selbst unbedeutend ist, so kann man ohne großen Fehler den Kreuzungspunkt mit dem Mittelpunkte o der Linse zusammenfallend annehmen; unter dieser Voraussetzung ist nun die Vergrößerung leicht zu berechnen.

Von o aus gesehen, erscheint der Gegenstand AB und das Bild ab unter gleichem Gesichtswinkel; wir finden also die Vergrößerung, wenn wir den Gesichtswinkel, unter welchem AB erscheint, mit demjenigen vergleichen, unter welchem derselbe Gegenstand erscheinen würde, wenn er bis in die Weite des deutlichen Sehens von o entfernt, wenn er also an die Stelle des Bildes ab gesetzt wäre. Da die scheinbare Größe eines Gegenstandes seiner Entfernung vom Auge umgekehrt proportional ist, so verhält sich der Gesichtswinkel AoB zu dem Winkel, unter welchem AB von o aus betrachtet erscheinen würde, wenn dieser Gegenstand bis ab fortgerückt wäre, umgekehrt wie die Entfernungen des Gegenstandes AB und des Bildes ab von o. Bezeichnen wir die Entfernung des Bildes von o mit d, die Entfernung des Gegenstandes AB von o mit x, so ist die Vergrößerung $\frac{d}{x}$, wo für d die Weite des deutlichen Sehens zu setzen ist.

Nehmen wir an, das Bild befände sich in der Weite des deutlichen Sehens, der Gegenstand aber im Brennpunkte der Linse, so wäre die Vergrößerung $\frac{d}{f}$.

wenn f die Brennweite des Glases darstellt. Dieser Ausdruck $\frac{d}{f}$ giebt uns nun freilich nicht den wahren Werth der Vergrößerung an, er macht aber ein annähernd richtiges Urtheil über die Vergrößerung der Loupe möglich.

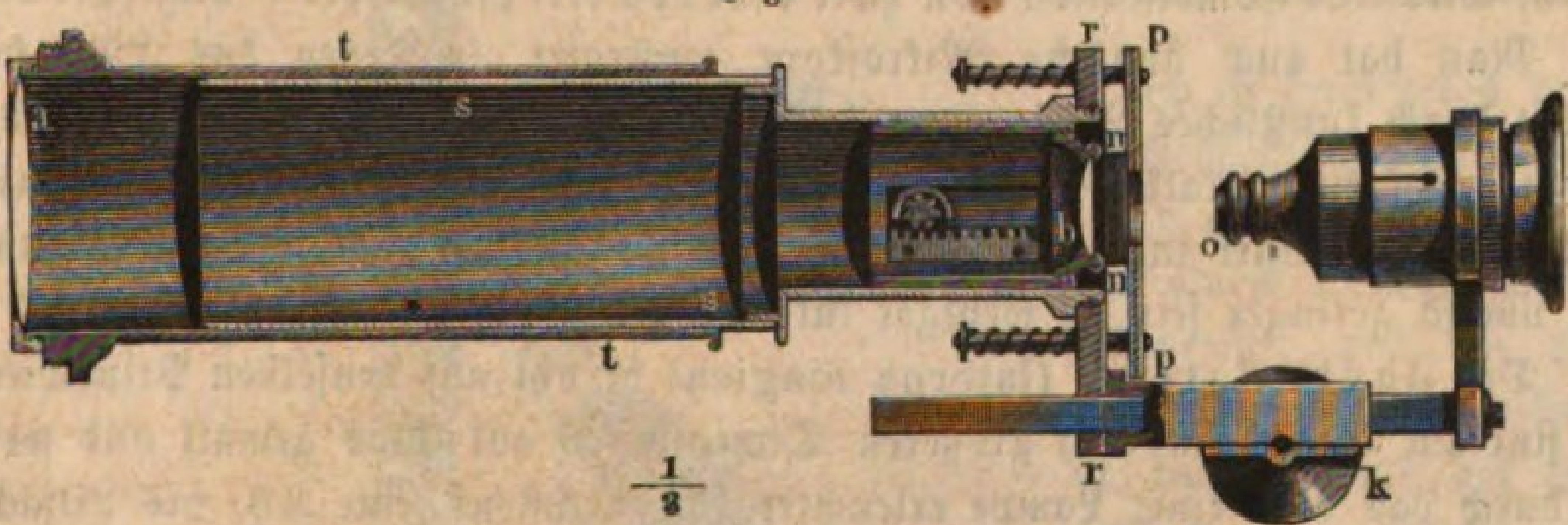
Wenn das Bild ab in der Entfernung d entstehen soll, so muß sich der Gegenstand innerhalb der Brennweite befinden, x ist also jedenfalls kleiner als f, der wahre Werth der Vergrößerung ist also jedenfalls noch etwas größer als $\frac{d}{f}$.

Wenn z. B. die Weite des deutlichen Sehens 10 Zoll, die Brennweite der Linse 2 Zoll ist, so wird die Vergrößerung noch etwas mehr als $\frac{10}{2}$, d. h. noch etwas mehr als 5 betragen.

Je kleiner der Werth von f wird, d. h. je geringer die Brennweite der Linse ist, desto kleiner wird auch der Werth von x, desto größer der Werth von $\frac{d}{x}$, desto stärker ist also die Vergrößerung. Eine Loupe von kurzer Brennweite vergrößert also stärker als eine solche von größerer Brennweite.

Das Sonnenmikroskop. Das durch die Linse a, Fig. 321, ver- 154
schlossene Ende der Messingröhre t wird in eine entsprechende Oeffnung eines

Fig. 321.



Ladens eingeschraubt, durch dessen Schließung das Experimentirzimmer vollständig verfinstert worden ist. Vor der fraglichen Oeffnung befindet sich ein Spiegel, welcher stets so gerichtet werden muß, daß er die Sonnenstrahlen in der Richtung der Axe des Rohres t auf die Linse a wirft. Die durch die Linse a bereits convergent gemachten Strahlen fallen auf eine zweite Linse b, durch welche sie auf den kleinen, gewöhnlich zwischen zwei Glasplatten bei n gefaßten Gegenstand concentrirt werden. Von diesem stark erleuchteten Gegenstande wird nun durch eine kleine Linse o, welche an eine bei h offene Messinghülse angeschraubt ist, auf einem im dunklen Zimmer aufgestellten Schirme ein verkehrtes vergrößertes Bild entworfen.

Um die Beleuchtung des Gegenstandes gehörig reguliren zu können, kann die Röhre s mehr oder weniger ausgezogen und die Linse b, deren Fassung

mit einer gezahnten Stange versehen ist, durch einen in dieselbe eingreifenden Trieb vor= oder rückwärts geschoben werden.

Die Objecte werden zwischen die Platten rr und pp eingeschoben und hier festgehalten, weil die Platte pp durch eine aus der Figur vollkommen verständliche Vorrichtung stets gegen die Platte rr angedrückt wird.

Ist nun der Gegenstand gehörig eingestellt und beleuchtet, so wird die Linse o mit Hülfe des Triebes k so lange verschoben, bis das Bild auf einem 10 bis 15 Fuß weit entfernten weißen Schirme möglichst scharf und deutlich erscheint.

Nehmen wir an, die Linse o sei gerade 1 Centimeter weit vom Objecte entfernt, wenn auf dem 2 Meter entfernten Schirme ein scharfes Bild entsteht, so sind die linearen Dimensionen des Bildes 200mal so groß als die des Gegenstandes, und wenn der Gegenstand eine Fläche von 1 Quadratlinie bedeckt, so wird also sein Bild auf einen Flächenraum von 40000 Quadratlinien ausgebreitet sein. Man begreift demnach leicht, daß der Gegenstand sehr hell erleuchtet sein muß, wenn das stark vergrößerte Bild nicht zu lichtschwach sein soll.

Mit derselben Linse bei o kann man verschiedene Vergrößerungen erhalten, je nachdem man den Abstand des Schirmes verändert.

Je weiter der Schirm entfernt wird, desto näher muß man die Linse o dem Objecte bringen, und desto stärker wird die Vergrößerung.

Um bei gleichem Abstande des Schirmes stärkere Vergrößerungen zu erhalten, wird eine Combination von zwei oder von drei Linsen bei o angeschraubt.

Man hat auch ähnliche Mikroskope construirt, in denen das Licht der Sonne durch künstliches Licht, etwa durch das Licht eines im Knallgasgebläse glühend gemachten Kalkstückchens (Drummond'sches Kalklicht), oder auch nur durch das Licht einer intensiv leuchtenden Lampe ersetzt ist. Die Vergrößerung muß um so geringer sein, je weniger intensiv die Lichtquelle ist.

Die Zauberlaterne (laterna magica) beruht auf denselben Principien, nur sind die Gegenstände in größeren Dimensionen auf Glas gemalt und werden durch das Licht einer Lampe erleuchtet, die höchstens eine 15= bis 20fache Vergrößerung erlaubt.

155 **Das zusammengesetzte Mikroskop.** Die Principien, auf welchen die Construction aller, wenn auch in ihrer sonstigen Einrichtung noch so sehr von einander abweichenden Mikroskope beruht, sind folgende:

1) Die Gegenstände, welche man dem Versuche unterwerfen will, befinden sich nahe bei einer Sammellinse ab von kurzer Brennweite (Fig. 322), und zwar etwas jenseits des Brennpunktes. Diese Linse, sie mag nun einfach oder zusammengesetzt sein, wird die Objectivlinse oder das Objectiv des Mikroskopes genannt.

2) Durch das Objectiv ab wird nun von dem kleinen Gegenstande rs ein verkehrtes vergrößertes Bild RS entworfen und dieses Bild gleichsam durch eine zweite Linse dc, das Augenglas oder das Ocular, betrachtet, welches

hier als Loupe dient, so daß der Beobachter statt des ersten Bildes RS das Bild $R'S'$ sieht.

Die von r ausgehenden Strahlen divergiren also nach ihrem Durchgange durch das Instrument so, als ob sie von R', die von s ausgehenden so, als ob sie von S' herkämen.

Fig. 323.

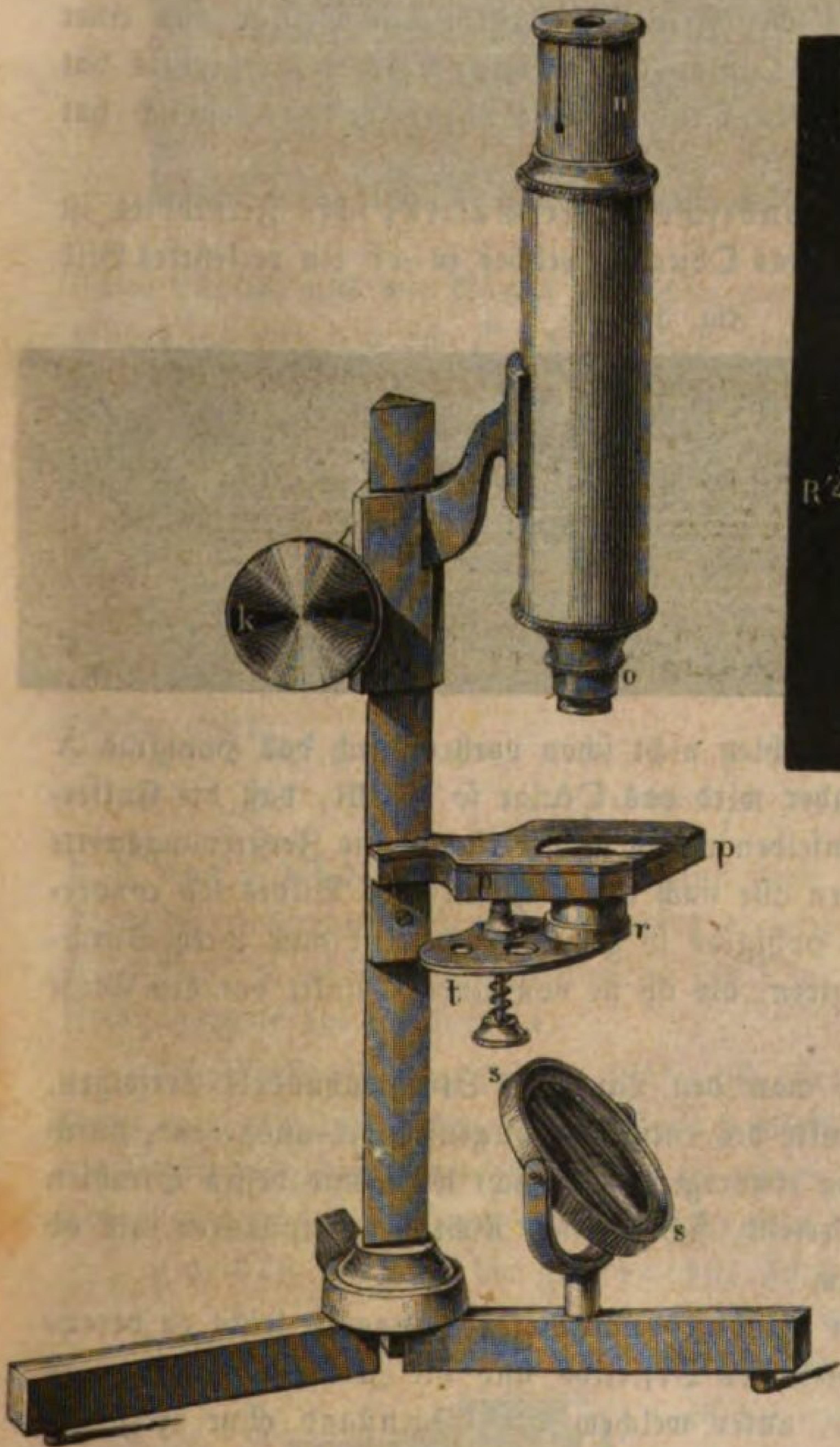
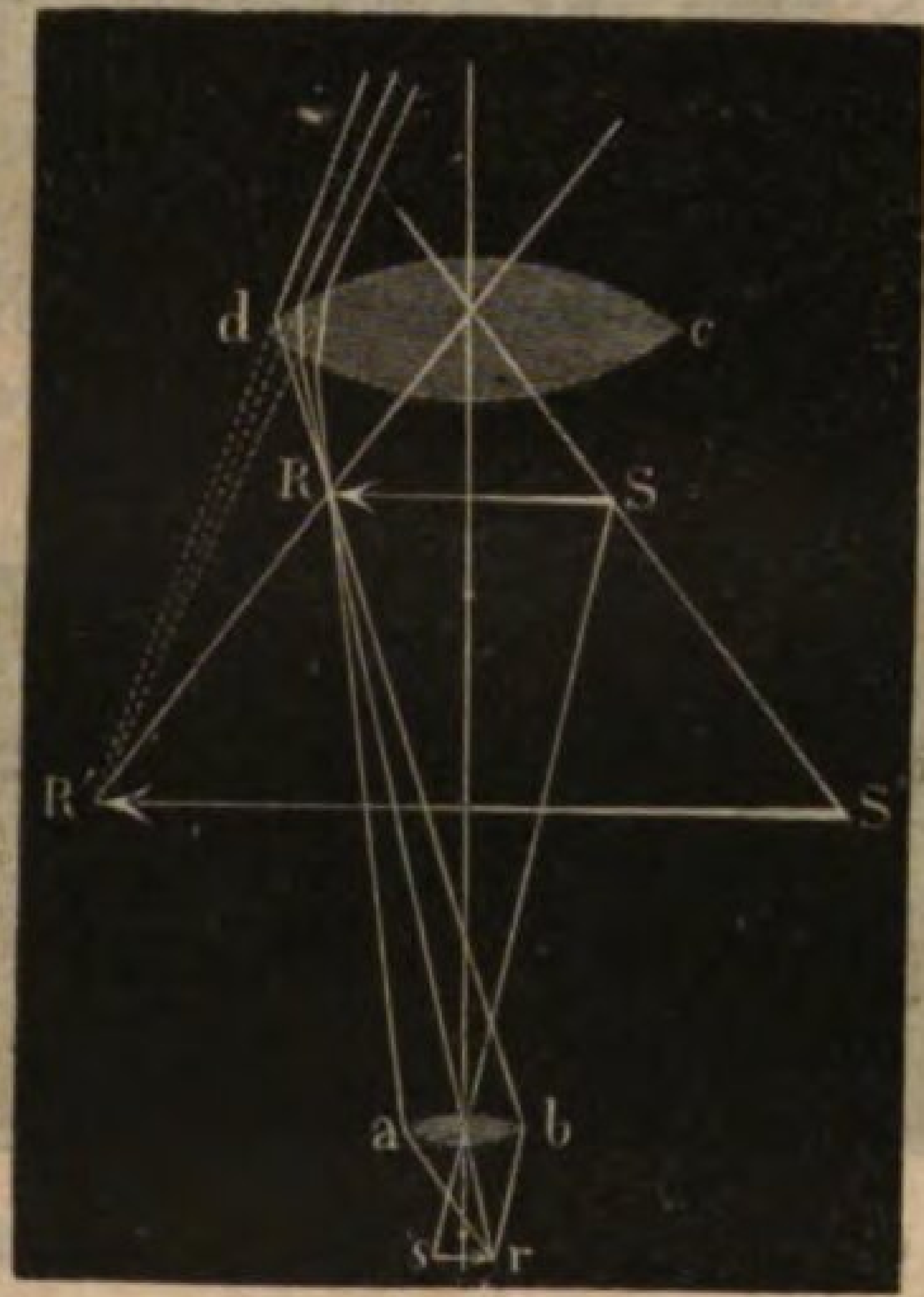


Fig. 322.



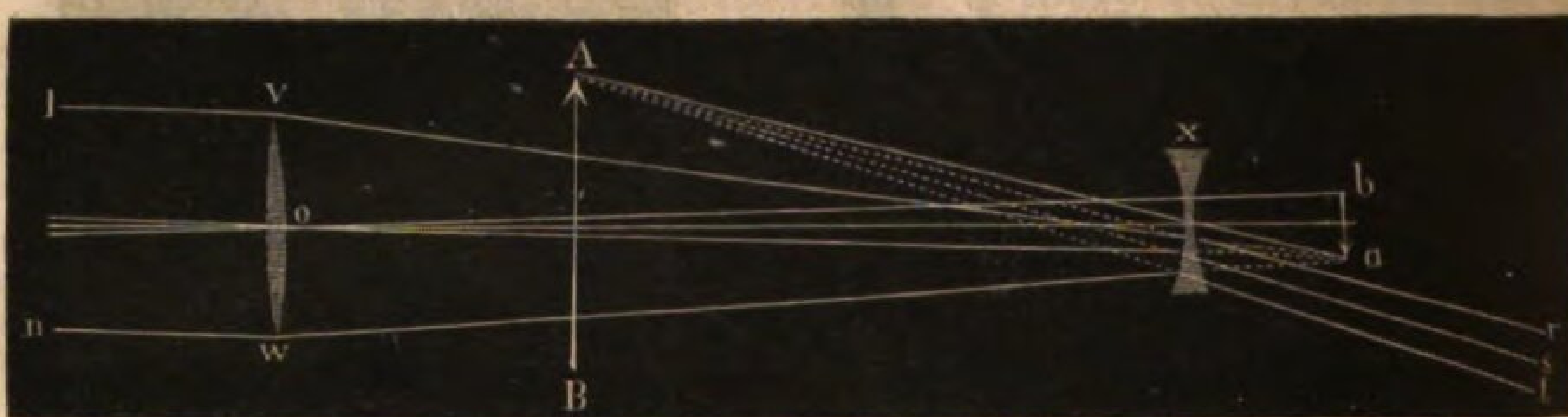
So ist denn jedes dioptrische Mikroskop im Wesentlichen aus einem Objective und einem Oculare zusammengesetzt, und die Vergrößerung des Mikroskopes ist das Product der Vergrößerungen, welche jedes dieser Gläser hervorbringt. Wenn z. B. das Objectiv im Durchmesser 5mal, das Ocular aber 10mal vergrößerte, so würde ein solches Mikroskop den Durchmesser der Gegenstände 50mal, die Oberfläche also 2500mal vergrößern.

Fig. 323 erläutert die äußere Einrichtung des Mikroskopes; das Objectiv o ist an das untere Ende einer Messingröhre angeschraubt, in welche oben bei n ein kurzes Rohr eingeschraubt wird, welches das Ocular enthält. Das Object wird auf den Tisch p gelegt und durch den Spiegel s von unten erleuchtet.

156 **Dioptrische Fernröhre.** Auch die Fernröhre, deren Zweck es ist, entfernte Gegenstände vergrößert zu zeigen, bestehen aus einem dem Gegenstande zugekehrten Objectiv, d. h. einer Linse von größerem Durchmesser und größerer Brennweite, welche wo möglich achromatisch sein soll, und einem Ocular, durch welches der Beobachter hindurchschaut. Die verschiedenen Arten der dioptrischen Fernröhre unterscheiden sich nur durch die verschiedene Einrichtung des Oculars. Bei dem Galiläi'schen Fernrohre besteht das Ocular aus einer einfachen Zerstreuungslinse; das Ocular des astronomischen Fernrohres hat eine oder zwei Sammellinsen, das Ocular des Erdfernrohres endlich hat deren vier.

Die Einrichtung des holländischen oder Galiläi'schen Fernrohres ist Fig. 324 dargestellt. VW ist das Objectiv, welches in ab ein verkehrtes Bild

Fig. 324.



entwerfen würde, wenn die Strahlen nicht schon vorher durch das Hohlglas X aufgefangen würden. Nun aber wird das Ocular so gestellt, daß die Entfernung des Bildes ab von demselben etwas größer ist als die Zerstreuungsweite des Hohlglases, folglich werden alle nach einem Punkte des Bildes ab convergirenden Strahlen durch das Hohlglas so gebrochen, daß sie nach ihrem Durchgange durch dasselbe so divergiren, als ob sie von einem Punkte vor dem Glase herkämen.

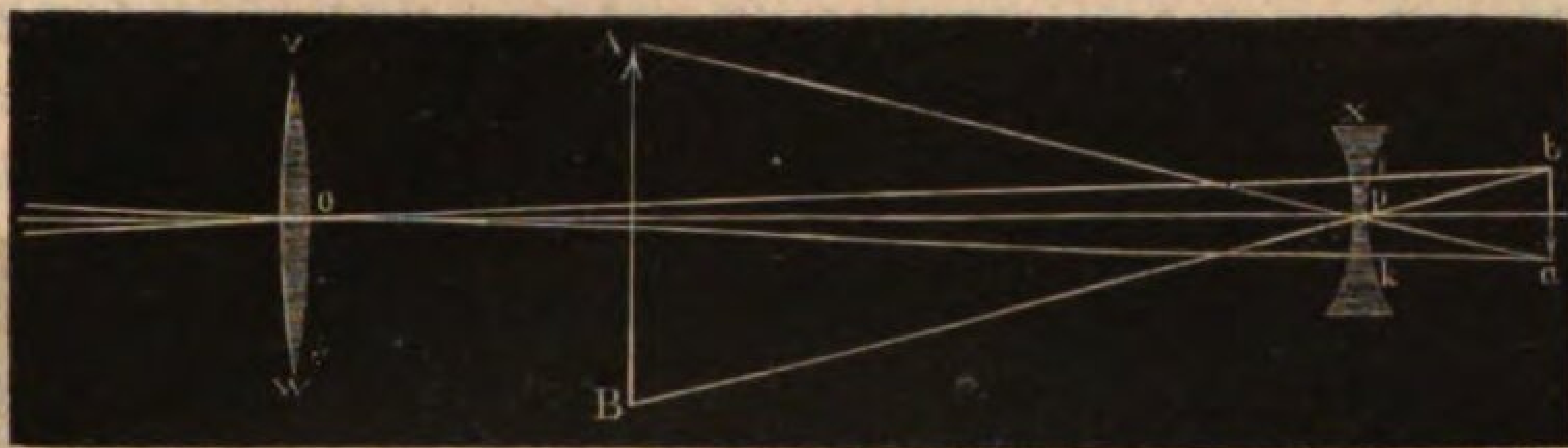
In unserer Figur kann man den Lauf des Strahlenbündels verfolgen, welches, von dem obersten Punkte des entfernten Gegenstandes ausgehend, durch das Objectiv VW nach a hin convergirend gemacht wird, und dessen Strahlen endlich, aus dem Ocular austretend, sich in einer Richtung fortpflanzen, als ob sie von A ausgegangen wären.

Die durch dies Fernrohr hervorgebrachte Vergrößerung ist leicht zu berechnen, wenn man die Brennweite des Objectivs und die Zerstreuungsweite des Oculars kennt. Der Winkel, unter welchem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheinen würde, ist gleich dem Winkel, unter welchem das Bild ab von dem Mittelpunkte des Objectivs aus gesehen erscheint, also gleich dem Winkel boa, Fig. 325; denken wir uns nun das Auge in den Mittelpunkt p des Oculars versetzt, so erscheint, durch das Fernrohr gesehen, der Gegenstand unter dem Winkel ApB, welcher dem Winkel bpa gleich ist; um zu bestimmen, wie vielmal das Fernrohr vergrößert, haben wir also nur zu ermitteln, wie vielmal der Winkel bpa größer ist als der Winkel boa.

Die Entfernung des Bildes ab vom Objectiv ist gleich der Brennweite f

desselben, wenn der Gegenstand sehr weit entfernt ist; die Entfernung des Bildes ab vom Ocular ist aber nur unmerklich größer als die Zerstreuungsweite f'

Fig. 325.



dieses Glases, und wir können also ohne merklichen Fehler die Entfernung des Bildes ab von p gleich f' setzen. Nun aber verhalten sich die Winkel bpa und boa sehr nahe umgekehrt wie diese Entfernungen, also:

$$boa : bpa = f' : f,$$

oder:

$$\frac{bpa}{boa} = \frac{f}{f'}.$$

Setzen wir den Winkel boa, unter welchem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheint, $= 1$, so ist der Winkel, unter welchem er in dem Fernrohre gesehen wird,

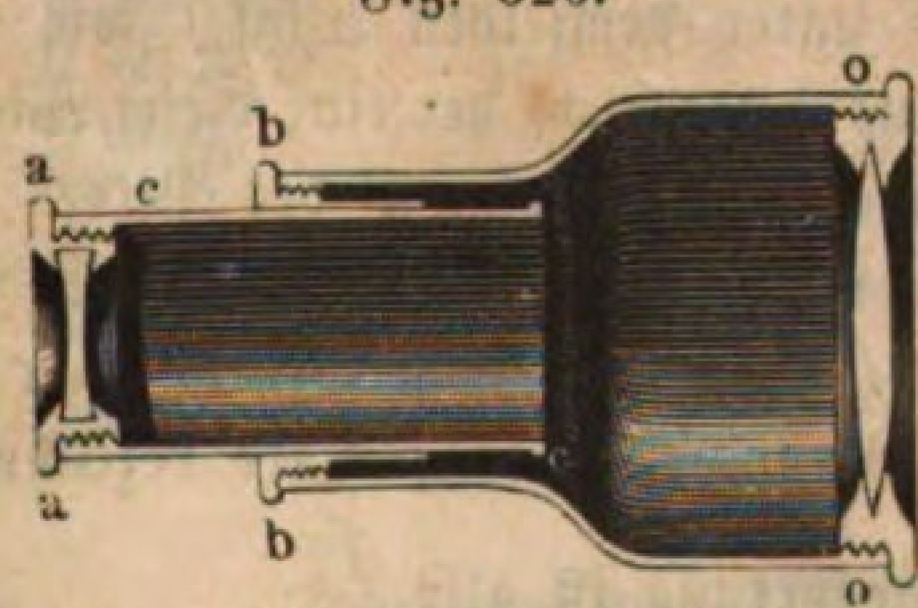
$$bpa = \frac{f}{f'},$$

d. h. man findet die Vergrößerung, wenn man die Brennweite des Objectivs durch die Zerstreuungsweite des Oculars dividirt; die Vergrößerung ist also um so größer, je größer die Brennweite des Objectivs und je kleiner die Zerstreuungsweite des Oculars ist.

Die Entfernung der beiden Gläser ist offenbar sehr nahe gleich $f - f'$; wenn man also verschiedene Oculare mit demselben Objectiv verbindet, so wird die Entfernung der beiden Gläser um so größer sein müssen, je kürzer die Zerstreuungsweite des Oculars war, je stärker also die Vergrößerung ist.

Fig. 326 erläutert die gewöhnlichste Form der holländischen Fernröhre, nämlich das Theaterperspectiv. An einer vorn weiten, hinten engern Röhre ist bei oo die Objectivlinse eingeschraubt. Bei bb ist eine Hülse eingeschraubt, in welcher das Rohr cc steckt, und in dieses Rohr ist endlich bei aa die Ocularlinse eingeschraubt. Die Röhre c kann sammt dem Oculare nach Belieben aus- und eingeschoben werden, bis man ein scharfes Bild der zu betrachtenden Gegenstände sieht. Je mehr man sich dem Gegenstande nähert, desto mehr muß die Ocularröhre ausgezogen werden.

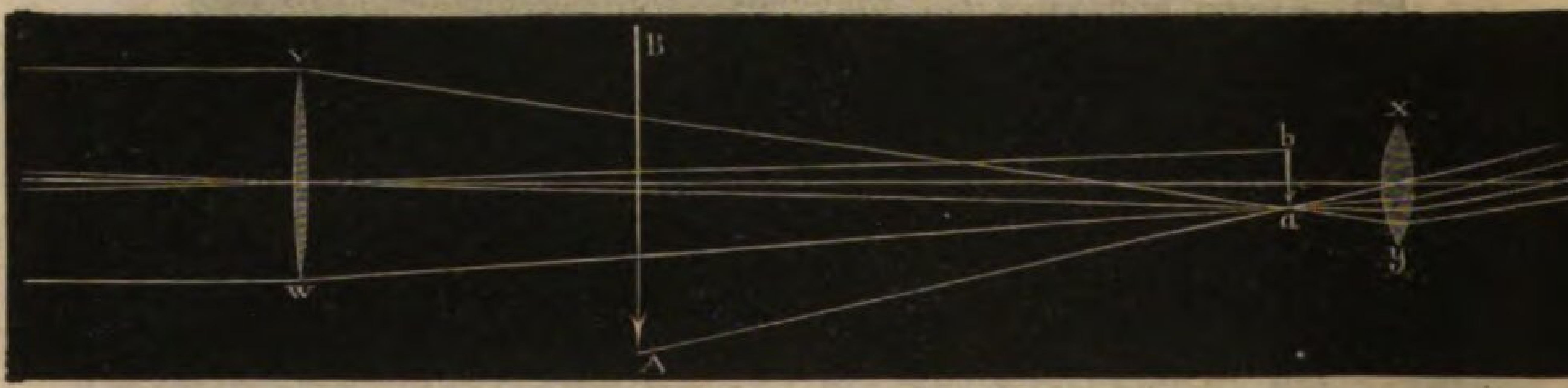
Fig. 326.



Die Construction der holländischen Fernröhre wird nur zu schwachen Vergrößerungen angewendet, weil sie bei etwas starker Vergrößerung schon ein sehr kleines Gesichtsfeld giebt.

Bei dem astronomischen Fernrohre kommt das Bild des Oculars wirklich zu Stande, und es wird durch eine einfache oder zusammengesetzte Loupe betrachtet, wie man es in Fig. 327 sieht; ab ist das durch das Objectiv VW

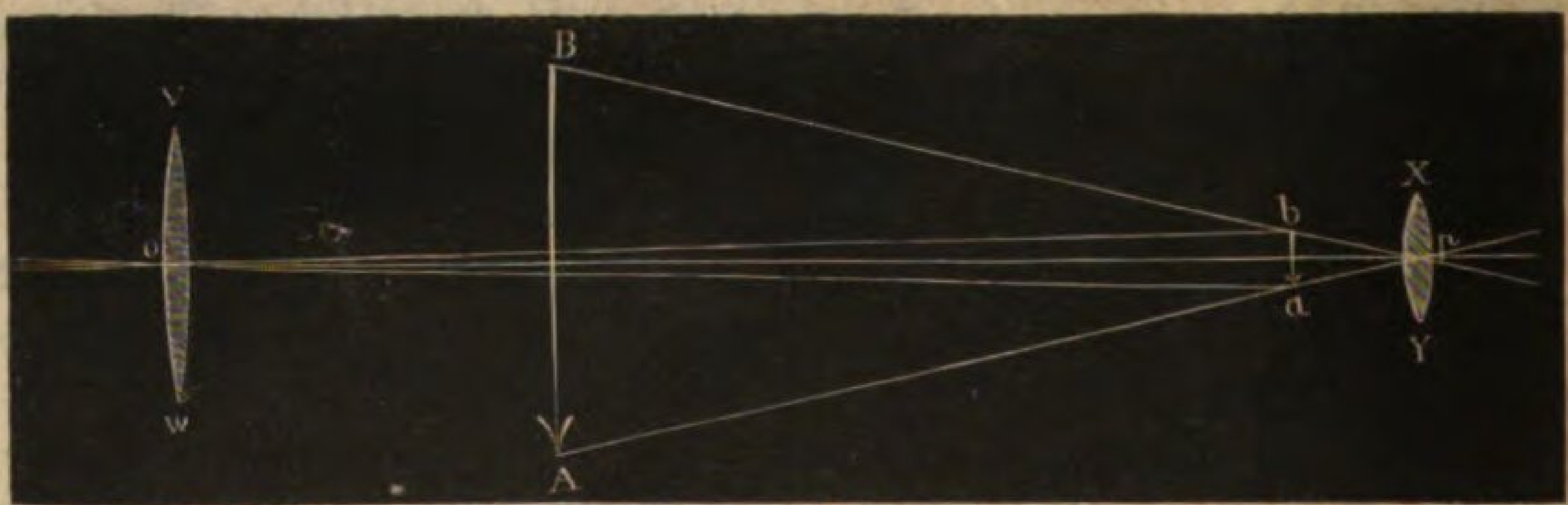
Fig. 327.



entworfene verkehrte Bild eines Gegenstandes, welches, durch die Loupe xy betrachtet, in AB vergrößert erscheint. Unsere Figur zeigt den Lauf des von der Spitze des Gegenstandes ausgehenden Strahlenbündels, welches durch das Instrument hindurchgeht.

Die Vergrößerung eines solchen Fernrohres ist leicht zu berechnen, wenn man die Brennweite des Objectivs und des Oculars kennt; denn der Sehwinkel, unter welchem der Gegenstand dem bloßen Auge erscheint, ist gleich dem Winkel, unter welchem das Bild ab von der Mitte o, Fig. 328, des Objectivs gesehen

Fig. 328.



wird; durch das Fernrohr erscheint er aber unter demselben Winkel wie das Bild ab, von der Mitte p des Oculars xy aus betrachtet; der eine dieser Winkel verhält sich aber zum andern umgekehrt wie die Entfernung des Bildes ab vom Objectiv zu der Entfernung desselben vom Ocular; nun aber steht das Bild vom Objectiv nahe um die Brennweite f desselben, vom Ocular aber um die Entfernung f' ab, wenn wir mit f' die Brennweite des Oculars bezeichnen; die durch das Fernrohr hervorgebrachte Vergrößerung ist also $\frac{f}{f'}$.

Die Länge des Fernrohres ist $f + f'$, d. h. sie ist gleich der Summe der Brennweiten der beiden Gläser.

In der Regel wendet man keine einfache Linse als Ocular an, wie wir dies bis jetzt angenommen haben, sondern eine Combination von zwei Linsen.

Daß man durch ein astronomisches Fernrohr die Gegenstände verkehrt sieht, ist klar; denn durch das Objectiv wird ein verkehrtes Bild des entfernten Gegenstandes entworfen, und dieses Bild wird dadurch, daß man es durch eine Loupe betrachtet, nicht umgekehrt.

Fig. 329.



Die Helligkeit des Bildes hängt von der Größe des Objectivs, die Größe des Gesichtsfeldes von dem Ocular ab.

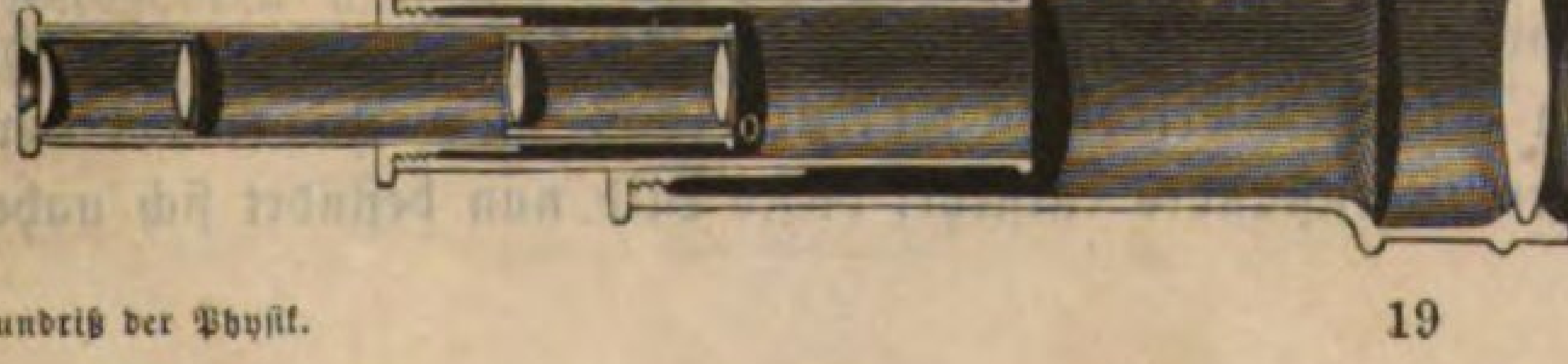
Wenn das astronomische Fernrohr zu Messungen dienen soll, so wird es mit einem Fadenkreuze versehen; es befindet sich dasselbe genau an der Stelle, an welcher durch das Objectiv das Bild des zu betrachtenden Gegenstandes entsteht.

Fig. 329 erläutert die äußere Einrichtung des astronomischen Fernrohres. An dem vordern Ende *k* eines Rohres von entsprechender Länge ist das Objectiv eingeschraubt. Hinten ist dieses Rohr mit einem engern Ansatze versehen, in welchem die das Ocular *o* tragende Röhre *t* aus- und eingeschoben werden kann, was in der Regel mittelst eines Triebes *r* geschieht. Solche Fernröhre sind, wenn sie nicht an Meßinstrumenten angebracht werden, meist von etwas größeren Dimensionen und auf besonderen Stativen aufgestellt (Standfernröhre).

Beim Betrachten irdischer Gegenstände ist es unangenehm, Alles verkehrt zu sehen, was bei astronomischen Beobachtungen, sowie auch bei Vermessungen gleichgültig ist. Um nun bei starker Vergrößerung die Gegenstände doch noch aufrecht sehen zu können, hat man das Ocular des astronomischen Fernrohres durch eine Röhre ersetzt, welche in der Regel vier Convexlinsen enthält, und so erhält man das Erdfernrohr. Die vier Linsen in der Ocularröhre bilden gewissermaßen ein nicht gar stark vergrößerndes zusammengesetztes Mikroskop, durch welches man das verkehrte Bild wieder verkehrt, also in aufrechter Stellung sieht.

Fig. 330 erläutert die gewöhnliche Einrichtung des terrestrischen Fernrohres. *oo* ist die mit vier Linsen versehene Ocularröhre. Da die terrestrischen Fernröhre häufiger von einem Orte zum andern getragen und auf Reisen mit-

Fig. 330.



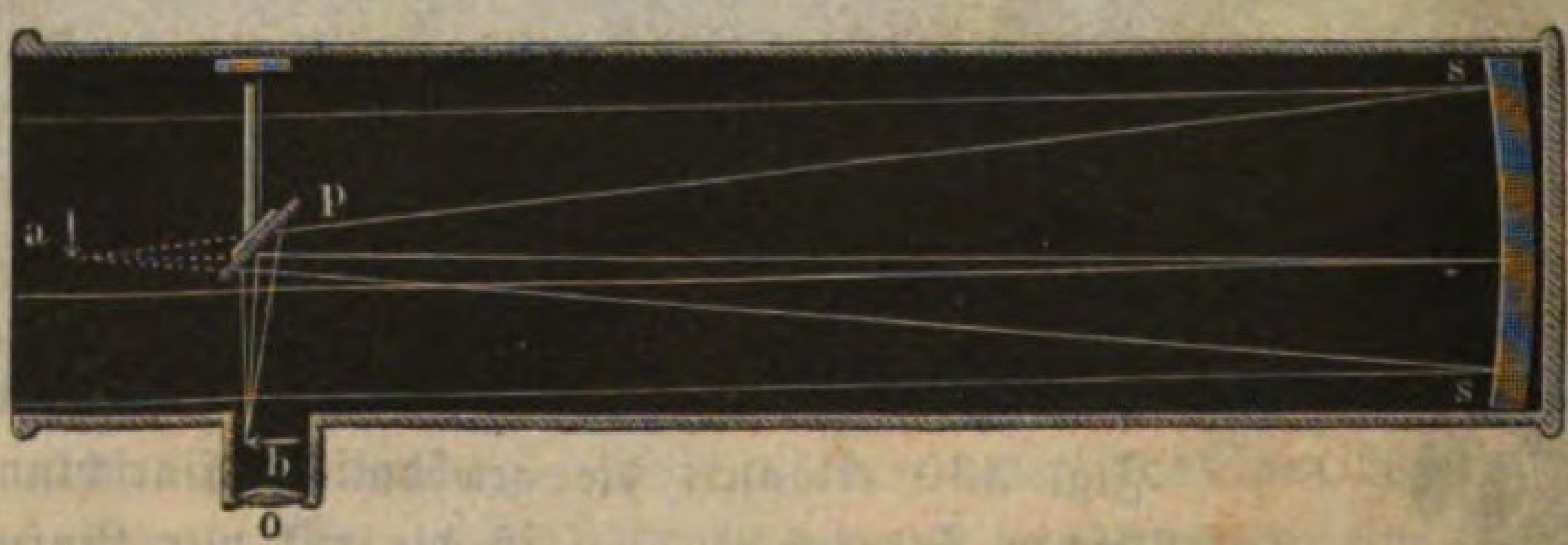
genommen werden, so werden sie in der Regel aus mehreren in einander schiebbaren Röhren zusammengesetzt, die man, um das Instrument kurz zu machen, zusammenschiebt, wenn man es nicht gebraucht, die man aber bis zur gehörigen Länge auszieht, wenn man durch das Fernrohr beobachten will.

Die Vergrößerung des Galiläi'schen und des astronomischen Fernrohres läßt sich, wie wir gesehen haben, aus der Brennweite der Gläser leicht berechnen; da aber diese Brennweite selbst erst durch einen Versuch ermittelt werden muß, so ist es vorzuziehen, die Vergrößerung der Fernröhre unmittelbar durch den Versuch zu bestimmen. Ganz einfach geschieht dies bei nicht zu starker Vergrößerung auf folgende Weise: Man stelle in einiger Entfernung vom Fernrohre einen getheilten Stab, etwa eine Latte, wie man sie zum Feldmessen braucht, auf und betrachte denselben gleichzeitig mit dem einen Auge direct, mit dem andern durch das Fernrohr; man sieht auf diese Weise, wie viel Abtheilungen des mit bloßem Auge gesehenen Maßstabes auf eine durch das Fernrohr vergrößerte Abtheilung fallen, und erhält so unmittelbar den Werth der Vergrößerung. Man kann zu dem eben angegebenen Verfahren auch die Ziegelreihen eines Daches anwenden.

157 **Spiegelteleskope.** Bevor man achromatische Objectivlinsen machen konnte, war der Umstand, daß der Brennpunkt einer einfachen Linse nicht für alle farbigen Strahlen derselbe ist, für die Reinheit und Schärfe der Bilder sehr nachtheilig. Man suchte dies dadurch zu vermeiden, daß man das erste Bild der entfernten Gegenstände nicht durch Linsen, sondern durch metallene Hohlspiegel erzeugte, und so entstanden die Spiegelteleskope.

Fig. 331 stellt ein Newton'sches Spiegelteleskop dar. Der Hohlspiegel *s s* würde von dem entfernten Gegenstande ein Bild in *a* entwerfen;

Fig. 331.



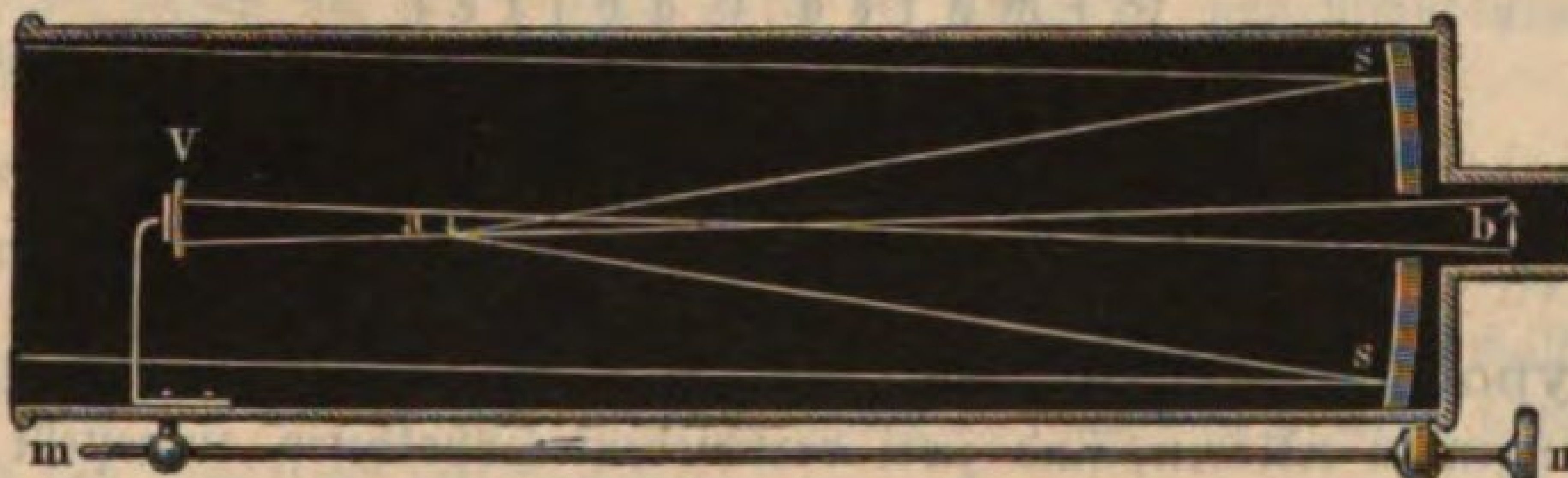
ehe jedoch die Strahlen hierher gelangen, werden sie von einem Planspiegel, der 45° gegen die Axe des Rohres geneigt ist, seitwärts reflectirt, so daß das Bild wirklich in *b* entsteht. Dieses Bild wird nun durch das Ocular betrachtet.

Beim Gregory'schen Teleskope, Fig. 332, ist der Objectivspiegel in der Mitte durchbohrt und hinter dieser Oeffnung das Ocular angebracht. Die einfallenden Strahlen werden so reflectirt, daß in *a* ein reelles verkehrtes Bild des fernen Gegenstandes entsteht; dieses Bild nun befindet sich nahe dem Brenn-

punkte des kleinen Hohlspiegels *V*, durch welchen vor dem Ocular ein aufrechtes Bild *b* des verkehrten Bildes *a* entworfen wird. Dieses Bild *b* wird nun endlich durch die Ocularlinse *o* betrachtet.

In Folge der Erfindung achromatischer Objective sind die Spiegelteleskope

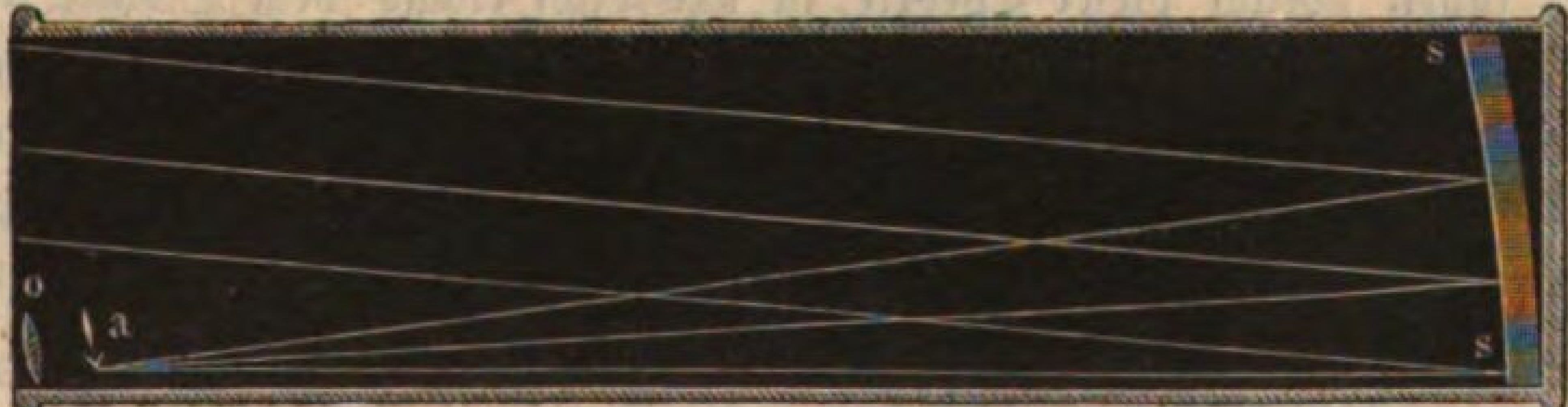
Fig. 332.



sehr außer Gebrauch gekommen. Nur bei der Construction ganz großer Instrumente bieten die Hohlspiegel einen Vortheil vor den achromatischen Objectiven, weil bei letzteren die Vergrößerung des Durchmessers über gewisse Gränzen unüberwindliche Schwierigkeiten bietet. Die größten achromatischen Objective, welche man bis jetzt zu Stande brachte, haben 14 Zoll Durchmesser, während der Spiegel des großen 40füßigen Teleskops von Herschel, dessen Leistungen noch nicht durch dioptrische Fernrohre übertroffen worden sind, 4 Fuß im Durchmesser hat. Rosse construirte in neuerer Zeit ein 53füßiges Spiegelteleskop, dessen Spiegel über 6 Fuß im Durchmesser hat.

Bei diesen großen Spiegelteleskopen, deren Einrichtung durch Fig. 332 b. erläutert wird, ist kein zweiter Spiegel angebracht. Das durch den Objectivspiegel *SS*, welcher etwas schräg gegen die Axe des Instrumentes steht, erzeugte Bild *a* wird unmittelbar durch das am Eingange des Rohrs angebrachte Ocular *o* betrachtet. Bei dieser Beobachtungsweise kommt freilich der Kopf des Beobachters zwischen das Object und den Spiegel, was aber bei dem großen Durchmesser des letzteren nicht schadet.

Fig. 332 b.



Herschel nennt diese Instrumente Front view telescops, was man etwa durch Vornschau-Teleskope übersetzen könnte.

Es versteht sich von selbst, daß bei den Spiegelteleskopen eben so wie bei dioptrischen Fernrohren statt der einfachen Ocularlinsen, wie sie die Figuren 331, 332 und 332 b. zeigen, zusammengesetzte Oculare in Anwendung kommen

Sechstes Capitel

Interferenzerscheinungen.

158 **Hypothesen über das Wesen des Lichtes.** Um die Lichterscheinungen zu erklären, sind zwei verschiedene Hypothesen aufgestellt worden, die Emissions- oder Emanationstheorie und die Vibrations- oder Undulationstheorie.

Die Emissionstheorie nimmt an, daß es eine eigenthümliche Lichtmaterie gebe, und daß ein leuchtender Körper nach allen Seiten hin Theilchen dieser feinen Materie mit so ungeheurer Geschwindigkeit aussende, daß ein solches Lichttheilchen in 8 Minuten und 13 Secunden von der Sonne zur Erde gelangt. Diese Lichtmaterie muß man natürlich als äußerst fein und den Wirkungen der Schwere nicht unterworfen, also als imponderabel annehmen. Die Verschiedenheit der Farben rührt von einer Verschiedenheit in der Geschwindigkeit her; die Reflexion ist nach dieser Ansicht dem Abprallen elastischer Körper analog. Um nach dieser Theorie die Brechung zu erklären, müßte man annehmen: 1) daß sich in den durchsichtigen Körpern hinreichend große Zwischenräume befinden, um den Lichttheilchen den Durchgang zu gestatten, und 2) daß die wägbaren Moleküle auf die Lichttheilchen eine anziehende Kraft ausüben, welche, combinirt mit der einmal erlangten Geschwindigkeit der Lichttheilchen ihre Ablenkung bewirkt.

Die Vibrationstheorie nimmt an, daß sich das Licht durch die Schwingungen der Theilchen eines unwägbaren Stoffes fortpflanzt, welcher den Namen Aether führt. Nach dieser Theorie ist das Licht etwas dem Schalle Aehnliches; der Schall wird aber durch die Schwingungen der wägbaren Materie, das Licht durch die Schwingungen eines Aethers fortgepflanzt. Der Aether erfüllt den ganzen Weltraum, da das Licht alle Räume des Himmels durchdringt. Der Aether ist aber nicht bloß in den sonst leeren Räumen verbreitet, welche die Gestirne trennen, er durchdringt alle Körper und füllt die zwischen den wägbaren Atomen befindlichen Räume aus.

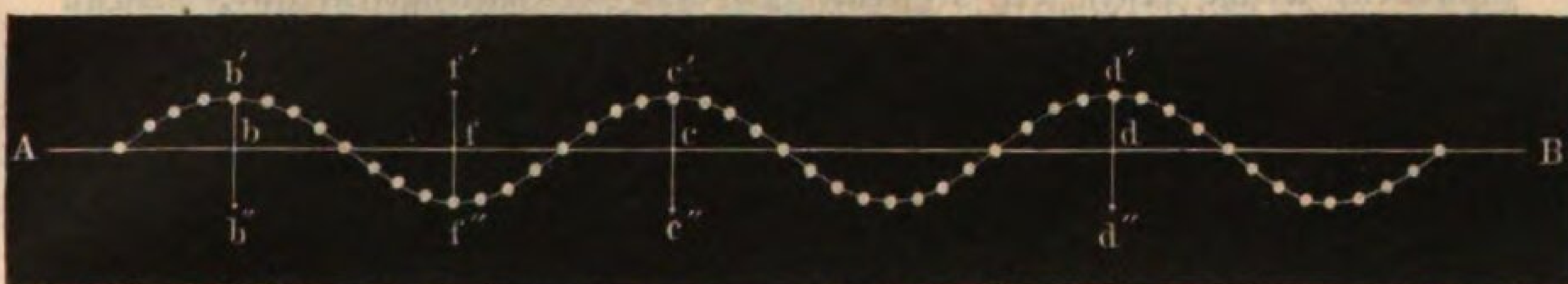
Wo der Aether in Ruhe ist, herrscht vollkommene Finsterniß; an einer Stelle gleichsam erschüttert, pflanzen sich die Lichtwellen nach allen Seiten hin fort, wie sich die Schwingungen einer Saite in einer ruhigen Atmosphäre weithin verbreiten. Das Licht, welches erst durch eine Bewegung entsteht, ist also wohl von dem Aether selbst zu unterscheiden, wie die Vibrationsbewegung, welche den Schall hervorbringt, von den oscillirenden Theilchen der wägbaren Materie unterschieden wird.

Lange Zeit hindurch zählten beiden Theorien Anhänger unter den Physikern. Newton hatte die Emanationstheorie aufgestellt, Huyghens ist als Schöpfer der Undulationstheorie zu betrachten. Das gründliche Studium derjenigen Lichterscheinungen, welche in den folgenden Paragraphen besprochen werden, hat der Undulationstheorie einen entschiedenen Sieg verschafft, denn diese Erscheinungen lassen sich sehr einfach durch die Annahme von Lichtwellen, nicht aber durch die Emissionstheorie erklären.

Elemente der Vibrationstheorie. Die Theilchen eines leuchtenden Körpers vibriren auf ähnliche Weise, wie dies bei den schallenden Körpern der Fall ist, nur sind die Lichtvibrationen ungleich schneller als die Schallschwingungen, dann aber werden sie auch nicht durch die wägbare Materie selbst, sondern durch den Lichtäther fortgepflanzt. 159

Wenn sich ein Lichtstrahl in der Richtung von A nach B, Fig. 333, fort-

Fig. 333.



pflanzt, so vibriren alle Aethertheilchen, welche im Zustande des Gleichgewichtes auf der geraden Linie AB liegen würden, in Richtungen, welche rechtwinklig auf AB stehen, ungefähr so, wie die Theile eines gespannten Seiles schwingen, wenn man an dem einen Ende einen kräftigen Schlag gegen dasselbe geführt hat. Die Curve in Fig. 333 stellt die gegenseitige Stellung der vibrirenden Moleküle in einem bestimmten Momente der Bewegung dar.

Betrachten wir die Schwingungen eines Aethermoleküls etwas genauer. Das Theilchen, dessen Gleichgewichtslage b ist, vibrirt von b nach b', von da nach b'' und dann beständig zwischen b' und b'' hin und her. In b' ist seine Geschwindigkeit Null; je mehr sich aber das Theilchen der Gleichgewichtslage nähert, desto mehr wächst seine Geschwindigkeit, welche ihr Maximum in dem Momente erreicht, in welchem das Molekül die Gleichgewichtslage passirt; von nun an nimmt die Geschwindigkeit wieder ab, bis sie endlich in b'' wieder Null wird, worauf dann die Bewegung nach entgegengesetzter Richtung beginnt.

Obgleich sich das Licht mit außerordentlicher Geschwindigkeit fortpflanzt, o geschieht diese Fortpflanzung doch nicht momentan; die Vibrationen eines Aethermoleküls theilen sich also auch nicht momentan den in der Richtung des Strahles ihm folgenden Molekülen mit. Stellen wir uns vor, die ganze Reihe von Molekülen auf der Linie AB sei in Ruhe. Wenn nun das Molekül in b in einem bestimmten Momente seine Vibrationen beginnt, so werden alle weiter nach B hin liegenden Moleküle später zu vibriren beginnen, und zwar um so später, je weiter sie von b liegen; während das Molekül b eine vollständige Oscillation macht, d. h. während es von b' nach b'' und wieder zurück nach b' sich bewegt, wird sich die Bewegung bis zu irgend einem Molekül c fortpflan-

zen, so daß dieses Molekül seine erste Vibration in demselben Momente beginnt, in welchem b seine zweite anfängt. Von nun an werden die Moleküle b und c stets in gleichen Schwingungszuständen sich befinden, d. h. sie werden gleichzeitig, nach derselben Seite hin sich bewegend, die Gleichgewichtslage passiren, gleichzeitig das Maximum der Ausweichung auf der einen und auf der anderen Seite von AB erreichen.

Die Entfernung bc zweier Aethermoleküle, welche sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden, heißt, wie wir schon früher gesehen haben, eine Wellenlänge. Wenn cd auch eine Wellenlänge ist, so wird das Molekül d seine erste Oscillation in demselben Augenblicke beginnen, in welchem c seine zweite und b seine dritte Oscillation beginnt; d wird sich von nun an mit c und b stets in gleichen Schwingungszuständen befinden.

Wenn f in der Mitte zwischen b und c liegt, d. h. wenn es um eine halbe Wellenlänge von b entfernt ist, so befindet sich das Molekül in f stets in Schwingungszuständen, welche denen der Moleküle in b und c entgegengesetzt sind. Wenn b und c das Maximum der Ausweichung oberhalb AB erreichen, so erreicht f das Maximum der entgegengesetzten Seite. Das Molekül f passirt mit b und c gleichzeitig die Gleichgewichtslage, allein in entgegengesetzter Richtung sich bewegend.

Wenn zwei Aethertheilchen auf dem Wege eines Lichtstrahls um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge von einander entfernt sind, so sind sie stets von gleichen, aber entgegengesetzten Geschwindigkeiten afficirt. Dasselbe gilt von solchen Theilchen, die um $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{2}$ u. s. w. Wellenlängen von einander abstehen.

Die Wellenlänge ist für die verschiedenen Farben nicht gleich; am größten ist die Wellenlänge der rothen, am kleinsten die Wellenlänge der violetten Strahlen. Wie es möglich war, die Wellenlänge der verschiedenfarbigen Strahlen mit außerordentlicher Genauigkeit zu bestimmen, können wir hier nicht weiter anführen.

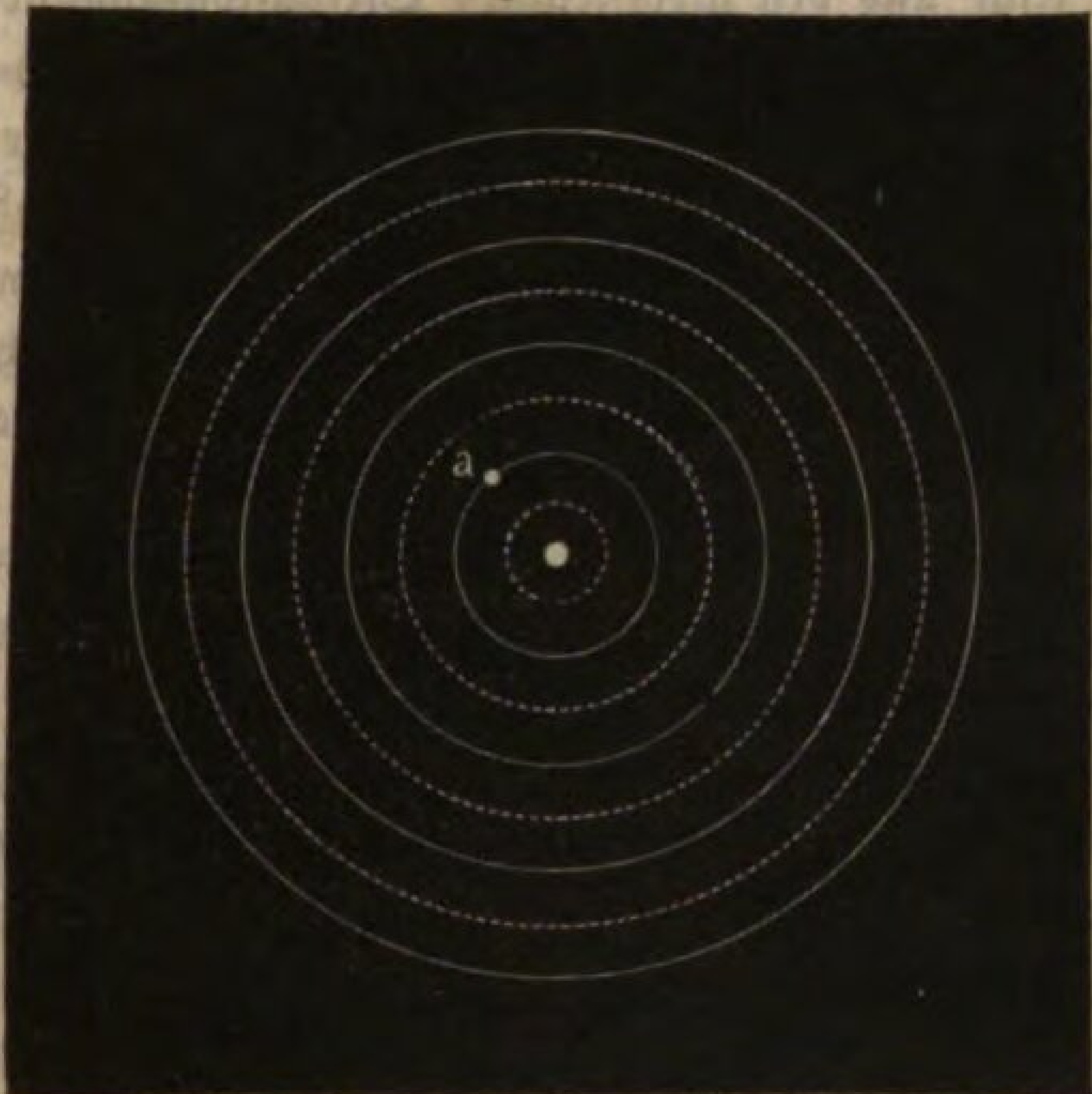
Mit der ungleichen Wellenlänge hängt auch die ungleiche Schwingungsdauer zusammen; die Vibrationen der violetten Strahlen sind die schnellsten, die der rothen dagegen die langsamsten.

Man sieht also, daß beim Lichte die Verschiedenheit der Farben der ungleichen Höhe und Tiefe der Töne entspricht.

Von der Art und Weise, wie sich von einem leuchtenden Punkte aus die Lichtwellen ringsum verbreiten, kann man sich ein recht deutliches Bild machen, wenn man die Wellen betrachtet, welche auf der Oberfläche eines stillstehenden Wassers entstehen, wenn man einen Stein hineinwirft, und die wir auch schon oben betrachtet haben. Von der Stelle aus, an welcher der Stein in das Wasser einsank, verbreiten sich ringsum kreisförmige Wellen. Die Wassertheilchen an der Stelle, an welcher der Stein ins Wasser fiel, gehen abwechselnd auf und nieder, und diese Bewegung pflanzt sich ringsum mit gleicher Geschwindigkeit fort; alle Wassertheilchen also, welche gleichweit von dem Mittelpunkte entfernt sind, werden sich auch in gleichen Schwingungszuständen befinden, d. h. sie werden gleichzeitig ihre höchste und gleichzeitig ihre tiefste Stellung

erreichen; es werden sich also concentrische Wellenberge und Wellenthäler bilden, wie dies durch Fig. 334 anschaulich gemacht werden soll. Wenn für einen bestimmten Moment die ausgezogenen Kreise den Wellenbergen, die punktirten aber den Wellenthälern entsprechen, so werden die Wellenberge nach außen hin in der Weise fortschreiten, daß nach einer kurzen Zeit gerade an den punktirten Stellen sich die Wellenberge befinden, die Thäler aber in den ausgezogenen Kreisen.

Fig. 334.



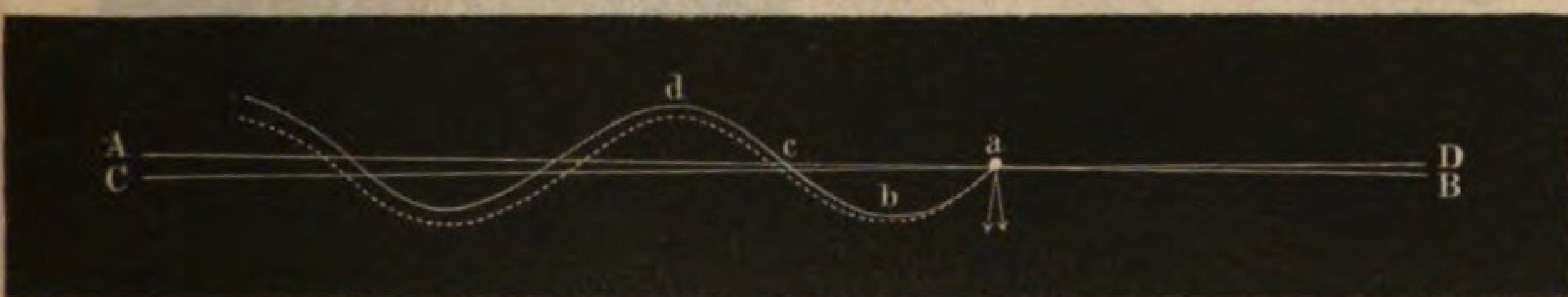
Sowie sich die Wasserwellen in concentrischen Kreisen um den Oscillationsmittelpunkt verbreiten, so verbreiten sich die Lichtvibrationen in concentrischen Kugelschichten um die Lichtquelle; die Oberfläche der Lichtwellen ist kugelförmig, wenigstens so lange die Elasticität des Aethers nach allen Richtungen hin dieselbe bleibt.

Interferenz der Lichtstrahlen. Wir werden schon im nächsten Pa- 160
ragraphen die Erscheinung kennen lernen, daß durch das Zusammenwirken zweier Lichtstrahlen bald verstärktes Licht, bald aber vollkommene Dunkelheit erzeugt wird.

Eine solche durch das Zusammenwirken zweier Lichtstrahlen hervorgebrachte Verstärkung oder Aufhebung wird mit dem Namen der Interferenz der Lichtstrahlen bezeichnet. Die Interferenz der Lichtstrahlen läßt sich folgendermaßen erklären.

In Fig. 335 mögen die Linien AB und CD zwei elementare Lichtstrahlen darstellen, welche, von einer Lichtquelle ausgehend, auf verschiedenen Wegen

Fig. 335.



zu dem Punkte a gelangen und sich hier unter einem sehr spitzen Winkel schneiden. Wenn der Weg, welchen der Lichtstrahl CD von der Lichtquelle an bis zu dem Punkte a zurückgelegt hat, gerade eben so groß oder um 1, 2, 3 u. s. w. ganze Wellenlängen größer ist, als die Länge von derselben Lichtquelle bis zu dem Punkte a auf dem Wege des anderen Strahles, so werden die beiden Strahlen in a in der Weise zusammenwirken, wie es die Fig. 335 darstellt.

Die Wellenlinie $a\,b\,c\,d$ u. s. w. stellt für irgend einen Moment die gegen-

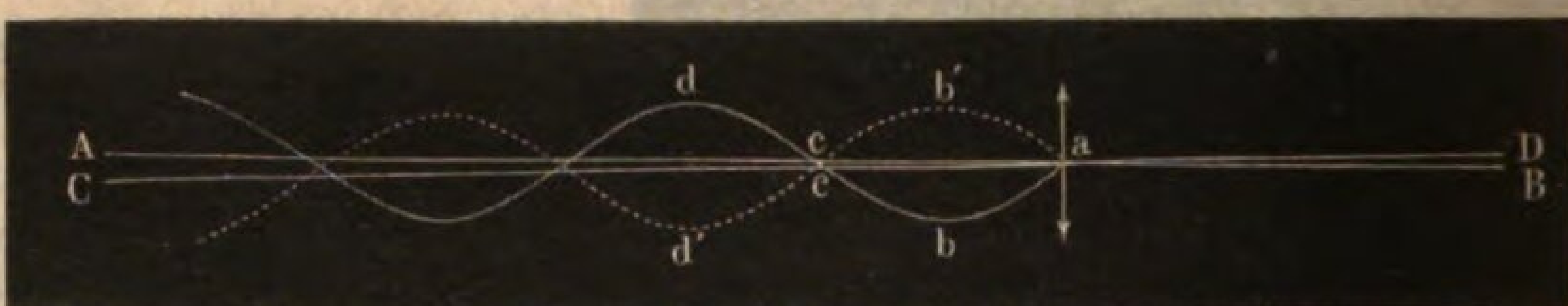
seitige Lage der Aethertheilchen dar, welche den Strahl in der Richtung AB fortpflanzen. Das Theilchen b hat eben seine äußerste Stellung unterhalb AB erreicht, das Theilchen a passirt eben die Gleichgewichtslage in der Richtung, welche der kleine Pfeil andeutet.

Die punktirte Wellenlinie zeigt uns den gleichzeitigen Oscillationszustand der Aethertheilchen, welche den Lichtstrahl CD fortpflanzen. Wenn beide Strahlen von der Lichtquelle bis zum Punkte a gleiche Wege durchlaufen haben, so wird das Theilchen a gleichzeitig durch die Vibrationen beider Strahlen auf dieselbe Weise afficirt werden; in dem durch unsere Zeichnung dargestellten Momente wird das Theilchen a durch das zweite Wellensystem ebenfalls nach unten getrieben, die Vibrationsintensität ist also doppelt so groß, als wenn seine Bewegung nur durch die Vibrationen des einen Lichtstrahls bedingt wäre.

In derselben Weise müssen sich auch die Vibrationen zweier Lichtstrahlen unterstützen, welche in einem Punkte zusammentreffen, wenn sie in ihrem Gange um irgend ein Vielfaches einer ganzen Wellenlänge von einander abweichen.

Die Fig. 336 versinnlicht das Zusammenwirken zweier Strahlen, von denen der eine dem anderen um eine halbe oder irgend ein ungerades Viel-

Fig. 336.



faches einer halben Wellenlänge vorausgeeilt ist. Durch die Vibrationen des einen Strahles (die ihm entsprechende Wellenlinie ist ausgezogen, während die dem anderen Strahle entsprechende punktirt ist) wird das Theilchen a in demselben Augenblicke nach oben getrieben, in welchem die Vibrationen des anderen Strahles dasselbe mit gleicher Kraft abwärts zu bewegen streben; die beiden entgegengesetzten Kräfte heben sich also auf, das Theilchen a bleibt in Ruhe.

Wir haben bisher nur diejenigen Fälle betrachtet, in welchen der Gangunterschied der interferirenden Strahlen ein Vielfaches einer ganzen Wellenlänge oder ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt. Wenn der Gangunterschied zwischen diese Gränzen fällt, so wird durch die Interferenz der beiden Strahlen auch eine Wirkung hervorgebracht, welche zwischen den Wirkungen der besprochenen Gränzfälle liegt, d. h. es wird keine vollkommene Vernichtung der Vibrationen, aber auch keine Verdoppelung der Vibrationsintensität eintreten können. Die wirklich hervorgebrachte Vibrationsintensität nähert sich mehr dem einen oder dem anderen dieser Gränzwerthe, je nachdem die Gangunterschiede sich mehr einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge oder einem Vielfachen einer ganzen Wellenlänge nähern.

Wir gehen nun zur Betrachtung derjenigen Erscheinungen über, welche sich auf das Princip der Interferenz zurückführen lassen.

161 **Die Beugung des Lichtes.** Wenn man das kleine Sonnenbildchen auf einem innen geschwärzten Uhrglase, auf einem polirten Metallknopfe oder

einer Thermometerkugel durch eine ganz feine kreisförmige Oeffnung betrachtet, wie man sie etwa mit einer feinen Nadel in ein Kartenblatt machen kann, so sieht man einen hellen runden Fleck, umgeben von mehreren farbigen Ringen. Fig. 337 stellt diese Erscheinung dar.

Fig. 337.

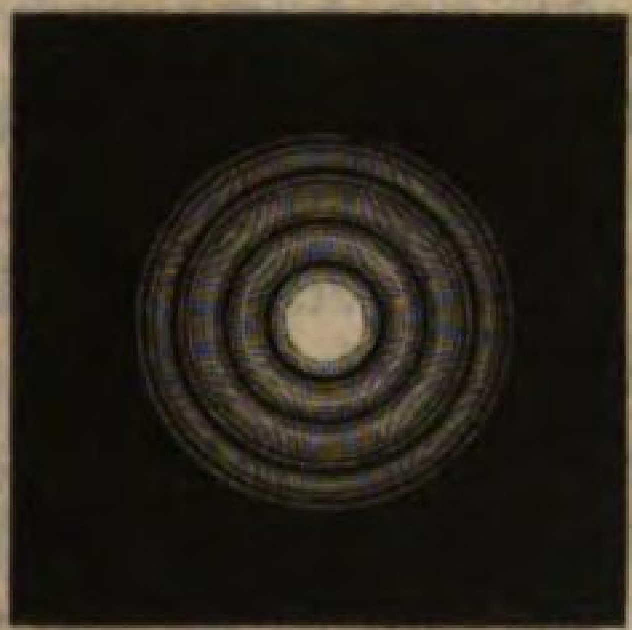
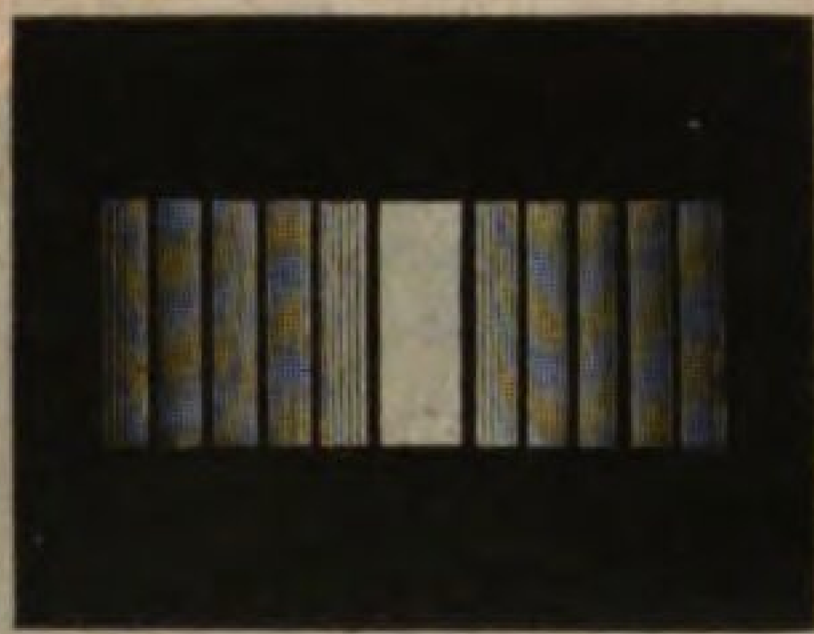


Fig. 338.

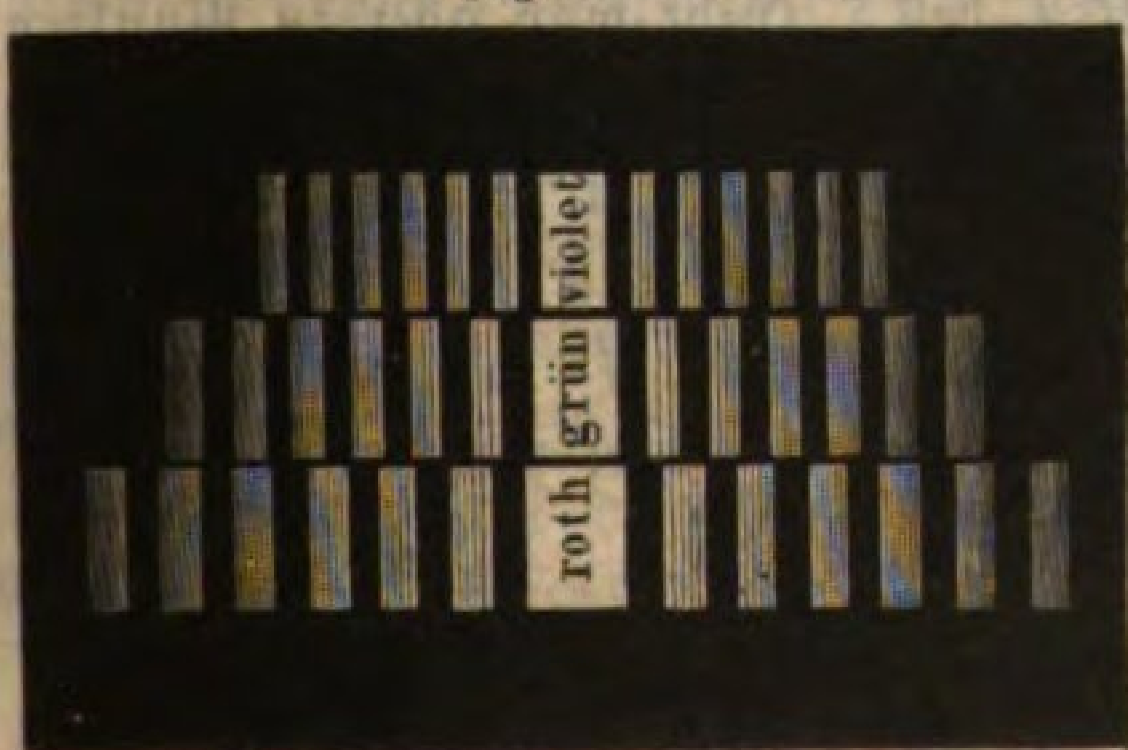


Macht man statt des Punktes eine ganz feine geradlinige Spalte in das Kartenblatt, betrachtet man durch diese Spalte die Lichtlinie auf einer innen geschwärzten, in die Sonne gelegten Glasröhre, welche dem Spalte parallel ist, so beobachtet man die Erscheinung Fig. 338. In der Mitte des Bildes sieht man einen hellen Streifen, zu beiden Seiten aber schmälere Farbenstreifen, die nach außen hin immer lichtschwächer werden.

Je feiner die kreisförmige Oeffnung und je schmaler die Spalte ist, desto breiter sind im einen Falle die Ringe und im anderen die Streifen.

Am einfachsten wird die Erscheinung, wenn man mit dem Kartenblatte ein einfarbiges Glas, etwa ein rothes, vor's Auge hält; alsdann sieht man, durch die Spalte blickend, in der Mitte einen hellen rothen Streifen, welcher zu beiden Seiten durch einen schwarzen Streifen begränzt ist; darauf folgen dann auf beiden Seiten noch mehrere rothe Seitenbilder, welche immer schwächer werden, und deren immer eins vom anderen durch einen schwarzen Streifen getrennt ist, ungefähr wie dies in der untersten Reihe Fig. 339 dargestellt ist.

Fig. 339.



Die hellen Seitenbilder sowohl wie der helle Streifen in der Mitte sind aber durch die schwarzen Streifen nicht scharf abgegränzt, der Uebergang vom hellen Lichte bis zu den dunkelsten Stellen ist allmälig.

Durch ein grünes Glas beobachtet man dieselbe Erscheinung, nur sind die Streifen schmäler; noch schmäler sind sie, wenn man ein violettes Glas anwendet, wie dies Fig. 339 angedeutet ist.

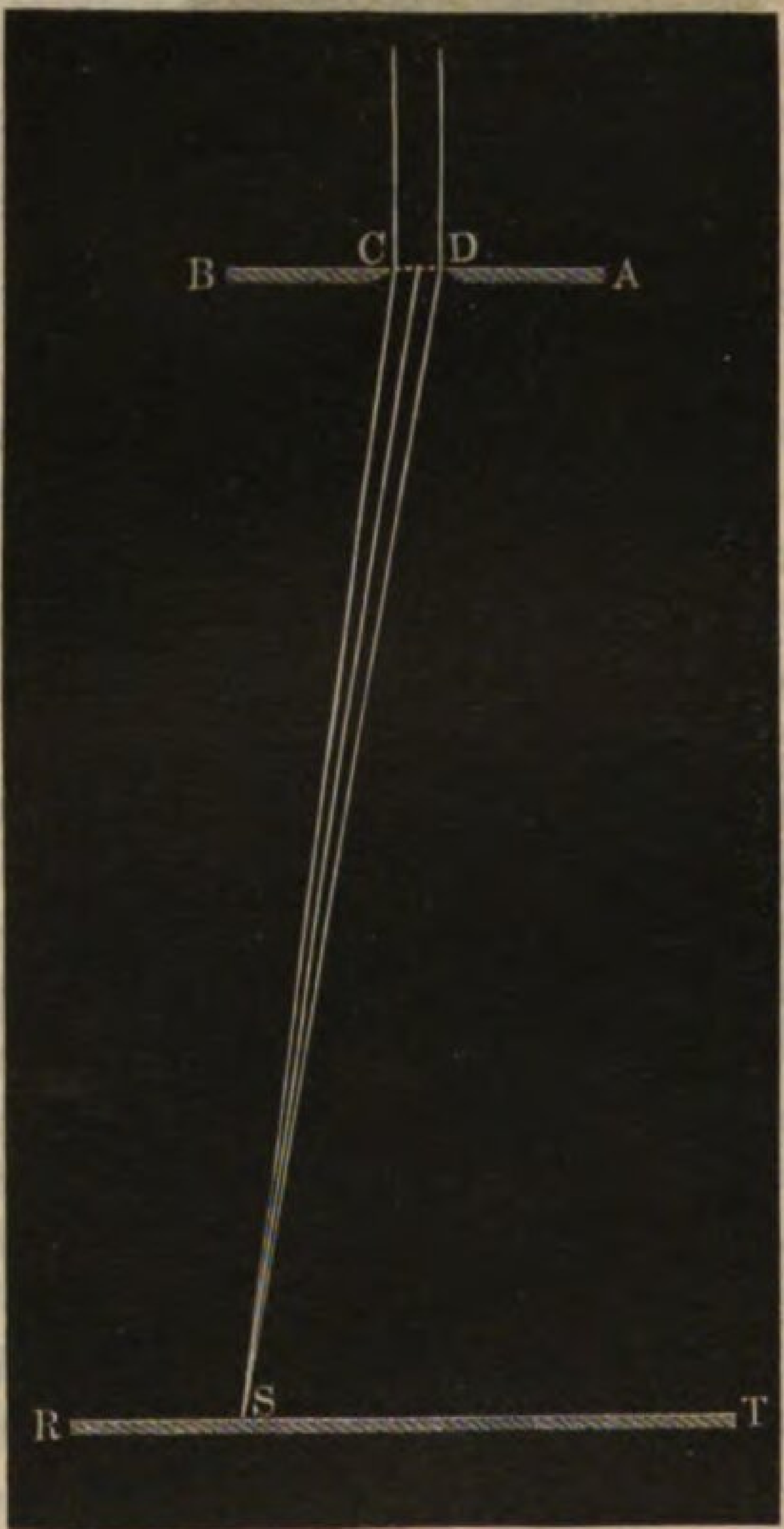
Eine zweite für das Verständniß der Beugungserscheinungen weit vortheilhaftere Beobachtungsmethode besteht darin, daß man das Beugungsbild objectiv auf einem weißen Schirme auffängt. Zu diesem Zwecke läßt man durch eine verticale Spalte von ungefähr 2^{mm} Breite ein Bündel Sonnenstrahlen in horizontaler Richtung in ein dunkles Zimmer eintreten und fängt dasselbe in 8 bis 10 Fuß Entfernung durch einen Schirm BA, Fig. 340 (a. f. S.), auf, in welchem sich eine zweite, etwa 1^{mm} breite, der ersten parallele Spalte CD befindet.

Stellt man endlich abermals 8 bis 10 Fuß hinter dem Schirme BA einen zweiten, mit weißem Papier überzogenen Schirm RT auf, so erblickt man alsdann auf diesem die Beugungsfigur.

Die Erklärung dieser Erscheinungen kann hier nur kurz angedeutet werden.

Wenn das Licht von einem hinlänglich weit entfernten Punkte senkrecht auf die Ebene des Schirmes AB fällt, Fig. 340, in welchem sich die Oeffnung CD befindet, so kann man alle in dieser Oeffnung befindlichen Aethertheilchen als gleichweit von der Lichtquelle entfernt betrachten; alle diese Aethertheilchen befinden sich also in gleichen Schwingungszuständen. Jedes dieser Aethertheilchen pflanzt aber seine Vibrationen jenseits des Schirmes nach allen Seiten hin so fort, als ob es ein selbstleuchtendes Theilchen wäre; die Stärke der Erleuchtung in irgend einem hinter dem Schirme AB gelegenen Punkte S hängt also nur davon ab, welche Wirkung durch die Interferenz aller in S zusammentreffenden von den verschiedenen Punkten der Oeffnung DC ausgehenden Strahlen hervorgebracht wird.

Fig. 340.



Die Lichtstrahlen, welche sich von CD aus rechtwinklig zur Oeffnung fortpflanzen, werden sich stets unterstützen; daher ist die Mitte des Bildes auf dem Schirme RT hell. Geht man aber zu Punkten über, die seitwärts liegen, so werden sich nicht mehr alle hier zusammentreffenden Strahlen gegenseitig unterstützen; nach der Seite hin muß also die Lichtstärke abnehmen, bis zu einem Punkte, in welchem alle von CD aus zusammentreffenden Lichtstrahlen sich vollständig aufheben; hier beobachtet man einen dunklen Streifen.

Noch weiter von der Mitte kommen wieder Punkte, in denen keine vollständige Aufhebung der hier von CD aus zusammentreffenden Lichtwellen stattfindet, in welchen also wieder Licht beobachtet wird; darauf folgen wieder dunklere Stellen, in denen sich alle Lichtwellen gegenseitig aufheben u. s. w.

Daß die hellen und dunklen Streifen für verschiedenfarbige Strahlen nicht zusammenfallen, rührt daher, daß sie ungleiche Wellenlängen haben.

Wenn man den Versuch mit weißem Lichte anstellt, so wird man in der Mitte des Beugungsbildes einen weißen Streif sehen, weil hier das Maximum

der Lichtstärke für alle Farben zusammentrifft; die Seitenbilder sind aber gefärbt, nirgends ist mehr ein ganz weißer oder ganz schwarzer Streifen zu sehen, denn da, wo für eine Farbe ein schwarzer Streifen ist, ist für eine andere Farbe ein heller Streifen.

Die Form der Beugungserscheinungen hängt von der Form der Oeffnungen ab; auch ändert sie sich mit der Zahl der Oeffnungen.

Wenn zwei feine kreisförmige Oeffnungen im Schirme ganz nahe beisammenstehen, ungefähr so • •, so erblickt man, nach einem Lichtpunkte hinsehend, wieder dieselben Ringe, Fig. 337, als ob nur eine Oeffnung da wäre; diese Ringe erscheinen aber durch gerade schwarze Streifen durchschnitten, welche auf der Richtung der Verbindungslinie beider Oeffnungen rechtwinklig stehen. Diese schwarzen Streifen gehen auch durch den centralen hellen Fleck, Fig. 337, hindurch.

Dieser Versuch beweist klar, daß durch das Zusammenwirken zweier Lichtstrahlen Dunkelheit entstehen kann, oder mit anderen Worten, daß die Wirkung eines Lichtstrahls durch die eines anderen aufgehoben werden kann. Wenn das Licht nur durch ein Loch einfällt, so erblickt man die Fig. 337, sobald aber die zweite Oeffnung hinzukommt, erscheinen schwarze Streifen in den hellen Theilen dieses Bildes; hier wird also die Lichtwirkung der durch die eine Oeffnung einfallenden Strahlen durch diejenigen Strahlen aufgehoben, welche durch die andere Oeffnung kommen.

Sehr schön sind die Beugungserscheinungen, welche man durch eine Reihe feiner Oeffnungen, etwa durch eine Reihe paralleler feiner Linien, welche auf eine Glasplatte radirt sind, erblickt. In diese Classe der Erscheinungen gehört auch diejenige, welche man wahrnimmt, wenn man durch den Bart der Feder eines kleineren Vogels nach einem Lichtpunkte sieht, ja diese Erscheinung ist schon sehr brillant, wenn man statt des Lichtpunktes nur ein Kerzenlicht anwendet.

Wenn man auf eine Glasplatte sogenanntes Hexenmehl (semen lycopodii) streut und dadurch nach einer Kerze sieht, so erblickt man eine schöne, aus mehreren farbigen Ringen zusammengesetzte Glorie. Auch dies ist eine Beugungserscheinung.

Länge der Lichtwellen. Es ist bereits oben erwähnt worden, daß die Länge der Lichtwellen für verschiedene Farben nicht gleich ist. Die genaue Messung der Beugungserscheinungen macht es nun möglich, die Länge der Lichtwellen trotz ihrer Kleinheit mit großer Genauigkeit zu ermitteln. 162

Folgendes ist die Länge der Lichtwellen für die verschiedenen farbigen Strahlen:

Mittleres Roth	0,0000248	Zoll
Orange	0,0000217	»
Gelb	0,0000201	»
Grün	0,0000184	»
Blau	0,0000168	»
Indigo	0,0000156	»
Violet	0,0000145	»

Kennt man die Wellenlänge, so kann man auch die Schwingunsdauer der Lichtwellen berechnen, da man ja weiß, wie viel Zeit das Licht braucht, um von

der Sonne zur Erde zu gelangen, und bei jeder Schwingung der Lichtstrahl um eine Wellenlänge fortschreitet. Es ergeben sich:

für rothes Licht 477 000 000 000 000
für violettes Licht 699 000 000 000 000

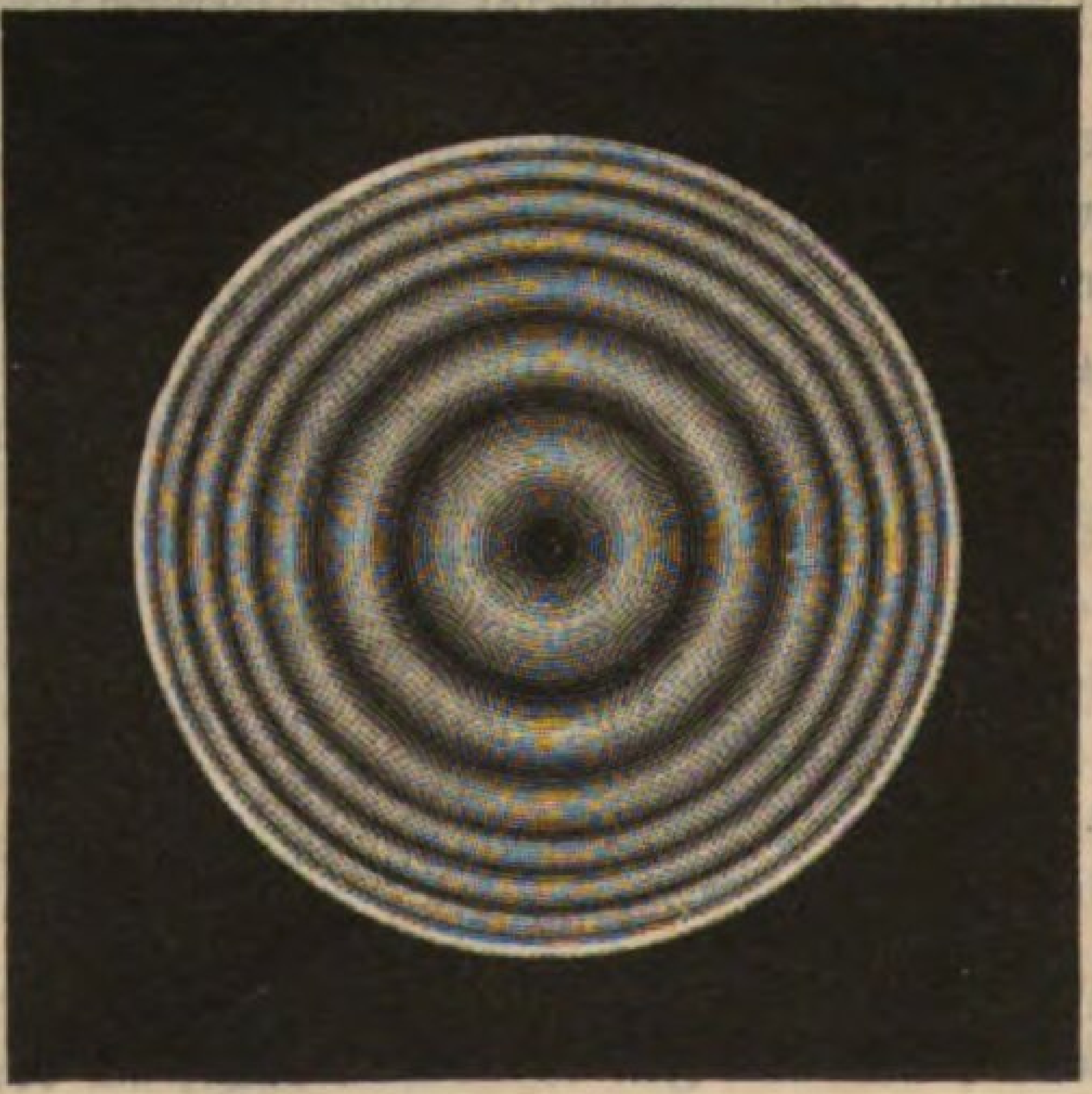
Schwingungen in der Secunde.

163 **Farben dünner Blättchen.** Jeder durchsichtige Körper erscheint lebhaft gefärbt, wenn er nur hinlänglich dünne Schichten bildet, wie man dies am leichtesten an den Seifenblasen sehen kann. Die Flitterchen einer vor der Glasbläserlampe bis zum Zerplatzen aufgeblasenen Glaskugel schillern in den glänzendsten Farben; ähnliche Farben beobachtet man, wenn ein Tropfen Oel (am besten ein ätherisches Oel, z. B. Terpentinöl) sich auf einer Wasserfläche ausbreitet; wenn ein glänzendes Metallstück, im Feuer erhitzt, sich allmälig mit einer Oxydschicht überzieht (Anlaufen des Stahls). Auch dünne Schichten von Luft bringen solche Farben hervor, wie man oft an Sprüngen in etwas dicken Glasmassen sieht.

In der größten Regelmäßigkeit zeigen sich diese Farben in Form von Ringen, wenn man eine Glaslinse von großer Brennweite auf eine ebene Glastafel, oder umgekehrt die ebene Glastafel auf die Linse legt. Newton, welcher diese Farbenringe, die auch nach ihm gewöhnlich die Newton'schen Ringe genannt werden, beobachtete, wandte Linsen an, deren Krümmungshalbmesser 15 bis 20 Meter betrug. Da, wo die Glastafel die Linse berührt, sieht man im reflectirten Lichte einen schwarzen Flecken, der mit farbigen concentrischen Ringen umgeben ist, die nach außen hin immer schmäler und matter werden, ungefähr wie Fig. 341 zeigt.

Betrachtet man die Ringe durch ein einfarbiges Glas, so sieht man nur abwechselnd helle und dunkle Ringe. Für rothes Licht sind diese Ringe weiter, als für grünes; für grünes weiter, als für violettes. Wenn man statt des farbigen Lichtes weißes anwendet, so kann man nirgends mehr einen ganz schwarzen und nirgends mehr einen ganz weißen Ring sehen, weil weder die hellen noch die dunklen Ringe der verschiedenen Farben mehr zusammenfallen; überall sieht man Farben, die nicht mehr reine Farben des Spectrums, sondern Mischfarben sind.

Fig. 341.



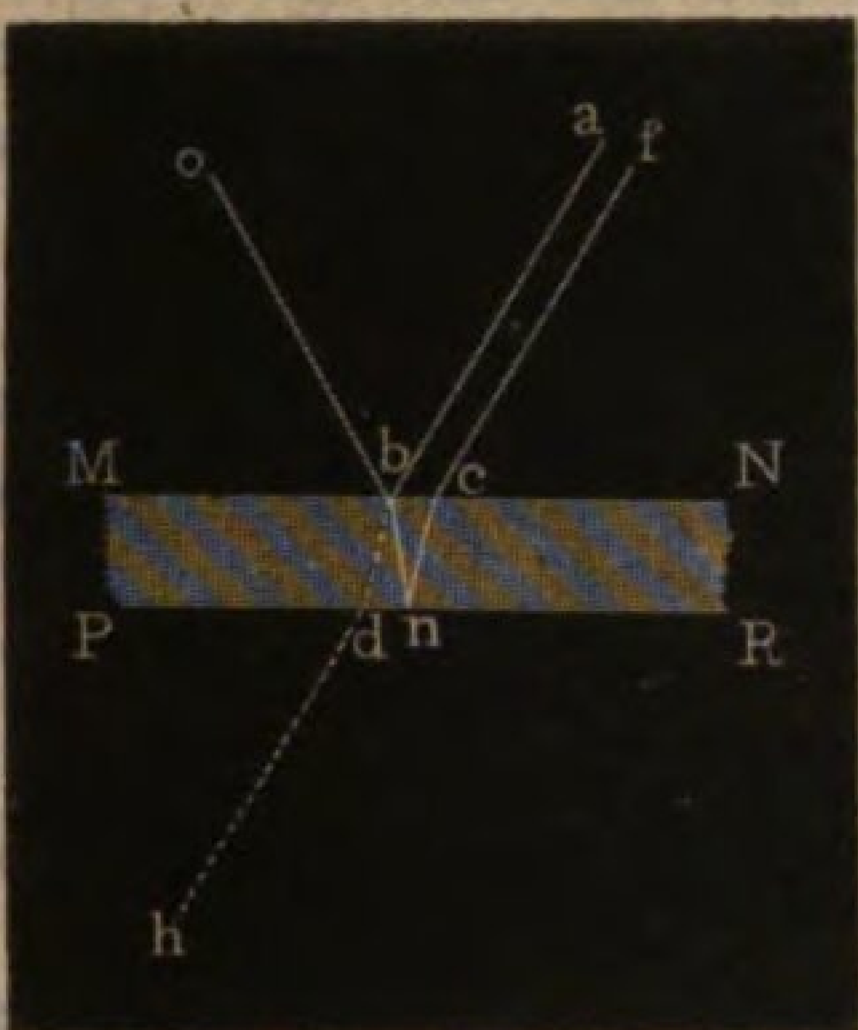
Diese Farbenerscheinungen lassen sich folgendermaßen erklären:

Wenn Lichtstrahlen auf eine dünne Schicht eines durchsichtigen Körpers fallen, so werden sie

theilweise an der oberen, theilweise an der unteren Fläche derselben reflectirt, und die von beiden Flächen reflectirten Lichtstrahlen werden interferiren und sich je nach der Differenz der durchlaufenen Wege bald gegenseitig vernichten, bald verstärken.

Betrachten wir diesen Hergang der Sache etwas näher. In Fig. 342 stelle $MNPR$ eine dünne Schicht irgend eines durchsichtigen Körpers vor, welche durch ein Bündel paralleler Strahlen getroffen wird; irgend einer dieser Strahlen ab wird nun theilweise in der Richtung bo reflectirt, theilweise aber nach d gebrochen. Von letzteren wollen wir vor der Hand keine Notiz nehmen. Ein zweiter mit ab paralleler Strahl fc erleidet in c gleichfalls eine theilweise Reflexion und Refraction, der gebrochene Strahl wird in n nach nb gespiegelt und tritt dann in derselben Richtung ba aus, wie der zuerst betrachtete in b gespiegelte Strahl. Die beiden nach der gleichen Richtung bo sich fortpflanzenden Strahlen müssen also interferiren und zwar werden sie sich gegenseitig aufheben, wenn die Dicke der Platte von der Art ist, daß der Gangunterschied der beiden interferirenden Strahlen gleich $^1/_2$, $^3/_2$, $^5/_2$, also ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt; Verstärkung des Lichtes findet Statt, wenn der Gangunterschied 1, 2, 3 u. s. w. Wellenlängen ist.

Fig. 342.



Wie kommt es aber, daß nur dünne Schichten solche Farben zeigen, daß Plättchen von einiger Dicke sie schon nicht mehr zeigen? Nehmen wir, der leichteren Uebersicht wegen, an, die Lichtwellen der violetten Strahlen seien halb so groß wie die der rothen (sie sind in der That etwas größer als halb so groß), so werden auch die Durchmesser der violetten Ringe halb so groß sein als die der rothen; an derselben Stelle, wo der erste dunkle Ring für rothes Licht ist, liegt auch der zweite dunkle Ring für violettes Licht und ein heller Ring für eine ungefähr zwischen Roth und Violet in der Mitte liegende Farbe; diese Farbe ist an dieser Stelle entschieden vorherrschend.

An der Stelle, wo der siebente dunkle Ring für rothes Licht liegt, wird der vierzehnte dunkle Ring für violettes Licht liegen; an derselben Stelle befinden sich also noch sechs dunkle Ringe und sieben helle Ringe für zwischenliegende Farben. Wenn also das äußerste Roth, die Gränze zwischen Roth und Orange, zwischen Orange und Gelb, Gelb und Grün, Grün und Blau, Blau und Indigo, Indigo und Violet und das äußerste Violet im Minimum sind, so sind dagegen die mittleren rothen, orangefarbigen, gelben, grünen, blauen, indigofarbenen und violetten Strahlen im Maximum, keine dieser Farben kann entschieden vorherrschen, sie geben zusammen weiß.

Auch im durchgelassenen Lichte zeigen dünne Plättchen ähnliche, jedoch weit mattere Farben, welche zu denen im reflectirten Lichte complementär sind.

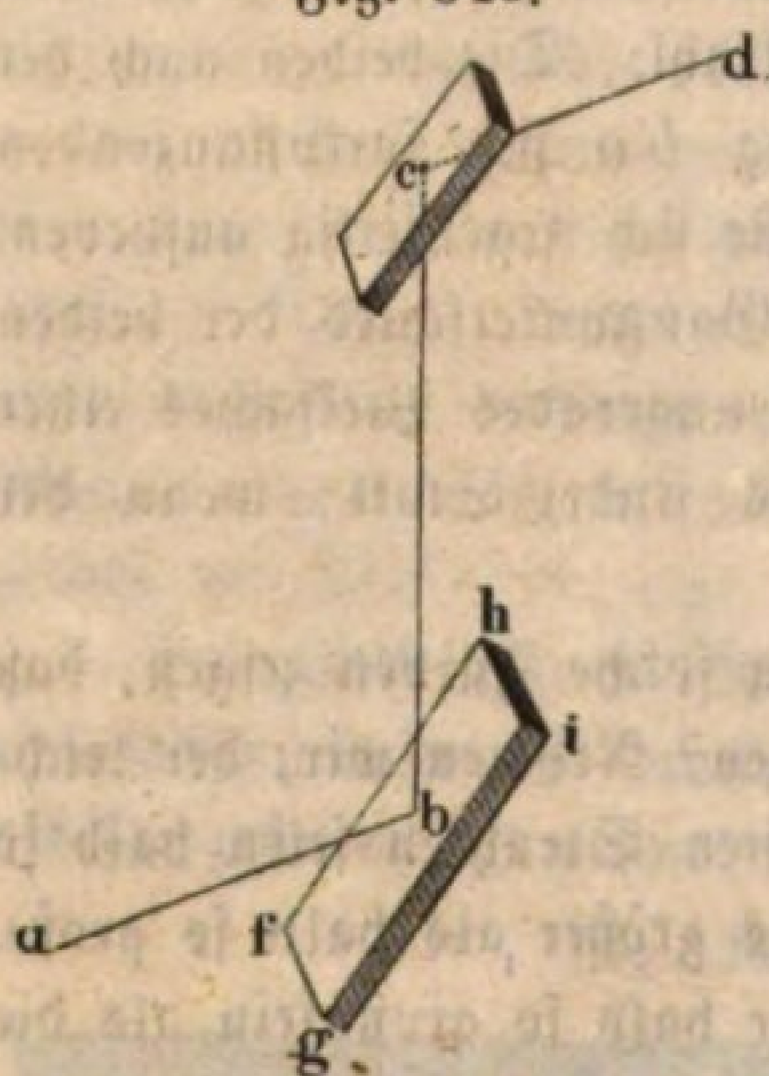
164 **Polarisation des Lichtes.** Wenn man aus einem durchsichtigen Turmalinkrystall eine Platte schneidet, deren Oberfläche mit der Säulenaxe parallel läuft, und durch eine solche Turmalinplatte nach einer polirten Tischplatte hinsieht, welche das Licht des Himmels ungefähr unter einem Winkel von 30 bis 40° nach dem Auge reflectirt, so sieht man die polirte Fläche bald hell, bald dunkel, je nachdem man die Turmalinplatte dreht; sie läßt also nicht in jeder Lage die von der Tischplatte reflectirten Strahlen durch. Den Lichtstrahlen muß also durch die Reflexion auf der polirten Tafel eine eigenthümliche Modification mitgetheilt worden sein, welche man mit dem Namen der Polarisation bezeichnet.

Hätte man die unter ähnlichen Umständen von einer Glasplatte reflectirten Strahlen mit der Turmalinplatte untersucht, so hätte man dieselbe Erscheinung beobachtet; also auch durch die Reflexion auf einer Glasfläche werden die Lichtstrahlen polarisirt.

Auch die Turmalinplatte läßt sich durch einen Glasspiegel ersetzen.

Fällt ein gewöhnlicher Lichtstrahl *ab*, Fig. 343, auf eine ebene Glastafel *fghi* in einem Winkel von $35^1/_2$ Grad auf, so wird er zum großen Theil nach den gewöhnlichen Gesetzen in der Richtung *bc* reflectirt. Der in der Richtung *bc* gespiegelte Strahl ist aber durch diese Reflexion polarisirt. Es ist gut, wenn die Glasplatte *fghi* auf der Rückseite geschwärzt ist; denn sonst pflanzen sich in der Richtung *bc* außer den durch Reflexion polarisirten Strahlen auch solche fort, welche von Gegenständen herrühren, die sich unterhalb *bghi* befinden, und welche durch diese Glastafel hindurchgegangen sind.

Fig. 343.

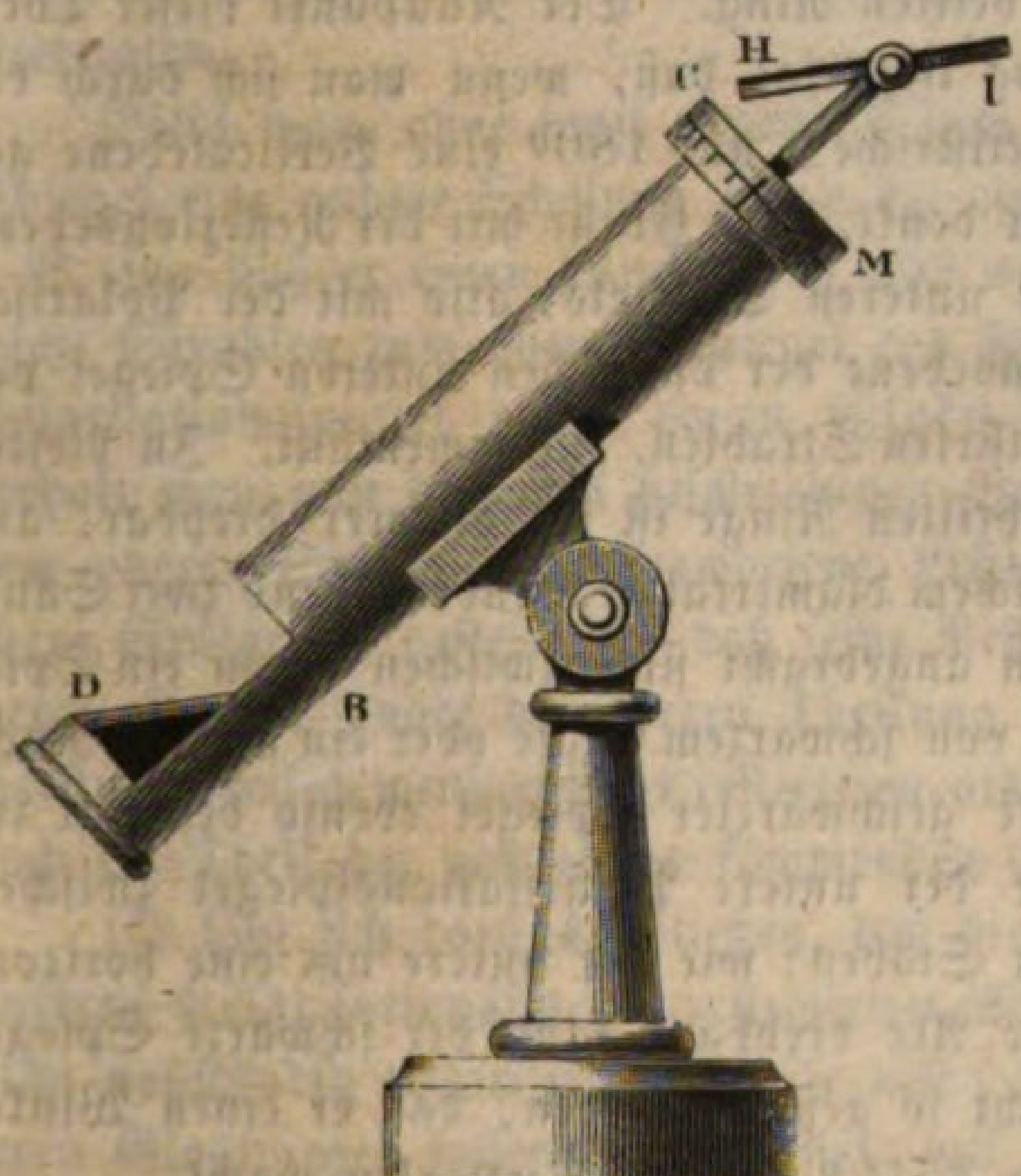


Fällt der durch Reflexion polarisirte Strahl *bc* auf eine zweite, ebenfalls auf der Rückseite geschwärzte Glastafel, welche der unteren parallel ist, so macht der Strahl *bc* auch mit dieser einen Winkel von $35^1/_2°$, und die Reflexionsebene des oberen Spiegels fällt mit der des unteren zusammen. Bei dieser Lage des zweiten Spiegels wird der Strahl *bc* wie jeder gewöhnliche Lichtstrahl reflectirt; dreht man jedoch den oberen Spiegel so, daß die Richtung des Strahles *bc* die Umdrehungsaxe bildet, so bleibt zwar der Winkel, welchen der einfallende Strahl *bc* mit der Spiegelfläche macht, unverändert, allein der Parallelismus der beiden Spiegel hört auf, die Reflexionsebene des oberen Spiegels fällt nicht mehr mit der des unteren zusammen. Dreht man nun auf die angegebene Weise den oberen Spiegel aus der Lage des Parallelismus mit dem unteren heraus, so wird die Intensität des zum zweiten Male reflectirten Strahles um so mehr abnehmen, je mehr der Winkel wächst, den die Reflexionsebene des oberen Spiegels mit der des unteren macht, bis dieser Winkel 90° geworden ist, oder mit anderen Worten, bis die Reflexionsebenen beider Spiegel sich unter einem rechten Winkel kreuzen. Bei dieser Stellung wird der Strahl *bc* von dem

oberen Spiegel gar nicht mehr reflectirt, was doch der Fall sein müßte, wenn bc ein gewöhnlicher Lichtstrahl wäre. Bei weiter fortgesetzter Drehung des oberen Spiegels nimmt die Intensität des reflectirten Strahles allmälig wieder zu, bis sie wieder ihr Maximum erreicht, wenn die ganze Drehung 180° beträgt. In dieser Stellung fallen die Reflexionsebenen der beiden Spiegel abermals zusammen. Dreht man noch weiter, so wird der vom oberen Spiegel reflectirte Strahl wieder schwächer und verschwindet ganz, wenn die Reflexionsebenen beider Spiegel wieder gekreuzt sind, also bei einer Drehung von 270° ꝛc.

Eine Vorrichtung, an welcher zwei Polarisationsspiegel so angebracht sind, daß man damit den eben beschriebenen Versuch anstellen kann, heißt **Polarisationsapparat**. Die einfachste Einrichtung, welche man dem Polarisationsapparate geben kann, ist die Fig. 344 abgebildete. An dem einen Ende einer metallenen oder hölzernen Röhre ist ein auf der Rückseite geschwärzter Spiegel DB so befestigt, daß er einen Winkel von $35^1/_2{}^0$ mit der Axe der Röhre macht, daß also Strahlen, welche in einem Winkel von $35^1/_2{}^0$ auf den Spiegel fallen, so reflectirt werden, daß sie in der Richtung dieser Axe durch die Röhre hindurchgehen. Auf dem anderen Ende der Röhre steckt eine Hülse, an welcher ein zweiter hinten geschwärzter Spiegel HJ befestigt ist, der ebenfalls einen Winkel von $35^1/_2{}^0$ mit der Axe der Röhre macht; durch Umdrehung der Hülse wird auch der Spiegel mit umgedreht und kann durch diese Drehung in alle die Lagen gebracht werden, von denen eben die Rede war.

Fig. 344.

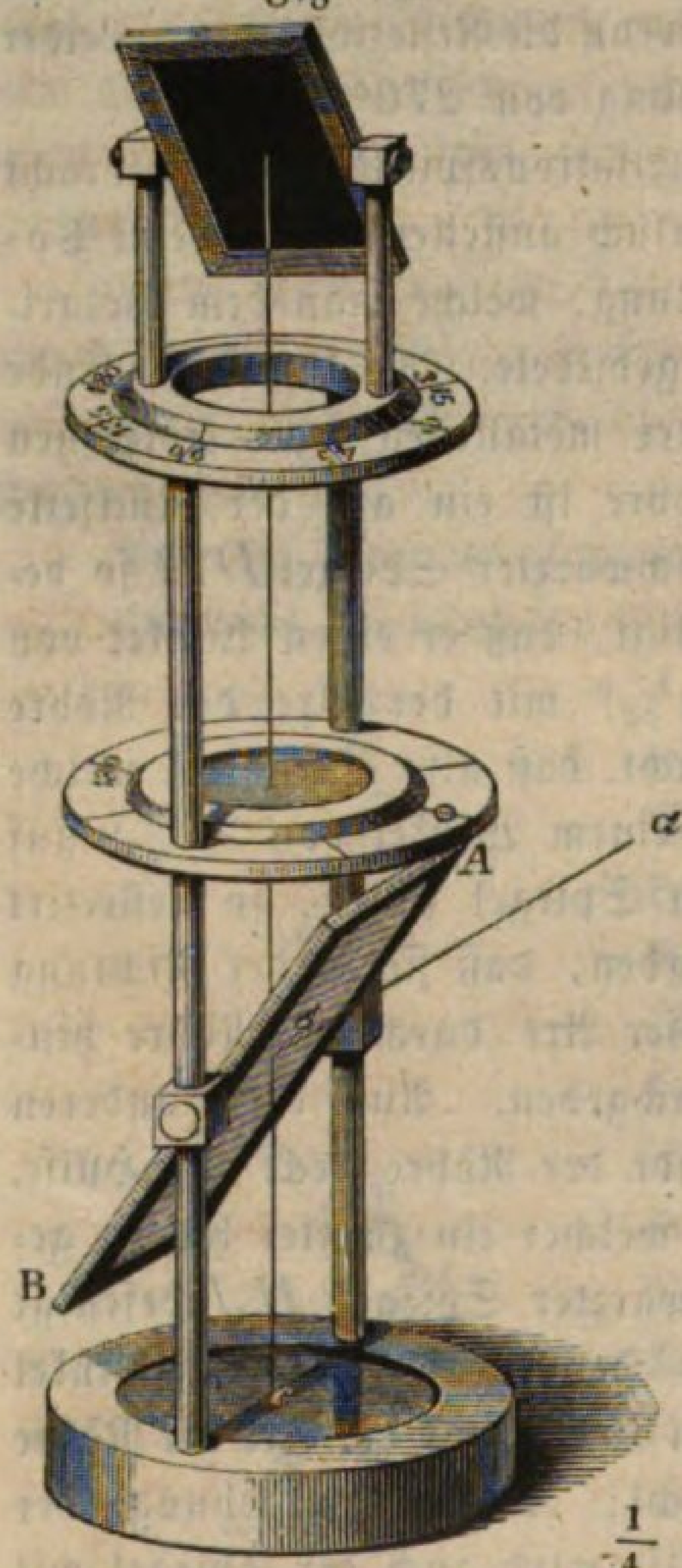


Die eben beschriebene Form des Polarisationsapparates ist unbequem; die zweckmäßigste Form des Polarisationsapparates ist die in Fig. 345 (a. f. S.) in $^1/_4$ der natürlichen Größe dargestellte. In einem runden Fußgestelle, welches nicht zu leicht sein darf, damit der Apparat die nöthige Stabilität erhalte, befinden sich am Rande, diametral einander gegenüberstehend, zwei Stäbe, zwischen denen ein Rähmchen AB angebracht ist, welches eine Platte von geschliffenem Spiegelglase einschließt. Dieses Rähmchen und mit ihm der Spiegel ist mittelst zweier Zapfen um eine horizontale Axe drehbar, so daß man dem Spiegel jede beliebige Lage gegen die Richtung des Bleilothes geben kann. Der Spiegel wird jedoch gewöhnlich in einer solchen Lage festgestellt, daß seine Ebene einen Winkel von $35^1/_2{}^0$ mit der Verticalen macht. Fällt bei dieser Stellung des Spiegels ein Lichtstrahl ab in einem Winkel von $35^1/_2{}^0$ auf den Spiegel, so geht

er zum Theil durch das Glas hindurch, und diesen Theil haben wir weiter nicht zu betrachten; zum Theil aber wird er in der Richtung *b c* vertical nach unten reflectirt. Dieser reflectirte Strahl ist nun **polarisirt**; eine durch die Linien *a b* und *b c* gelegte Ebene ist seine **Polarisationsebene**.

Auf dem Fußgestelle befindet sich in wagerechter Lage ein auf der Rückseite belegter Spiegel, den der polarisirte Strahl *b c* rechtwinklig trifft, so daß er in der Richtung *c b* zurückgeworfen wird und durch den Polarisationsspiegel hindurch zum oberen Theile des Apparates gelangt. Den mittleren Theil des Apparates bildet ein durch eine Glasplatte verschlossener Ring. Die oberen Enden der Stäbe tragen einen in Grade getheilten Ring. Der Nullpunkt dieser Theilung liegt so, daß, wenn man sich durch die Theilstriche 0 und 180° eine Verticalebene gelegt denkt, diese Ebene mit der Reflexionsebene des unteren Spiegels, also mit der Polarisationsebene der durch den unteren Spiegel polarisirten Strahlen, zusammenfällt. In diesem getheilten Ringe ist ein anderer drehbar, auf welchem diametral gegenüberstehend zwei Säulchen angebracht sind, zwischen denen ein Spiegel von schwarzem Glase oder ein auf der Rückseite geschwärzter Spiegel ebenso befestigt ist, wie der untere Polarisationsspiegel zwischen den Stäben; wie der untere um eine horizontale Axe drehbar, kann der schwarze Spiegel leicht so gestellt werden, daß er einen Winkel von $35^1/_2{}^0$ mit der Verticalen macht.

Fig. 345.



$\frac{1}{4}$

Der drehbare Ring, auf welchem die Säulchen stehen, ist am Rande etwas zugeschärft, und gerade in der Mitte der vorderen Hälfte des Ringes ist eine Linie, ein Index, auf die Zuschärfung gezogen. Eine durch diesen Index und den Mittelpunkt des Ringes gelegte Verticalebene fällt mit der Reflexionsebene des oberen Spiegels zusammen. Dreht man den Ring, welcher diesen Spiegel trägt, so, daß der Index mit dem Nullpunkte der Theilung zusammenfällt, so fallen die Reflexionsebenen des oberen und des unteren Spiegels zusammen. Dasselbe ist der Fall, wenn der Index bei 180° steht. Wenn der Index bei 90° (wie in unserer Figur) oder bei 270° steht, so macht die Reflexionsebene des oberen Spiegels einen rechten Winkel mit der Reflexionsebene des unteren Polarisationsspiegels.

Die Erscheinungen der gewöhnlichen Polarisation, welche man an diesem Apparate beobachten kann, sind folgende: Wenn beide Spiegel parallel stehen, wenn also der Index des den schwarzen Spiegel tragenden Ringes bei 0° steht,

so reflectirt der obere Spiegel die von unten her ihn treffenden Strahlen, das Gesichtsfeld ist also hell. Dreht man aber den Zerlegungsspiegel (so wird gewöhnlich der obere Spiegel genannt) aus dieser Lage heraus, so nimmt die Intensität des durch ihn reflectirten Lichtes mehr und mehr ab und wird Null, wenn der Index bei 90° steht. In dieser Stellung reflectirt der schwarze Spiegel die von unten her ihn treffenden Strahlen nicht mehr, das Gesichtsfeld erscheint dunkel. Dreht man noch weiter, so wird es allmälig wieder heller, und wenn der Index bei 180° steht, ist die Lichtstärke wieder derjenigen gleich, die bei 0° beobachtet wurde. Das Licht nimmt jedoch wieder ab, wenn man noch über 180° hinaus dreht; das Gesichtsfeld wird zum zweiten Male dunkel, wenn der Index bei 270° steht.

Es versteht sich von selbst, daß während dieser ganzen Drehung die Richtung des schwarzen Spiegels gegen die Verticale unverändert bleiben muß. In allen Lagen macht der obere Spiegel einen Winkel von $35^1/_2{}^0$ mit der Verticalen.

Giebt man, ohne sonst etwas an dem Apparate zu ändern, dem unteren Spiegel eine andere Stellung gegen die einfallenden Strahlen, stellt man ihn z. B. so, daß er einen Winkel von 25° mit der Verticalen macht, so werden solche Strahlen zum oberen Spiegel des Apparates gelangen, die den unteren Polarisationsspiegel unter einem Winkel von 25° getroffen haben. Wiederholt man nun die oben beschriebenen Versuche, so findet man, daß das von dem oberen Spiegel zurückgeworfene Licht nie ganz Null wird. Wenn der obere Spiegel so gestellt ist, daß seine Reflexionsebene die des unteren kreuzt, wenn also der Index der oberen Theilung bei 90° steht, so wird er in dieser Stellung freilich weniger Licht reflectiren als in jeder anderen, doch wird immer noch ein Theil der von unten kommenden Strahlen reflectirt.

Es läßt sich daraus schließen, daß die unter einem Winkel von 25° vom unteren Polarisationsspiegel reflectirten Strahlen zwar zum Theil, aber doch nicht vollständig polarisirt sind. Je mehr der Winkel, welchen die auf den unteren Glasspiegel fallenden Strahlen mit der Ebene dieses Spiegels machen, von $35^1/_2{}^0$ abweicht, desto unvollständiger ist die Polarisation. Der Winkel, für welchen die vollständige Polarisation stattfindet, für Glas also der Winkel $35^1/_2{}^0$, wird der **Polarisationswinkel** genannt.

Metallflächen haben die Eigenschaft nicht, durch Reflexion das Licht zu polarisiren; man kann deshalb auch Spiegel, welche auf der Rückseite mit Zinn und Quecksilber belegt sind, nicht zu Polarisationsversuchen gebrauchen.

Nimmt man von dem Polarisationsapparate den Zerlegungsspiegel weg und läßt man statt auf diesen die polarisirten Strahlen auf eine Turmalinplatte fallen, deren Oberflächen der krystallographischen Hauptaxe dieses Minerals parallel sind, so gewahrt man an dem durch die Platte hindurchgegangenen Lichte ganz ähnliche Erscheinungen wie diejenigen, welche man an dem vom Zerlegungsspiegel reflectirten Lichte beobachtete. Hat die Platte eine solche Stellung, daß ihre krystallographische Hauptaxe rechtwinklig auf der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen steht, so läßt sie die Strahlen so vollständig hindurch,

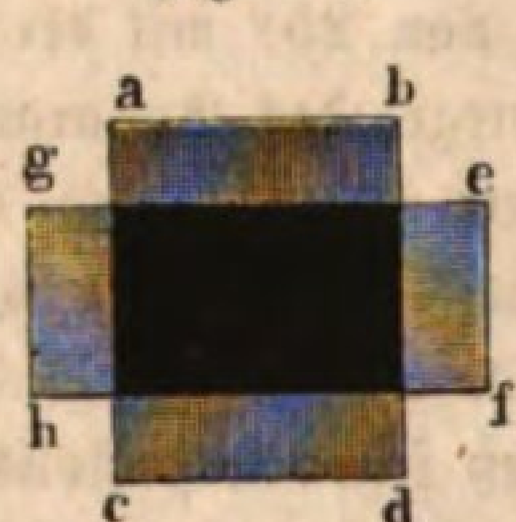
als es die Färbung des Minerals erlaubt. Macht aber die Axe der Platte einen anderen Winkel mit der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen, so ist das durchgehende Licht um so schwächer, je kleiner dieser Winkel wird. Fällt die Axe der Platte in die Polarisationsebene der einfallenden Strahlen, so ist die Intensität des durchgegangenen Lichtes ein Minimum, und falls die Platte dick genug ist, vollständig Null. Die Lage des Krystalls, bei welcher die Axe mit der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen einen rechten Winkel bildet, entspricht dem Falle, daß der obere Spiegel dem unteren parallel ist, die zuletzt erwähnte Stellung des Krystalls aber dem Falle der gekreuzten Spiegel.

Aus den erwähnten Versuchen läßt sich schließen, daß, wenn gewöhnliches Licht auf eine solche Turmalinplatte fällt, es nach seinem Durchgange durch dieselbe polarisirt sein wird. Legt man demnach zwei parallel mit der Axe geschnittene Turmalinplatten so auf einander, daß ihre Axen parallel sind, so werden sie einfallendes gewöhnliches Licht ebenso gut durchlassen wie eine Platte, welche so dick ist wie beide zusammengenommen, wie Fig. 346 andeutet, wo *abcd* die eine und *efgh* die andere Platte bezeichnet. Die Schraffirung soll den krystallographischen Axen parallel sein. Dreht man aber die eine Platte in ihrer Ebene herum, ohne die Lage der zweiten zu ändern, so wird das durchgelassene Licht schwächer und schwächer, bis es endlich ganz verschwindet, wenn die Axen beider Platten einen rechten Winkel mit einander machen, wie dies Fig. 347 versinnlicht. Zwei solcher Platten bilden also einen kleinen Polarisationsapparat.

Fig. 346.



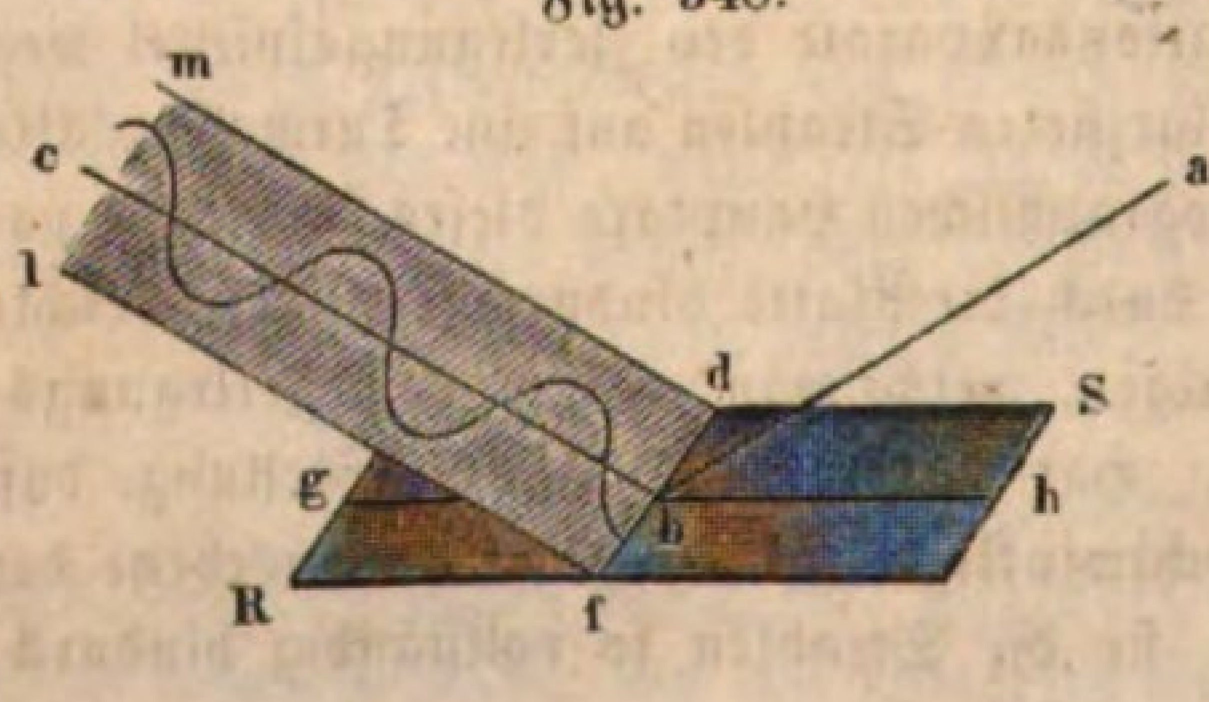
Fig. 347.



Nach der Vibrationstheorie erklärt man die Polarisation des Lichtes durch die Annahme, daß alle Vibrationen eines polarisirten Lichtstrahls in einer und derselben Ebene stattfinden, während die Vibrationen eines gewöhnlichen Lichtstrahles nach allen möglichen auf seine Richtung rechtwinkligen Linien vor sich gehen.

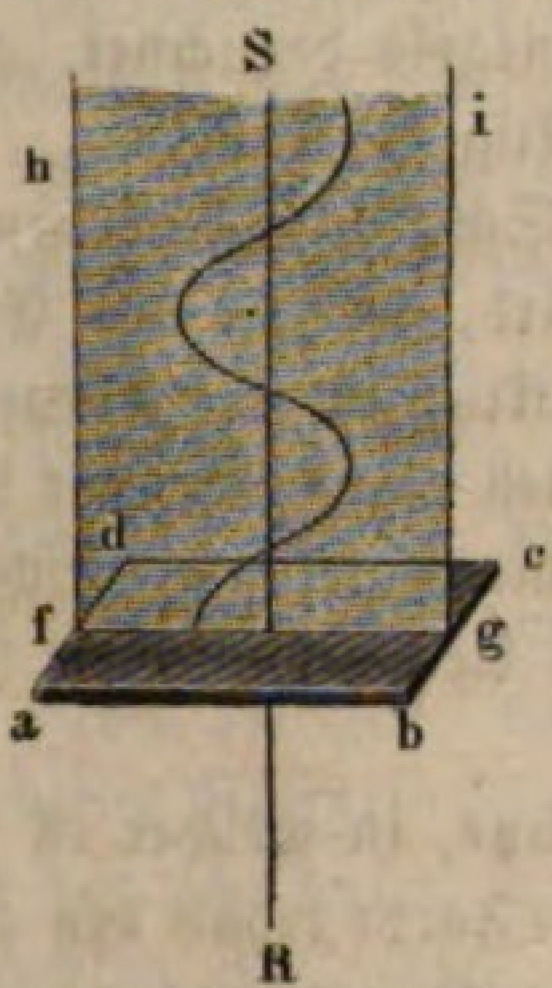
Die Schwingungen eines durch Reflexion poralisirten Strahls sind mit der Ebene des Spiegels parallel, wie dies Fig. 348 anschaulich machen soll. *RS* sei der Spiegel, *ab* der einfallende, *bc* der reflectirte und durch die Reflexion polarisirte Strahl, so ist die durch *ab* und *bc* gelegte Ebene, welche die Ebene des Spiegels in *gh* schneidet, diejenige, welche die Polarisationsebene des Strahls *bc* genannt wird; *dflm* aber ist die Schwingungsebene dieses Strahls; d. h. die Vibrationen, welche den

Fig. 348.



polarisirten Strahl bc fortpflanzen, finden in der Ebene $fdlm$ Statt, und zwar sind sie mit fd parallel.

Fig. 349.



Wenn ein Lichtstrahl durch eine parallel mit der Axe geschnittene Turmalinplatte gegangen ist, so finden seine Schwingungen in der durch die Richtung des Strahls und die Axe des Krystalls gelegten Ebene Statt. In Fig. 349 sei $abcd$ eine Turmalinplatte; die Richtung ihrer Axe parallel mit ab und dc; ferner sei RS die Richtung des Strahls, so wird nach dem Durchgange durch die Platte die Schwingungsebene des Strahls $fghi$ sein.

Doppelte Brechung. Wenn man ein Kalkspathrhomboëder auf ein mit einem schwarzen Punkte oder einer schwarzen Linie versehenes Stück Papier legt, so sieht man den Punkt oder die Linie doppelt. 165

Wenn man aus Kalkspath ein Prisma verfertigt, so sieht man durch dieses Prisma von jedem Gegenstande zwei Bilder.

Diese Versuche beweisen, daß jeder Lichtstrahl, welcher ein Kalkspathprisma trifft, in zwei gespalten wird, welche nicht denselben Brechungsgesetzen folgen, daß der Kalkspath die Eigenschaft der doppelten Brechung besitzt.

Untersucht man die beiden Bilder, welche man von irgend einem Gegenstande durch ein Kalkspathprisma sieht, mittelst einer Turmalinplatte, so findet man, daß beide Strahlen polarisirt sind, denn je nachdem man die Turmalinplatte dreht, verschwindet bald das eine, bald das andere Bild; die Ebene, in welcher die Schwingungen des einen Strahls stattfinden, ist rechtwinklig zur Schwingungsebene des anderen Strahls.

Der Kalkspath ist nicht der einzige doppelt brechende Körper; dieselbe Eigenschaft kommt allen krystallisirten Substanzen zu, welche nicht zum regulären Krystallsysteme gehören.

In jedem doppelt brechenden Krystalle giebt es eine oder zwei Richtungen, nach welchen keine doppelte Brechung stattfindet; diese Richtungen führen den Namen der optischen Axen.

Eine Entwickelung der Gesetze der doppelten Brechung würde hier zu weit führen; wir wollen nur noch die Farbenerscheinungen kurz betrachten, welche doppelt brechende Krystallblättchen im polarisirten Lichte zeigen.

Nehmen wir an, die Spiegel des Polarisationsapparates seien gekreuzt, d. h. der obere Spiegel sei so gestellt, wie es Fig. 345 zeigt. Legt man nun ein dünnes Blättchen von krystallisirtem Gyps auf das mittlere Tischlein, so erscheint es im Allgemeinen gefärbt; dreht man das Tischlein in horizontaler Ebene um seine verticale Drehungsaxe, so wird die Färbung heller oder dunkler, ohne daß sich die Farbe der Art nach änderte. Bei fortgesetztem Drehen wird man es bald dahin bringen, daß die Farbe des Gypsblättchens ganz verschwindet, daß also das ganze Gesichtsfeld gerade so dunkel erscheint, als ob

das Gypsblättchen gar nicht da wäre. Hat man das Gypsblättchen in diese Lage gebracht, so ritze man auf seiner Oberfläche eine Linie ein, deren Richtung parallel läuft mit der Linie, welche den Nullpunkt der Theilung mit dem Theilstrich 180° verbindet, also eine Linie, welche den Durchschnitt der Ebene des Gypsblättchens mit der Reflexionsebene des unteren Spiegels bezeichnet. Eine zweite Linie ritze man auf das Gypsblättchen rechtwinklig zur ersteren.

Diese beiden Linien bezeichnen nun die Lage der Schwingungsebenen der beiden Strahlen, in welche ein Lichtstrahl getheilt wird, welcher das Gypsblättchen trifft. Wenn der einfallende Strahl rechtwinklig auf die Ebene des Gypsblättchens auftrifft, so werden die beiden Strahlen zwar nicht der Richtung nach auseinandergehen; allein sie pflanzen sich mit ungleicher Geschwindigkeit durch den Krystall fort, weil die Elasticität des Aethers nach der Richtung der beiden Schwingungsebenen nicht gleich ist.

Dreht man das Gypsblättchen aus der Lage heraus, in welcher es ganz dunkel erscheint, so wird es heller und heller, und seine Farbe erhält den größten Glanz, wenn die beiden Schwingungsebenen des Gypsblättchens einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene des unteren Spiegels machen.

Bleibt das Blättchen nun in dieser Lage, dreht man aber den oberen Spiegel, so wird die Farbe des Blättchens blasser und blasser (nicht dunkler), bis es endlich ganz farblos erscheint, wenn die Reflexionsebene des oberen Spiegels 45° mit der des unteren macht, wenn also die Reflexionsebene des oberen Spiegels mit der einen Schwingungsebene des Gypsblättchens zusammenfällt. Dreht man den oberen Spiegel noch weiter, so geht die Farbe des Gypsblättchens in die complementäre von derjenigen über, die man bis dahin beobachtete, und diese complementäre Farbe wird am lebhaftesten, wenn die Reflexionsebene des oberen Spiegels mit der des unteren zusammenfällt.

Die Erklärung dieser Erscheinung kann hier nur angedeutet, aber nicht ausgeführt werden.

Der von dem unteren Polarisationsspiegel kommende Strahl wird bei seinem Eintritt in das Gypsblättchen in zwei gespalten, die zwar der Richtung nach nicht auseinandertreten, aber doch den Krystall mit ungleicher Geschwindigkeit durchlaufen, so daß der eine dem anderen voraneilt. Wenn nun diese beiden Strahlen durch den Zerlegungsspiegel auf eine und dieselbe Schwingungsebene reducirt werden, so können sie interferiren. Die Farben entstehen also hier nach ähnlichen Gesetzen, wie die Farben der Newton'schen Ringe, die Farbe des Blättchens hängt also auch natürlich von seiner Dicke ab.

Dünne Blättchen anderer doppelt brechender Körper bringen ähnliche Farbenerscheinungen hervor.

Auch in dickeren Platten doppelt brechender Krystalle beobachtet man im polarisirten Lichte Farbenerscheinungen, wenn ihre Oberflächen rechtwinklig auf den optischen Axen stehen.

Eine ganz eigenthümliche Erscheinung, welche sich bei keinem anderen Krystalle wiederfindet, bietet der Bergkrystall dar. Legt man auf das Tischlein des Polarisationsapparates eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte, so

erscheint ihr Bild in dem oberen Spiegel lebhaft gefärbt, und zwar ändert sich die Farbe, wenn der Zerlegungsspiegel gedreht wird, während eine Drehung der Quarzplatte keine Aenderung in der Farbe hervorbringt. Wie man auch den Zerlegungsspiegel drehen mag, so erscheint doch die Platte niemals ganz farblos hell oder ganz dunkel, wie es bei Gypsblättchen beobachtet wird.

Um diese Erscheinung in ihrer möglichsten Einfachheit kennen zu lernen, muß man einfarbiges Licht anwenden, was am einfachsten dadurch bewerkstelligt wird, daß man durch ein rothes Glas sieht.

Erscheint nun die Quarzplatte zwischen den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsapparates, durch das rothe Glas gesehen, hell, so wird man es durch Drehen des Zerlegungsspiegels nach der rechten oder nach der linken Seite bald dahin bringen, daß das Gesichtsfeld ganz so dunkel ist, wie es zwischen gekreuzten Spiegeln ohne die Quarzplatte sein würde, kurz, die Polarisationsebene der von unten kommenden Strahlen erscheint durch die Quarzplatte nach der rechten oder linken Seite gedreht.

Die Größe der Drehung hängt von der Dicke der Platte ab und ist dieser proportional. Eine Quarzplatte von 1 Millimeter Dicke dreht die Polarisationsebene der rothen Strahlen um 19°.

Für die brechbaren Strahlen ist die Drehung der Polarisationsebene durch dieselbe Quarzplatte größer, und zwar: für Gelb 23°, für Grün 28°, für Blau 32°, für Violet 41°. Aus der ungleichen Drehung, welche die Polarisationsebene verschiedener Strahlen in derselben Quarzplatte erleidet, erklärt sich auch, weshalb sie bei Anwendung von weißem Lichte für keine Stellung des Zerlegungsspiegels ganz farblos hell oder ganz dunkel erscheint.

Je nachdem eine Quarzplatte die Polarisationsebene nach der rechten oder nach der linken Seite dreht, nennt man sie **rechts** oder **links drehend**.

Diese eigenthümliche Erscheinung, welche senkrecht auf die Axe geschliffene Quarzplatten zeigen, wird mit dem Namen der **Circularpolarisation** bezeichnet.

Auch bei Flüssigkeiten hat man die Erscheinung der Circularpolarisation nachgewiesen.

Um die Circularpolarisation in Flüssigkeiten zu beobachten, gießt man sie in eine oben offene, am Boden durch eine ebene Glasplatte geschlossene Röhre von 6 bis 10 Zoll Höhe und stellt diese auf das Tischlein des Polarisationsapparates.

Rechts drehende Flüssigkeiten sind unter anderen **Citronenöl**, **Zuckersyrup**, **Auflösung von Kampher in Weingeist** u. s. w. **Links drehende** sind dagegen **Terpentinöl**, **Kirschlorbeerwasser** u. s. w.

Die Drehung der Polarisationsebene durch Flüssigkeiten ist ungleich geringer als beim Bergkrystall; um dieselbe Größe der Drehung hervorzubringen wie eine Quarzplatte, muß eine Säule von Citronenöl 34-, eine Säule von Terpentinöl 68mal so hoch sein wie die Quarzplatte; man muß deshalb schon ziemlich lange Säulen der Flüssigkeiten anwenden, wenn die Erscheinungen der Circularpolarisation recht deutlich hervortreten sollen.

Man hat besondere Apparate zur Untersuchung der Circularpolarisation in Flüssigkeiten construirt, bei welchen die Röhre horizontal liegt; natürlich ist sie in diesem Falle an beiden Enden durch ebene Glasplatten geschlossen. Die Polarisationsspiegel sind durch sogenannte Nicol'sche Prismen ersetzt; es sind dies Kalkspathprismen, welche durch eine besondere Construction die Eigenschaft haben, nur Licht hindurchzulassen, welches in einer bestimmten Schwingungsebene vibrirt, welche also gerade so wirken wie der Polarisations- und der Zerlegungsspiegel.

Man hat von der Circularpolarisation praktische Anwendung zu machen gesucht; eine Säule von Zuckersyrup von bestimmter Länge wird nämlich die Polarisationsebene um so stärker drehen, je concentrirter die Lösung ist; die Drehung der Polarisationsebene ist also ein Mittel, den Concentrationsgrad einer Zuckerlösung zu erkennen.

Siebentes Capitel.

Chemische Wirkungen des Lichtes.

Einfluss des Lichtes auf chemische Verbindungen und Zersetzungen. Bei gewöhnlicher Temperatur verbinden sich im Dunkeln Chlorgas und Wasserstoffgas nicht mit einander; sobald man aber dem Lichte den Zutritt gestattet, geht die Verbindung vor sich, und zwar langsam im Tageslichte, unter Explosion im Sonnenlichte. — Das in Wasser absorbirte Chlorgas entzieht nur unter Einwirkung des Lichtes dem Wasser allmälig den Wasserstoff; Phosphor, welcher in Wasser aufbewahrt wird, verwandelt sich im Sonnenlichte in rothes Phosphoroxyd. — Concentrirte Salpetersäure zersetzt sich am Lichte schon bei gewöhnlicher Temperatur zum Theil in Sauerstoff und Untersalpetersäure; das weiße Chlorsilber wird durch das Licht geschwärzt, was eine Folge seiner Zersetzung ist, indem das Chlor entweicht und das Silber metallisch (reducirt) in fein vertheiltem Zustande zurückbleibt. Es sind hier nur einige der auffallendsten Beispiele angeführt, um den Einfluß des Lichtes auf chemische Verbindungen und Zersetzungen nachzuweisen; es finden sich solcher Beispiele noch viele in allen Lehrbüchern der Chemie. 166

Sehr auffallend ist der Einfluß des Lichtes auf die Zersetzung organischer Substanzen; es befördert nämlich die Vereinigung des Sauerstoffs der Atmosphäre mit dem Kohlenstoff und dem Wasserstoff der organischen Körper; daher kommt denn auch das Bleichen vegetabilischer Farbestoffe im Lichte, namentlich im Sonnenlichte, die gelbe Färbung des Terpentinöls, die grüne Färbung des gelben Guajaks, wenn eine weingeistige Lösung desselben, auf Papier gestrichen, dem Lichte ausgesetzt wird u. s. w.

Zum Gedeihen der lebenden Pflanzen ist das Licht durchaus nöthig, im Dunkeln ist eine kräftige Entwickelung derselben unmöglich; sie erhalten bald ein verkümmertes Ansehen, Blätter und Blüthen bleiben blaß. Pflanzen, die in Zimmern gezogen werden, wachsen bekanntlich immer nach den Fenstern hin.

Die grünen Theile der Pflanzen absorbiren Kohlensäure aus der Luft; diese Kohlensäure wird zerlegt, der Kohlenstoff bleibt als Bestandtheil der Pflanze zurück, während der Sauerstoff wieder in die Atmosphäre ausgehaucht wird. Diese Zersetzung der Kohlensäure und das Aushauchen von Sauerstoff

in die Luft findet aber nur unter dem Einflusse des Lichtes Statt. Man kann sich leicht davon überzeugen, wenn man einen frischen grünen Zweig unter eine mit kohlensäurehaltigem Wasser gefüllte Glasglocke bringt; im Lichte entwickeln sich zahlreiche Gasblasen an den Blättern, die in den oberen Theil der Glasglocke aufsteigen; das hier gesammelte Gas ist Sauerstoffgas. Diese Gasentwickelung findet im Dunkeln nicht Statt, sie hört auf, sobald dem Wasser alle freie Kohlensäure entzogen wird.

Im Allgemeinen ist die chemische Wirkung der blauen und violetten Strahlen stärker als die der rothen.

167 **Photographie.** Schon Wedgwood kam auf den Gedanken, die Schwärzung des Chlorsilbers zu benutzen, um die Bilder der camera obscura zu fixiren, und in der That stellte Davy mittelst eines Sonnenmikroskopes die Bilder kleiner Gegenstände auf Chlorsilberpapier dar; sie wurden aber bald durch die fortdauernde Einwirkung des Lichtes auf das Chlorsilber wieder vernichtet. Niepce brachte es in der Kunst, solche Lichtbilder zu fixiren, schon weiter; allein erst Daguerre fand nach vielen mühsamen Versuchen ein Verfahren, welches in dieser Hinsicht fast Unglaubliches leistet.

Das Material, auf welchem die Daguerre'schen Lichtbilder dargestellt werden, ist eine plattirte, d. h. eine mit einer dünnen Silberschicht überzogene Kupferplatte. Nachdem sie gehörig gereinigt worden ist, wird sie auf eine viereckige Porzellanschale gelegt, welche eine wässerige Lösung von Chlorjod enthält, und hier so lange den Dämpfen des Jods ausgesetzt, bis sich eine goldgelbe oder violette Schicht von Jodsilber auf der Platte gebildet hat. Nun wird die Platte, vor jeder fremden Einwirkung des Lichtes geschützt, genau an der Stelle in die camera obscura eingesetzt, an welcher ein scharfes Bild des abzubildenden Gegenstandes entsteht. Nach einiger Zeit, deren Dauer von mannigfachen Umständen abhängt, wird die Platte aus der camera obscura weggenommen. Man sieht jetzt noch keine Spur eines Bildes; dasselbe tritt aber alsbald hervor, wenn man sie Quecksilberdämpfen aussetzt. Sobald das Bild hinlänglich ausgeprägt ist, wird die Platte in eine Lösung von unterschwefligsaurem Natron gelegt, wodurch der Ueberzug von Jodsilber aufgelöst und so eine fernere Einwirkung des Lichtes unmöglich gemacht wird.

An den Stellen der jodirten Platte, auf welche die hellen Partien des Bildes der camera obscura gefallen waren, hat das Licht schon eine Einwirkung hervorgebracht, bevor dieselbe dem Auge sichtbar wird; diejenigen Stellen der Platte nämlich, welche dem Lichte am meisten ausgesetzt waren, haben die Eigenschaft erhalten, Quecksilberdämpfe zu condensiren; hier schlägt sich also Quecksilber in unendlich feinen Perlchen nieder, während da, wo das Licht nicht eingewirkt hat, kein solcher Niederschlag stattfindet. Nachdem nun an den letzteren Stellen das völlig unveränderte Silberjodid abgewaschen worden ist, hat man an den hellen Partien des Bildes den feinen Quecksilberstaub; da, wo das Licht nicht eingewirkt hat, den glänzenden Silberspiegel; und wenn man die Platte so hält, daß der Spiegel solche Strahlen in das Auge reflectirt, welche

von dunklen Gegenständen kommen, so bildet dieser Silberspiegel den dunklen Grund, auf welchem die hellen Partien durch das von den Quecksilberkügelchen nach allen Seiten hin zerstreute Licht hervortreten.

Wenn man die Platte länger in der camera obscura läßt, so wird die Wirkung des Lichtes auf der jodirten Platte ohne Weiteres sichtbar, indem das Jodsilber da geschwärzt wird, wo das Licht am kräftigsten wirkt; das auf diese Weise entstehende Bild ist ein negatives, d. h. den hellen Stellen des Gegenstandes entsprechen die dunklen Stellen des Bildes, und umgekehrt.

Wenn man die Platte so lange in der camera obscura gelassen hat, daß die Lichtwirkung auf derselben sichtbar wird, so ist der zur Erzeugung eines Daguerre'schen Bildes geeignete Moment schon vorüber.

Talbot erfand eine ganz andere Methode zur Darstellung seiner photographischen Bilder. Er bedient sich eines gegen das Licht empfindlichen Papiers, dessen Bereitungsweise wir hier nicht näher beschreiben können und welches er kalotypes Papier nennt. Auf diesem Papiere wird in der camera obscura ein negatives Bild erzeugt und dasselbe fixirt.

Dieses negative Bild wird mit einem eben so präparirten Papiere zwischen zwei Glasplatten gelegt und dem Sonnenlichte ausgesetzt; die dunklen Stellen des Bildes halten das Licht von dem zweiten Papiere ab, während es durch die hellen Stellen hindurch wirkt, und so entsteht denn auf diesem zweiten Papiere ein positives Bild. Mit einem und demselben negativen Originale kann man mehrere positive Copien machen.

Diese Methode ist es, welche man vorzugsweise die Photographie nennt. Sie ist in neuerer Zeit sehr bedeutend verbessert worden. Das negative Bild wird nicht mehr auf Papier, sondern auf Glas dargestellt. Die Glasplatte wird mit Collodium übergossen, welchem eine bestimmte Quantität Alkohol zugesetzt und in welchem etwas Jodkalium aufgelöst ist. Nachdem die Collodiumschicht gleichförmig über die Platte ausgebreitet ist, läßt man das Ueberflüssige ablaufen und taucht dann die Platte in ein sogenanntes Silberbad, d. h. in eine wässerige Lösung von salpetersaurem Silber.

Das salpetersaure Silber durchdringt nun die Collodiumschicht, und mit Jodkalium in Berührung kommend, bildet sich Jodsilber, welches nebst einem Ueberschuß von salpetersaurem Silber durch die ganze Collodiumschicht gleichförmig vertheilt ist und welches eigentlich die empfindliche Schicht bildet.

Die so präparirte Platte wird nun in die camera obscura gesetzt, aber schon nach kurzer Zeit herausgenommen, ehe noch durch das Licht direct eine Reduction des Jodsilbers bewirkt worden, ehe also noch das negative Bild sichtbar geworden ist. An den Stellen, wo das Licht eingewirkt hat, ist aber nun das Jodsilber leichter reducirbar, als an solchen Stellen, wo das Licht nicht einwirkt, so daß, wenn man nun auf die aus der camera obscura herausgenommene Platte eine reducirende Flüssigkeit gießt, wozu man gewöhnlich Pyrogallus-Säure wählt, an den dem Lichte ausgesetzt gewesenen Stellen rasch eine Reduction des Silbers, also eine Schwärzung erfolgt, während an

den nicht vom Lichte getroffenen Stellen die empfindliche Schicht unverändert bleibt.

Ist auf diese Weise das negative Bild hervorgerufen, so müssen die empfindlichen Substanzen aus der Collodiumschicht entfernt werden, weil sonst nach kurzer Zeit unter Einwirkung des Tageslichtes die ganze Collodiumschicht schwarz werden würde. Es geschieht dies dadurch, daß man die Platte mit einer Lösung von unterschwefligsaurem Natron übergießt und dann mit Wasser abwäscht, wodurch, wie man sagt, das Bild fixirt wird.

Zur Darstellung der positiven Bilder wendet man ein mit Chlorsilber imprägnirtes Papier an, dessen Bereitung man in der zweiten Auflage von Frick's physikalischer Technik beschrieben findet, wo überhaupt das photographische Verfahren in möglichster Kürze auseinandergesetzt ist.

Das negative Glasbild wird nun in einen vorn mit einer Glasplatte versehenen Rahmen (den Copirrahmen) gelegt, darauf das Chlorsilberpapier und hinter dieses dann ein schwarzes Tuch, und nachdem Alles durch eine von hinten her angepreßte Rückwand gehörig gegen Verschiebung versichert ist, wird der Copirrahmen so den Sonnenstrahlen ausgesetzt, daß dieselben durch die hellen Stellen des negativen Bildes hindurch auf das Chlorsilberpapier fallen und hier eine Schwärzung hervorbringen. Ist auf diese Weise das positive Bild auf dem Papiere hergestellt, so muß, um das vollständige Schwarzwerden desselben zu verhindern, das noch unzersetzte Chlorsilber aus dem Papiere ausgewaschen werden, was dadurch geschieht, daß man es eine Zeit lang in eine Auflösung von unterschwefligsaurem Natron und dann in reines Wasser legt, wodurch dann nun auch das positive Bild fixirt ist.

Wenn man das prismatische Farbenspectrum photographirt oder daguerreotypirt, so ergiebt sich, daß nicht alle Strahlen desselben gleich gut wirken; denn die rothen, gelben, grünen, ja auch die hellblauen bilden sich wenigstens bei dem gewöhnlichen Verfahren nicht ab. Von dem ganzen Farbenspectrum erscheint im photographischen Bilde nur der Theil, der von den dunkelblauen und violetten Strahlen getroffen worden war. Außerdem geht aber die chemische Wirkung noch weit über die violette Gränze des sichtbaren Spectrums hinaus, indem im photographischen Bilde noch eine Verlängerung des Spectrums in gleicher Weise auftritt, wie wir sie bei der Fluorescenz Seite 261 kennen lernten. Die Strahlen also, welche vorzugsweise geeignet sind, die Erscheinungen der Fluorescenz hervorzubringen, sind auch vorzugsweise die chemisch wirksamen.

Aus der geringen chemischen Wirkung, welche die rothen, gelben und grünen Strahlen hervorbringen, erklärt sich auch, daß bei Daguerreotypen sowohl wie bei Photographien rothe, gelbe und grüne Gegenstände unverhältnißmäßig dunkel erscheinen, wodurch oft die Haltung solcher Bilder beeinträchtigt wird.

Viertes Buch.

Die elektrischen Erscheinungen.

Erstes Capitel.

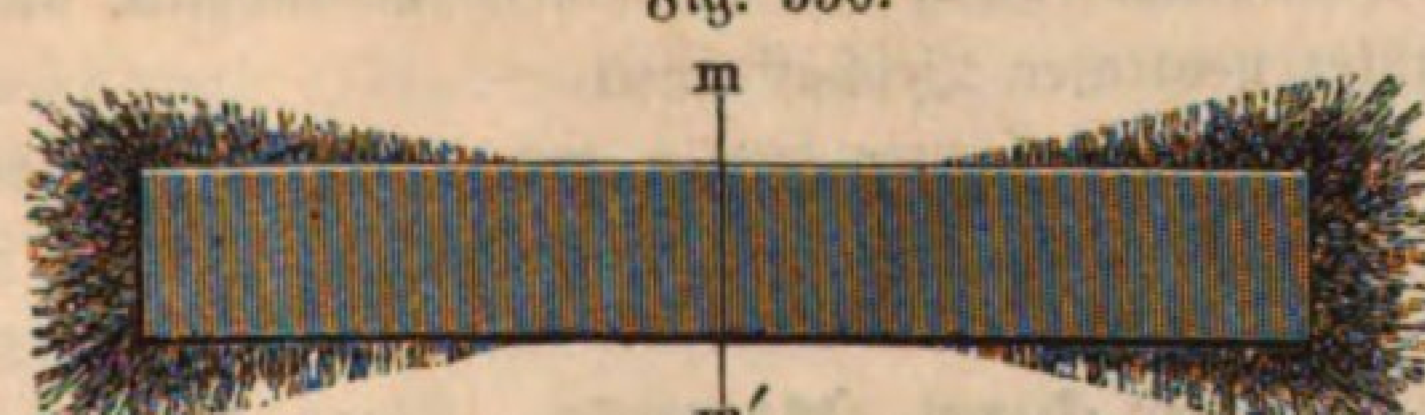
Vom Magnetismus.

Anziehung des Eisens durch Magnete. Man findet im Schoße der Erde gewisse Eisenerze, die man Magneteisensteine nennt und welche öfters die Eigenschaft haben, Eisen anzuziehen, in welchem Falle sie den Namen der natürlichen Magnete führen. Das Magneteisen ist eine Verbindung von Eisenoxyd mit Eisenoxydul. Dem Eisen läßt sich dieselbe Eigenschaft vorübergehend, dem gehärteten Stahle läßt sie sich bleibend mittheilen; solche aus Stahl verfertigte Magnete heißen künstliche Magnete. Um die Gesetze des Magnetismus zu untersuchen, wendet man am besten künstliche Magnete an, weil man ihnen leicht eine zweckmäßige Form geben kann. Gewöhnlich haben die künstlichen Magnete die Gestalt von Stäben, Nadeln oder von Hufeisen. 168

Taucht man einen Magnetstab in Eisenfeilspäne, so wird man sehen, daß sie sich an den Magneten anhängen, daß sie aber nicht überall gleich gut hängen bleiben; in der Mitte des Stabes fallen sie gleich ab; hier scheint der Magnetstab gar keine anziehende Wirkung auf die Feilspäne auszuüben; diese neutrale Stelle wird die Mittellinie genannt. Von ihr nach den Enden, den Polen des Magneten hin, nimmt die anziehende Kraft zu, indem hier mehr und mehr Feilspäne hängen bleiben, wie dies Fig. 350 andeutet.

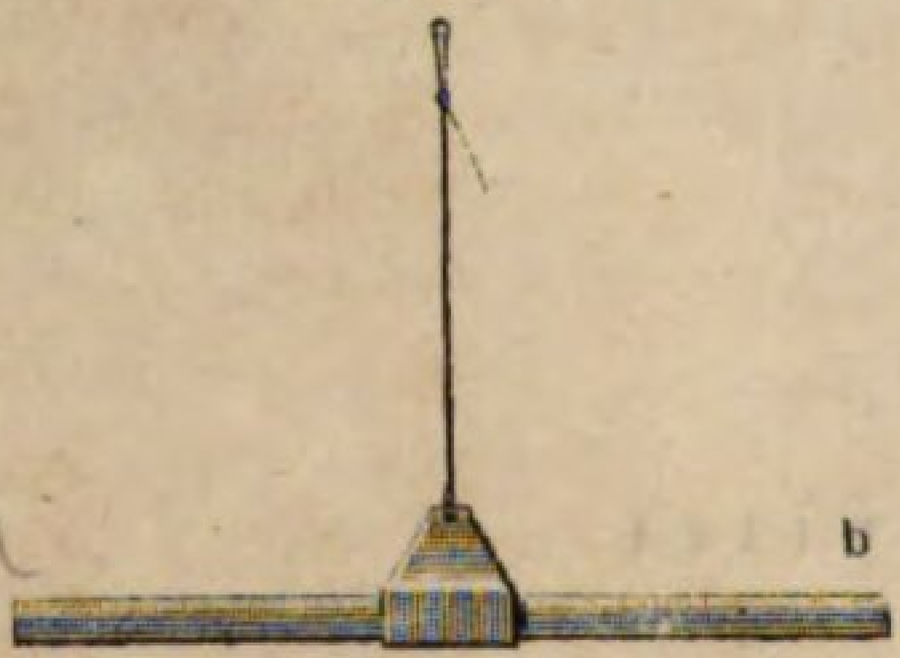
Man sollte auf den ersten Anblick meinen, daß, wenn man einen Magnet in der Mitte durchbricht (mit einem magnetisirten Stahldrahte kann man den Versuch leicht anstellen), alsdann jedes einzelne Stück kein vollständiger Magnet mehr sein, daß es nur an dem einen Ende Eisen anziehen könnte, am anderen aber nicht; der Versuch zeigt aber das Gegentheil: jedes Stück ist wieder ein vollständiger Magnet, welcher seine Mittellinie und seine Pole hat.

Fig. 350.



169 **Magnetische Polarität.** Die Fig. 351 stellt einen Magnetstab dar, welcher, in einer Kapsel von Papier oder Metall liegend, horizontal aufgehangen ist. Wenn man nun jedem der beiden Pole a und b denselben Pol eines anderen Magneten nähert, so wird etwa der Pol a angezogen, während b abgestoßen wird. Man nennt nun die Pole a und b ungleichnamig, weil sie verschieden auf denselben ihnen genäherten Pol wirken. Wenn man nun den Magnet, den man in der Hand hält, umkehrt, um seinen anderen Pol dem aufgehängten zu nähern, so wird das Umgekehrte stattfinden: a wird abgestoßen und b angezogen. Die beiden Pole des bei diesem Versuche in der Hand gehaltenen Magneten sind also auch verschiedener Natur, sie sind auch ungleichnamig. Ebenso läßt sich zeigen, daß die beiden Pole eines jeden Magneten ungleichnamig sind.

Fig. 351.



Nähert man dem aufgehängten Magnete nach einander zwei verschiedene Magnete, so wird es leicht sein, an jedem derselben denjenigen Pol zu finden, welcher den Pol a des aufgehängten Magneten anzieht, b aber abstößt. Bezeichnen wir diesen Pol des ersten Magneten mit n, den Pol des zweiten Magneten aber, welcher eben so wirkt, mit n', so sind n und n' die gleichnamigen Pole dieser beiden Magnete. Ebenso sind die beiden anderen Pole m und m' dieser beiden Magnete gleichnamig.

Hängt man jetzt den Magnet, dessen Pole wir mit m und n bezeichnet haben, so auf, daß er sich in einer horizontalen Ebene frei drehen kann, nähert man ihm den anderen, so findet man, daß sich die Pole m und m' abstoßen; dasselbe Verhalten findet zwischen den Polen n und n' Statt, die gleichnamigen Pole stoßen sich also ab. Dagegen ziehen sich die ungleichnamigen Pole m und n', n und m' einander an.

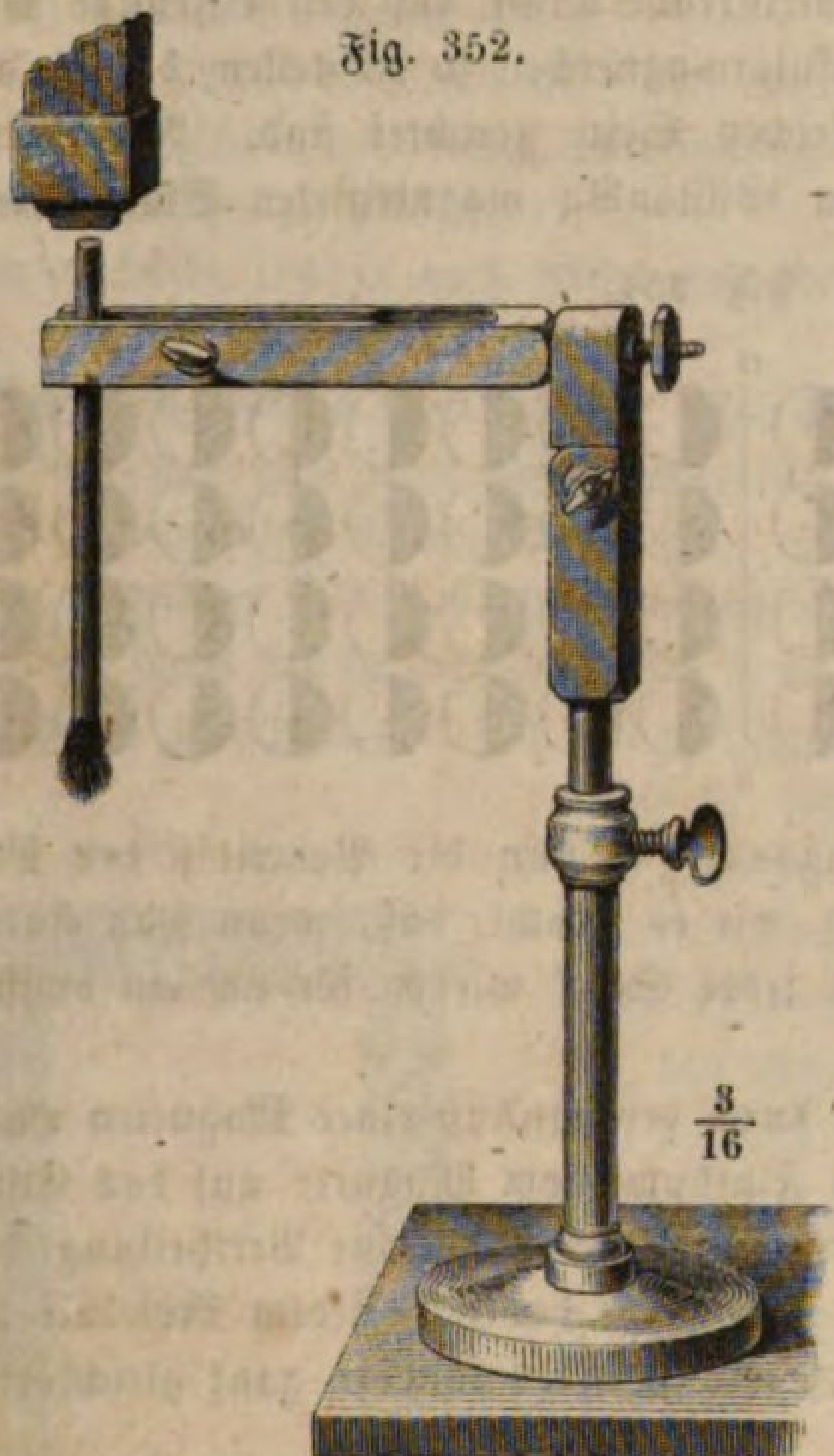
In den beiden Hälften also, in welche ein Magnet durch die Mittellinie zerlegt wird, liegen zwei Kräfte, welche anfangs ganz gleichartig scheinen, weil sie auf gleiche Weise auf das Eisen wirken, die aber in der That zwei ganz entgegengesetzte Kräfte sind. Die Mittellinie ist also die Gränze zweier entgegengesetzter Kräfte, sie bildet den Uebergang von der einen zur anderen, und darin liegt auch die Ursache ihrer neutralen Beschaffenheit.

Aus Gründen, die wir weiter unten kennen lernen, nennt man den einen Pol des Magneten den Nordpol, den anderen den Südpol.

170 **Magnetisirung des Eisens durch Magnete.** Wenn ein ungefähr 2 Linien dickes Eisenstäbchen durch ein passendes Stativ so in verticaler Stellung festgehalten wird, wie es Fig. 352 zeigt, und man den Pol eines kräftigen Magneten darüber hält, so wird das Eisenstäbchen selbst zum Magnet, wie sich daraus ergiebt, daß an seinem unteren Ende Eisenfeile, selbst

kleine Nägel hängen bleiben. Daß dies nicht etwa eine unmittelbare Fernewirkung des darüber gehaltenen Magneten ist, geht daraus hervor, daß die Eisenfeilspäne an dem Stäbchen nicht hängen bleiben, wenn es nicht von Eisen, wenn es etwa von Messing oder von Holz ist.

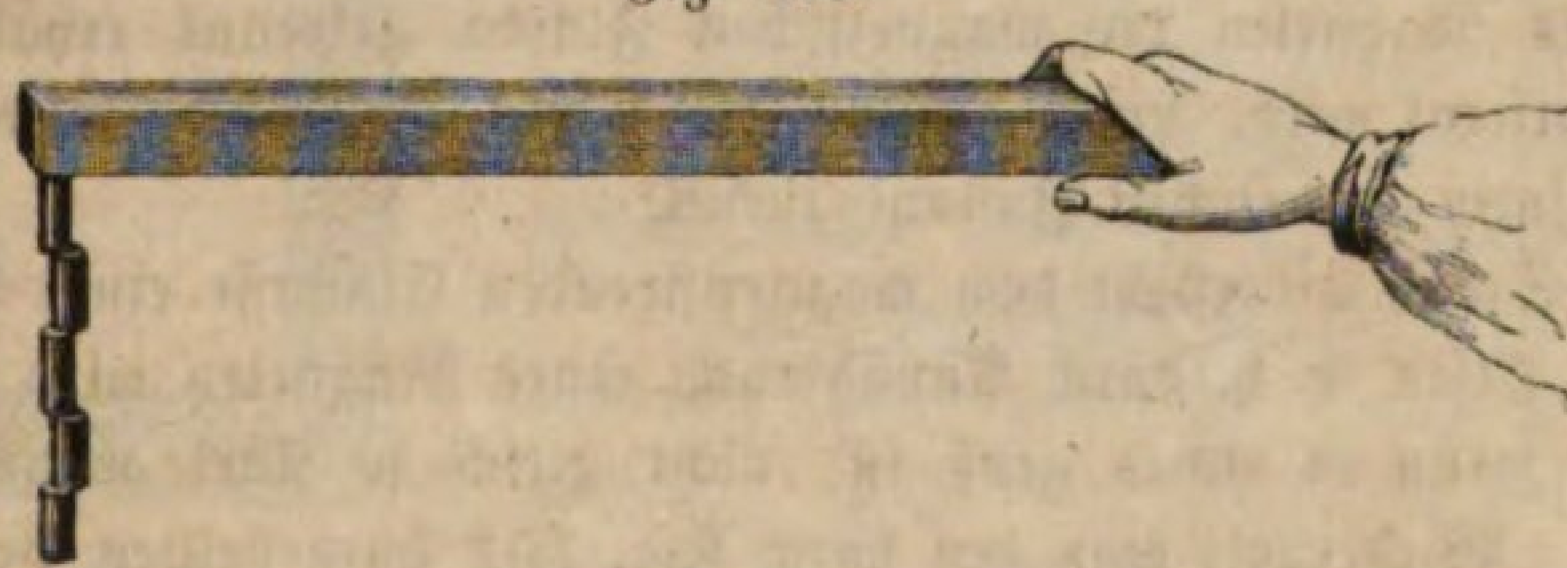
Fig. 352.



Sobald man den magnetisirenden Pol langsam entfernt, verliert sich auch der Magnetismus des Eisenstäbchens wieder, die bis dahin getragenen Feilspäne fallen herab.

Da ein an einem Magnetpol angehängtes Eisenstäbchen selbst zu einem Magnete wird, so kann es ein zweites tragen; an das zweite kann man ein drittes und so fort eine größere oder kleinere Kette anhängen, wie Fig. 353 erläutert.

Fig. 353.



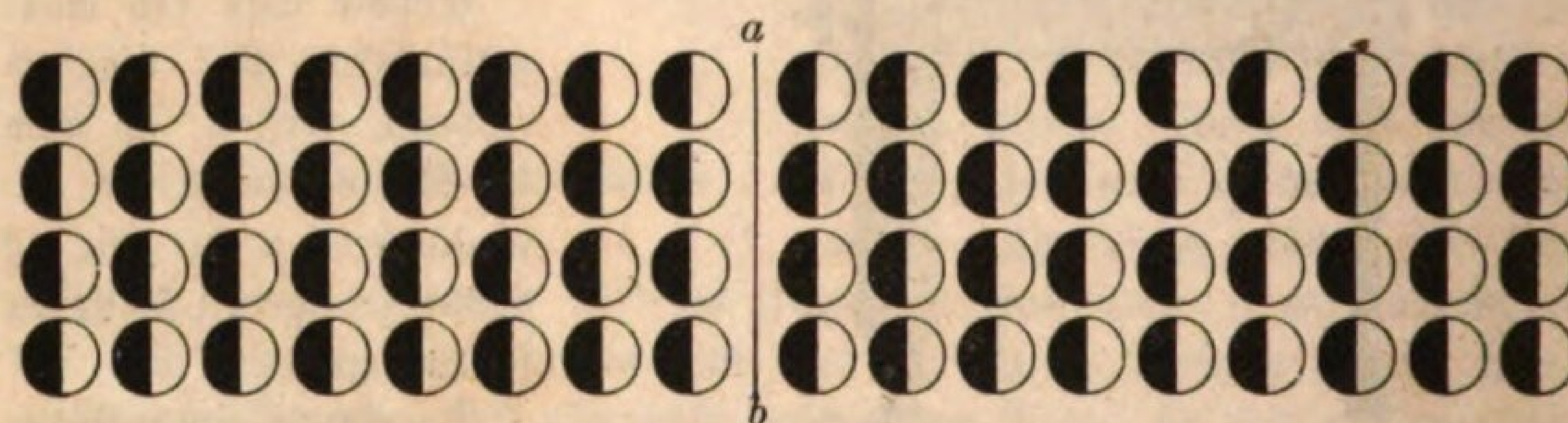
Magnetische Flüssigkeiten. Um die verschiedenen Erscheinungen 171
des Magnetismus zu erklären, nimmt man an, daß es zwei verschiedene unwägbare (imponderabele) magnetische Flüssigkeiten gebe, welche in einer sogleich näher zu betrachtenden Weise in einem Magnete vertheilt sind; die Theilchen einer jeden Flüssigkeit stoßen einander ab, sie ziehen aber die Theilchen der entgegengesetzten an.

Man denkt sich nun, daß jedes Eisentheilchen beide Flüssigkeiten in gleicher Menge enthält, daß sie aber schon geschieden sind, so daß jedes Eisenmolekül ein für allemal einen kleinen Magnet bildet. — So lange ein Eisenstab nicht magnetisch ist, liegen diese Molekularmagnete regellos durch einander, so daß etwa der Nordpol des einen nach derselben Seite gerichtet ist, wie der

Südpol des benachbarten, daß also, was die Wirkung in die Ferne betrifft, der eine Molekularmagnet die Wirkung des anderen aufhebt.

Sobald nun aber eine magnetisirende Kraft auf den Eisenstab wirkt, so hat diese ein Bestreben, die Molekularmagnetchen so zu stellen, daß in allen die gleichnamigen Pole nach der gleichen Seite gerichtet sind. Nach dieser Hypothese nun stellt Fig. 354 einen vollständig magnetisirten Stahl oder Eisenstab dar.

Fig 354.



Durch diese Vorstellungsweise ist nun die Polarität des Magneten erklärt, und man begreift zugleich, wie es kommt, daß, wenn man einen Magnet in Theile zerbricht, alsdann jedes Stück wieder für sich ein vollständiger Magnet sein muß.

Wenn also ein Stück Eisen durch den Einfluß eines Magneten magnetisirt wird, so geht kein magnetisches Fluidum vom Magnete auf das Eisen über, sondern die Nähe des Magneten veranlaßt bloß eine Vertheilung der magnetischen Flüssigkeiten im Eisen, welche bis dahin in jedem Moleküle nicht getrennt und nach einer bestimmten Seite gerichtet, sondern ganz gleichförmig verbreitet waren.

Das Eisen behält nur so lange seine magnetischen Eigenschaften, als die Nähe eines Magneten die magnetischen Fluida getrennt erhält; sobald der Magnet entfernt wird, verbinden sich die getrennten Fluida wieder, das Eisen kehrt in seinen natürlichen Zustand zurück.

Der Stahl widersteht dem magnetisirenden Einflusse eines Magneten weit stärker als Eisen, d. h. durch Annäherung eines Magneten wird ein Stahlstück, namentlich wenn es etwas groß ist, nicht gleich so stark magnetisch wie ein Eisenstück. Wiederholt man den durch Fig. 352 dargestellten Versuch, nachdem man das Eisenstäbchen durch ein gehärtetes Stahlstäbchen von gleicher Größe ersetzt hat, so werden kaum einige Feilspänchen an dem unteren Ende des Stahlstäbchens hängen bleiben, während sich unter gleichen Umständen an das Eisenstäbchen ein ganzes Bündel Eisenfeile anhing. Um einen Stahlstab einigermaßen stark zu magnetisiren, muß man ihn längere Zeit mit dem Magnet in Berührung lassen, oder er muß mit demselben mehrmals in geeigneter Weise gestrichen werden; wenn aber der Stahl einmal magnetisch ist, so verliert er diese Eigenschaft auch so leicht nicht wieder; man kann also von Stahl bleibende Magnete machen, aber nicht von Eisen.

Am schwersten läßt sich vollkommen gehärteter Stahl magnetisiren; er verliert aber auch, wenn er einmal magnetisch ist, diese Eigenschaft nicht leicht

wieder. Wenn man dem gehärteten Stahle durch Anlassen seine Härte mehr und mehr nimmt, so nähert er sich in seinem Verhalten gegen den Magnetismus mehr und mehr dem weichen Eisen.

Weißglühendes Eisen wird von einem Magneten nicht mehr angezogen, wohl aber rothglühendes. Ein Stahlmagnet verliert durch Glühen seine magnetischen Eigenschaften vollständig.

Außer Eisen können auch Nickel und Kobalt magnetisch werden.

Magnetische Armaturen. Durch verschiedene Umstände kann ein 172
Magnet nach und nach seine Kraft verlieren. Um dies zu verhindern, wendet man die sogenannten Armaturen an; mit diesem Namen bezeichnet man Stücke von weichem Eisen, welche man mit dem Magneten in Berührung bringt, um sie selbst durch die im weichen Eisen hervorgebrachte magnetische Zersetzung in Thätigkeit zu erhalten. Um Magnetstäbe zu armiren, verfährt man am besten so, wie man aus Fig. 355 sieht. Man legt zwei gleiche Magnetstäbe parallel so neben einander, daß immer der Nordpol des einen nach derselben Seite gerichtet ist, wie der Südpol des anderen, und fügt dann zwei Stücke von weichem Eisen *ab* und *cd* so an, daß dadurch das Parallelogramm geschlossen wird. Jedes dieser Eisenstücke wird nun natürlich selbst ein Magnet, der auf die Magnetstäbe *NS* und *N′S′* in der Weise zurückwirkt, daß dadurch die getrennten Flüssigkeiten an den entsprechenden Enden fixirt werden.

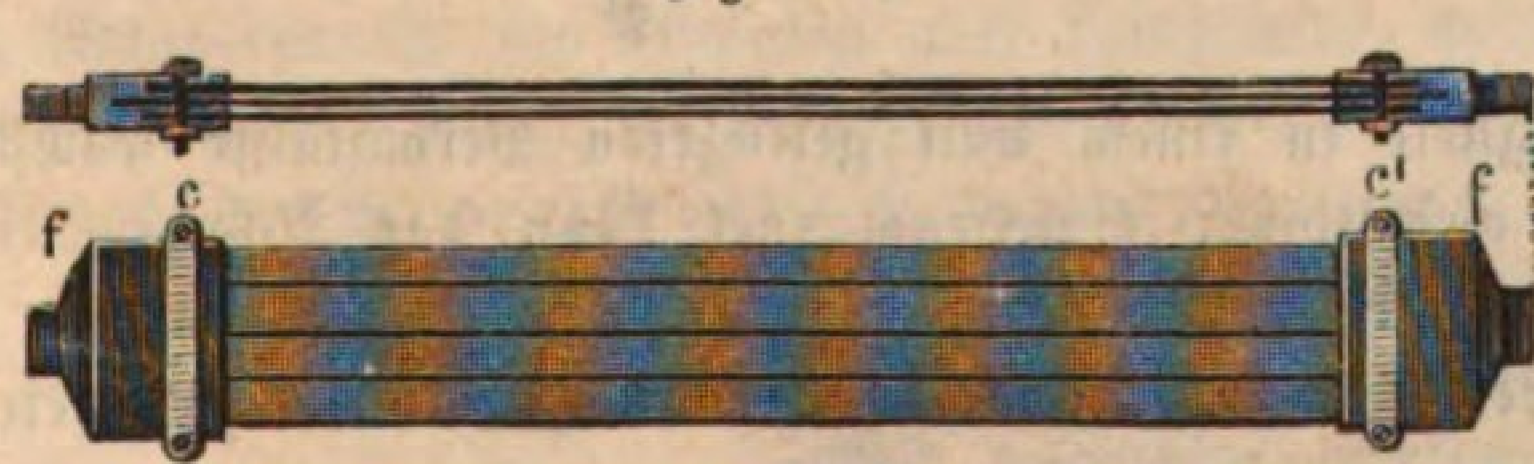
Fig. 355.



Magnetnadeln und Magnetstäbe, welche durch den Erdmagnetismus gerichtet sind, sind gewissermaßen durch die Erde armirt.

Ein magnetisches Magazin ist eine Verbindung von mehreren einzelnen Magnetstäben. Fig. 356 zeigt ein solches, nach Coulomb's Methode construirtes. Es be-

Fig. 356.



steht aus zwölf einzelnen Magnetstäben, die drei Schichten, jede von vier Stäben, bilden. Die Stäbe der mittleren Schicht sind um 2,5 bis 3 Zoll länger als die der oberen und unteren, so daß sie ungefähr 15 bis 18 Linien auf jeder Seite vorstehen. Alle Stäbe haben übrigens vollkommen

gleiche Dimensionen und sind in Eisenstücken *f* befestigt, die als Armatur dienen. Die Messingbänder *c c'* dienen dazu, die Stäbe und Armatur gehörig fest zusammenzuhalten. Solche große Magnetbündel bleiben fest liegen, wenn man sich ihrer zum Magnetisiren bedient. Die kleineren, die man zum Streichen gebraucht, sind nach demselben Principe construirt.

Fig. 357 stellt einen Hufeisenmagneten dar. Er besteht aus mehreren hufeisenförmig gebogenen Stahlplatten, welche unmittelbar auf einander gelegt werden. Zwei Schrauben halten sie zusammen. Jede Platte wird vor dem Zusammensetzen für sich magnetisirt. Der ganze Magnet wird an einem Haken aufgehängt. Der aus einer Platte von weichem Eisen gemachte Anker *m m'* bildet die Armatur.

Die Tragkraft eines zusammengesetzten Magneten ist keineswegs der Summe der Tragkräfte der einzelnen Lamellen gleich, aus denen er gebildet ist, sondern weit geringer. Der Grund davon ist leicht einzusehen. Legt man zwei gleichgeformte Stahlmagnete mit ihren gleichnamigen Polen auf einander, so strebt jeder, die Polarität des anderen umzukehren, was nothwendig eine gegenseitige Schwächung der magnetischen Kraft zur Folge hat. So kommt es denn auch, daß die Tragkraft der Magnete in einem weit geringeren Verhältnisse wächst, als ihre Masse. Ein vierlöthiger Hufeisenmagnet kann das 25fache, ein 100pfündiger nicht einmal das 3fache seines eigenen Gewichtes tragen.

Fig. 357.

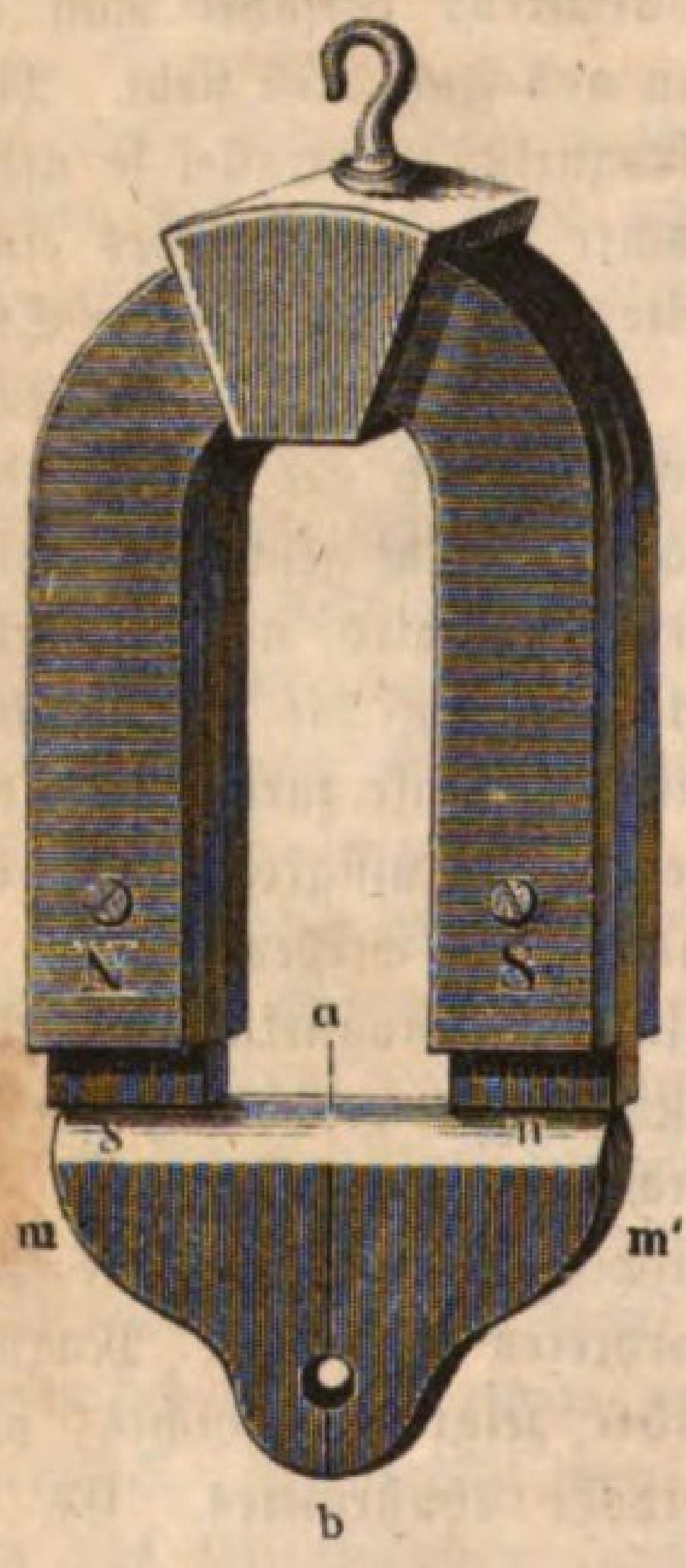


Fig. 358.

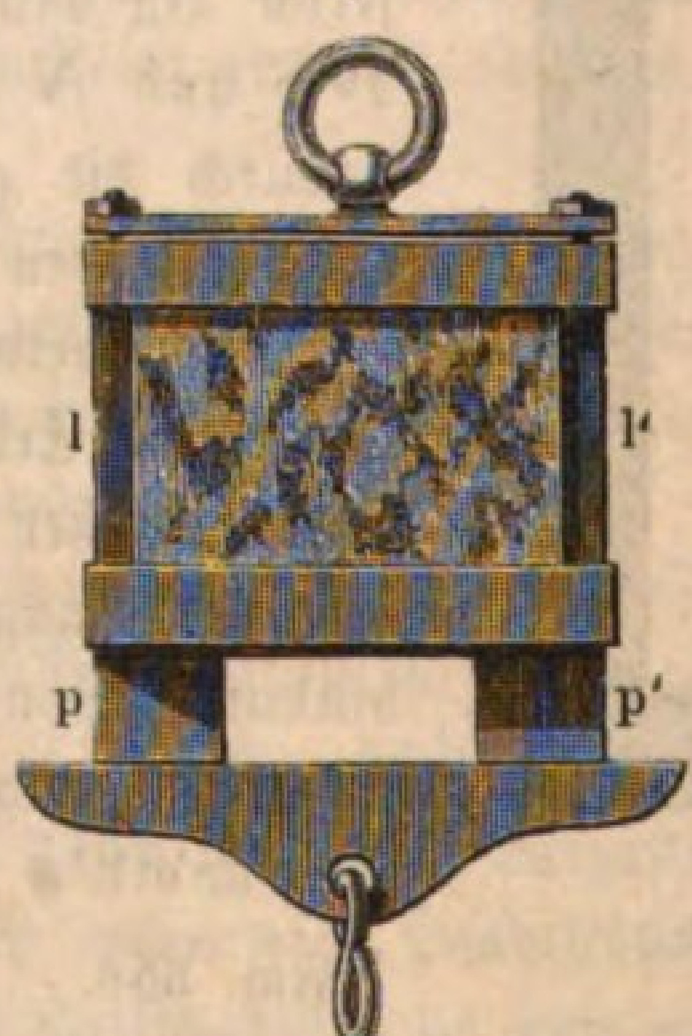
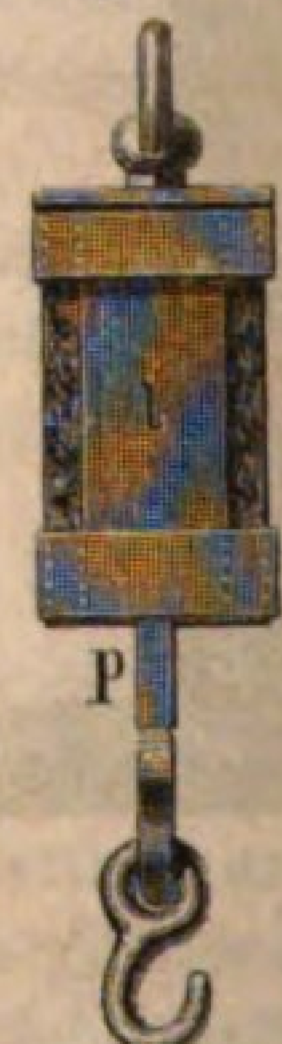


Fig. 359.



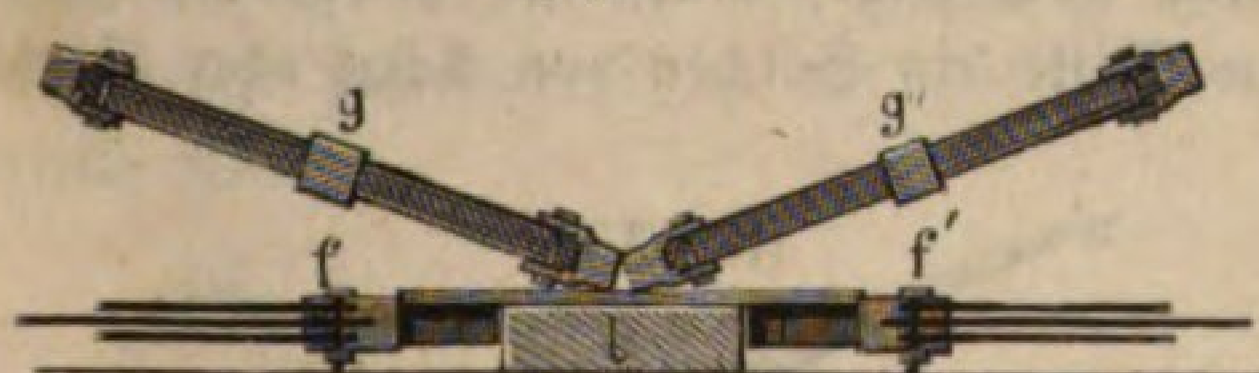
In neuerer Zeit werden auch Hufeisenmagnete von gehärtetem Gußeisen verfertigt.

Die Armatur der natürlichen Magnete ist Fig. 358 und 359 dargestellt. Die Theile *l* und *l'* sind die **Flügel** der **Armatur**, *pp'* die **Füße**. Man macht die Flügel fast so breit wie den Magneten und ungefähr 1 Linie dick. Die Dimensionen der Füße hängen von der Stärke des Magneten ab.

Bei natürlichen Magneten sowohl wie bei künstlichen beobachtet man ein merkwürdiges Phänomen, welches man noch nicht genügend zu erklären weiß, nämlich die Schwäche, welche eine Ueberladung zur Folge hat. Nehmen wir an, ein Magnet könne 10 Pfund tragen. Wenn man nun täglich ein kleines Gewicht zufügt, so kann man seine Tragkraft vermehren, man kann es dahin bringen, daß er 15 bis 20 Pfund trägt; sobald aber durch ein zu großes Gewicht der Anker abgerissen wird, nimmt die Kraft des Magneten bedeutend ab, er trägt kaum mehr die 10 Pfund, von denen man ausgegangen war. Wenn man aber ein geringeres Gewicht anhängt und dasselbe mit Vorsicht nach und nach wieder vermehrt, so kann man es dahin bringen, daß er nach einiger Zeit seine frühere Stärke wieder erhält.

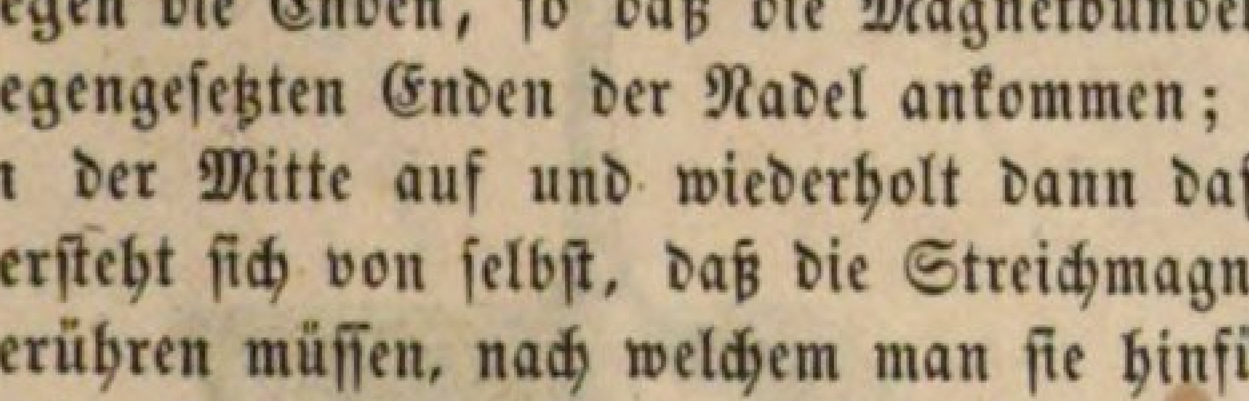
Magnetisirung von Stahlnadeln und Stahlstäben. Die Me- 173
thode des sogenannten getrennten Striches besteht darin, daß man zwei starke Magnetbündel von der Art, wie sie Fig. 356 dargestellt sind, so legt, daß die Axe des einen Bündels in die Verlängerung der Axe des anderen zu liegen kommt, und daß entgegengesetzte Pole einander zugekehrt sind, wie man Fig. 360 sieht, wo f den einen Pol des einen Bündels, f' den ungleichnamigen des anderen darstellt. Den zu magnetisirenden Stab legt man nun so, wie man in der Fig. 360 sieht, und unterstützt ihn in der Mitte noch durch ein Holzstück l, auf welchem man ihn auch noch befestigen kann, damit keine Verrückung möglich ist. Nun nimmt man die beiden Streichmagnete g und g', den einen in die rechte, den anderen in die linke Hand, setzt sie 25 bis 30 Grad gegen die Horizontale geneigt in der Mitte des zu magnetisirenden Stabes auf, streicht alsdann mit langsamer regelmäßiger Bewegung von der Mitte aus gegen die Enden, so daß die Magnetbündel g und g' gleichzeitig an den entgegengesetzten Enden der Nadel ankommen; hier hebt man sie ab, setzt wieder in der Mitte auf und wiederholt dann dasselbe Verfahren mehrere Mal. Es versteht sich von selbst, daß die Streichmagnete den Stab mit demjenigen Pole berühren müssen, nach welchem man sie hinführt. Diese Methode ist besonders geeignet, um Magnetnadeln für Bussolen oder Stahlstäbe, welche nicht mehr als 4 bis 5 Millimeter dick sind, regelmäßig und vollständig zu magnetisiren.

Fig. 360.



Die Methode des Doppelstriches ist anzuwenden, wenn die Stahlstäbe mehr als 4 bis 5 Millimeter dick sind; denn für diese ist die eben beschriebene Methode unzureichend. Der Doppelstrich wird folgendermaßen ausgeführt (Fig. 361). Man legt den zu magnetisirenden Stab auf dieselbe Weise zwischen

Fig. 361.



zwei Magnetbündel, wie bei der vorigen Methode, und setzt auch die beiden Streichmagnete auf dieselbe Weise in der Mitte auf, nur giebt man ihnen eine noch geneigtere Stellung, so daß sie nur einen Winkel von 15 bis 20 Grad mit der Horizontalen machen. Alsdann streicht man mit ihnen nicht nach den entgegengesetzten Polen, sondern man bewegt beide nach demselben Stabende hin, alsdann zurück den ganzen Stab entlang. Nachdem man sie auf diese Weise zusammen hinlänglich oft über den Magneten hin und her geführt hat, hebt man sie von der Mitte des Stabes wieder ab. Um diese Operation bequemer zu bewerkstelligen, kann man die beiden Streichmagnete auf einer Art Dreieck von Holz oder Messing befestigen; auf jeden Fall aber muß zwischen den unteren Enden der Streichmagnete ein Zwischenraum von 5 bis 6 Millimetern sein, den man am besten durch ein Stückchen Holz, Messing oder Blei sichert, welches in unserer Figur durch *l* bezeichnet ist.

Der Doppelstrich giebt einen starken Magnetismus; er darf aber zum Magnetisiren von Nadeln für Bussolen und Stäbe, welche zu genauen Untersuchungen dienen sollen, nicht angewandt werden, weil er fast immer ungleich starke Pole giebt und leicht Folgepunkte veranlaßt.

174 **Richtung der Magnete, Declination, Inclination.** Ein Magnetstab, welcher aufgehängt ist, wie Fig. 362 zeigt, oder eine Magnetnadel, wie sie Fig. 363 darstellt, in deren Mitte ein Hütchen von Achat oder Stahl

Fig. 362.

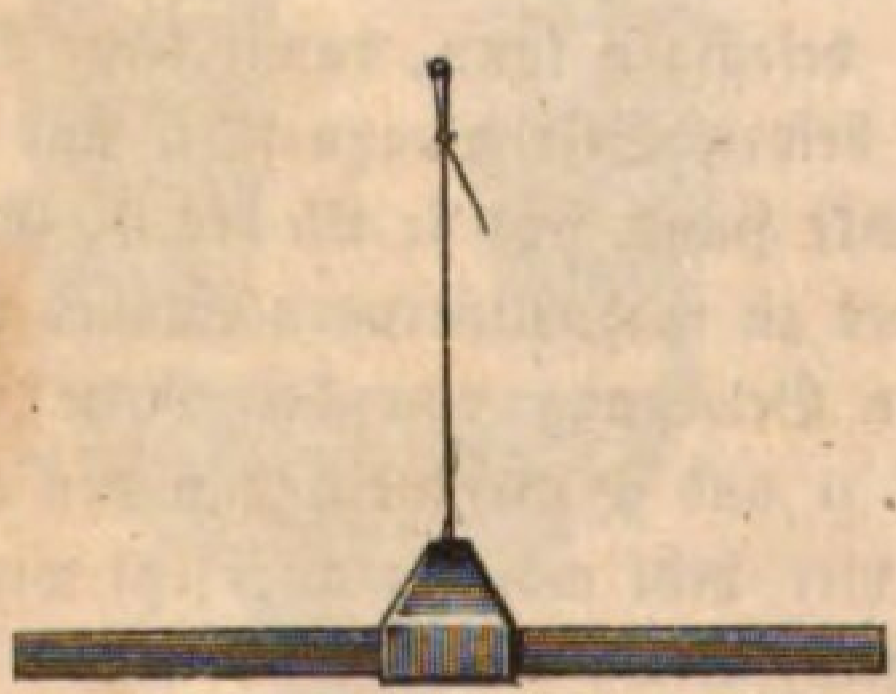


Fig. 363.



angebracht ist, welches auf einer Stahlspitze spielt, kann sich nur in horizontaler Ebene frei drehen, weil der Schwerpunkt der Vorrichtung unter dem Aufhängepunkte liegt. — Eine solche Nadel oder ein solcher Stab zeigt nun stets ein Bestreben, eine bestimmte Lage anzunehmen, d. h. immer nach einem bestimmten Punkte des Horizontes hinzuzeigen. Bringt man die Magnetnadel, in horizontaler Ebene sie drehend, aus dieser Gleichgewichtslage heraus, so wird sie nach einigen Oscillationen stets wieder in dieselbe zurückkehren, wenn die störende Ursache zu wirken aufgehört hat.

In unseren Gegenden macht die Richtung der horizontalen Magnetnadel einen Winkel von 17 bis 18 Graden mit dem astronomischen Meridian, und zwar ist es immer ein und derselbe Pol, welcher das Nordende der Nadel bildet, und welcher deshalb der Nordpol genannt wird, während der andere Pol, welcher nach Süden (oder vielmehr nach Süd-Süd-Ost) weiset, den Namen des Südpols führt.

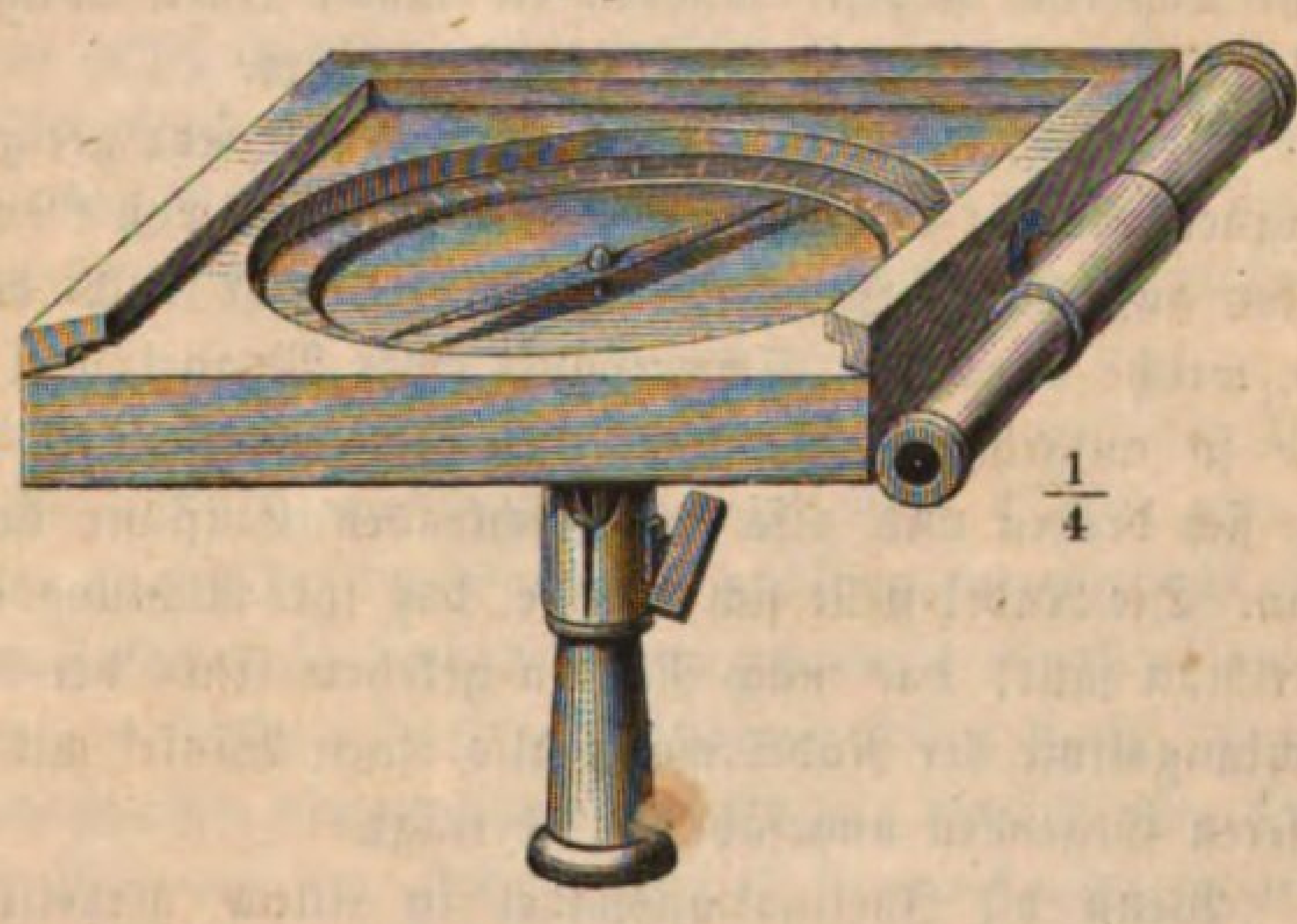
Daraus geht hervor, daß die ganze Erde eine magnetische Wirkung ausübt, und daß diese magnetische Erdkraft richtend auf die Magnetnadel wirkt.

Der magnetische Meridian ist diejenige verticale Ebene, welche man sich durch die Richtungslinie eines horizontalen Magneten gelegt denken kann, oder auch nur der Durchschnitt dieser Ebene mit der Erdoberfläche. Der magnetische Meridian eines Ortes macht nun mit dem astronomischen Meridian einen Winkel, welchen man die Declination oder Abweichung nennt. Die Declination ist östlich oder westlich, je nachdem die Magnetnadel nach der einen oder nach der anderen Seite des astronomischen Meridians abweicht. Wenn, Fig. 364, z. B. *sn* den astronomischen, *ab* aber den magnetischen Meridian eines Ortes darstellt, so ist hier die Declination eine westliche. Die westliche Declination betrug zu Göttingen im Januar 1837 18° 37′ 30,55″; wir werden bald sehen, daß die Declination mit der Zeit sich ändert. Es giebt Orte auf der Erde, wo die Richtung der Magnetnadel vollständig mit dem Meridian zusammenfällt; an diesen Orten ist natürlich die Declination gleich Null.

Fig. 364.



Fig. 365.



Jeder Apparat, welcher dazu dient, die Declination zu messen, heißt eine Declinationsbussole.

Fig. 365 stellt eine solche Bussole ziemlich einfacher Art vor. Die Spitze, auf welche die Nadel aufgesetzt ist, bildet den Mittelpunkt eines getheilten Horizontalkreises, welcher um eine verticale Axe in seiner eigenen Ebene umgedreht werden kann. An der Seite des Gehäuses ist ein Fernrohr angebracht, dessen Axe mit derjenigen Linie parallel läuft, welche man sich vom Nullpunkte des getheilten Kreises über seinen Mittelpunkt zum Theilstriche 180° gezogen denken

kann. Je nachdem man den Horizontalkreis in seiner Ebene umdreht, wird die Spitze der Magnetnadel an andere Theilstriche zu stehen kommen. Wenn man den Apparat so stellt, daß die Nadel gerade auf den Nullpunkt der Theilung zeigt, so ist die Axe des Fernrohres mit der Nadel parallel, sie fällt mit dem magnetischen Meridian zusammen; bei jeder anderen Stellung aber zeigt die Nadel auf denjenigen Theilstrich des Kreises, welcher angiebt, wie viel Grade der Winkel beträgt, welchen die Richtung der Nadel mit der Axe des Fernrohres (oder vielmehr mit der Horizontalprojection der Fernrohraxe) macht; wenn man also das Fernrohr genau in den astronomischen Meridian bringt, so kann man auf dem Theilkreise ablesen, welches der Winkel zwischen dem magnetischen Meridian und dem astronomischen ist.

Dieses Instrument kann nun überhaupt als Winkelmeßinstrument dienen, weil man mit Hülfe desselben jederzeit den Winkel bestimmen kann, welchen die Visirlinie des Fernrohres (oder vielmehr ihre Horizontalprojection) mit dem magnetischen Meridiane macht.

Die Declinationsbussole, deren sich die Seefahrer bedienen, ist unter dem Namen des **Compasses** bekannt.

Die Magnetnadeln, welche wir bisher betrachtet haben, sind in einer Weise aufgehängt, daß sie sich nur in einer horizontalen Ebene, also um eine verticale Axe drehen können. Sowohl bei der in Fig. 362, als auch bei der in Fig. 363 dargestellten Aufhängung ist die horizontale Stellung dadurch gesichert, daß der Schwerpunkt der Nadel unter dem Aufhängepunkte liegt. Sobald man aber eine Magnetnadel in ihrem Schwerpunkte selbst aufhängt, so bleibt sie nicht mehr wagerecht stehen, sondern sie macht einen Winkel mit der Horizontalen, welcher den Namen der **Inclination** führt.

Der Fig. 366 abgebildete Apparat ist sehr geeignet, die Inclination der Magnetnadel zu zeigen. In einem Rahmen von Messing, welcher an einem Faden aufgehängt ist, befindet sich eine sehr leicht bewegliche horizontale Axe ab, welche durch den Schwerpunkt einer Magnetnadel geht. Man sieht, daß eine so aufgehängte Magnetnadel um eine verticale und um eine horizontale Axe sich drehen und also dem richtenden Einflusse der Erde ganz frei folgen kann. Die Nadel stellt sich nun so, daß ihre Richtungslinie in den magnetischen Meridian fällt; das nach Norden gekehrte Ende der Nadel aber senkt sich, die Richtungslinie der Nadel macht also einen Winkel mit der Horizontalen, der in unseren Gegenden ungefähr 70° beträgt.

Wenn die Inclinationsnadel in einem getheilten Verticalkreise, dessen Ebene mit der Umdrehungsebene der Nadel zusammenfällt, angebracht ist, wie Fig. 367, so kann man auf diesem Kreise die Größe der Inclination ablesen, wenn man dafür sorgt, daß die Ebene des Verticalkreises genau in den magnetischen Meridian fällt.

Solche Apparate, welche dazu dienen, die Inclination zu messen, heißen **Inclinatorien** oder **Inclinationsbussolen**.

Die Größe der Inclination nimmt im Allgemeinen zu, je mehr man nach Norden kommt; in der Nähe der Erdpole nimmt die Inclinationsnadel eine fast

senkrechte Stellung an; so beobachtete z. B. Capitän Philipps im Jahre 1773 unter 79° 44′ nördlicher Breite eine Inclination von 82° 9′, und Parry unter

Fig. 366.

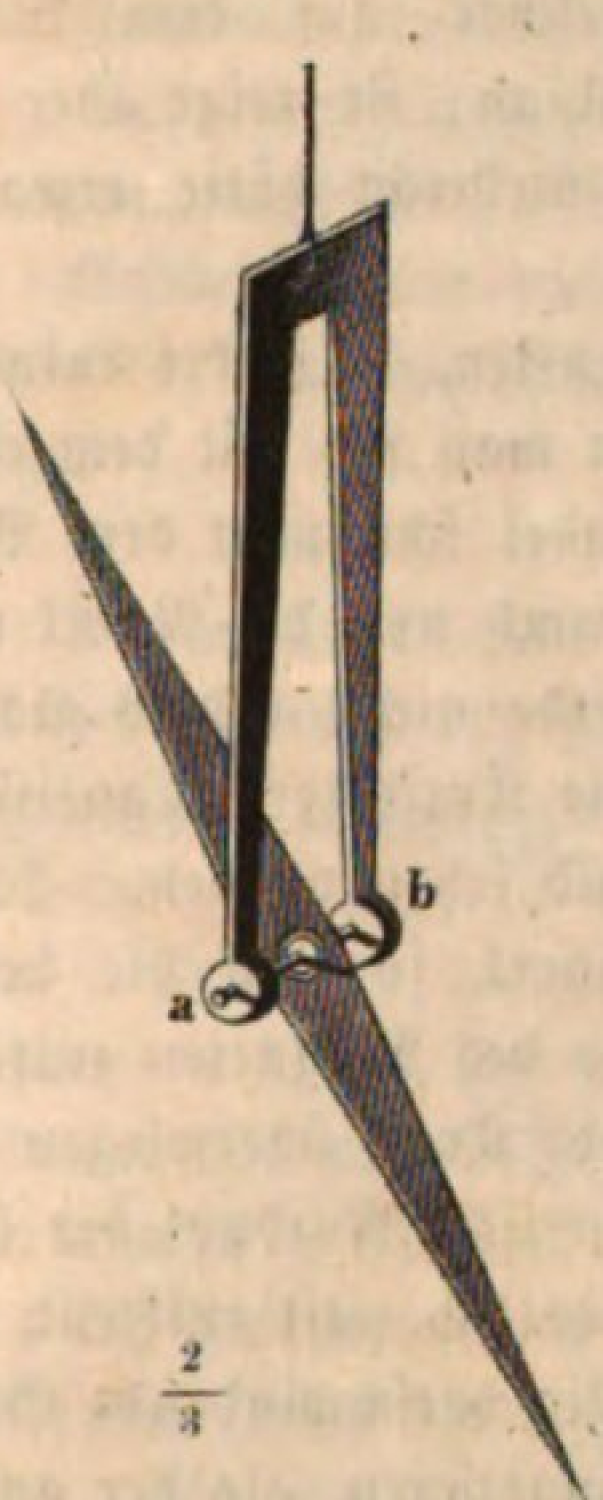
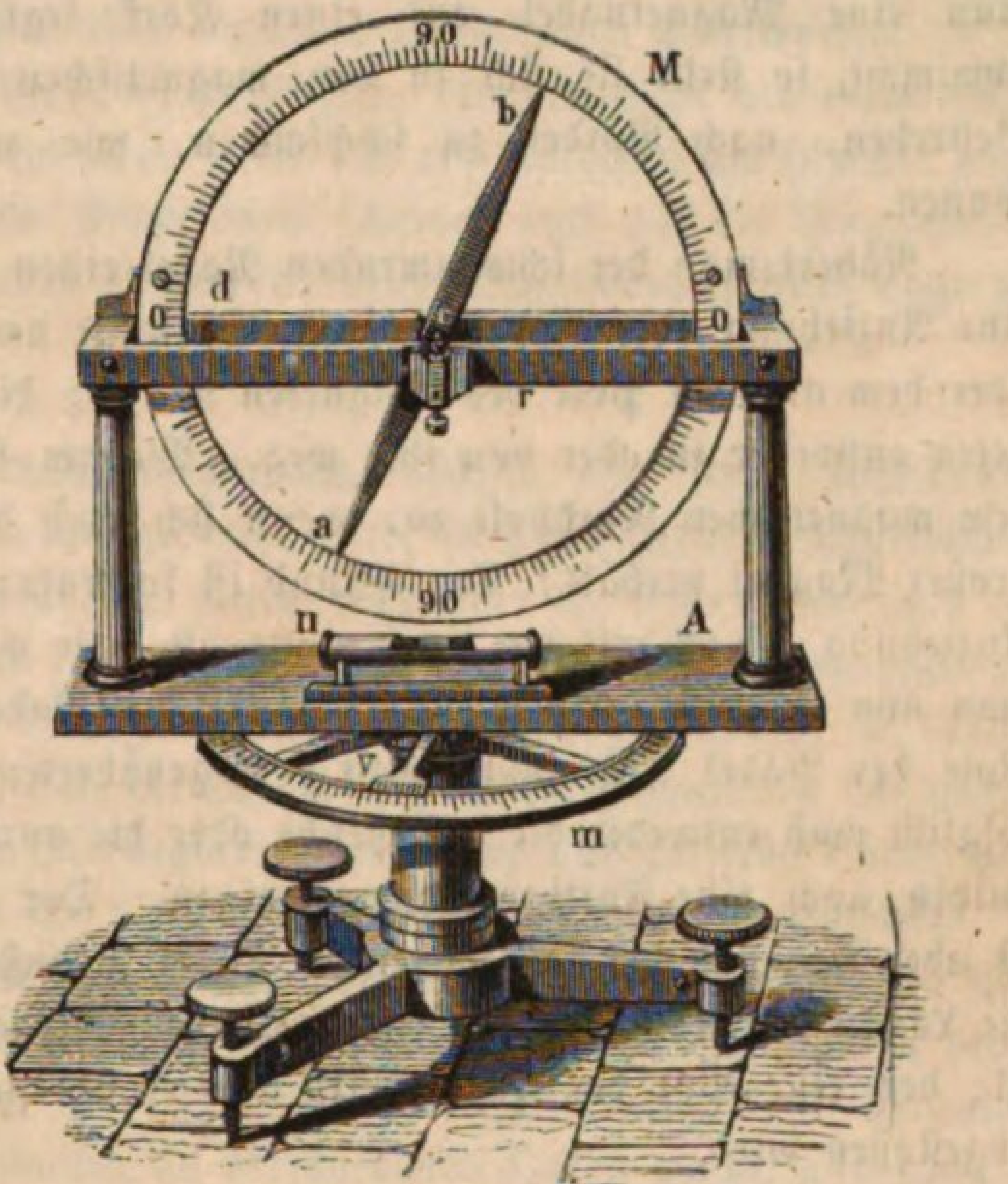


Fig. 367.



70° 47′ eine Inclination von 88° 43′. Capitän Roß endlich hat den magnetischen Nordpol der Erde selbst erreicht. Unter 70° 5′ nördlicher Breite und 263° 14′ östlich von Greenwich fand er die Declination 90°. Die Neigung der Magnetnadel ist in hohen Breiten so bedeutend, daß der Compaß für die Seefahrer seine Brauchbarkeit verliert, wie durch die letzten Nordpolexpeditionen bewiesen ist.

Je weiter man hingegen nach Süden geht, desto mehr nimmt die Inclination ab, und in der Aequatorialzone kommt man zu einem Punkte, wo die Inclination Null ist, wo also die Inclinationsnadel vollkommen wagerecht steht. Geht man noch weiter nach Süden, so beobachtet man abermals eine Inclination, aber eine entgegengesetzte, es ist nun das nach Süden gekehrte Ende, welches sich tiefer stellt. Diese Inclination nimmt nun ebenfalls mit der südlichen Breite zu. In der Nähe des Südpols der Erde giebt es demnach einen zweiten Punkt, an welchem sich die Inclinationsnadel völlig vertical stellt, und dies ist der **magnetische Südpol** der Erde.

In welcher geographischen Länge man auch die Aequatorialzone passiren mag, so wird man doch immer einen Punkt finden, wo die Inclinationsnadel wagerecht steht. Diese **Orte ohne Inclination** bilden um die ganze Erde eine Curve, welche man den **magnetischen Aequator** nennt.

Der magnetische Aequator fällt nicht mit dem Erdäquator zusammen und bildet auch keinen regelmäßigen größten Kreis der Erdkugel.

Die Totalwirkung, welche die Erde auf eine Magnetnadel ausübt, ist nur eine richtende, aber keine anziehende; denn wenn Letzteres der Fall wäre, so müßte eine Stahlnadel nach der Magnetisirung mehr wiegen als vorher. Wenn man eine Magnetnadel auf einen Kork legt, welcher auf dem Wasser schwimmt, so stellt sie sich in den magnetischen Meridian; sie zeigt aber kein Bestreben, nach Norden zu schwimmen, wie man vielleicht hätte erwarten können.

Nähert man der schwimmenden Nadel einen Magneten, so findet entweder eine Anziehung oder eine Abstoßung Statt, je nachdem man sich mit dem einen oder dem anderen Pole des Magneten nähert; die Nadel schwimmt dem Magneten entweder zu oder von ihm weg. Warum schwimmt nun die Nadel nicht dem magnetischen Nordpole zu, wenn sich doch die Erde nicht anders als ein großer Magnet verhält? Der Grund ist folgender. Die Kraft der magnetischen Anziehung nimmt mit der Entfernung ab, wie wir bald sehen werden. Wenn man nun einen Magneten der schwimmenden Nadel nähert, so sind die beiden Pole der Nadel nicht gleich weit vom genäherten Pole des Magneten entfernt, folglich muß entweder die abstoßende oder die anziehende Kraft überwiegen und mithin auch eine Fortbewegung erfolgen. Der magnetische Nordpol der Erde ist aber nun von der schwimmenden Nadel so außerordentlich weit entfernt, daß die Länge der Nadel gegen diese Entfernung eine völlig verschwindende Größe ist; der eine Pol der Nadel wird also ebenso stark angezogen, als der andere abgestoßen wird.

175 **Variationen der Declination und Inclination.** Die Declination ist ebenso wenig wie die Inclination unveränderlich; im Jahre 1580 war die Declination zu Paris 11° 30′ östlich; sie nahm nun ab und war im Jahre 1663 gleich Null; von dieser Zeit an wurde die Declination westlich und wuchs beständig bis zum Jahre 1814, wo sie ihr westliches Maximum von 22° 34′ erreichte, um alsdann wieder kleiner zu werden.

Die Inclination der Magnetnadel hat zu Paris vom Jahre 1671, wo sie ungefähr 75° betrug, fortwährend abgenommen, so daß sie gegenwärtig daselbst ungefähr $67^1/_2{}^0$ beträgt.

Diese ganz allmäligen Veränderungen der Declination und Inclination, welche die Folge einer langsamen Ortsveränderung der magnetischen Pole der Erde sind, nennt man seculare Variationen; es sind dies jedoch nicht die einzigen Veränderungen, welchen die Richtung der Declinationsnadel unterworfen ist.

Wenn man die Declinationsnadel aufmerksam beobachtet, so findet man, daß sie fortwährend kleine Oscillationen macht, indem sie sich bald östlich, bald westlich von ihrer mittleren Lage entfernt; diese Schwankungen sind bald mehr regelmäßig und periodisch, bald mehr zufällig und plötzlich. Erstere sind die täglichen Variationen, letztere nennt man Störungen.

Im Allgemeinen bewegt sich das Nordende der Nadel vom Sonnenaufgange an nach Westen und beginnt dann von 5 Uhr Abends an seinen Rückweg.

Die Amplitude der täglichen Variationen, d. h. der Winkel zwischen dem östlichsten und westlichsten Stande, ist veränderlich; sie ist manchmal nur 5 bis 6 Minuten, manchmal aber beträgt sie auch fast $^1/_2$ Grad.

Auch die Inclination ist solchen täglichen Variationen unterworfen.

Sehr starke unregelmäßige Schwankungen, die oft mehr als einen Grad betragen, macht die Declinationsnadel, wenn sich ein Nordlicht am Himmel zeigt.

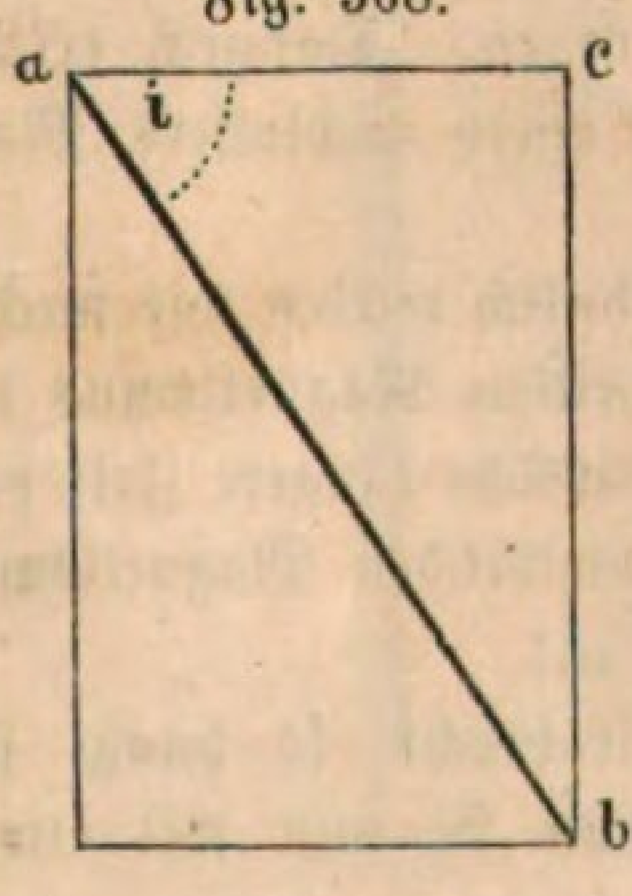
Erdbeben und vulcanische Eruptionen scheinen auch auf die Magnetnadel zu wirken, und manchmal haben sie eine bleibende Veränderung ihrer Lage zur Folge.

Intensität des Erdmagnetismus. Wenn eine Inclinationsnadel 176
aus ihrer Gleichgewichtslage herausgebracht wird, so strebt der Erdmagnetismus, sie wieder in dieselbe zurückzuführen; wenn man aber die Nadel ganz und gar sich selbst überläßt, so kommt sie erst nach einer Reihe von Schwingungen zur Ruhe. Die Zeit, welche zu einer jeden dieser Schwingungen nöthig ist, hängt ab von der Masse der Nadel, von der Stärke des in ihr entwickelten Magnetismus und von der Stärke des Erdmagnetismus. Eine und dieselbe Nadel wird also schneller oscilliren, wenn der Erdmagnetismus stärker auf sie einwirkt.

So hat man denn ein Mittel, die Stärke des Erdmagnetismus an verschiedenen Orten der Erde mit einander zu vergleichen; man hat nur zu beobachten, wie viel Oscillationen in einer bestimmten Zeit, etwa in 5 Minuten, eine und dieselbe Inclinationsnadel an verschiedenen Orten macht, und kann so nach dieser Beobachtung leicht berechnen, wie sich die Stärke des Erdmagnetismus an dem einen Orte zu der am anderen Orte verhält; denn die Intensitäten des Erdmagnetismus verhalten sich wie die Quadrate der in gleichen Zeiten gemachten Schwingungszahlen.

Die Beobachtung der Oscillationen einer Inclinationsnadel kann nie sehr genaue Resultate geben, und deshalb sind die Schwingungsversuche mit horizontalen Nadeln oder Stäben vorzuziehen. Die Kraft, welche die Declinationsnadel oscilliren macht, ist nur ein Theil und zwar die horizontale Seitenkraft der ganzen, in der Richtung der Inclinationsnadel wirkenden magnetischen Erdkraft; wenn aber die horizontale Intensität und die Größe der Inclination bekannt ist, so kann man leicht die totale Intensität berechnen.

Fig. 368.



Auch durch Construction kann man die ganze Intensität finden, wenn die horizontale Intensität und die Inclination bekannt sind. In Fig. 368 sei ac die horizontale Intensität; macht man nun den Winkel i gleich der an demselben Orte beobachteten Inclination, setzt man ferner in c ein Perpendikel an, so stellt ab die ganze Intensität dar.

Wenn $i = o$, so fällt die Richtung der erdmagnetischen Kraft in eine horizontale Ebene; es ist dies bekanntlich auf dem magnetischen Aequator der Fall; hier ist die horizontale Intensität der ganzen

Intensität gleich. Ueberhaupt wird der horizontale Antheil der magnetischen Erdkraft um so größer, je mehr man sich dem magnetischen Aequator nähert; an den magnetischen Polen der Erde, wo die Inclinationsnadel vertical steht, ist der horizontale Antheil der magnetischen Erdkraft gleich Null.

Wenn man die Resultate der Intensitätsbestimmungen zusammenstellt, welche an verschiedenen Orten der Erdoberfläche gemacht worden sind, so ergiebt sich das allgemeine Resultat, daß die totale Intensität in der Nähe des magnetischen Aequators am kleinsten ist, und daß sie um so mehr wächst, je mehr man sich von demselben nach Norden oder Süden entfernt. In der Nähe der magnetischen Pole ist sie ungefähr 1,5mal so groß als am Aequator. An einem und demselben Orte ist aber die Intensität auch veränderlich und wie die Declination und Inclination täglichen Variationen unterworfen.

177 **Einfluss des Erdmagnetismus auf das Eisen.** Wenn man eine Stange von weichem Eisen, welche 2 bis 3 Fuß lang ist, in die Richtung der Inclinationsnadel hält, so wird sie durch den Einfluß des Erdmagnetismus selbst magnetisch, und zwar wird ihr unteres Ende ein Nordpol, ihr oberes ein Südpol, wie man leicht sehen kann, wenn man eine kleine empfindliche Magnetnadel bald dem oberen, bald dem unteren Ende der Stange nähert. Kehrt man den Stab um, so sind sogleich auch seine Pole umgekehrt, das untere Ende ist wieder ein Nordpol, das obere wieder ein Südpol.

Dieselbe Wirkung, nur etwas schwächer, bringt auch der Erdmagnetismus auf eine vertical hängende Eisenstange hervor, überhaupt auf jede Eisenstange, welchen Winkel sie auch mit der Richtung der Inclinationsnadel macht; nur ist die Wirkung um so geringer, je mehr sie sich von der Richtung der Inclinationsnadel entfernt. Denselben Einfluß äußert der Erdmagnetismus auch mehr oder weniger auf alle Eisenmassen; alles weiche Eisen muß also unter dem Einflusse des Erdmagnetismus einen polaren Magnetismus annehmen, der sich je nach den Umständen deutlicher oder weniger deutlich nachweisen läßt.

Wenn eine Stange von Eisen durch den vertheilenden Einfluß des Erdmagnetismus selbst zum Magneten gemacht ist, so reichen einige Schläge mit dem Hammer hin, um den Magnetismus zu fixiren und die Stange zu einem bleibenden Magneten zu machen; durch das Schlagen wird also dem Eisen eine Coercitivkraft ertheilt, welche hindert, daß die durch den Einfluß der Erde im Eisen getrennten magnetischen Fluida sich wieder vereinigen. Dadurch erklärt sich auch, daß fast alle Werkzeuge in der Werkstatt eines Schlossers Magnete sind.

Es scheint, daß auch chemische Veränderungen ähnlich wirken wie mechanische Erschütterungen, um den durch die Erde vertheilten Magnetismus des Eisens zu fixiren; denn man findet, daß Eisenstangen, welche längere Zeit vertical standen und in dieser Stellung rosteten, einen bleibenden Magnetismus erhalten haben.

Wenn man einen Hufeisenmagneten in Eisenfeile taucht, so hängt sich zwischen den Polen ein Bündel derselben an; wenn man sie nun mit etwas

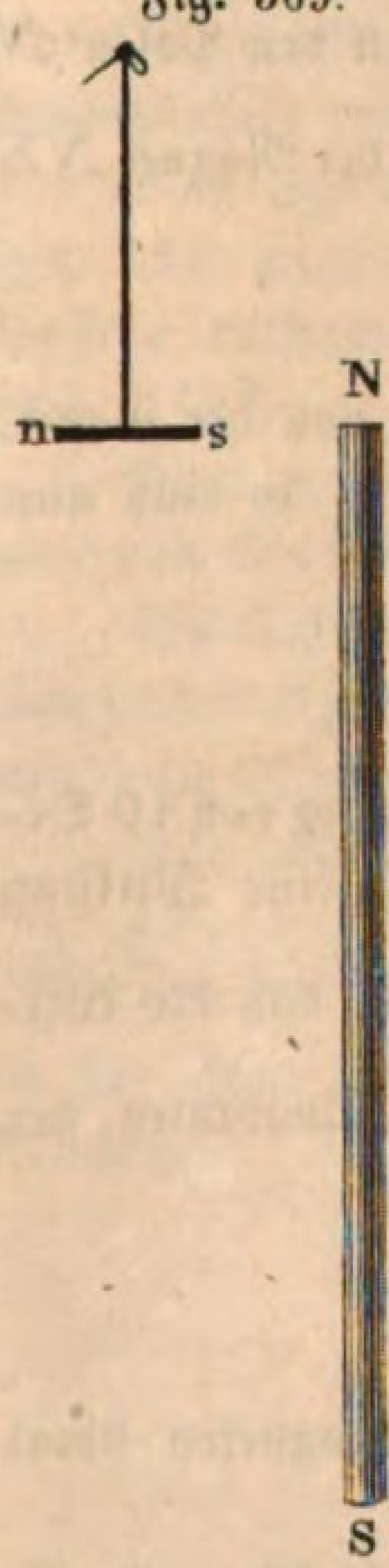
Wasser befeuchtet und dann mittelst der Löthrohrflamme zum Glühen erhitzt, während sie noch immer dem vertheilenden Einflusse des Magneten ausgesetzt sind, so geht eine theilweise Oxydation des Eisens vor sich; man erhält eine ziemlich compacte Masse, deren Zusammensetzung der der natürlichen Magnete ähnlich ist und welche ebenfalls bleibenden Magnetismus zeigt.

Abnahme der magnetischen Effecte mit der Entfernung. Nachdem wir die magnetische Wirkung der Erde kennen gelernt haben, können wir nun auch untersuchen, nach welchem Gesetze die Stärke der magnetischen Anziehungen und Abstoßungen mit wachsender Entfernung abnimmt. Es läßt sich wohl von vornherein vermuthen, daß die magnetischen Wirkungen, wie alle anderen von einem Punkte ausgehenden Wirkungen, im umgekehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernung stehen, d. h. daß in 2-, 3-, 4mal größerer Entfernung die Wirkung 4mal, 9mal, 16mal kleiner ist. 178

Wenn man versuchen will, dies Gesetz durch das Experiment zu bestätigen, so stößt man auf die eigenthümliche Schwierigkeit, daß man nie mit einem magnetischen Pole allein experimentiren kann, daß der eine immer etwas auf die Wirkung des anderen influirt; man hat deshalb nur dafür zu sorgen, daß die Entfernung des einen Poles so groß ist, daß sein störender Einfluß gegen die Wirkungen des anderen verschwindet.

Eine kleine Magnetnadel *ns*, Fig. 369, werde an einem Coconfaden so aufgehängt, daß sie in horizontaler Ebene frei oscilliren kann, daß sie aber vor störenden Luftströmungen hinlänglich geschützt ist. Diese Nadel läßt man zuerst unter dem alleinigen Einflusse des Erdmagnetismus oscilliren.

Fig. 369.



Nun läßt man den einen Pol eines möglichst stark magnetisirten Stahlstabes auf die Nadel wirken. Dieser Stahlstab wird in den magnetischen Meridian der Nadel *ns* gebracht, und zwar in verticaler Stellung, so daß dem Pole *s* der Nadel derjenige Pol N des Stabes zugekehrt ist, auf welchen er anziehend wirkt.

Der Stab NS muß so groß sein, daß die Entfernung sN möglichst klein ist im Vergleich zur Entfernung sS, daß man also die Wirkung des Poles S auf s ohne merklichen Fehler vernachlässigen kann.

Unter dem Einflusse des Magnetpoles N wird nun die Nadel *ns* rascher oscilliren als unter dem alleinigen Einflusse des Erdmagnetismus, und zwar um so schneller, je näher N bei s steht.

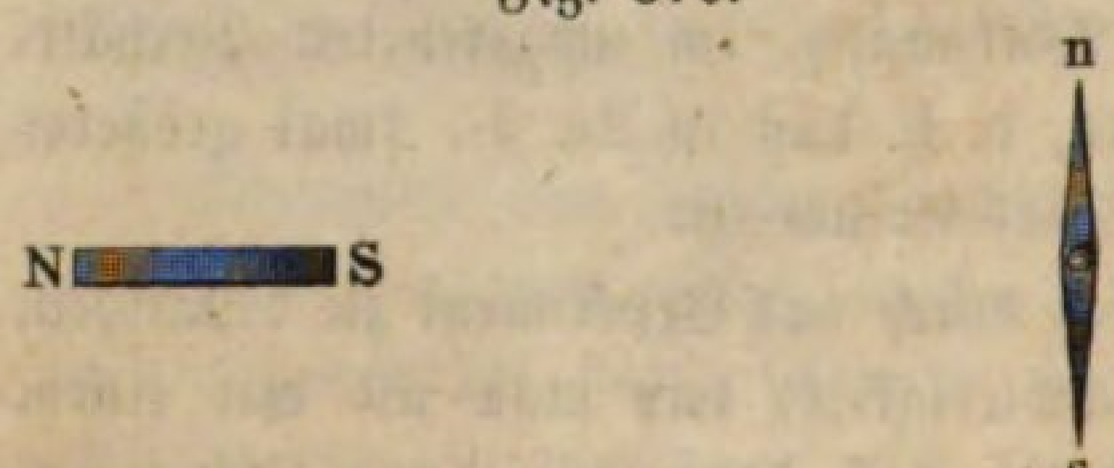
Hat man die Schwingungszahl der Nadel für die einfache, doppelte, dreifache Entfernung zwischen N und s und für den Fall beobachtet, daß der Magnetstab NS ganz entfernt ist, so ergiebt sich aus diesen Zahlen, daß die an-

ziehende Kraft des Poles N auf s in der doppelten und dreifachen Entfernung 4mal, 9mal geringer ist.

Weber hat diesen Satz auf indirectem Wege bewiesen, indem er nicht die Wirkung eines einzelnen Poles, sondern die Wirkung des ganzen Magneten in größerer Entfernung untersuchte. Er hat gezeigt, daß, wenn ein Magnetstab klein ist im Vergleiche mit der Entfernung, auf welche er wirkt, alsdann die Totalwirkung desselben im umgekehrten Verhältnisse der dritten Potenz der Entfernung abnehmen muß, wenn die Wirkung eines einzelnen Poles wirklich im umgekehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernung steht.

In Fig. 370 sei NS ein Magnetstab von 1 Decimeter Länge, dessen Mitte 10 Decimeter weit vom Mittelpunkte der kleinen Magnetnadel ns entfernt ist. Die Magnetnadel sei so klein, daß die Länge Ss nicht merklich größer ist, als die Entfernung von S bis zur Mitte der Nadel, so ist $Ss = 9{,}5$ Decimeter und Ns ist 10,5 Decimeter. Bezeichnet man mit 1 die Kraft, mit welcher sich die Pole S und s in der Entfernung von 1 Decimeter abstoßen, so

Fig. 370.



ist jetzt die abstoßende Kraft $\frac{1}{9{,}5^2} = \frac{1}{90{,}25}$, wenn die Wirkung des Poles im umgekehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernung steht. Aus derselben Voraussetzung ergiebt sich für die anziehende Wirkung zwischen den Polen N und s der Werth $\frac{1}{10{,}5^2} = \frac{1}{110{,}25}$; die Totalwirkung, welche der Magnet NS auf s ausübt, ist also $\frac{1}{90{,}25} - \frac{1}{110{,}25} = \frac{20}{9950}$.

Bringt man den Magneten in die doppelte Entfernung von der Nadel, d. h. legt man ihn so, daß $Ss = 19{,}5$ und $Ns = 20{,}5$ ist, so muß nun die Totalwirkung des Magneten NS auf den Pol s sein:

$$\frac{1}{19{,}5^2} - \frac{1}{20{,}5^2} = \frac{1}{380{,}25} - \frac{1}{420{,}25} = \frac{40}{159800}.$$

Wenn man also die Mitte des Magnetstabes aus der Entfernung von 10 Decimetern in die Entfernung von 20 Decimeter bringt, so muß seine Wirkung im Verhältnisse von $\frac{20}{9950}$ zu $\frac{40}{159800}$ abnehmen, vorausgesetzt, daß die Wirkung jedes einzelnen Poles im umgekehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernung steht. Es ist aber

$$\frac{20}{9950} : \frac{40}{159800} = \frac{1}{995} : \frac{2}{15980} = \frac{15980}{1990} = 8;$$

in der doppelten Entfernung ist also die Totalwirkung des Magneten 8mal schwächer, 8 aber ist die dritte Potenz von 2.

Was hier an einem speciellen Beispiele gezeigt wurde, läßt sich auch all-

gemein beweisen; es läßt sich allgemein darthun, daß die Totalwirkung eines Magneten im umgekehrten Verhältnisse der dritten Potenz der Entfernung stehen muß, wenn die Wirkung der einzelnen Pole im umgekehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernung steht, vorausgesetzt, daß die Dimensionen des Stabes und der Nadel klein genug sind im Vergleich zu ihrer gegenseitigen Entfernung.

Daß sich aber die Totalwirkung eines Magnetstabes in der Ferne wirklich umgekehrt verhält wie die dritte Potenz der Entfernung, läßt sich durch den Versuch in folgender Weise bestätigen.

Ein Stab, welcher 1 Meter lang und in halbe Decimeter getheilt ist, werde so gelegt, daß seine Richtung rechtwinklig auf dem magnetischen Meridian steht. Auf seine Mitte werde dann eine kleine Bussole gesetzt, wie man Fig. 371 sieht. Die Nadel dieser Bussole wird auf Null stehen, wenn außer

Fig. 371.



der magnetischen Erdkraft keine anderen magnetischen Kräfte auf sie wirken. Wenn man aber seitwärts auf den Stab einen Magneten legt, so wird die Nadel abgelenkt, und zwar ist die ablenkende Kraft der Tangente des Ablenkungswinkels proportional.

Man lege nun einen Magnetstab von 1 Decimeter Länge, sowie es die Fig. 371 zeigt, daß also seine Mitte 45 Centimeter weit von der Mitte der Bussole entfernt ist. Bei einem solchen Versuche ergab sich eine Ablenkung von $11^1/_2{}^0$.

Dann wurde der Magnetstab *n s* so gelegt, daß seine Mitte 30 Centimeter weit von der Mitte der Bussole war, und nun betrug die Ablenkung $35^1/_4{}^0$.

Die Entfernungen verhalten sich hier wie 30 zu 45 oder wie 2 zu 3, die Tangenten der Ablenkungswinkel müssen sich also verhalten wie 2^3 zu 3^3 oder wie 8 zu 27; es ist aber $^{27}/_8 = 3,375$.

Nun aber ist auch $tang.\ 11^1/_2{}^0 = 0,2034$, $tang.\ 35^1/_4{}^0 = 0,7115$, und $\frac{0,7115}{0,2034} = 3,49$; die Tangenten der Ablenkungswinkel verhalten sich also in der That sehr nahe wie 8 zu 27 oder wie die dritten Potenzen der Entfernungen.

Zweites Capitel.

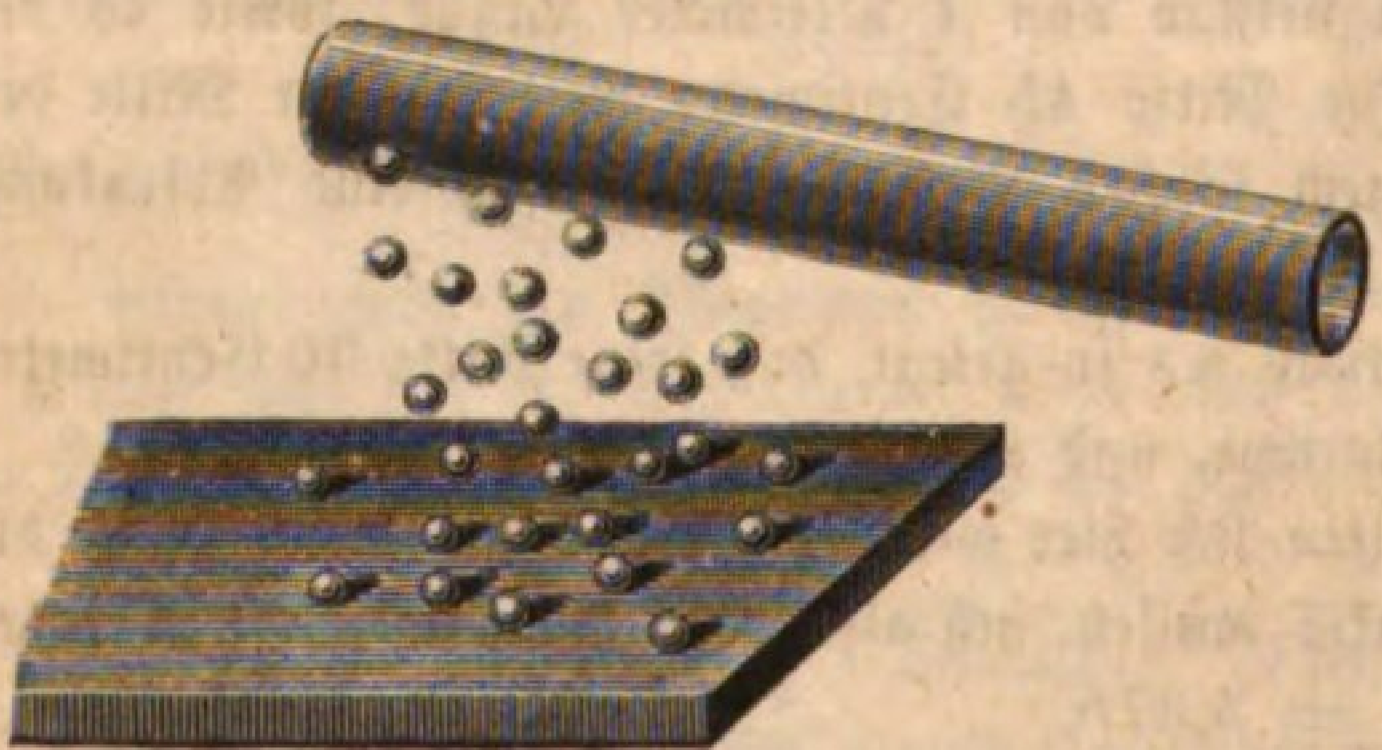
Von der Reibungs-Elektricität.

---

179 **Es giebt Körper, welche durch Reiben die Eigenschaft erlangen, leichte Körper anzuziehen.** Wenn man mit Wollen- oder Seidenzeug einen Glasstab, eine Porzellanröhre, eine Stange Schwefel oder Siegellack, ein Stück Bernstein, Gutta-Percha u. s. w. reibt, so erlangen diese Körper sogleich die merkwürdige Eigenschaft, leichte Gegenstände, wie Papierschnitzel, Kügelchen von Hollundermark u. s. w., anzuziehen.

Wenn man Kügelchen von Hollundermark auf einen Tisch oder noch besser auf eine Metallplatte legt und dann eine geriebene Glas- oder Harzstange darüber hält, so sieht man, wie die Kügelchen nach derselben hinfliegen, Fig. 372, und, nachdem sie die Stange berührt haben, wieder von derselben abgestoßen werden. Die Kraft, welche diese Erscheinung bewirkt, wird mit dem Namen der Elektricität bezeichnet.

Fig. 372.

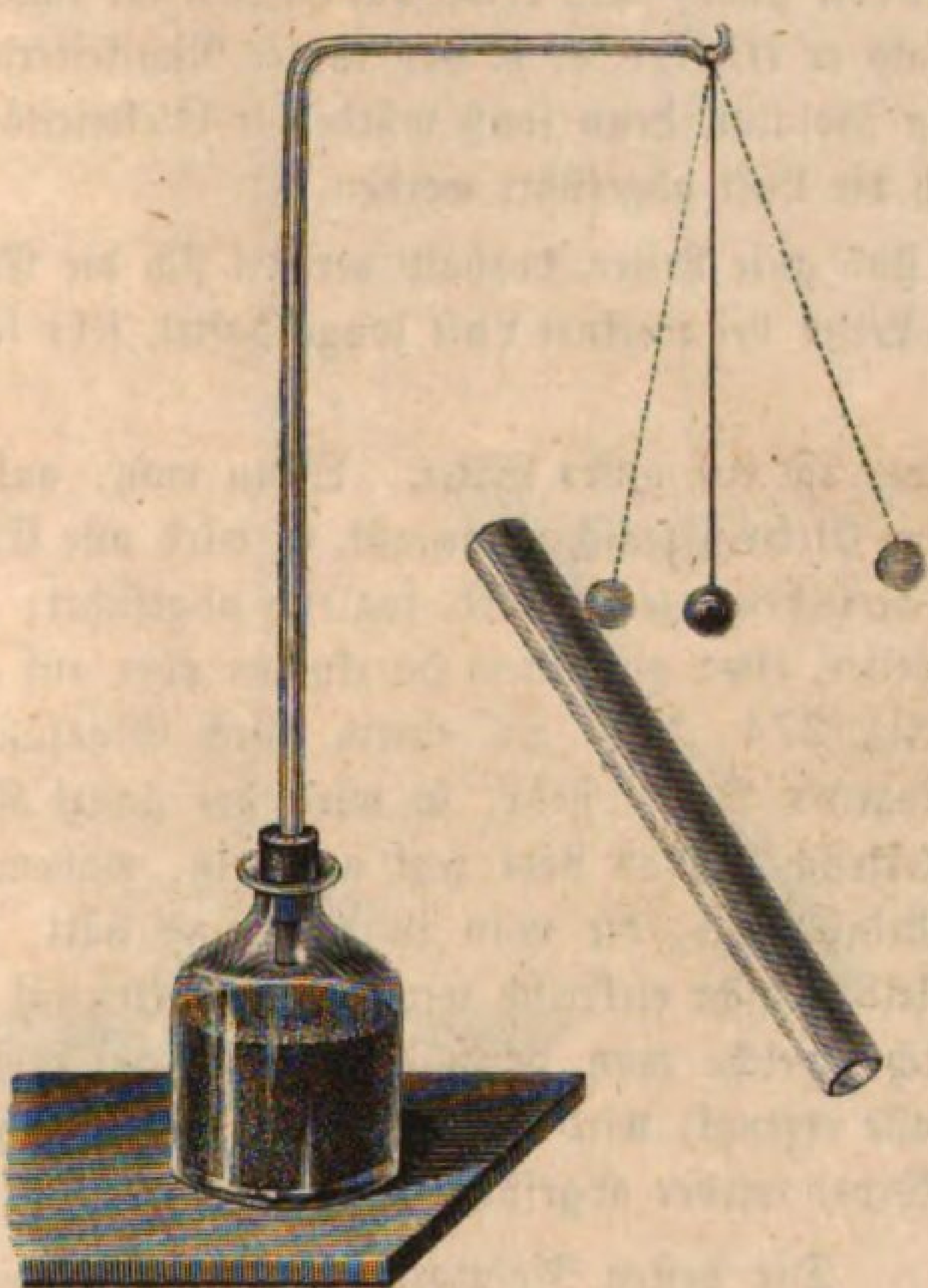


Noch empfindlicher zur Nachweisung der elektrischen Wirkungen geriebener Körper, als das eben beschriebene Verfahren, ist das elektrische Pendel, Fig. 373, welches im Wesentlichen aus einem an einem seidenen oder leinenen Faden aufgehängten Kügelchen von Hollundermark oder Sonnenblumenmark besteht; wenn man diesem Kügelchen eine geriebene Glas- oder Harzstange nähert, so zeigt sich die Anziehung schon auf ziemliche Entfernung, namentlich wenn das Kügelchen an einem leinenen Faden hängt.

Mit Hülfe des elektrischen Pendels läßt sich zeigen, daß alle Harze, Bernstein, Schwefel, Glas durch Reiben stark elektrisch werden; Edelsteine, Holz, Kohle geben selten Spuren von Anziehung; Metalle endlich scheinen auf den ersten Anblick durch Reiben gar nicht elektrisch gemacht werden zu können, denn

man mag einen Metallstab, den man in den Händen hält, noch so stark reiben, so erhält man an diesem Apparate auch nicht die mindesten Spuren von Anziehung. Man zerfällte danach alle Körper in zwei große Classen: in solche, welche durch Reiben elektrisch werden, und solche, welche diese Eigenschaft nicht haben. Erstere nannte man **idioelektrische**, letztere **anelektrische Körper**.

Fig. 373.



Diese Eintheilung beruht jedoch auf einer irrigen Ansicht; denn man hat gefunden, daß alle Körper, selbst Metalle, durch Reiben elektrisch gemacht werden können, und wenn man bei vielen durch Reiben keine Spur von Elektricität erhalten kann, so liegt die Ursache davon in anderen Umständen, die wir bald näher werden kennen lernen.

Leiter und Nichtleiter. Ein englischer Physiker, Gray, fand im Jahre 1727, daß auch Metalle den elektrischen Zustand annehmen können, und zwar auf folgende Weise. Das eine Ende einer offenen Glasröhre war mit einem Korke verstopft und in diesem steckte ein Metallstäbchen; wurde nun die Röhre gerieben, so zeigte sich alsbald auch das Metallstäbchen elektrisch: ein Beweis, daß es die Elektricität aufzunehmen und fortzupflanzen vermag. Dieselbe Eigenschaft haben aber alle anelektrischen Körper; man nannte sie deshalb **Leiter** der Elektricität. Die idioelektrischen Körper dagegen sind keine Leiter; denn wenn man z. B. einen Glasstab durch Reiben an einem Ende elektrisch macht, so zeigt das andere Ende keine Anziehung. 180

Man kann diese Fundamentalwahrheit sehr gut mit Hülfe der Elektrisirmaschine nachweisen, welche wir, ohne noch ihre Einrichtung zu kennen, doch vor der Hand schon als Mittel anwenden können, um Elektricität zu entwickeln. Der Conductor der Maschine ist ein metallischer Körper, welcher elektrisch gemacht wird. Wenn man mit dem in den elektrischen Zustand versetzten Conductor einen langen, an Seidenschnüren aufgehängten Metalldraht, oder bequemer einen cylindrischen Metallkörper, der auf einem Glasfuße steht, in Verbindung bringt, so wird das Metall seiner ganzen Ausdehnung nach elektrisch; sobald man es

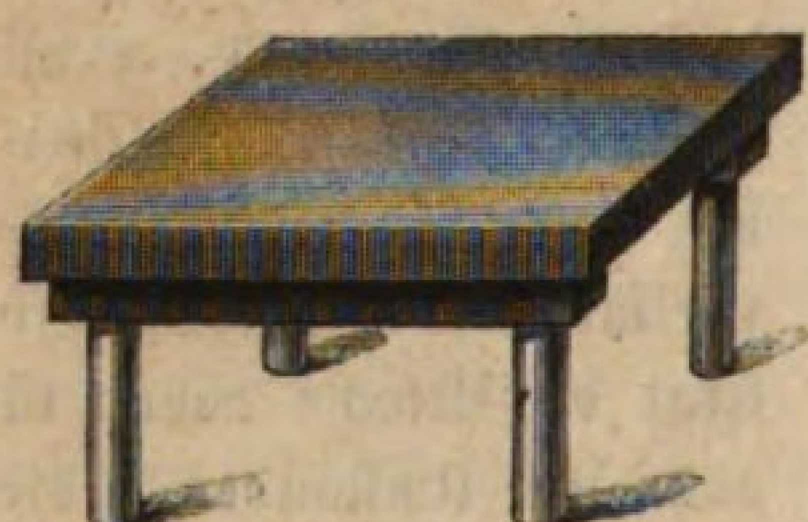
aber durch irgend einen guten Leiter mit dem Boden in Verbindung setzt, verschwindet alle Elektricität augenblicklich.

Es geht daraus auch hervor, daß die Seidenfäden, der Glasstab Nichtleiter der Elektricität, daß sie Isolatoren sind. Ein Leiter der Elektricität kann also nur so lange elektrisch bleiben, als er isolirt, d. h. von lauter Nichtleitern umgeben ist. Auch die Luft ist ein Isolator, denn sonst würde die Elektricität von dem Metalle augenblicklich durch die Luft abgeführt werden.

Wasser und Wasserdampf sind gute Leiter, deshalb verliert sich die Elektricität, welche auf einem isolirten Leiter bei trockner Luft lange haftet, sehr schnell, wenn die Luft feucht ist.

Auch der menschliche Körper ist ein guter Leiter. Wenn man, auf dem Boden stehend, den Conductor der Elektrisirmaschine anfaßt, so wird alle Elektricität, welche durch das Drehen derselben erzeugt wird, sogleich abgeführt; wenn man aber auf einem schlechten Leiter, etwa auf einem Harzkuchen oder auf einem sogenannten Isolirschemel, Fig. 374, d. h. auf einem durch Glasfüße getragenen Brette steht, so wird der ganze Körper elektrisch. Man sieht jetzt auch ein, warum eine Metallstange, die man in der Hand hält, durch Reiben nicht elektrisch wird; alle Elektricität nämlich, welche man durch das Reiben auf dem Metalle erzeugt, wird sogleich durch den menschlichen Körper wieder abgeführt.

Fig. 374.



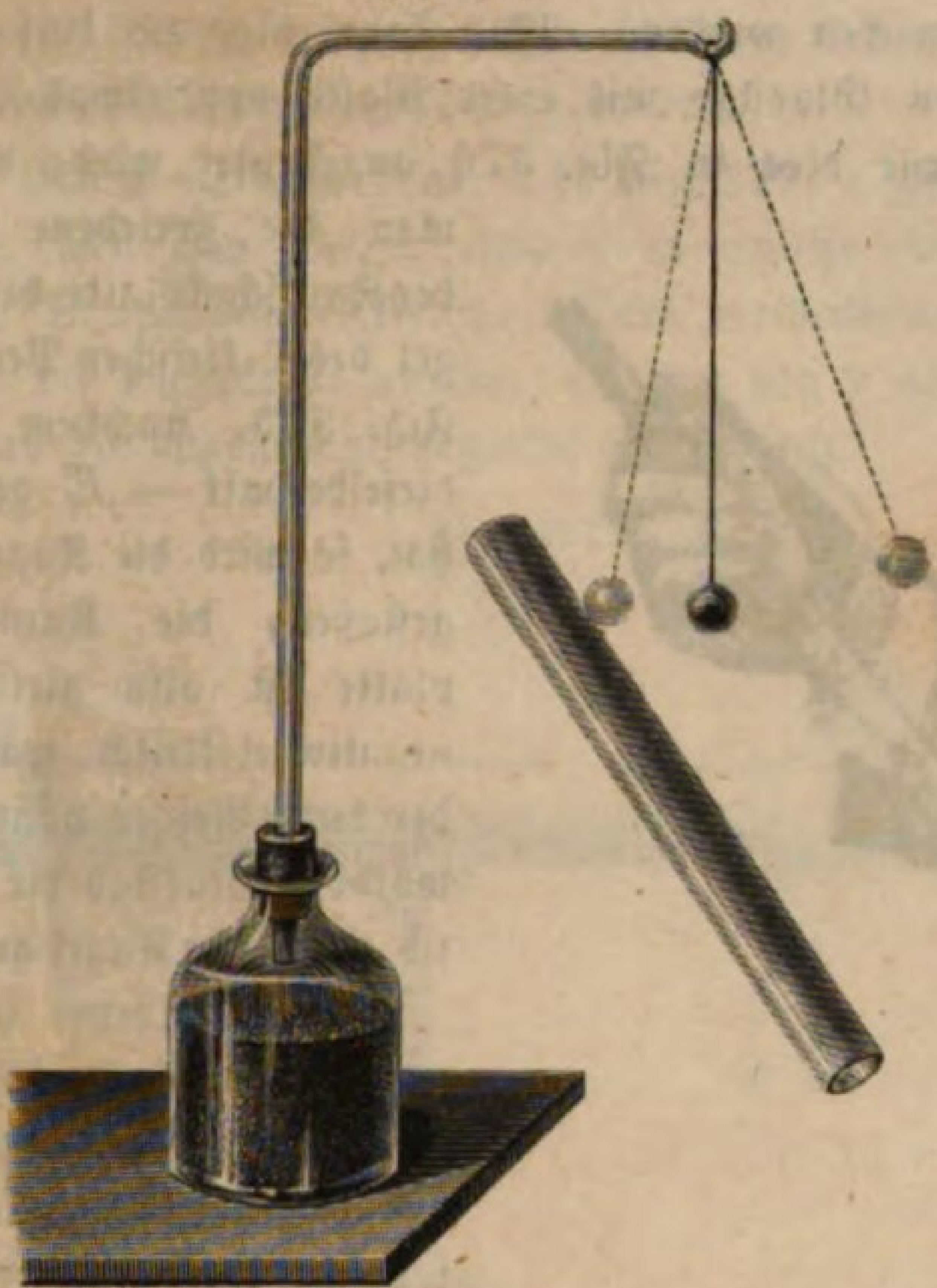
Die besten Isolatoren werden Leiter, wenn sich Wasserdampf auf ihnen niederschlägt. Es ist deshalb für den Erfolg elektrischer Versuche von der größten Wichtigkeit, Glasfüße, Harzstangen u. s. w., welche einen Leiter isoliren sollen, durch Erwärmen und Reiben gehörig trocken zu machen.

Statt die Körper in Leiter und Nichtleiter einzutheilen, müßte man sie, um genauer zu reden, gute oder schlechte Leiter nennen, denn absolute Nichtleiter giebt es nicht. Schellack, überhaupt Harze, Seide und Glas sind die schlechtesten Leiter, die es giebt; die Metalle hingegen sind die besten Leiter.

181 **Von den beiden Arten der Elektricität.** Nehmen wir ein einfaches elektrisches Pendel (Fig. 375) zur Hand, dessen Kügelchen an einem Seidenfaden aufgehängt ist. Wenn man eine geriebene Glas- oder Schellackstange nähert, so wird das Hollundermarkkügelchen stark angezogen, es berührt die Stange, bleibt aber nur einige Augenblicke daran haften, um alsbald abgestoßen zu werden. Diese Repulsion rührt von der Elektricität her, welche dem Kügelchen durch die Berührung mit der Stange mitgetheilt worden ist; denn wenn man es mit der Hand berührt und es dadurch wieder auf seinen natürlichen Zustand zurückführt, wird es von Neuem angezogen und nach der Berührung abermals abgestoßen. Daß das abgestoßene Kügelchen wirklich elektrisch ist, geht auch daraus hervor, daß es selbst von Körpern, die sich im na-

türlichen Zustande befinden (man muß jedoch zu diesem Versuche Leiter wählen), angezogen wird.

Fig. 375.



Wenn man zwei isolirte Pendel nimmt, von denen das eine durch Berührung mit einer Glasstange, die mit Seide gerieben worden war, das andere durch eine mit Pelz geriebene Schellackstange elektrisch gemacht worden ist, so beobachtet man folgende merkwürdige Erscheinung. Das eine Kügelchen, welches durch die Glasstange abgestoßen wird, wird durch die Schellackstange angezogen, das vom Schellack abgestoßene aber wird durch das Glas angezogen. Die Elektricität des geriebenen Glases ist also nicht identisch mit der des Harzes, weil jede das anzieht, was die andere abstößt.

Die beiden Elektricitäten hat man mit den Namen der **Glaselektricität** und der **Harzelektricität** bezeichnet. Die Glaselektricität wird auch die **positive**, die Harzelektricität die **negative** genannt. Die Entdeckung der beiden verschiedenen Elektricitäten wurde von **Dufay** im Jahre 1773 gemacht.

Von den elektrischen Flüssigkeiten und dem natürlichen Zustande der Körper. 182
Was eigentlich das Agens sei, welches die elektrischen Erscheinungen hervorbringt, ist bis jetzt **noch ganz und gar** unbekannt; da es jedoch sehr schwer hält, eine klare Uebersicht der elektrischen Erscheinungen zu geben, ohne eine theoretische Ansicht über das Wesen der Elektricität zu Grunde zu legen, so behält man die Vorstellung von elektrischen Flüssigkeiten noch bei, obgleich die Existenz solcher Flüssigkeiten höchst unwahrscheinlich ist. — Man nimmt zwei elektrische Flüssigkeiten an. Wenn diese beiden Flüssigkeiten in einem Körper verbunden sind, wenn sie sich in demselben gegenseitig neutralisiren, so ist er in seinem natürlichen Zustande. Wenn in einem Körper aber die beiden E zersetzt werden, so wird er elektrisch, und zwar positiv, wenn die Glaselektricität, negativ, wenn die Harzelektricität vorherrscht. Zwischen den elektrischen und magnetischen Flüssigkeiten findet jedoch ein wesentlicher Unterschied Statt; diese sind in den magnetischen Partikeln gleichsam eingeschlossen,

sie können aus denselben nicht heraustreten, während die elektrischen Fluida frei von einem Körper zum andern übergehen können.

Wenn durch Reiben in einem Körper $+E$ frei gemacht wird, so muß in gleichem Maße auch $-E$ entwickelt werden. Man kann dies am einfachsten dadurch zeigen, daß man einen Glasstab mit einer Platte von etwas dickem vulcanisirten Kautschuk reibt, wie dies in Fig. 376 angedeutet wird; nähert man die geriebene Seite der Kautschukplatte der Kugel des elektrischen Pendels, Fig. 375, nachdem man dieselbe mit $-E$ geladen hat, so wird die Kugel abgestoßen; die Kautschukplatte ist also gleichfalls negativ elektrisch, während der durch Reiben positiv gewordene Glasstab die negativ elektrische Kugel anzieht.

Fig. 376.



Da ein Körper in seinem natürlichen Zustande die beiden E in gleichem Maße enthält, so giebt es keinen Grund anzunehmen, daß er besonders geeignet sei, vorzugsweise die eine aufzunehmen und zurückzuhalten; er kann also auch durch Reiben bald $+$, bald $-$ elektrisch werden, je nachdem man ein anderes Reibzeug wählt. Glas z. B. wird, mit Wolle oder Seide gerieben, positiv, mit einem Katzenpelze gerieben, negativ elektrisch. Um die Elektricität genau zu bezeichnen, muß man also sagen: die $+E$ ist diejenige, welche das Glas durch Reiben mit Wolle oder Seide annimmt, die $-E$ hingegen diejenige, welche das Harz annimmt, wenn man es mit einem Katzenfelle oder mit Wolle reibt.

Nehmen wir an, man habe eine Liste verschiedener Körper in der Weise aufgestellt, daß jeder vorangehende, mit allen folgenden gerieben, $+$ elektrisch wird, so wird man bald bemerken, daß die geringste Veränderung der Umstände diese Reihenfolge ändert. Eine Veränderung der Temperatur z. B. kann machen, daß ein Körper in dieser Reihe mehr hinauf oder herunter zu rücken ist. Dieselbe Wirkung hat es oft, wenn man einen Körper mehr polirt oder seine Oberfläche rauher macht. Die Farbe, die Anordnung der Moleküle, selbst ein mehr oder weniger starker Druck kann ähnliche Erscheinungen hervorbringen. Ein schwarzes seidenes Band z. B. wird, mit einem weißen seidenen Bande gerieben, immer negativ elektrisch.

183 **Wirkung elektrischer Körper auf genäherte isolirte Leiter.** Wir haben gesehen, daß jede der elektrischen Flüssigkeiten die gleichnamige ab-

stößt und die ungleichnamige anzieht. Diese Anziehung und Abstoßung äußert sich aber nicht allein auf die schon zersetzten Flüssigkeiten, sondern auch auf die noch verbundenen, und daher kommt es, daß die verbundenen Elektricitäten eines Körpers, der sich im natürlichen Zustande befindet, durch die Annäherung eines elektrischen Körpers **vertheilt** werden.

Einem isolirten Leiter *ab*, Fig. 377, nähere man von der einen Seite her einen elektrischen Körper, etwa einen negativ elektrischen Harzstab *r*, so wird *ab* durch Vertheilung elektrisch. Dem vertheilenden Körper *r* zunächst findet sich bei *b* die angezogene positive, an dem von *r* abgewandten Ende *a* des isolirten Leiters die abgestoßene negative Elektricität.

Fig. 377.

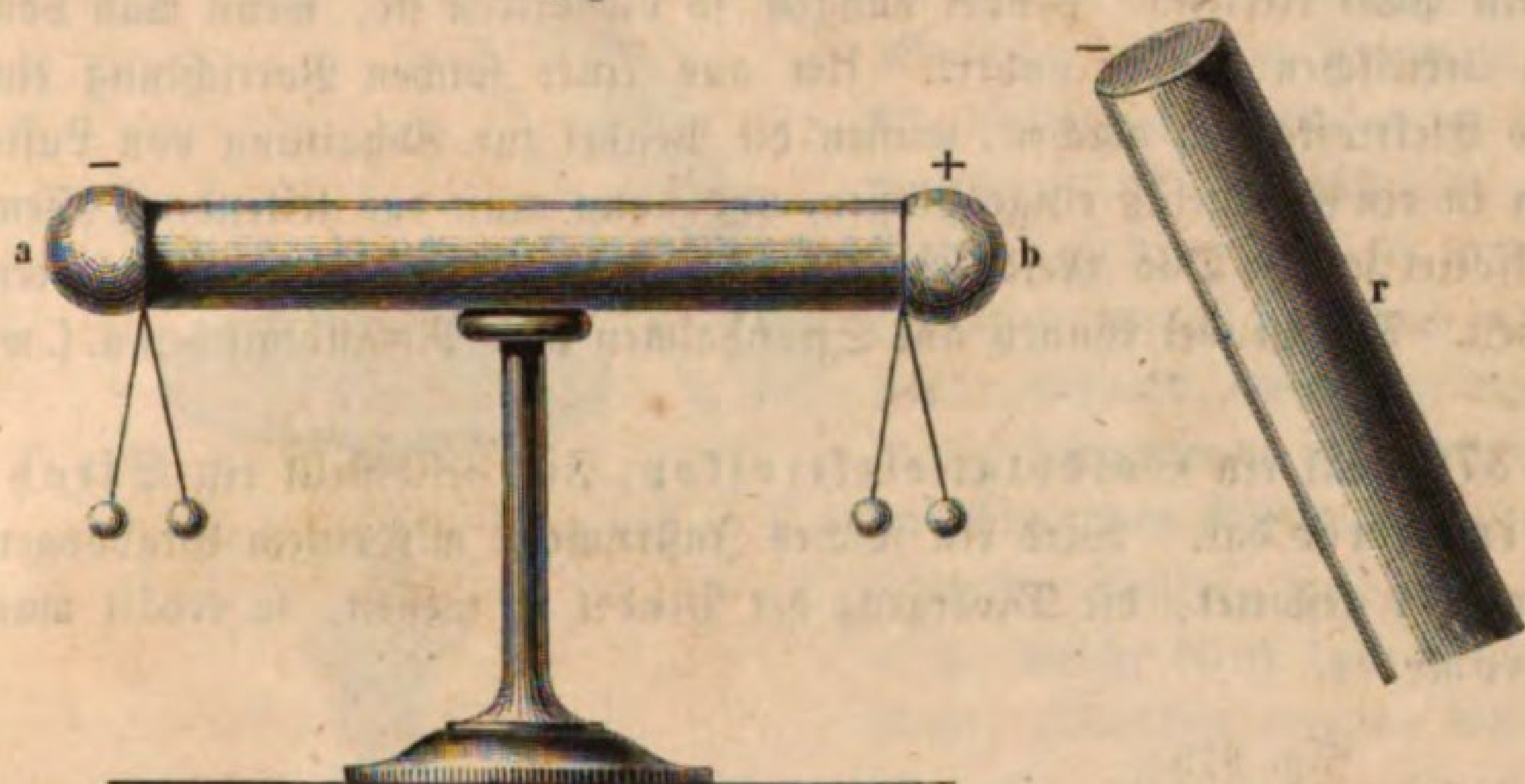


Fig. 378.



Daß die Elektricitäten wirklich auf diese Weise vertheilt sind, läßt sich durch ein Probescheibchen nachweisen. Es ist dies ein Scheibchen von Rauschgold oder von Messingblech von 1 bis 2 Centimeter Durchmesser, Fig. 378, welches an einem langen Stäbchen von Schellack oder einem überfirnißten ganz dünnen Glasstäbchen befestigt ist. Berührt man mit diesem Scheibchen den isolirten Leiter bei *a*, während der negativ elektrische Körper *r* sich in der Nähe befindet, so wird sich das Probescheibchen mit der hier angehäuften Elektricität laden, und welche Elektricität dies sei, erfährt man, wenn man das Probescheibchen nun einem geladenen elektrischen Pendel, etwa einem negativ elektrischen, nähert. Das Kügelchen wird in unserem Falle von dem Probescheibchen abgestoßen, weil es sich bei *a* mit $-E$ geladen hat.

Um die bei *a* und *b* durch die vertheilende Wirkung des elektrischen Körpers *r* freigewordene Elektricität auch ohne Probescheibchen nachzuweisen, brachte **Biot** an den Enden des isolirten Leiters elektrische Doppelpendel an (an leinenen Fäden hängende Hollundermarkkügelchen), welche augenblicklich divergiren, sobald man einen elektrischen Körper *r* nähert; die Pendel bei *b* divergiren, weil beide Kugeln mit der durch *r* angezogenen, die bei *a*, weil sie mit der von *r* abgestoßenen Elektricität geladen sind.

Wenn man einen isolirten Leiter, welcher durch Vertheilung elektrisch gemacht ist, mit dem Boden in leitende Verbindung bringt, während der elektrische Körper durch seine Nähe noch vertheilend wirkt, so wird alle abgestoßene Elektricität in den Boden abgeführt, und der isolirte Leiter behält nur die Elektricität, welche vom vertheilenden Körper *r* angezogen wird. Wenn man alsdann die leitende Verbindung mit dem Boden wieder aufhebt und darauf *r* entfernt, so ist nun der isolirte Leiter geladen, und zwar seiner ganzen Ausdehnung nach mit derselben Elektricität.

184 **Das Elektrometer.** Das Princip der elektrischen Vertheilung liefert uns ein treffliches Elektroskop. — Wenn am unteren Ende eines isolirten Metallstabes ein Paar elektrische Pendel hängen, so divergiren sie, wenn man von oben einen elektrischen Körper nähert. Um aus einer solchen Vorrichtung ein brauchbares Elektroskop zu machen, müssen die Pendel zur Abhaltung von Luftströmungen in ein Glasgefäß eingeschlossen, und dann muß das leitende System sorgfältig isolirt sein. Das Metallstäbchen steckt deshalb in einem gefirnißten Glasröhrchen. Die Pendel können aus Strohhalmen oder Metallblättchen u. s. w. bestehen.

Fig. 379 stellt ein Goldblattelektroskop, Fig. 380 stellt ein Strohhalmelektrometer dar. Wird ein solches Instrument mit einem Gradbogen versehen, welcher gestattet, die Divergenz der Pendel zu messen, so erhält man ein Elektrometer.

Fig. 379.

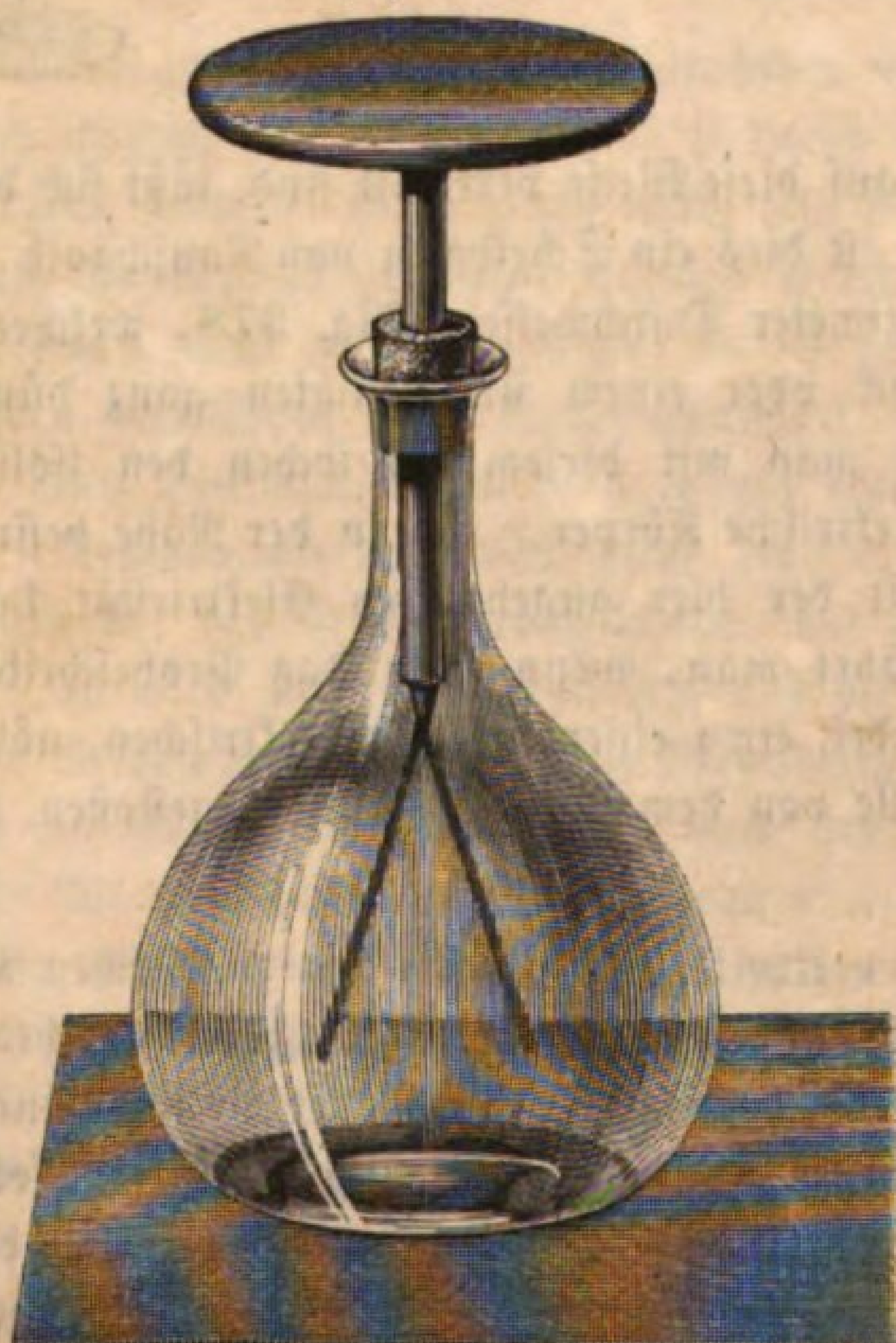
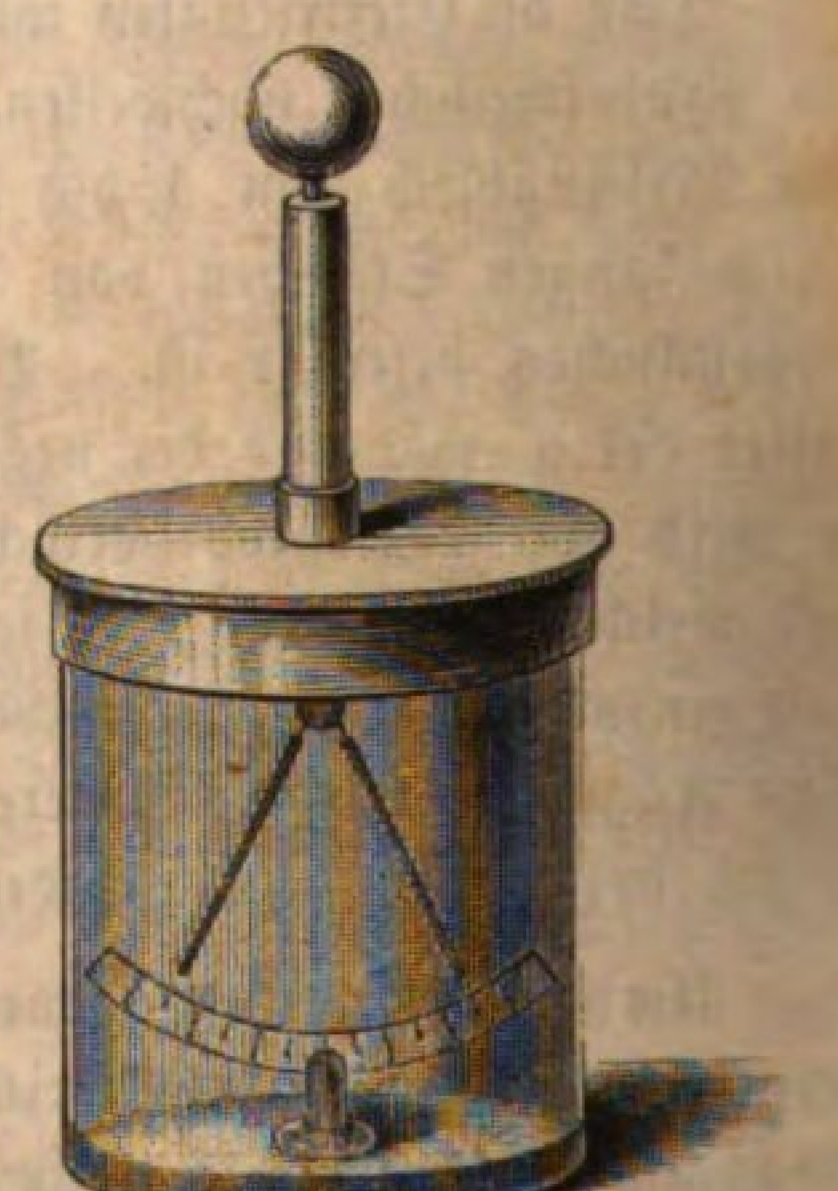


Fig. 380.



Wenn man einem Elektroskope von oben einen elektrischen Körper, etwa eine geriebene Glasstange, nähert, so divergiren die Pendel; die Natur der Elektricität, welche in der oben angeschraubten Metallplatte oder Kugel angesammelt ist, kann man durch Probescheibchen ermitteln, sie ist die entgegengesetzte von derjenigen des genäherten Körpers *r* (Fig. 381).

Wenn man untersuchen will, von welcher Natur die Elektricität irgend eines Körpers sei, so muß das Elektroskop schon im Voraus mit einer bekannten Elektricität geladen werden; dies geschieht, indem man einen Körper *r* von bekannter Elektricität nähert und die Platte mit dem Finger berührt. Dadurch wird alle abgestoßene Elektricität abgeleitet, und im Apparate bleibt nur die angezogene, welche auf der Platte angehäuft ist. Sie ist hier gewissermaßen gebunden, d. h. sie kann sich nicht entfernen, weil sie durch *r* angezogen wird; deshalb divergiren die Blättchen nicht; sobald man aber erst den Finger und dann den Körper *r* entfernt, divergiren die Pendel, weil nun die Elektricität, welche durch den Körper *r* in die Platte gebunden worden war, sich frei über die Blättchen verbreitet. Die Elektricität, mit welcher auf diese Weise das Elektroskop geladen wird, ist natürlich die entgegengesetzte des Körpers *r*; wenn man also eine negative Ladung bezweckt, so kann man eine mit Seide geriebene Glasstange anwenden, indem diese positiv elektrisch ist.

Fig. 381.



Nähert man dem so geladenen Elektroskop einen elektrischen Körper, so wird dadurch die Divergenz der Pendel entweder vergrößert oder verkleinert werden. Sie wird vergrößert, wenn die E des zu untersuchenden Körpers mit derjenigen gleichnamig ist, welche man dem Apparate mitgetheilt hatte; denn durch seine Annäherung wird die bis dahin über die Platte verbreitet gewesene Elektricität auch noch in die Pendel getrieben; diese Pendel werden dadurch stärker geladen, als sie es vorher waren, ihre Divergenz muß also zunehmen.

Wenn der genäherte Körper mit derjenigen E ungleichnamig ist, welche man dem Elektroskope mitgetheilt hatte, so nimmt die Divergenz ab, weil die Elektricität jetzt aus dem Pendel weg und in die Platte gezogen wird. Bei

einer bestimmten Entfernung des genäherten Körpers werden die Pendel vollständig zusammenfallen. Wenn man den zu prüfenden Körper noch mehr nähert, so divergiren die Pendel von Neuem, aber nun mit der entgegengesetzten von der E, welche sie vorher divergiren machte.

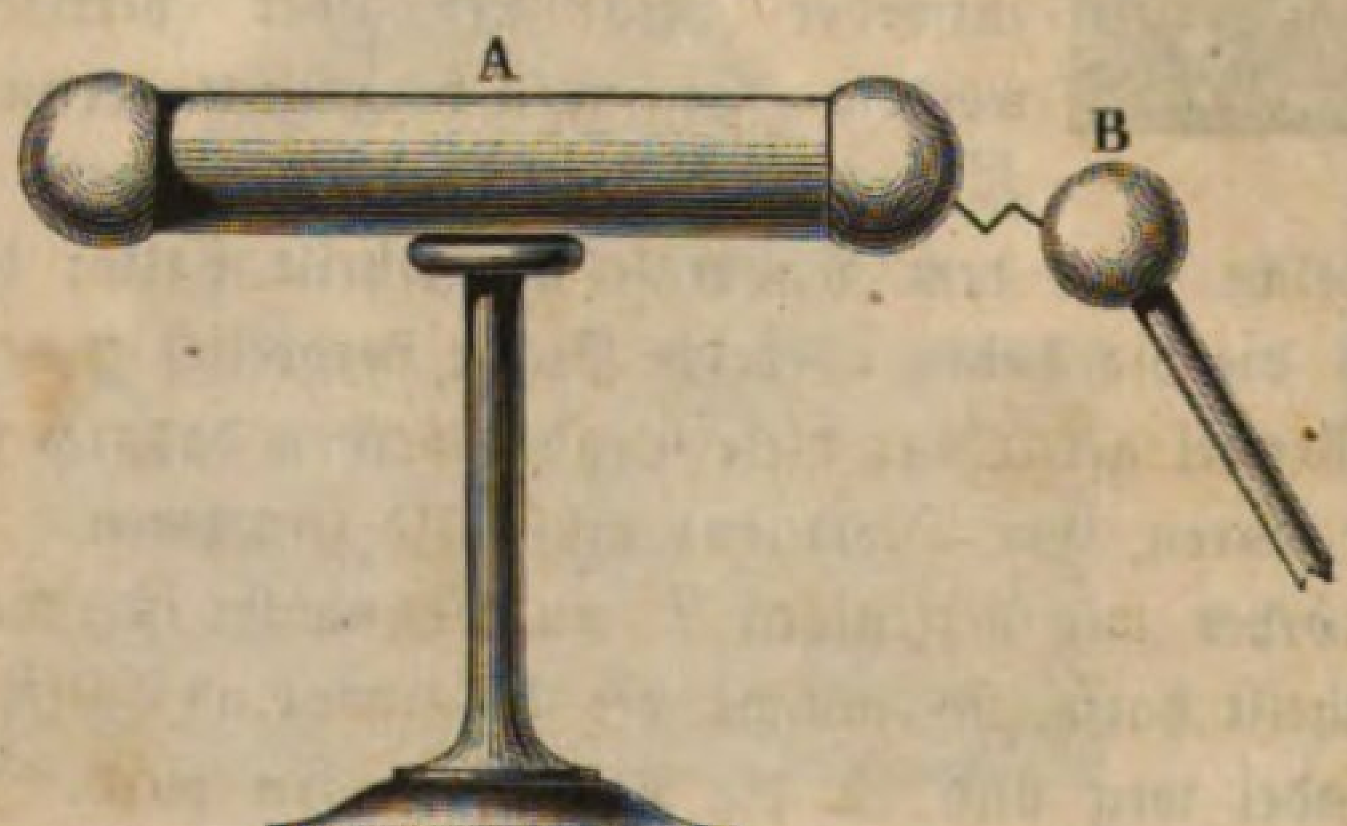
Wenn man einem geladenen Elektroskope einen nicht elektrischen Leiter nähert, so nimmt die Divergenz der Pendel ebenfalls ab. Es ergiebt sich dies leicht als nothwendige Folge der Gesetze der elektrischen Vertheilung.

Die auf S. 334 beschriebenen Anziehungserscheinungen finden durch die Gesetze der elektrischen Vertheilung nun auch ihre Erklärung. Wenn einem Körper, der sich im natürlichen Zustande befindet, ein elektrischer genähert wird, so werden seine Elektricitäten zerlegt. Dies ist nun auch bei dem Korkkügelchen des einfachen elektrischen Pendels der Fall. Ist es an einem Seidenfaden aufgehängt, so kann die abgestoßene E nicht aus dem Kügelchen entweichen, sie wird auf die hintere Seite des Kügelchens getrieben, während sich die angezogene auf der Vorderseite anhäuft. Weil aber die angezogene E dem Körper, von welchem die Wirkung ausgeht, näher ist, so ist die Anziehung stärker als die Abstoßung; die Kraft, welche das Kügelchen gegen den elektrischen Körper hintreibt, ist der Differenz dieser beiden entgegengesetzten Kräfte gleich; darum wird auch hier erst bei sehr geringer Entfernung des elektrischen Körpers eine Anziehung erfolgen. Weit energischer ist die Wirkung, wenn das Kügelchen an einem leitenden Faden aufgehängt ist, weil alsdann die abgestoßene E entweichen kann und durch sie die Anziehung nicht geschwächt wird.

Ein Kügelchen von Schellack wird bei Annäherung eines elektrischen Körpers nicht angezogen, weil der genäherte Körper nur sehr schwer Vertheilung in demselben hervorbringen kann. Es ist dies eine Erscheinung, welche der ähnlich ist, daß ein Magnet in einem Stücke weichen Eisens eine magnetische Vertheilung hervorbringt, in einem Stücke Stahl aber ungleich schwieriger.

185 **Der elektrische Funken.** Wenn man einem isolirten, mit positiver oder negativer Elektricität geladenen Leiter einen anderen nicht elektrischen Leiter nähert, so geht in dem letzteren, wie wir gesehen haben, eine elektrische Vertheilung vor sich, deren Stärke mit der Annäherung zunimmt. Es sei z. B. der isolirte Leiter A, Fig. 382, mit positiver Elektricität geladen worden und man nähere ihm eine metallische Kugel B, so wird sich dieselbe nur mit negativer Elektricität laden, wenn sie mit dem Boden in leitende Verbindung gesetzt wird. Die bei größerer Annäherung zwischen A und B immer wachsende Anhäufung der entgegengesetzten Elektricitäten auf den einander

Fig. 382.



zugekehrten Punkten der beiden Leiter bewirkt, daß die Anziehung dieser entgegengesetzten Elektricitäten endlich so stark wird, daß eine theilweise Vereinigung derselben schon vor sich geht, ehe noch A und B in unmittelbare Berührung kommen, indem die isolirende Luftschicht durchbrochen wird, welche sie noch trennt. Ein solcher Uebergang der entgegengesetzten Elektricitäten von einem Körper zum andern ist dann stets mit einer Lichterscheinung, dem elektrischen Funken, begleitet, während sich zugleich ein mehr oder minder starkes Knacken hören läßt. Die Erscheinung des elektrischen Funkens wird weiter unten noch weiter besprochen werden.

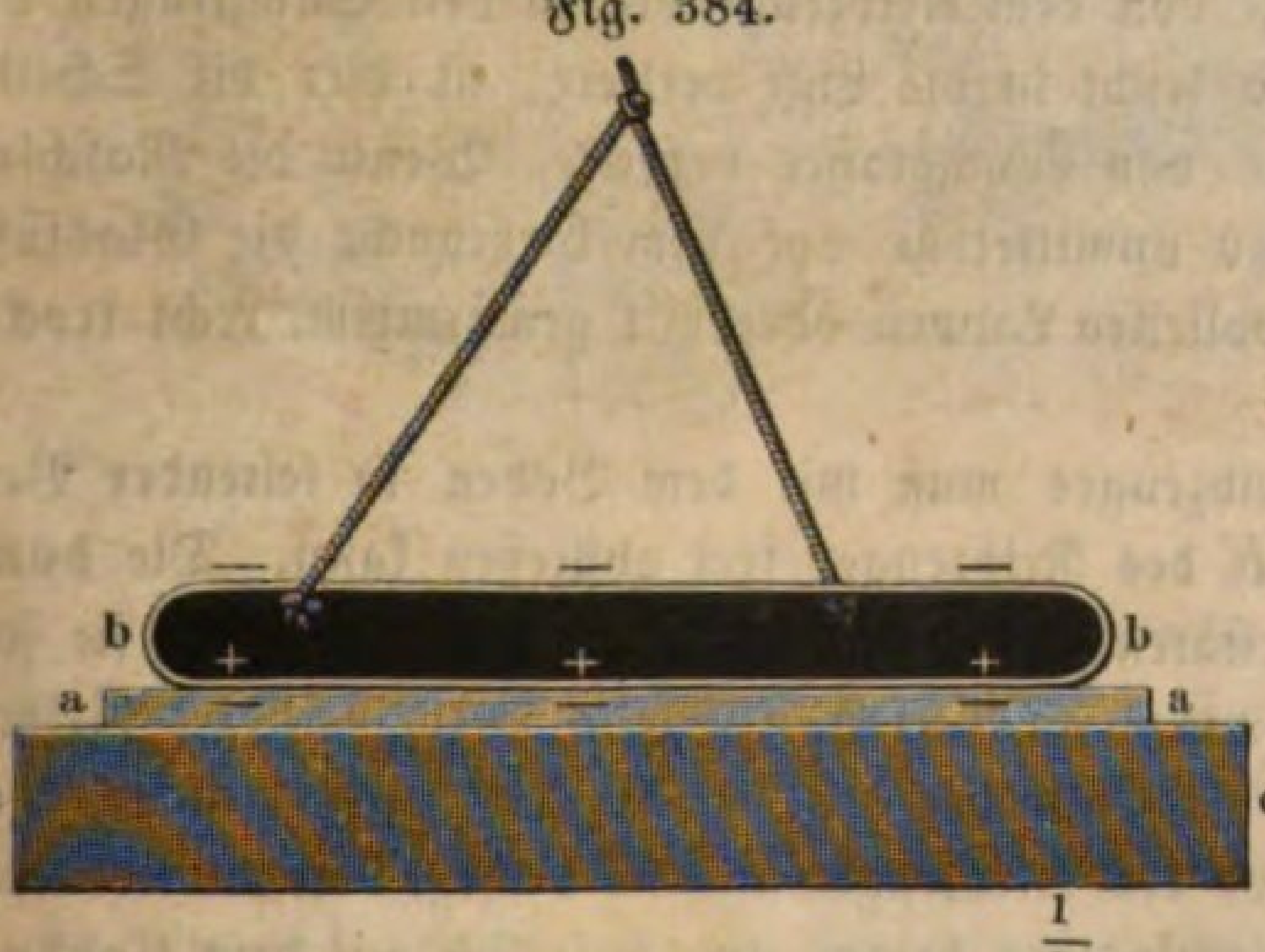
Das Elektrophor ist einer der wichtigsten elektrischen Apparate und 186
kann in vielen Fällen selbst die Elektrisirmaschine ersetzen. Es besteht aus einem Harzkuchen, welcher in eine metallene Form, gleichsam einen Teller von Metall, gegossen ist, oder, wie Fig. 383 zeigt, aus einem Harzkuchen, den man nur auf eine etwas größere Metallplatte oder ein mit Stanniol überzogenes Brett auflegt. Es ist sehr wesentlich, daß die Oberfläche des Harzkuchens möglichst eben sei.

Fig. 383.



Auf diesen Harzkuchen, dessen Oberfläche durch Schlagen mit einem Fuchsschwanze oder einem Katzenpelze negativ elektrisch gemacht wird, setzt man einen durch isolirende seidene Schnüre getragenen Deckel von Metall platt auf. Die $-E$ des Harzkuchens wirkt vertheilend auf die bis dahin noch verbundenen Elektricitäten im Deckel, die $+E$ wird angezogen, die $-E$ aber abgestoßen; die $+E$ wird sich deshalb im unteren, die $-E$ im oberen Theile des Deckels anhäufen, wie Fig. 384 andeutet. Nähert man dem Deckel den Knöchel eines Fingers, so springt ein Funken über, und wenn man den Deckel mit dem Finger berührt, so wird alle $-E$ sich entfernen und der Deckel sich mit $+E$ laden, welche

Fig. 384.



durch die $-E$ des Harzkuchens gebunden ist, so lange der Deckel auf demselben liegen bleibt. Hebt man aber den Deckel von dem Kuchen mittelst der isolirenden Schnüre ab, so wird diese $+E$ frei, und man kann nun aus dem Deckel einen Funken positiver Elektricität ziehen.

Auch von Gutta-Percha, und namentlich aus der Masse, aus welcher die Kautschukkämme verfertigt werden, lassen sich gute Elektrophorkuchen machen.

187 **Die Elektrisirmaschine** besteht aus einem reibenden Körper, einem Reibzeuge und einem isolirten Leiter.

Der reibende Körper ist gewöhnlich ein mit Amalgam überzogenes Leder.

Der geriebene Körper ist eine Glasscheibe oder ein Glascylinder.

Der Conductor besteht aus Hohlkugeln oder Hohlcylindern von Messingblech, welche durch Glasfüße getragen werden.

Man hat der Elektrisirmaschine mancherlei verschiedene Einrichtungen gegeben; eine sehr zweckmäßige ist die in Fig. 385 abgebildete. Die Umdrehungsaxe *i* der Scheibe ist von Glas; sie wird auf der einen Seite durch den Glasfuß *s*, auf der anderen durch eine hölzerne Stütze getragen. Die Reibzeuge stecken in einem durch den Glasfuß *h* getragenen Holzgestell. In dem Conductor *a* steckt die Saugvorrichtung *d*; sie besteht hier aus zwei Holzringen, zwischen welchen sich die Scheibe hindurchbewegt. Auf der der Scheibe zugewandten Seite ist jeder der Holzringe mit einer Rinne versehen, welche mit Stanniol ausgelegt und auf deren Boden eine Reihe von Metallspitzen aufgesetzt ist, die gegen die Scheibe gerichtet sind. Ein Stanniolstreifen muß die Rinnen leitend mit dem Conductor *a* verbinden. — Auch das Gestell des Reibzeuges ist mit einem kleinen messingenen Conductor *o* versehen.

Wird die Glasscheibe gedreht, so wird sie durch die Reibung am amalgamirten Leder $+$ elektrisch; an der Saugvorrichtung angekommen, wirkt die $+E$ der Scheibe zersetzend auf den Conductor; die $-E$ wird angezogen und strömt von den Spitzen auf die Scheibe über, um sie wieder in den natürlichen Zustand zu versetzen, d. h. ihre $+E$ mehr oder weniger vollständig zu neutralisiren. Auf dem Conductor *a* bleibt $+E$ zurück.

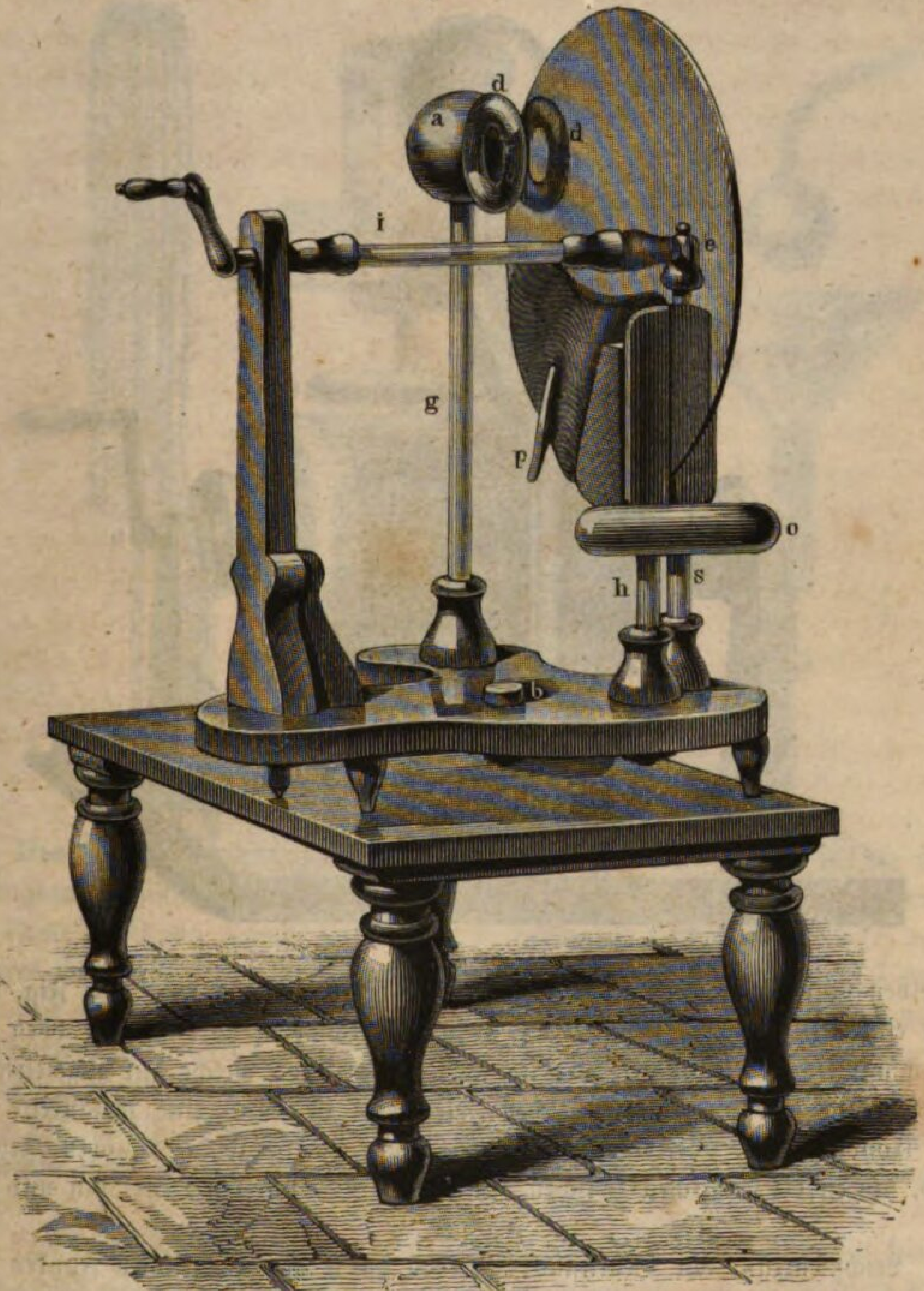
Damit sich auf dem Wege von dem Reibzeuge bis zu den Saugringen die Elektricität des Glases nicht so leicht in die Luft verliere, ist hier die Scheibe auf beiden Seiten mit Stücken von Wachstaffet bedeckt. Wenn die Maschine kräftig wirken soll, so muß man unmittelbar vor dem Gebrauche die Glasfüße und die Scheibe mit warmen wollenen Lappen oder mit gewärmtem, recht trockenem Löschpapier reiben.

Der Conductor *o* des Reibzeuges muß mit dem Boden in leitender Verbindung stehen, damit die $-E$ des Reibzeuges frei abfließen kann. Die durch Reiben freigewordenen Elektricitäten müssen nämlich von der Stelle, wo sie frei wurden, weggeführt werden, wenn an derselben Stelle durch ferneres Reiben von Neuem Elektricität erregt werden soll.

Wenn man den Conductor des Reibzeuges isolirt, dagegen den Conductor *a* mit dem Boden in leitende Verbindung bringt, so häuft sich auf dem Conduc-

tor des Reibzeuges negative Elektricität an, und man kann aus ihm negativ elektrische Funken ziehen.

Fig. 385.

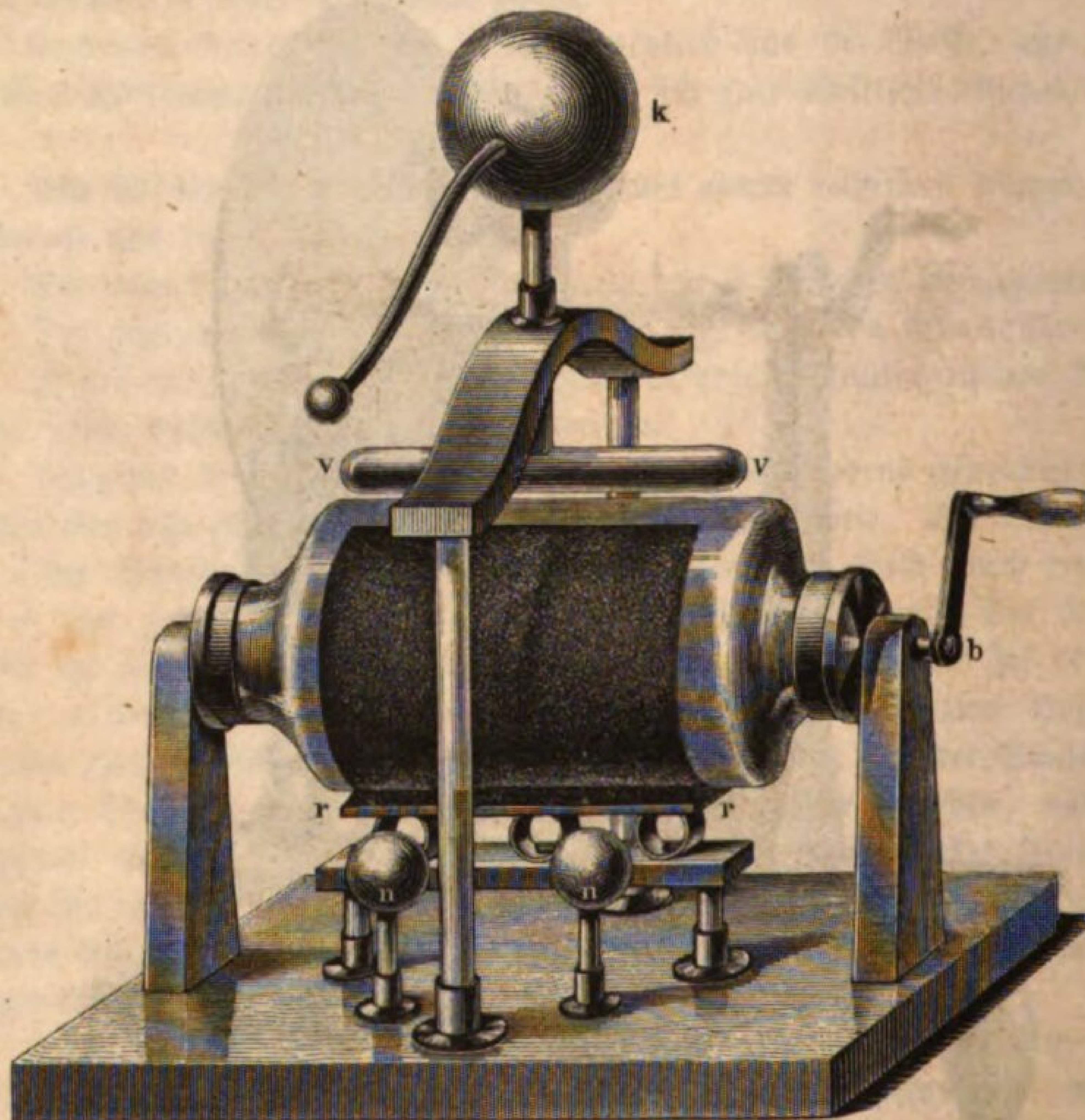


Statt der Glasscheiben wendet man auch Glascylinder zur Construction von Elektrisirmaschinen an. Fig. 386 (a. f. S.) stellt eine Cylindermaschine dar, welche wohl ohne weitere Erläuterung verständlich sein wird.

Mit Hülfe der Elektrisirmaschine lassen sich die elektrischen Anziehungs- und Abstoßungserscheinungen in mannigfachen Abänderungen zeigen. Steckt

man z. B. das Metallstäbchen, Fig. 387, welches oben ein Scheibchen trägt, von dem schmale Papierstreifen herabhängen, auf den Conductor, so werden sich

Fig. 386.



dieselben schirmartig ausbreiten, wenn die Maschine gedreht wird. — Fig. 388 stellt einen Glascylinder von 3 bis 4 Zoll Durchmesser dar, welcher oben und unten mit einer Metallplatte endigt; auf der unteren, welche gut abgeleitet ist, liegen einige Hollundermarkkügelchen, die obere ist durch eine Metallkette mit dem Conductor der Elektrisirmaschine verbunden. Sobald die Maschine gedreht wird, tanzen die Kügelchen zwischen dem oberen und unteren Deckel hin und her.

Leicht entzündliche Gegenstände werden durch den elektrischen Funken entzündet. Schon der einfache Funke des Elektrophors oder noch sicherer der Funke der Elektrisirmaschine entzündet Knallgas, d. h. ein Gemisch von Sauerstoffgas und Wasserstoffgas. (Die elektrische Pistole, Fig. 390; das Eudiometer.)

Fig. 389 erläutert die zweckmäßigste Art, mit Hülfe des elektrischen Funkens Weingeist oder Aether anzuzünden. Man läßt von der mit dem Conductor der Elektrisirmaschine verbundenen Kugel *l* zu der mit dem Boden in leitender

Verbindung stehenden Kugel h, welche sich etwas unter der Oberfläche des Aethers befindet, einen kräftigen Funken überschlagen.

Fig. 387.

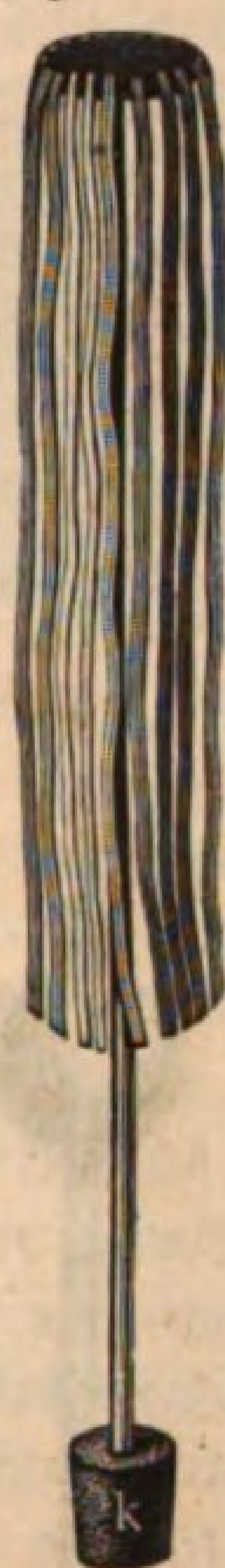


Fig. 388.

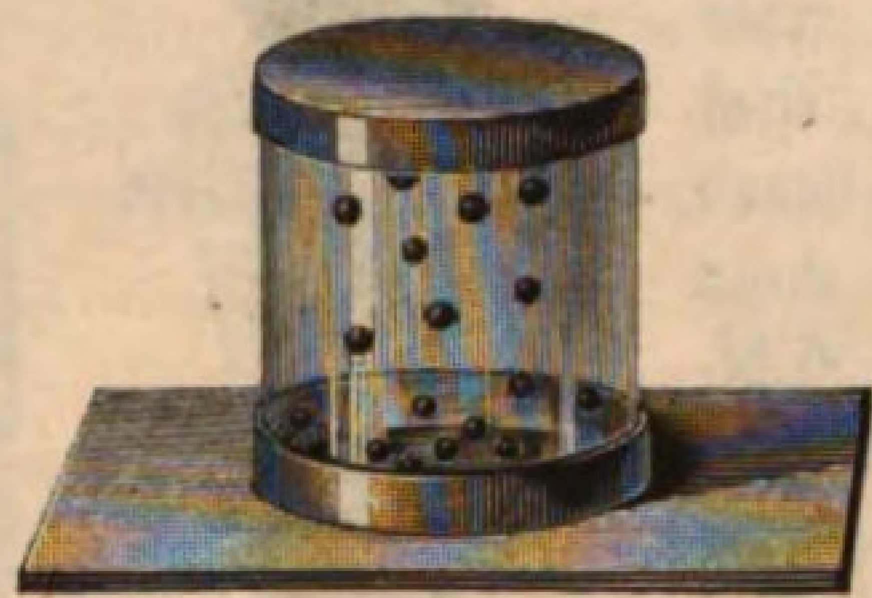


Fig. 389.

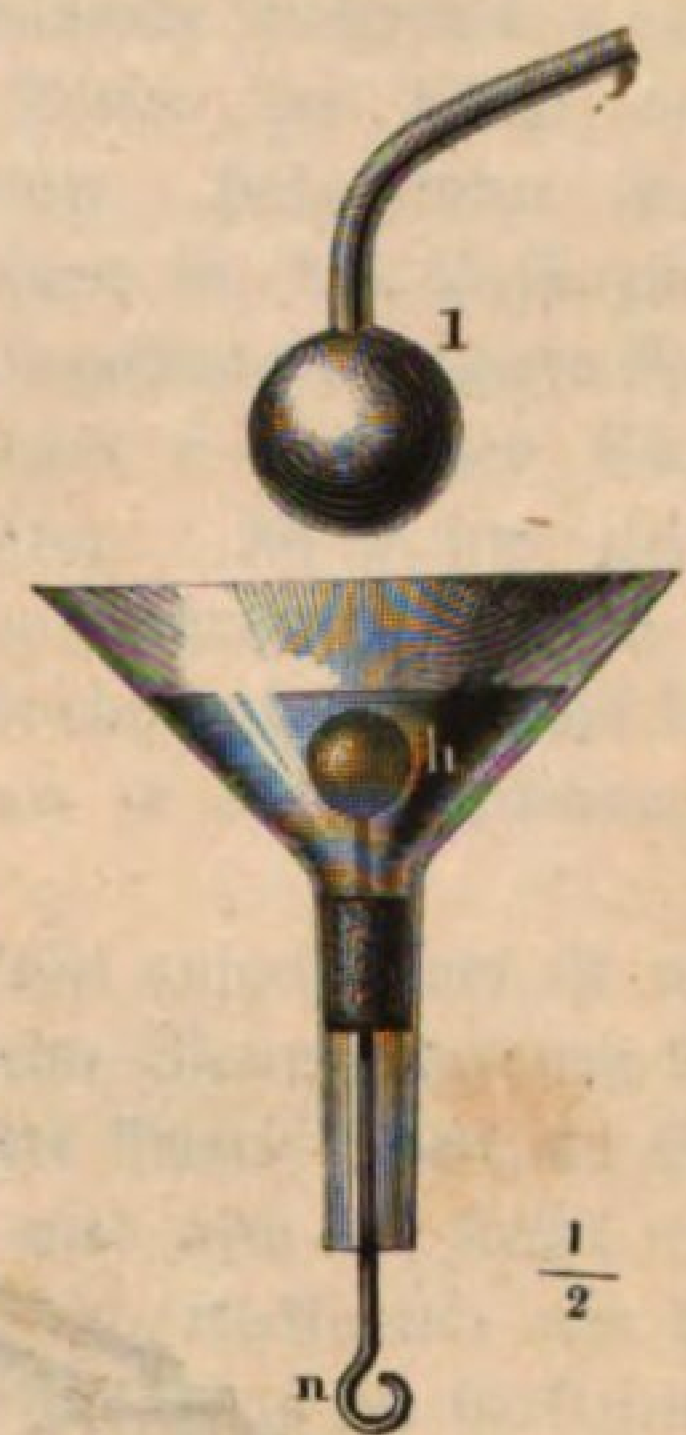
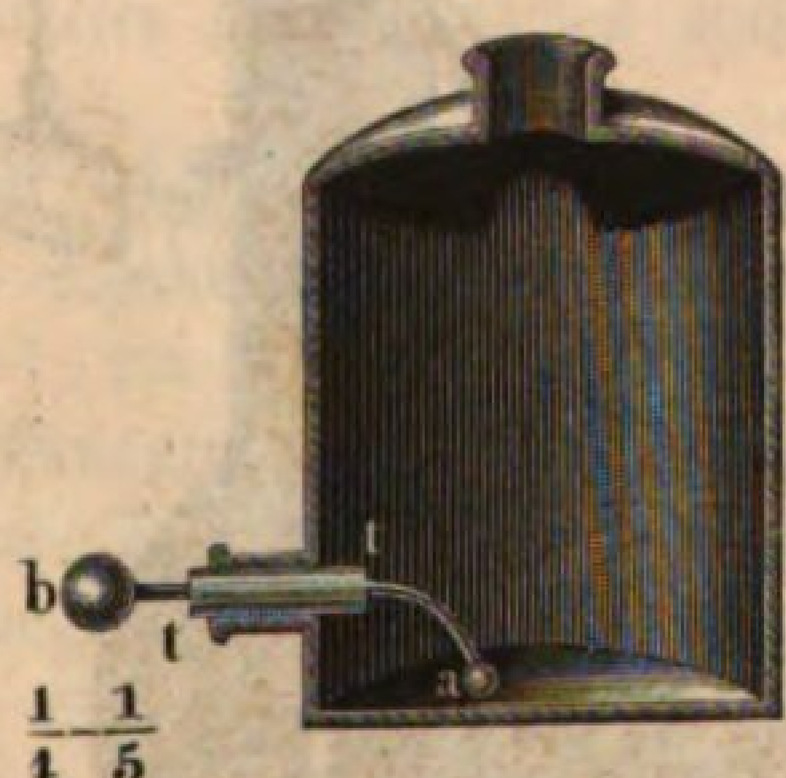


Fig. 390.



Die Dampfelektrisirmaschine. Vor mehreren Jahren machte man 188
in England zufällig die Entdeckung, daß ein Dampfkessel, aus welchem durch eine kleine Oeffnung Dampf mit Gewalt hervordrang, stark elektrisch war; durch weiteres Verfolgen dieser Entdeckung gelangte man dahin, aus einem Dampfkessel eine Elektrisirmaschine zu machen, deren Wirkung alle bis jetzt bekannten Elektrisirmaschinen weit hinter sich läßt. Fig. 391 (a. f. S.) stellt eine Maschine der Art von mittlerer Größe dar. Der Dampfkessel, welcher 44 Centimeter im Durchmesser hat und 96 Centimeter lang ist, ruht auf vier Glasfüßen. Die Heizung ist inwendig in der Weise wie bei den Dampfkesseln auf Dampfschiffen angebracht.

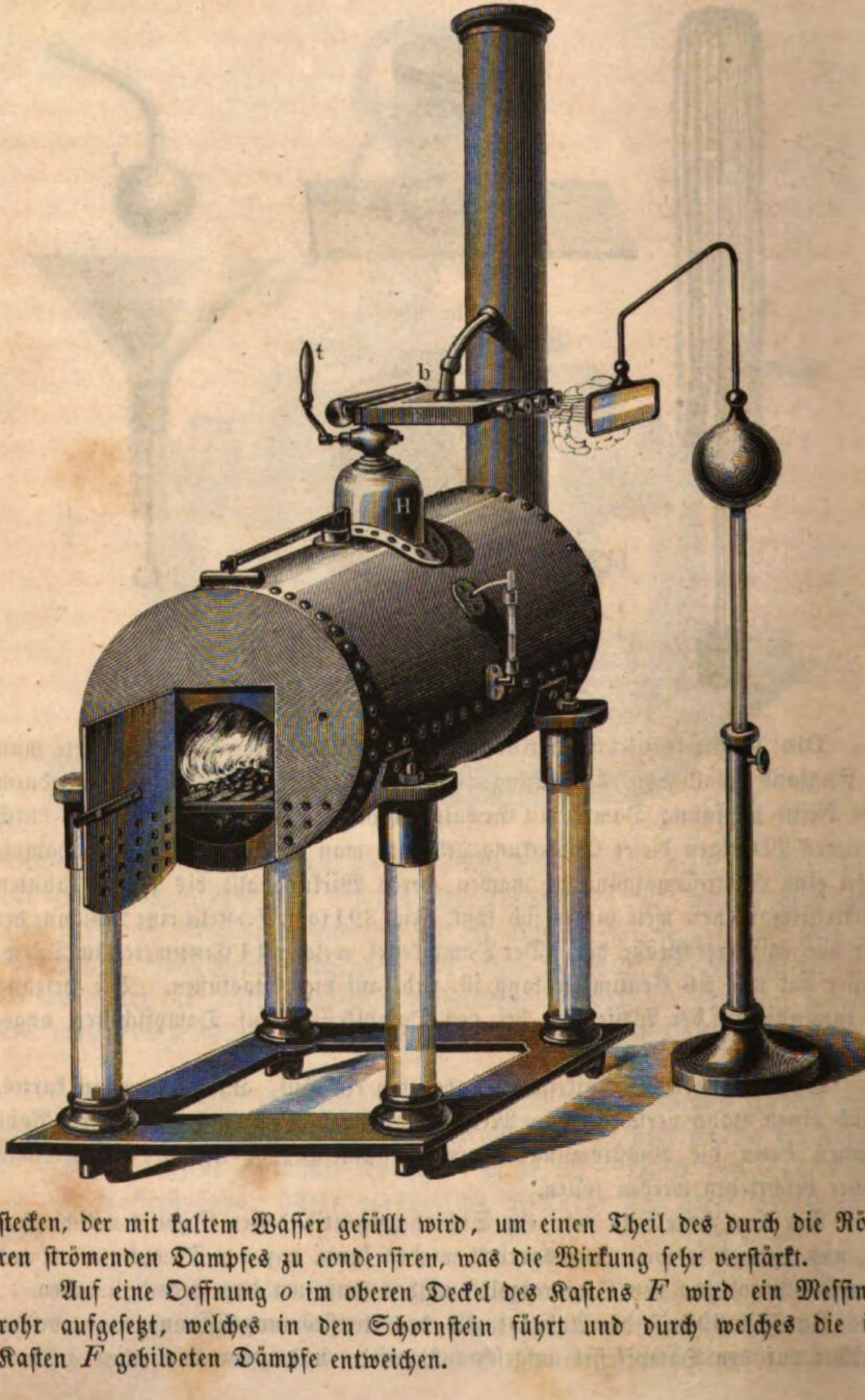
Oben auf dem Dampfkessel befindet sich ein Hut, auf welchem ein kurzes, durch einen Hahn verschließbares Messingrohr befestigt ist; auf dieses kurze Rohr können dann die Ausströmungsöffnungen aufgeschraubt werden, die alsbald näher beschrieben werden sollen.

Vor dem Hute sieht man ein Sicherheitsventil, dessen Gewicht verschiebbar ist, und welches so weit herausgerückt werden kann, daß der Dampf einen Druck von 90 Pfund auf den Quadratzoll ausüben muß, um das Ventil zu heben.

In Fig. 392 ist der Apparat mit den Ausströmungsöffnungen abgebildet, welcher auf den Dampfkessel aufgeschraubt wird, und zwar von oben gesehen.

Zunächst tritt der Dampf in das gußeiserne Rohr bc und tritt dann durch 6 horizontale Röhren dd aus, welche in einem Kasten F von Messingblech

Fig. 391.



stecken, der mit kaltem Wasser gefüllt wird, um einen Theil des durch die Röhren strömenden Dampfes zu condensiren, was die Wirkung sehr verstärkt.

Auf eine Oeffnung o im oberen Deckel des Kastens F wird ein Messingrohr aufgesetzt, welches in den Schornstein führt und durch welches die im Kasten F gebildeten Dämpfe entweichen.

Fig. 393 stellt die Ausströmungsöffnungen im Durchschnitt und zwar in $^1/_2$ der natürlichen Größe dar. An das Ende des Rohres wird ein Messingstück *MN* eingeschraubt, in welchem der das Ende der Ausströmungsröhre bildende Holzpflock *abcd* steckt. Dieser der Länge nach durchbohrte Holzcylinder wird durch einen in das Messingstück *MN* eingeschraubten kurzen Messingcylinder *r* an seiner Stelle festgehalten. An diesem gleichfalls durchbohrten Cylinder *r* ist vorn vor seiner Oeffnung eine Messingplatte so angebracht, daß der Dampf den durch den Pfeil bezeichneten Umweg machen muß, um in die Ausströmungsöffnung zu gelangen.

Fig. 392.

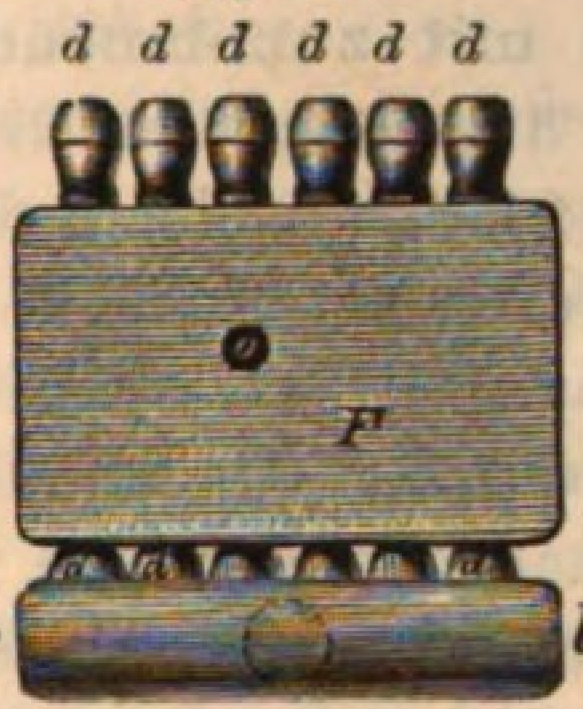
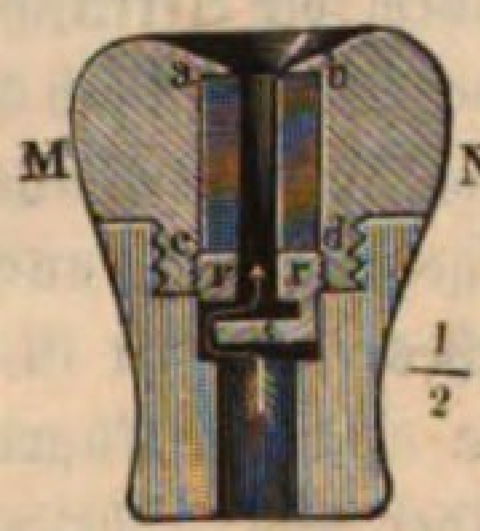


Fig. 393.



Wenn der Apparat, Fig. 392, auf den Dampfkessel aufgeschraubt ist und der Dampf die nöthige Spannkraft hat, wird durch eine Viertelumdrehung des Handgriffes *t*, Fig. 391, der Absperrhahn geöffnet; der Dampf strömt mit Gewalt aus den sechs Oeffnungen hervor, und alsbald wird auch der Kessel elektrisch. Der entweichende Dampf hat die entgegengesetzte Elektricität wie der Kessel; um aber eine möglichst starke Wirkung zu erhalten, muß die Elektricität des Dampfes möglichst abgeleitet werden; dies geschieht dadurch, daß man in den Dampfstrom eine Reihe von Metallspitzen stellt, welche, an einem messingenen Conductor befestigt, mit dem Boden in leitender Verbindung stehen. Dieser Conductor steht auf einem Glasfuße, so daß man ihn isoliren kann, um zu zeigen, daß der Dampf in der That die entgegengesetzte Elektricität des Kessels hat.

Mit dieser Hydroelektrisirmaschine läßt sich eine Batterie von 36 Quadratfuß Oberfläche in Zeit von 30 Secunden vollständig laden.

Die Quelle dieser starken Elektricitätsentwickelung ist nicht etwa, wie man anfangs glaubte, die Dampfbildung selbst, sondern lediglich die Reibung des mit Wassertheilchen vermischten heftig ausströmenden Dampfes an den Wänden der Ausströmungsröhren. Daß dies wirklich der Fall ist, geht daraus hervor, daß augenblicklich alle Elektricität verschwindet, wenn man das Sicherheitsventil öffnet, obgleich die Dampfbildung ununterbrochen fortdauert.

Zur Erzeugung der Elektricität ist es wesentlich, daß schon condensirte Wassertheilchen durch den ausströmenden Dampf mit durch die Ausströmungsröhren durchgetrieben werden; deshalb der Condensationsapparat *F*, Fig. 392. Wenn die Ausströmungsröhren lang genug sind, ist kein besonderer Abkühlungsapparat nöthig.

Wenn die Dampfmündung durch eine Holzröhre gebildet wird, wie es oben angegeben wurde, so ist der Kessel negativ, der Dampf positiv elektrisch; dasselbe ist der Fall bei Anwendung einer metallenen oder gläsernen Dampfmündung. Wendet man statt der hölzernen eine elfenbeinerne Röhre an, so zeigt der Kessel kaum Spuren einer Ladung.

Wenn man vor der Dampfmündung etwas Terpentinöl in die Ausströmungsröhre bringt, so wird der Kessel positiv und der Dampf negativ elektrisch.

189 **Abnahme der elektrischen Wirkungen mit zunehmender Entfernung.** Das Gesetz, nach welchem die elektrischen Anziehungen und Abstoßungen mit wachsender Entfernung abnehmen, läßt sich durch die Oscillationen eines elektrischen Pendels nachweisen. Man läßt eine kleine Nadel von Schellack, die an einem Seidenfaden horizontal aufgehangen ist und an ihrem einen Ende ein Scheibchen von Rauschgold trägt, welches elektrisirt ist, unter dem Einflusse einer elektrisirten isolirten Kugel oscilliren. Ist die Kugel und das Scheibchen mit derselben Elektricität geladen, so bildet das Scheibchen das der Kugel abgewandte Ende des elektrischen Pendels; sind aber die Elektricitäten des Scheibchens und der Kugel entgegengesetzt, so ist das Scheibchen der Kugel zugewandt. Aus den Oscillationen des elektrischen Pendels kann man auf die dasselbe beschleunigenden Kräfte schließen. Aus solchen Versuchen ergiebt sich, daß die elektrischen Anziehungen und Abstoßungen im umgekehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernung stehen.

190 **Vertheilung der Elektricität auf der Oberfläche leitender Körper.** So lange ein Körper im natürlichen Zustande sich befindet, d. h. so lange die beiden elektrischen Fluida noch verbunden sind, sind sie wahrscheinlich ganz gleichförmig in der ganzen Masse des Körpers vertheilt. Sobald aber die eine Flüssigkeit von der anderen getrennt ist, sobald ein Leiter mit freier Elektricität geladen ist, wirken die einzelnen Theilchen dieser freien Elektricität abstoßend auf einander und entfernen sich deshalb so weit von einander, als nur irgend möglich ist, bis sie durch irgend ein Hinderniß aufgehalten werden. Ein vollkommen leitender Körper kann in seinem Inneren dieser Dispersion kein Hinderniß entgegensetzen; die Elektricität verbreitet sich deshalb auf seine Oberfläche und würde sich noch weiter zerstreuen, wenn sich der Körper in einem für die Elektricität leicht durchdringlichen Raume befände. Die Elektricität verbreitet sich also stets auf der Oberfläche der Leiter und wird auf derselben durch die Luft zurückgehalten, welche sie gleichsam wie eine nicht leitende Schicht umgiebt.

Daß sich die freie Elektricität nur auf die Oberfläche der Körper und nicht im Inneren derselben verbreitet, läßt sich am einfachsten durch folgenden Versuch darthun:

Eine Kugel von Messingblech, welche mit einer Höhlung versehen und durch einen Glasfuß isolirt ist, wie Fig. 394 zeigt, werde mit Elektricität geladen. Wenn man nun die Oberfläche dieser Kugel an irgend einer Stelle mit einem Probescheibchen berührt, so nimmt es Elektricität auf; wenn man aber den Boden der Höhlung mit dem Probescheibchen berührt, so bleibt es in seinem natürlichen Zustande.

Es fragt sich nun, in welcher Weise sich die Elektricität auf der Oberfläche der Körper vertheilt.

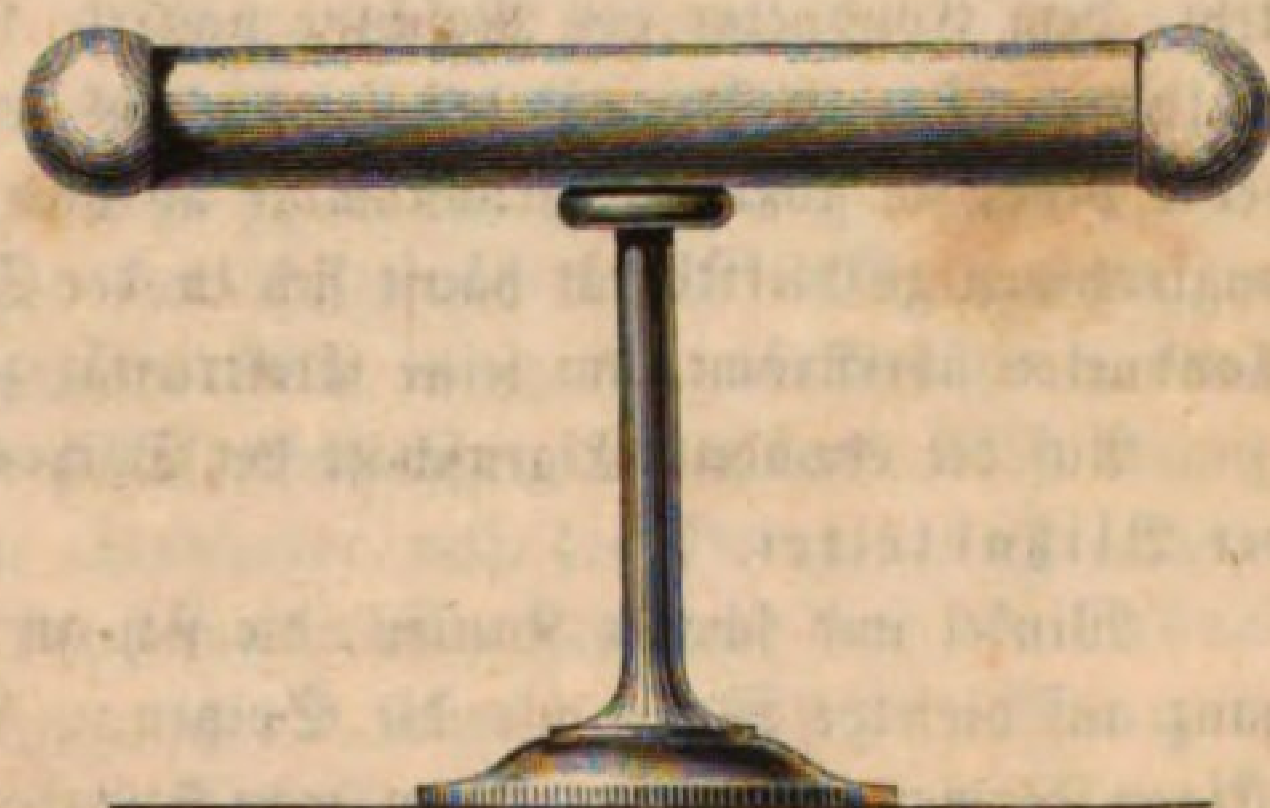
Elektrisirt man eine isolirte Kugel, so erfordert schon das Gesetz der Sym-

metrie, daß sich die Elektricität auf der ganzen Oberfläche gleichförmig verbreitet, daß sie eine Schicht bildet, welche überall gleiche Dichtigkeit hat. Aber auch durch den Versuch kann man sich davon überzeugen, daß es wirklich so ist. Berührt man nämlich die elektrisirte Kugel an irgend einer Stelle mit einem Probescheibchen, so bildet dasselbe hier gleichsam ein Element der Kugeloberfläche, und es verbreitet sich auf dem Probescheibchen gerade so viel Elektricität, als sich auf dem bedeckten Kugelstücke befand; hebt man nun das Scheibchen ab, so kann man die Stärke seiner elektrischen Ladung dadurch bestimmen, daß man die Platte eines Elektroskops mit diesem Probescheibchen berührt. Die Divergenz der Goldblättchen ist immer dieselbe, an welcher Stelle der Kugeloberfläche man auch das Probescheibchen aufsetzen mag.

Fig. 394.



Fig. 395.



Wenn der isolirte Leiter, den man elektrisirt, nicht kugelförmig ist, so findet auch keine gleichmäßige Vertheilung der Elektricität Statt, d. h. die elektrische Schicht, welche sich über den Körper verbreitet, hat nicht überall gleiche Dichtigkeit. Untersucht man mit Hülfe eines Probescheibchens die Dichtigkeit der Elektricität an verschiedenen Stellen eines Cylinders (Fig. 395) mit abgerundeten Enden, so findet man, daß die Dichtigkeit der Elektricität an den Enden weit größer ist als in der Mitte. Noch weit stärker wird das Probescheibchen geladen, wenn man es so an das Ende des Cylinders hält, daß seine Fläche nicht auf dem Cylinder aufliegt, sondern daß seine Ebene in die Verlängerung der Cylinderaxe fällt. Ganz ähnliche Resultate erhält man, wenn man den elektrischen Zustand einer Scheibe, etwa eines Elektrophordeckels, untersucht.

Daß eine solche Vertheilung der Elektricität auf der Oberfläche von Körpern stattfinden müsse, welche nach verschiedenen Richtungen hin ungleiche Ausdehnung haben, läßt sich leicht einsehen; denn in Folge der gegenseitigen Abstoßung der einzelnen Theilchen des elektrischen Fluidums werden sie sich möglichst weit von der Mitte des Körpers entfernen, also in den entferntesten Hervorragungen anhäufen.

Je mehr sich die Gestalt eines Körpers von der Kugelgestalt entfernt, desto ungleichförmiger vertheilt sich die Elektricität auf seine Oberfläche, sie häuft sich an den von seiner Mitte entfernteren Enden am meisten an, und zwar um so mehr, je dünner sie sind. Es geht daraus hervor, daß, wenn man an einem isolirten Leiter eine Spitze anbringt, die Elektricität an dieser Spitze eine außerordentliche Dichtigkeit haben muß. Je dichter aber die Elektricität in einem Punkte ist, desto eher wird sie durch die Luft entweichen. Daher kommt es, daß aus Spitzen die Elektricität so leicht ausströmt. Man kann eine Menge von Versuchen anstellen, durch welche dieses Vermögen der Spitzen bewiesen wird; wir wollen jedoch nur einige hervorheben.

1) Wenn man den Conductor einer Elektrisirmaschine mit einer Spitze versieht, so ist es unmöglich, ihn so zu laden, daß man aus ihm Funken ziehen könnte, namentlich, wenn man der Spitze einen nicht isolirten Leiter entgegenhält.

2) Wenn man eine Spitze, die mit dem Boden in leitender Verbindung steht, dem Conductor der Maschine nähert, so ist es gleichfalls unmöglich, ihn zu laden. Die Elektricität des Conductors zerlegt die verbundenen Elektricitäten der Spitze, sie stößt die gleichnamige ab und zieht die ungleichnamige an; diese ungleichnamige Elektricität häuft sich in der Spitze so stark an, daß sie nach dem Conductor überströmt, um seine Elektricität zu neutralisiren.

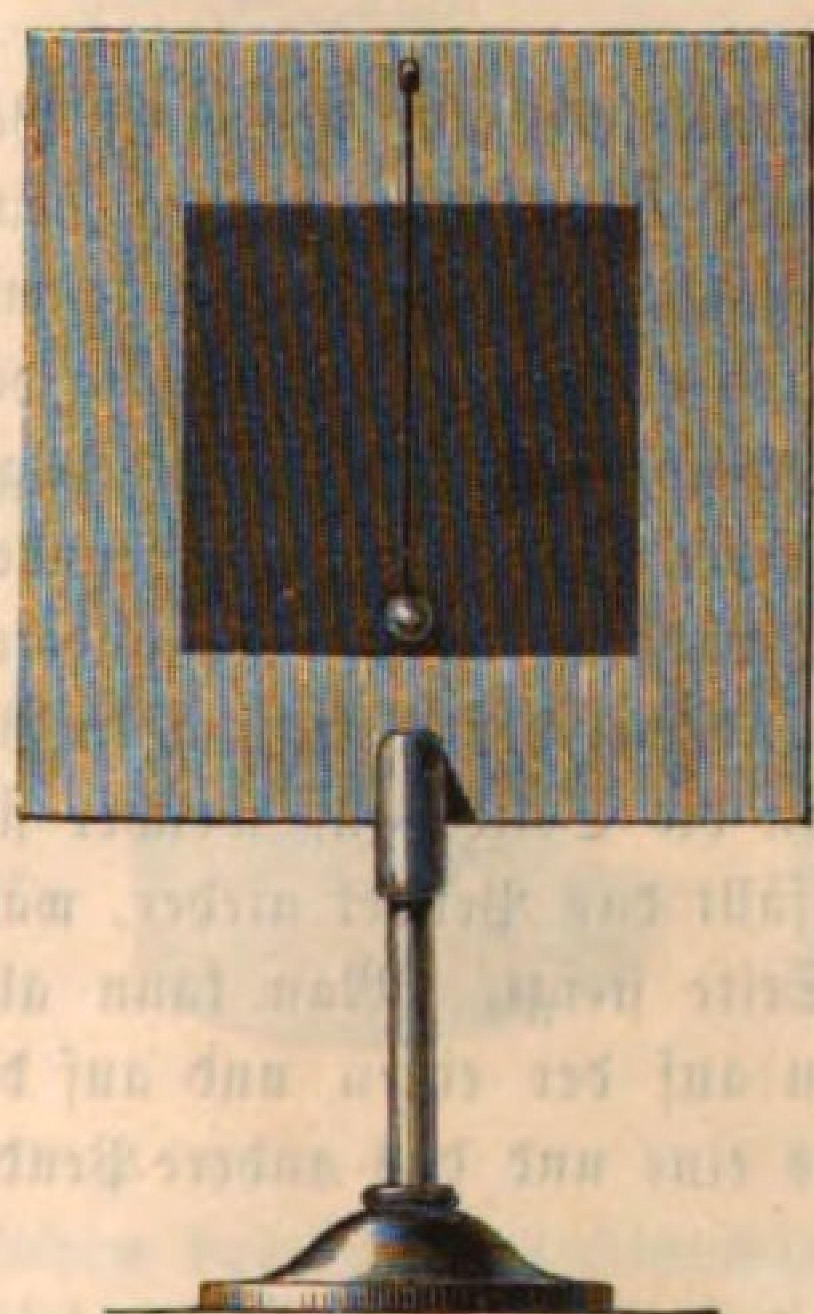
Auf die erwähnte Eigenschaft der Spitzen gründet sich auch die Construction der Blitzableiter.

Winkel und scharfe Kanten, die sich an leitenden Körpern befinden, wirken ganz auf dieselbe Weise wie die Spitzen. Man muß deshalb sorgfältig alle eckigen Formen vermeiden, wenn man Apparate construiren will, welche bestimmt sind, die Elektricität zu erhalten.

191 **Gebundene Elektricität.** Wir haben schon gesehen, daß ein isolirter Leiter, welcher in der Nähe eines elektrischen Körpers steht, durch Vertheilung elektrisch wird, und daß er, mit dem Boden in leitende Verbindung gesetzt, doch mit derjenigen Elektricität geladen bleibt, welche der des vertheilenden Körpers entgegengesetzt ist. Wenn zwei isolirte Leiter einander nahe stehen, von welchen der eine mit $+E$, der andere mit $-E$ geladen ist, so wird jeder einen Theil der Elektricität auf dem anderen zurückzuhalten, d. h. zu binden im Stande sein. Je näher die beiden Elektricitäten einander gebracht werden, desto stärker ziehen sie sich an, desto vollständiger ist also auch ihre gegenseitige Bindung; wenn aber die beiden Leiter nur durch eine Luftschicht getrennt sind, so kann die Bindung nicht sehr vollständig sein, weil man die Leiter nicht sehr nähern kann, ohne daß die Luftschicht durchbrochen wird und ein Funken überspringt. Wenn also die Bindung möglichst vollkommen sein soll, so müssen die beiden mit entgegengesetzten Elektricitäten geladenen Leiter nicht durch Luft, sondern durch einen andern Isolator getrennt sein, welcher dem Uebergange der Elektricität einen größeren Widerstand entgegensetzt; man wählt dazu am besten Glas oder Harz.

Um die Eigenschaften der gebundenen Elektricität näher zu untersuchen, ist die Franklin'sche Tafel ganz besonders geeignet. Fig. 396 stellt eine

Fig. 396.



Glastafel vor, deren Seiten ungefähr 1 Fuß lang sind. In der Mitte ist die Glastafel auf jeder Seite mit Stanniol belegt, so daß das Glas an dem Rande ungefähr handbreit frei bleibt. Um die unbelegten Stellen des Glases besser isolirend zu machen, kann man sie mit Firniß überstreichen. Wenn man nun die vordere Belegung mit positiver, die hintere mit negativer Elektricität ladet, so sind die beiden entgegengesetzten Elektricitäten nur durch die Dicke der Glasscheibe von einander getrennt; die Bindung wird also hier ziemlich vollständig stattfinden.

Um die beiden Belegungen der Franklin'schen Tafel mit den entgegengesetzten Elektricitäten zu laden, hat man nicht nöthig, jede mit einer Elektricitätsquelle in Verbindung zu bringen. Man bringe die eine Belegung, etwa die vordere, mit dem Conductor der Elektrisirmaschine in leitende Verbindung, so wird ein Theil der $+E$ vom Conductor auf die Belegung übergehen. Die Elektricität auf der vorderen Belegung wirkt vertheilend auf die verbundenen Elektricitäten der hinteren; und sobald man diese mit dem Boden in leitende Verbindung setzt, strömt die $+E$ in den Boden über und die $-E$ verbreitet sich auf der hintern Belegung. Die $-E$ auf der hinteren Belegung wirkt aber bindend auf die $+E$ der vorderen, und dadurch wird es möglich, daß von Neuem Elektricität vom Conductor aus auf die vordere Belegung übergeht, die auch durch ihre vertheilende Kraft wieder die $-E$ auf der hinteren Belegung vermehrt. Man kann auf diese Weise leicht die eine Belegung mit $+E$, die andere mit $-E$ laden.

So klein auch die Entfernung der beiden Belegungen sein mag, so ist doch die gegenseitige Bindung nicht vollständig. Damit auf der einen Seite die E vollständig gebunden sei, muß auf der anderen Seite ein Ueberschuß von Elektricität, also freie E vorhanden sein. Man berühre die eine Belegung der geladenen Franklin'schen Tafel, etwa die hintere, mit dem Finger, während die vordere nicht mehr mit dem Conductor verbunden ist, so kann man nur etwas E ableiten; auf der hinteren Belegung bleibt immer noch eine starke Ladung $-E$ zurück, welche vollständig gebunden ist. Damit aber diese $-E$ vollständig gebunden sei, ist durchaus erforderlich, daß auf der anderen Seite ein Ueberschuß von $+E$ sich befinde. Daß es auch wirklich so sei, davon kann man sich leicht überzeugen. Nachdem man alle nicht gebundene $-E$ der hinteren Belegung abgeleitet hat, berühre man die vordere Belegung, so wird bei Annäherung des Fingers ein schwacher Funken überspringen, ein Beweis,

daß hier freie Elektricität vorhanden war. Hat man nun von der vorderen Belegung alle freie $+E$ weggenommen, so ist nun wieder auf der anderen Seite freie $-E$, und man kann nun von der hinteren Belegung einen schwachen Funken locken u. s. w.

Es läßt sich dieser Ueberschuß an Elektricität, welcher auf der einen Belegung vorhanden sein muß, um die entgegengesetzte E auf der anderen Seite vollständig zu binden, auch dem Auge sichtbar machen. Man befestige mit etwas Wachs auf jeder Seite der Tafel ein leichtes elektrisches Pendel in der Weise, wie man in Fig. 397 sieht, welche die Scheibe im Durchschnitte zeigt.

Fig. 397.



$\frac{1}{10}$

Auf der Seite, auf welcher freie Elektricität sich befindet, wird das Pendel abgestoßen, während es auf der anderen Seite gerade herunterhängt und mit der Belegung in Berührung bleibt. Berührt man die Seite, auf welcher sich freie Elektricität befindet, so fällt das Pendel nieder, während das auf der anderen Seite steigt. Man kann also durch abwechselndes Berühren auf der einen und auf der anderen Seite abwechselnd das eine und das andere Pendel steigen machen.

Diese Erscheinung mit den Pendeln läßt sich leicht erklären. Wenn auf der einen Seite ein Ueberschuß von $+E$ ist, so wirkt sie anziehend sowohl auf die E der anderen Belegung, als auch auf die wenige Elektricität, die sich etwa im Kügelchen des Pendels befindet. Freilich wirkt die $-E$ der hinteren Belegung abstoßend auf die $-E$ im Kügelchen; aber die Kraft, mit welcher der Ueberschuß der $+E$ das negative Kügelchen anzieht, ist größer als die Kraft dieser Abstoßung. Leitet man aber die überschüssige $+E$ ab, so verbreitet sich die freigewordene $-E$ zum Theil über das Kügelchen, welches nun abgestoßen wird, weil jetzt kein Ueberschuß von $+E$ auf der anderen Seite mehr vorhanden ist, welcher es zurückhalten könnte.

Dadurch, daß man abwechselnd die eine und dann die andere Belegung mit dem Finger berührt und so immer die freie Elektricität auf der einen Seite wegnimmt, wird allmälig der Apparat ganz entladen. Wenn man aber die beiden Belegungen zugleich berührt, oder sie auf irgend eine andere Weise in leitende Verbindung setzt, so findet die Entladung auf einmal Statt, indem die angehäuften entgegengesetzten Elektricitäten der beiden Belegungen auf diesem Wege zu einander übergehen.

192 **Die Leydner Flasche** ist nur eine veränderte Form der Franklin'schen Tafel; sie besteht aus einem Glasgefäße, welches außen mit Stanniol überklebt ist, welche Belegung bis auf einige Zoll vom Rande hinaufreicht; innen ist das Gefäß auf ähnliche Weise mit einer Belegung versehen oder mit einer leitenden Substanz, etwa Eisenfeile oder Schrotkörnern, gefüllt. Die innere Belegung ist mit einem Messingstabe verbunden, welcher durch den

Stopfen oder den Deckel des Gefäßes hindurchgeht und mit einem Knopfe endigt. Fig. 398 und Fig. 399 stellen zwei Formen der Leydner Flasche dar.

Fig. 398.



Fig. 399.



Es ist gut, wenn der nicht belegte Theil des Glases gefirnißt ist. Um die Flasche zu laden, bringt man die äußere Belegung mit dem Boden, den Knopf mit dem Conductor der Maschine in leitende Verbindung.

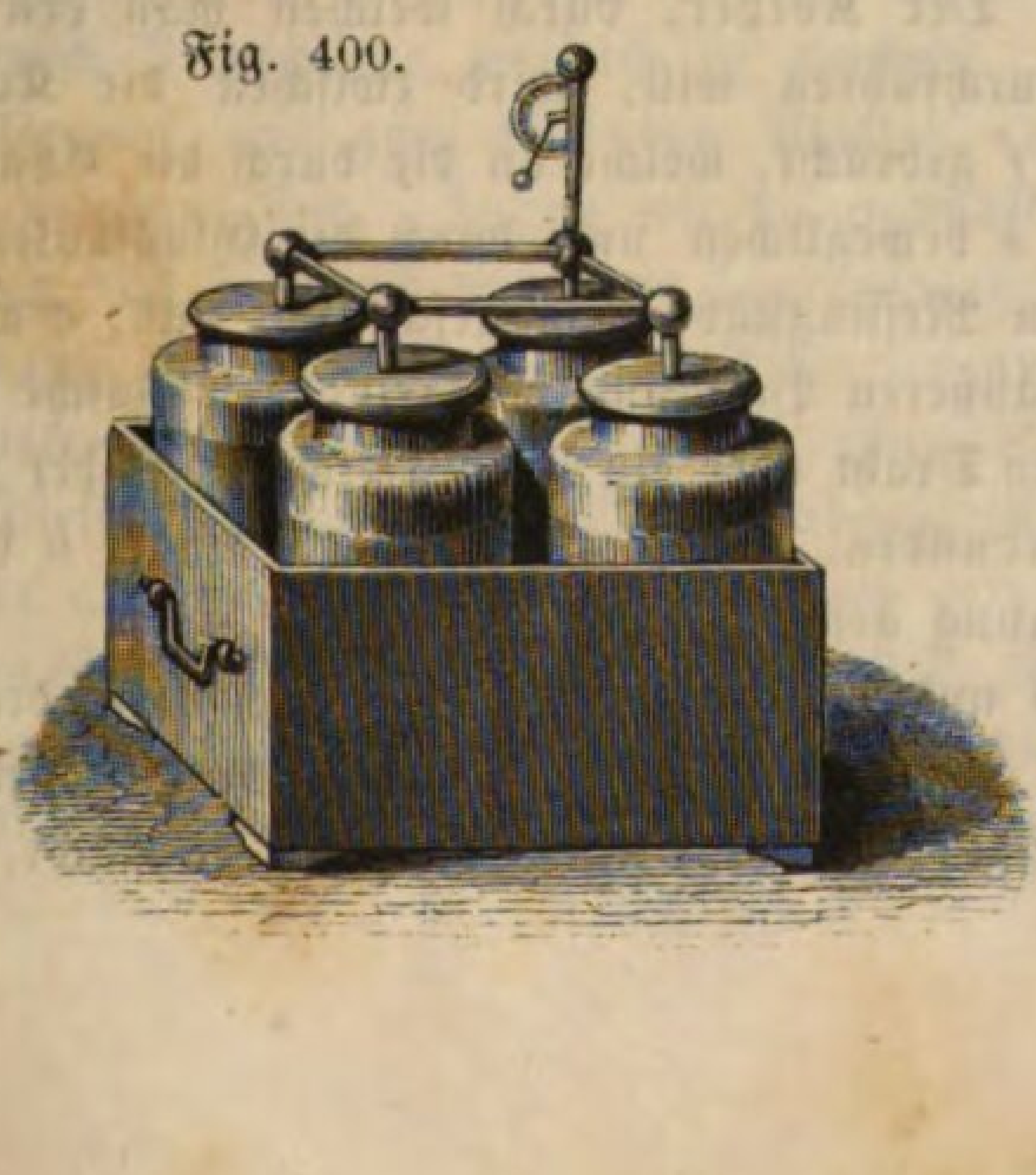
Die Leydner Flaschen entladen sich manchmal von selbst, indem entweder ein Funken von der äußeren Belegung zu dem Metallstabe überspringt, oder indem das Glas durchbrochen wird. Im letzteren Falle ist die Flasche natürlich für die Folge unbrauchbar.

Wenn man zur Entladung der Flasche mehrere Leiter zugleich anwendet, so theilt sich der Entladungsschlag im Verhältnisse ihrer Leitungsfähigkeit. Drückt man z. B. mit der einen Hand einen Metalldraht an die äußere Belegung, so kann man ungestraft mit der anderen Hand das andere Ende des Drahtes an den Knopf halten; der Entladungsschlag geht durch das Metall und nicht durch den Körper, weil das Metall ungleich besser leitet; der Draht darf jedoch nicht zu dünn sein.

Um recht starke Ladungen zu erhalten, muß man möglichst große Flaschen nehmen, oder man muß mehrere Flaschen zu einer elektrischen Batterie verbinden. Eine solche Batterie ist in Fig. 400 dargestellt. Alle äußeren Belegungen der Flaschen sind unter sich in leitender Verbindung, ebenso alle inneren Belegungen.

Wenn der Entladungsschlag einer Leydner Flasche durch den menschlichen Körper hindurchgeht, so bringt er auf das Gefühl eine eigenthümliche, schwer zu beschreibende Empfindung, ein unwillkürliches Zucken der Nerven hervor. Am besten macht man den Versuch, wenn man mit einer Hand die äußere Belegung, mit der anderen den Knopf anfaßt. Bei schwächeren Ladungen ist

Fig. 400.



der Schlag nur in den Vorderarmen fühlbar; stärker fühlt man ihn auch im Oberarme, und wenn die Ladung noch stärker gemacht wird, so bringt der Schlag einen heftigen Schmerz in der Brust hervor. Sehr starke Schläge können in der That gefährlich werden. Um kleinere Thiere, wie Vögel, Hasen u. s. w., durch den elektrischen Schlag zu tödten, hat man noch nicht einmal große Batterien nöthig, mit welchen man selbst noch größere Thiere tödten kann. An den durch einen elektrischen Schlag getödteten Thieren hat man bei der anatomischen Untersuchung derselben bis jetzt noch keine Verletzung der Organe entdecken können; nach den Zuckungen aber, welche sie machen, wenn der Schlag nicht ganz hinreichend war, um sie zu tödten, kann man beurtheilen, wie heftig das Nervensystem angegriffen worden ist.

Wenn mehrere Personen eine Kette bilden, indem sie einander die Hände geben, und die erste die äußere Belegung der Flasche, die letzte den Knopf anfaßt, so fühlen alle den Schlag auf einmal.

Brennbare Flüssigkeiten kann man mit Hülfe der Leydner Flasche weit sicherer anzünden als mit dem directen Funken vom Conductor der Maschine. Selbst gepulvertes Colophonium, welches man auf Baumwolle streut, und Schießpulver kann man mit dem Entladungsfunken der Leydner Flasche entzünden.

Um eine Flasche oder eine Batterie bequem entladen zu können, wendet man den Auslader, Fig. 401, an. Die beiden Messingkugeln *a* und *b* sind am Ende zweier Messingarme befestigt, die bei *c* durch ein Charnier verbunden sind. Das Charnier sitzt auf einer Messinghülse, welche auf den isolirenden Glasstab *m* aufgekittet ist. Der Experimentator nimmt diesen Glasstab in die Hand, bringt die eine Kugel in leitende Verbindung mit der äußeren Belegung und nähert dann rasch die andere Kugel dem Knopfe der inneren Belegung.

Fig. 401.



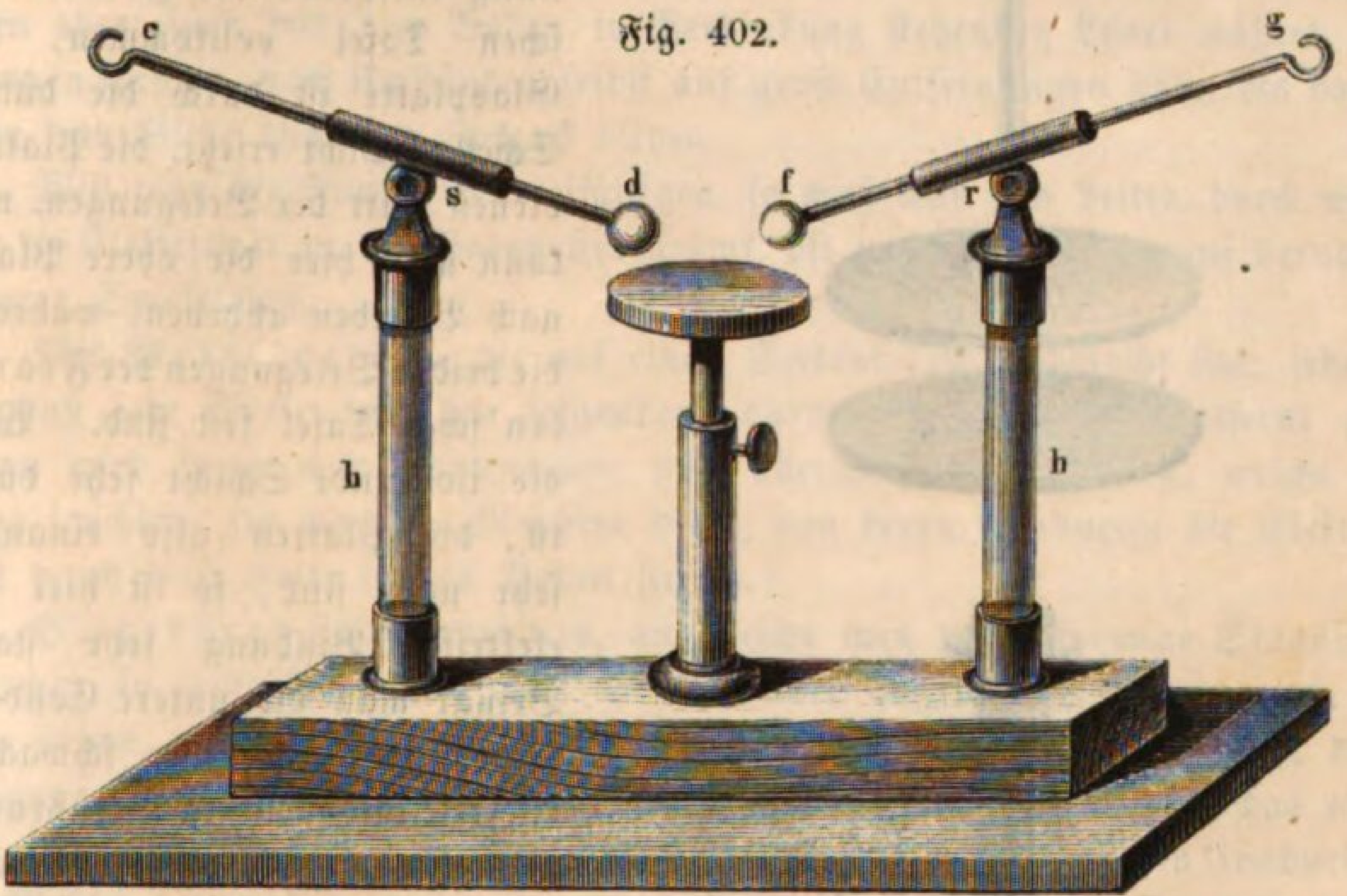
Um verschiedene Gegenstände bequem in den Weg des Entladungsschlages einschalten zu können, wendet man den Henley'schen Auslader, Fig. 402, an. Der Körper, durch welchen man den Schlag hindurchführen will, wird zwischen die Kugeln *d* und *f* gebracht, welche an die durch die Charniere *r* und *s* beweglichen und durch die Glassäulen *h* isolirten Messingstäbchen angeschraubt sind; *c* wird mit der äußeren Belegung der geladenen Flasche in Verbindung gebracht, *g* durch einen Draht oder ein Metallkettchen mit der Kugel *a* des Ausladers, Fig. 401, verbunden, und dann rasch die Kugel *b* desselben dem Knopfe der inneren Belegung genähert.

Wenn man die Kugeln *d* und *f* durch einen sehr dünnen Eisendraht verbindet, so wird dieser erwärmt, wenn ein schwacher Schlag hindurchgeht; eine stärkere Ladung macht ihn rothglühend, und eine noch stärkere macht, daß er

in einzelnen geschmolzenen Kügelchen auseinanderfährt, die weithin fortgeschleudert werden.

Schlechte Leiter, welche den Weg des Entladungsschlages unterbrechen, werden, wenn die Anhäufung der Elektricität bedeutend genug ist, zertrümmert

Fig. 402.



oder durchlöchert. Eine Holzscheibe z. B., welche 3 bis 4 Zoll Durchmesser hat und 3 bis 5 Linien dick ist, wird von dem Entladungsschlage durchbohrt. Ebenso ein oder mehrere Kartenblätter, Pappendeckel u. s. w. Um den Versuch zu machen, bringt man den zu durchlöchernden Körper zwischen die beiden Kugeln des Henley'schen Entladers, und zwar so, daß diese Kugeln den eingeschobenen Körper berühren.

Der Condensator. Eigentlich ist jeder Apparat ein Condensator, in 193
welchem gebundene Elektricität angehäuft wird, also auch die Franklin'sche Tafel und die Leydner Flasche. Man wendet jedoch diese Benennung nur für solche Apparate an, welche dazu dienen, Elektricität von sehr geringer Spannung durch Verdichtung merklich zu machen. Im Wesentlichen bestehen alle Condensatoren aus zwei leitenden Platten, welche durch eine nichtleitende Schicht getrennt sind. Indem wir die unvollkommneren Instrumente der Art übergehen, soll hier nur von dem Condensator die Rede sein, wie man ihn in Verbindung mit dem Goldblattelektrometer anwendet. Auf das Goldblattelektrometer wird eine Metallplatte aufgeschraubt, wie man sie Fig. 403 (a. f. S.) sieht. Diese Platte ist möglichst eben abgeschliffen und auf ihrer oberen Fläche mit einer ganz dünnen Schicht von Firniß versehen; dieser Firniß, durch Auflösen von Schellack in Weingeist erhalten, wird, noch sehr leichtflüssig, mit einem Pinsel aufgetragen und trocknet dann sehr rasch. Eine zweite auf dieselbe Weise präparirte Platte, welche mit einem isolirenden Stiele versehen ist, wird

nun mit ihrer gefirnißten Fläche auf die andere gesetzt, so daß die beiden Metallplatten nur durch die dünne Firnißschicht getrennt sind, sonst aber so vollkommen als nur immer möglich auf einander passen. Die Anordnung entspricht der Franklin'schen Tafel vollkommen, die Glasplatte ist durch die dünne Schellackschicht ersetzt, die Platten dienen statt der Belegungen, nur kann man hier die obere Platte nach Belieben abheben, während die beiden Belegungen der Franklin'schen Tafel fest sind. Weil die isolirende Schicht sehr dünn ist, die Platten also einander sehr nahe sind, so ist hier die elektrische Bindung sehr stark. Bringt man die untere Condensatorplatte mit einer schwachen Elektricitätsquelle in Berührung, während man die obere ableitend mit dem Finger berührt, so wird der Condensator ganz auf dieselbe Weise geladen, wie eine Leydner Flasche, deren äußere Belegung nicht isolirt ist, während die innere mit dem Conductor der Maschine in Verbindung steht. Der ganze Unterschied liegt nur darin, daß man einmal eine Elektricitätsquelle von großer, das andere Mal eine solche von geringer elektrischer Spannung hat; in beiden Fällen aber findet auf gleiche Weise eine Verdichtung der E Statt.

Fig. 403.



Ist der Condensator geladen, so wird die obere Platte abgehoben (und zwar möglichst vertical, damit die Berührung beider Platten in allen Punkten in demselben Momente aufgehoben wird); dadurch wird die bis dahin gebundene E der unteren Platte frei, sie verbreitet sich über die Goldblättchen und bewirkt ihre Divergenz. Weiter unten, bei der Lehre vom Galvanismus, werden wir zahlreiche Anwendungen dieses Condensators kennen lernen.

194 **Das elektrische Licht in der Luft und in anderen Gasen.** Die Schlagweite, auf welche hin man aus einem elektrisirten Körper einen Funken ziehen kann, hängt von der Leitfähigkeit der Substanz, von der Größe

ihrer Oberfläche und von der Stärke der elektrischen Ladung ab. Aus eckigen Körpern und aus Spitzen strömt die Elektricität von selbst, schon bei ganz schwacher Spannung aus, und man beobachtet dabei im Dunkeln glänzende Lichtbüschel, die oft mehrere Zoll lang sind. Bei runden Körpern sind schon sehr starke Ladungen nöthig, wenn Büschel hervorsprühen sollen; wenn man ihnen aber einen mit dem Boden in Verbindung stehenden Leiter nähert, so springen Funken, nach Umständen selbst auf große Entfernungen über, die dann einen dem Blitze ähnlichen Zickzack bilden.

Will man die Funken vervielfältigen, so muß man den Leiter, durch welchen die Elektricität in den Boden überströmt, oft unterbrechen; darauf beruhen mehrere Spielereien.

Mit Metallperlen, die auf einen Seidenfaden aufgereiht sind, jedoch so, daß jede Perle von der folgenden durch einen Knoten entfernt gehalten wird, kann man Namenszüge und allerlei Figuren bilden, welche so lange leuchten, als man die Maschine dreht, von deren Conductor die Elektricität durch diese Kette in den Boden strömt.

Blitzröhren sind Glasröhren, auf welche man rautenförmige Stanniolblättchen so aufgeklebt hat, daß ihre einander zugekehrten Spitzen etwa so nahe stehen, wie man Fig. 404 sieht. Gewöhnlich klebt man sie so auf, daß sie eine um die Röhre laufende Schraubenlinie bilden. Wenn man das eine Ende einer solchen Röhre in der Hand hält und das andere an den Conductor der Maschine bringt, während sie gedreht wird, so sieht man im Dunkeln fortwährend zwischen je zwei Rauten Funken überspringen, so daß eine fast zusammenhängende Lichtlinie auf der Röhre erscheint.

Fig. 404.



Eine Blitztafel ist Fig. 405 dargestellt. Auf eine Glastafel ist eine Reihe von Stanniolstreifen aufgeklebt, wie man es in der Figur sieht, so daß

Fig. 405.

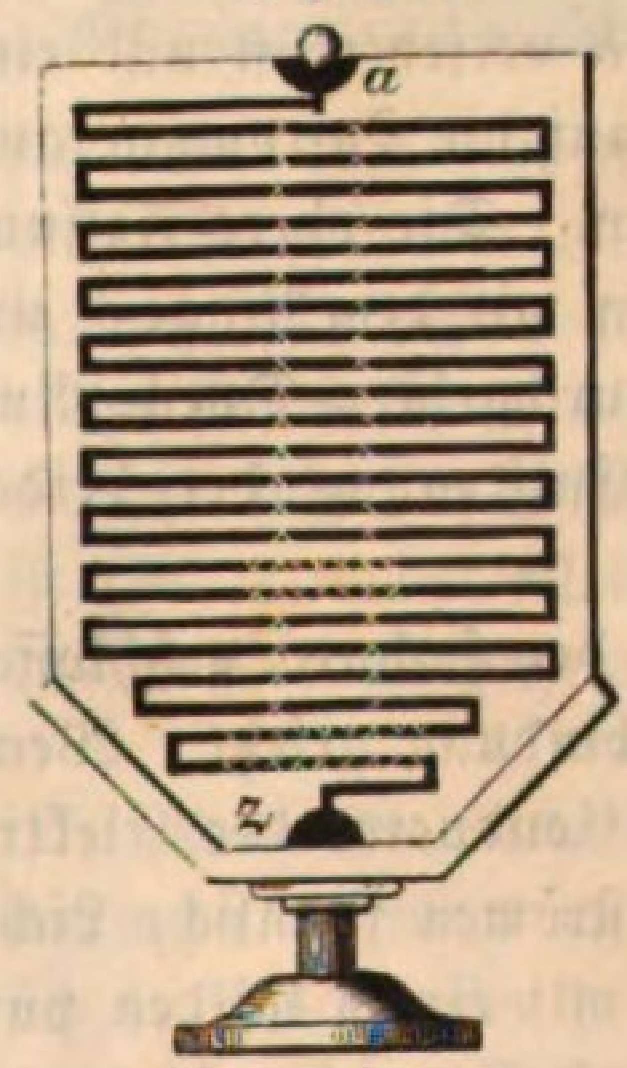
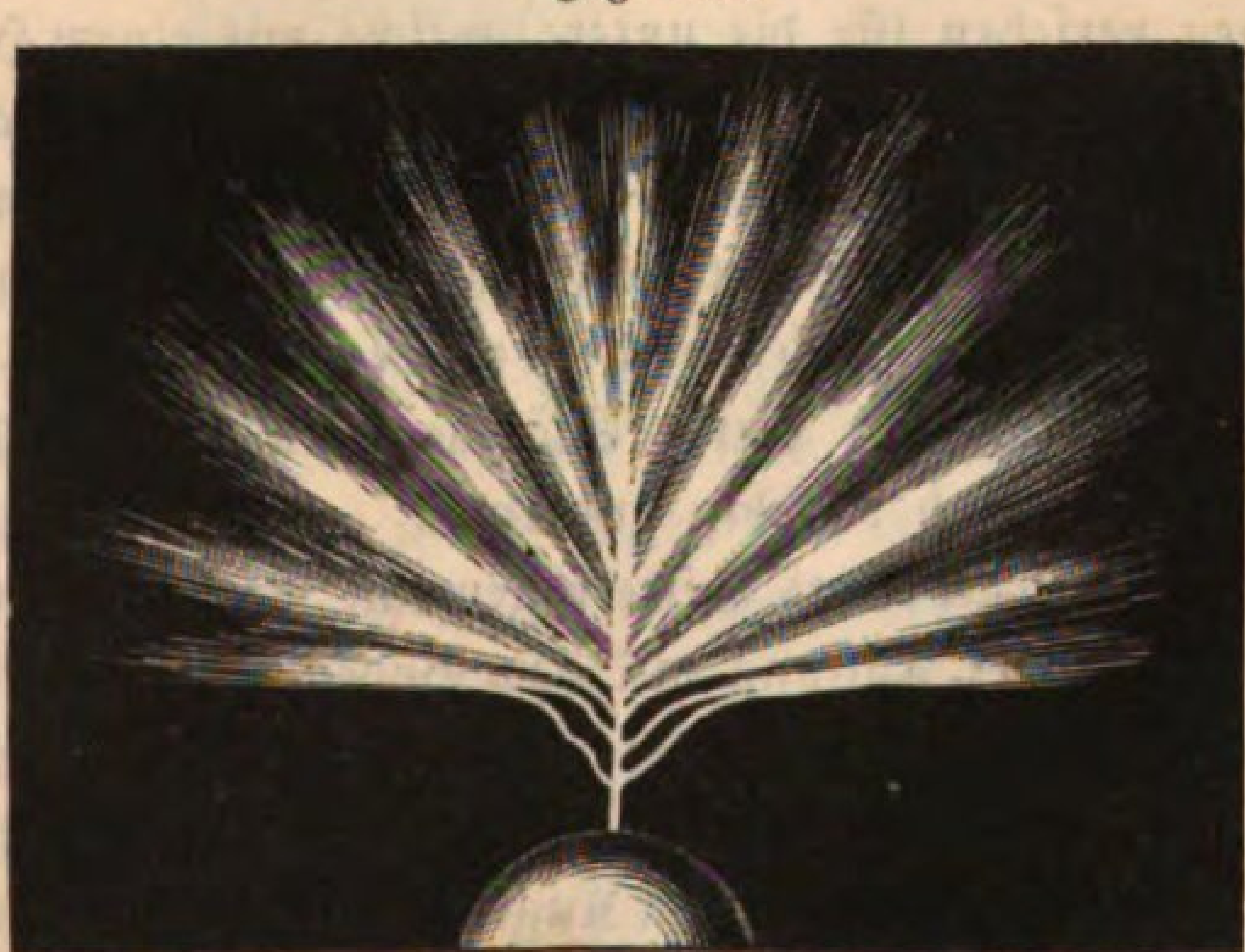


Fig. 406.



von a bis z eine metallische Leitung ginge, wenn sie nicht an den mit × bezeichneten Stellen unterbrochen wäre. Wenn man nun z mit der äußeren Be-

legung einer Leydner Flasche in Verbindung bringt und dann eine leitende Verbindung zwischen *a* und dem Knopfe der Flasche herstellt, so springen gleichzeitig an den Unterbrechungsstellen Funken über. Man kann auf diese Weise Namenszüge und allerlei Figuren darstellen.

Man hat diese Spielereien noch auf mannigfache Weise abgeändert; diese Beispiele mögen jedoch genügen.

Der Lichtbüschel, welchen man im Dunkeln beobachtet, wenn man auf den Conductor der Elektrisirmaschine eine Spitze aufsetzt, von welcher die Elektricität ausströmt, ist in Fig. 406 dargestellt. Die negative (Harz-) Elektricität giebt niemals so divergente und große Lichtbüschel wie die positive. Dieses merkwürdige Phänomen ist sehr beachtenswerth, weil es einen unterscheidenden Charakter der beiden elektrischen Flüssigkeiten darzubieten scheint.

Wenn man eine Metallspitze in die Hand nimmt und sie dem Conductor der Maschine nähert, so beobachtet man auch den Lichtbüschel.

In verdichteter atmosphärischer Luft ist der Funken einer Elektrisirmaschine sehr lebhaft, in Kohlensäuregas weiß und intensiv, in Wasserstoffgas roth und schwach, in Wasserdampf gelb, in Alkohol und Aetherdampf apfelgrün.

Die Lichterscheinungen der Maschinenelektricität sind eine treue, wenn auch schwache Nachbildung der elektrischen Lufterscheinungen, welche man bei Gewittern beobachtet.

195 **Elektrisches Licht im verdünnten Raume.** Im luftverdünnten Raume findet das Ueberspringen des elektrischen Funkens viel leichter und auf große Entfernungen Statt, wobei sich denn auch das Licht um so mehr ausbreitet, zugleich aber auch an Glanz verliert, je weiter die Luftverdünnung getrieben wird.

Um Versuche über das elektrische Licht im luftleeren Raume anzustellen, gebraucht man gewöhnlich das elektrische Ei, Fig. 407; es besteht aus einem elliptisch geformten Glasgefäß, welches oben und unten mit Metallfassungen versehen ist; die untere, welche mit einem Hahn *h* versehen ist und eine in das Glasgefäß hineinragende Kugel *a* trägt, kann auf die Luftpumpe aufgeschraubt und dann der innere Raum evacuirt werden. Die obere Fassung ist mit einer Stopfbüchse versehen, durch welche ein oben mit dem Ringe *c*, unten mit der Kugel *b* endigendes Messingstäbchen hindurchgeht. Durch Auf- oder Niederschieben dieses Stäbchens kann man die Entfernung der beiden Kugeln *a* und *b* beliebig ändern.

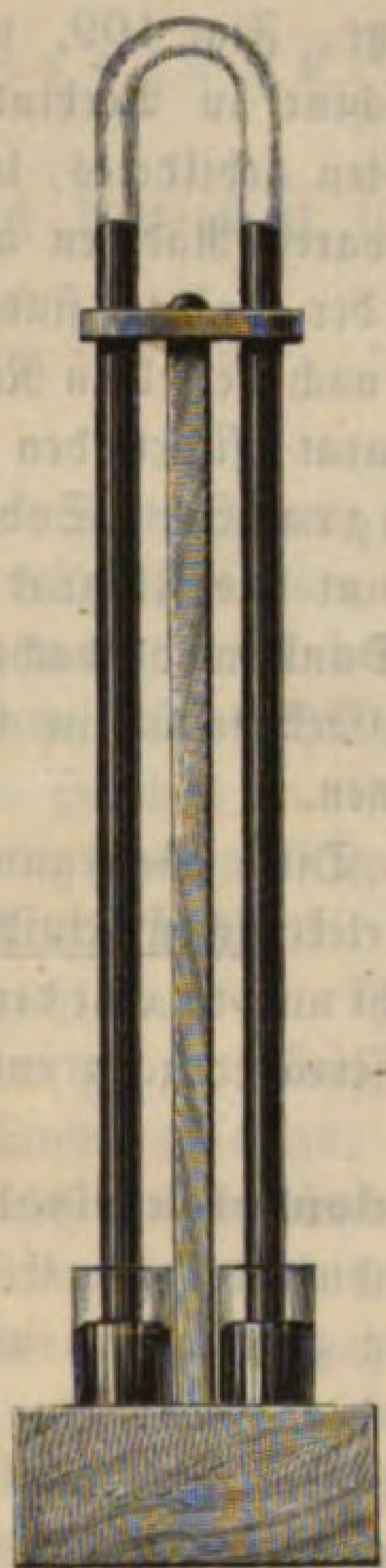
Ist der Apparat luftleer gemacht worden, so wird der Hahn *h* geschlossen und die untere Fassung mit dem Boden in leitende Verbindung gesetzt. Wenn man nun mittelst des Ausladers, Fig. 401, von dem Conductor der Elektrisirmaschine Funken auf den Ring überschlagen läßt, so strömen förmliche Lichtgarben zwischen den beiden Kugeln über, welche das Ei mit einem milden purpurfarbenen Lichte erfüllen. Läßt man allmälig Luft einströmen, so nimmt die Ausdehnung der Lufterscheinung mehr und mehr ab, sich mehr und mehr der gewöhnlichen Form des elektrischen Funkens nähernd.

Picard bemerkte zuerst, daß ein Barometer im Dunkeln leuchtet, wenn das Quecksilber auf und nieder schwankt, und bald überzeugte man sich, daß diese Erscheinung von der durch die Reibung des Quecksilbers an den Wänden der Röhre entwickelten Elektricität herrühre. Um das elektrische Licht in der Toricelli'schen Leere zu beobachten, construirte Cavendish das Fig. 408 dargestellte Doppelbarometer, dessen Anwendung wohl ohne weitere Erklärung verständlich ist.

Fig. 407.



Fig. 408.



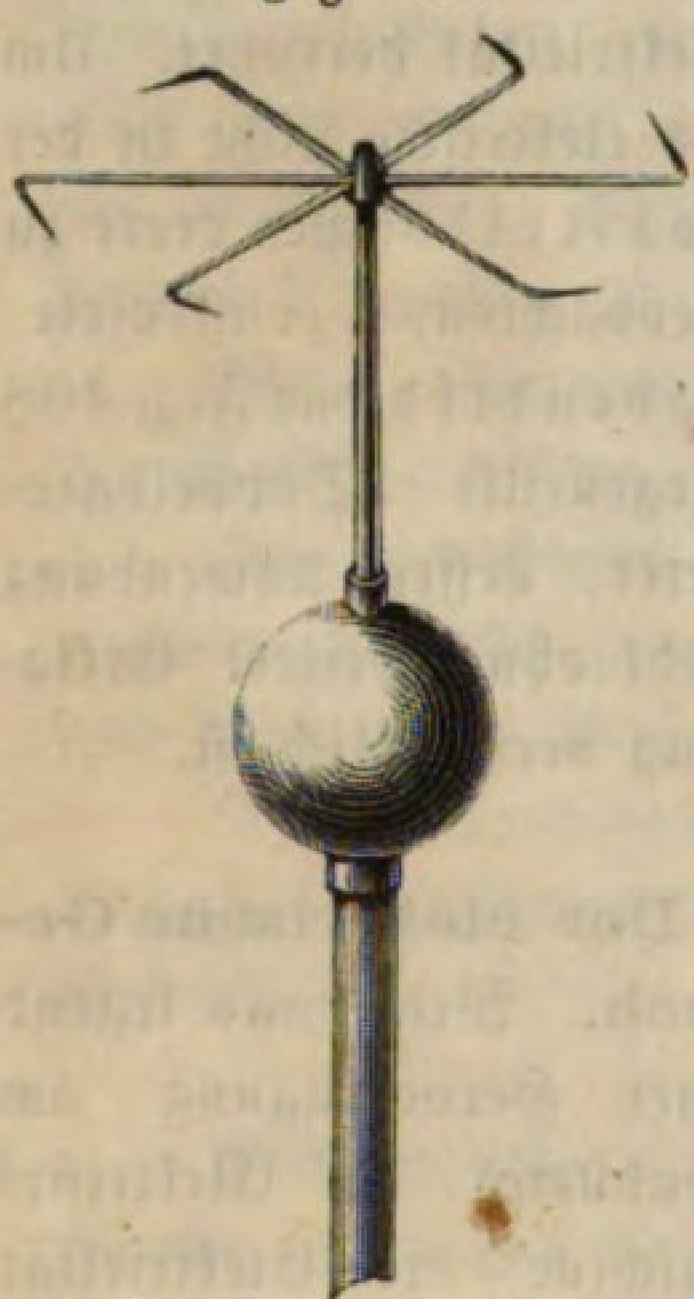
Der elektrische Geruch. Wenn aus irgend einer Hervorragung am Conductor der Elektrisirmaschine die Elektricität ausströmt, so bemerkt man einen eigenthümlichen Geruch, den man den elektrischen Geruch nennt. Dieser Geruch rührt von einem eigenthümlichen Gase, dem Ozon, her, welches sich unter dem Einflusse der Elektricität bildet, und welches in seinem Verhalten viele Aehnlichkeit mit Chlor hat; es zersetzt z. B. wie das Chlor das Jodkalium; hält man gegen eine am Conductor der Maschine befindliche Spitze, welche einen Büschel und mit ihm den elektrischen Geruch giebt, ein Stück Papier, welches mit Jodkaliumkleister (Stärkekleister mit etwas Jodkalium) bestrichen ist, so wird der Kleister blau gefärbt, indem unter dem Einflusse des Ozons das Jodkalium zersetzt wird und das frei werdende Jod die Stärke blau färbt. 196

Auch ohne alle Elektricität, auf rein chemischem Wege läßt sich das Ozon erzeugen. Bringt man ein Stückchen Phosphor in ein Arzneiglas, in welchem sich so viel Wasser befindet, daß das Phosphorstück zur Hälfte herausragt, so zeigt die in der Flasche befindliche Luft nach einiger Zeit einen höchst intensiven Ozongeruch; hängt man einen Papierstreifen mit Jodkaliumkleister in die Flasche, so wird der Kleister blau.

Wahrscheinlich ist das Ozon eine eigenthümliche Modification des Sauerstoffs.

197 **Bewegungen, welche durch das Ausströmen von Elektricität hervorgebracht werden.** Die Anziehungs- und Abstoßungserscheinungen sind bereits besprochen worden; es bleiben hier nur noch einige andere durch die Elektricität bewirkte Bewegungen zu betrachten. Auf eine leitende Spitze, Fig. 409, welche mit dem Conductor der Maschine in Verbindung steht, ist ein aus Metalldrähten gebildetes, leicht in horizontaler Ebene umdrehbares Rädchen aufgesetzt. Die zugespitzten Enden der Drähte sind, von der Mitte aus gesehen, alle nach derselben Richtung umgebogen. Ein solcher Apparat führt den Namen eines elektrischen Flugrades. Sobald die Maschine gedreht wird, beginnt das Flugrad zu rotiren, und wenn man es im Dunkeln beobachtet, sieht man an den Spitzen die Elektricität in Gestalt von Lichtbüscheln ausströmen.

Fig. 409.



Diese Bewegung wird durch das Ausströmen des elektrischen Fluidums aus den Spitzen hervorgebracht und ist eine der Umdrehung der Segner'schen Wasserräder ganz entsprechende Erscheinung.

198 **Bewegungen durch den elektrischen Rückschlag.** Froschschenkel, die in der Nähe eines Conductors einer Elektrisirmaschine aufgehängt sind, scheinen gar keine Veränderung zu erleiden, wenn durch Drehen der Maschine der Conductor mit $+E$ geladen wird; ein solcher Froschschenkel aber wird durch Vertheilung geladen, wenn er an einer leitenden Schnur aufgehängt ist. Sobald man nun aus dem Conductor einen Funken zieht, bringt die plötzliche Wiedervereinigung der Elektricitäten in dem Froschschenkel Zuckungen hervor, ein Beweis, daß bei der Rückkehr in den natürlichen Zustand die Moleküle durch den Druck der elektrischen Flüssigkeiten afficirt werden, welche sich wieder zu vereinigen streben. Diese Wirkungen werden mit dem Namen des Rückschlags bezeichnet. Der Versuch gelingt nur mit einem eben getödteten oder noch besser mit einem noch lebenden Frosche.

In der Nähe einer kräftigen Maschine empfindet auch ein Mensch, der mit dem Boden in leitender Verbindung steht, ähnliche Schläge. Ebenso wirken auch die Entladungen der Gewitterwolken; sie können nämlich durch einen directen Schlag und durch den Rückschlag wirken.

Drittes Capitel.

Vom Galvanismus.

Galvani's Entdeckung. Im Jahre 1789 machte Galvani zu Bologna eine Entdeckung, durch welche ein ganz neues Feld für die Physik eröffnet wurde. Diese Entdeckung war die Beobachtung der scheinbar unbedeutenden Thatsache, daß frisch präparirte Froschschenkel, mittelst kupferner Häkchen an einem eisernen Balcongeländer aufgehangen, in Zuckungen geriethen, so oft die Schenkelmuskeln durch den Wind mit dem eisernen Geländer in Berührung gebracht wurden. Das kupferne Häkchen war mit den Schenkelnerven in Berührung. 199

Fig. 410.



Man glaubte anfangs, diese Erscheinung durch eine Art Nerven-Flüssigkeit erklären zu können, welche dem elektrischen Fluidum ähnlich sein sollte; man dachte sich den organischen Körper in Beziehung auf diese Flüssigkeit ungefähr wie eine Leydner Flasche, deren Belegungen einerseits die Nerven, andererseits die Muskeln sind. Eine Entladung sollte stattfinden, sobald Nerven und Muskeln in leitende Verbindung gebracht werden, was bei dem Versuche Galvani's durch die Kupferhäkchen und das eiserne Geländer der Fall war.

Alexander Volta wiederholte Galvani's Versuche mit unermüdlicher Aufmerksamkeit und fand bald, daß ein zum Gelingen des Versuches sehr wichtiger Umstand bis dahin ganz übersehen worden war. Um nämlich eine starke Wirkung zu haben, ist es durchaus nöthig, daß der Leitungsbogen, welcher die Nerven und Muskeln verbindet, aus zwei verschiedenen Metallen besteht, welche mit einander in Berührung sind.

Den Galvani'schen Fundamentalversuch kann man leicht in folgender Weise anstellen: Man präparire den Unterschenkel eines frisch getödteten und enthäuteten Frosches

so, daß noch ein möglichst großes Stück des zum großen Wadenmuskel *e* führenden Nerven daran bleibt, wie Fig. 410 (a. v. S.) zeigt. Legt man dieses Präparat auf eine Glasplatte, berührt man dann das Muskelfleisch mit einem Streifchen Zinkblech, den Nerven mit einem Stücke Kupferdraht, so zuckt der Schenkel, sobald man die beiden Metalle in Berührung bringt.

Volta behauptete nun, daß der Froschschenkel nicht wie eine Leydner Flasche zu betrachten sei, daß die hier wirkende Elektricität weder in den Nerven noch in den Muskeln, sondern durch die Berührung der beiden Metalle entwickelt werde und daß sie mit dem gewöhnlichen elektrischen Fluidum vollkommen identisch sei. Volta's Ansichten wurden von Galvani und seinen Anhängern bekämpft, jede Partei suchte die Richtigkeit ihrer Theorie durch neue Versuche zu bekräftigen, endlich war es aber doch Volta's Meinung, welche die Oberhand behielt.

200 **Directe Beweise für die Elektricitätsentwickelung durch Berührung verschiedener Metalle.** Die Idee, daß durch die bloße Berührung heterogener Körper Elektricität entwickelt werde, fand nur nach und nach Glauben; die Strenge der Wissenschaft verlangte directe und entscheidende Beweise, welche Volta auch bald gab. Diesen directen Beweis führte er mit Hülfe eines Apparates, den er selbst erst einige Jahre früher erfunden hatte, nämlich mit Hülfe des Condensators, den wir schon oben kennen gelernt haben.

Der Versuch wird auf folgende Weise angestellt. Nachdem man sich überzeugt hat, daß der auf das Goldblattelektrometer, Fig. 411, geschraubte Condensator seine Ladung gut hält, und nachdem man ihn wieder in seinen natürlichen Zustand versetzt hat, setzt man die obere Platte durch Berührung mit dem Finger mit dem Boden in leitende Verbindung, während man die untere Platte mit einem Stücke Zink berührt, welches dadurch, daß man es in der anderen Hand hält, auch mit dem Boden in leitender Verbindung steht. Es versteht sich von selbst, daß die Oberflächen der Condensatorplatten da, wo sie nicht mit einander in Berührung stehen, nicht gefirnißt sein dürfen, denn sonst wäre ja keine metallische Berührung zwischen Zink und dem Messing (welches sich fast ganz so wie reines Kupfer verhält) der einen Condensatorplatte möglich. Zieht man nun, nachdem die Berührung nur einen Augenblick gedauert hat, den Finger von der oberen, das Zink von der unteren Platte zurück, hebt man darauf die obere Condensatorplatte ab, so erhält man eine merkliche Divergenz der Goldblättchen, und zwar divergiren sie mit negativer Elektricität. Woher kommt diese Elektricität? Sie kann offenbar nur durch die Berührung des Zinks mit dem Messing der unteren Condensatorplatte erzeugt worden sein; an der Berührungsstelle ist es, wo eine besondere Kraft wirkt, um die elektrischen Fluida zu trennen und in Bewegung zu setzen; die positive Elektricität geht auf das Zink und von da in den Boden über, die negative hingegen wird auf die untere messingene oder kupferne Condensatorplatte getrieben und auf derselben gebunden, indem sie vertheilend auf die obere Platte wirkt.

Wird nun die obere Platte abgehoben, so kann sich die in der unteren Platte gebundene — E frei verbreiten und die Divergenz der Goldblättchen bewirken.

Wenn man den Versuch in der Weise wiederholt, daß man die obere Condensatorplatte mit dem Zink, die untere mit dem Finger berührt, so divergiren die Goldblättchen mit positiver Elektricität.

Fig. 411.



Ist die mit dem Zink berührte Condensatorplatte von Kupfer, so ist die Wirkung kräftiger; sie ist noch weit stärker, wenn sie von Silber oder Gold ist, oder auch wenn nur diese Condensatorplatte ringsum gut versilbert oder vergoldet ist.

Man hat den *Volta'schen Fundamentalversuch* auf mannigfache Weise abgeändert; wir wollen nur noch eine Form desselben betrachten. Eine Zinkplatte und eine Kupferplatte, deren jede mit einem isolirenden Glasstiel versehen ist, wie die obere Platte eines Condensators, werden mit ihren vollkommen ebenen und metallischen Flächen in Berührung gebracht und dann möglichst gerade von einander abgehoben. Die Zinkplatte ist jetzt positiv, die Kupferplatte ist negativ elektrisch. Man berührt nun die eine Platte eines auf ein Goldblattelektroskop geschraubten Condensators mit der Kupferplatte, die andere mit der Zinkplatte; hat man dies 8 bis 10 mal wiederholt, so ist der Condensator stark genug geladen, um nach dem Abheben der oberen Condensatorplatte eine starke Divergenz der Goldblättchen zu bewirken.

Bei Anwendung eines recht empfindlichen Elektroskops kann man selbst den Condensator ganz entbehren. Man schraube statt der einen Condensatorplatte eine oben vollkommen ebene nicht gefirnißte Kupferplatte auf und setze auf diese eine ebenfalls nicht gefirnißte, an einen Glasstab angeschraubte Zinkplatte. Sobald man die Zinkplatte abhebt, beobachtet man eine schwache Divergenz der Goldblättchen, welche wächst, wenn man die Zinkplatte ableitend

berührt, abermals auf die Kupferplatte aufsetzt, abhebt und so fort die Operation mehrmals wiederholt.

Dieser Versuch beweist nicht allein die bei der Berührung von Kupfer und Zink stattfindende Elektricitätserregung, sondern auch, daß die größte Menge der entwickelten Elektricität an den Berührungsflächen beider Metalle gebunden bleibt, daß sich nur ein verhältnißmäßig kleiner Theil frei über den Metallplatten verbreitet; denn der Ausschlag erfolgt ja erst beim Abheben der anderen Platte.

Eine solche Elektricitätserregung tritt nun fast überall da ein, wo sich heterogene Stoffe berühren, nur läßt sie sich bei Metallen am entschiedensten nachweisen. Die unbekannte Ursache dieser Elektricitätsentwickelung durch Berührung verschiedenartiger Körper führt den Namen der elektromotorischen Kraft.

201 **Die Spannungsreihe.** Die Stärke der Elektricitätserregung ändert sich je nach der Natur der Körper, welche mit einander in Berührung gebracht werden. Die Metalle sind gute Elektromotoren; man beobachtet jedoch in dieser Hinsicht einen großen Unterschied unter denselben. So wird z. B. Zink in Berührung mit Platin stärker positiv elektrisch als in Berührung mit Kupfer; das Kupfer wird in Berührung mit Zink negativ, in Berührung mit Platin positiv elektrisch. Die folgende Tabelle enthält eine Reihe von Körpern, so geordnet, daß jeder der vorangehenden in Berührung mit allen folgenden positiv elektrisch wird.

+
Zink
Blei
Zinn
Eisen
Kupfer
Silber
Gold
Platin
Kohle
—

Die elektrische Differenz zwischen Zink und Kupfer und die elektrische Differenz zwischen Kupfer und Platin sind zusammen der elektrischen Differenz zwischen Zink und Platin gleich, d. h. wenn man auf eine Zinkplatte eine Kupferplatte und auf diese eine Platinplatte legt, so sind die elektrischen Spannungen der Endplatten gerade so groß, als ob man die Platinplatte und die Zinkplatte direct auf einander gelegt hätte.

Alle Körper der obigen Reihe zeigen dasselbe Verhalten; denn wenn man drei Metalle auf einander schichtet, so ist die elektrische Spannung der Endplatten stets dieselbe, als ob sie sich unmittelbar berührten und die Zwischenplatten fehlten.

Dasselbe gilt auch von vier, von fünf, von beliebig vielen Metallplatten, die man auf einander schichtet; die Spannung der Endplatten ist dieselbe, als ob alle Zwischenplatten fehlten.

Alle Metalle nehmen eine bestimmte Stellung in der Spannungsreihe ein; die Kohle verhält sich in dieser Hinsicht ganz wie ein Metall, sie ist noch mehr elektronegativ als Platin. Auch viele zusammengesetzte Körper nehmen eine bestimmte Stellung in der Spannungsreihe ein, z. B. Braunstein, Eisenoxyd, Schwefeleisen, Schwefelblei u. s. w.

Solche Körper, welche dem Gesetze der Spannungsreihe gehorchen, bezeichnet man als Leiter erster Ordnung, während man solche Körper, welche wie die meisten chemisch zusammengesetzten Flüssigkeiten die Elektricität zwar leiten, aber dem Gesetze der Spannungsreihe nicht gehorchen, Leiter zweiter Ordnung nennt.

So wird z. B. Zink in Berührung mit reinem Wasser negativ elektrisch. Wenn nun das Wasser in die Spannungsreihe eingeschaltet werden sollte, so müßte man es nach seinem Verhalten gegen Zink noch über dieses Metall setzen. Nähme das Wasser wirklich diese Stelle in der Spannungsreihe ein, so müßte Platin in Berührung mit Wasser bei Weitem stärker negativ erregt werden als Zink. Die Erfahrung zeigt aber das Gegentheil: das Platin wird in Berührung mit Wasser weit weniger negativ als Zink; man sieht also, daß das Wasser ein Körper ist, welcher den Gesetzen der Spannungsreihe nicht gehorcht. Ein ähnliches Verhalten zeigt die verdünnte Schwefelsäure, sie erregt Zink und Kupfer negativ, allein diese negative Erregung ist beim Zink stärker als beim Kupfer; Platin und Gold werden durch verdünnte Schwefelsäure positiv erregt.

Dieses eigenthümliche Verhalten vieler Flüssigkeiten, daß sie nämlich nicht in die Spannungsreihe passen, macht es möglich, daß man durch Schichtung von Metallplatten und feuchten Leitern, wie dies bei der Volta'schen Säule der Fall ist, eine stärkere elektrische Spannung hervorbringen kann, als die, welche durch zwei sich berührende Metallplatten erzeugt wird.

Construction der Volta'schen Säule. Zum Aufbau der Volta'schen Säulen werden drei verschiedene Körper angewandt: zwei Metalle und ein Leiter zweiter Ordnung. 202

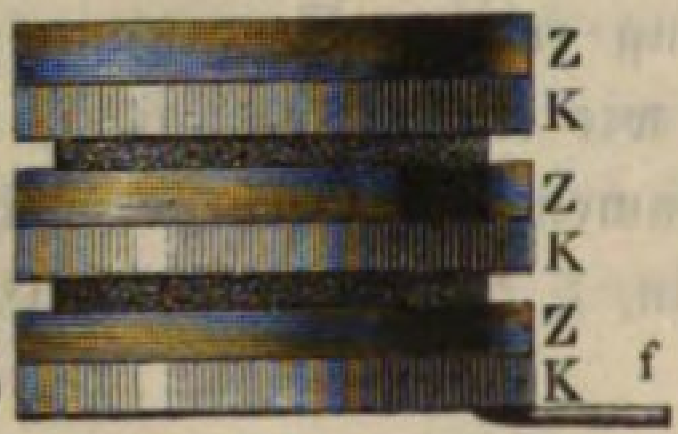
Die Metalle, welche man in der Regel anwendet, sind Kupfer und Zink, zwei Körper, welche in der Spannungsreihe sehr weit von einander abstehen. Zink bildet das positive, Kupfer das negative Element. Gewöhnlich ist eine Kupferplatte und eine Zinkplatte zusammengelöthet.

Als Leiter zweiter Ordnung dient bei der Volta'schen Säule eine Tuchscheibe, deren Durchmesser etwas kleiner ist als der der Metallplatten und welche mit Salzwasser oder schwach mit Schwefelsäure oder Salzsäure gesäuertem Wasser getränkt ist.

Eine Kupferplatte, also ein negatives Element, sei durch einen Kupferdraht *f*, Fig. 412 (a. f. S.), mit dem Boden in leitende Verbindung gebracht und auf ihre obere Fläche eine gleich große Zinkplatte gelegt. Durch die elektro-

motorische Kraft wird das Zink positiv, das Kupfer negativ erregt, die freie Elektricität der Kupferplatte strömt aber in den Boden über, während auf der Zinkplatte freie Elektricität von einer Dichtigkeit bleibt, welche von der elektrischen Differenz zwischen Kupfer und Zink abhängt. Nehmen wir diese Dichtigkeit als Einheit an, so können wir sagen, daß unter diesen Umständen die Dichtigkeit der freien Elektricität auf dem Kupfer 0 sei, während sich über das Zink freie $+E$ von der Dichtigkeit 1 verbreitet. Wenn man durch irgend ein Mittel dem Zink einen Theil seiner freien E entzöge, so daß ihre Dichtigkeit geringer als 1 würde, so würde dieser Verlust, welchen die Zinkplatte an $+E$ erleidet, durch die elektromotorische Kraft sogleich wieder ersetzt werden, während eine der neu entwickelten und auf die Zinkplatte übergehenden $+E$ vollkommen gleiche Menge $-E$ auf die Kupferplatte und von dieser auf den Boden übergeht.

Fig. 412.



Man lege nun eine feuchte Scheibe auf das Zink. Nehmen wir der Einfachheit wegen an, sie äußere in Berührung mit Zink gar keine elektromotorische Kraft, und verhalte sich nur als Leiter, so geht ein Theil der freien $+E$ vom Zink auf die feuchte Scheibe über, der Verlust wird aber alsbald wieder ersetzt, so daß die Dichtigkeit der freien $+E$ auf dem Zink 1 bleibt, und auch auf der feuchten Scheibe sich freie $+E$ von der Dichtigkeit 1 verbreitet. Wird nun auf die feuchte Scheibe wieder eine Kupferplatte gelegt, so wird sich auch auf dieser die $+E$ verbreiten, und zwar wird sie auch hier sogleich die Dichtigkeit 1 erreichen. Auf der untersten Kupferplatte hat man also nun die Dichtigkeit Null, auf der Zinkplatte, der feuchten Scheibe und der oberen Kupferplatte $+E$ von der Dichtigkeit 1.

Legt man auch auf die obere Kupferplatte eine Zinkplatte, so würde auch diese mit freier $+E$ von der Dichtigkeit 1 geladen werden, selbst wenn keine elektromotorische Kraft hier thätig wäre; nun aber bleibt die elektrische Differenz zwischen Kupfer und Zink stets dieselbe, sie ist nach unserer bisherigen Bezeichnung stets gleich 1; wenn also schon die obere Kupferplatte $+E$ von der Dichtigkeit 1 hat, so muß die $+E$ der darauf gelegten Zinkplatte die Dichtigkeit 2 haben.

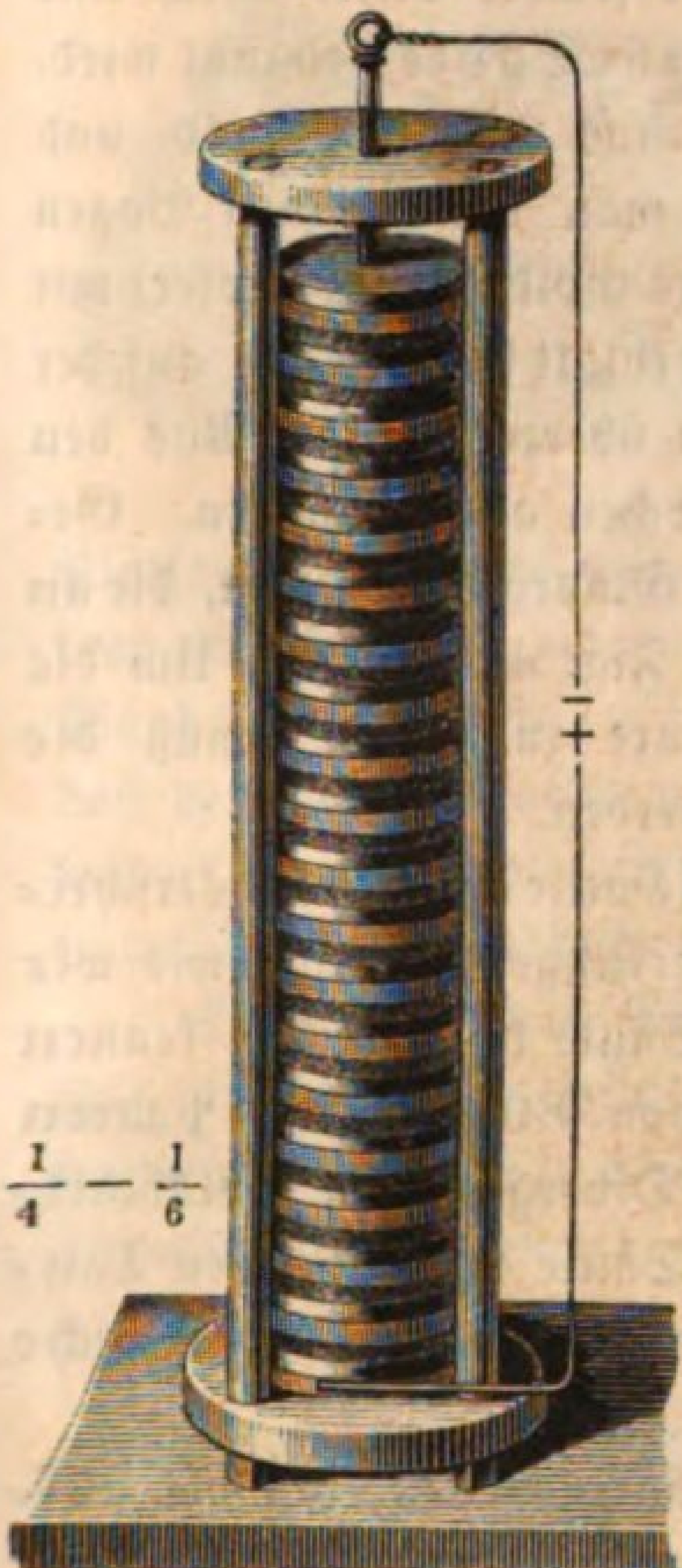
Auf dieselbe Art kann man weiter schließen. Legt man auf das zweite Zinkkupferpaar abermals eine feuchte Scheibe und darauf wieder eine Kupfer- und eine Zinkplatte in derselben Ordnung, so daß das Kupfer unten, das Zink oben hin kommt, so wird auf dieser dritten Zinkplatte die Dichtigkeit der freien $+E = 3$ sein. Baut man in derselben Ordnung fort, d. h. läßt man von unten nach oben fortbauend die Elemente stets in der Ordnung: Kupfer, Zink, feuchte Scheibe folgen, so wird auf der vierten, fünften ... hundertsten Zinkscheibe sich freie $+E$ von der Dichtigkeit 4, 5 ... 100 finden.

Die eben beschriebene Anordnung führt nach ihrem Erfinder den Namen der Volta'schen Säule. Fig. 413 stellt eine Volta'sche Säule von 20

Plattenpaaren dar. Das Fußgestell ist von trockenem Holze, die Stäbe auf der Seite, welche die Säule halten, sind von Glas.

Das eine Ende der Säule, nach welcher die Zinkplatten gerichtet sind, heißt der **positive Pol**, das andere hingegen der **negative Pol**. In dem eben beschriebenen Arrangement war der negative Pol mit dem Boden in leitender Verbindung, der positive Pol isolirt, und auf der ganzen Säule war $+E$ verbreitet, deren Dichtigkeit nach unserer Betrachtung von unten nach oben zunehmen muß. Wenn der negative Pol isolirt und der positive Pol mit dem Boden in leitende Verbindung gesetzt wird, so ist die Dichtigkeit der freien Elektricität an dem positiven Pole Null, während sich über die ganze Säule freie $-E$ verbreitet, deren Dichtigkeit nach dem negativen Pole hin zunimmt.

Fig. 413.



Nehmen wir an, man habe eine Säule von 100 Paaren aufgebaut und den negativen Pol mit dem Boden in leitende Verbindung gesetzt; daneben eine zweite, der ersten ganz gleiche, deren positiver Pol ableitend berührt ist. Nun setze man die beiden Säulen zu einer einzigen zusammen, so aber, daß mit Einschaltung einer feuchten Scheibe die beiden ableitend berührten Pole (also der $+$ Pol der einen und der $-$ Pol der anderen) an einander stoßen, so hat man eine einzige Säule von 200 Paaren, deren Hälften sich noch ganz in dem Zustande befinden wie vorher; die Mitte befindet sich also im natürlichen Zustande, selbst wenn man die leitende Verbindung mit dem Boden aufgehoben hat. Die eine Hälfte ist positiv, die andere negativ geladen, und zwar wächst die Stärke der Ladung von der Mitte nach den Polen hin. Die elektrische Spannung an jedem Pole ist gerade so groß wie am isolirten Pole einer Säule von 100 Paaren, deren anderer Pol ableitend berührt ist.

Die **Volta'sche Säule** wird gewöhnlich zwischen drei in einem Brett von trockenem Holze befestigten Stäben von Glas aufgebaut, wie Fig. 413 zeigt.

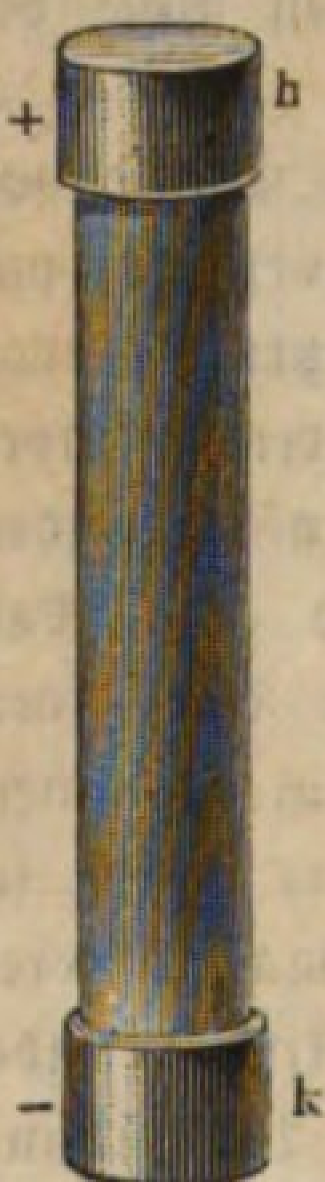
Da die beiden Pole einer isolirten Säule immer Quellen entgegengesetzter Elektricität sind, so ist klar, daß, wenn man jeden mit einem Drahte versieht, der Draht sich mit der Elektricität seines Poles laden wird. Man hat also auf diese Weise einen positiv und einen negativ geladenen Conductor; wenn beide Conductoren mit einander in Berührung gebracht werden, muß also eine **beständige** Wiedervereinigung der in der Säule fortwährend entwickelten Elektricitäten stattfinden; es entsteht ein fortdauernder **elektrischer Strom**.

Jede Vorrichtung, mit Hülfe deren man einen fortdauernden elektrischen Strom erzeugen kann, wird ein Rheomotor (Stromerzeuger) genannt.

203 **Die trockene Säule.** Ganz nach dem Princip der Volta'schen Säule hat Zamboni eine Säule construirt, in welcher der feuchte Leiter durch eine Papierscheibe ersetzt ist, und welche deshalb die trockene Säule genannt wird.

Man kann die trockenen Säulen am leichtesten aus unächtem Gold- und Silberpapier construiren. Zu diesem Zwecke klebt man immer einen Bogen unächtes Silberpapier (Zinn) und einen Bogen unächtes Goldpapier (Kupfer) mit der Papierseite zusammen, so daß man also ein Papierblatt hat, welches auf der einen Seite mit Kupfer, auf der anderen mit Zinn überzogen ist. Aus den so zusammengeklebten Bogen werden dann die Scheibchen ausgeschnitten. Gewöhnlich sind die trockenen Säulen in wohlgefirnißte Glasröhren gefaßt, die an beiden Enden mit Metallkappen versehen sind, wie Fig. 414 zeigt. Um die vollständige Berührung der Plattenpaare zu sichern, muß die ganze Säule etwas zusammengepreßt werden.

Fig. 414.



Die trockene Säule bringt vorzugsweise Spannungserscheinungen, aber keine merklichen Stromwirkungen hervor, wie wir sie bei der gewöhnlichen Volta'schen Säule bald werden kennen lernen. Eine Zamboni'sche Säule von 80 bis 100 Paaren bringt bereits ohne Condensator eine Divergenz am Goldblattelektrometer hervor. Mit einer solchen Säule von mehreren Tausend Paaren kann man selbst eine recht dünnglasige Leydner Flasche laden.

Wenn man zwei Zamboni'sche Säulen neben einander aufbaut, so daß der positive Pol der einen und der negative Pol der anderen nach oben gerichtet ist, so wird ein leichtes Pendel zwischen beiden Polen beständig hin und her oscilliren müssen. Darauf gründet sich das sogenannte elektrische perpetuum mobile. Ein zwischen zwei solchen Zamboni'schen Säulen hängendes Goldblättchen wird nach dem einen oder dem anderen Pole hin ausschlagen, wenn es nur eine ganz schwache positive oder negative Ladung erhält. Darauf gründet sich die Construction des Bohnenberger'schen Elektroskops.

204 **Verschiedene Formen der galvanischen Kette.** Mit dem Namen der galvanischen Ketten bezeichnet man alle Apparate welche zum Hervorbringen eines continuirlichen elektrischen Stromes dienen. In der Regel sind sie aus zwei Metallen und einer Flüssigkeit construirt. Die bisher besprochene Volta'sche Säule war der erste Apparat der Art; allein diese Form bietet mannigfache Mißstände. Die unteren Scheiben nämlich sind durch das Gewicht der oberen stärker zusammengedrückt; die feuchten Scheiben werden dadurch ausgepreßt, sie werden trocken, während die Flüssigkeit an der Seite der Säule herunterrinnt; dadurch wird aber eine leitende Verbindung zwischen den einzelnen Plattenpaaren hervorgebracht, welche den Totaleffect schwächt.

Der **Trogapparat**, welcher längere Zeit im Gebrauche war, ist Fig. 415 und Fig. 416 dargestellt. Die einzelnen Elemente bestehen aus rechtwinkligen

Fig. 415.

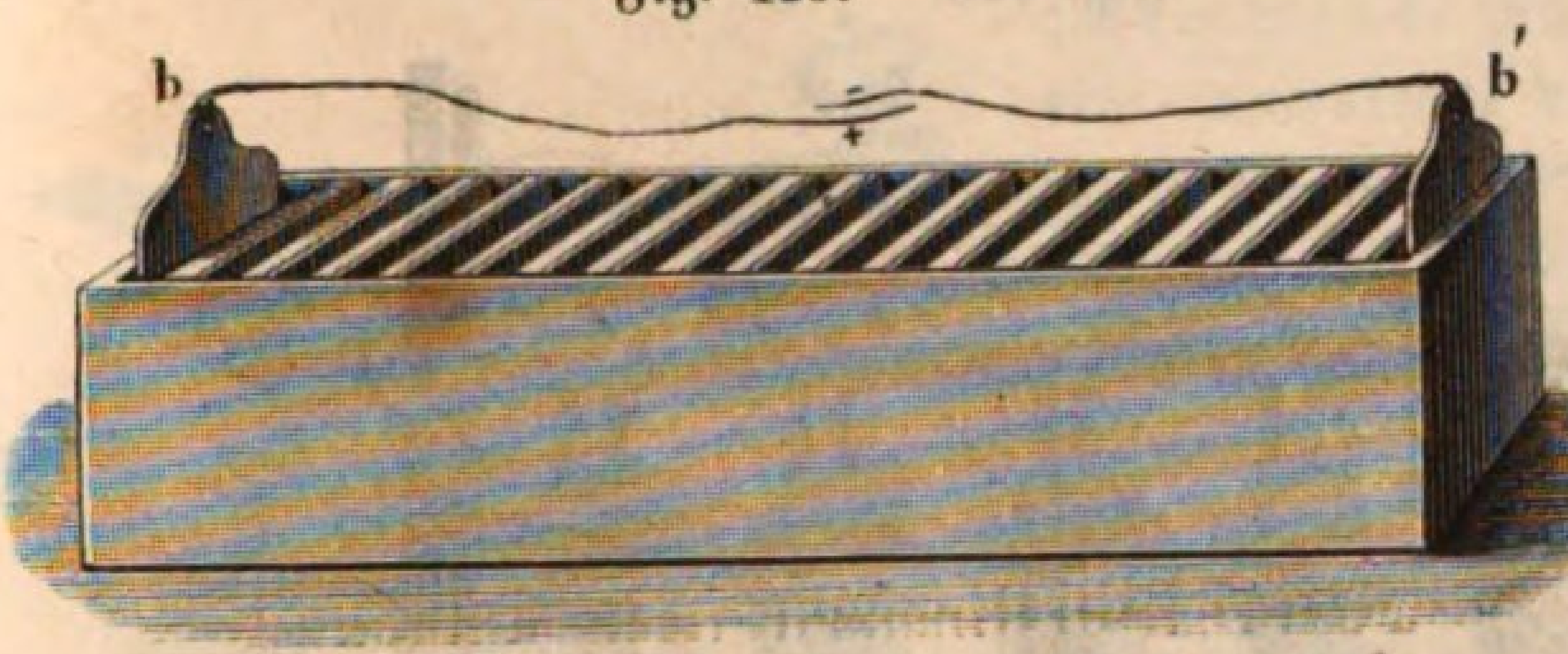
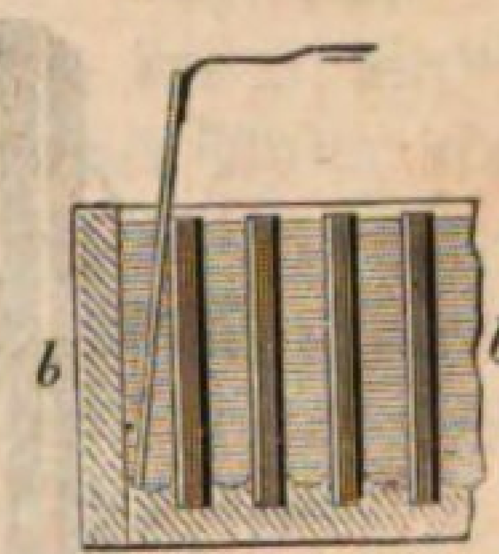


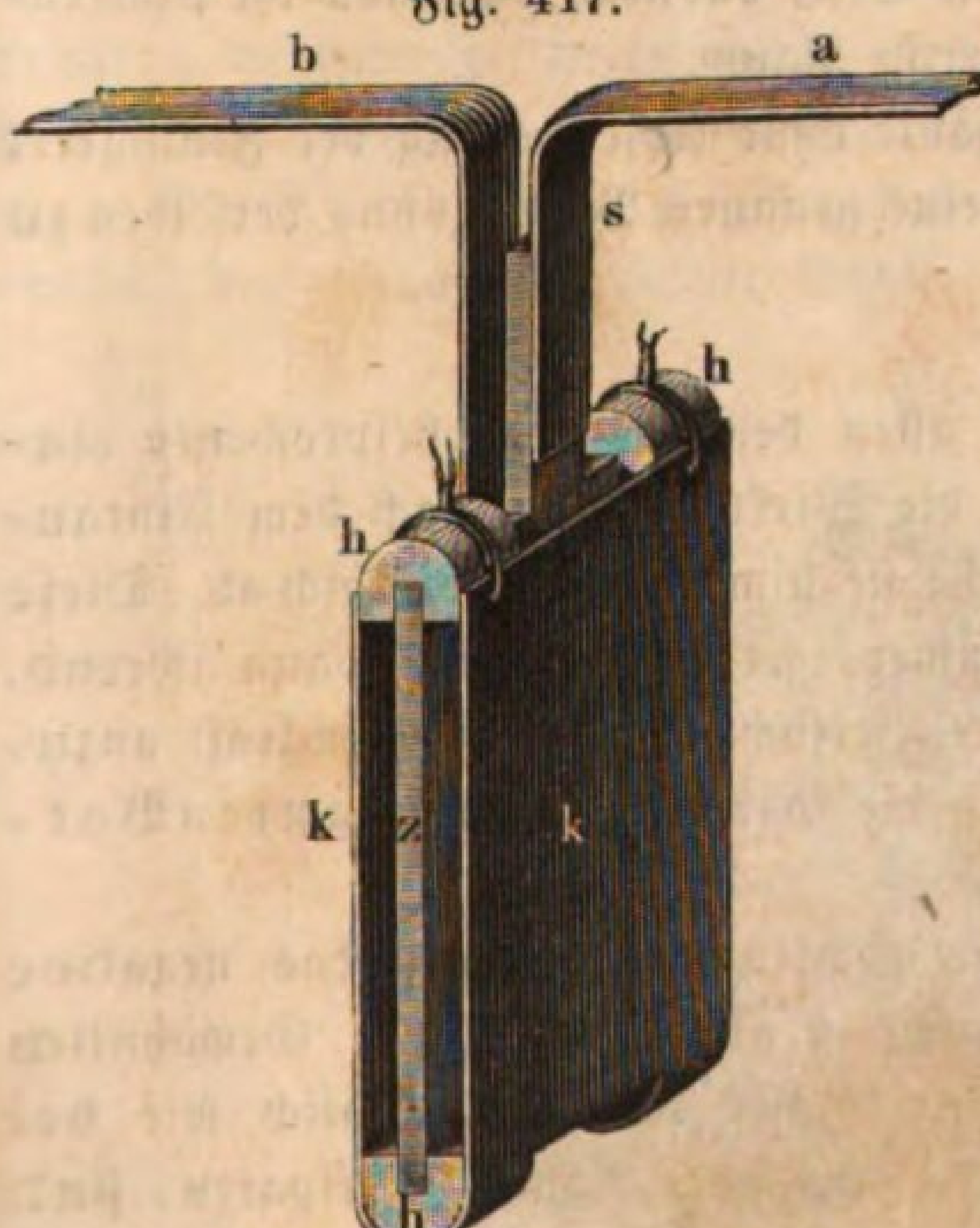
Fig. 416.



Platten von Kupfer und Zink, welche auf einander gelöthet sind. Diese Plattenpaare sind nun einander parallel in einem Kasten von Holz, *b b'*, dessen Wände inwendig mit einer nichtleitenden Harzschicht überzogen sind, so befestigt, daß der Zwischenraum zwischen je zwei Plattenpaaren eine Zelle, einen Trog bildet, der mit gesäuertem Wasser gefüllt wird. Diese Wasserschicht, welche ungefähr 3 Linien dick ist, vertritt hier die Stelle der feuchten Scheibe.

Weit bequemer für den Gebrauch ist die **Wollaston'sche Batterie**. Fig. 417 stellt ein Plattenpaar derselben dar. Die Zinkplatte *z* ist nach oben durch einen Streifen verlängert, an den bei *s* ein Streifen *a* von Kupferblech angelöthet ist, welcher zur Kupferplatte des folgenden Plattenpaares führt.

Fig. 417.



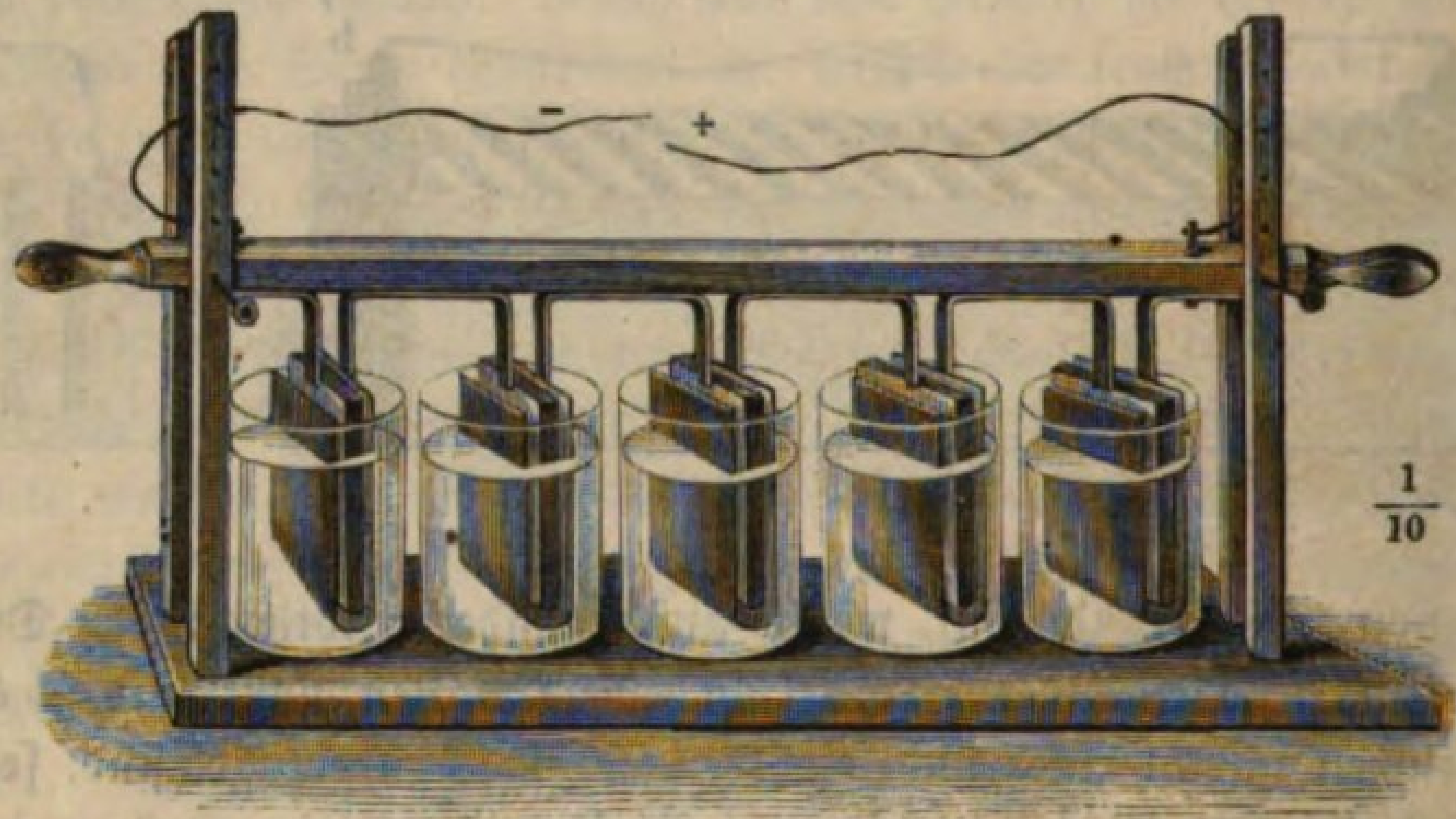
Um die Zinkplatte herum ist eine Kupferplatte *k* gebogen, so daß jeder Seite von *z* eine Kupferfläche gegenübersteht, ohne daß eine metallische Berührung zwischen ihnen stattfände, welche am zweckmäßigsten durch Holzklötzchen *h* verhindert wird. — Von der Kupferplatte *k* führt ein Kupferstreifen *b* zur Zinkplatte des vorhergehenden Plattenpaares.

Eine Reihe solcher Plattenpaare ist nun mittelst ihrer Verbindungsstreifen an einer Holzleiste befestigt, so daß man alle auf einmal niederlassen und in die Flüssigkeit eintauchen kann. Jedes Plattenpaar hat sein besonderes Gefäß, wie man Fig. 418 (a. f. S.) sieht.

Wenn die Gefäße rund sind, wie unsere Figur zeigt, so müssen die Plattenpaare ziemlich weit auseinanderstehen. Viel Raum wird dadurch gewonnen, daß man flache Gefäße von Glas oder Porzellan anwendet oder noch besser einen Trog von der Form wie der in Fig. 415 abgebildete, in welchem die Scheidewände der Zellen gleichfalls

aus der isolirenden Substanz des ganzen Gefäßes bestehen. Jede Zelle ist zur Aufnahme eines Plattenpaares bestimmt. Am besten sind solche Tröge von

Fig. 418.



1/10

Porzellan, doch reicht auch gute Töpferwaare hin, wenn sie mit einer dauerhaften Glasur versehen ist.

Faraday brachte für diese Batterie einen Trog ohne alle Scheidewand in Anwendung; dabei geht nun freilich ein Theil der galvanischen Kraft durch Nebenschließung verloren, es bleibt aber immer noch eine bedeutende Wirkung übrig, und man gewinnt auf der anderen Seite dadurch, daß man die Plattenpaare näher zusammenbringen kann, sehr an Raum.

Eine sehr compendiöse Kupferzinksäule ohne Absonderung der Flüssigkeit hat Münch construirt, doch würde uns eine genauere Beschreibung derselben zu weit führen.

205 **Die constanten Säulen.** Bei allen den bis jetzt besprochenen einfachen und zusammengesetzten Ketten ist die Wirkung gleich nach dem Eintauchen in die saure Flüssigkeit sehr energisch; sie nimmt aber sehr rasch ab. Diese Veränderlichkeit des Stromes ist nun immer, namentlich aber dann störend, wenn es sich darum handelt, vergleichende Versuche über die Stromkraft anzustellen. Von diesem Uebelstande sind nun die sogenannten constanten Batterien frei.

Die constanten Batterien haben das gemeinschaftlich, daß das negative Metall in eine andere Flüssigkeit eingetaucht ist als das positive. Gewöhnlich sind die einzelnen Plattenpaare in einzelne Gläser vertheilt, ähnlich wie bei der Wollaston'schen Batterie, Fig. 418; um aber Raum zu ersparen, sind sie nicht eben, sondern cylinderförmig gekrümmt. Die Flüssigkeit, in welche das negative Metall eintaucht, ist von der Flüssigkeit, in welche das positive Metall eintaucht, durch eine poröse Scheidewand getrennt, für welche man anfangs zum Theil thierische Blasen, später aber allgemein hohle poröse Thoncylinder anwandte, welche unter dem Namen der Thonzellen bekannt sind.

Das Zink dient bei allen constanten Batterien als positives Metall und ist in verdünnte Schwefelsäure eingetaucht; als negatives dagegen wird bei der Becquerel'schen oder Daniell'schen Säule Kupfer, eingetaucht in eine concentrirte Lösung von Kupfervitriol; bei der Grove'schen Platin, eingetaucht in concentrirte Salpetersäure, angewandt. Bei der Bunsen'schen Säule ist das Platin durch die noch mehr elektronegative Kohle ersetzt.

Fig. 419.

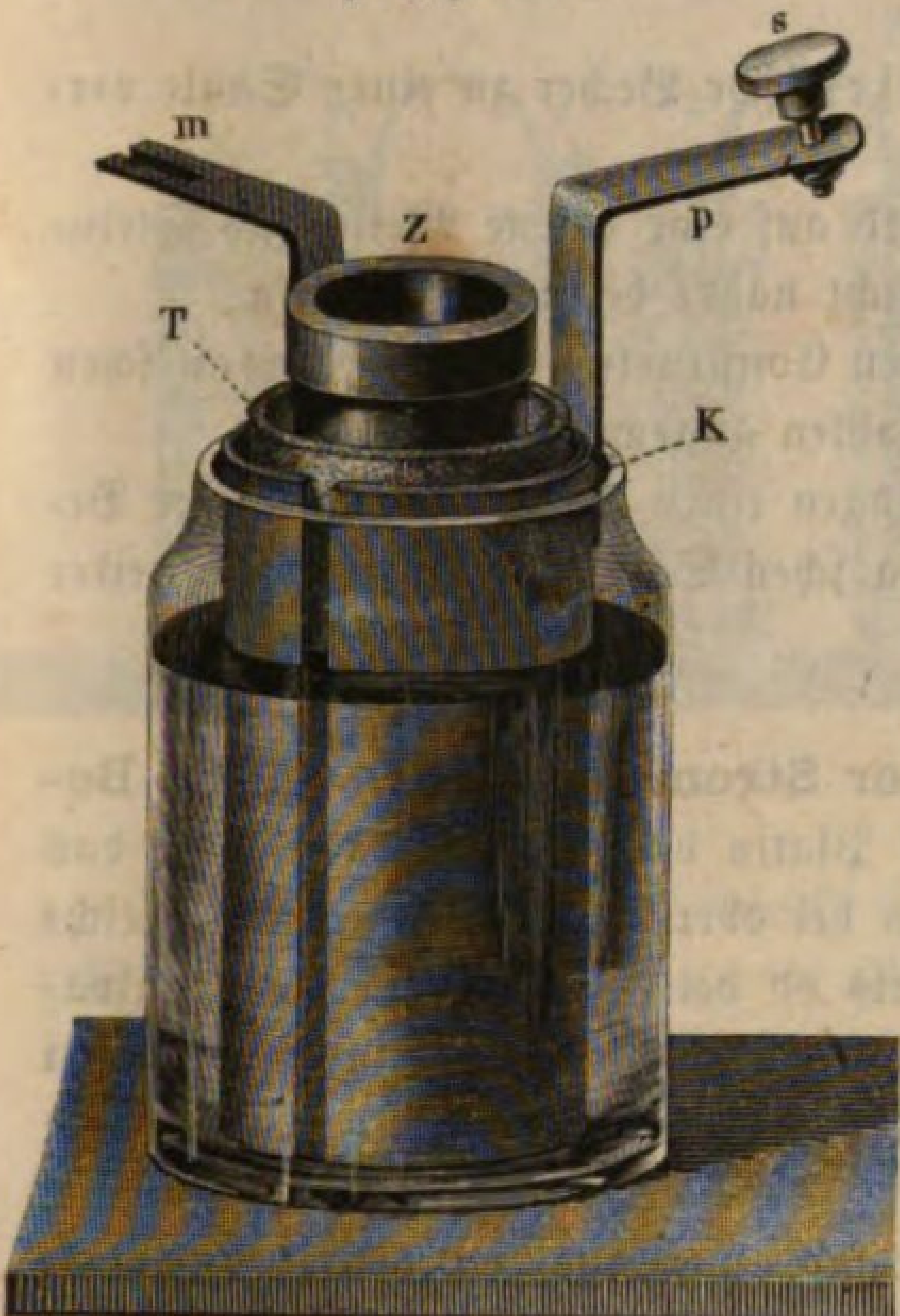
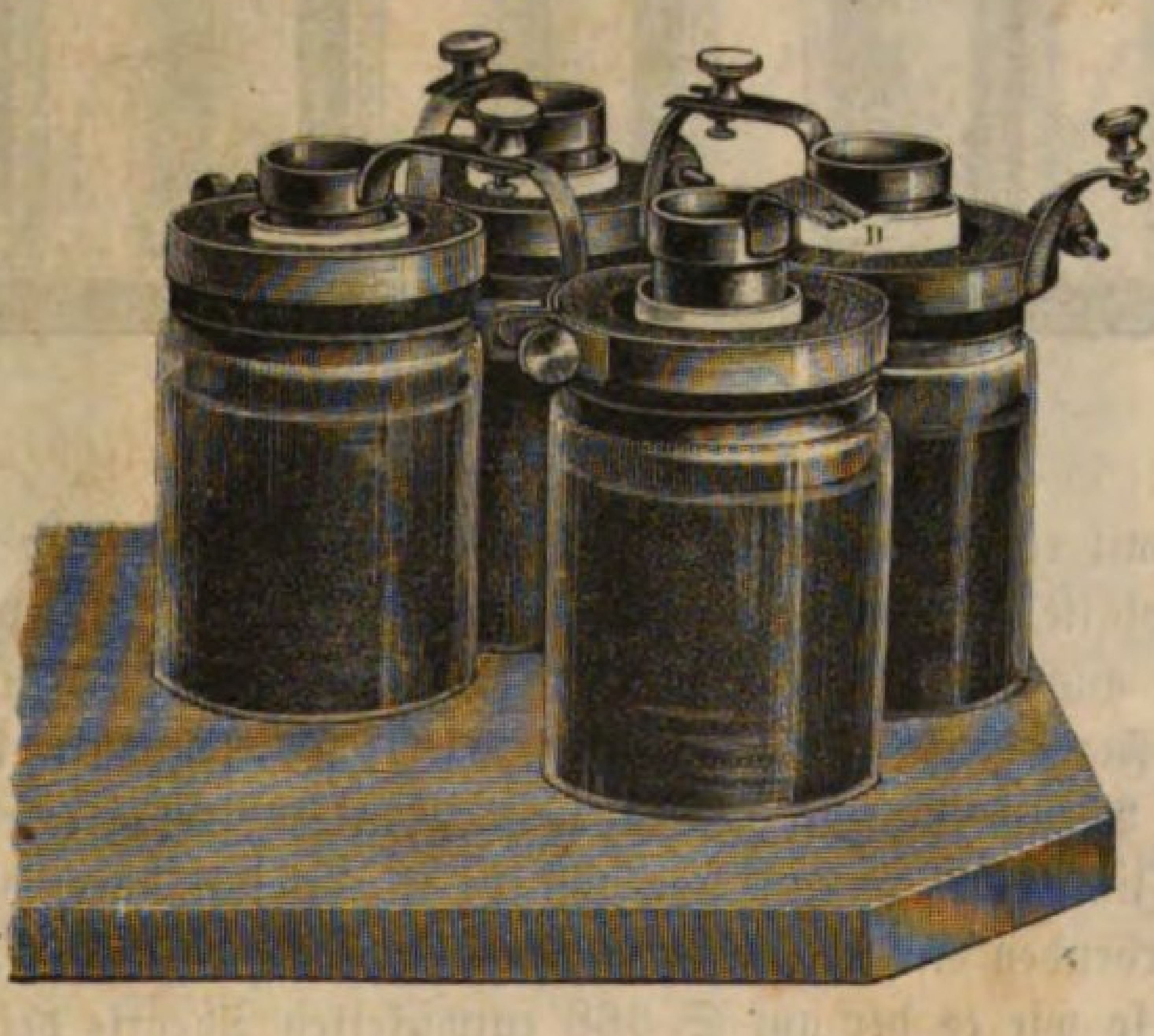


Fig. 419 stellt einen Daniell'schen Becher dar. Das mit einer Lösung von Kupfervitriol gefüllte Glasgefäß enthält zunächst einen aus Kupferblech gebogenen hohlen Cylinder *K*, innerhalb dessen die mit verdünnter Schwefelsäure gefüllte Thonzelle *T* steht. In die Flüssigkeit der Thonzelle ist dann der Zinkcylinder *Z* eingetaucht.

An dem Zinkcylinder ist ein geschlitzter Metallstreifen *m*, am Kupfercylinder ein Streifen *p* von Kupferblech befestigt, welcher die Schraube *s* trägt, vermittelst deren man den Kupferstreifen *p* mit dem Streifen *m* des nächsten Bechers zusammenschrauben kann.

Die Bunsen'schen Säulen haben gewöhnlich dieselbe Anordnung, nur enthält das Glas concentrirte Salpetersäure, und der hohle Kupfercylinder ist

Fig. 420.



durch einen Kohlencylinder ersetzt. Der Kohlencylinder ist mit einem Kupferringe umgeben, an welchem ein Kupferstreifen mit einer Schraube befestigt ist, welche dazu dient, eine leitende Verbindung des Kohlencylinders mit dem Zink des folgenden Bechers herzustellen.

Fig. 420 zeigt, wie mehrere Bunsen'sche Becher zu einer Säule verbunden werden können.

Die Kohle zu diesen Cylindern wird auf eine eigene Weise aus Steinkohlen und Coaks bereitet, die wir hier nicht näher betrachten können.

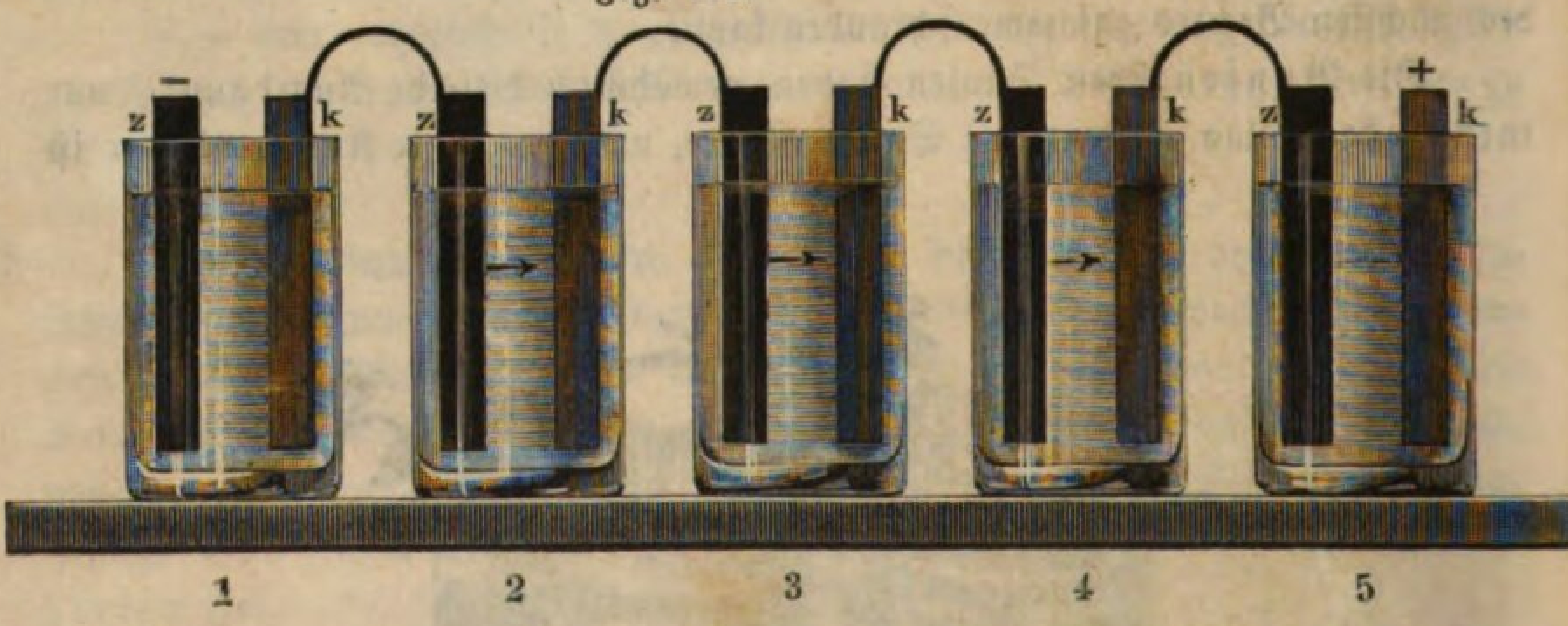
Die Grove'sche Batterie ist in ihren Constructionen der Bunsen'schen sehr ähnlich, nur wird Platin statt der Kohlen angewandt.

Den Grund, warum diese Anordnungen einen Strom von größerer Beständigkeit geben als die früheren Volta'schen Säulen, werden wir weiter unten kennen lernen.

206 **Bestimmung der Pole und der Stromesrichtung einer Bechersäule.** Weil das Kupfer oder das Platin das negative, das Zink das positive Metall der Säule ist, so kann man bei oberflächlicher Betrachtung leicht zu der irrigen Ansicht verleitet werden, als ob bei einer aus mehreren galvanischen Bechern zusammengesetzten Säule die letzte Zinkplatte auf der einen Seite der positive, die letzte Kupferplatte auf der anderen Seite der negative Pol sei. Eine genauere Untersuchung zeigt aber, daß dies nicht der Fall ist.

Fig. 421 ist die schematische Darstellung einer aus 5 Bechern zusammengesetzten Säule. So lange die Kette nicht geschlossen ist, ist die Zinkplatte im

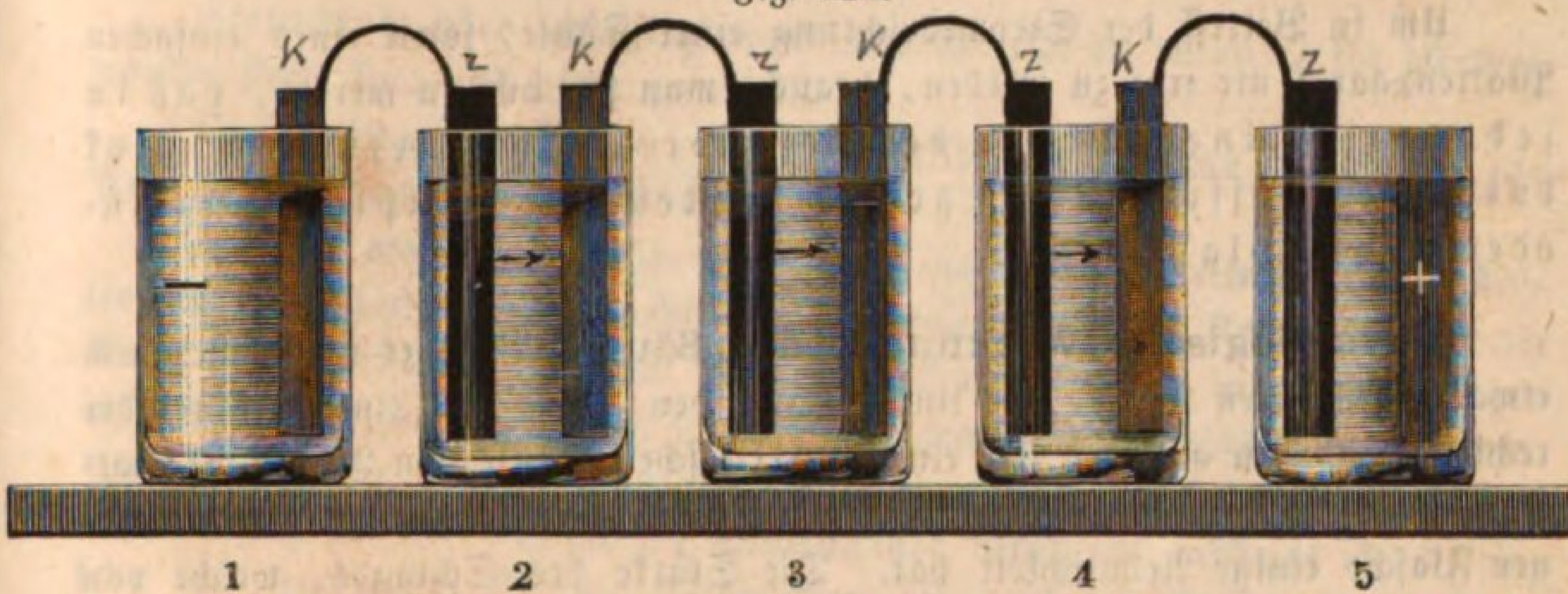
Fig. 421.



Becher 1 nicht mit einer Kupferplatte, die Kupferplatte im Becher 5 aber nicht mit einer Zinkplatte metallisch verbunden. Wird nun die Zinkplatte aus 1, die Kupferplatte aus 5 herausgenommen, so bleiben noch 4 Plattenpaare übrig, wie man dies Fig. 422 sieht. In jedem dieser Plattenpaare ist nun das Zink durch die Berührung mit der entsprechenden Kupferplatte elektropositiv, und von jeder Zinkplatte wandert die positive Elektricität durch die Flüssigkeit zur gegenüberstehenden Kupferplatte, welche dem nächstfolgenden Plattenpaare angehört, ganz so wie es der auf S. 368 entwickelten Theorie der Säule ent-

spricht. Die Zinkplatte in 5 ist also die positive, die Kupferplatte in 1 ist die negative Polplatte, und demgemäß ist auch die Flüssigkeit in 5 mit freier positiver, die Flüssigkeit in 1 mit freier negativer Elektricität geladen.

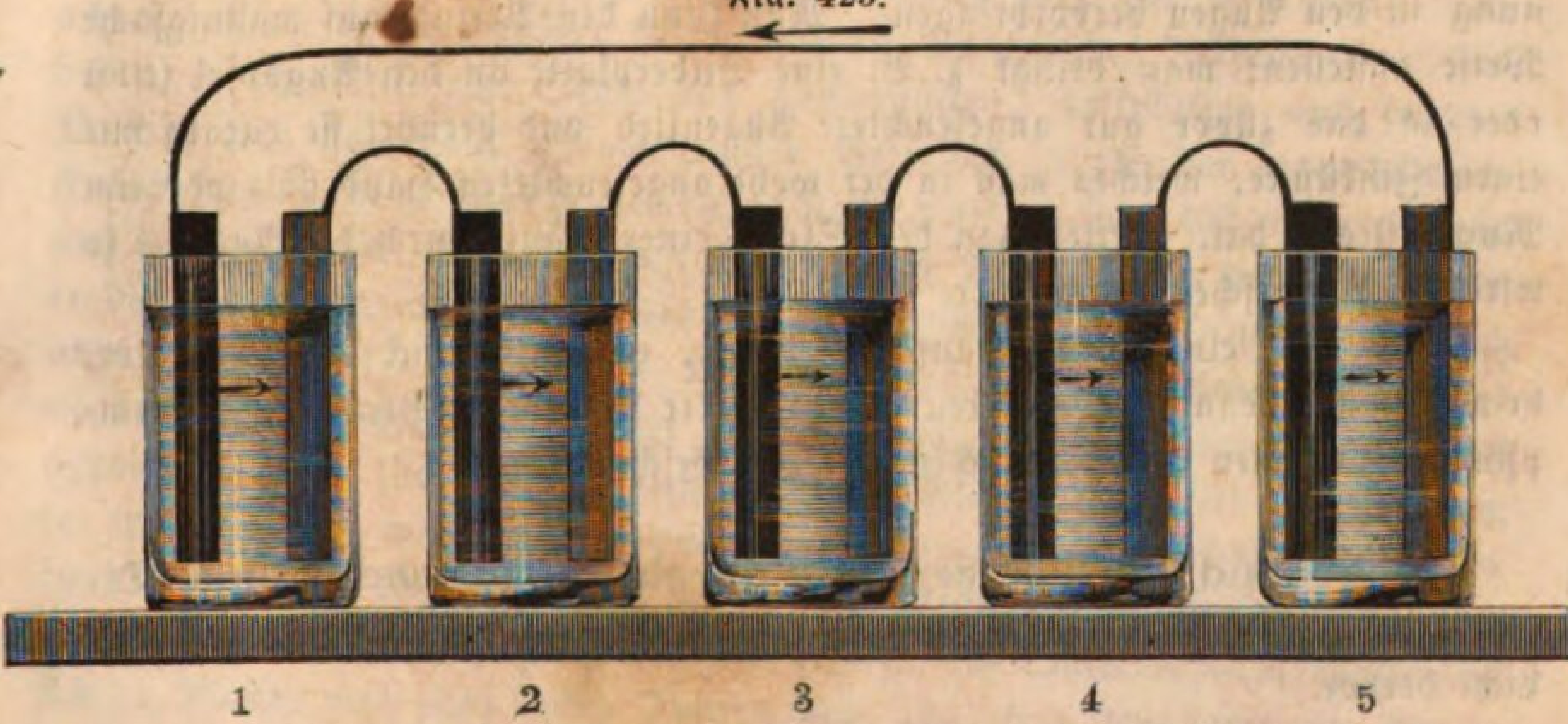
Fig. 422.



Wird nun eine Kupferplatte in die Flüssigkeit des Bechers 5 eingetaucht, so wird die positive Ladung der Flüssigkeit auf diese Platte übergehen (wobei man für unseren Zweck die unbedeutende elektromotorische Kraft zwischen der Flüssigkeit und dem Metalle unberücksichtigt lassen kann), die in 5 eingetauchte Kupferplatte bildet also den positiven Pol der Säule, wie dies auch in Fig. 421 bereits angedeutet ist. Eine in die Flüssigkeit des Bechers 1 eingetauchte Zinkplatte dagegen wird zum negativen Pole der Säule.

Wird nun die Kette geschlossen, indem man etwa, wie es Fig. 423 andeutet, die Kupferplatte in 5 mit der Zinkplatte in 1 durch einen Metalldraht

Fig. 423.



verbindet, so muß der positive Strom in der Richtung circuliren, wie es die Pfeile andeuten, er tritt also von der in den Becher 5 eingetauchten Kupferplatte in den Schließungsbogen ein.

Durch die metallische Verbindung der Kupferplatte in 5 und der Zinkplatte in 1 werden aber auch diese beiden Platten zu einem elektromotorischen Plattenpaare vereinigt, welches den Strom in gleicher Richtung forttreibt, wie die übrigen Plattenpaare.

Um in Betreff der Stromesrichtung einer Säule, sowie eines einfachen Plattenpaares nie irre zu werden, braucht man sich nur zu merken, daß in jedem einzelnen Becher der positive Strom stets vom Zink durch die Flüssigkeit zur gegenüberstehenden Kupfer-, Platin- oder Kohlenplatte geht.

207 **Physiologische Wirkungen der Säule.** Berührt man mit einem etwas befeuchteten Finger der linken Hand den einen, mit einem Finger der rechten Hand den anderen Pol einer Volta'schen Säule von 20 bis 30 Plattenpaaren, so erhält man einen schwachen Schlag, welcher mit dem einer Leydner Flasche einige Aehnlichkeit hat. Die Stärke des Schlages, welche von der Größe der Plattenpaare unabhängig ist, wächst mit der Anzahl der Plattenpaare, so daß er bei einer Säule von 80 bis 100 Plattenpaaren schon ziemlich empfindlich ist.

Man empfindet einen Schlag in dem Momente, in welchem man die Kette durch die Finger schließt. So lange die Kette geschlossen bleibt, circulirt der elektrische Strom durch den Körper, ohne eine merkliche Wirkung auf das Gefühl hervorzubringen; nur bei kräftigen Säulen von vielen Plattenpaaren empfindet man während des Geschlossenseins ein brennendes stingelndes Gefühl an den Stellen, wo der Strom in den Körper eingeführt wird. Einen zweiten Schlag empfindet man aber in dem Augenblicke, in welchem man die Kette wieder öffnet.

Schon durch ein einfaches Plattenpaar läßt sich eine blitzähnliche Erscheinung in den Augen hervorbringen. Man kann den Versuch auf mannigfache Weise anstellen; man bringt z. B. eine Silberplatte an den Augapfel selbst oder an das zuvor gut angefeuchtete Augenlied und berührt sie darauf mit einem Zinkstücke, welches man in der wohl angefeuchteten Hand hält oder im Munde stecken hat. Leitet man den Strom einer Säule durch die Augen, so wird die Lichterscheinung stärker.

Legt man ein Zinkstück auf die Zunge, ein Silberstück unter dieselbe, bringt man alsdann die vorderen Enden beider Metalle in Berührung, so empfindet man einen eigenthümlichen bitteren Geschmack.

208 **Licht- und Wärmeerzeugung durch galvanische Ströme.** Die galvanischen Ströme bringen, wie die der Reibungselektricität, Wärme und Licht hervor.

Wenn man einen galvanischen Strom durch einen Metalldraht leitet, so erwärmt er sich; damit aber eine kräftige Wirkung erhalten wird, muß der Schließungsdraht kurz und dünn sein. Je größer die wirkende Oberfläche des galvanischen Apparates ist, desto dickere Drähte kann man damit glühend machen

und schmelzen. Je länger der Draht ist, desto mehr Plattenpaare muß man zur Säule vereinigen, um die erwähnten Wirkungen hervorzubringen.

Eisen- und Stahldraht wird weißglühend, schmilzt und verbrennt unter lebhaftem Funkensprühen.

Platindraht wird lebhaft glühend und schmilzt ab, wenn er für die angewandte Kette kurz und dünn genug ist.

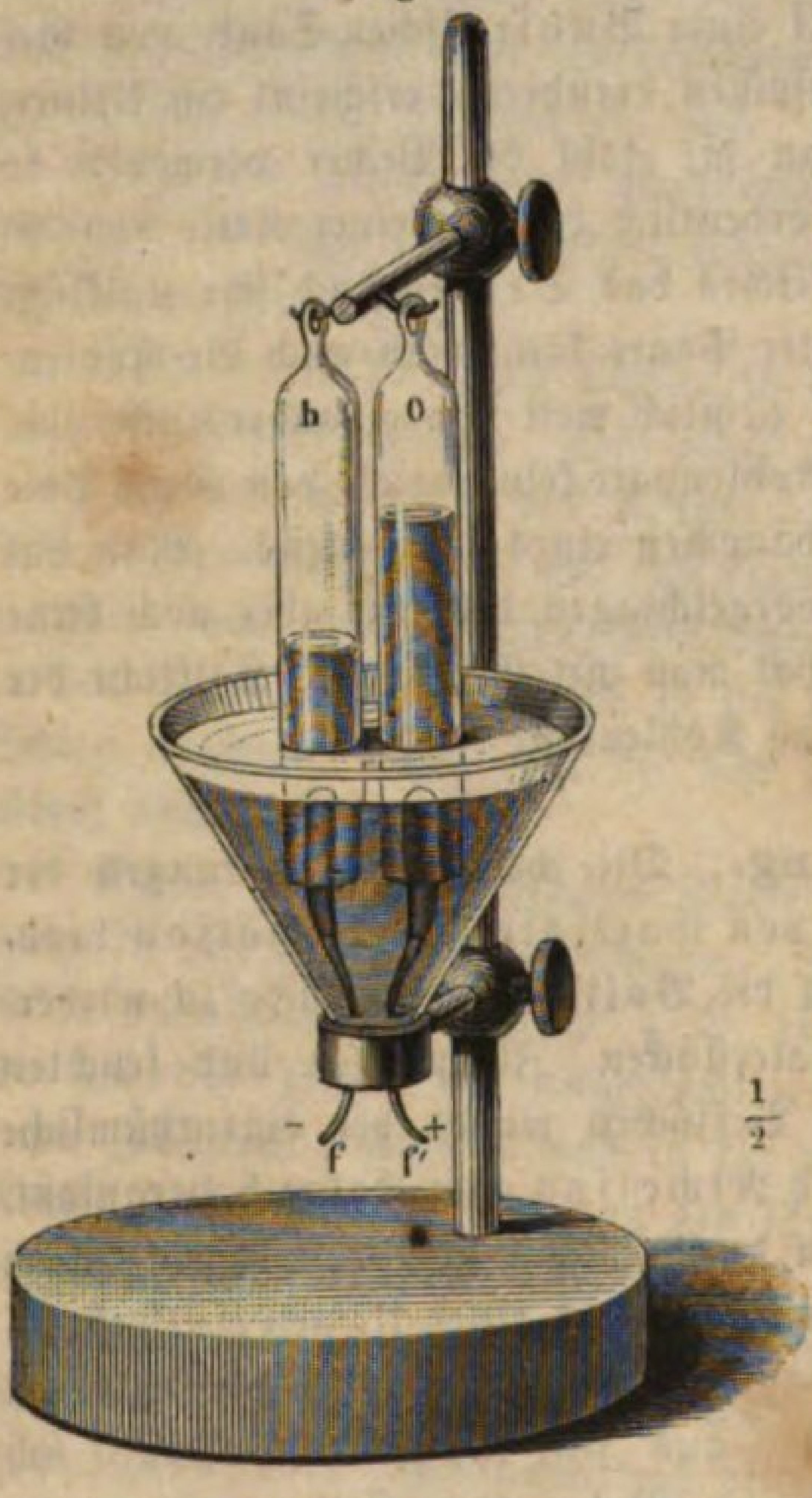
Das galvanische Glühen der Metalldrähte hat man mit Erfolg zum Anzünden von Minen benutzt.

Befestigt man an die beiden Pole einer galvanischen Kette zugespitzte Kohlenstücke, am besten von derselben Masse, aus welcher die Kohlencylinder der Bunsen'schen Batterie gemacht sind, so wird man, sobald man diese Spitzen in Berührung bringt, zwischen ihnen ein ungemein glänzendes Licht wahrnehmen. Dies helle Licht läßt sich schon mit einer Bunsen'schen Säule von vier Bechern zeigen; da, wo sich die Kohlenspitzen berühren, erscheint ein kleiner, sehr hell leuchtender Stern. Wenn man die Zahl der Becher vermehrt, so nimmt der Glanz der Erscheinung außerordentlich zu; mit einer Kette von 30 bis 50 Bechern erhält man ein Licht, welches das Drummond'sche Kalklicht weit übertrifft. Bei Anwendung so vieler Paare kann man auch die Kohlenspitzen, wenn einmal der Strom übergeht, ziemlich weit von einander entfernen, und so erhält man durch die glühenden Kohlenpartikeln, welche von einem Pole zum anderen übergehen, das herrliche Phänomen eines Lichtbogens. Man hat dieses Licht zur Beleuchtung im Großen vorgeschlagen, bis jetzt aber noch keine praktischen Resultate erhalten; dagegen hat man mit Erfolg das Kalklicht der sogenannten Knallgasmikroskope durch das Kohlenlicht ersetzt.

Galvanische Wasserzersetzung. Die chemischen Wirkungen der Säule wurden zuerst (30. April 1800) von Carlisle und Nicholson beobachtet. Diese beiden Physiker hatten, um die Volta'schen Versuche zu wiederholen, in der Eile eine Säule von Thalerstücken, Zinkplatten und feuchten Pappscheiben aufgebaut. Nach einigen Versuchen wurde der eigenthümliche Geruch von Wasserstoffgas bemerklich, und Nicholson kam, dadurch veranlaßt, auf den glücklichen Gedanken, den Strom durch Wasser gehen zu lassen, indem er die beiden Poldrähte in dasselbe eintauchte und in einer kleinen Entfernung von einander hielt. Bald stieg das Wasserstoffgas in kleinen Bläschen am negativen Pole auf, während der positive, aus Zink bestehende Poldraht sich oxydirte. Wird für den positiven Poldraht Platin oder Silber genommen, so oxydirt er sich nicht, sondern das Sauerstoffgas steigt ebenfalls in Bläschen in die Höhe. — So war denn endlich das Wasser direct in seine Elemente zerlegt. Cavendish hatte zwar schon gezeigt, daß Sauerstoff und Wasserstoff sich zu Wasser verbinden, aller Anstrengung ungeachtet war aber die directe Zersetzung des Wassers noch nicht gelungen. Ein passender Apparat zur Wasserzersetzung ist in Fig. 424 (a. f. S.) dargestellt. Er besteht aus einem Glase, durch dessen isolirenden Boden zwei Kupferdrähte hindurchgehen, welche sich jedoch nicht berühren dürfen. An diese Drähte sind Platinplatten angelöthet, die 209

Löthstelle aber und der Kupferdraht, so weit er sich im Gefäße befindet, ist sorgfältig mit Siegellacklösung überzogen. Zwei Glasglöckchen *o* und *h* sind mit gesäuertem Wasser gefüllt und hängen in ein gleichfalls mit gesäuertem Wasser gefülltes Glasgefäß herab, so daß sich über jeder der beiden Polplatten ein solches Glöckchen befindet. Sobald man nun die Drähte *f* und *f'* mit den Polen der Säule in Verbindung bringt, entwickeln sich Gasblasen in reichlichem Maße. Reines Sauerstoffgas steigt immer in dem Glöckchen über dem positiven Pole auf, das Wasserstoffgas im anderen. Es versteht sich von selbst, daß das Wasser in den Glöckchen von dem Wasser in dem Gefäße nicht abgesperrt sein darf, damit der Strom von einem Drahte durch die Flüssigkeit zum anderen gelangen könne.

Fig. 424.



Die Gasentwickelung ist um so lebhafter, je näher die Polplatten einander sind und je größer die Oberfläche des Metalles ist, welche mit dem Wasser in Berührung steht. Man wendet deshalb, anstatt der ursprünglich gebräuchlichen Poldrähte, Platinplatten an.

Fig. 425.



Das destillirte und vollkommen reine Wasser wird auf diese Weise doch nur langsam zersetzt; sobald man aber nur einige Tropfen irgend einer Säure zugießt, wodurch sein Leitungsvermögen bedeutend erhöht wird, beginnt eine sehr lebhafte Gasbildung, so daß man in kurzer Zeit eine ziemlich bedeutende Menge der Gase auffangen kann. Wie die Quantität der gebildeten Gase von der Stromstärke abhängt, werden wir später sehen.

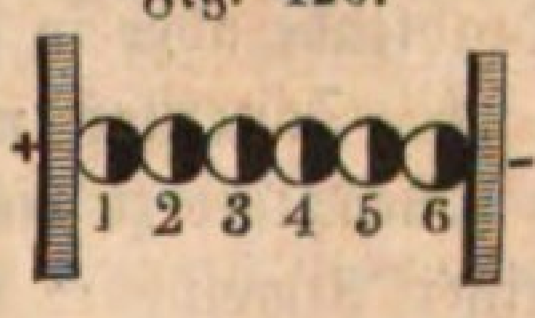
Wenn es nicht darauf ankommt, die beiden Gasarten getrennt aufzufangen, kann man sich des Apparates Fig. 425 bedienen, in welchem mehr Wasser

zersetzt wird, weil zwei größere Polplatten von Platin sich viel näher stehen. Das Gemenge der beiden Gase (Knallgas) entweicht durch eine gebogene Röhre, und wenn man die Oeffnung derselben unter Wasser taucht, so kann man das Gas auffangen oder die einzelnen entweichenden Blasen sogleich verpuffen.

Die Sauerstoffmenge, welche am positiven Pole frei und in der Röhre *o*, Fig. 424, gesammelt wird, ist dem Volumen nach immer nur halb so groß als die des Wasserstoffs, welcher am anderen Pole frei wird und in der Röhre *h* aufsteigt. Die Gase werden also gerade in dem Verhältnisse ausgeschieden, in welchem sie sich zu Wasser verbinden. Das Wasser besteht bekanntlich aus 1 Aequivalent Sauerstoffgas + 1 Aeq. Wasserstoff. Ein Aequivalent Wasserstoffgas aber nimmt unter sonst gleichen Umständen einen doppelt so großen Raum ein als 1 Aeq. Sauerstoff. Die durch die Säule ausgeschiedenen Gase würden also, mit einander verbunden, wieder Wasser geben. — Ein Wasserzersetzungsapparat, der mit einer graduirten Glasröhre versehen ist, in welcher man das gebildete Knallgas auffangen und messen kann, führt den Namen Voltameter, weil die Menge des in einer bestimmten Zeit durch den Strom zersetzten Wassers ein Maß für die Stromstärke ist.

Grotthuß hat von dieser merkwürdigen Erscheinung folgende Erklärung gegeben, welche jetzt von fast allen Physikern als die richtige angenommen wird. Wenn Wasserstoffgas mit Sauerstoffgas zu Wasser verbunden ist, so werden bei dieser innigen Berührung der kleinsten Theilchen die Sauerstoffatome negativ, die Wasserstoffatome positiv elektrisch; wegen der gleichförmigen Vertheilung der Theilchen beider Substanzen aber zeigt natürlich die Verbindung keine freie Elektricität. Wenn sich nun Wasser zwischen den beiden Polen einer galvanischen Kette befindet, so wird der positive Pol auf die zunächst liegenden Wassertheilchen in der Weise wirken, daß der negative Bestandtheil angezogen und dem positiven Pole zugekehrt wird, während das abgestoßene Wasserstoffatom des ersten Wassermoleküls von dem positiven Pole abgewandt ist. Das Wassertheilchen 1, Fig. 426, wirkt aber auf das Wassertheilchen 2 in derselben Weise wie die Polplatte auf 1; ebenso wirkt 2 auf 3 u. s. w. So kommt es denn, daß alle Wassermoleküle zwischen den beiden Polen ihr Sauerstoffatom dem positiven Pole, ihr Wasserstoffatom dem negativen Pole zukehren, ungefähr so, wie es Fig. 426 versinnlicht, wo die Kreischen Wassertheilchen darstellen, und zwar die schwarzen Hälften das Wasserstoffatom, die weißen das Sauerstoffatom. Wenn nun die Anziehung, welche der positive Pol auf das Sauerstoffatom des Wassertheilchens 1 ausübt, groß genug ist, so wird es gleichsam seinem Wasserstoffatome entrissen; dieses Wasserstoffatom verbindet sich wieder mit dem Sauerstoffe des Wassertheilchens 2; der Wasserstoff von 2 verbindet sich mit dem Sauerstoffe von 3 u. s. w. Auf diese Weise geht auf der ganzen Strecke zwischen beiden Polen eine beständige Zersetzung

Fig. 426.



und Wiederbildung von Wasser vor sich, nur an den Polen selbst können die Bestandtheile desselben frei werden.

Gerade so wie zwischen den Polen findet auch in allen Zellen der galvanischen Kette eine Wasserzersetzung Statt.

Einen jeden Körper, welcher durch den galvanischen Strom in seine chemischen Bestandtheile zerlegt wird, nennt man nach Faraday ein Elektrolyt, während man eine durch den galvanischen Strom hervorgebrachte Zersetzung als Elektrolyse bezeichnet.

Alle Leiter zweiter Ordnung sind Elektrolyte, und sie leiten den elektrischen Strom eben nur in Folge ihrer Zersetzung.

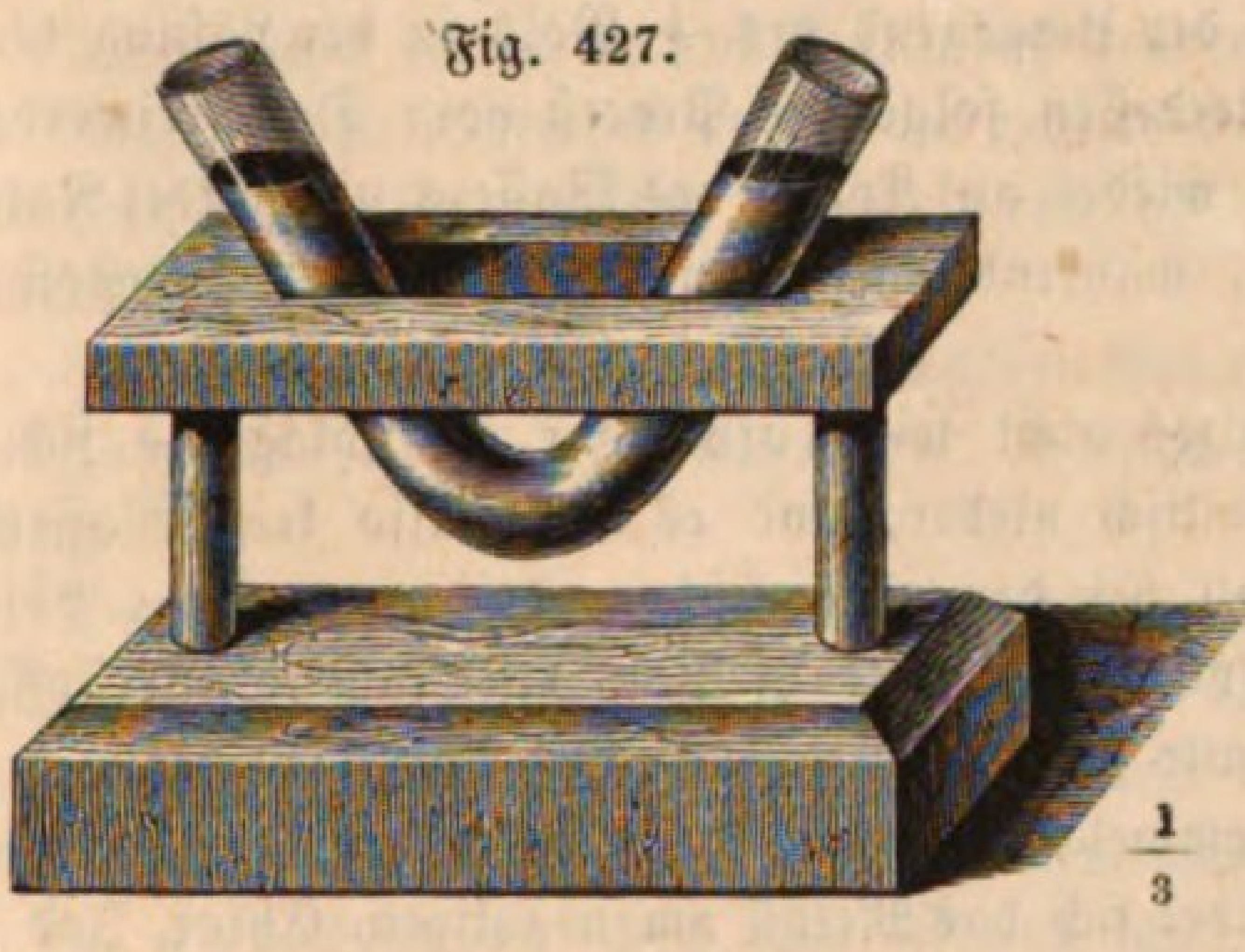
210 **Elektrolyse der Alkalien und Erden.** Eine neue Epoche der Wissenschaft begann mit der im Jahre 1807 von Davy mit Hülfe der Säule gemachten Entdeckung der Zerlegbarkeit der Alkalien, welche man bis dahin für einfache Körper gehalten hatte. Die Alkalien und Erden wurden dadurch in die Classe der Oxyde zurückgeführt und die Chemie mit zwei neuen metallischen Körpern, Kalium und Natrium, bereichert. Berührt man ein Stück Aetzkali, welches auf einer mit dem positiven Pole einer kräftigen Säule verbundenen Platinplatte liegt, mit dem negativen Poldraht, so sieht man zahlreiche Metallkügelchen an demselben Pole erscheinen und unter Funkensprühen wieder verschwinden. Es ist dies das Kalium, welches bei der Zerlegung des Kalis frei wird. Seine Verwandtschaft zum Sauerstoffe ist aber so groß, daß es sich, mit der Luft in Berührung, sogleich wieder oxydirt; wenn es aber mit Wasser in Berührung kommt, so entzieht es diesem den Sauerstoff und entzündet das Wasserstoffgas, daher denn die Feuererscheinung. Man muß deshalb das Kalium in einer nicht sauerstoffhaltigen Flüssigkeit aufbewahren. Man gebraucht zu diesem Zwecke gewöhnlich Steinöl, welches aus Kohlenstoff und Wasserstoff zusammengesetzt ist.

Seebeck hat ein Mittel angegeben, um das durch die Säule ausgeschiedene Kalium sicherer zu sammeln. In ein Stück kaustischen Kalis, welches zersetzt werden soll, wird eine Höhlung gemacht und Quecksilber in dieselbe gegossen. Das Kali wird dann auf ein mit dem positiven Pole der Säule in Verbindung stehendes Platinstück gelegt, das negative Drahtende aber in das Quecksilber getaucht. Alsbald geht die Zersetzung vor sich, Sauerstoff wird am Platin frei, das Kalium aber verbindet sich mit dem Quecksilber zu einem ziemlich beständigen Amalgam. Durch Destillation in einer Atmosphäre von Steinöldampf kann man alsdann das Quecksilber abscheiden und das Kalium in reinem Zustande erhalten.

211 **Elektrolyse der Salze.** Auch die Salze werden durch den galvanischen Strom zerlegt, und zwar erscheint die Säure am positiven, die Basis am negativen Pole. Die Zerlegung der Salze läßt sich dem Auge auf folgende Weise sehr gut sichtbar machen. Man fülle eine U-förmig gebogene Röhre, Fig. 427, mit einer Salzlösung, die durch Malventinctur violet ge-

färbt ist. Taucht man nun auf der einen Seite den positiven, auf der anderen den negativen Poldraht in die Flüssigkeit, so wird sie sich am positiven Pole roth, am negativen grün färben. Vertauscht man aber die Pole, so stellt sich erst allmälig die ursprüngliche violette Färbung wieder her; dann aber erscheint Roth da, wo vor der Vertauschung der Farben Grün war, und umgekehrt.

Fig. 427.



$\frac{1}{3}$

Gießt man eine Salzlösung in zwei neben einander stehende Gefäße, die durch ein feuchtes Asbestgewebe oder durch einen U-förmigen, mit der Flüssigkeit gefüllten Heber verbunden sind, taucht man dann in das eine Gefäß den positiven, in das andere den negativen Poldraht, so geht die Zersetzung ebenfalls vor sich, und nach einiger Zeit findet sich die Säure in dem Gefäße, in welches der positive Draht eingetaucht ist, die Basis im anderen. Selbst wenn man in das Gefäß *A*, welches den positiven Poldraht enthält, die basische Lösung, in das andere, *B*, aber die Säure gießt, so findet sich nach einiger Zeit die Säure in *A*, die Basis in *B*. Man hat diese Versuche auf mannigfache Weise abgeändert.

Nach Daniell's Ansicht wird hier nicht das Salz direct in Säure und Basis zerlegt, sondern nach der einen Seite wandert die metallische Grundlage der Basis, nach der anderen die Säure + Sauerstoff. Danach hätte man z. B. das schwefelsaure Natron nicht als $SO^3 + NaO$, sondern als $SO^4 + Na$ zu betrachten *). Na wandert zum negativen, die hypothetische Verbindung

*) Für diejenigen, welche noch nicht hinlänglich in der Chemie bewandert sind, bedürfen diese Formeln einer Erläuterung. Alle einfachen Stoffe (Elemente) verbinden sich unter einander stets in bestimmten Verhältnissen; die Mischungsgewichte, nach welchen diese Verbindungen vor sich gehen, nennt man chemische Aequivalente. So besteht z. B. das Wasser aus zwei Bestandtheilen, welche für sich allein gasförmig sind, nämlich Sauerstoff und Wasserstoff, und zwar enthält es 8 Gewichtstheile Sauerstoff auf 1 Gewichtstheil Wasserstoff. — 8 Gewichtstheile Sauerstoff sind also das chemische Aequivalent für 1 Gewichtstheil Wasserstoff. Ein Aequivalent Sauerstoff bezeichnet der Chemiker aber durch O, ein Aequivalent Wasserstoff mit H. Die chemische Bezeichnung für Wasser ist demnach HO.

In diesem Sinne hat man für jeden einfachen Stoff sein chemisches Aequivalent bestimmt, und zwar sind Folgendes die Aequivalente einiger der bekanntesten Körper, wenn man das Aequivalent des Wasserstoffs als Einheit annimmt.

Sauerstoff	O	8,0	Kalium	K	39,2
Wasserstoff	H	1,0	Natrium	Na	23,0
Stickstoff	N	14,0	Eisen	Fe	28,0
Schwefel	S	16,0	Zink	Zn	32,5
Chlor	Cl	35,5	Silber	Ag	108,0.

SO^4 (Oxysulphion) zum positiven Pole. Das Oxysulphion zerfällt aber, sobald es am positiven Pole frei wird, in Sauerstoff, welcher gasförmig entweicht, und Schwefelsäure, welche in der Umgegend des + Pols in der Lösung bleibt. Am negativen Pole geht unterdessen folgender Proceß vor: Das freiwerdende Natrium oxydirt sich sogleich wieder auf Kosten des Wassers und bildet Natron, welches in der Lösung bleibt, während dafür ein Aequivalent Wasserstoff als Gas entweicht.

Ist das Metall des Salzes nicht leicht oxydirbar, so schlägt es sich auf der negativen Polplatte metallisch nieder, und es wird also kein Wasserstoff frei. Dies ist z. B. der Fall bei der galvanischen Zerlegung einer Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd; am positiven Pole entweicht Sauerstoffgas, und auf der negativen Polplatte schlägt sich metallisches Kupfer nieder.

Chlor-, Jod- und Brommetalle werden ebenfalls durch den elektrischen Strom zersetzt, und zwar scheidet sich das Metall am negativen, Chlor, Jod und Brom am positiven Pole aus. Schon durch die allerschwächsten Ströme kann das Jodkalium zerlegt werden.

Wenn man wässerige Lösungen der Einwirkung des elektrischen Stromes unterwirft, so werden die Resultate der Zersetzung sehr häufig durch die Gegenwart des Wassers modificirt. Um die Mitwirkung des Wassers zu vermeiden, hat Faraday viele Körper durch Schmelzen in flüssigen Zustand versetzt und so der Einwirkung des Stromes unterworfen. So zerlegte er z. B. Chlorblei, Chlorsilber u. s. w., indem er sie auf eine Glasplatte legte, durch eine Weingeistlampe schmolz und alsdann die beiden Poldrähte in die flüssige Masse eintauchte. Wenn in das geschmolzene Chlorsilber Poldrähte von Silber eingetaucht werden, so wird am negativen Pole Silber ausgeschieden, welches sich an dem Drahte ansetzt, während der andere Silberdraht durch das freigewordene Chlor aufgelöst wird.

Der Sauerstoff, welcher durch den galvanischen Strom an der positiven Polplatte ausgeschieden wird, hat im Augenblicke seiner Entstehung sehr stark oxydirende Eigenschaften, so daß er Verbindungen bildet, welche der freie Sauerstoff sonst nicht direct eingeht. So liefert z. B. die Elektrolyse der Salzsäure, besonders wenn ihr ein paar Tropfen Schwefelsäure zugesetzt sind, ein Gemenge freier Chlorsäure und Ueberchlorsäure, während gleichzeitig freies Chlorgas am + Pole und Wasserstoffgas am — Pole in Masse entweichen. Es haben

---

Es verbinden sich nun 8 Gewichtstheile Sauerstoff (O) mit 23 Gewichtstheilen Natrium (Na) zu Natron (NaO); während dieselbe Menge Sauerstoff sich mit 32,5 Gewichtstheilen (Zink Zn) zu Zinkoxyd (ZnO) vereinigt. Die obige Formel SO^3 bezeichnet eine Verbindung von 1 Aequivalent Schwefel mit 3 Aequivalenten Sauerstoff, also 16 Gewichtstheile Schwefel mit 24 Gewichtstheilen Sauerstoff, und diese Verbindung ist unter dem Namen der Schwefelsäure bekannt. $SO^3 + NaO$ ist die Formel für das Salz, welches durch die Verbindung von 1 Aequivalent Schwefelsäure und 1 Aequivalent Natron entsteht und welches »schwefelsaures Natron« genannt wird. Schwefelsaures Natron in Verbindung mit 10 Aequivalenten Wasser bildet das bekannte Glaubersalz.

sich also hier Chlor und Sauerstoff im status nascens direct mit einander vereinigt.

Taucht man die beiden aus Platin bestehenden Polplatten in eine Auflösung von Bleizucker, so bildet sich unter dem oxydirenden Einflusse des am positiven Pole entwickelten Sauerstoffes Bleihyperoxyd, welches sich auf der positiven Polplatte absetzt.

Auf ähnliche Weise und aus demselben Grunde setzt sich am positiven Pole Manganhyperoxyd ab, wenn die Flüssigkeit aufgelöstes Manganoxydul enthält.

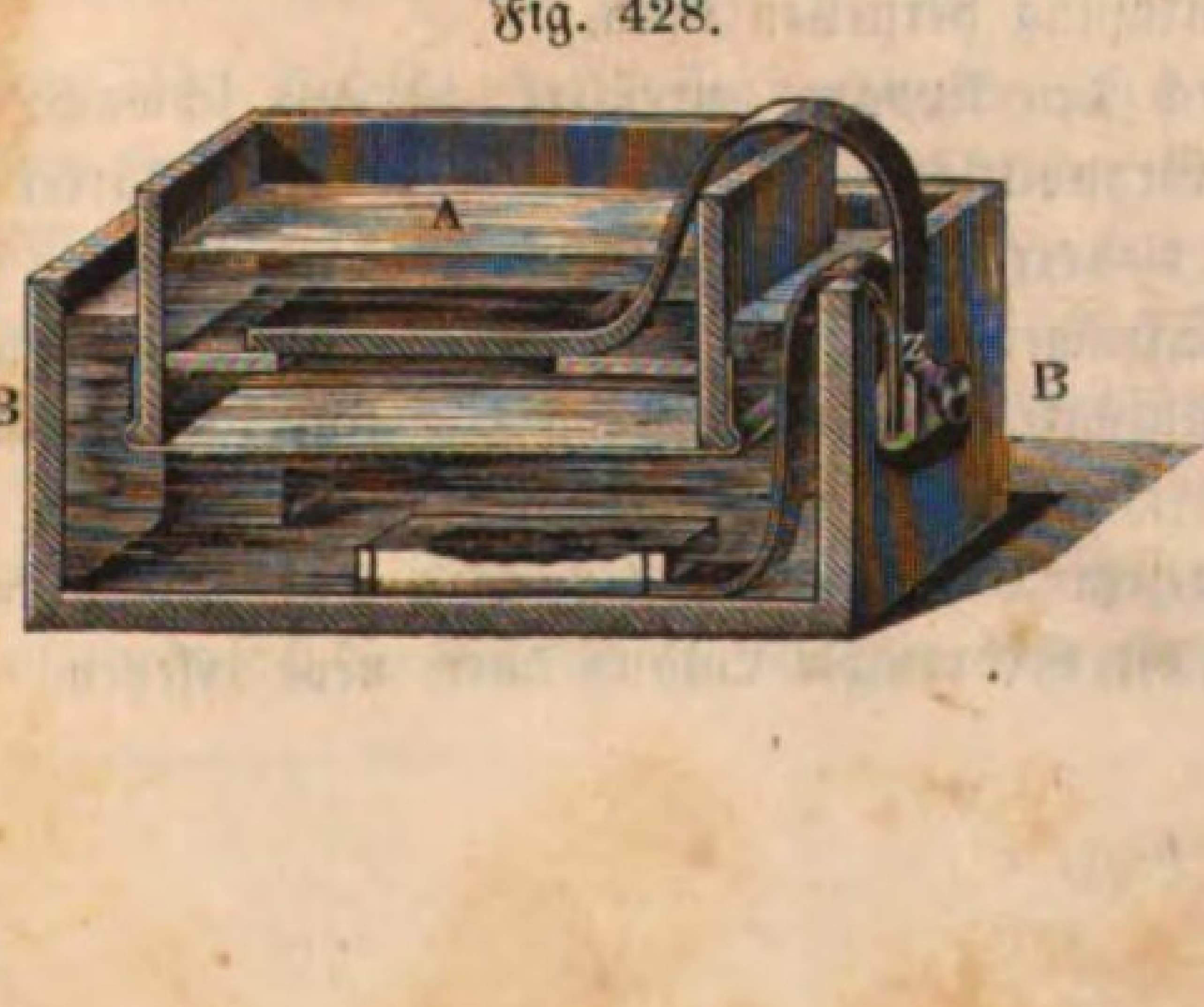
Das Bleihyperoxyd ist noch mehr elektronegativ als Platin, so daß eine mit Bleihyperoxyd überzogene Platinplatte sich elektronegativ gegen eine reine Platinplatte verhält. Eine Combination von Bleihyperoxyd mit Zink muß demnach einen Rheomotor geben, dessen elektromotorische Kraft noch größer ist, als die eines Bunsen'schen oder Grove'schen Bechers. Allein ein solcher Rheomotor ist sehr vergänglich. Das Wasserstoffgas, welches sich an der negativen Polplatte ausscheidet, entzieht dem Hyperoxyd einen Theil seines Sauerstoffes, so daß es in kurzer Zeit ganz verzehrt wird.

Ein ganz dünner, auf die eben angedeutete Weise erhaltener Ueberzug von Manganhyperoxyd oder Bleihyperoxyd zeigt die lebhaftesten Farben (Nobili'sche Farbenringe), welche man bereits zur Verzierung mancher Metallwaaren (z. B. Tischglocken) angewandt hat.

Praktische Benutzung der chemischen Wirkung des Stromes. Das auf der negativen Polplatte galvanisch niedergeschlagene Kupfer läßt sich von derselben ablösen, so daß man einen mikroskopisch genauen Abdruck ihrer Oberfläche erhält; wendet man nun als negative Polplatte eine Münze, eine gestochene Kupferplatte u. s. w. an, so erhält man auf diese Weise einen kupfernen Abdruck dieser Form. — Dies Verfahren ist unter dem Namen der Galvanoplastik bekannt. 212

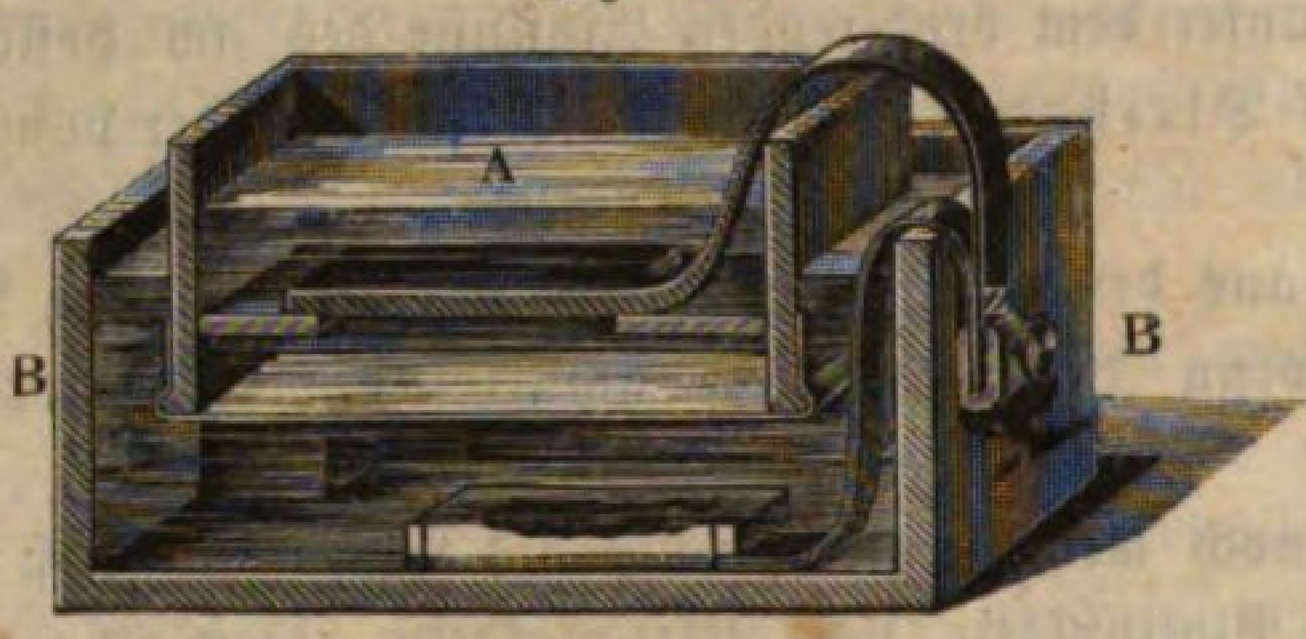
Um einen galvanoplastischen Abdruck einer metallischen Form, z. B. einer Münze, zu machen, hat man sie nur als negative Polplatte eines schwach geladenen Daniell'schen oder Bunsen'schen Bechers, der positiven Polplatte gegenüber, in eine concentrirte Lösung von Kupfervitriol zu tauchen. Es ist jedoch nicht einmal nöthig, eine vom Elektromotor gesonderte Zersetzungszelle anzuwenden, indem die metallische Form selbst die Rolle des elektronegativen Metalles in der Daniell'schen Kette übernehmen kann. Fig. 428 stellt einen zu diesem Zwecke construirten Apparat dar. Ein Gefäß A, welches oben offen ist, dessen Boden aber aus einer Schweins- oder Ochsenblase gebildet wird, ist so

Fig. 428.



in ein weiteres Gefäß B eingesetzt, daß der Boden von A ungefähr 2 Zoll über dem Boden des Gefäßes B sich befindet. Das Gefäß A wird mit stark verdünnter Schwefelsäure (ungefähr $^1/_{40}$ Schwefelsäure), das Gefäß B aber mit einer concentrirten Lösung von Kupfervitriol gefüllt. In die Flüssigkeit des oberen Gefäßes wird dann eine amalgamirte Zinkplatte, in die Flüssigkeit des unteren Gefäßes wird die aus einem elektronegativen Metalle bestehende Form eingesetzt.

Fig. 428.



Auf irgend eine Weise muß dafür gesorgt sein, daß die Zinkplatte in einiger Entfernung über der Blase gehalten wird, welche den Boden des Gefäßes A bildet, ferner ist es gut, über der Blase ein Stück Leinen auszubreiten, damit Unreinigkeiten und Metallstückchen, welche von der Zinkplatte herabfallen, nicht mit der Blase in Berührung kommen.

Die Zinkplatte ist mit einem Zinkstreifen versehen, welcher bei z durch eine Klemmschraube an einen Metallstreifen angedrückt wird, der zur elektronegativen Form führt.

Am zweckmäßigsten stellt man eine solche, als Matrize dienende Form aus Guttapercha her, indem man die weiche Guttapercha auf den zu vervielfältigenden Gegenstand mittelst einer Presse aufdrückt. Um ein Anhaften zwischen der Guttapercha und dem Originale zu verhindern, wird letzteres mit einer feinen Graphitschicht überzogen. Die Presse wird erst nach vollständigem Erkalten der Guttapercha geöffnet.

Eine solche Form ist freilich nicht leitend; sie wird es erst dadurch, daß man die Fläche derselben, auf welcher sich das Kupfer absetzen soll, mit einer zarten Schicht von Graphit überzieht, welche mittelst eines weichen Pinsels aufgerieben wird. Diese Form wird sodann auf einem Bleistreifen befestigt, indem man sie mittelst mehrerer Kupferstifte, welche die leitende Verbindung zwischen der Graphitschicht und dem Bleistreifen herstellen, aufnietet.

Dieser Bleistreifen, welcher bei z mit dem zur Zinkplatte führenden Zinkstreifen zusammengepreßt ist, muß, soweit er in die Lösung von Kupfervitriol eintaucht, mit einem isolirenden Ueberzuge versehen sein, den man etwa durch Anstreichen mit einer Siegellacklösung herstellen kann.

Der Strom, welcher durch den Apparat circulirt, ist nur schwach; das Kupfer setzt sich langsam auf die Graphitfläche ab. Je nachdem der Strom stärker oder schwächer ist, ist in einem oder mehreren Tagen die Kupferschicht dick genug zum Abnehmen. Bei schwächeren Strömen wird der Kupferniederschlag am gleichförmigsten; deshalb darf die Flüssigkeit, in welcher sich die Zinkplatte befindet, nur schwach sauer sein.

Je mehr Kupfer sich abgesetzt hat, desto heller wird die Vitriollösung. Wenn es nöthig ist, muß man die verbrauchte Lösung durch neue ersetzen.

Man hat in neuerer Zeit sehr wichtige Anwendungen von der Galvanoplastik gemacht; es ist gelungen, auf diese Weise Holzschnitte mit aller Schärfe des Originals zu vervielfältigen, wodurch es möglich wird, von einer und derselben Figur beliebig viele Abdrücke zu erhalten, ohne daß die späteren den früheren nachstehen. (Die Holzschnitte dieses Werkes sind mit solchen Kupfertypen gedruckt.)

Eine gestochene Kupferplatte hält bekanntlich nicht sehr viele Abdrücke aus, ohne bedeutend zu verlieren, die späteren Abdrücke sind immer schlechter als die ersten; daher der Werth der sogenannten avant la lettre. Dadurch ist der Stahlstich so sehr in Aufnahme gekommen, weil eine Stahlplatte ungleich mehr Abdrücke aushalten kann. Für die Kunst ist dies von entschiedenem Nachtheile, weil die Härte dieses Materials dem Künstler sehr große technische Schwierigkeiten entgegensetzt, welche es ihm unmöglich machen, auf Stahl ein so vollendetes Kunstwerk zu liefern wie auf Kupfer. Nun hat man aber gelernt, Kupferplatten, selbst große Kupferplatten, auf galvanoplastischem Wege zu vervielfältigen, und zwar so, daß die Abdrücke der Copien, deren man beliebig viele machen kann, denen der Originalplatte ganz gleich sind.

Endlich hat Kobell in München ein Verfahren angegeben, um in Tuschmanier gemalte Bilder durch Galvanoplastik zu vervielfältigen. Auf eine übersilberte Kupferplatte malt man mit einer Farbe, welche dadurch bereitet wird, daß man Oker oder Coaks mit einer Auflösung von Wachs und Terpentinöl anreibt und etwas Dammara-Firniß zusetzt. Mit dieser Farbe malt man auf die Platte so, daß die hellsten Lichter frei bleiben und die Farbe um so dicker aufgetragen wird, je dunkler der Schatten sein soll. Sobald das Bild fertig gemalt ist, wird es mit Hülfe eines zarten Pinsels mit feingepulvertem Graphit überzogen und dann in den galvanoplastischen Apparat eingesetzt. Allmälig schlägt sich das Kupfer auf die gemalte Platte nieder und bildet eine zweite Kupferplatte, auf welcher alle Lichtpartien der ersteren eben, die Schattenpartien aber vertieft sind; diese Platte liefert nun, wie eine gestochene Kupferplatte behandelt, Abdrücke, welche einer getuschten Zeichnung ähnlich sehen.

Ebenso wie sich aus einer Auflösung von Kupfervitriol auf galvanischem Wege Kupfer am negativen Pole der Kette absetzt, setzen sich auch andere Metalle, wie Gold, Silber, Platin, aus einer geeigneten Auflösung am negativen Pole ab, und man kann auf diese Weise andere Metalle vergolden, versilbern u. s. w. Näheres darüber würde uns zu weit führen.

Ein Stück Kupfer oder Eisen wird, für sich allein in verdünnte Schwefelsäure oder in eine Kochsalzlösung getaucht, angegriffen; sobald es aber unter der Flüssigkeit mit einem mehr elektropositiven Metalle, z. B. mit Zink, in Berührung gebracht wird, bildet sich eine einfache galvanische Kette, das Kupfer oder das Eisen wird nun als das elektronegative Element nicht mehr angegriffen, dagegen wird das Zink rascher oxydirt, als es für sich allein der Fall gewesen wäre. Darauf gründet sich Davy's Versuch, durch Zinknägel den Kupferbeschlag der Schiffe zu schützen. Dasselbe Princip ist auch in An-

wendung gebracht worden, um das Anfressen der eisernen Pfannen zu verhindern, in welchen Salzsoole versotten wird.

213 **Elektrochemische Theorie.** Die bisher besprochenen Erscheinungen zeigen uns merkwürdige Beziehungen zwischen den chemischen und elektrischen Kräften. Schon früher hatte man unbestimmt vermuthet, daß bei den chemischen Erscheinungen elektrische Kräfte thätig sein möchten; man ging jedoch erst näher auf diese Vorstellung ein, als die Wasserzersetzung durch die Volta'sche Säule bekannt geworden war; namentlich waren es Davy und Berzelius, welche dieselbe ausbildeten; sie stellten die elektrochemische Theorie auf, nach welcher die Grundursache der chemischen Verbindungen in einer elektrischen Anziehung zu suchen ist. Wenn es auch noch nicht vollständig bewiesen ist, daß chemische Affinität und elektrische Anziehung identisch sind, so muß doch zugegeben werden, daß diese Theorie, als ein gemeinsames Band viele Thatsachen auf eine der Erfahrung entsprechende Weise verknüpft.

So wie Zink und Kupfer, in Berührung gebracht, entgegengesetzt elektrisch werden, so werden, nach der elektrochemischen Theorie, die Atome je zweier Elemente entgegengesetzt elektrisch, wenn sie mit einander in Berührung kommen; kurz, alle Elemente sind nach der oben angegebenen Bedeutung Glieder der Spannungsreihe. Die äußersten Glieder dieser vollständigen Spannungsreihe sind Sauerstoff und Kalium, und zwar bildet Sauerstoff das negative, Kalium das positive Ende. Folgendes ist die Spannungsreihe der bekanntesten Elemente:

—	
Sauerstoff	Quecksilber
Schwefel	Silber
Stickstoff	Kupfer
Chlor	Wismuth
Brom	Blei
Jod	Nickel
Fluor	Eisen
Phosphor	Zink
Kohlenstoff	Wasserstoff
Antimon	Mangan
Tantal	Aluminium
Titan	Beryllium
Silicium	Magnesium
Gold	Calcium
Rhodium	Barium
Platin	Natrium
Quecksilber	Kalium
	+

Bei den wenigsten der genannten Körper ist diese Stellung durch directe Versuche ermittelt; für die meisten hat man sie aus ihrem chemischen Verhalten zu erschließen gesucht.

Nach der elektrochemischen Theorie sind die Atome der Elemente nicht an und für sich elektrisch; sie werden es erst in Berührung mit anderen, und so kommt es denn, daß ein und derselbe Körper bald positiv, bald negativ elektrisch werden kann. So bildet z. B. Schwefel in Verbindung mit Sauerstoff das elektropositive, mit Wasserstoff das elektronegative Element.

Wir haben gesehen, daß zwei verschiedenartige Metallplatten, in Berührung gebracht, entgegengesetzt elektrisch werden, daß aber der größte Theil der entwickelten Elektricitäten an der Berührungsfläche gebunden bleibt; so auch bei chemischen Verbindungen. Wenn z. B. ein Sauerstofftheilchen und ein Wasserstofftheilchen in Berührung kommen, wird das erstere —, das letztere + elektrisch, die beiden Elektricitäten ziehen sich nun an und binden sich wegen der großen Nähe fast vollständig. Wenn aber auch noch etwas freie + *E* auf dem einen und — *E* auf dem anderen Theilchen ist, so kann die chemische Verbindung doch durchaus keine Zeichen freier Elektricität geben, weil die positiven und negativen Theilchen gleichförmig vertheilt sind und, wo man auch den Körper berühren mag, ebenso viele positive als negative Theilchen berührt.

Zunächst verbinden sich die einfachen Stoffe, immer je zwei, zu binären Verbindungen. Die zusammengesetzten Körper, wie die Sauerstoff-, Schwefel- und Chlorverbindungen, zeigen unter sich ein ähnliches Verhalten, wie die einfachen Stoffe; diejenigen binären Verbindungen der einfachen Elemente, Oxyde, Sulfüre, Chlorüre u. s. w., welche sich durch negativ elektrische Eigenschaften charakterisiren und zugleich fähig sind, Verbindungen einer höheren Ordnung einzugehen, werden Säuren genannt; diejenigen, welche in ihren weiteren Verbindungen die Rolle des elektropositiven Bestandtheiles übernehmen, nennt man Salzbasen.

Der Charakter einer Säure wird sich im Allgemeinen um so stärker ausdrücken, je näher ihre Elemente dem negativen Ende der Spannungsreihe liegen; daher ist die Schwefelsäure die stärkste aller Säuren. Der Sauerstoff bildet Säuren mit den in der oben mitgetheilten Spannungsreihe zu oberst stehenden Elementen, Basen mit den am positiven Ende stehenden Elementen, und in der That ist Kali die stärkste aller Basen.

Wenn ein und derselbe Körper sich in mehreren Verhältnissen mit Sauerstoff verbindet, so wird die Verbindung um so mehr elektronegativ werden, sie wird um so weniger basische und um so mehr saure Eigenschaften annehmen, je mehr das elektronegative Element, der Sauerstoff, vorherrscht. So bildet 1 Aeq. Mangan, verbunden mit 1 Aeq. Sauerstoff, das Manganoxydul, welches basische Eigenschaften hat, während 1 Aeq. Mangan + 3 Aeq. Sauerstoff die Mangansäure bilden.

Die elektrochemische Theorie reicht in ihrem jetzigen Umfange freilich noch nicht aus, um alle chemischen Erscheinungen vollständig zu erklären; aber die auf sie gegründete Classification der Körper stimmt mit dem Verhalten derselben recht gut überein und ist sehr geeignet, von den chemischen Gesetzen eine klare Ansicht zu geben.

214 **Das elektrolytische Gesetz.** Es kann wahrscheinlich gar kein, wenigstens kein einigermaßen starker elektrischer Strom durch eine Flüssigkeit hindurchgehen, ohne daß dieser Durchgang von einer chemischen Zersetzung begleitet ist. In jeder Zelle eines jeden galvanischen Apparates findet eine solche Zersetzung Statt, so lange die Kette geschlossen bleibt, und Faraday hat gezeigt, daß die Stärke des elektrischen Stromes der Zersetzung in jeder einzelnen Zelle proportional ist.

Daß zwischen der Leitung des elektrischen Stromes durch Flüssigkeiten und ihrer Zersetzung eine innige Beziehung stattfindet, ist wohl nicht zu verkennen, ja man kann geradezu behaupten, daß der Uebergang der Elektricität durch die chemische Zersetzung vermittelt wird. In jeder Zelle geht der positive Strom vom Zink aus durch die Flüssigkeit zum Kupfer, in derselben Richtung wandern auch die Wasserstoffpartikelchen fort; sie sind die Träger der positiven Elektricität, welche durch sie zu der Kupferplatte übergeführt wird. In der That haben wir gesehen, daß den Grundsätzen der elektrochemischen Theorie zufolge in jedem Wasseratome die Elemente gerade deshalb so fest zusammengehalten werden, weil Sauerstoff und Wasserstoff, in Berührung gebracht, entgegengesetzt elektrisch werden, und weil diese entgegengesetzten Elektricitäten der Wasserelemente sich gegenseitig binden. Indem ein Wasserstoffatom von seinem Sauerstoffe getrennt wird, wird auch alle seine gebundene Elektricität frei; sie wird aber, wenn der Wasserstoff sich dagegen auf der anderen Seite wieder mit einem anderen Sauerstofftheilchen verbindet, sogleich wieder gebunden, und so führt jedes Wasserstoffatom seine gebundene positive Elektricität fort, und an dem negativen Pole wird mit dem Wasserstoffe zugleich auch seine positive Elektricität frei.

Während gewöhnliches, käufliches Zink, in verdünnte Schwefelsäure getaucht, rasch aufgelöst wird, bleibt chemisch reines Zink oder amalgamirtes Zink in derselben Flüssigkeit fast unangegriffen. Construirt man nun eine galvanische Kette mit amalgamirten Zinkplatten, so kann in einer solchen Kette keine, oder doch nur eine schwache Wasserzersetzung stattfinden, so lange sie nicht geschlossen ist. Wird aber die Kette geschlossen, so beginnt augenblicklich die Wasserzersetzung in jeder Zelle; es wird jedoch nur gerade so viel Wasser zersetzt und Zink aufgelöst, als zur Leitung des circulirenden Stromes nöthig ist; die Menge des aufgelösten Zinks muß also in einem ganz bestimmten Verhältnisse zu diesem Strome stehen. Faraday wandte den Strom einer solchen Kette zur Wasserzersetzung an und bestimmte genau die in einer gegebenen Zeit entwickelte Menge von Knallgas. Es fand sich nun, daß für jeden Gewichtstheil Wasserstoffgas, welcher zwischen den Poldrähten oder vielmehr den Polplatten frei wurde, in jeder Zelle 32,3 Gewichtstheile Zink aufgelöst worden waren. Nun aber verhalten sich die Gewichte der chemischen Aequivalente von Wasserstoff und Zink zu einander wie 12,48 zu 403,32 oder wie 1 zu 32,3. Für jedes Aequivalent Wasserstoff also, welches in der Zerlegungszelle entwickelt wird, muß in jeder Zelle der Kette 1 Aeq. Zink aufgelöst werden.

Wenn derselbe Strom durch vier Zerlegungszellen geleitet wird, von denen die erste Wasser, die zweite Chlorsilber, die dritte Chlorblei, die vierte Chlorzinn,

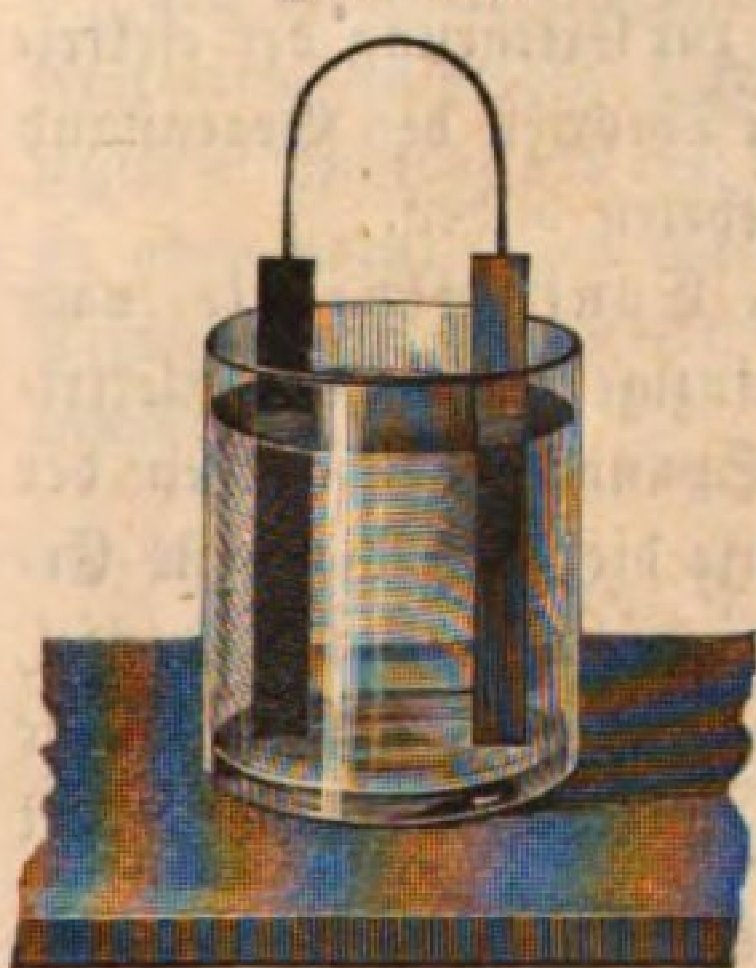
alle aber im flüssigen Zustande, enthält, so verhalten sich die Quantitäten Wasserstoffgas, Silber, Blei und Zinn, welche an den vier negativen Polen ausgeschieden werden, wie 1 : 108 : 103,6 : 57,9, während an den positiven Polen Sauerstoffgas und Chlor, und zwar im Verhältnisse von 8 : 35,4, ausgeschieden werden. Aehnliche Thatsachen sind für viele andere zusammengesetzte Körper dargethan worden.

Es ergiebt sich aus diesen Thatsachen, daß die chemischen Aequivalente diejenigen relativen Gewichte der Stoffe bezeichnen, welche, in Berührung mit einem und demselben Elemente, eine gleich starke elektrische Polarität annehmen.

Theorie der constanten Ketten. Die gewöhnlichen Volta'schen Ketten, in welchen nur eine Flüssigkeit angewandt wird, geben, wie schon bemerkt wurde, im ersten Augenblicke einen ungemein kräftigen Strom, der aber sehr rasch abnimmt, während in den Becquerel'schen Ketten, dem Daniell'schen, dem Grove'schen und Bunsen'schen Apparate der Strom mit unveränderter Stärke fortdauert. Jetzt, wo wir die chemischen Erscheinungen in der Kette kennen gelernt haben, können wir uns davon Rechenschaft geben, warum in diesen Apparaten der Strom constant bleibt, in jenen aber so rasch abnimmt. 215

In ein Gefäß, Fig. 429, welches mit einer Lösung von Zinkvitriol gefüllt ist, werde eine Zink- und eine Kupferplatte eingetaucht, welche oben durch einen Kupferdraht verbunden sind. Auch hier wird anfangs ein ziemlich kräftiger Strom entstehen, der bald abnimmt und endlich ganz aufhört. Der Grund dieses Aufhörens ergiebt sich bald, wenn man den Vorgang der Zersetzung betrachtet; das Zinkoxyd der Lösung wird nämlich zersetzt, der Sauerstoff geht an die Zinkplatte, um neues Oxyd zu bilden, während auf der anderen Seite sich metallisches Zink auf der Kupferplatte absetzt; nach einiger Zeit hat sich die Kupferplatte ganz mit Zink überzogen, und nun hört der Strom begreiflicher Weise ganz auf. Das Kupfer ist jetzt gar nicht mehr mit der Flüssigkeit in Berührung, Zink aber befindet sich auf beiden Seiten des Kupfers und auf beiden Seiten der Flüssigkeit; das Kupfer wird da, wo es an die Zinkplatte angelöthet ist, negativ erregt, diese Erregung aber kann keinen Strom veranlassen, weil der neu entstandene Zinküberzug eine ganz gleiche entgegengesetzte Spannung erregt.

Fig. 429.



Nehmen wir nun verdünnte Schwefelsäure statt der Lösung des Zinkoxyds, so wird das Wasser der sich zwischen der Zink- und Kupferplatte befindenden Flüssigkeit zersetzt; statt daß sich im vorigen Falle Zink an der Kupferplatte absetzte, wird nun hier Wasserstoffgas frei, die Kupferplatte überzieht sich mit einer Schicht von Wasserstoff, welcher aber mit dem Kupfer nicht in so innige Berührung kommt, wie im vorigen Falle, und also auch die Flüssigkeit nicht so vollständig von der Berührung mit der Kupferplatte abhalten kann, wie es dort der

Fall war. Ein gänzliches Aufhören des Stromes ist also hier nicht möglich, dennoch aber veranlaßt diese Ausscheidung des Wasserstoffes, welcher, nach Buff's Versuchen, in der Spannungsreihe noch unter dem Zink steht, in ganz ähnlicher Weise eine Schwächung des Stromes, wie es dort die Ablagerung des Zinks gethan hatte.

Ist somit die Ursache richtig erkannt, welche die Schwächung des Stromes in gewöhnlichen Ketten veranlaßt, so ergiebt sich leicht, wie eine solche Schwächung vermieden werden kann; man hat nämlich nur dafür zu sorgen, daß die Abscheidung des Wasserstoffes an den Kupfer- oder Platinplatten verhindert wird, daß also diese Platten stets in derselben Weise mit der Flüssigkeit in Berührung bleiben.

In der Becquerel'schen und Daniell'schen Kette setzt sich nicht Wasserstoff, sondern metallisches Kupfer an die Kupferplatte an, und somit bleibt stets eine reine Kupferoberfläche mit der Flüssigkeit in Berührung. In der Grove'schen Batterie aber ist das Platin, in der Bunsen'schen die Kohle von einer Schicht von Salpetersäure umgeben; diese Salpetersäure aber verhindert die Abscheidung des Wasserstoffes am Platin oder der Kohle, denn die ausgeschiedenen Wasserstofftheilchen werden im Momente ihres Entstehens auch sogleich wieder oxydirt, indem sich salpetrige Säure bildet.

216 **Theorie der Säule.** Es ist wohl hier der passendste Ort, Einiges über die verschiedenen Theorien zu sagen, welche man zur Erklärung der elektrischen Erscheinungen der Säule aufgestellt hat, da diese Theorien den Gegenstand lebhafter Erörterungen zwischen den verschiedenen Gelehrten bilden.

Die älteste Theorie ist die von Volta aufgestellte Contacttheorie, nach welcher die Berührung verschiedenartiger Metalle die einzige Quelle der Elektricität der Säule ist. Volta hatte vorzugsweise die Spannungswirkungen der Säule studirt, und diese finden auch durch seine Theorie die befriedigendste Erklärung. Die chemischen Erscheinungen ließ er unberücksichtigt, ohne Zweifel, weil er sie entweder gar nicht, oder doch nur höchst unvollständig kannte; daher kam es auch, daß er die Rolle, welche die Flüssigkeiten in der Kette spielen, nicht gehörig würdigte.

Nachdem nun die chemischen Wirkungen der Säule bekannt und genauer untersucht worden waren, konnte die Volta'sche Contacttheorie nicht mehr genügen, sie mußte also entweder berichtigt und erweitert werden, um auch die neu entdeckten Thatsachen zu umfassen, oder man mußte sie ganz verlassen und eine ganz neue Hypothese aufstellen. Beide Wege sind verfolgt worden, und zwar beide von ausgezeichneten Physikern.

Die Gegner der Contacttheorie, unter denen wohl Faraday vor allen Anderen zu nennen ist, betrachten die chemische Wirkung, welche die Flüssigkeiten auf die Metalle ausüben, als die Quelle des elektrischen Stromes der Kette.

Es kann nicht überraschend erscheinen, daß eine Meinungsverschiedenheit über die Quelle der Elektricität der Kette herrscht, wenn man bedenkt, wie wenig uns von dem eigentlichen Wesen der Elektricität bekannt ist. Wissen wir doch

auch über die Entstehung der Elektricität durch Reibung kaum etwas mehr als die einfache Thatsache! Daß in Beziehung auf den Galvanismus eine Meinungsverschiedenheit entstand, liegt offenbar darin, daß Volta den Einfluß des Chemismus übersehen hatte. Dieser Mangel oder vielmehr diese Einseitigkeit konnte nicht lange unbemerkt bleiben; indem aber viele Gelehrte sich bemühten, die Wichtigkeit dieses Einflusses nachzuweisen, verfielen sie zum Theil in das entgegengesetzte Extrem, sie schrieben dem Chemismus Alles zu, sie berücksichtigten die wohl erwiesenen Thatsachen, welche die Basis der Contacttheorie ausmachen, gar nicht mehr.

Die Anhänger der beiden Ansichten waren eifrigst bemüht, Beweise für die Richtigkeit ihrer Meinung beizubringen, und diesen Bemühungen verdanken wir großentheils die vielfachen Erweiterungen, welche die Lehre vom Galvanismus erfahren hat. Vor Allen gebührt Fechner das Verdienst, daß er die Richtigkeit der Volta'schen Fundamentalversuche über jeden Zweifel erhoben und die Ansichten über die Elektricitätserregung verschiedener Metalle berichtigt hat. Faraday dagegen hat nachgewiesen, daß galvanische Ströme auch ohne Berührung heterogener Metalle entstehen können, daß die chemische Zersetzung der Flüssigkeit der Säule der Stärke des elektrischen Stromes proportional ist, daß also diese Zersetzung im innigsten Zusammenhange mit der Bildung des Stromes in der hydro-elektrischen Kette stehe.

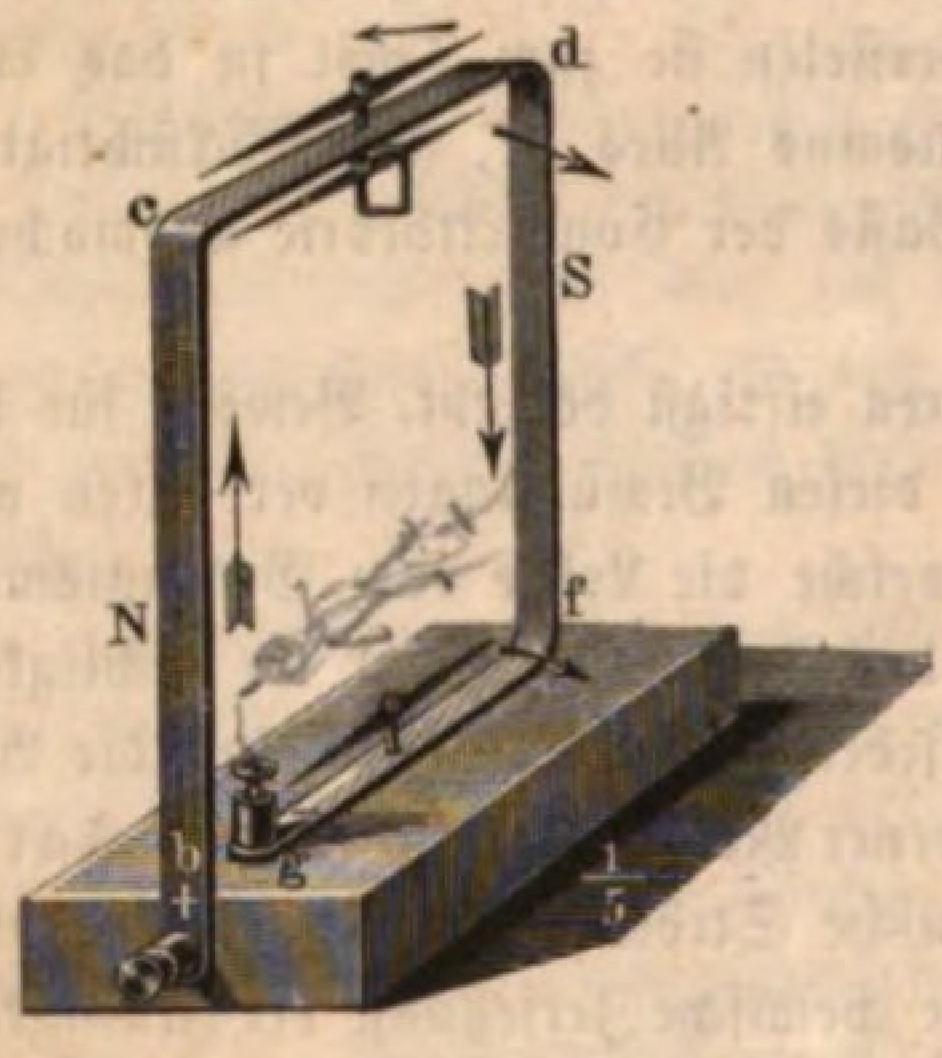
Da nun aber eine Theorie des Galvanismus wo möglich alle Erscheinungen der Kette umfassen muß, so möchte die Wahrheit wohl schwerlich bei den Extremen der beiden Parteien zu suchen sein. Am besten möchte wohl für den jetzigen Standpunkt der Wissenschaft eine modificirte Contacttheorie passen, wie sie oben vorgetragen wurde; denn auf diese Weise lassen sich die verschiedenen Erscheinungen der Kette am besten unter einem gemeinsamen Gesichtspunkte zusammenfassen.

Magnetische Wirkungen des galvanischen Stromes. Schon lange wußte man, daß unter Umständen kräftige elektrische Entladungen die Magnetnadel afficiren können; man hatte z. B. beobachtet, daß die Compaßnadeln auf Schiffen, welche vom Blitze getroffen worden waren, ihre Eigenschaft verloren, den Weg des Fahrzeuges zu bezeichnen; mehrere Physiker versuchten, solche Erscheinungen durch die Entladung von Leydner Flaschen hervorzubringen, ohne jedoch zu regelmäßigen Resultaten zu gelangen, im Jahre 1820 entdeckte dagegen Oersted in Kopenhagen die Einwirkung des galvanischen Stromes auf die Magnetnadel. 217

Den Fundamentalversuch über die Einwirkung eines galvanischen Stromes auf die Nadel kann man auf folgende Weise anstellen: ein Streifen Kupferblech wird so gebogen, daß er ein Quadrat bildet, dessen Seiten etwa 6 bis 8 Zoll lang sein können; an den beiden Enden desselben, bei *b* und bei *g*, Fig. 430 (a. f. S.), sind Schraubklemmen aufgesetzt, in welche die Zuleitungsdrähte für den Strom eingeschraubt werden können. In der Mitte auf dem horizontalen Stücke *cd* und auf *fg* ist eine Stahlspitze befestigt, auf welche eine Magnetnadel

aufgesetzt werden kann. Ebenso befindet sich eine Stahlspitze, von einem gebogenen Kupferdraht getragen, unter der Mitte von cd, auf welche ebenfalls eine Magnetnadel aufgesetzt wird.

Fig. 340.



Diese Vorrichtung wird nun so aufgestellt, daß die Ebene des Quadrates in die Ebene des magnetischen Meridians fällt, daß sich also die Magnetnadeln mit cd und fg parallel stellen. Sobald nun aber ein Strom durch den Apparat hindurchgeht, werden die Magnetnadeln abgelenkt, und zwar in der durch die ungefiederten Pfeile bezeichneten Richtung, wenn der positive Strom bei b ein- und bei g austritt und wenn N die Nordseite, S die Südseite des Apparates bildet.

In den ersten Zeiten fand man große Schwierigkeiten darin, mit wenig Worten die Beziehungen zwischen der Richtung des Stromes und der Richtung der Ablenkung auszudrücken; diese Schwierigkeiten hat Ampère auf eine sinnreiche Weise gelöst; er hat folgende Regel angegeben, um jederzeit die Richtung der Ablenkung zu bestimmen. Man denke sich in den Strom eine kleine menschliche Figur so eingeschaltet, daß der positive Strom bei den Füßen ein- und am Kopfe austritt; wenn nun diese Figur ihr Gesicht der Nadel zukehrt, so wird der Nordpol der Nadel (das Nordende) immer nach der linken Seite hin abgelenkt.

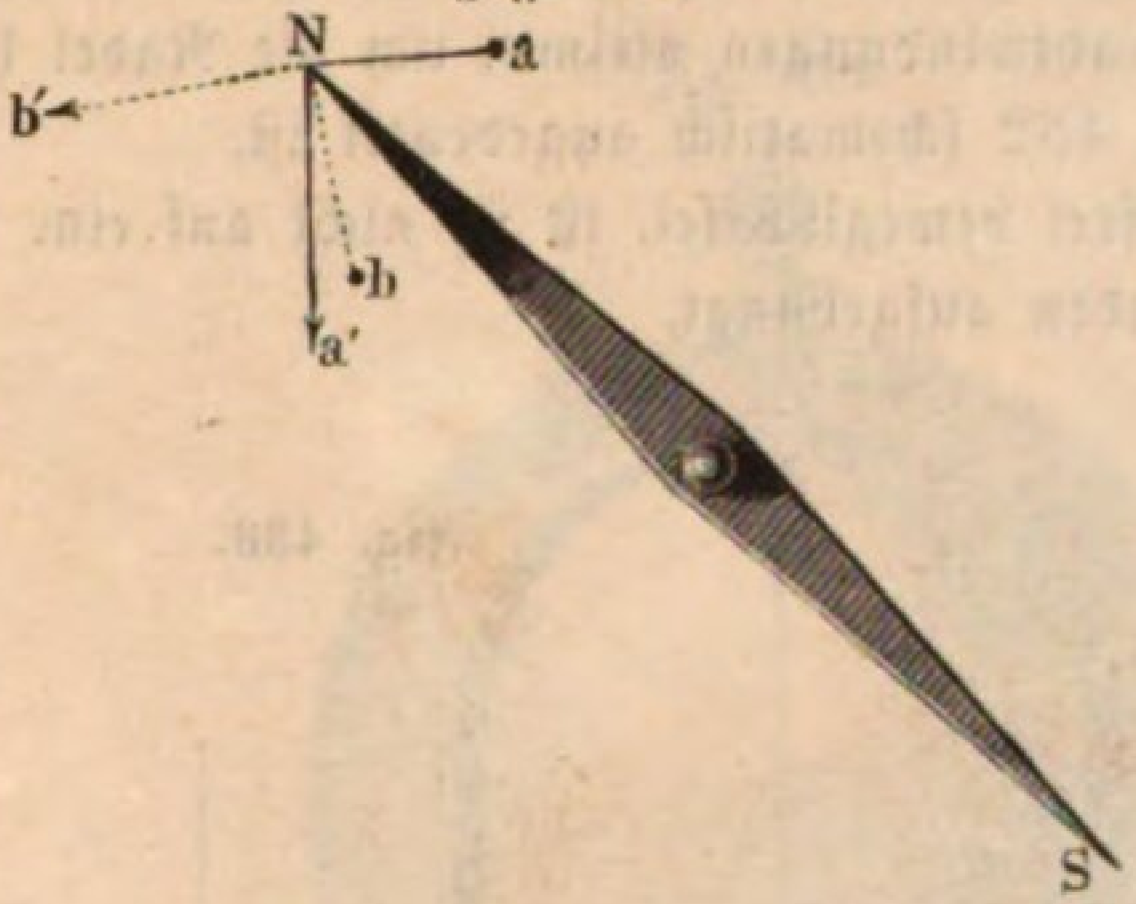
In dem Stromstücke cd liegt die Figur wagerecht, den Kopf nach Süden, die Füße nach Norden gekehrt. Wird die Nadel über den Strom gehalten, so muß die Figur auf dem Rücken liegen, wenn ihr Gesicht der Nadel zugekehrt sein soll; bei dieser Lage der Figur ist ihre linke Seite die westliche. Wird die Nadel unter cd gehalten, so muß die Figur das Gesicht nach unten kehren und nun wird ihre linke Seite die östliche.

Für das Stromstück gf sind die Füße der Figur nach Süden, der Kopf nach Norden gekehrt; wenn die Figur auf dem Rücken liegt, ist also die linke Seite die östliche; wenn sie auf dem Leibe liegt, die westliche.

Wenn ein in der Ebene des magnetischen Meridians sich bewegender horizontaler Strom allein auf die Nadel wirkte, so würde sie sich rechtwinklig auf den magnetischen Meridian stellen; außer dem Strome wirkt aber auch noch der Erdmagnetismus, welcher die Nadel in den Meridian zurückzudrehen strebt. Unter dem Einflusse dieser beiden Kräfte wird also die Nadel eine Zwischenlage annehmen, sie wird mit dem magnetischen Meridian einen Winkel machen, der um so größer wird, sich also einem rechten um so mehr nähert, je größer die Stromkraft im Vergleiche zur magnetischen Erdkraft ist.

Auch der vertical gerichtete Strom in bc und df, Fig. 430, wirkt ablenkend auf die Nadel, und zwar findet man die Richtung der Ablenkung ebenfalls nach der Ampère'schen Regel. Man denke sich nur die vertical stehende Figur dem Nordende zugewandt, so muß sich dieses Nordende nach der Linken drehen. Dabei ist aber nicht zu vergessen, daß für einen aufsteigenden Strom die Figur auf den Füßen, für einen niedergehenden auf dem Kopfe steht.

Fig. 431.



Aus dieser Ampère'schen Regel folgt, daß ein und derselbe verticale Strom das Nordende einer Nadel bald anzieht, bald abstößt, je nachdem dieser Pol sich auf der einen oder anderen Seite des Drahtes befindet. In Fig. 431 stelle NS eine horizontale Nadel, von oben gesehen, dar, N sei das Nordende der Nadel, a sei ein verticaler Draht, der natürlich, von oben gesehen, als Punkt verkürzt erscheint. Geht nun ein positiver Strom von unten nach oben durch den Draht, so hat man sich die Figur aufrecht zu denken; wenn aber diese aufrechte Figur nach N hinschaut und der Pol N in Beziehung auf diese Figur nach der Linken gedreht wird, also so wie es der Pfeil a' andeutet, so wird die Nadel offenbar von dem Drahte abgestoßen. Befände sich aber der Draht in b, so würde die Nadel offenbar einen Impuls in der Richtung des Pfeils b' erhalten, also dem Drahte genähert werden.

Stellt man die Wirkungen zusammen, welche die Stromstücke bc, cd, df und gf (Fig. 430) auf eine Nadel ausüben, welche sich innerhalb des Raumes $bcdfg$ befindet, so ergiebt sich, daß alle die Nadel in gleichem Sinne abzulenken streben, und zwar läßt sich in diesem Falle das Gesetz der Ablenkung in folgender Weise ausdrücken: das Südende der Nadel wird nach der Seite hin abgelenkt, von welcher aus betrachtet der Strom die Nadel in gleicher Richtung umkreist, in welcher sich der Zeiger einer Uhr bewegt.

Dieses Gesetz gilt natürlich auch für den Fall, daß der Strom in einem Kreise um die Nadel herumgeführt wird.

Bringt man die Nadel über das Stromstück cd, so wird das Nordende derselben nach derselben Seite hin abgelenkt, wie das Südende einer innerhalb $bcdfg$ befindlichen Nadel. Davon hat man bei der Construction des Multiplicators Anwendung gemacht, den wir sogleich näher betrachten wollen.

Der Multiplicator. Kurz nachdem Oersted die wichtige Entdeckung gemacht hatte, daß der elektrische Strom, an einer Magnetnadel vorbei oder um dieselbe herumgeführt, eine Ablenkung aus dem magnetischen Meridian bewirke, 218

construirten gleichzeitig Poggendorff und Schweigger ein Instrument, welches, unter dem Namen Multiplicator oder Galvanometer bekannt, den Zweck hat, schwache galvanische Ströme dadurch merklich zu machen, daß sie durch eine große Anzahl von Drahtwindungen vielmal um die Nadel herumgeführt werden, wie dies in Fig. 432 schematisch angedeutet ist.

Damit die Nadel möglichst frei beweglich sei, ist sie nicht auf eine Spitze gesetzt, sondern an einem Coconfaden aufgehängt.

Fig. 432.

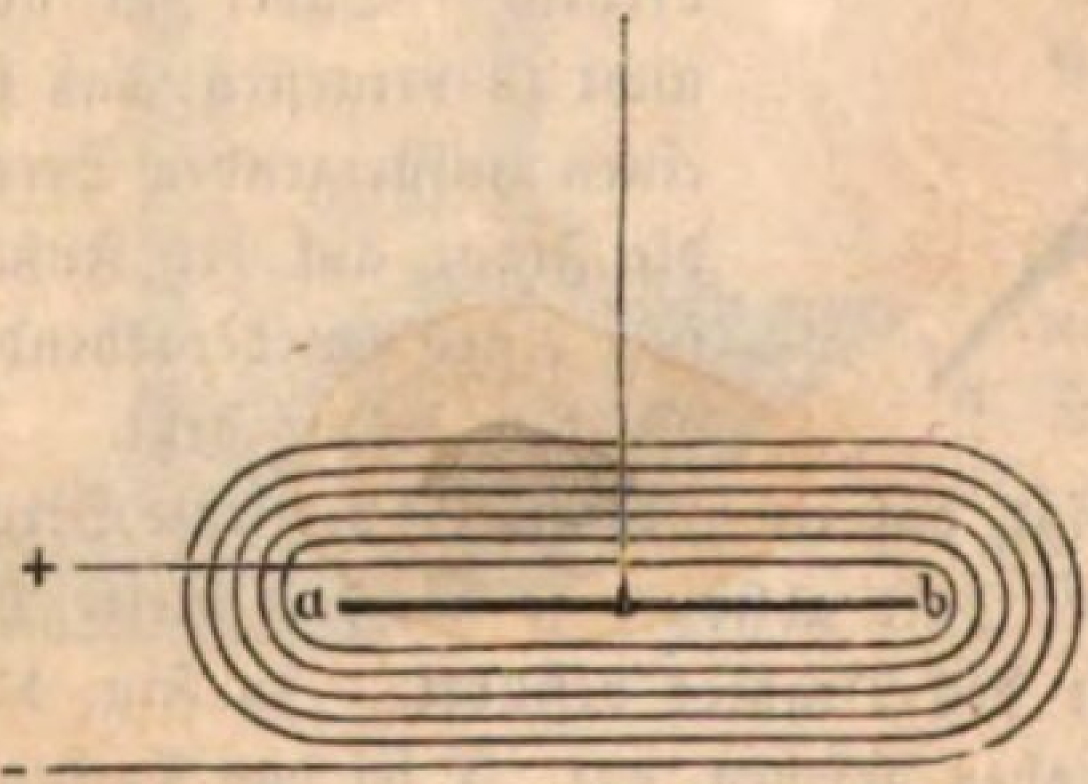
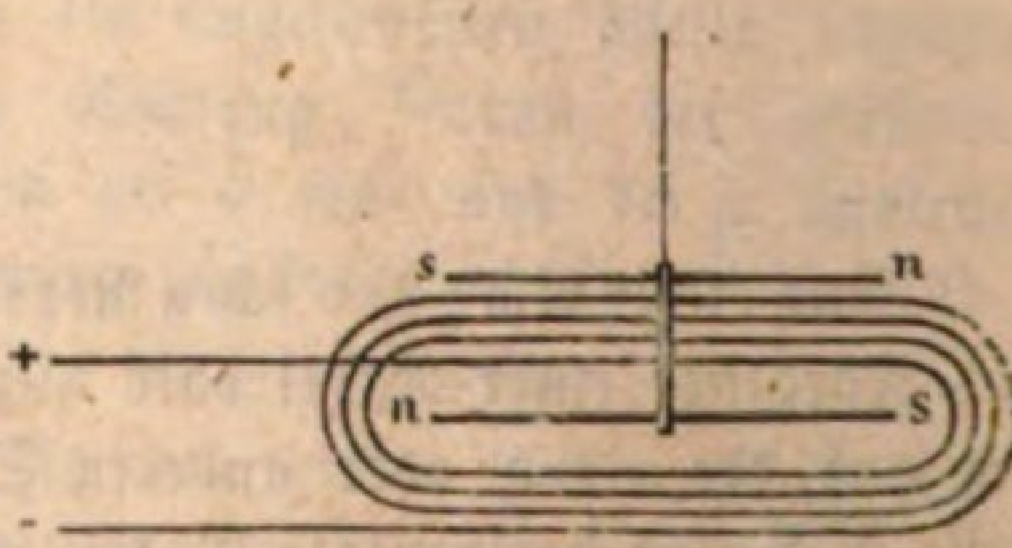


Fig. 433.



Nobili hat den Multiplicator dadurch bedeutend empfindlicher gemacht, daß er statt einer einzigen Magnetnadel ein sogenanntes astatisches Nadelpaar in Anwendung brachte, wie dies Fig. 433 schematisch dargestellt ist. Es sind hier zwei Magnetnadeln so mit einander verbunden, daß sie einander parallel sind, daß aber der Nordpol der einen nach derselben Seite gerichtet ist, nach welcher der Südpol der anderen schaut. Bei einem solchen Systeme von zwei Nadeln ist die richtende Kraft des Erdmagnetismus außerordentlich gering, denn sie ist nur die Differenz der Kräfte, mit welchen der Erdmagnetismus jede einzelne Nadel zu richten strebt. Wäre das magnetische Moment beider Nadeln vollkommen gleich, so würde die richtende Kraft, welche die Erde auf dies System ausübt, gleich Null sein.

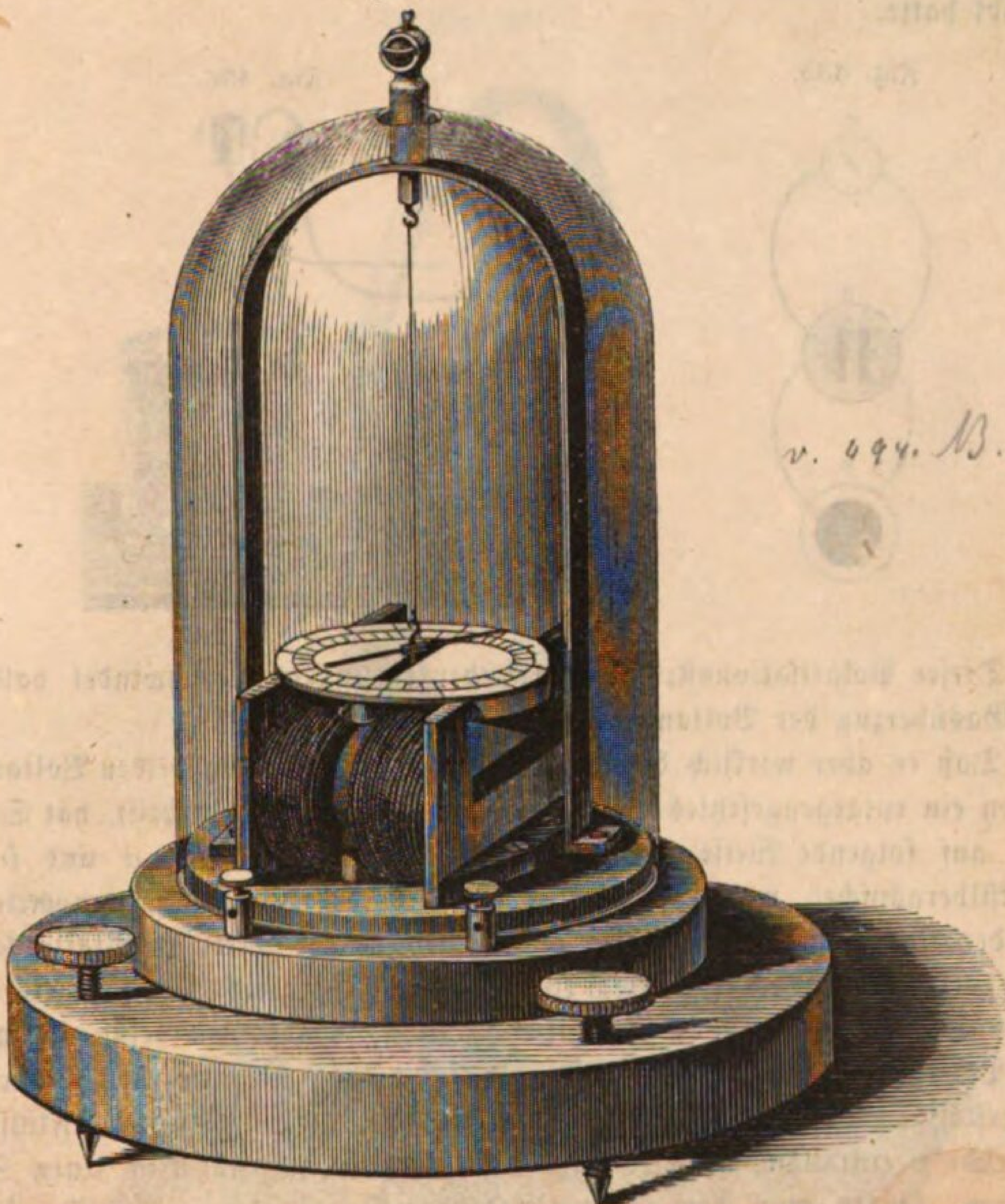
Während nun ein solches astatisches Nadelpaar nur mit sehr geringer Kraft durch den Erdmagnetismus gerichtet wird, summirt sich die Wirkung des Stromes auf beide Nadeln; denn indem die eine Nadel innerhalb der Windungen, die andere über denselben hängt, werden beide Nadeln nach gleicher Richtung durch den Strom abgelenkt.

Fig. 434 stellt die Gesammteinrichtung eines Multiplicators dar. Der übersponnene Draht ist auf einen Holzrahmen aufgewickelt; die Drahtenden sind mit zwei auf der Vorderseite der Figur sichtbaren Messingsäulchen verbunden, in welche man die Zuleitungsdrähte einschrauben kann. Unter der oberen Nadel befindet sich ein Theilkreis. Das Nadelpaar hängt an einem einfachen Seidenfaden und kann nach Belieben etwas gehoben oder gesenkt werden. Die Glasglocke, welche das Ganze bedeckt, dient zur Abhaltung der Luftströmungen.

Je nach den Umständen wendet man Multiplicatoren an, die aus wenig Windungen eines dickeren oder aus sehr vielen Windungen eines dünneren Drahtes bestehen.

Das Galvanometer liefert uns ein Mittel, die Theorie der constanten Ketten, wie sie oben auseinander gesetzt wurde, durch directe Versuche zu bestätigen. — Nach Paragraph 215 beruht die rasche Abnahme der Stromstärke

Fig. 434.



der gewöhnlichen Volta'schen Ketten darauf, daß sich die negative Platte mit einer Schicht von Wasserstoffgas überzieht, welches der ursprünglichen elektromotorischen Kraft der Kette entgegenwirkt. Aehnliches findet an den Platten eines Voltameters Statt; die negative Polplatte überzieht sich mit Wasserstoff, die positive überzieht sich mit Sauerstoff; dadurch aber wird die Zerlegungszelle selbst elektromotorisch, und zwar dem ursprünglichen Strom entgegengesetzt. Daher kommt es, daß man mit einem einzigen constanten Plattenpaar nur eine höchst unbedeutende Wasserzersetzung erzeugen kann. — Diese in den Voltametern auftretende elektromotorische Gegenkraft wird mit dem Namen der **galvanischen Polarisation** bezeichnet; ihre Existenz wird durch folgenden Versuch bestätigt. Man bringe in den Schließungsbogen, Fig. 435 (a. f. S.), eines einzelnen constanten Bechers *b* einen Wasserzersetzungsapparat (Voltameter) *a*; nachdem

die Schließung eine Zeitlang gedauert hat, hebe man sie auf und verbinde die beiden Platten des Voltameters *a* mit den beiden Drahtenden des Galvanometers *c*, so wird dieses einen Strom zeigen, welcher der Richtung nach demjenigen entgegengesetzt ist, den die Kette *b* vorher durch das Voltameter *a* gesandt hatte.

Fig. 435.

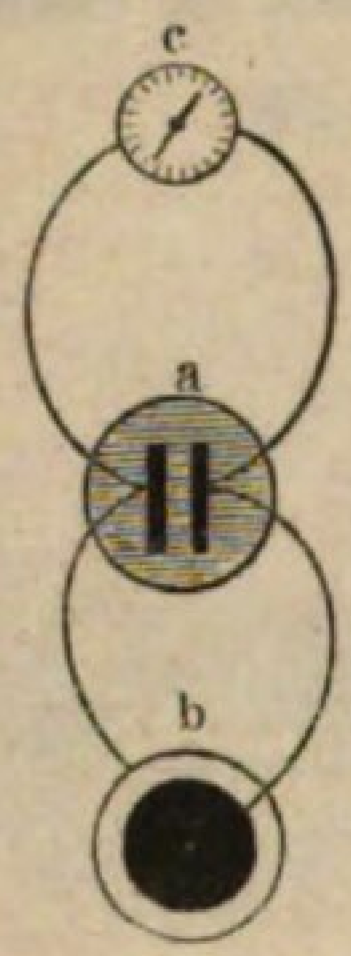
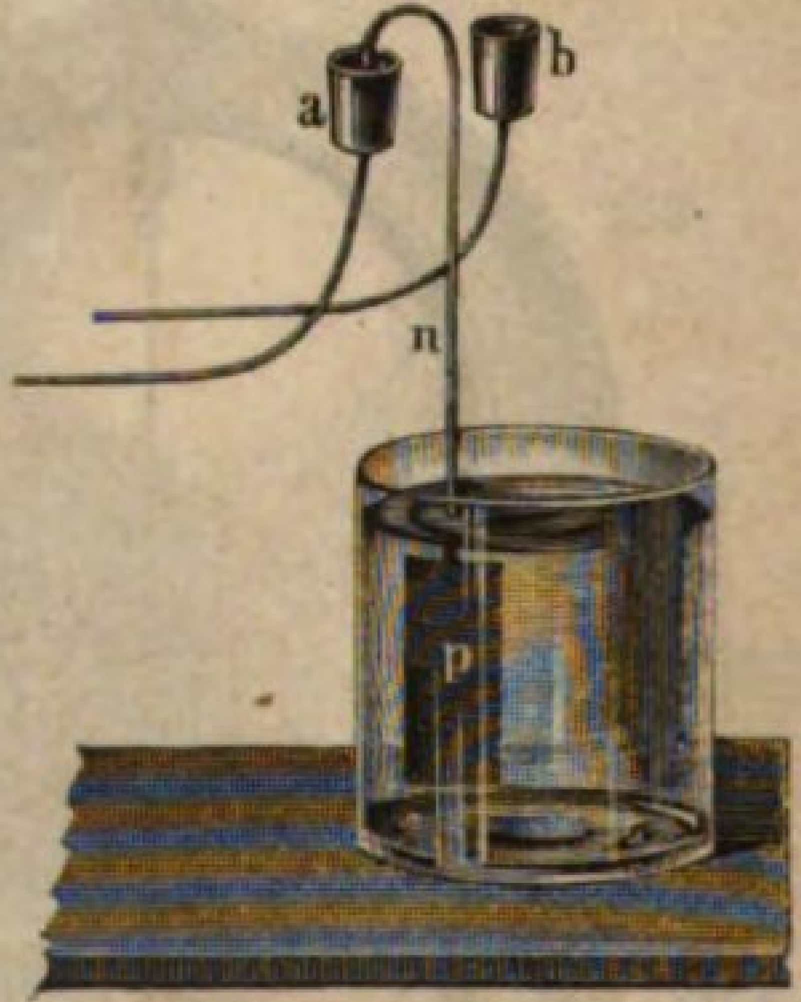


Fig. 436.



Dieser Polarisationsstrom ist vorübergehend, er verschwindet bald mit dem Gasüberzug der Voltameterplatte.

Daß es aber wirklich der Gasüberzug ist, welcher den beiden Voltameterplatten ein entgegengesetztes elektromotorisches Vermögen ertheilt, hat Schönbein auf folgende Weise dargethan. — In Fig. 436 seien *a* und *b* zwei Quecksilbernäpfchen, welche mit den beiden Drahtenden eines Galvanometers in leitender Verbindung stehen; von *a* hängt eine wohl gereinigte Platinplatte *p* in ein Gefäß mit etwas gesäuertem Wasser; eine ganz gleiche Platinplatte tauche man nun einige Zeitlang in ein mit Wasserstoffgas gefülltes Gefäß, so daß sich diese Platinplatte, die wir mit *p'* bezeichnen wollen, mit einer Atmosphäre von Wasserstoffgas überzieht; bringt man nun diese Platte *p'* in dieselbe Flüssigkeit, in welche *p* eintaucht, so wird das Galvanometer augenblicklich einen Strom anzeigen, sobald man den an *p'* befindlichen Drahthaken in das Quecksilbernäpfchen *b* eintaucht, und zwar geht der positive Strom von *p'* durch die Flüssigkeit zu *p*; die mit Wasserstoff überzogene Platinplatte verhält sich also gegen die reine wie Zink zu Kupfer.

219 **Die Tangentenbussole.** Wenn man es mit stärkeren Strömen zu thun hat, so ist es nicht nöthig, eine astatische Nadel anzuwenden und viele Drahtwindungen so nahe um die Nadel herumzuführen; dadurch aber ist es möglich, Instrumente zu construiren, bei welchen der Ablenkungswinkel in einem einfachen Verhältnisse zu der Stromstärke steht. Der einfachste und zweckmäßigste Apparat zur Messung stärkerer Ströme ist die sogenannte Tangentenbussole, welche Fig. 437 abgebildet ist. Ein kreisförmig gebogener Kupferstreifen, in dessen Mittelpunkt sich eine Magnetnadel befindet, endet unten mit

zwei geraden Kupferstreifen *ab* und *cd*, welche durch ein zwischen dieselben gelegtes Stück Holz oder Elfenbein von einander isolirt sind. Jedes dieser gerade ausgestreckten Enden des kreisförmig gebogenen Streifens trägt unten eine Schraubklemme zum Einschrauben der Zuleitungsdrähte.

Fig. 437.



Der Apparat wird so festgestellt, daß der Kupferring in der Ebene des magnetischen Meridians liegt; natürlich befindet sich in diesem Falle die Nadel in der Verticalebene des Ringes und zeigt auf den Nullpunkt ihrer Theilung; sobald aber ein galvanischer Strom durch den Kupferring geht, wird die Nadel abgelenkt, und zwar ist die Stärke des Stromes der trigonometrischen Tangente des Ablenkungswinkels proportional, daher auch der Name des Instrumentes.

Kraft der galvanischen Kette. Das Agens, welches in den Phänomenen des Galvanismus wirkt, ist durchaus nichts Anderes als die Elektri- 220

cität, welche uns auch die Elektrisirmaschine und das Elektrophor liefert; nur ist hier die Elektricität in Bewegung, dort in Ruhe; hier beobachten wir Bewegungserscheinungen, dort die Phänomene des Druckes; hier haben wir eine reiche, dort eine verhältnißmäßig arme Quelle von Elektricität.

Ein Bild kann vielleicht das wahre Sachverhältniß klar machen. Wir können die Elektrisirmaschine mit einer Quelle vergleichen, welche nur spärlich Wasser giebt, aber hoch auf einem Berge liegt. Man kann das Wasser in einer engen Röhrenleitung sammeln, welche bis in das Thal hinabgeht und unten verschlossen ist. Die Wände dieser Röhrenleitung haben natürlich einen starken Druck auszuhalten, namentlich am unteren Ende, obgleich die Wassermasse in der Röhrenleitung so groß nicht ist. Am unteren Ende der Röhrenleitung befinde sich nun eine durch ein Ventil verschlossene Oeffnung; dies Ventil sei durch eine Feder oder durch ein Gewicht auf die Oeffnung gepreßt, wodurch diese verschlossen gehalten wird. Je mehr die Wassersäule in der Röhre steigt, desto stärker wird der Druck; endlich reicht der äußere Gegendruck nicht mehr hin, Widerstand zu leisten, das Ventil wird geöffnet, und mit Gewalt strömt das Wasser hervor; dabei aber sinkt rasch das Niveau in der Röhre; der äußere Druck gewinnt wieder das Uebergewicht und schließt die Oeffnung. Allmälig füllt sich die Röhre wieder, und nach einiger Zeit ist das Wasser wieder so hoch gestiegen, daß es von Neuem das Ventil öffnet.

Bei der Elektrisirmaschine ist der Conductor das Gefäß, die Röhrenleitung, in welcher die Elektricität angehäuft wird. Nähert man dem einen Ende des Conductors einen Leiter, etwa den Knöchel eines Fingers, so wird hier die größte Anhäufung von Elektricität stattfinden; sie hat ein Bestreben, auf den Finger überzuspringen, allein die Luftschicht, welche sich zwischen dem Conductor und der Hand befindet, hindert diesen Uebergang, sie repräsentirt das Gewicht, welches das Ventil geschlossen hält. Erst wenn auf dem Conductor die Elektricität bis zu einem gewissen Grade angehäuft ist, wird der Widerstand überwunden, die Luftschicht durchbrochen, der Conductor wird theilweise entladen. Nähert man den Finger dem Conductor noch mehr, so wird der Widerstand, welcher sich dem Uebergange der Elektricität entgegensetzt, geringer, was einer Verringerung des Druckes entspricht, welcher das Ventil der Röhrenleitung geschlossen hält.

Hätte man die Oeffnung am unteren Ende der Röhrenleitung nicht durch das Ventil geschlossen, so würde das Wasser in dem Maße ausgeflossen sein, als es durch die Quelle geliefert wird, eine Anhäufung des Wassers und mit ihr jener Druck, den die Wände auszuhalten hatten, hört auf. Weil aber die Quelle nur wenig Wasser giebt, so wird es auch nur spärlich aus jener Oeffnung herausfließen; das Wasser, welches, in der Röhre angehäuft, so ungeheuren Druck ausüben könnte, wird nun, da es frei abfließen kann, kaum einen merklichen mechanischen Effect hervorbringen.

Diesem freien Abfließen des Wassers einer armen Quelle entspricht der Fall, daß man den Conductor der Maschine mit dem Boden oder dem Reibzeuge in leitende Verbindung setzt. Alle Spannung, alle Anhäufung der Elektricität

auf dem Conductor hört auf; der dünnste Draht ist schon im Stande, alle Elektricität vom Conductor vollständig abzuleiten, und diese frei abströmende Elektricität kann kaum Spuren der mächtigen Wirkungen hervorbringen, welche wir an galvanischen Apparaten beobachten.

Die galvanischen Apparate gleichen einer sehr reichen Quelle, die aber nur ein geringes Gefälle hat und deren Wasser in weiten Canälen frei abfließt. Die große Masse des strömenden Wassers übt nur einen geringen Druck auf die Wände aus, aber sie ist im Stande, mechanische Effecte hervorzubringen, Räder zu treiben u. s. w.

Wenn man eine große Leydener Flasche durch einen dünnen Draht entladet, so wird dieser, wie wir gesehen haben, glühend, weil eine ziemlich große Elektricitätsmenge auf einmal durch ihn hindurchgeht. Die Wirkung ist aber nur momentan; in einem Augenblicke geht alle Elektricität, welche man durch längeres Drehen der Maschine in der Flasche angehäuft hatte, durch den dünnen Draht hindurch. Ganz anders verhält es sich, wenn man die beiden Pole eines großplattigen galvanischen Apparates durch einen kurzen Draht verbindet. Der Draht wird glühend, selbst wenn er bei Weitem dicker ist als der Draht, den man durch den Entladungsschlag der Leydener Flasche ins Glühen bringt; das Glühen ist aber hier nicht momentan, es dauert fort, so lange der Strom durch den Draht hindurchgeht; in jedem Augenblicke liefert also der galvanische Apparat ungleich mehr Elektricität, als man durch längeres Drehen der Maschine in der Flasche anhäufen konnte.

Das Ohm'sche Gesetz. Die Beziehungen der Stromstärke zu der 221
Zahl und der Größe der Plattenpaare sind durch Ohm auf streng mathematische Formen zurückgeführt worden. Durch das nach seinem Urheber genannte Ohm'sche Gesetz, dessen Grundzüge sogleich näher entwickelt werden sollen, ist erst den Untersuchungen über die Stromstärke eine sichere Basis gegeben worden.

Damit ein elektrischer Strom durch einen Leiter hindurchgehen könne, ist es durchaus nöthig, daß die Elektricität an verschiedenen Stellen des Leiters eine ungleiche Spannung habe. Berührt man z. B. den Conductor einer Elektrisirmaschine mit einem Drahte, so strömt die Elektricität nur deshalb durch denselben ab, weil die starke Spannung der Elektricität auf dem Conductor dieselbe durch den Draht hindurchtreibt, weil also an dem einen Ende des Drahtes, da nämlich, wo er den Conductor berührt, eine stärkere Anhäufung von Elektricität stattfindet als am anderen; verbände man zwei gleiche, gleich stark mit derselben Elektricität geladene Conductoren durch einen Draht, so könnte kein Strom entstehen.

Wenn die Volta'sche Säule isolirt ist, so befinden sich die entgegengesetzten Elektricitäten an den Polen in dem Zustande der Spannung, und dieser Zustand kann unmöglich ganz verschwinden, wenn die beiden Pole durch einen Leiter verbunden werden, denn es könnte keine positive Elektricität von dem positiven Pole abströmen, wenn hier nicht eine größere Anhäufung dieser

Elektricität stattfände; es ist eine gewisse Spannung der Elektricität, gleichsam ein gewisser Druck nöthig, damit eine Bewegung entstehe, damit die Leitungswiderstände in dem Leiter überwunden werden, durch welchen der Strom hindurchgehen soll.

Die Quantität der Elektricität, welche einen Leiter durchströmt, hängt also wesentlich von zwei Umständen ab, erstens von dem zu überwindenden Leitungswiderstande und zweitens von der Spannung, dem Drucke, welcher die Elektricität durch den Leiter hindurchtreibt, oder mit anderen Worten, der elektromotorischen Kraft, welche den Strom erzeugt; es ist nun leicht einzusehen, daß die Quantität der Elektricität, welche durch einen gegebenen Leiter in einer gegebenen Zeit hindurchgeht, im umgekehrten Verhältnisse des Leitungswiderstandes und im geraden Verhältnisse der elektromotorischen Kraft stehen muß, daß also

$$S = \frac{E}{L} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

wenn S die Stromstärke, E die elektromotorische Kraft der Säule und L den gesammten Leitungswiderstand der Kette bezeichnet.

Der Widerstand L zerfällt in zwei Theile, er besteht nämlich erstens aus dem Widerstande, welcher innerhalb des Elektromotors selbst zu überwinden ist und welchen wir den wesentlichen Leitungswiderstand der Säule nennen und mit λ bezeichnen wollen, und aus dem Widerstande des zwischen die Pole der Säule eingeschalteten Schließungsbogens, welcher mit l bezeichnet werden soll. Es ist also $L = \lambda + l$, und demnach geht Gleichung 1) über in

$$S = \frac{E}{\lambda + l} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

Zur experimentellen Bestätigung des durch die Gleichung 2) ausgesprochenen Gesetzes mag eine Versuchsreihe dienen, bei welcher als Elektromotor ein einfacher Daniell'scher Becher diente. Als der Schließungsbogen nur aus dem kurzen dicken Zuleitungsdrahte und der Tangentenbussole bestand, war die an letzterer abgelesene Ablenkung 62°. Als nun der Reihe nach Kupferdrähte von stets gleicher Dicke eingeschaltet wurden, deren Länge 5, 10, 40 u. s. w. Meter betrug, der gesammte Leitungswiderstand also $\lambda + 5$, $\lambda + 10$, $\lambda + 40$ u. s. w. wurde (wenn mit λ der Widerstand des Elektromotors sammt dem unbedeutenden Widerstande der Tangentenbussole und dem kurzen dicken Zuleitungsdrahte bezeichnet wird), ergaben sich die zusammengehörigen Werthe der Widerstände und der Ablenkungen, wie sie in folgender Tabelle zusammengestellt sind. Die dritte Columne dieser Tabelle enthält die Tangenten der in der zweiten Columne aufgeführten Ablenkungswinkel.

Länge der Kette.	Beobachtete Ablenkung.	Tangente des Ablenkungswinkels.
λ	62° 00′	1,880
$\lambda + 5$	40 20	0,849
$\lambda + 10$	28 30	0,543
$\lambda + 40$	9 45	0,172
$\lambda + 70$	6 00	0,105
$\lambda + 100$	4 15	0,074

Nehmen wir die Tangenten der Ablenkungswinkel zum Maß der Stromstärke, so wird Gleichung 2) für die Data des ersten Versuchs

$$1{,}88 = \frac{E}{\lambda},$$

für die Data des zweiten Versuchs aber wird sie

$$0{,}849 = \frac{E}{\lambda + 5}.$$

Aus der Combination dieser beiden Gleichungen ergiebt sich

$$\lambda = 4{,}11 \quad \text{und} \quad E = 7{,}727,$$

der wesentliche Leitungswiderstand des elektromotorischen Bechers ist also in diesem Falle gleich dem Leitungswiderstande eines 4,11 Meter langen Kupferdrahtes von derselben Dicke, wie der, welchen man zu den Einschaltungen verwendete.

Setzen wir diese Werthe von λ und E in Gleichung 2), so wird sie

$$S = \frac{7{,}727}{4{,}11 + l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Danach ergeben sich aber folgende zusammengehörige Werthe von l und S:

l	S
10	0,547
40	0,175
70	0,104
100	0,074

Diese berechneten Stromstärken sind aber in der That so nahe gleich den für die Einschaltungen 10, 40 u. s. w. beobachteten und in der dritten Columne

der obigen Tafel angeführten, daß diese Versuchsreihe eine vollkommene Bestätigung des Ohm'schen Gesetzes liefert.

Bezeichnen wir mit e die elektromotorische Kraft und mit r den wesentlichen Widerstand eines Plattenpaares, also eines elektromotorischen Bechers, so ist die elektromotorische Kraft E einer aus n solchen Plattenpaaren oder Bechern zusammengesetzten Säule gleich ne, der wesentliche Leitungswiderstand λ dieser Säule ist aber nr. Wird zwischen den Polen dieser Säule ein Widerstand l eingeschaltet, so ist also die Stromstärke

$$S = \frac{ne}{nr + l} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

Für den Fall, daß der Widerstand l des Schließungsbogens verschwindend klein ist gegen den wesentlichen Leitungswiderstand nr der Säule, reducirt sich Gleichung 4) auf

$$S = \frac{ne}{nr} = \frac{e}{r};$$

eine Säule von n Plattenpaaren bringt also in diesem Falle keine größere Wirkung hervor als ein einzelnes Plattenpaar.

Um die Richtigkeit dieser Folgerung durch den Versuch nachzuweisen, wurde der Reihe nach eine Säule von 1, 2, 3 u. s. w. bis 6 Bechern durch die Tangentenbussole und kurze dicke Zuleitungsdrähte geschlossen, so daß der Leitungswiderstand l des Schließungsbogens, wenn auch nicht Null, doch sehr gering war. Es ergab sich

für	eine	Säule	von	1	Becher	eine	Ablenkung	von 69°
»	»	»	»	2	Bechern	»	»	» 66,5
»	»	»	»	3	»	»	»	» 67,5
»	»	»	»	4	»	»	»	» 67
»	»	»	»	5	»	»	»	» 68
»	»	»	»	6	»	»	»	» 64

Man sieht, daß hier in der That die Vermehrung der zur Säule verbundenen Plattenpaare die Stromstärke nicht vermehrt. Wenn sie sogar etwas abnimmt, so liegt der Grund davon aber nur darin, daß der Leitungswiderstand der einzelnen Becher nicht ganz gleich war.

Wenn dagegen der Leitungswiderstand l des Schließungsbogens einen bedeutenden Werth hat, so wächst bei Vermehrung der Becherzahl n der Zähler des Bruches 4) in rascherem Verhältniß als der Nenner, die Vermehrung der hintereinander zur Säule verbundenen Plattenpaare muß also in diesem Falle auch eine Vergrößerung der Stromstärke zur Folge haben, was auch durch folgenden Versuch bestätigt wird.

Zwischen die Pole eines einzigen Zinkkohlenbechers wurde außer der Tangentenbussole noch ein 40 Meter langer dünner Kupferdraht eingeschaltet; die bei dieser Anordnung beobachtete Ablenkung der Tangentenbussole betrug 11°.

Als nun bei unverändertem Schließungsbogen der eine Zinkkohlenbecher durch

eine Säule von 6 solchen Zinkkohlenbechern ersetzt wurde, stieg die Ablenkung auf 39°.

Nachdem wir untersucht haben, welchen Einfluß unter verschiedenen Umständen die Vermehrung der zur Säule verbundenen Plattenpaare auf die Stromstärke hat, wollen wir nun den Einfluß der Vergrößerung der Plattenpaare betrachten.

Die Stromstärke, welche ein Plattenpaar hervorbringt, ist

$$S = \frac{e}{r + l},$$

wenn S, e, r und l die obige Bedeutung haben. Wird unter sonst gleichen Umständen das Plattenpaar $n$mal größer gemacht, so hat dies zur Folge, daß der Leitungswiderstand des Elektromotors $n$mal kleiner, daß er $\frac{r}{n}$ wird, weil ja der Querschnitt der zu durchströmenden Flüssigkeitsschicht $n$mal größer wird; für ein $n$mal größeres Plattenpaar haben wir also

$$S = \frac{e}{\frac{r}{n} + l},$$

eine Gleichung, welche sich auf

$$S = \frac{ne}{r}$$

reducirt, wenn l verschwindend klein gegen $\frac{r}{n}$ ist. Bei sehr geringem Leitungswiderstand des Schließungsbogens, für welchen, wie wir gesehen haben, die Vermehrung der zur Säule verbundenen Plattenpaare keinen Vortheil bringt, wird also die Stromstärke durch Vergrößerung der Plattenpaare vermehrt.

Dieses aus dem Ohm'schen Gesetze gezogene Resultat wird durch folgenden Versuch bestätigt.

Ein einzelner Zinkkohlenbecher, durch kurze dicke Kupferdrähte mit der Tangentenbussole verbunden, gab einen Ausschlag von 43°.

Als aber drei solcher Becher in der Weise combinirt wurden, daß einerseits alle drei Zinkplatten, andererseits aber alle drei Kohlencylinder mit einander verbunden waren, daß also die drei Becher ein einziges Plattenpaar von der dreifachen Oberfläche des einzelnen Bechers darstellten, stieg die Ablenkung auf 67°.

Leitungsfähigkeit der Metalle. Bei den soeben angeführten Versuchen wurden Drahtstücke von verschiedener Länge und gleicher Dicke in den Schließungsbogen der Kette eingeschaltet und dadurch das Verhältniß der Stromstärke zur Länge des Schließungsdrahtes ermittelt. Wenn man nun dagegen gleich lange, aber ungleich dicke Drähte desselben Metalles in den Schließungsbogen 222

einschaltet und immer die entsprechenden Ablenkungen der Nadel der Tangentenbussole beobachtet, so ergiebt sich aus diesen Versuchen das Verhältniß des Leitungswiderstandes der Drähte zu ihrem Durchmesser; man findet: daß der Leitungswiderstand dem Querschnitte der Drähte umgekehrt proportional ist; oder mit anderen Worten: zwei Drähte desselben Metalls werden gleichen Leitungswiderstand ausüben, wenn sich ihre Längen umgekehrt verhalten wie ihre Querschnitte.

Um die Leitungsfähigkeit verschiedener Metalle mit einander zu vergleichen, ist wohl keine Methode einfacher und sicherer, als den Strom eines hinlänglich kräftigen Elementes durch die Tangentenbussole zu leiten, Drähte verschiedener Metalle von gleicher Länge und Dicke in den Schließungsbogen einzuschalten und die entsprechenden Ablenkungen zu beobachten.

Folgende sind die Werthe des Leitungswiderstandes verschiedener Metalle:

Silber	0,95
Gold	1,38
Kupfer	1,00
Zink	3,69
Eisen	5,88
Platin	6,66
Neusilber	11,30
Quecksilber	50,00

d. h. wenn wir den Leitungswiderstand eines Kupferdrahtes mit 1 bezeichnen, so ist der eines gleich langen und gleich dicken Drahtes von Eisen, Platin u. s. w. gleich 5,88; 6,66 u. s. w.

223 **Leitungswiderstand der Flüssigkeiten.** Die Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten ist bedeutend geringer als die der Metalle. So ist z. B. der Leitungswiderstand einer Säule von gesättigter Kochsalzlösung 3 Millionen mal größer als der Leitungswiderstand eines Kupferstabes von gleicher Länge und gleicher Dicke. Wenn man in diesem Sinne den Leitungswiderstand des Kupfers zur Einheit nimmt, so ist der Leitungswiderstand einer gesättigten Lösung von

Kupfervitriol	18 000 000
Zinkvitriol	17 000 000
Kochsalz	3 000 000

Es ist ferner der Leitungswiderstand der

käuflichen Salpetersäure	1 600 000
verdünnten Schwefelsäure (1 Vol. Vitriolöl auf 12 Vol. Wasser)	1 130 000.

Wenn man den Strom einer galvanischen Säule durch eine Flüssigkeit hindurchleitet, so erleidet die Stromstärke eine doppelte Schwächung, einmal weil der bedeutende Leitungswiderstand der Flüssigkeit zu überwinden ist, dann aber noch, weil eine bedeutende Schwächung der elektromotorischen Kraft stattfindet, und zwar in Folge der galvanischen Polarisation, die wir bereits oben betrachtet haben.

Vergleichung verschiedener Volta'scher Apparate. Um den Effect verschiedener Volta'scher Ketten beurtheilen zu können, muß man ihre elektromotorische Kraft und den Leitungswiderstand derselben kennen; diese lassen sich aber nach dem Ohm'schen Gesetze sehr einfach bestimmen; es reichen dazu zwei Messungen der Stromstärke hin, einmal bei vollkommener Schließung, einmal nach Einschaltung eines Drahtes von bekanntem Leitungswiderstande. 224

Um solche Bestimmungen vergleichbar zu machen, muß man sich über eine bestimmte Einheit des Leitungswiderstandes und der Stromstärke vereinigen. — Als Einheit des Leitungswiderstandes nehmen die meisten Physiker jetzt einen Kupferdraht von 1 Meter Länge und 1 Millimeter Durchmesser; als Einheit der Stromstärke einen Strom, welcher, durch ein Voltameter gehend, in einer Minute 1 Cubikcentimeter Knallgas liefert.

In der Regel mißt man die Stromstärke freilich nicht mit dem Voltameter, sondern mit der Tangentenbussole; es ist aber leicht, die Angaben jeder Tangentenbussole auf Wasserzersetzung zu reduciren; man lasse nur einen Strom gleichzeitig durch ein Voltameter und die Tangentenbussole gehen, beobachte die Ablenkung letzterer und die Menge des in einer Minute entwickelten Knallgases, so ergiebt sich aus einer solchen Beobachtung, mit welcher Zahl man die Tangente des Ablenkungswinkels multipliciren muß, um die entsprechende Knallgasmenge (in Cubikcentimetern ausgedrückt) zu erhalten.

Um den Reductionsfactor genau zu erhalten, wird man sich freilich nicht mit einer einzigen Vergleichung der Art begnügen, sondern man wird mehrere anstellen und aus ihnen das Mittel nehmen.

Gesetzt nun, man habe, diese Einheiten zu Grunde legend, gefunden, daß ein Bunsen'sches Element, nur durch die Tangentenbussole geschlossen, die Stromstärke 50 gebe, so ist:

$$\frac{E}{R} = 50 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1),$$

wenn wir mit E die elektromotorische Kraft, mit R den wesentlichen Leitungswiderstand des Elementes bezeichnen.

Nach Einschaltung eines 69 Meter langen Kupferdrahtes von 1 Millimeter Durchmesser sank die Stromstärke auf 10, es ist also:

$$\frac{E}{R + 69} = 10 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2);$$

aus der Combination der beiden Gleichungen (1) und (2) ergiebt sich:

$$R = 17 \qquad E = 850.$$

Als Mittel mehrerer Versuche der Art hat man für die elektromotorische Kraft verschiedener Ketten folgende Werthe gefunden:

Bunsen'sche Kette	840
Grove'sche Kette	820
Daniell'sche Kette	470
Wollaston'sche Kette	210.

Die Differenz der elektromotorischen Kraft der Wollaston'schen und der Daniell'schen Kette hat ihren Grund lediglich darin, daß die elektromotorische

Kraft der ersteren durch die galvanische Polarisation geschwächt ist, welche bei der Daniell'schen Kette dadurch, daß das Kupfer in einer Lösung von Kupfervitriol steht, aufgehoben wird.

Die Größe der Plattenpaare und der Concentrationsgrad der Flüssigkeiten haben keinen Einfluß auf die Größe der elektromotorischen Kraft, wohl aber auf die Größe des Leitungswiderstandes.

225 **Magnetisirung durch den galvanischen Strom.** Nachdem wir die Ablenkung der Magnetnadel durch den galvanischen Strom und die darauf gegründeten Apparate zur Messung des galvanischen Stromes kennen gelernt hatten, benutzten wir dieselben, um die wichtigsten Gesetze der Stromstärke zu ermitteln. Wir kehren jetzt zur Betrachtung der magnetisirenden Wirkungen des Stromes zurück.

Der elektrische Strom wirkt nicht allein richtend auf den freien Magnetismus, sondern er wirkt auch magnetisirend auf weiches Eisen und Stahl, was sich schon dadurch zeigt, daß ein von einem kräftigen Strome durchflossener Leitungsdraht Eisenfeile anzieht. — Um einen Eisenstab zu magnetisiren, muß man den Strom mehrfach um denselben herumführen, was dadurch geschieht, daß man den mit Seide oder Wolle übersponnenen Leitungsdraht spiralförmig um das Eisen herumwindet. Statt die Drahtwindungen direct auf dem Eisen anzubringen, ist es aber zweckmäßiger, den Draht auf eine Spule von Holz (damit man die Spirale auch zu Inductionsversuchen anwenden kann) aufzuwinden und den zu magnetisirenden Eisenstab in die Höhlung derselben hineinzuschieben.

Fig. 438 stellt eine solche Magnetisirungsspirale dar. Man hat deren von sehr verschiedenen Größen und Drahtdimensionen. Für sehr kräftige Wirkungen werden Magnetisirungsspiralen angewandt, welche aus 800 bis 1000 Windungen eines $1/2$ bis 1 Linie dicken Kupferdrahtes bestehen, die natürlich in mehreren Lagen über einander liegen.

Fig. 438.



Schiebt man nun einen Eisenstab in eine solche Spirale hinein, so wird er magnetisch, sobald ein elektrischer Strom die Spirale durchläuft. Ragen die Enden des Eisenstabes aus der Spirale hervor, so kann man Eisenstücke an dieselben anhängen, welche aber sogleich wieder abfallen, sobald der Strom unterbrochen wird, welcher den Draht durchläuft, weil das weiche Eisen nur so lange magnetisch bleibt, als es dem magnetisirenden Einflusse ausgesetzt ist.

Was die Polarität der beiden Enden des Eisenstabes betrifft, so ist dieselbe nach den Bemerkungen auf S. 393 leicht zu bestimmen; dasjenige Ende, welches, dem Beschauer zugewandt, vom positiven Strome in der Richtung umkreist erscheint, in welcher sich der Zeiger einer Uhr dreht, ist der Südpol, d. h. derjenige

Pol, welcher sich nach Süden richten würde, wenn der **Elektromagnet** (so nennt man nämlich Eisenstäbe, welche durch den Einfluß des galvanischen Stromes in temporäre Magneten verwandelt sind) sich frei in der Horizontalebene drehen könnte.

Fig. 439 dient, um das Gesetz der Polarität zu erläutern.

Wie den Stahlmagneten, so giebt man auch den Elektromagneten eine U-förmige Gestalt, wenn man eine große Tragkraft erzielen will, Fig. 440.

Für manche Versuche, namentlich für die diamagnetischen, die wir weiter unten werden kennen lernen, ist es wünschenswerth, daß die beiden Pole des Elektromagneten nach oben gerichtet sind. Eine für diese Zwecke geeignete Aufstellung des Elektromagneten ist Fig. 441, ungefähr in $1/_5$ der natürlichen Größe, dargestellt.

Um die Tragkraft solcher Elektromagnete zu prüfen, setzt man auf die Pole einen Anker von der Form Fig. 442; in das Ohr desselben wird ein eiserner

Fig 439.

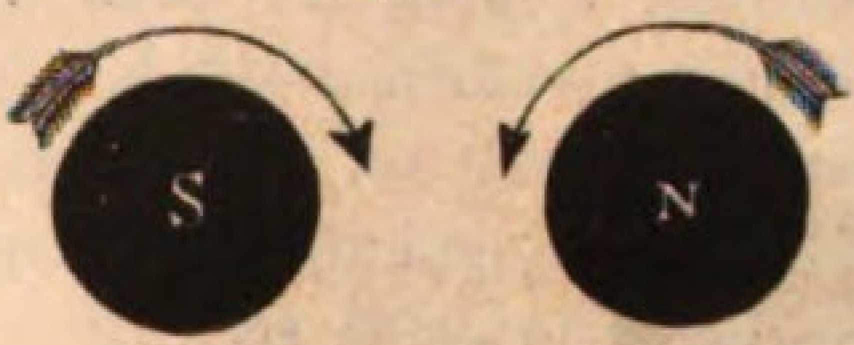


Fig. 440.

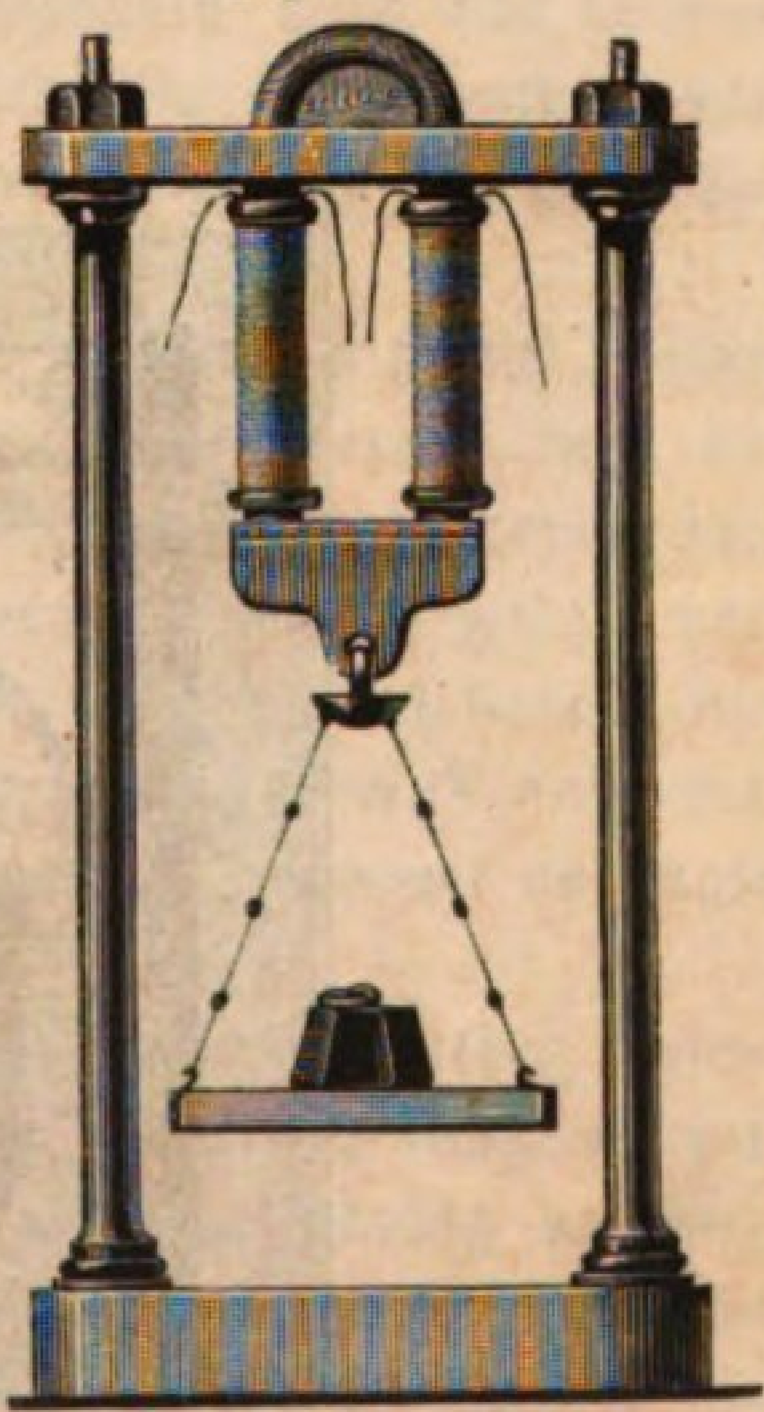


Fig. 441.

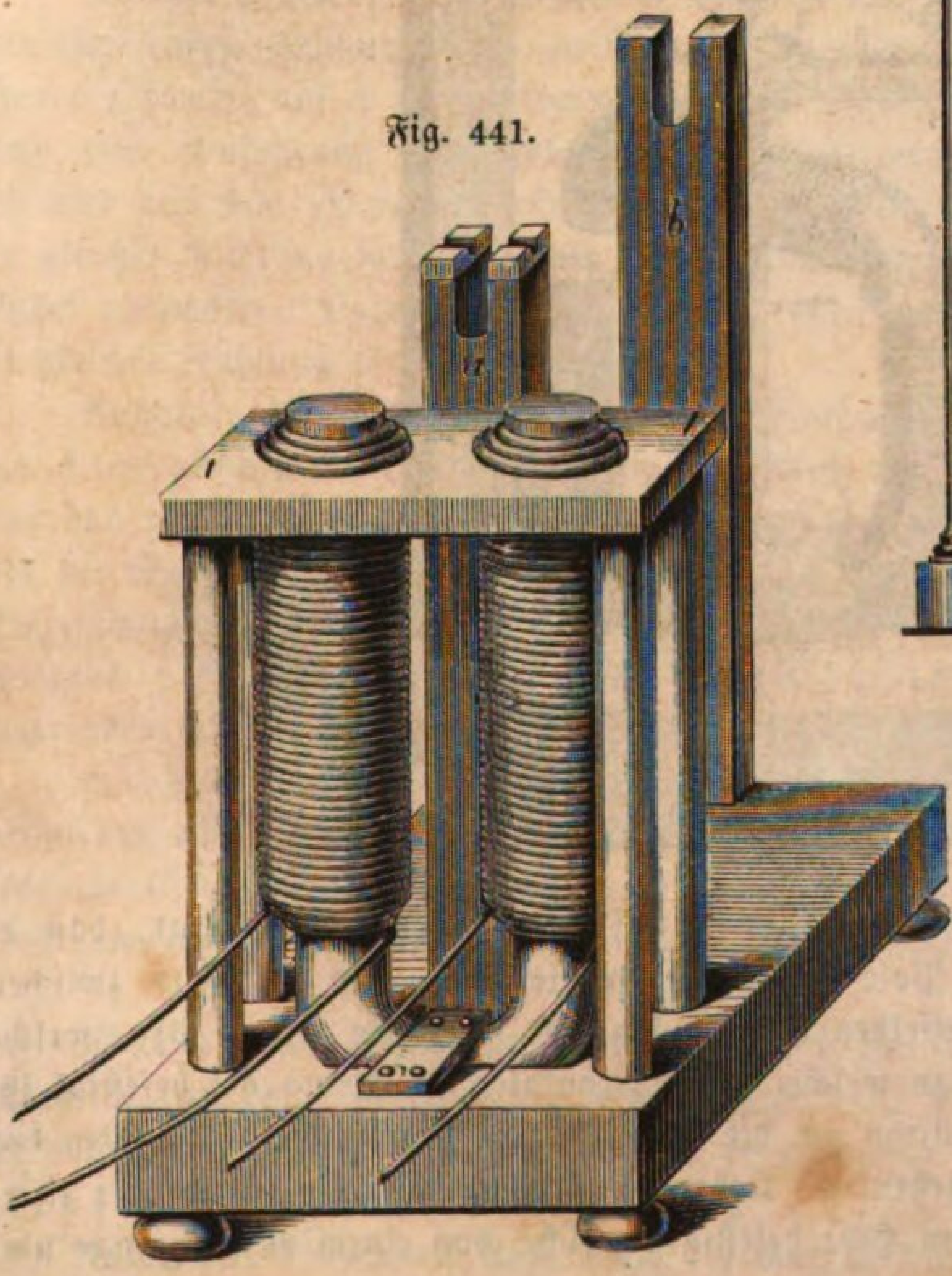


Fig. 442.

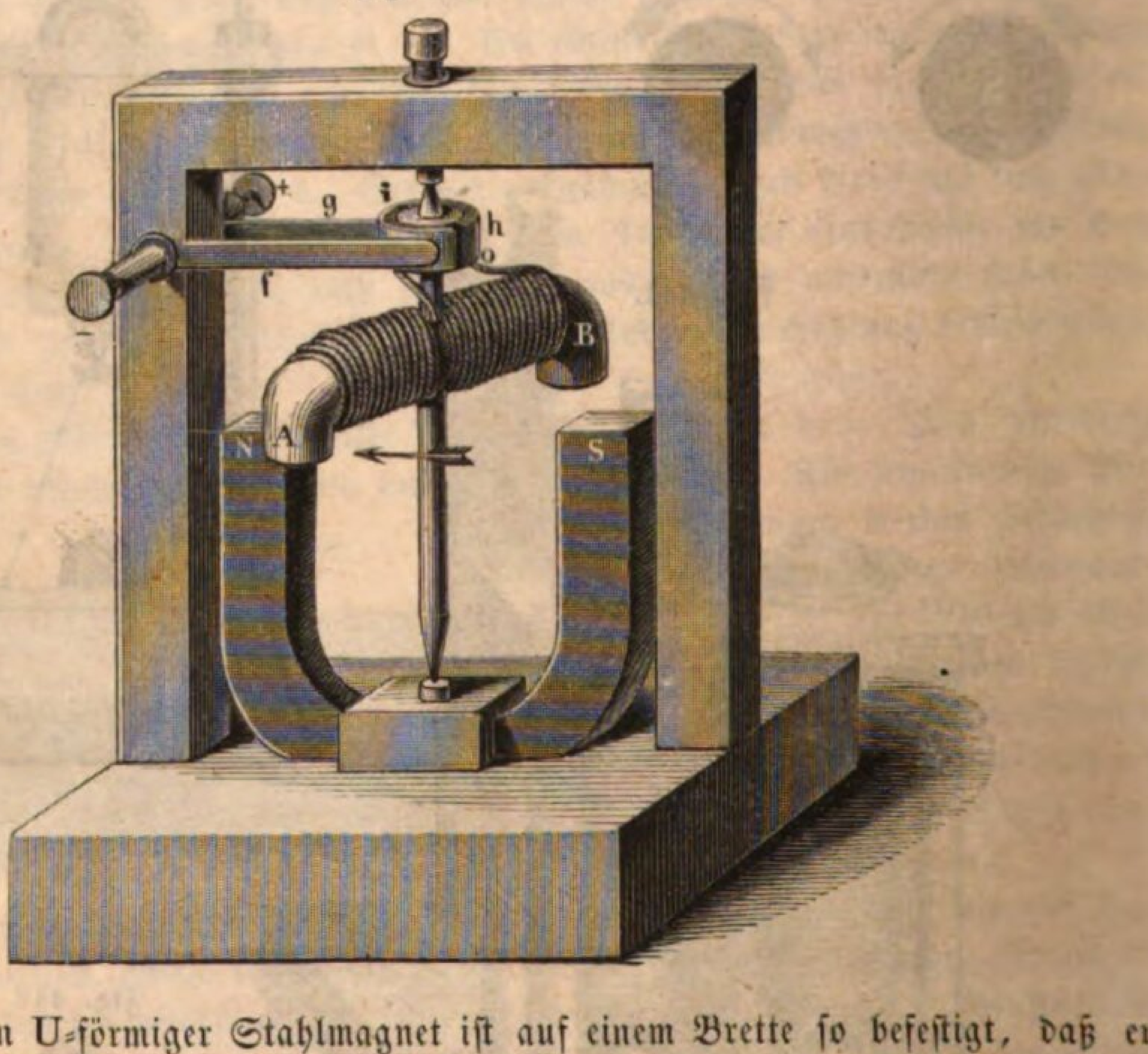


Hebel eingesetzt, dessen Schneide auf der Säule *a* ruht; am anderen Ende des Hebels werden entsprechende Gewichte angehängt. Die Säule *b* dient, um den Hebel aufzuhalten, wenn er abgerissen wird.

Der Elektromagnetismus liefert ein treffliches Mittel, Stahlnadeln oder Stahlstäbe zu magnetisiren; man braucht sie nur einige Male in einer von einem starken Strome durchflossenen kurzen und dicken Magnetisirungsspirale hin und her zu schieben. Zur Magnetisirung sehr harter Stahlstäbe zeigt sich das Streichen auf den Polen eines Elektromagneten noch wirksamer.

226 **Benutzung des galvanischen Stromes als bewegende Kraft.** Die kräftigen magnetischen Wirkungen, welche der elektrische Strom hervorzubringen im Stande ist, führten auf die Idee, denselben als bewegende Kraft zu benutzen. Die Fig. 443 zeigt einen Apparat, welcher sehr geeignet ist, zu zeigen, wie man durch die magnetisirende Wirkung des galvanischen Stromes eine continuirliche Bewegung hervorbringen kann.

Fig. 443.



Ein U-förmiger Stahlmagnet ist auf einem Brette so befestigt, daß er vertical steht und seine Pole nach oben gerichtet sind. In der Mitte zwischen den beiden Schenkeln desselben befindet sich eine verticale eiserne Axe, welche in Spitzen läuft, und an welcher ein horizontaler Elektromagnet befestigt ist, dessen Pole bei der Rotation um die verticale Axe gerade über den Polen des Stahlmagneten hinweggehen. — Ueber dem Elektromagneten ist auf der eisernen Axe eine Scheibe von Holz befestigt, welche von einem Messingringe um-

geben ist. Dieser Ring bildet aber kein Ganzes, sondern er besteht aus zwei Hälften *h* und *i*, welche durch zwei einander diametral gegenüberliegende Zwischenräume von einander getrennt sind, also nicht in leitender Verbindung stehen, wie man in der Figur deutlich sieht.

Das eine Ende *o* der Drahtwindungen, welche den Eisenkern des Elektromagneten umkreisen, ist nun an dem Halbringe *h*, das andere Drahtende ist an dem Halbringe *i* angelöthet.

Auf dem Umfange der eben besprochenen Scheibe schleifen zu beiden Seiten zwei Metallfedern *f* und *g*, auf deren äußeren Enden die Klemmschrauben befestigt sind, welche zur Aufnahme der Poldrähte der Batterie dienen.

Nehmen wir an, in die vordere Klemmschraube sei der negative, in die hintere sei der positive Poldraht eingeschraubt, so wird bei der in unserer Figur dargestellten Lage der positive Strom durch die Feder *g* zum Halbringe *h* und von diesem durch *o* in die Windungen gelangen, während die vordere Feder auf dem Halbringe *i* schleift, also der positive Strom aus den Windungen über *i* und durch die Feder *f* austritt. Unter diesen Umständen wird das vordere Ende *A* des umströmten Eisens ein Südpol, *A* wird also von *N* und *B* von *S* angezogen, der Elektromagnet dreht sich demnach in der durch den Pfeil angegebenen Richtung.

In dem Momente, in welchem *A* über *N* und *B* über *S* passirt, gehen die isolirenden Zwischenräume zwischen *h* und *i* unter den Federn weg, die Feder *f* kommt auf *h* und *g* kommt auf *i* zu liegen, was einen Stromwechsel und eine Umkehrung der Polarität des Elektromagneten zur Folge hat. *A* wird nun von *N* und *B* wird von *S* abgestoßen, die Rotation dauert also in gleicher Richtung fort. Sobald *A* wieder über *S* und *B* über *N* ankommt, findet abermaliger Polwechsel Statt, durch welchen der Elektromagnet abermals in gleicher Richtung fortgetrieben wird.

Apparate, die nach diesem Principe im Großen ausgeführt wurden, lieferten keine günstigen Resultate. Sehr wesentlich wirkt dazu der Umstand mit, daß das rotirende weiche Eisen nicht so schnell die Pole vollständig umkehrt, als der Strom in dem ihn umgebenden Drahte gewechselt wird; der rotirende Elektromagnet erhält also nie die volle magnetische Kraft, wie sie dem Strome entspräche; dies ist nun um so mehr der Fall, je bedeutender die Masse des rotirenden Elektromagneten ist und je schneller die Rotation vor sich geht.

Stöhrer hat einen Apparat construirt, in welchem dieser Uebelstand vermieden wird; dessenungeachtet sind die Kosten, welche der Betrieb einer elektromagnetischen Maschine erfordert, zu groß, als daß man hoffen dürfte, den Elektromagnetismus als bewegende Kraft anwendbar zu machen.

Elektrische Telegraphen. Praktisch sind bis jetzt nur diejenigen 227
Anwendungen des galvanischen Stromes geworden, zu welchen eine geringe Stromstärke hinreicht, und dahin gehört vorzugsweise die elektrische Telegraphie.

Unter den verschiedenen Apparaten, die man zu diesem Zwecke gegenwärtig

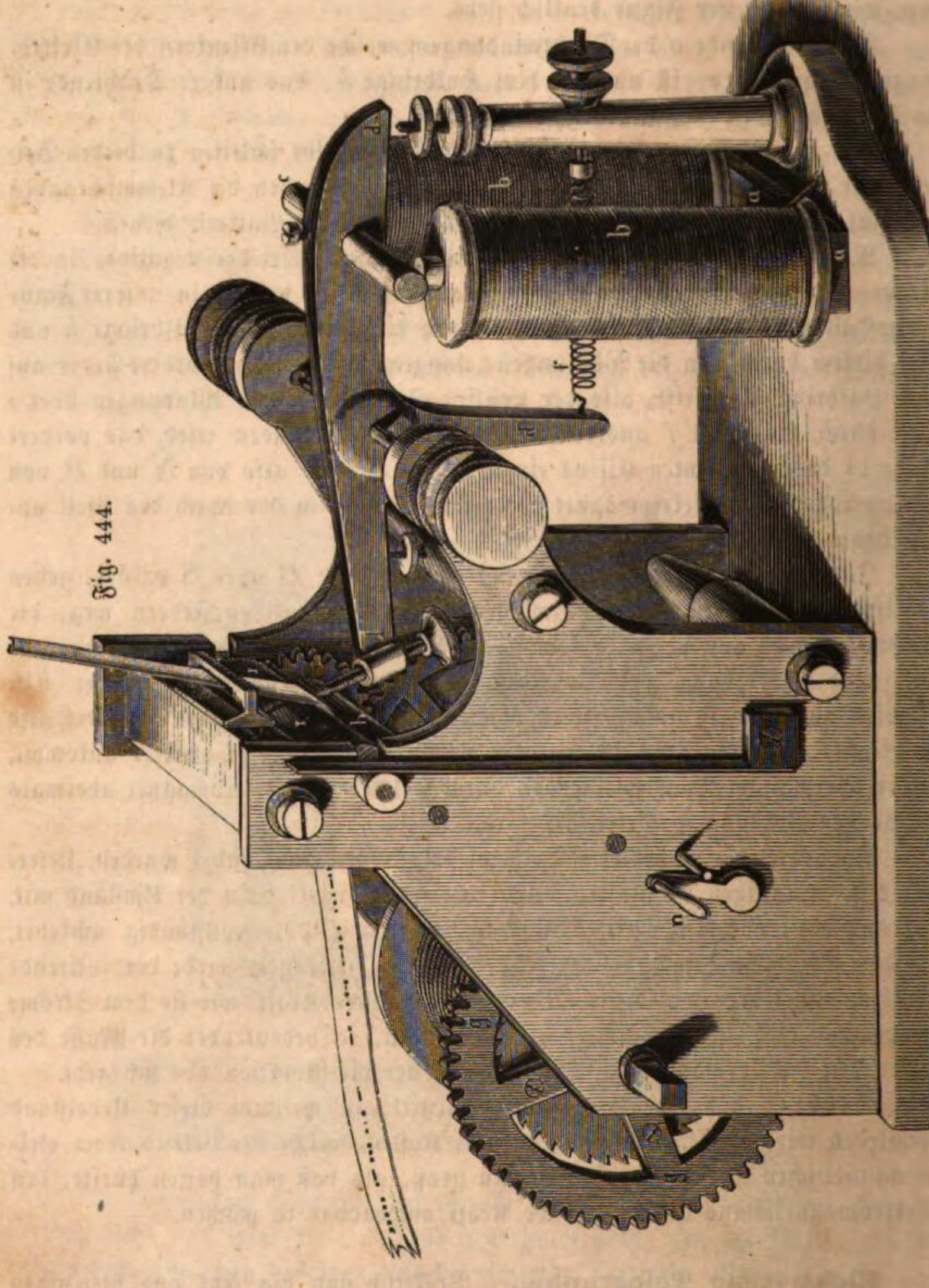


Fig. 444.

anwendet, ist **Morse's Drucktelegraph** der einfachste und wohl auch der zweckmäßigste.

Fig. 444 stellt den **Morse**'schen Schreibapparat in $^1/_2$ der natürlichen Größe dar. Auf einer eisernen Platte *a* sind zwei Stäbchen von Eisen befestigt, welche, mit den Magnetisirungsspiralen *b* umgeben, einen Hufeisenmagneten bilden. Ueber den Polen schwebt in einiger Entfernung der Eisenstab *c*, welcher in dem Messinghebel *d* steckt. Sobald die Eisenkerne magnetisch werden, wird das rechte Ende des Hebels *d* niedergezogen; wenn die Eisenkerne ihren Magnetismus verlieren, so wird der Hebel durch eine an einem Seitenarme ziehende Feder *f* in seine alte Stellung zurückgezogen.

Der Hebelarm *d* schlägt mit seinem Ende auf der rechten Seite schon auf, bevor noch der Anker *c* vollständig in Berührung mit den Polen des Elektromagneten gekommen ist, weil bei vollkommen anliegendem Anker der Elektromagnet nach Unterbrechung des Stromes seinen Magnetismus nicht ganz verliert, wodurch der Gang des Apparates sehr erschwert und unsicher werden würde.

An seinem linken Ende trägt der Hebel *d* einen Stahlstift, welcher bei jedem Niedergange des Stabes *c* gegen einen Papierstreifen gedrückt wird, den ein Uhrwerk mit gleichmäßiger Geschwindigkeit fortzieht.

Das erste Rad *g* dieses Uhrwerkes wird durch ein an der Welle desselben angehängtes Gewicht langsam umgedreht, und diese Bewegung wird durch mehrere Zwischenräder auf die Walze *h* übertragen, welche sich mit größerer Geschwindigkeit umdreht. Die Umdrehung der Walze *h* bewirkt durch Reibung die Umdrehung der gleich großen Walze *i*. Zwischen beiden steckt ein Papierstreifen, welcher von einer, etwa an der Decke des Zimmers befestigten Rolle kommt. Ist das Uhrwerk im Gange, so wird der Papierstreifen mit gleichförmiger Geschwindigkeit, ungefähr 1 Zoll in der Secunde, fortgezogen.

In der Mitte der Rolle *i* befindet sich eine ringförmige, theilweise in unserer Figur sichtbare Rinne. In diese Rinne wird nun der Stift hineingedrückt, wenn *c* niedergezogen wird; es preßt also der Stift eine Vertiefung in den die Rinne überdeckenden Papierstreifen. Wird der galvanische Strom nur für einen Augenblick geschlossen, so drückt der Stift einen Punkt in das Papier; bleibt aber der Strom einige Zeit geschlossen, so entsteht ein Strich, weil ja das Papier unterdessen fortgezogen wird. Aus Punkten und Strichen ist nun das Alphabet zusammengesetzt, und zwar das bei uns übliche folgendermaßen:

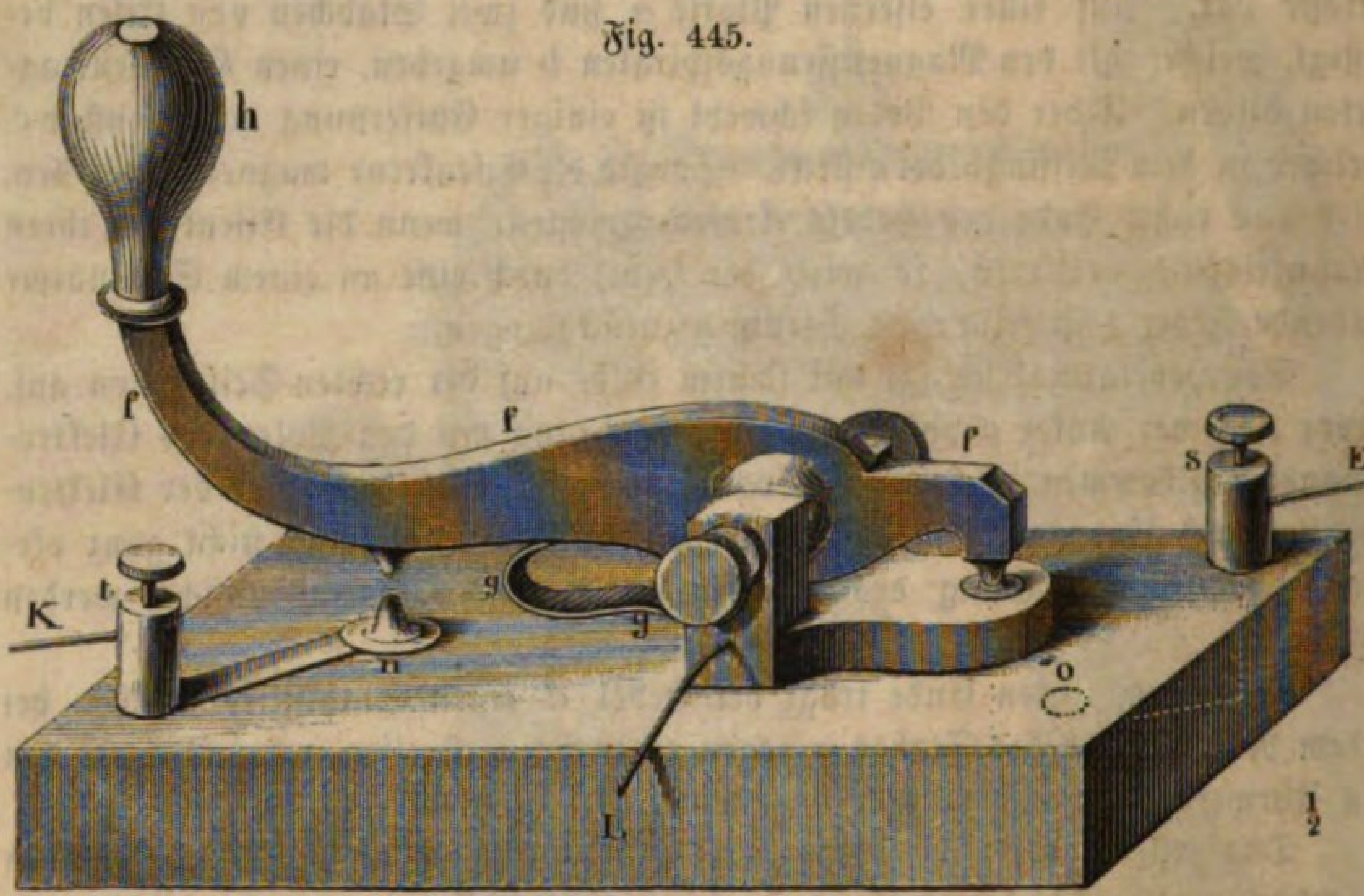
a · —	f · · — ·	l · — · ·	q — — · —	v · · · —
b — · · ·	g — — ·	m — —	r · — ·	w · — —
c — · — ·	h · · · ·	n — ·	s · · ·	x · · — · ·
d — · ·	i · ·	o · — · · ·	t —	y — — · · ·
e ·	k — · —	p · · · · ·	u · · —	z · — — · ·

Aehnliche Zeichen hat man für Zahlen, für Interpunctionszeichen u. s. w.

Zum sicheren Schließen und Oeffnen der Kette dient ein Apparat, welcher den Namen des **Schlüssels** führt. Der Schlüssel des **Morse**'schen Apparates

ist Fig. 445 in $1/2$ der natürlichen Größe abgebildet. Auf einem Brettchen ist eine Messingplatte befestigt, die zu beiden Seiten prismatische Erhöhungen hat, in welchen eine horizontale stählerne Axe sich befindet. Diese Axe bildet

Fig. 445.



den Drehpunkt des messingenen Hebels *f*. Dieser Hebel wird durch eine Stahlfeder *g* aufwärts gedrückt, so daß die vordere Spitze desselben auf einem Messingstückchen aufsitzt, welches von der übrigen Platte isolirt und unterhalb, wie durch punktirte Linien angedeutet ist, mit den Messingsäulchen *s* in leitender Verbindung steht. Drückt man den Hebel, am Handgriff *h* anfassend, nieder, so kommt er mit der Spitze des Messingkegels *n* in Berührung, während die vordere Spitze des Hebels nun in die Höhe gehoben ist, also nicht mehr mit dem Säulchen *s* in leitender Verbindung steht.

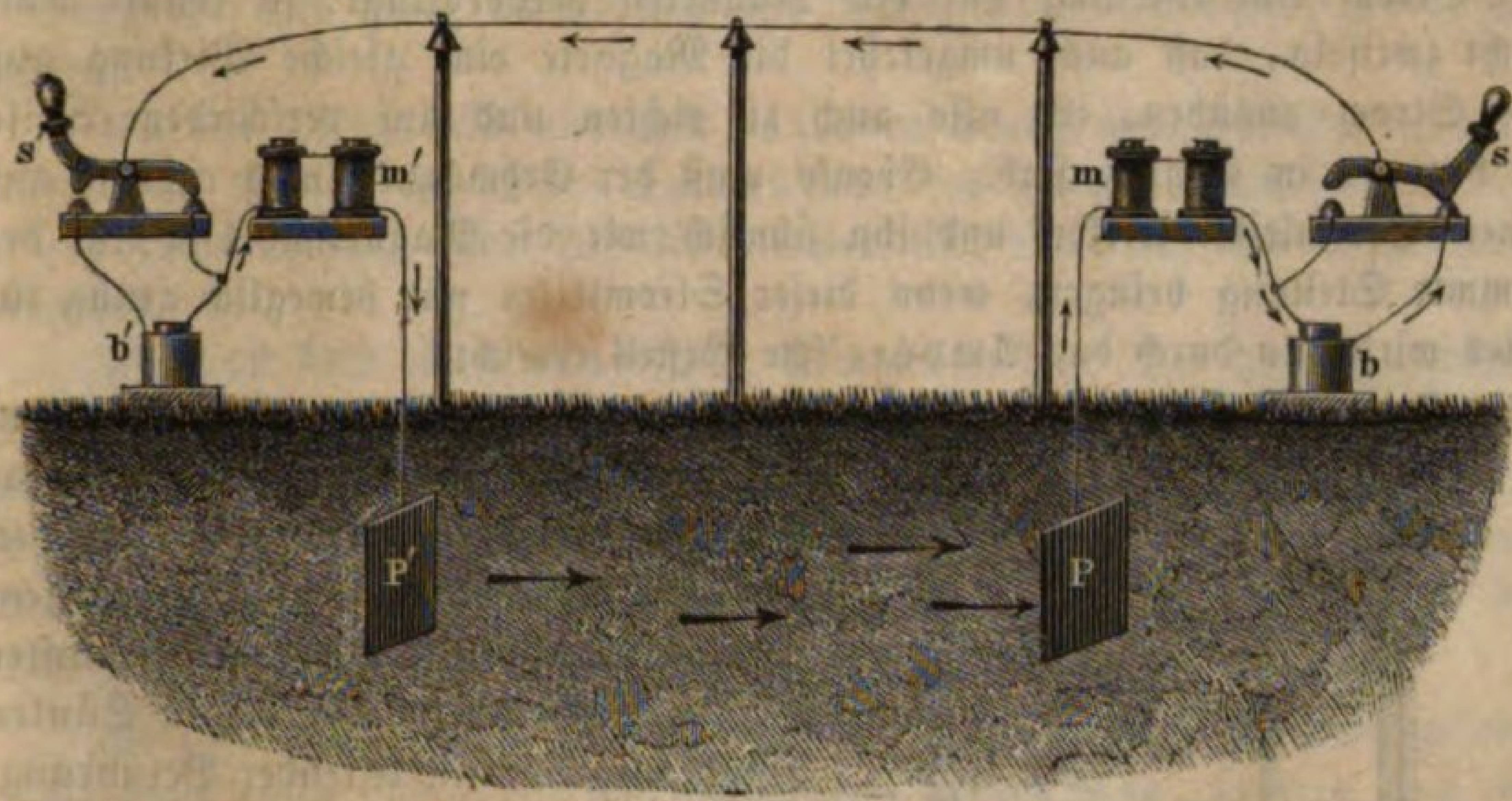
Der kleine Messingkegel *n* ist durch einen Messingstreifen mit dem Säulchen *t* leitend verbunden.

Die Messingplatte, an welcher die Axenträger des Hebels *f* angebracht sind, ist mit dem Leitungsdraht verbunden, welcher zu der nächsten Station führt. In der Regel ist aber der Draht nicht so in der Platte befestigt, wie es die Zeichnung darstellt, sondern es befindet sich ein Messingsäulchen bei *o*, welches durch einen Messingstreifen mit dem Messinggestell verbunden ist. Dieses Säulchen ist nur deshalb in der Zeichnung weggelassen worden, weil es den vorderen Theil der Platte und des Hebels verdeckt hätte. In dieses Säulchen *o* ist dann das Ende des Leitungsdrahtes eingeschraubt.

Von *t* führt ein Draht zu dem einen Pol, etwa dem Kupferpol der galvanischen Batterie. Von *s* geht ein Draht aus, der sich alsbald spaltet, indem der eine Theil zum Zinkpol der Batterie, der andere zu den Windungen des Elektromagneten führt, deren anderes Ende mit einer in den feuchten Boden vergrabenen Kupferplatte verbunden ist.

Fig. 446 stellt zwei mit einander verbundene Stationen dar. *b* und *b'*, sind die Batterien, *s* und *s'* sind die Schlüssel, *m* und *m'* sind die Elektromagnete.

Fig. 446.



Sind beide Schlüssel in der Ruhelage, wie es in unserer Figur bei dem Schlüssel der Station links der Fall ist, so kann kein Strom entstehen, denn bei dem Messingkegel *n* (siehe Fig. 445) findet sich eine Unterbrechung der Leitung. Wird aber der Schlüssel auf einer Station niedergedrückt, wie es in unserer Figur für die Station rechts der Fall ist, so ist der Schließungsbogen für die Batterie dieser Station hergestellt, der Strom geht vom positiven Pol der Batterie *b* durch den Schlüssel *s* zum Leitungsdraht, welcher den Strom zum Schlüssel *s'* der anderen Station führt; von diesem gelangt der Strom zu den Windungen des Elektromagneten *m'*, zur Erdplatte *P'*, geht dann durch den Erdboden über *P* und *m* zum negativen Pol von *b* zurück, wie denn dieser Lauf des Stromes durch die Pfeile hinlänglich bezeichnet ist.

So umkreist denn der auf der Station rechts erzeugte Strom die Elektromagnete beider Stationen; die Batterie *b'* der anderen Station ist nicht geschlossen, kann also keinen Strom aussenden.

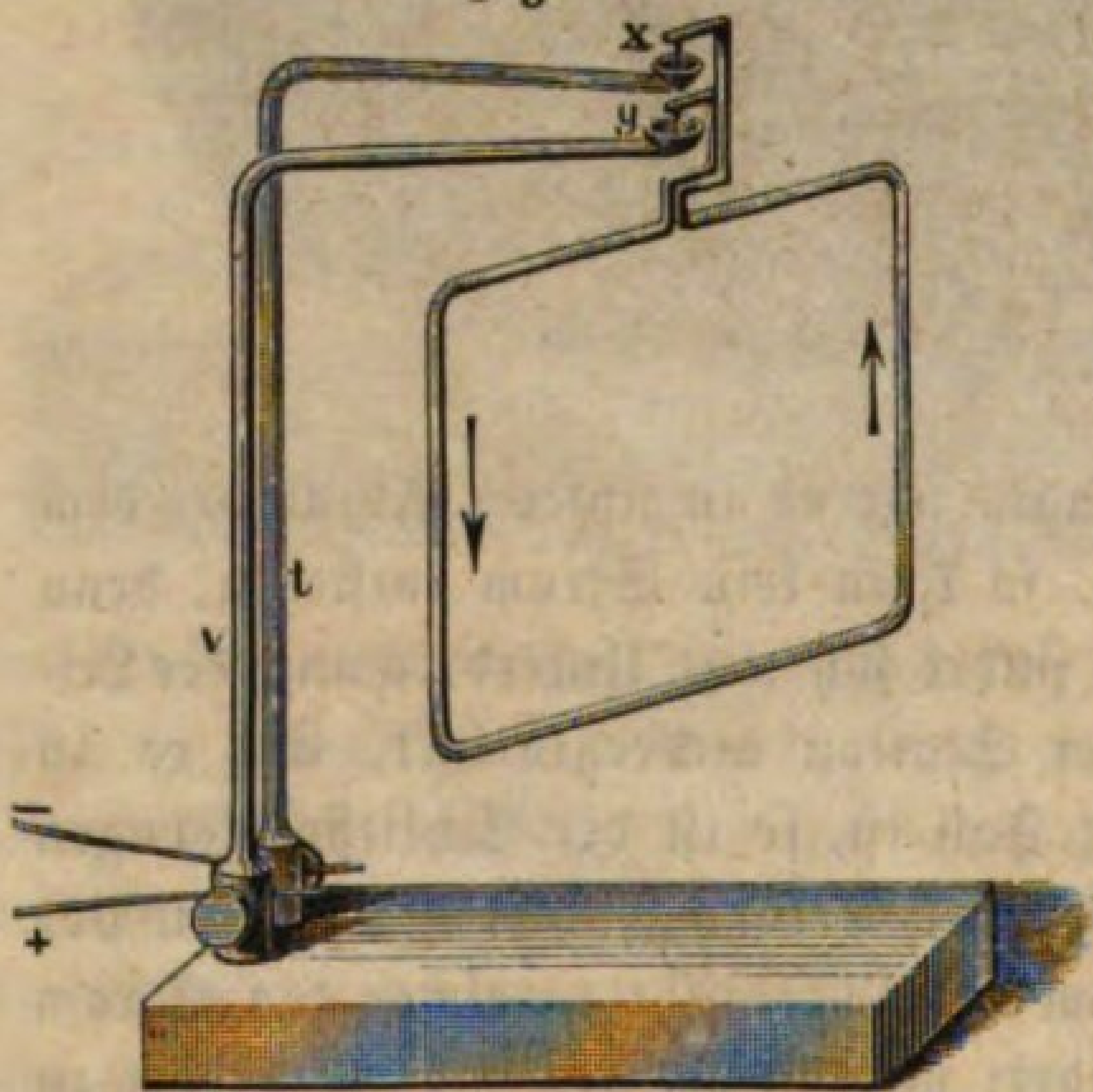
Will der Telegraphist der einen Station, etwa der rechten, eine Depesche abgehen lassen, so drückt er mehrmals rasch hinter einander seinen Schlüssel nieder, wodurch ein abwechselndes An- und Abziehen der Anker beider Elektromagnete erfolgt. Das dadurch hervorgebrachte Klappern macht den Telegraphisten der anderen Station aufmerksam, welcher nun, nachdem er auf ähnliche Weise geantwortet hat, sein Uhrwerk mittelst des kleinen Hebels *n*, Fig. 444, auslöst und sein Gehwerk laufen läßt. Der Telegraphist der sprechenden Station drückt nun in den gehörigen Intervallen seinen Schlüssel nieder, um dadurch auf dem Papierstreifen der anderen Station die beabsichtigten Zeichen, Punkte und Striche, hervorzubringen. Zum Zeichen, daß die Depesche beendigt ist, macht er eine Reihe von 20 bis 30 gleichmäßig auf einander folgenden

Punkten. Nun antwortet der Empfänger »verstanden«, oder er verlangt die Wiederholung etwa undeutlich gebliebener Stellen.

228 **Richtung der Ströme durch den Erdmagnetismus.** Da der Strom eine Wirkung auf den Magneten hervorbringt, so konnte man nicht zweifeln, daß auch umgekehrt die Magnete eine gleiche Wirkung auf den Strom ausüben, ihn also auch zu richten und auf verschiedene Weise zu bewegen im Stande sind. Ebenso muß der Erdmagnetismus richtend auf einen Stromleiter wirken und ihn ähnlich wie die Magnetnadel in eine bestimmte Stellung bringen, wenn dieser Stromleiter nur beweglich genug ist. Dies wird nun durch das Ampère'sche Gestell erreicht.

Fig. 447 stellt zwei verticale Säulen von Messing dar, welche auf einem Fuße von Holz befestigt sind; oben tragen sie horizontale Arme, die mit den Quecksilbernäpfchen x und y endigen, deren Mittelpunkte genau vertical unter einander stehen. Die beiden Säulen sind nirgends in leitender Berührung. Unten sind sie etwas dicker, so daß man die zu den Polen eines galvanischen Rheomotors führenden Leitungsdräthe einschrauben kann; dadurch wird das eine Quecksilbernäpfchen gewissermaßen zum positiven, das andere zum negativen Pole.

Fig. 447.



In diese Quecksilbernäpfchen wird nun ein Leitungsdraht eingehängt, welcher zum Rechteck gebogen ist, wie Fig. 447, oder kreisförmig, wie Fig. 448. Da, wo sich die beiden Drahtenden zu berühren scheinen, sind sie durch eine isolirende Substanz getrennt; sie sind oben umgebogen und mit Stahlspitzen versehen, die in die Näpfchen x und y, Fig. 447, eingetaucht werden. Die eine Spitze geht bis auf den Boden des Näpfchens und ruht hier auf einer kleinen Glasplatte, die andere Spitze taucht nur in das Quecksilber ein. Durch diese Aufhängung ist der Draht ungemein leicht beweglich.

Fig. 448.



Fig. 449.

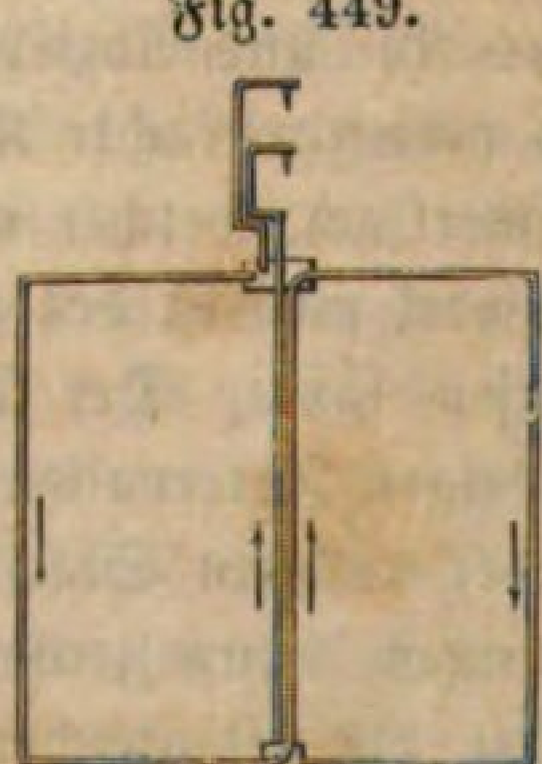
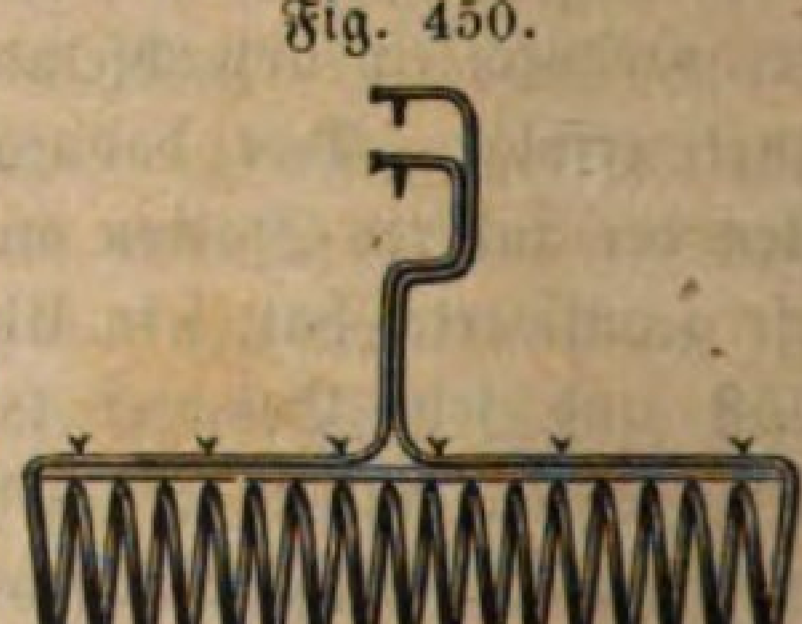


Fig. 450.



Läßt man nun einen Strom hindurchgehen, so stellt sich die Ebene des Drahtes rechtwinklig auf den magnetischen Meridian, und zwar so, daß der positive Strom auf der Westseite aufsteigt.

Kehrt man den Strom um, so macht der Draht um seine verticale Umdrehungsaxe eine halbe Umdrehung und kommt dann erst wieder ins Gleichgewicht.

Um den Strom rasch umkehren zu können, benutzt man Vorrichtungen, die unter dem Namen des Stromwenders, des Commutators oder des Gyrotrops bekannt sind. Wir können hier nicht näher auf ihre Beschreibung eingehen.

Fig. 449 stellt einen astatischen Stromleiter dar. Der Erdmagnetismus strebt, jede Hälfte in entgegengesetzter Richtung zu drehen als die andere, er übt also keine richtende Kraft auf das System aus. Ein Schraubendraht, das sogenannte Solenoid, Fig. 450, an dem Ampère'schen Stativ aufgehängt und von einem Strome durchlaufen, muß sich so stellen, daß die Axe des Schraubendrahtes in die Richtung der Declinationsnadel fällt.

Es geht daraus nicht allein hervor, daß auf diese Weise die Declinationsnadel durch einen Schraubendraht nachgeahmt werden kann, sondern auch, daß der Südpol derjenige ist, in welchem sich, wenn man ihn von seiner Seite her betrachtet, der Strom bewegt, wie der Zeiger einer Uhr.

Das Brettchen, welches den verschiedenen Windungen des Schraubendrahtes Fig. 450 zur Befestigung dient, besteht aus einer nichtleitenden Substanz.

Wenn man den Schraubendrähten, welche wir soeben betrachtet haben, einen Magnetstab nähert, so kann man ganz ähnliche Erscheinungen beobachten, als ob man den Magnetstab einer Declinationsnadel näherte. Ueberhaupt werden natürlicher Weise alle in diesem Paragraphen betrachteten Apparate auch durch Magnetstäbe afficirt werden.

Gegenseitige Wirkung galvanischer Ströme auf einander. 229
Zwei parallele Ströme üben immer eine Wirkung auf einander aus, welche mehr oder weniger lebhaft ist, je nach ihrer Entfernung, ihrer Intensität und ihrer Länge. Betrachtet man nun die Richtung der hervorgebrachten Bewegung, so ist diese folgendem einfachen Gesetze unterworfen: Zwei parallele Ströme ziehen sich an, wenn sie sich in gleicher Richtung bewegen, sie stoßen sich aber ab, wenn ihre Richtung entgegengesetzt ist.

Das Gesagte läßt sich mit Hülfe des Ampère'schen Gestelles in folgender Art nachweisen: Man hänge in die Quecksilbernäpfchen x und y einen rechtwinkligen Stromleiter, wie Fig. 451 (a. f. S.) zeigt, und stelle daneben das einen rechtwinklig gebogenen Leitungsdraht tragende Brettchen Fig. 452 so auf, daß das verticale Drahtstück ab sich in der Nähe eines der verticalen Stromarme des beweglichen Leiters befindet. Man beobachtet nun eine Abstoßung oder eine Anziehung zwischen den benachbarten verticalen Stromarmen, je nachdem in ihnen der Strom entgegengesetzt oder gleich gerichtet ist.

Dieser Versuch gelingt noch weit besser, wenn man statt des in Fig. 451 dargestellten beweglichen Leiters den astatischen Leiter Fig. 449 anwendet.

Fig. 451.

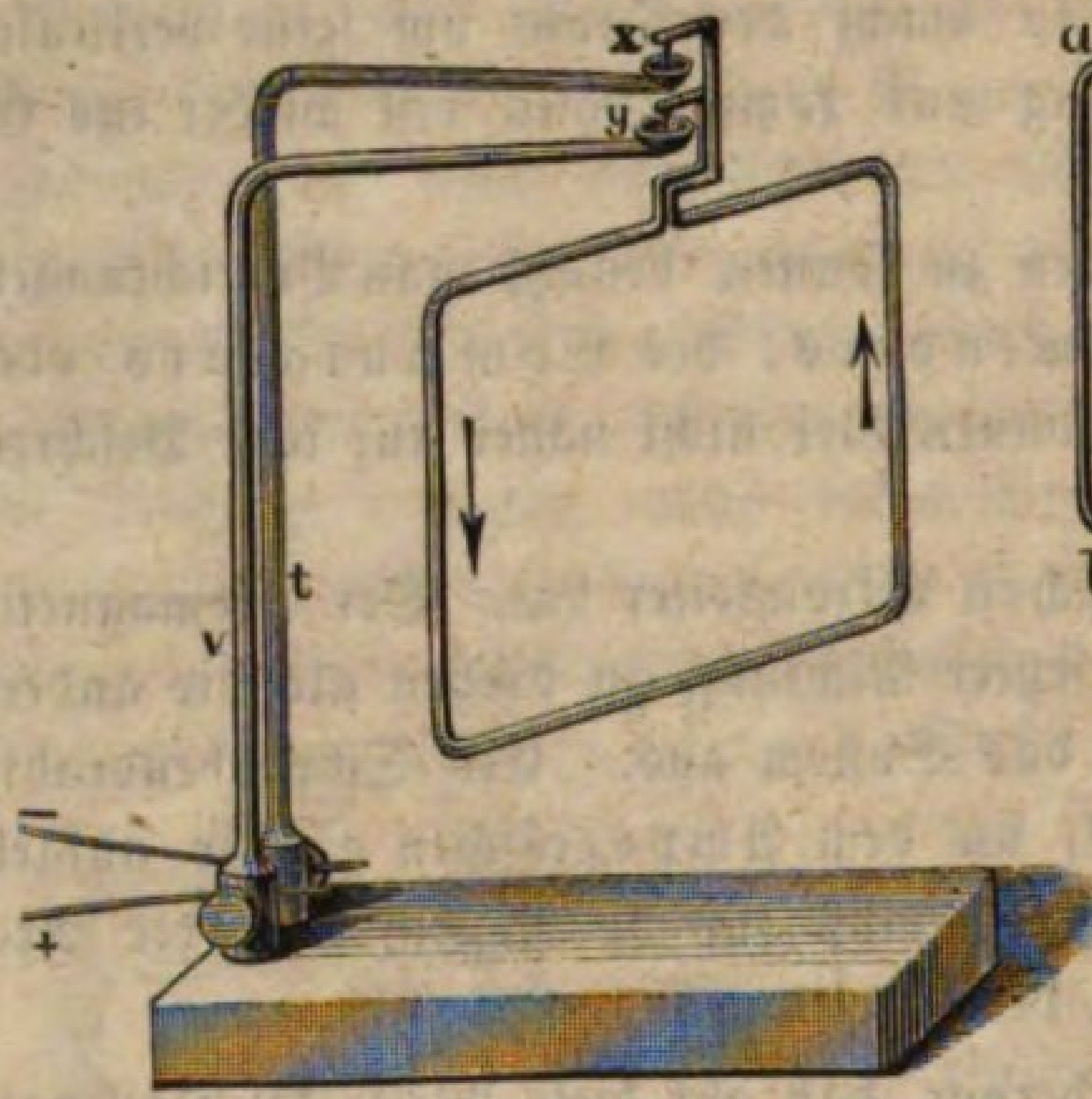
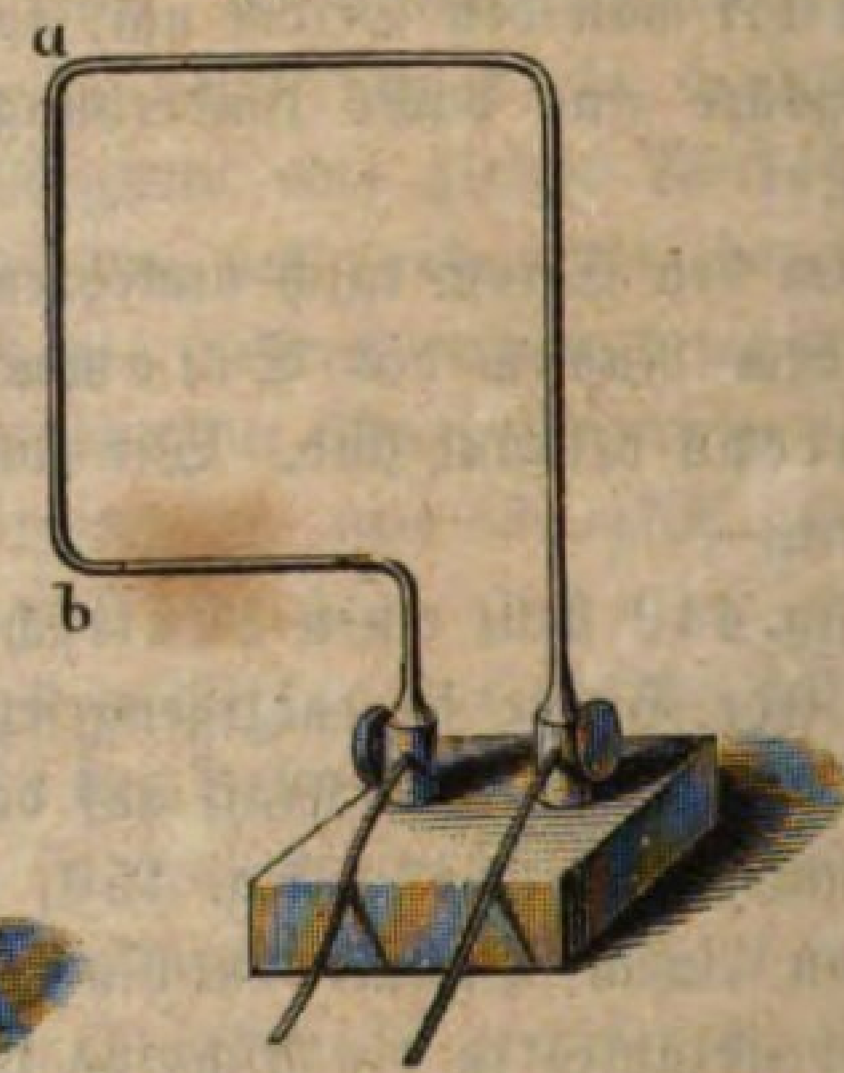


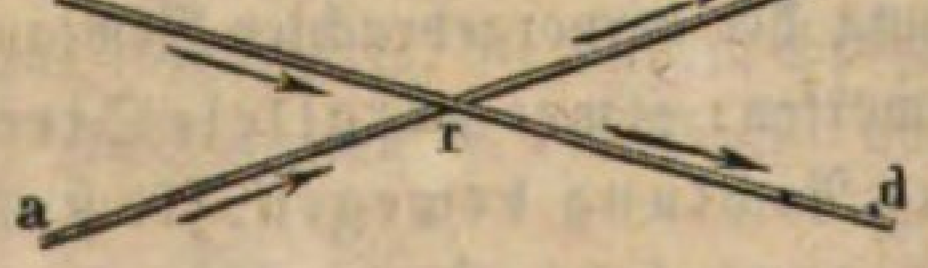
Fig. 452.



Wir nennen gekreuzte Ströme diejenigen, die nicht parallel sind, mögen sie nun in einer Ebene liegen, und ihre Richtungen sich schneiden, oder mögen sie in verschiedenen Ebenen liegen, so daß sie sich nicht treffen. Im ersten Falle ist der **Kreuzungspunkt** derjenige, in welchem sie sich schneiden, im zweiten Falle ist es ein Punkt der kürzesten Entfernung beider Ströme. **Zwei gekreuzte Ströme streben, sich immer parallel zu stellen, um sich nach einer Richtung zu bewegen,** oder mit anderen Worten: **es findet Anziehung zwischen den Theilen des Stromes Statt, welche nach dem Kreuzungspunkte hingehen, und dann wieder zwischen denen, welche vom Kreuzungspunkte abgehen. Abstoßung aber findet Statt zwischen einem Strome, welcher sich nach dem Kreuzungspunkte hin bewegt, und einem anderen, welcher von ihm weggeht.**

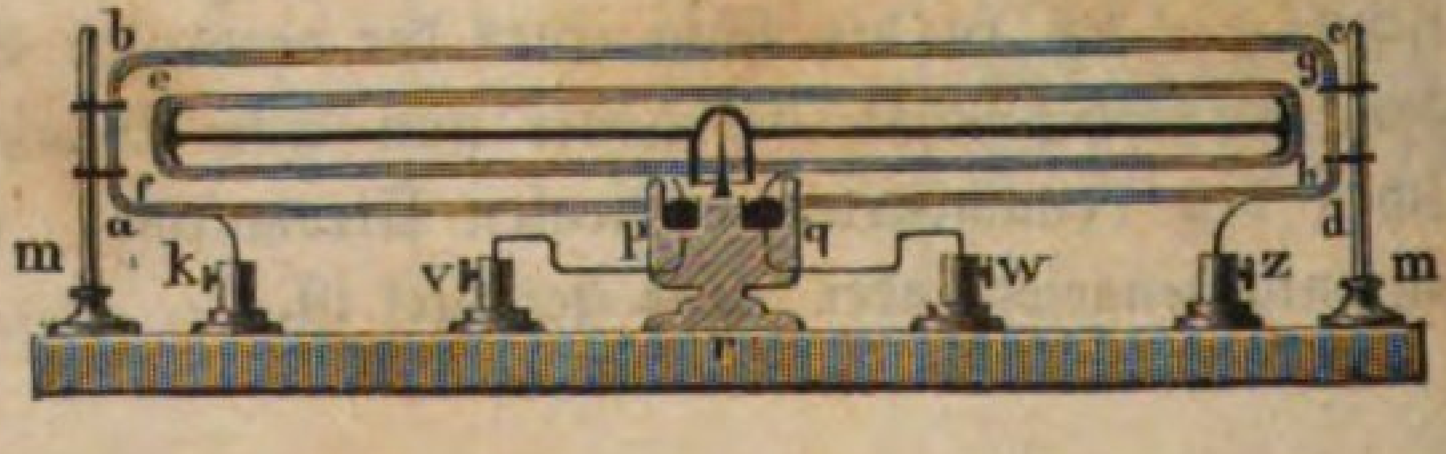
Sind z. B. ab und cd, Fig. 453, zwei Ströme, deren Kreuzungspunkt r ist, so findet eine Anziehung zwischen den Theilen ar und cr Statt, in welchen der Strom nach dem Kreuzungspunkte hingeht, und zwischen den Theilen rb und rd, in welchen er vom Kreuzungspunkte abgeht. Abstoßung findet zwischen ar und rd, ferner zwischen cr und rb Statt.

Fig. 453.



Es läßt sich dies sehr gut mit Hülfe des **Garthe'schen** Apparates, Fig. 454, nachweisen, welcher im Wesentlichen aus zwei Rahmen von umspon-

Fig. 454.



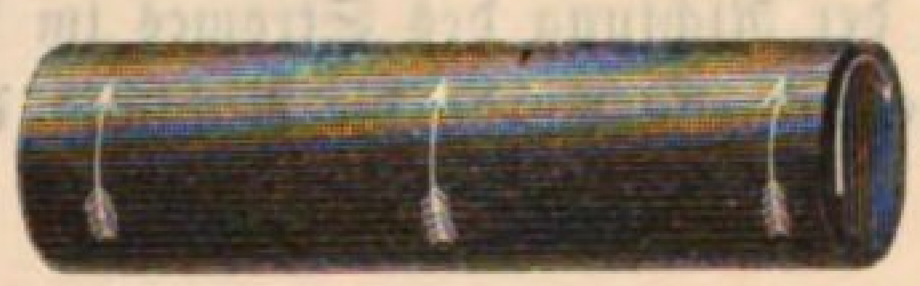
nenem Kupferdrahte besteht, von denen der äußere fest, der innere hingegen auf einer Spitze drehbar ist, wie eine Magnetnadel. Die Enden des beweglichen Drahtrahmens tauchen in eine kreisförmige Quecksilberrinne, welche durch eine elfenbeinerne Scheidewand (rechtwinklig zur Ebene des Papiers) in zwei halbkreisförmige Theile geschieden ist; die eine Hälfte ist mit dem positiven, die andere mit dem negativen Pole eines constanten Bechers verbunden, während der Strom eines anderen Bechers den äußeren Rahmen durchläuft.

Ampère's Theorie des Magnetismus. Das Princip dieser Theorie 230
besteht darin, jedes Molekül eines Magneten als von einem Strome gleichsam eingehüllt zu betrachten, welcher, das Molekül beständig umkreisend, in sich selbst zurückkehrt und den man der Einfachheit wegen als kreisförmig annehmen kann. Man stellt sich nach dieser Theorie jeden auf der Axe des Magneten rechtwinkligen Querschnitt ungefähr auf die durch Fig. 455 anschaulich gemachte Weise vor. Statt aller der elementaren Ströme eines jeden Querschnitts aber kann man sich denselben von einem einzigen Strome umkreist denken, welcher gleichsam

Fig. 455.



Fig. 456.



die Resultirende aller elementaren Ströme dieses Querschnitts ist, und somit läßt sich ein Magnetstab als ein System unter sich paralleler geschlossener Ströme denken, ungefähr so, wie es Fig. 456 anschaulich macht.

Was hier von einem Magnetstabe gesagt ist, läßt sich auch auf eine Magnetnadel, kurz, auf jeden Magneten, welche Form er auch haben mag, anwenden.

Um die Erklärung der Anziehung und Abstoßung der Pole in verschiedenen Stellungen der Magnete gegen einander recht anschaulich zu machen, zeichne man, am besten auf Cylinder von Holz oder Pappe, die ungefähr 1 bis 1,5 Fuß lang sind und 2 bis 3 Zoll im Durchmesser haben, Pfeile in der Weise, wie man Fig. 456 sieht, welche die Richtung der Ströme darstellen; ferner bezeichne man noch auf beiden Cylindern die Nordpole mit N, die Südpole mit S. Mit Hülfe zweier solcher Modelle läßt sich leicht begreiflich machen, warum gleichnamige Pole sich immer abstoßen, ungleichnamige sich immer anziehen, in welcher Weise man sie auch übrigens einander nähern mag.

Aus dieser Anschauungsweise ergiebt sich nun auch, warum Magnete auf einander wirken wie durchströmte Schraubendrähte, warum ein in der Mitte durchbrochener Magnet wieder zwei vollständige Magnete liefert, von welchen jeder einen Nordpol und einen Südpol hat.

Nach dieser Theorie muß man also annehmen, daß die Eisentheilchen be-

ständig von den erwähnten Elementarströmen umkreist werden, die auf ihrem Wege um das Eisenmolekül keinen Leitungswiderstand zu überwinden haben; denn sonst könnten sie ohne fortwirkende elektromotorische Kraft nicht continuirlich sein. In einem Stahlmagneten sind nun diese Elementarströme einander parallel, im weichen Eisen aber haben sie alle möglichen verschiedenen Lagen. Die Magnetisirung des weichen Eisens besteht nach dieser Theorie darin, daß die schon vorhandenen Elementarströme parallel gerichtet werden; die Gränze der Magnetisirung ist erreicht, wenn die Ströme aller Eisenmoleküle die gleiche Lage haben. Hört die magnetisirende Kraft zu wirken auf, so kehren die Ströme wieder in ihre vorherige regellose gegenseitige Lage zurück; nur im Stahl behalten sie wenigstens theilweise ihren Parallelismus bei, und darauf beruht das Bleiben des Magnetismus des Stahls.

231 **Rotation beweglicher Ströme und Magnete.** Es sei *abcd*, Fig. 457, der horizontale Durchschnitt eines vertical stehenden Magneten und *s* ein zum Punkte verkürzt erscheinender verticaler, von der Ebene des Magnetdurchschnitts *N* aufsteigender Strom, welcher um die Axe des Magneten drehbar ist, so ist nach den oben auseinandergesetzten Principien klar, daß das Stück *ab* des Magnetstromes den Strom *s* abstoßen, *bc* aber ihn anziehen wird; der Strom *s* muß also in der Richtung des Stromes im Magneten rotiren. Wäre der Strom *s* niedergehend, so würde die Richtung der Rotation die entgegengesetzte werden;

Fig. 458.

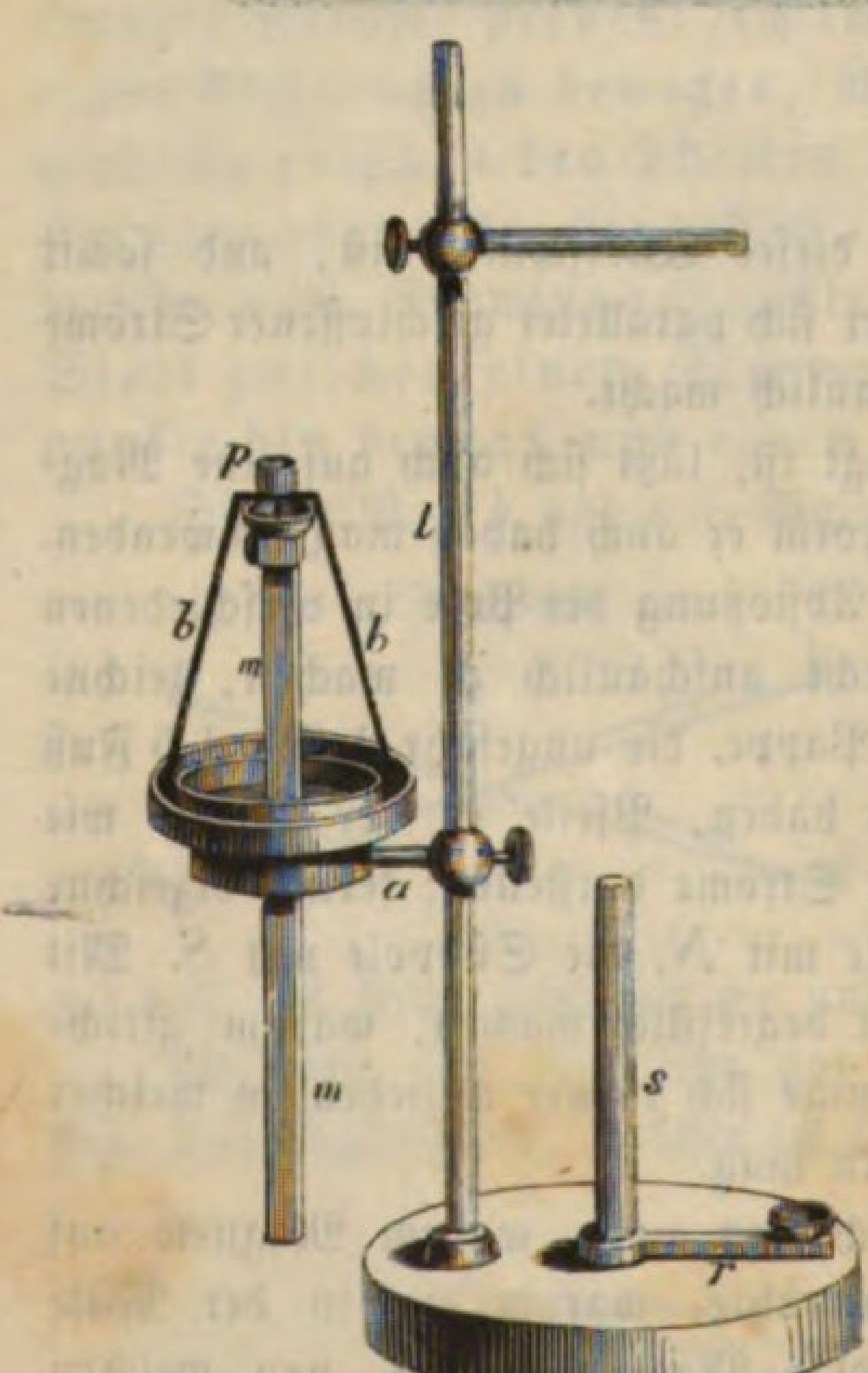
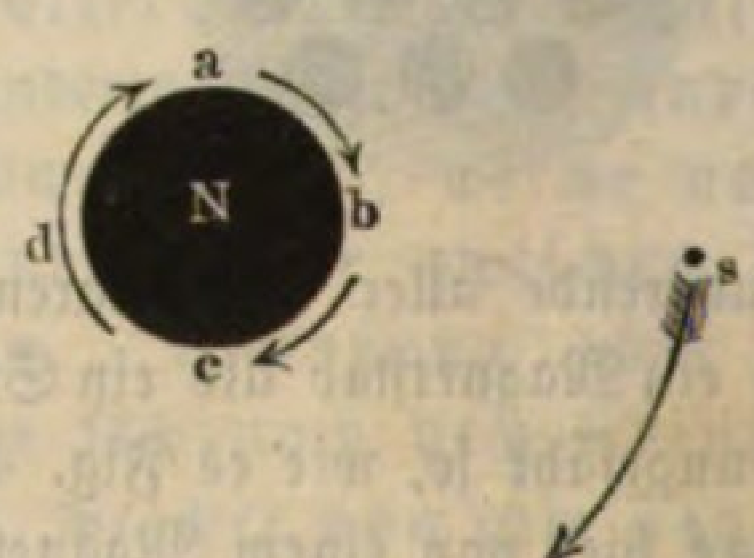


Fig. 457.



ebenso wird natürlich die Umkehrung der Rotationsrichtung durch eine Umkehrung der magnetischen Pole bewirkt.

Eine solche Rotation kann mit Hülfe des Apparates, Fig. 458, hervorgebracht werden. An einem verticalen Stabe *l* ist ein horizontaler Stab *a* verschiebbar, so daß man ihn in jeder beliebigen Höhe und in jeder Richtung mit Hülfe einer Schraube feststellen kann. Dieser horizontale Stab trägt einen Messingring, auf welchen eine kreisförmige hölzerne, mit Quecksilber zu füllende

Rinne aufgesetzt wird. In dem Messingringe steckt eine Korkscheibe, durch deren Mitte ein verticaler Magnetstab hindurchgeht, an welchem oben eine Hülse mit einem Quecksilbernäpfchen angeschraubt ist. In diesem Näpfchen sitzt eine feine Spitze auf, welche einen kupfernen Bügel *b* trägt, der auf beiden Seiten heruntergebogen ist, so daß seine unteren, mit einer Platinspitze versehenen Enden in die Quecksilberrinne eintauchen. In der Mitte dieses Kupferbügels befindet sich ein Quecksilbernäpfchen *p*. Wird nun der eine Poldraht der Kette in dieses Quecksilbernäpfchen *p*, der andere oben in die Rinne getaucht, so durchläuft der Strom die beiden Arme des Kupferbügels, welcher alsdann zu rotiren beginnt.

Die Wirkung des Magneten auf den Strom in dem einen Arme des Kupferbügels wird durch die Wirkung unterstützt, welche der Magnet auf den Strom im anderen Arme des Kupferbügels hervorbringt.

Auf ähnliche Weise läßt sich auch eine Rotation eines beweglichen Magneten um einen festen Strom und die Rotation eines beweglichen Stromes um einen festen Magneten hervorbringen; man hat die Apparate, welche zur Hervorbringung solcher Rotationen dienen, auf die mannigfachste Weise abgeändert.

Viertes Capitel.

Inductionserscheinungen.

232 **Induction im Nebendrahte.** Ein elektrischer Strom kann im Momente seines Beginnens oder Aufhörens oder auch durch bloße Annäherung oder Entfernung in einem anderen benachbarten Leiter gleichfalls elektrische Ströme erzeugen.

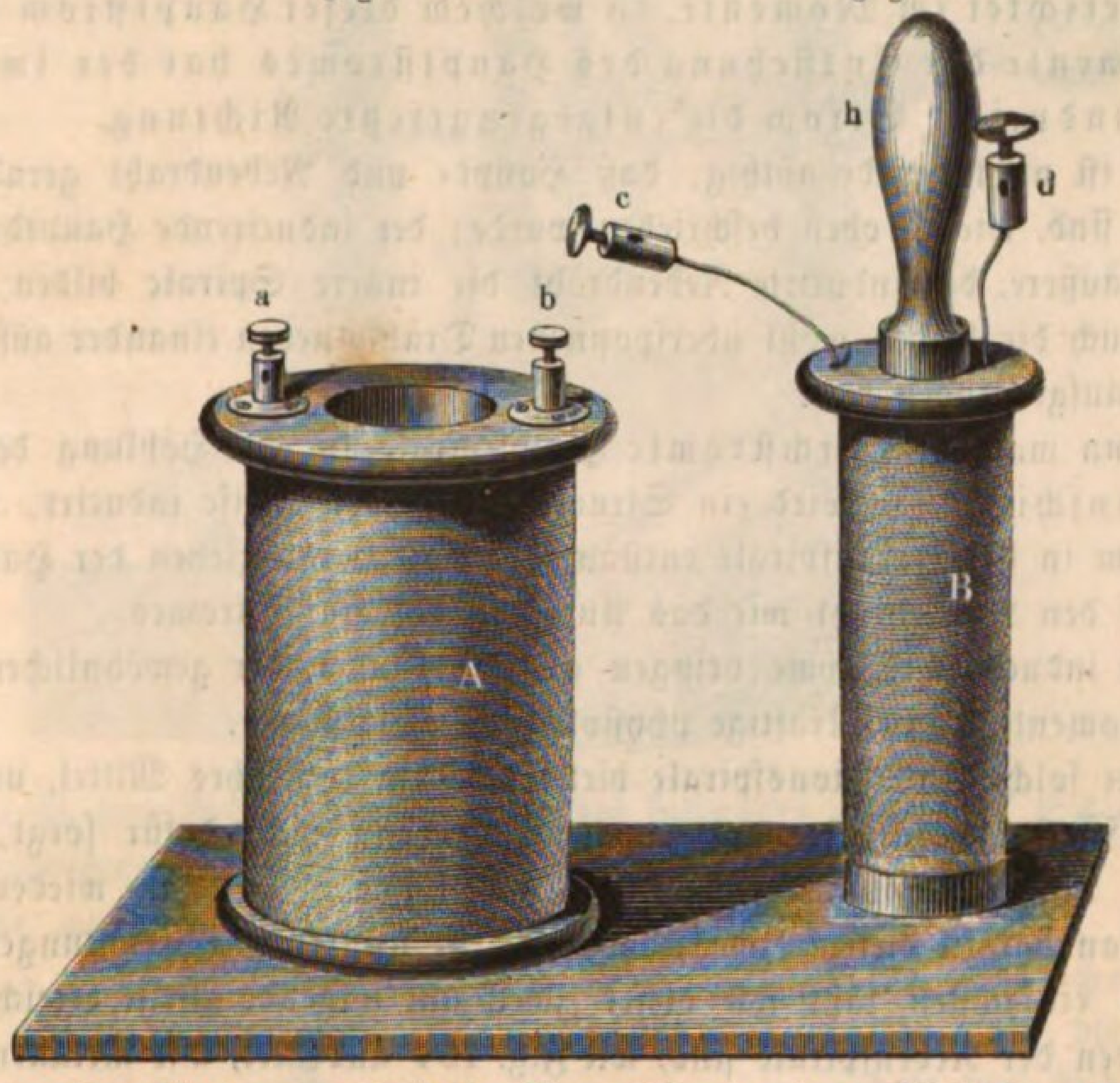
Diese Erscheinungen wurden im Jahre 1838 von Faraday entdeckt und verdienen die größte Aufmerksamkeit, theils wegen ihrer theoretischen Wichtigkeit, theils wegen der zahlreichen Thatsachen, welche sich aus diesem Principe ergeben. Diese Ströme, welche in den Leitern durch eine Art vertheilender Wirkung anderer Ströme hervorgebracht werden, führen den Namen der Inductionsströme. Man könnte sie auch temporäre Ströme nennen, weil sie nur einen Augenblick dauern.

Auf eine ungefähr 1 Zoll weite Spule A, Fig. 459, sei in vielen Windungen ein langer, dünner und mit Seide übersponnener Kupferdraht aufgewickelt, dessen Enden der Bequemlichkeit wegen mit den Klemmschrauben a und b versehen sind. In die Höhlung dieser Spirale paßt eine zweite, ganz ähnlich construirte, B, Fig. 460, welche aber gewöhnlich aus weniger Windungen eines dickeren Drahtes besteht. Auch die Drahtenden dieser Spirale sind mit Klemmschrauben c, und d, versehen und in die Höhlung derselben ist ein Handgriff, h, eingesteckt, welcher, nur durch Reibung festgehalten, sich nach Belieben entfernen läßt, aber doch so fest steckt, daß man mittelst desselben die Spirale B leicht in die Spirale A einschieben und wieder herausziehen kann.

Wenn nun die Spirale B in die Spirale A eingesteckt ist, so setze man die Klemmschrauben a und b der Spirale A mit den Drahtenden eines Multiplicators in Verbindung, während man von der Klemmschraube c einen Leitungsdraht nach dem einen, von d einen solchen nach dem anderen Pole einer Volta'schen Säule (etwa einer Wollaston'schen Säule von 4 Plattenpaaren, oder einer Daniell'schen von zwei Bechern oder auch nur eines einfachen Bunsen'schen Bechers) führt. Man kann nun den Schließungsbogen der Säule, in welchen die innere Spirale B eingeschaltet ist, nach Belieben schließen und wieder öffnen, und bemerkt, daß bei jeder Schließung und bei jeder Oeff-

nung des Stromes, welcher die innere Spirale durchläuft, ein in der äußeren Spirale A circulirender Strom durch den Multiplicator angezeigt wird.

Fig. 459. Fig. 460.



Wir wollen die innere Spirale B, welche in den Schließungsbogen der Säule eingeschaltet wird, die Hauptspirale, die andere aber, deren Drahtenden durch den Multiplicator verbunden sind, die Nebenspirale nennen.

In dem Momente, in welchem der Schließungsbogen des Volta'schen Elektromotors geschlossen wird, bemerkt man eine Ablenkung der Nadel des Multiplicators, aus deren Richtung hervorgeht, daß der in der Nebenspirale auf die angegebene Weise hervorgerufene Strom die entgegengesetzte Richtung desjenigen hat, welcher bei der Schließung der Kette in der Hauptspirale entsteht.

Läßt man den Hauptstrom geschlossen, so kehrt die Nadel des Multiplicators nach einigen Schwingungen wieder auf den Nullpunkt zurück, woraus hervorgeht, daß die Strombildung im Nebendrahte nur eine momentane war, welche in dem Momente erzeugt wurde, in welchem der Strom in der Hauptspirale zu circuliren begann.

Die Nadel des Multiplicators bleibt nun ruhig, so lange der Hauptstrom die Hauptspirale durchläuft; in dem Momente aber, in welchem derselbe unterbrochen wird, findet eine abermalige Ablenkung der Multiplicatornadel Statt, deren Richtung der zuerst beobachteten entgegengesetzt ist, welche also anzeigt, daß der jetzt im Nebendrahte hervorgerufene Strom mit dem verschwindenden Strome des Hauptdrahtes gleich gerichtet ist.

Nach Faraday's Ausdruck wird nun sowohl beim Entstehen als auch

beim Verschwinden des von der Säule herrührenden Stromes im Hauptdrahte ein vorübergehender Strom im Nebendrahte inducirt.

Der im Nebendrahte inducirte Strom ist mit dem Hauptstrome gleich gerichtet im Momente, in welchem dieser Hauptstrom aufhört. Im Momente der Entstehung des Hauptstromes hat der im Nebendrahte inducirte Strom die entgegengesetzte Richtung.

Es ist nicht gerade nöthig, daß Haupt- und Nebendraht gerade so angeordnet sind, wie es oben beschrieben wurde; der inducirende Hauptdraht kann auch die äußere, der inducirte Nebendraht die innere Spirale bilden, oder es können auch die beiden wohl übersponnenen Drähte neben einander auf derselben Spirale aufgewunden sein.

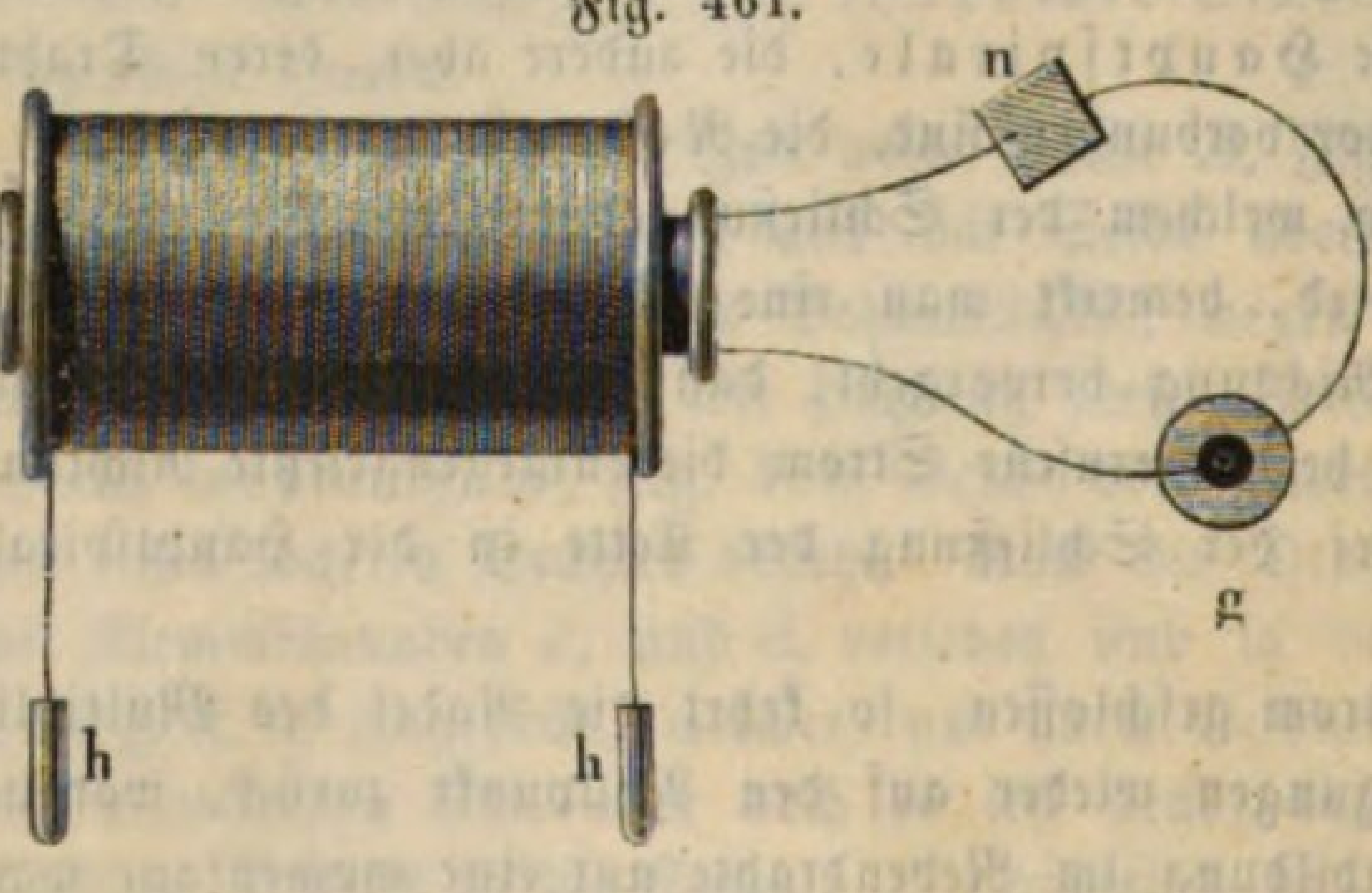
Wenn man die durchströmte Hauptspirale in die Höhlung der Nebenspirale einschiebt, so wird ein Strom in derselben Weise inducirt, wie wenn der Strom in der Hauptspirale entstände. Das Herausziehen der Hauptspirale wirkt auf den Nebendraht wie das Aufhören des Hauptstromes.

Die inducirten Ströme bringen alle Wirkungen der gewöhnlichen Ströme hervor, namentlich aber kräftige physiologische Wirkungen.

Eine solche Inductionsspirale bietet also ein treffliches Mittel, um physiologische Effecte hervorzubringen, namentlich wenn man dafür sorgt, daß die Kette in rascher Aufeinanderfolge bald geschlossen und dann wieder geöffnet wird. Man hat zu diesem Zwecke mehrere sehr sinnreiche Vorrichtungen erdacht.

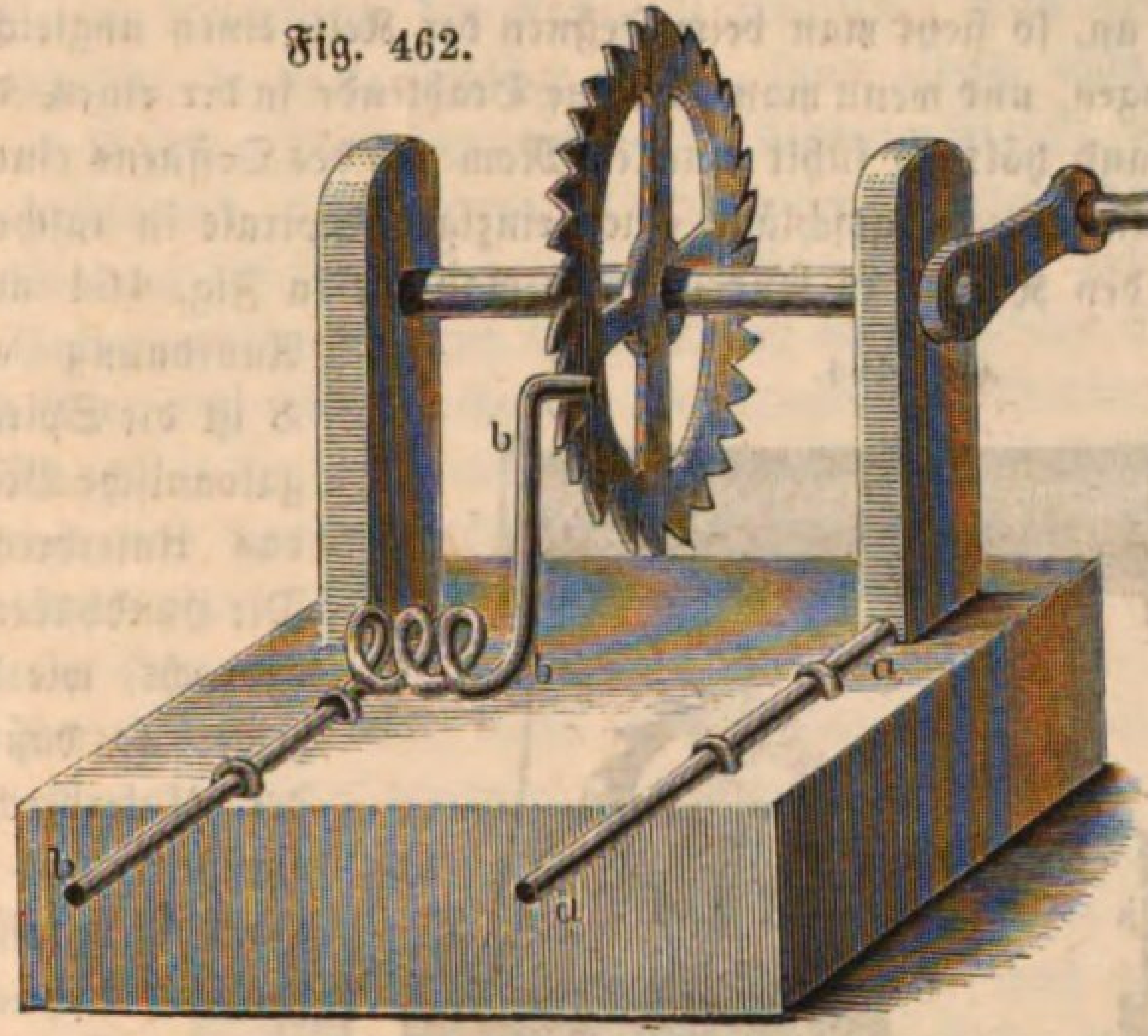
Am einfachsten läßt sich dieser Zweck auf folgende Weise erreichen. Die Drahtenden der Nebenspirale sind, wie Fig. 461 andeutet, mit metallenen Handgriffen *h* versehen. Mit der Hauptspirale, welche in die Nebenspirale eingesteckt ist, befindet sich aber noch ein Unterbrechungsrad bei *n* im Schließungsbogen des galvanischen Bechers *g*. Die Einrichtung des Unterbrechungsrades ist aus Fig. 462 zu ersehen. Auf einem Holzklotze stehen zwei Messingpfeiler, welche die metallene Axe eines messingenen Zahnrades tragen, dessen Zähne am besten so geschnitten sind, wie die Zähne des Steigrades einer gewöhnlichen Pendeluhr. An dem einen Messingpfeiler ist der Kupferdraht *a* befestigt, während ein zweiter Kupferdraht *b* federnd gegen das Rad drückt. Man kann nun leicht diesen Apparat in den Schließungsbogen der Kette einschalten, man braucht nur *b* mit dem einen Ende des Hauptdrahtes, *a* mit dem einen Poldrahte des Elektromotors zu verbinden. So oft nun bei Umdrehung des Rades der federnde Draht *b* von einem Zahne des Rades zum anderen überspringt, erfolgt ein Oeffnen und ein alsbaldiges Wiederschließen der Kette.

Fig. 461.



Faßt nun eine Person die Handgriffe *h* mit angefeuchteten Händen, so

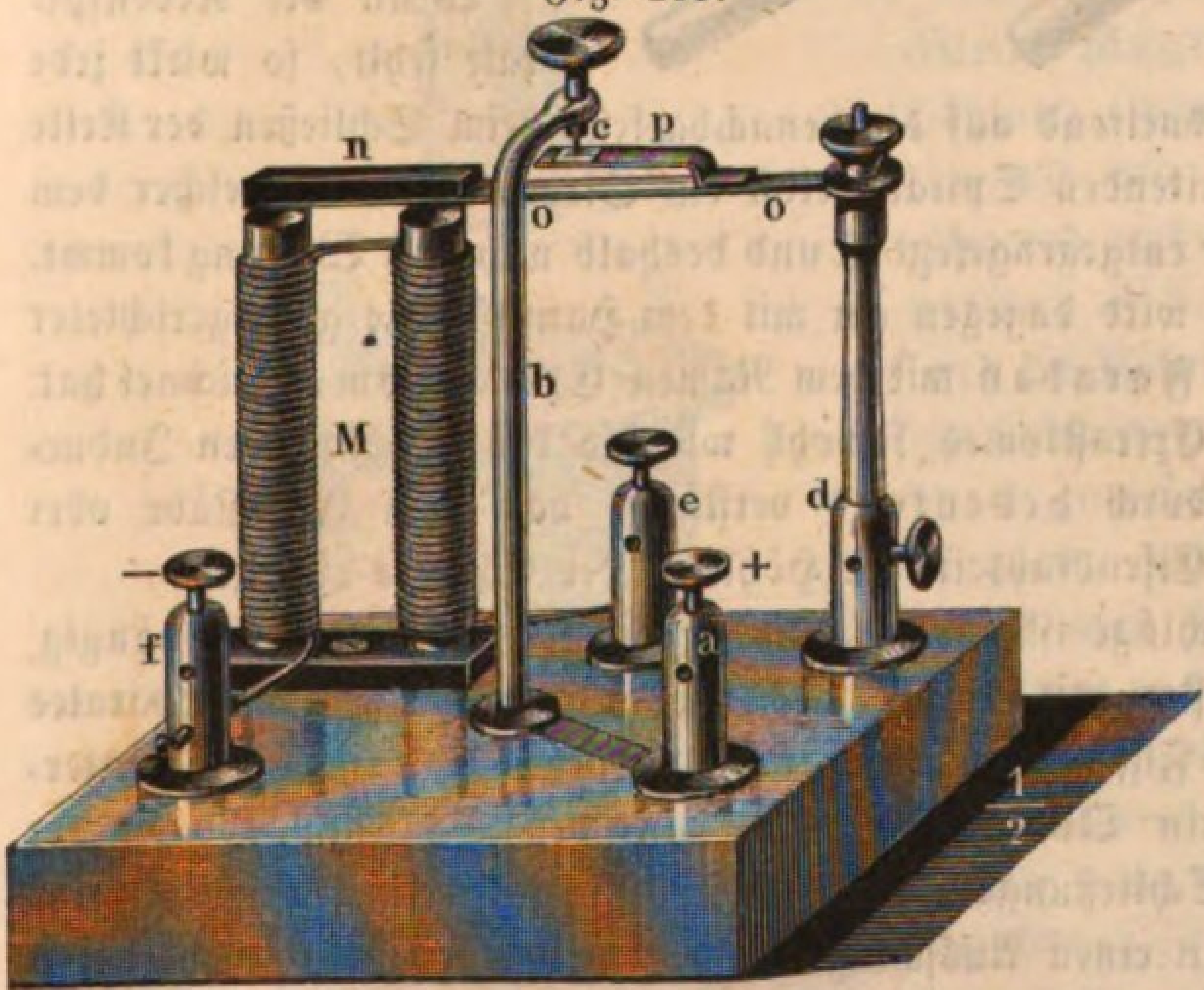
Fig. 462.



empfindet sie eine Reihe rasch auf einander folgender elektrischer Schläge, wenn das Unterbrechungsrad gedreht wird.

Eine andere Unterbrechungsvorrichtung ist der Fig. 463 dargestellte **magnetische Hammer.** Der durch die Hauptspirale des Inductionsapparates laufende Strom geht auch durch die Windungen des Elektromagneten *M.* Sobald die Eisenkerne desselben magnetisch werden, ziehen sie den auf der kupfernen Feder *o* befestigten eisernen Anker *n* an, wodurch eine Unterbrechung des Stromes bei *c* erfolgt, indem mit dem Anker *n* auch die Feder *o* niedergezogen wird. — Durch die Unterbrechung des Stromes verlieren die Eisenkerne des Elektromagneten *M* ihren Magnetismus, die Feder *o* schnellt wieder in die Höhe, wodurch der Strom wieder hergestellt wird und dasselbe Spiel von Neuem beginnt.

Fig. 463.

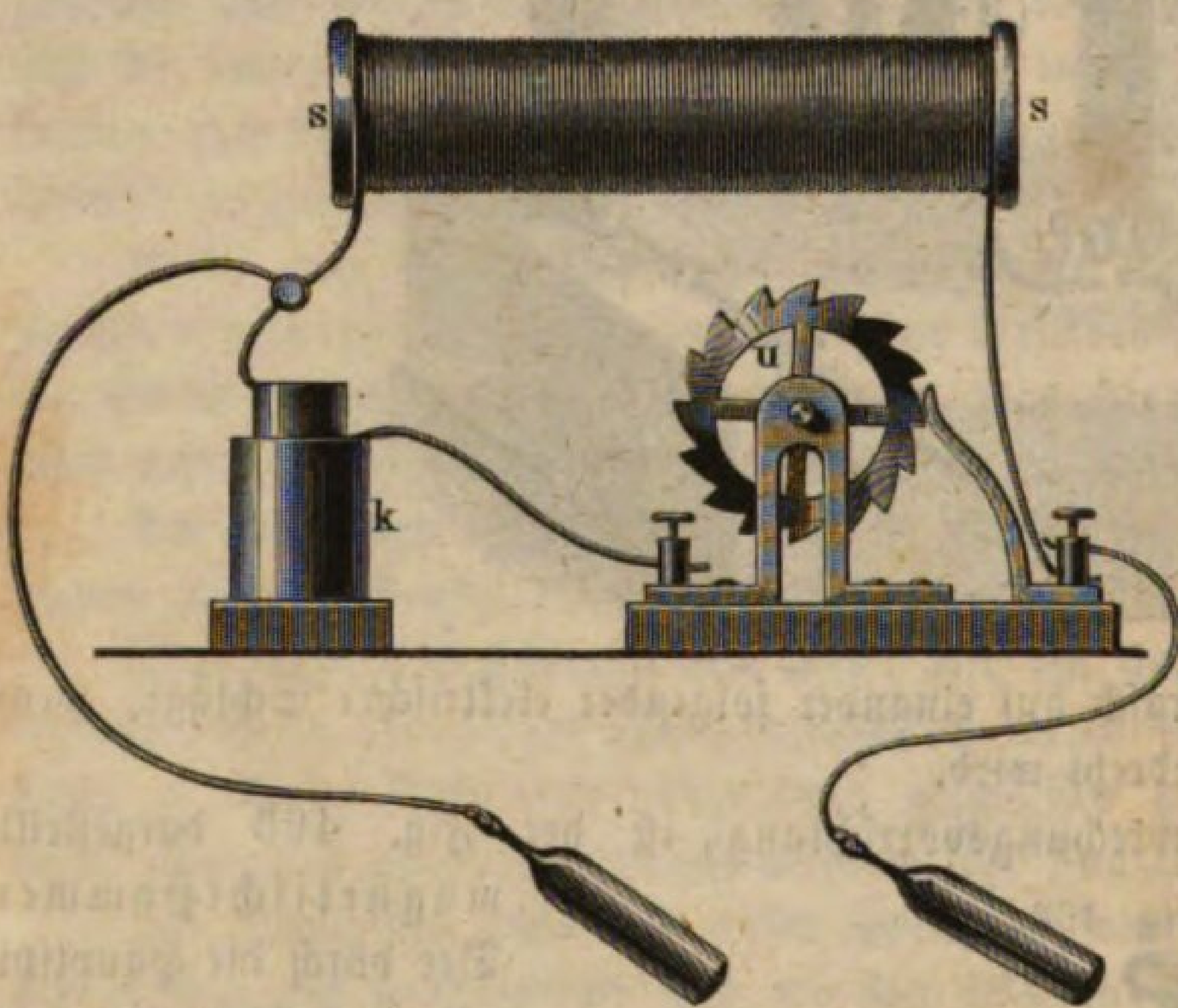


Einwirkung der Windungen auf einander. Wenn man eine einfache Kette durch einen kurzen Draht schließt, so erhält man nur einen schwachen Funken, wenn man die Kette wieder öffnet; einen Schlag erhält man 233

dabei nicht; wendet man aber statt des kurzen einen sehr langen, spiralförmig aufgewundenen Draht an, so sieht man beim Oeffnen der Kette einen ungleich stärkeren Funken überspringen, und wenn man das eine Drahtende in der einen, das andere in der anderen Hand hält, so fühlt man im Momente des Oeffnens einen Schlag.

Um solche Unterbrechungsschläge einer einzigen Spirale in rascher Aufeinanderfolge durch den Körper zu senden, kann man die in Fig. 464 angedeutete Anordnung anwenden. *S* ist die Spirale, *k* der galvanische Becher, *u* ist das Unterbrechungsrad. Die Handhaben sind angebracht, wie die Figur zeigt, so daß während der Unterbrechung des Hauptstromes der die Handhaben fassende Körper den Schließungsbogen der Spirale bildet. Diese Erscheinung erklärt sich folgendermaßen:

Fig. 464.



Wenn die Nebenspirale fehlt, so wirkt jede Windung der Spirale inducirend auf die benachbarten; beim Schließen der Kette wird also in der stromleitenden Spirale selbst ein Strom inducirt, welcher dem entstehenden Hauptstrome entgegengesetzt ist und deshalb nicht zur Wirkung kommt. Beim Oeffnen der Kette wird dagegen ein mit dem Hauptstrome gleichgerichteter Strom inducirt, welchen Faraday mit dem Namen Extrastrom bezeichnet hat.

Die Schläge des Extrastromes sowohl wie die des gewöhnlichen Inductionsstromes werden dadurch bedeutend verstärkt, daß man Eisenstäbe oder noch besser Bündel von Eisendraht in die Höhlung der Spirale einlegt.

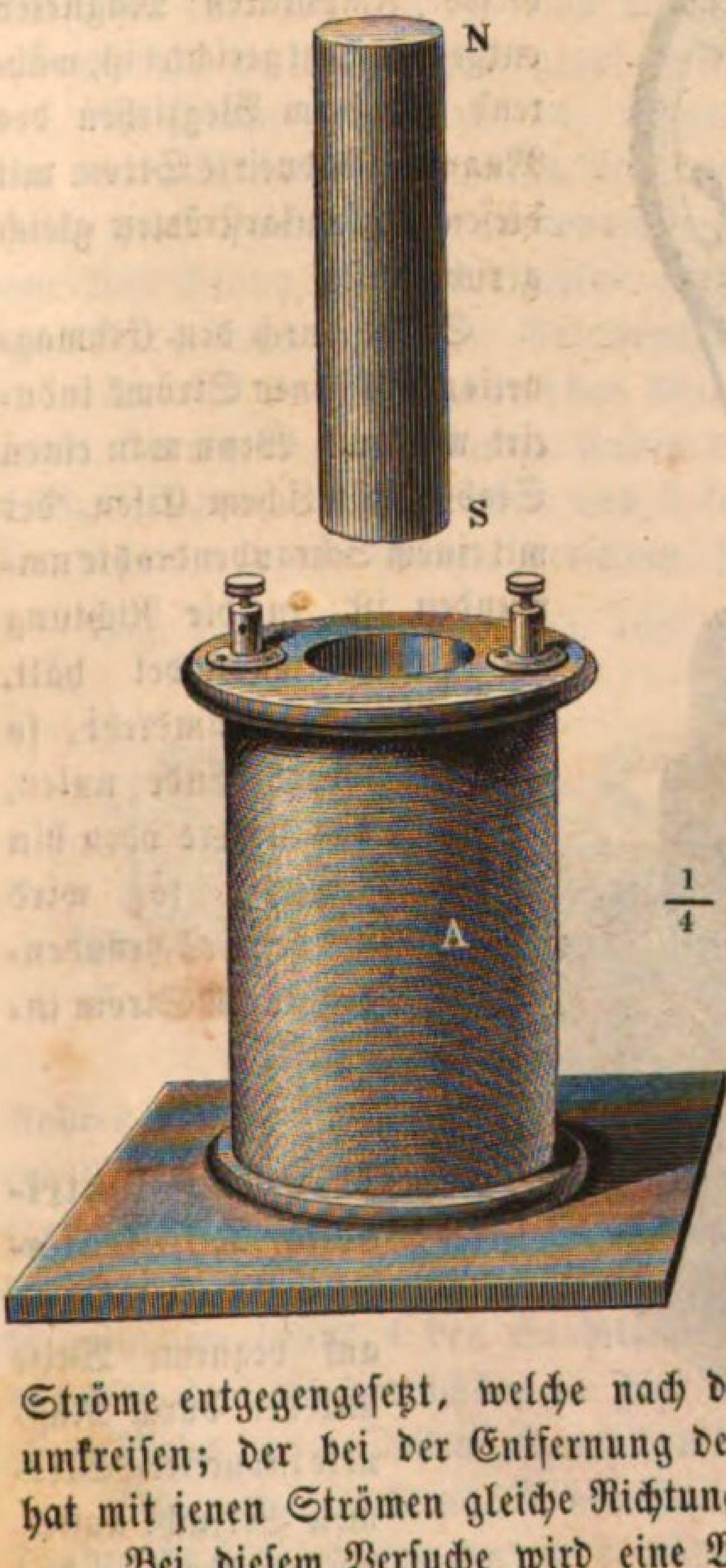
Die Stärke der Schläge ist durchaus nicht von der Stromstärke abhängig, wie man dies am leichtesten mit Hülfe eines gewöhnlichen Inductionsapparates mit zwei Spiralen, wie Fig. 461, zeigen kann. Wenn man statt des Unterbrechungsrades bei *n* ein Quecksilbernäpfchen in den Schließungsbogen der Hauptspirale, in den Schließungsbogen der Nebenspirale einen Multiplicator einschaltet, so erhält man einen Ausschlag der Multiplicatornadel, so oft bei *n* der Hauptstrom geschlossen oder unterbrochen wird. Als bei einem derartigen Versuche ein Bündel dünner Eisendrähte in die Höhlung der Hauptspirale eingelegt war, betrug die Ablenkung 45°; wurde das Bündel mit einem massiven Eisencylinder vertauscht, so betrug sie 63°. Obgleich also hier die Stromstärke für den massiven Eisencylinder bedeutend größer war, so erhielt man für das Drahtbündel ungleich stärkere Schläge.

Im Allgemeinen ist die Stromstärke der Inductionsströme eine sehr ge-

ringe, wie schon daraus hervorgeht, daß man ja den Multiplicator anwenden muß, um eine Ablenkung der Nadel zu erhalten. Daß dessenungeachtet die Inductionsströme so starke Schläge geben, kann jedoch nicht auffallen, wenn man bedenkt, daß der Entladungsschlag der Leydener Flasche, welcher die Nerven so heftig erschüttert, durch einen Multiplicator geleitet, doch nur eine sehr schwache Wirkung auf die Nadel ausübt. (Man muß, um dieselbe hervorzubringen, den Entladungsschlag durch Einschaltung einer feuchten Schnur verzögern.) Somit ist klar, daß die Stärke der physiologischen Wirkung überhaupt nicht von der Quantität der Elektricität abhängt, welche durch den Körper hindurchgeht, sondern von der Schnelligkeit, mit welcher die Entladung einer gewissen Elektricitätsmenge vor sich geht.

Daraus kann man nun schließen, daß die Zeitdauer der Inductionsströme eine sehr kurze ist, daß eine, wenn auch geringe Elektricitätsmenge doch sehr schnell durch den Körper hindurch entladen wird. Wenn bei gleicher Stromstärke ein Bündel von Eisendrähten stärkere Schläge giebt als ein massiver Eisenstab, so muß man schließen, daß im ersteren Falle dieselbe Elektricitätsmenge rascher durch den Körper entladen wird als im zweiten.

Fig. 465.



$\frac{1}{4}$

Induction elektrischer Ströme durch Magnete. 234 Wenn man in die Höhlung einer Drahtspirale, deren Enden mit den Drahtenden eines Multiplicators verbunden sind, einen Magnetstab NS, Fig. 465, einschiebt, so wird die Nadel abgelenkt, um nach einigen Schwingungen wieder auf den Nullpunkt zurückzukehren, wenn man den Magneten ruhig in der Spirale läßt; sobald man ihn zurückzieht, erfolgt ein Ausschlag nach der entgegengesetzten Seite.

Es versteht sich von selbst, daß der Multiplicator hinlänglich weit entfernt ist, um nicht direct durch die Bewegung des Magnetstabes afficirt zu werden. Die Richtung des Stromes, welche das Galvanometer bei der Annäherung des Magneten anzeigt, ist der Richtung der Ströme entgegengesetzt, welche nach der Ampère'schen Theorie den Magneten umkreisen; der bei der Entfernung des Magneten im Drahte inducirte Strom hat mit jenen Strömen gleiche Richtung.

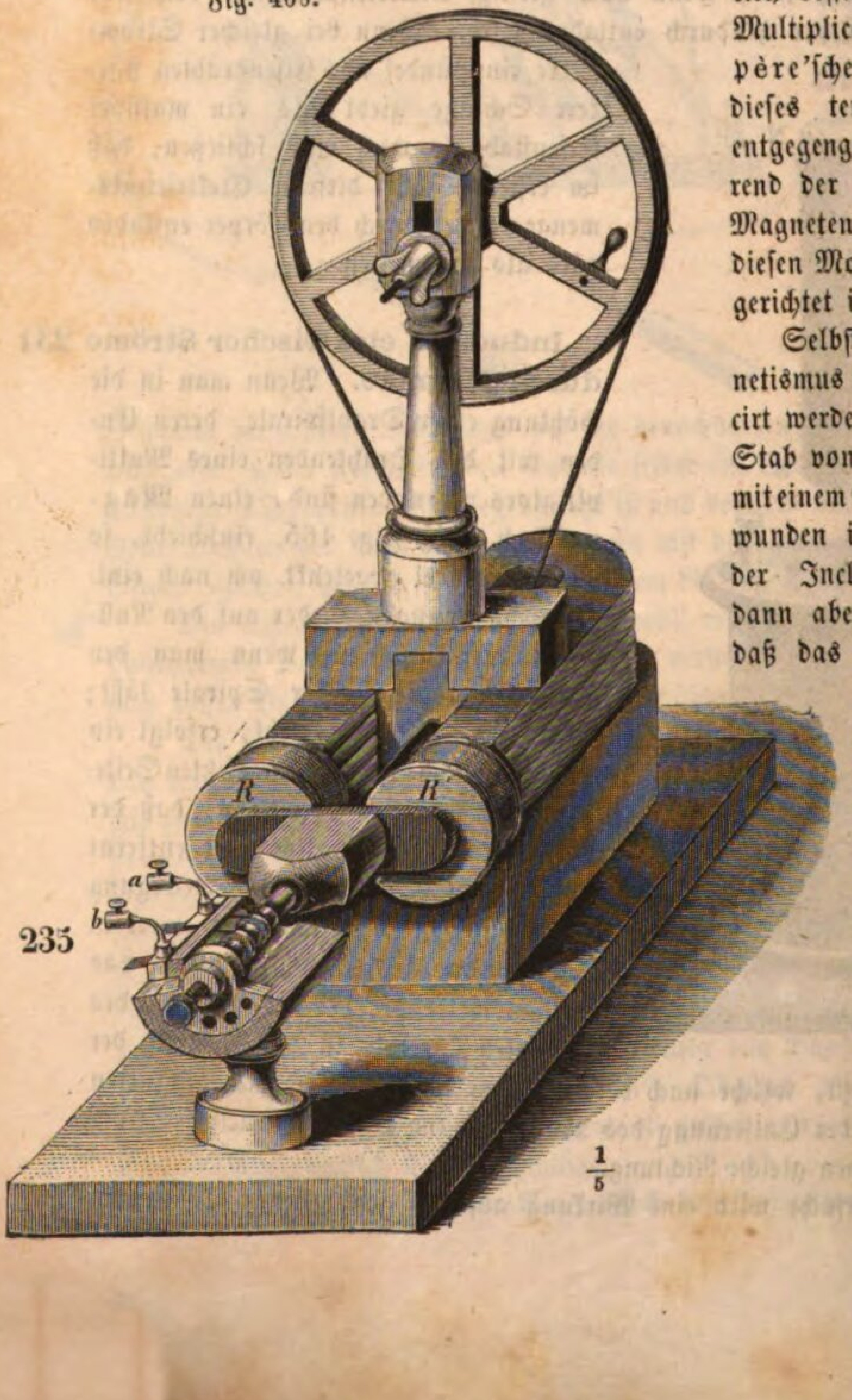
Bei diesem Versuche wird eine Wirkung auf die geschlossenen Drahtwin-

dungen durch das Einschieben oder Herausziehen des Magneten hervorgebracht. Die magnetische Wirkung kann aber auch noch auf eine andere Weise anfangen und aufhören; sie kann in dem Augenblicke anfangen, in welchem die magnetischen Flüssigkeiten im Eisen zersetzt werden, und aufhören, wenn es wieder in den nichtmagnetischen Zustand zurückkehrt. Dies läßt sich auf folgende Weise zeigen.

In die Höhlung der Spirale, Fig. 465, in deren Schraubklemmen die Enden des Multiplicatordrahtes eingeschraubt sind, stecke man einen massiven Cylinder von weichem Eisen, dem man von oben her einen Magnetstab abwechselnd nähert und dann denselben wieder entfernt. Beim Annähern des Magnetstabes wird der Eisenstab magnetisch, beim Zurückziehen desselben verschwindet dieser Magnetismus wieder.

Beim Annähern des Magneten wird aber in der Spirale ein Strom inducirt, dessen Richtung, wie der Multiplicator zeigt, den Ampère'schen Molecularströmen dieses temporären Magneten entgegengesetzt gerichtet ist, während der beim Wegziehen des Magneten inducirte Strom mit diesen Molecularströmen gleich gerichtet ist.

Fig. 466.



Selbst durch den Erdmagnetismus können Ströme inducirt werden. Wenn man einen Stab von weichem Eisen, der mit einem Schraubendrahte umwunden ist, in die Richtung der Inclinationsnadel hält, dann aber rasch umdreht, so daß das obere Ende unten, das untere oben hin kommt, so wird in dem Schraubendrahte ein Strom inducirt.

235 **Magneto-elektrische Rotationsmaschine.** Um auf bequeme Weise mit den durch Magnete inducirten Strömen Versuche anstellen zu können, hat

man besondere Maschinen construirt, welche den Namen der magneto-elektrischen Rotationsmaschinen führen. Fig. 466 stellt eine solche dar.

Ein aus mehreren Lamellen zusammengesetzter Hufeisenmagnet liegt wagerecht. In der Mitte zwischen den beiden Schenkeln desselben ist die Rotationsaxe angebracht, um welche sich die Inductionsspiralen drehen. Die Umdrehung dieser Axe wird durch einen Schnurlauf bewirkt, welcher von einer größeren oberhalb befindlichen Drehscheibe über eine kleinere auf der Axe sitzende Rolle geht.

Die beiden Enden dieser eisernen Umdrehungsaxe laufen in Spitzen. Auf der vorderen Hälfte derselben ist eine eiserne Platte befestigt, welche, gegen die Magnetpole gekehrt, zwei Cylinder von weichem Eisen trägt, auf denen die Inductionsspiralen *R* aufgesteckt sind.

Wenn nun die Axe mit der Eisenplatte, ihren Eisenkernen und Inductionsspiralen in Rotation versetzt wird, so werden die Eisenkerne mit den Spiralen bald dem einen, bald dem anderen Magnetpole genähert und dann wieder von demselben entfernt, und so muß dann ein ähnlicher Inductionseffect entstehen, wie wir ihn im vorigen Paragraphen kennen lernten.

Es kommt nun darauf an, während der Rotation der Spiralen zwischen den freien Drahtenden derselben stets denjenigen Körper eingeschaltet zu erhalten, durch welchen man die Inductionsströme hindurchsenden will; dies wird durch eine Vorrichtung vermittelt, welche man den Commutator nennt und welche an dem vorderen Theile der Rotationsaxe befestigt ist.

Der an den Stöhrer'schen Maschinen angebrachte Commutator hat folgende Einrichtung. An beiden Enden des Messingrohrs *m*, Fig. 467 und Fig. 468, sind zwei Stahlkämme 2 und 3 so aufgelöthet, daß sie sich genau gegenüberliegen und die Enden derselben sich etwas überragen. Innerhalb des

Fig. 467.

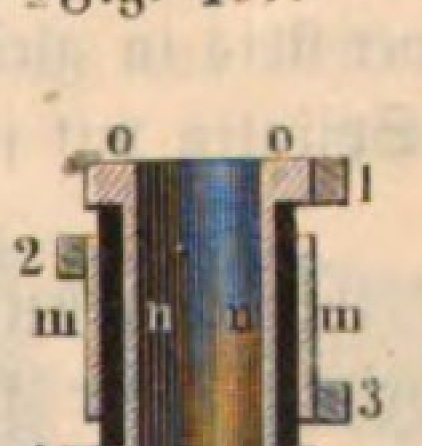
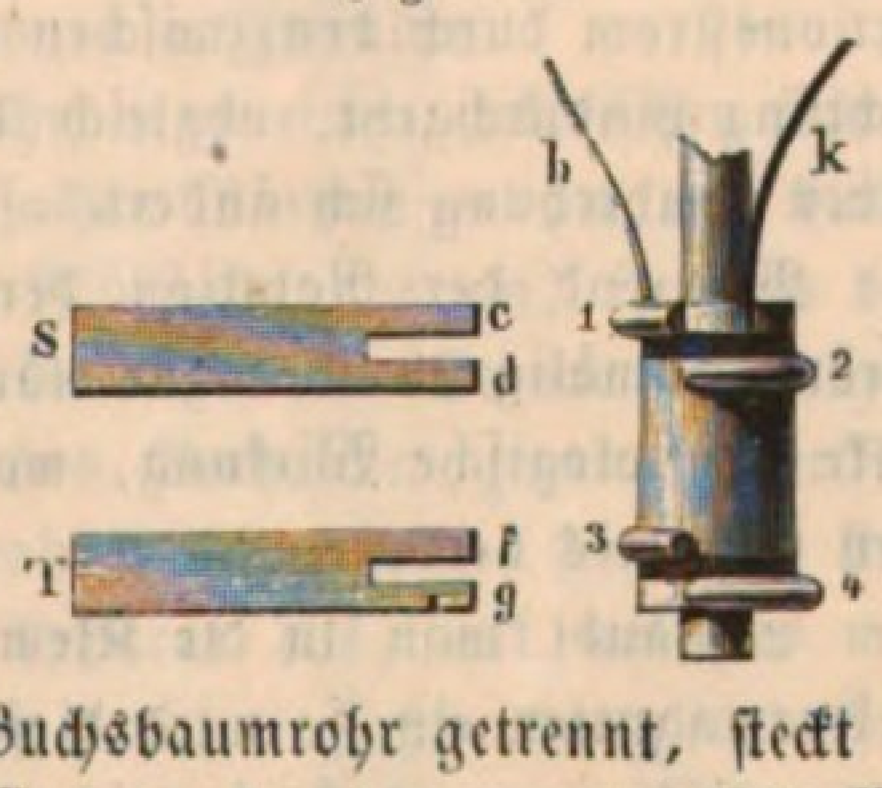


Fig. 468.



Fig. 469.



Rohres *m*, von demselben durch ein dünnes Buchsbaumrohr getrennt, steckt ein zweites Messingrohr *n*, welches an beiden Enden etwas vorragt. Die Vorsprünge tragen zwei mit dem Rohre *n* aus einem Stück gedrehte Ringe *o* von gleichem Durchmesser mit der Höhlung des Rohres *m*; auf diese Ringe sind die Stahlkämme 1 und 4 den Stahlkämmen 3 und 2 correspondirend aufgelöthet, wie man dies am deutlichsten in Fig. 469 sieht.

Dieses ganze System ist auf der Umdrehungsaxe befestigt.

Das eine Drahtende *k* der Spiralen führt zum Kamm 1, das andere Drahtende *h* führt zum Kamm 2.

Zwei flache dünne Stahlfedern sind an dem Gestelle der Maschine so angebracht, daß ihre vorderen geschlitzten Enden die Stahlkämme von oben leicht berühren; sie können nach Belieben mittelst einer Schraube mehr oder weniger gespannt werden.

Der leichteren Uebersicht wegen sind in Fig. 469 die beiden Federn etwas von der Walze abgerückt gezeichnet. Die Feder *S* theilt sich in die Gabeln *c* und *d*; die Feder *T* theilt sich in die Federn *f* und *g*.

Mit der Feder *S* ist die Klemmschraube *a*, Fig. 466, mit *T* ist *b* in leitender Verbindung. Zwischen *a* und *b* werden die Körper eingeschaltet, durch welche man die Inductionsströme hindurchsenden will.

In der Stellung, welche Fig. 469 entspricht, schleift *d* auf 2, *g* auf 4, während *c* und *f* frei sind. Wenn nun aber 2 von *k* die positive Elektricität aufnimmt, während 4 mit dem negativen Drahtende *h* in leitender Verbindung steht, so circulirt der positive Strom in folgender Weise durch den Apparat: Von *k* geht er durch den Kamm 2 und die Gabel *d* zur Klemmschraube *a*, von dieser durch den eingeschalteten Leiter nach *b*, um über *g* und den Kamm 4 zum negativen Drahtende *h* der Spiralen zu gelangen.

Dreht sich nun die Axe für einen vorn stehenden Beschauer wie der Zeiger einer Uhr, so wird alsbald der Kamm 2 die Gabel *d* und der Kamm 4 die Gabel *g* verlassen, während *c* auf 1 und *f* auf 3 zu liegen kommt; der Commutator ist aber so gestellt, daß dieser Wechsel gleichzeitig mit dem Wechsel der Stromrichtung in den Spiralen stattfindet, so daß also in diesem Momente *h* das positive und *k* das negative Drahtende der Spiralen wird; es geht also der positive Strom jetzt von *h* auf 1, von da durch *c* nach *a* u. s. w.; es wird also auch jetzt der positive Strom den zwischen den Klemmschrauben eingeschalteten Körper noch in der Richtung von *a* nach *b* durchlaufen.

Durch den Stöhrer'schen Commutator wird also bewirkt, daß der Inductionsstrom durch den zwischen *a* und *b* eingeschalteten Körper stets in gleicher Richtung hindurchgeht, obgleich die Stromrichtung in den Spiralen mit jeder halben Umdrehung sich ändert.

Während der Rotation der Spiralen nehmen die in ihnen inducirten Ströme allmälig ab und zu; langsam wachsende Ströme bringen aber keine starke physiologische Wirkung, wohl aber alle anderen Wirkungen des galvanischen Stromes hervor.

Schraubt man in die Klemmschrauben *a* und *b* die Drahtenden eines Elektromagneten ein, so wird dieser durch die Inductionsströme erregt; die Nadel einer zwischen *a* und *b* eingeschalteten Tangentenbussole zeigt, da die Ströme stets in gleicher Richtung dieselbe durchlaufen, bei einigermaßen schneller Drehung eine constante Ablenkung. In einem zwischen *a* und *b* eingeschalteten Voltameter findet Wasserzersetzung Statt, und zwar wird das Sauerstoffgas stets an der einen, das Wasserstoffgas stets an der anderen Platte ausgeschieden. Der Strom einer magneto-elektrischen Rotationsmaschine kann, wenn derselbe kräftig genug ist, einen dünnen Metalldraht glühend machen u. s. w.

Will man mit dem Rotationsapparate physiologische Schläge hervorbrin-

gen, so muß für eine momentane Unterbrechung des Hauptstromes gesorgt sein. Dies geschieht beim Stöhrer'schen Commutator dadurch, daß die Kämme etwas übereinandergreifen, wie dies in Fig. 468 etwas übertrieben gezeichnet ist. Dadurch wird bewirkt, daß bei jeder halben Umdrehung einmal auf ganz kurze Zeit alle vier Kämme des Commutators an den Federn schleifen, so daß für diese Zeit der Strom direct durch die Federn geschlossen ist und kein Strom durch den Schließungsbogen geht, welcher zwischen den Klemmschrauben *a* und *b* eingeschaltet ist. Dieser also im Apparate selbst zurückkehrende Strom ist ziemlich stark, weil er außer dem Leitungswiderstande in den Spiralen keinen Leitungswiderstand im Schließungsbogen zu überwinden hat, und in dem Augenblicke, wo nun zwei Kämme ihre Federn verlassen, wo also dieser directe Strom unterbrochen wird, entsteht in Folge dieser Stromunterbrechung in den Spiralen ein Extrastrom, welcher in dem zwischen *a* und *b* mittelst Handgriffen eingeschalteten menschlichen Körper einen heftigen Schlag hervorbringt. Diesen Schlag erhält also der Körper zweimal bei jeder Umdrehung der Rotationsaxe.

Die Unterbrechung des im Apparate selbst zurückkehrenden Stromes giebt sich auch durch einen kräftigen an der Unterbrechungsstelle auftretenden Funken zu erkennen.

Diamagnetismus. Nachdem Faraday die Erscheinungen der Inductionsströme entdeckt hatte, gelangte er zu der Ansicht, daß der Hauptdraht auf den Nebendraht eine beständige Wirkung ausüben müsse, daß der Schließungsschlag nur den Uebergang des Drahtes in einen neuen hypothetischen Zustand, der Oeffnungsschlag aber die Rückkehr aus demselben fühlbar mache. Diesen hypothetischen Zustand nannte er den elektrotonischen Zustand; ein solcher Zustand sollte nun nach seiner Ansicht in jedem Körper hervorgerufen werden, der sich in der Nähe einer durchströmten Spirale oder eines Magneten befinde. Nach vielen vergeblichen Versuchen gelang es ihm endlich, eine Reihe hierher gehöriger Erscheinungen aufzufinden. 236

Fig. 470.



Führt man einen elektrischen Strom in vielfachen Windungen um eine durchsichtige Flüssigkeit herum, so wird derselben durch diesen Strom ein eigenthümliches Verhalten gegen polarisirte Lichtstrahlen mitgetheilt. Fig. 470 stellt einen Apparat dar, mit welchem man die eben erwähnte Erscheinung beobachten kann; *a* und *b* sind zwei Nichol'sche Prismen, Kalkspathprismen, welche nur ein polarisirtes Bild geben, also die beiden Spiegel des Polarisations-Apparates vertreten. *s* ist eine Magnetisirungsspirale, in deren Höhlung eine an beiden Enden mit Glasplatten geschlossene und mit der zu untersuchenden Flüs-

sigkeit gefüllte Röhre steckt. Man sieht durch die beiden Nichol'schen Prismen und die mit der Flüssigkeit gefüllte Röhre nach der Flamme einer Argand'schen Lampe. Das Ocularprisma *b* wird so gedreht, daß das Gesichtsfeld dunkel ist; läßt man nun einen kräftigen galvanischen Strom durch die Spirale gehen, so erscheint alsbald die Flamme wieder, und man muß *g* nach der rechten oder linken Seite drehen, um sie wieder verschwinden zu machen.

Die Polarisationsebene des Strahles wird nach derselben Richtung gedreht, nach welcher der positive Strom in der Spirale circulirt.

Man muß schon sehr starke Ströme anwenden und die Spirale muß viele Windungen haben, wenn man diese Erscheinung recht deutlich machen will.

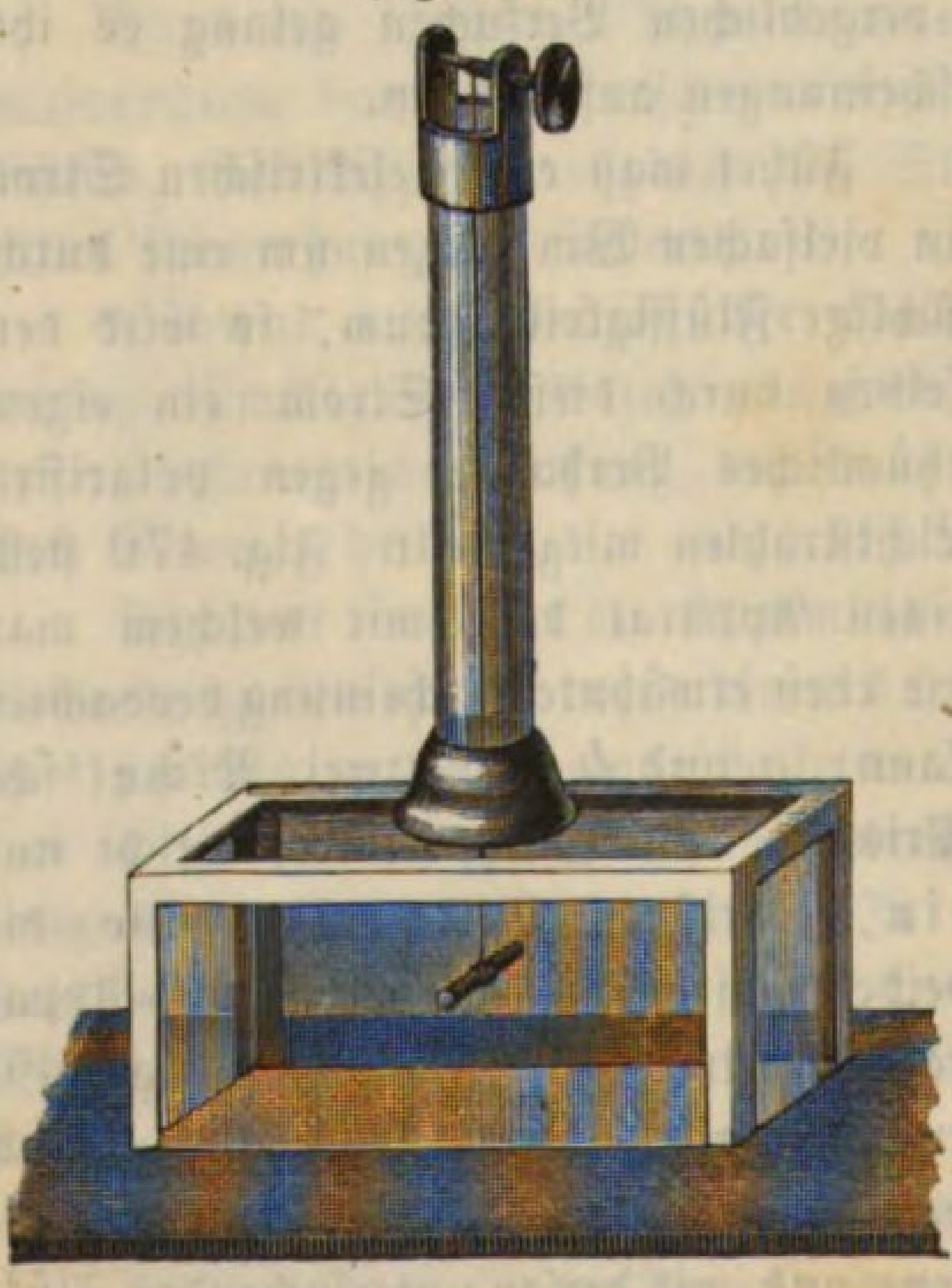
Der galvanische Strom, oder ein Elektromagnet, bringt also auch auf nicht magnetische Körper eine continuirliche Wirkung hervor, die zuerst auf optischem Wege nachgewiesen wurde; diese Einwirkung muß aber auch auf undurchsichtige Körper stattfinden, sie muß also auch noch andere als optische Erscheinungen hervorbringen können.

Um diese Wirkung zu zeigen, wird auf jedem Pole des Elektromagneten Fig. 441 ein weiches Eisen von der Form Fig. 471 aufgesetzt, so daß die Spitzen derselben einander zugekehrt sind. Auf das Tischlein *t* setzt man den Glaskasten Fig. 472, welcher in der Mitte eine Glasröhre trägt, in welcher ein Coconfaden herabhängt, der ein Stäbchen des zu untersuchenden Körpers trägt.

Fig. 471.



Fig. 472.



Man richtet den Faden so, daß das Stäbchen genau in die Mitte der beiden Pole zu hängen kommt. Sobald nun der Strom durch die Windungen des Elektromagneten geht, wirken die Pole desselben auf das Stäbchen. Ist das Stäbchen von Eisen oder sonst einem magnetischen Körper, so stellt es sich so, daß seine Längenaxe mit der Verbindungslinie der beiden Pole zusammenfällt; solche Stäbchen aber, die aus nicht magnetischen Körpern gebildet sind, stellen sich rechtwinklig zu der Verbindungslinie der beiden Pole.

Alle Körper, welche das letztere Verhalten zeigen, nennt Faraday diamagnetische Körper. Sehr wenige magnetische Metalle ausgenommen, sind alle anderen Körper diamagnetische. Besonders stark diamagnetisch ist Wismuth.

Die quere Stellung der magnetischen Körper zwischen den Polen des Elektromagneten ist die Folge einer Ab-

stoßung, welche die Magnetpole auf sie äußern. Diese Abstoßung zeigt sich am besten auf folgende Weise: Man stelle die Pole Fig. 471 ganz nahe zusammen und hänge an den Faden nun ein Wismuthkügelchen, welches man so richtet, daß es gerade zwischen den beiden Polspitzen hängt. Sobald man die Kette schließt, wird das Kügelchen aus seiner Ruhelage getrieben und etwas auf die Seite gestoßen.

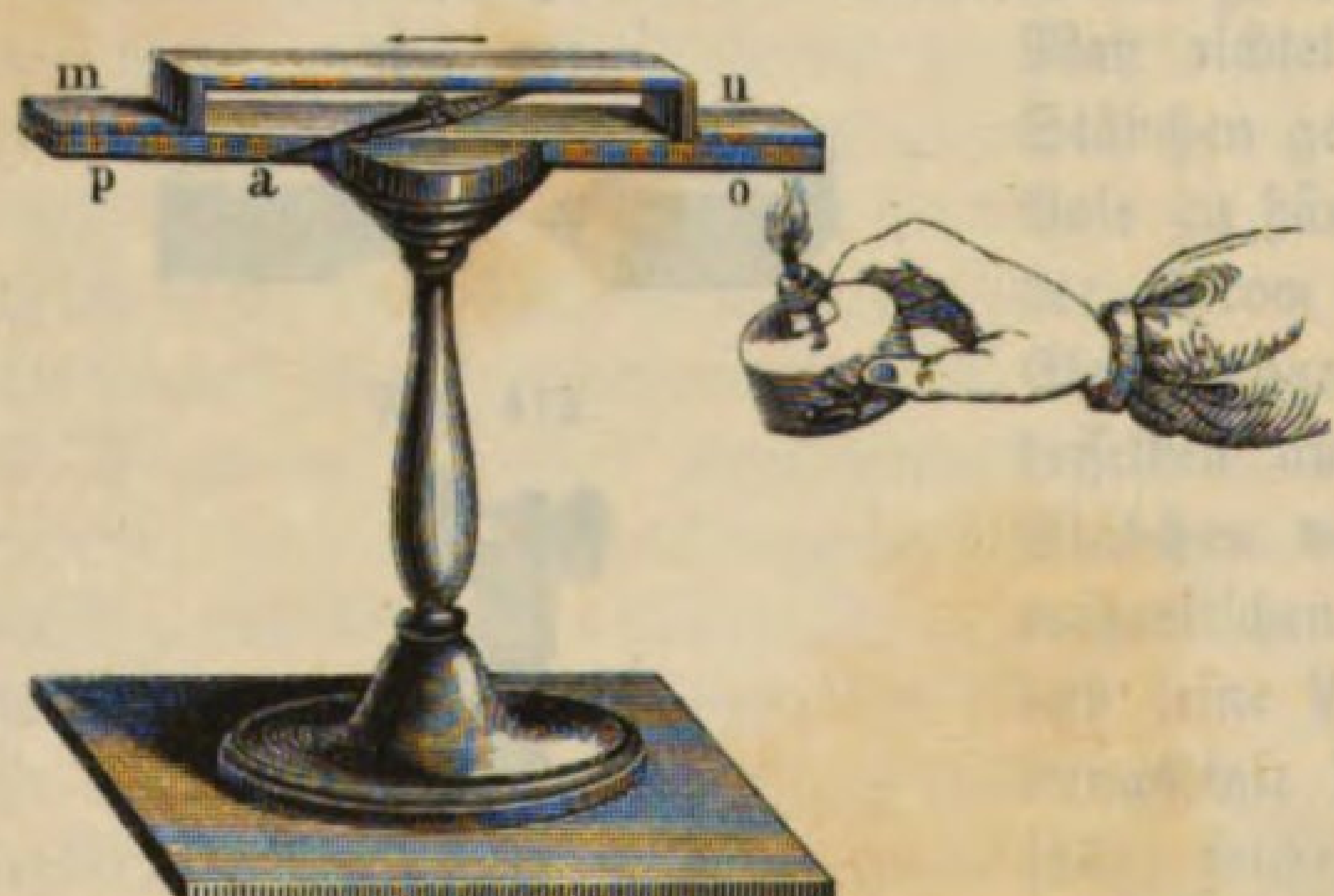
Fünftes Capitel.

Thermoelektrische Ströme und thierische Elektricität.

237 **Thermoelektrische Elemente.** Wenn zwei Metallstäbe so zusammengelöthet sind, daß sie eine geschlossene Kette von beliebiger Form bilden, so entsteht ein mehr oder minder starker Strom, so oft die beiden Löthstellen verschiedene Temperatur haben, und der Strom dauert so lange fort, als der Temperaturunterschied unterhalten wird.

Es läßt sich dies für einen speciellen Fall mit dem Apparate Fig. 473 nachweisen. *op* ist ein Stäbchen von Wismuth, *mn* ein Streifen von Kupfer, welcher an die Enden des Wismuthstäbchens angelöthet ist; *a* ist eine auf einer Spitze frei spielende Magnetnadel. Wenn die beiden Löthstellen noch die Temperatur der umgebenden Luft haben, wird der Apparat so gestellt, daß die Ebene des Streifens *op* in die Ebene des magnetischen Meridians fällt, daß also die Nadel mit der Axe und den Längenkanten des Wismuthstäbchens parallel steht; sobald nun eine der Löthstellen, etwa *o*, erwärmt wird, erleidet die Nadel eine mehr oder weniger bedeutende Ablenkung: erkaltet man aber dieselbe Löthstelle *o* unter die Temperatur der umgebenden Luft, so beobachtet man eine Ablenkung nach entgegengesetzter Richtung.

Fig. 473.



Diese Ablenkungen der Nadel bald nach der einen, bald nach der anderen Richtung zeigen offenbar einen elektrischen Strom an, welcher den Apparat in einer bestimmten Richtung durchkreist, wenn die Löthstelle *o* wärmer ist als *p*; in der entgegengesetzten aber, wenn die Löthstelle *o* kälter ist als die Löthstelle *p*.

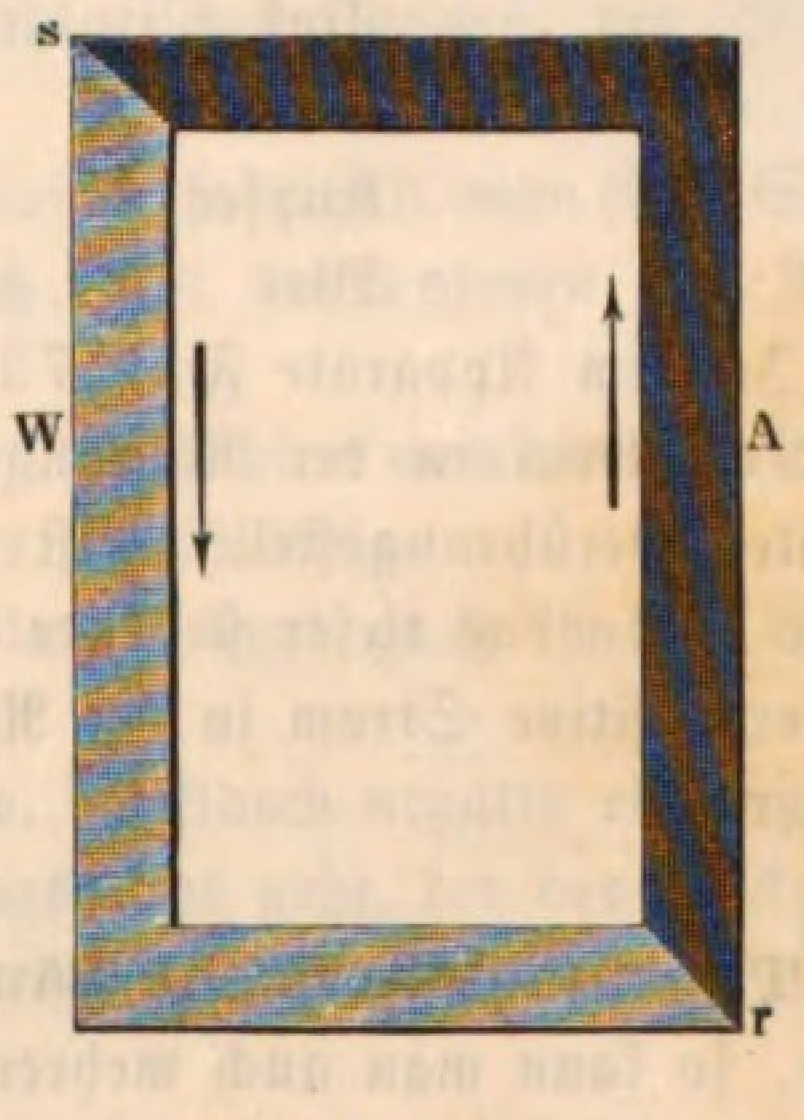
Nicht alle Metalle geben so in die Augen fallende Resultate, wie Wismuth und Kupfer.

Es ist nicht gerade nöthig, daß man einen besonderen Apparat der Art hat, um den thermoelektrischen Fundamentalversuch zu machen; man kann dazu jede gehörig leicht bewegliche Compaßnadel, etwa die Fig. 474 abgebildete,

Fig. 474.



Fig. 475.



anwenden. Als thermoelektrisches Element wendet man gewöhnlich ein längliches Rechteck, Fig. 475, an, welches aus Wismuth und Antimon zusammengesetzt ist; in der Figur bezeichnet die hellschattirte Hälfte Wismuth, die andere Antimon. Diese beiden Metalle sind bei *s* und *r* zusammengelöthet. Um den Versuch zu machen, erwärmt man vorsichtig die eine Löthstelle über einer kleinen Weingeistlampe und hält dann die eine der längeren Seiten des Rechtecks gerade über die sich noch in ihrer gewöhnlichen Lage befindende Magnetnadel. Es ist hier noch zu bemerken, daß Fig. 475 in einem kleineren Maßstabe gezeichnet ist als Fig. 474; man muß das Rechteck aus Wismuth und Antimon, doch so groß machen, daß jede der längeren Seiten wenigstens die Länge der Magnetnadel hat.

Fig. 476 stellt ein offenes thermoelektrisches Element dar. An die beiden

Fig. 476.



Enden eines Wismuthstabes sind Streifen von Kupferblech angelöthet. Bringt man die Enden *c* und *d* mit den Drahtenden eines Multiplicators in leitende Verbindung, so wird die Nadel desselben abgelenkt, wenn eine der beiden Löthstellen *a* oder *b* erwärmt wird, während die andere kalt bleibt.

Die Untersuchungen, die man über das gegenseitige Verhalten verschiedener Metalle in Beziehung auf die Erregung thermoelektrischer Ströme gemacht hat,

haben gezeigt, daß sich die Metalle in eine Reihe zusammenfassen lassen, welche die Eigenschaft hat, daß, wenn man aus je zwei Metallen dieser Reihe eine Kette bildet und an der einen Berührungsstelle erwärmt, an dieser erwärmten Löthstelle der positive Strom von dem in der Reihe tiefer stehenden Metalle zu dem höher stehenden übergeht:

Antimon	Zinn
Eisen	Silber
Zink	Platin
Gold	Quecksilber
Kupfer	Wismuth.
Blei	

In dem Apparate Fig. 473 geht also, wenn die Löthstelle bei *o* erwärmt ist, der Strom in der Richtung des Pfeils durch den Apparat; an der erwärmten Berührungsstelle *o* ist also das in der Reihe höher stehende Kupfer positiv gegen das tiefer stehende Wismuth. In dem Rechteck Fig. 475 circulirt der positive Strom in der Richtung der Pfeile, wenn die Löthstelle bei *r* wärmer ist.

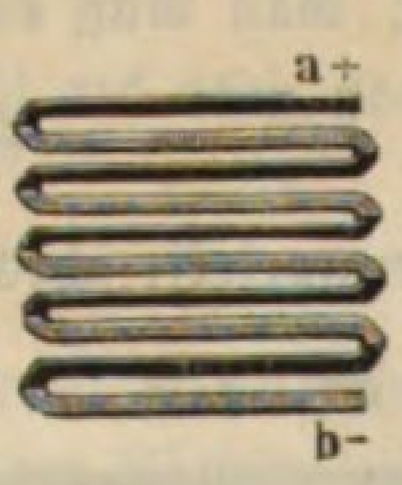
238 **Thermoelektrische Säulen.** So wie man mehrere Volta'sche Elemente, so kann man auch mehrere thermoelektrische Elemente zu einer thermoelektrischen Säule vereinigen, welche einen Strom geben, wenn man die Löthungsstellen 1, 3, 5 u. s. w. erwärmt, während die dazwischenliegenden kalt bleiben.

Solche thermoelektrischen Säulen können dazu dienen, um in Verbindung mit Multiplicatoren die geringsten Temperaturdifferenzen sichtbar zu machen. Unter allen zu diesem Zwecke construirten Säulen ist unstreitig die von Nobili angegebene die sinnreichste und empfindlichste; sie ist Fig. 477 dargestellt. Sie ist aus 25 bis 30 Stäbchen von Wismuth und Antimon zusammengesetzt, welche ungefähr 4 bis 5 Centimeter lang sind. Sie sind zusammengelöthet, wie man Fig. 478 sieht, nämlich so, daß alle paarigen Löthstellen auf der einen, alle unpaarigen auf der anderen Seite sich befinden. Das Ganze bildet ein kleines compactes und festes Bündel, wegen der isolirenden Substanzen, mit denen die Zwischenräume zwischen den einzelnen Stäbchen ausgefüllt sind; denn diese dürfen sich natürlich nur an den Löthstellen berühren. Das eine der beiden Halbelemente endlich, mit denen die Kette endigt, ist mit dem Stifte *x*, das andere mit dem Stifte *y* in Verbindung, und diese Stifte bilden auf diese Weise die beiden Pole der Säule, und mit ihnen werden die Enden des Multiplicatordrahtes in Verbindung gebracht.

Fig. 477.



Fig. 478.



Wenn die Löthstellen auf der einen Seite nur die geringste Temperaturerhöhung erfahren, so wird die Multiplicatornadel sogleich aus dem magnetischen Meridian abgelenkt.

Thierische Elektricität. Es ist schon lange bekannt, daß es Fische 239
giebt, welche elektrische Schläge zu geben im Stande sind; unter diesen sind der Zitterrochen und der Zitteraal die ausgezeichnetsten. Der Zitterrochen kommt im mittelländischen Meere und im atlantischen Oceane, der Zitteraal aber in den Landseen Südamerikas vor.

Nimmt man den Zitterrochen aus dem Wasser, so erhält man einen Schlag, wenn man mit der einen Hand den Bauch, mit der anderen den Rücken anfaßt.

Wenn sich das Thier in Wasser befindet, so ist eine unmittelbare Berührung desselben zur Ertheilung eines Schlages nicht nöthig.

Das Ertheilen eines elektrischen Schlages liegt ganz in der Willkür des Thieres.

Der Rücken des Zitterrochens ist positiv, der Bauch negativ elektrisch; der elektrische Strom, welcher durch einen Leitungsdraht geht, der den Rücken mit dem Bauche verbindet, bringt alle Wirkungen elektrischer Ströme, wenn auch zum Theil in schwachem Maße, hervor.

Das Organ, in welchem sich die Elektricität entwickelt, hat bei den verschiedenen elektrischen Fischen im Wesentlichen dieselbe Textur, dasselbe Ansehen, obgleich seine Gestalt, seine Größe und seine Anordnung verschieden sind. Wir wollen nun versuchen, eine Idee von dem Organe des Zitterrochens zu geben, welches am genauesten untersucht worden ist.

Fig. 479.



Die Fig. 479 stellt einen Zitterrochen von oben gesehen dar, welcher auf der einen Seite geöffnet ist, so daß man das elektrische Organ sieht. Es geht vorn bis dicht an den Vorderrand des Kopfes, seine obere Fläche stößt mittelst einer faserigen Haut an die Haut des Rückens, seine untere an die des Bauches; seine äußere Fläche ruht an dem Knorpel der Seitenflosse, seine innere an der Muskulatur des Kopfes und des vorderen Theiles des Rumpfes. Von oben oder unten gesehen, zeigt das elektrische Organ polygonale oder rundliche Abtheilungen, Fig. 480 (a. f. S.); von der Seite aber sieht man parallele Streifen,

wie Fig. 481 zeigt. Das ganze Organ besteht aus einer Menge polygonaler oder rundlicher Säulchen, deren Axe die Richtung vom Bauche zum Rücken hat. Die Randbegränzung jeder Säule bildet eine etwas dichtere, sehnichte Membran, welche, wie es scheint, dieselben Dienste leistet wie die Glasstäbe, zwischen welchen die galvanische Säule aufgebaut wird. Jedes Säulchen besteht aus einer Menge auf einander geschichteter feiner Blättchen; diese kleinen, bald ebenen, bald gebogenen Blättchen sind durch sehr klebrige Schleimschichten von einander getrennt, und somit bieten diese Säulchen in ihrer Construction eine große Aehnlichkeit mit einer aufgebauten Volta'schen Säule dar.

Fig. 480.

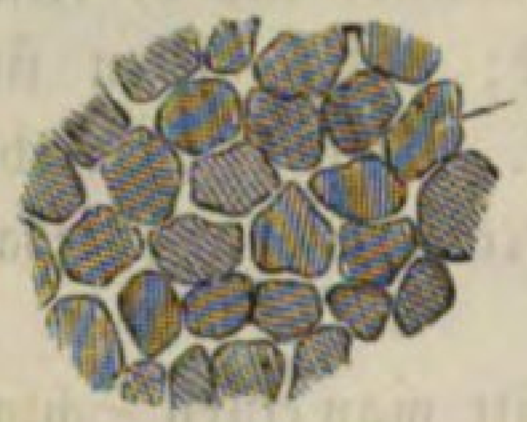


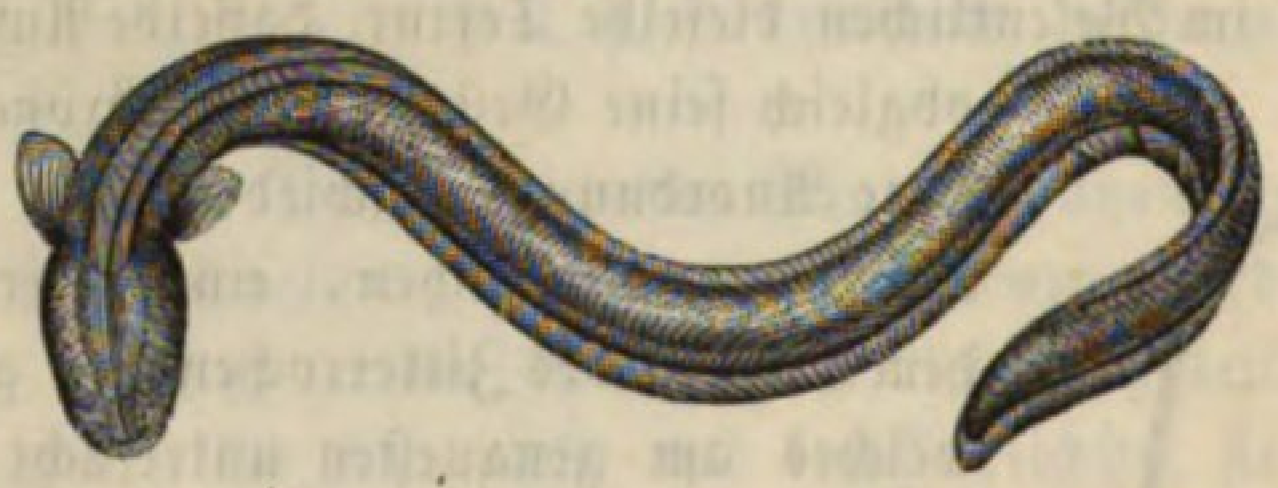
Fig. 481.



Man zählt bei dem Zitterrochen gewöhnlich 400 bis 500 solcher Säulchen auf jeder Seite desselben.

Bei dem Zitteraale, Fig. 482, liegt das elektrische Organ in dem sehr langen Schwanze. Bei diesem Thiere nämlich liegt der After so weit nach vorn, daß der Schwanz des Gymnotus fast $4^1/_2$ mal so lang ist als Kopf und Rumpf zusammengenommen; das elektrische Organ liegt fast der ganzen Länge des Schwanzes nach auf jeder Seite und unterhalb desselben, so daß der elektrische Apparat dieses Thieres eine bedeutende Ausdehnung hat, woher es denn auch kommt, daß der Zitteraal so außerordentlich starke Schläge ertheilen kann.

Fig. 482.



Bei dem Gymnotus stehen die Säulchen, welche das elektrische Organ bilden, nicht senkrecht wie beim Zitterrochen, sondern sie laufen in der Richtung des Schwanzes fort, so daß die Scheibchen, aus denen sie bestehen, senkrecht stehen; daher kommt es denn auch, daß beim Zitteraale der positive Strom in der Richtung vom Kopfe nach dem Schwanze, also nicht wie beim Zitterrochen vom Rücken zum Bauche geht.

Im thierischen Organismus sind jedoch auch elektrische Ströme nachgewiesen worden, welche nicht durch besondere elektrische Organe hervorgebracht werden. Nobili hat gefunden, daß, wenn man mit dem einen Drahtende eines empfindlichen Multiplicators den Kopf, mit dem anderen Drahtende die Füße eines lebenden oder frisch getödteten Frosches berührt, ein Strom vom Kopfe nach den Füßen geht; ebenso läßt sich ein Strom nachweisen, wenn man in den Muskel irgend eines Thieres einschneidet und den äußeren Muskel mit der Schnittfläche durch den Multiplicatordrath verbindet.

Du Bois-Reymond hat die Gesetze des Muskelstromes näher bestimmt und auch ähnliche Stromwirkungen an den Nerven nachgewiesen.

Fünftes Buch.

Von der Wärme.

Erstes Capitel.

Ausdehnung.

Wirkungen der Wärme. Unser Gefühlsvermögen unterscheidet verschiedene Zustände an den Körpern, die wir mit heiß, warm, kalt u. s. w. bezeichnen. Wenn ein Körper, den wir kalt nennen, warm wird, wenn er heiß wird, so nimmt er auch an Volumen zu, er dehnt sich aus. 240

Die unbekannte Ursache, welche diese Ausdehnung der Körper bewirkt und welche zugleich die verschiedenen eben erwähnten Empfindungen unseres Gefühlsvermögens veranlaßt, nennt man Wärme.

Die Wärme bewirkt nicht allein eine Ausdehnung der Körper, sondern sie ist auch im Stande, die Aggregatzustände der Körper zu verändern, sie bewirkt die Schmelzung fester und die Verdampfung flüssiger Körper. Wir wollen nun im Folgenden die Gesetze dieser Erscheinungen näher betrachten.

Das Thermometer. Da alle Körper durch die Wärme ausgedehnt werden, und da das Volumen eines Körpers von dem Grade seiner Erwärmung abhängt, so kann die Ausdehnung eines Körpers dazu dienen, um den Grad seiner Erwärmung zu messen. Man nennt die Temperatur eines Körpers den Grad seiner Erwärmung, die Instrumente aber, welche man anwendet, um die Temperatur zu bestimmen, nennt man Thermometer. 241

Fig. 483 (a. f. S.) stellt ein Quecksilberthermometer dar. An dem unteren Ende einer engen Glasröhre befindet sich ein kugelförmiges oder cylindrisches Gefäß; dies Gefäß und ein Theil der Röhre sind mit Quecksilber gefüllt. Durch Erwärmung vermehrt sich das Volumen des Quecksilbers, es steigt in der Röhre, und man sagt, die Temperatur sei erhöht worden. Wenn die Kugel erkaltet, vermindert sich das Volumen des Quecksilbers wieder, das Quecksilber sinkt in der Röhre, und man sagt, die Temperatur sei gefallen.

Bei gleicher Temperatur nimmt der Gipfel der Quecksilbersäule auch stets dieselbe Stelle in der Röhre ein. Wenn man ein anderes größeres oder kleineres Thermometer mit dem ersteren vergleicht, so werden beide mit einander steigen und fallen, aber die absolute Größe des Steigens und Fallens kann doch sehr verschieden sein. Wenn z. B. die beiden Gefäße gleich sind, aber die eine Röhre einen zehnmal größeren Querschnitt als die andere hat, so würde

bei gleicher Temperaturerhöhung das Quecksilber in der engen Röhre zehnmal so hoch steigen als in der anderen.

Ein solches Thermometer kann nur dazu dienen, zu sehen, ob eine bestimmte Temperatur stattfindet, oder ob sie höher oder tiefer sei, je nachdem der Gipfel der Quecksilbersäule in der Röhre an einer bestimmten Stelle, oder höher oder tiefer steht. Ein solches Instrument würde schon von einigem Nutzen für die Wissenschaft sein; durch die Graduirung aber werden die Thermometer doch eigentlich erst brauchbare Instrumente, denn durch die Graduirung ist es möglich, die Temperaturen in Zahlen auszudrücken, sie zu vergleichen und die Gesetze der Wärme auszumitteln.

Fig. 483.

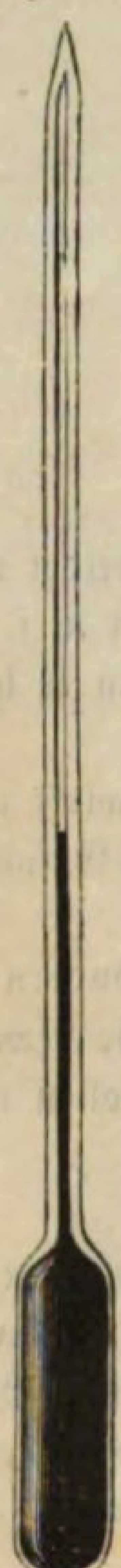
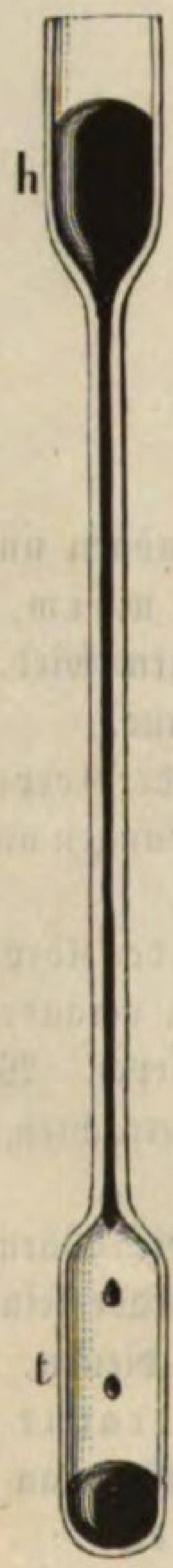


Fig. 484.



Zur Construction von Thermometern darf man natürlich nur solche Glasröhren anwenden, welche ihrer ganzen Länge nach gleich weit sind, was man daran erkennt, daß ein Quecksilberfaden, den man in einer solchen Röhre hin und her laufen läßt, an allen Stellen derselben gleiche Länge hat.

Nachdem an die Röhre ein Gefäß angeblasen worden ist, wird dasselbe mit Quecksilber gefüllt. Um das Quecksilber einzufüllen, wird an das obere Ende der Röhre ein Stück einer weiteren Glasröhre angelöthet und eine genügende Menge Quecksilber in das dadurch gebildete trichterförmige Gefäß *h*, Fig. 484, gegossen. Erwärmt man nun das Gefäß *t*, so dehnt sich die darin enthaltene Luft aus und entweicht in Bläschen durch das Quecksilber in *h*. Beim Erkalten von *t* zieht sich die ausgedehnte Luft wieder zusammen, und aus *h* dringt jetzt das Quecksilber durch die enge Röhre in das Gefäß *t*, um die Stelle der durch Erwärmung ausgetriebenen Luft einzunehmen. Auf diese Weise wird ein Theil des Gefäßes *t* mit Quecksilber gefüllt. Bei abermaliger Erwärmung des Gefäßes *t* wird von Neuem ein Theil der eingeschlossenen Luft ausgetrieben, die Erwärmung wird aber jetzt so weit fortgesetzt, bis das Quecksilber in *t* ins Kochen kommt, und nun nehmen die mit Heftigkeit entweichenden Dämpfe des Quecksilbers die noch übrige Luft vollständig mit fort. Beim Erkalten verdichten sich die Dämpfe in *t*, und aus *h* sinkt nun das Quecksilber herab, um den leeren Raum in *t* auszufüllen.

Ist auf diese Weise das Gefäß *t* sammt der Röhre mit Quecksilber gefüllt und der Apparat vollständig erkaltet, so wird das überflüssige Quecksilber aus *h* ausgegossen und dann die Röhre dicht unter diesem Gefäße vor der Glasbläserlampe zu einer feinen Spitze ausgezogen.

Ehe das Thermometer verschlossen wird, muß es regulirt werden, d. h.

man treibt noch so viel Quecksilber aus, wie es gerade der mittleren Temperatur entspricht, für welche das Thermometer bestimmt ist; alsdann wird es zugeschmolzen.

Das Graduiren der Thermometer besteht darin, daß man zwei fixe Punkte auf der Röhre markirt und den Zwischenraum (den Fundamentalabstand) in gleiche Theile theilt. Für die festen Punkte nimmt man in der Regel den Gefrierpunkt und den Siedepunkt des Wassers. Um den Gefrierpunkt zu bestimmen, steckt man die Thermometerkugel und die Röhre, soweit das Quecksilber in derselben reicht, in ein Gefäß mit fein zerstoßenem Eise oder Schnee, Fig. 485. Wenn die Temperatur der umgebenden Luft höher ist als der Gefrierpunkt, so schmilzt das Eis, und die ganze Masse nimmt die fixe Temperatur des Gefrierpunktes an. Bald nimmt auch das Thermometer diese Temperatur an und bleibt von dem Augenblicke an vollkommen stationär, und man hat nur mit Genauigkeit den Punkt der Röhre zu markiren, wo gerade der Gipfel der Quecksilbersäule steht. Man bezeichnet diesen Punkt zuerst mit Tusch und alsdann mit einem Diamant.

Fig. 485.

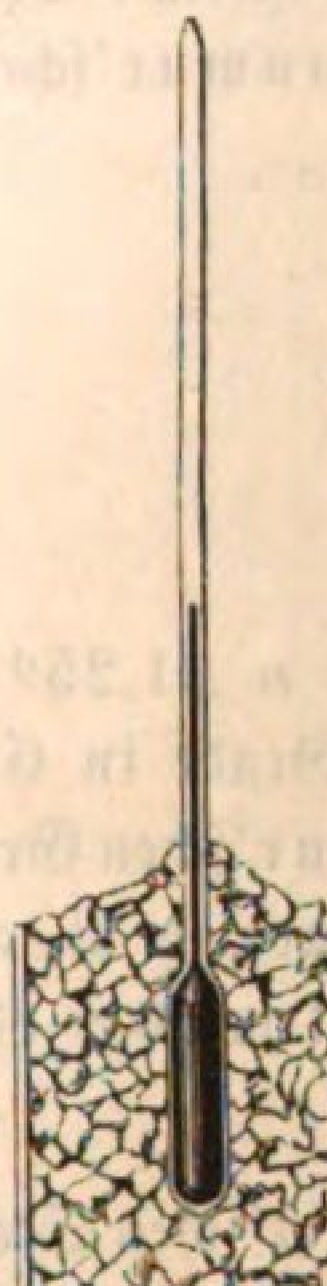
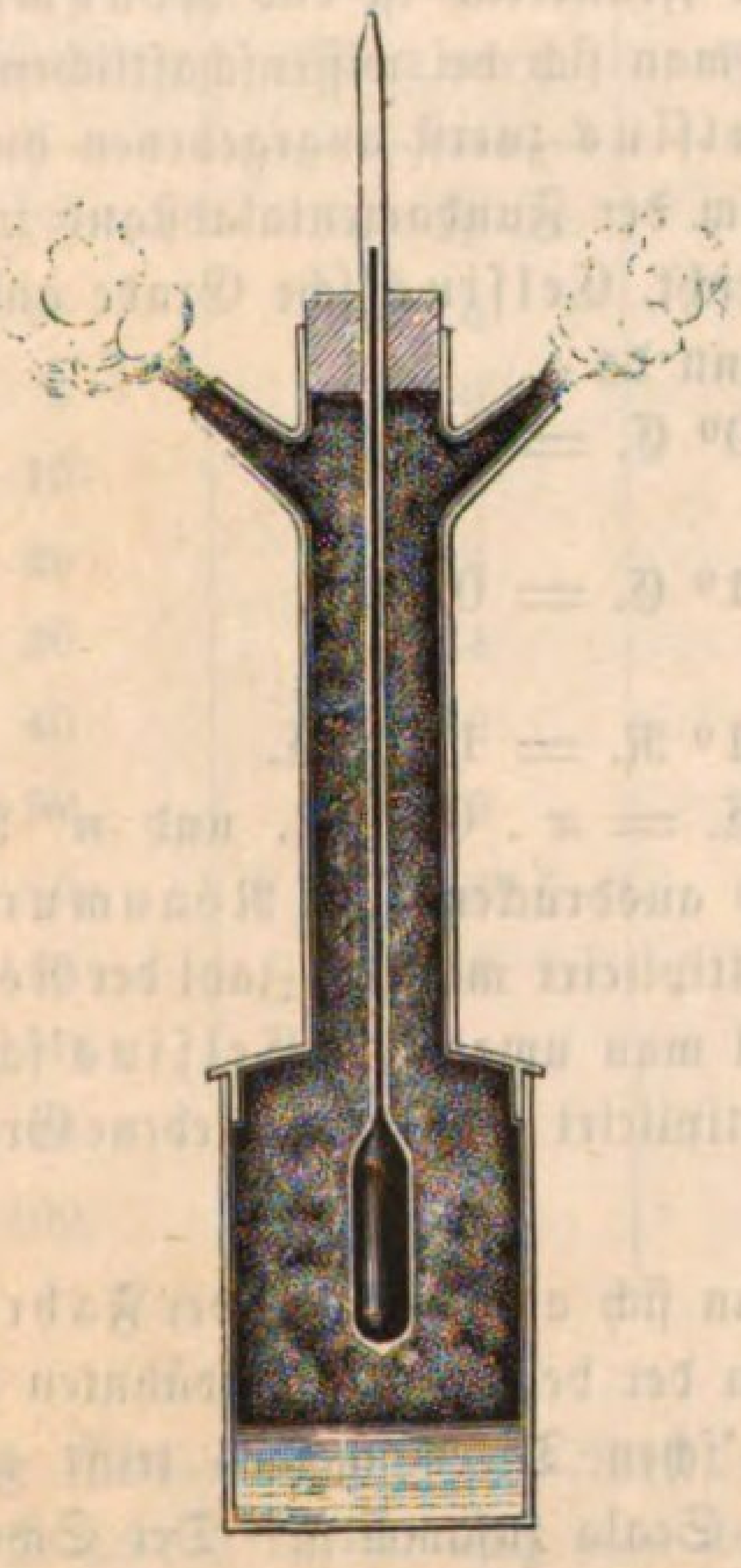


Fig. 486.



Um den Siedepunkt zu bestimmen, nimmt man ein Gefäß mit langem Halse, Fig. 486, in welchem man destillirtes Wasser zum Kochen bringt; nachdem es einige Zeit gekocht hat, sind alle Theile des Gefäßes gleichmäßig erwärmt, und der Dampf entweicht durch die Seitenöffnungen; das Thermometer ist alsdann allenthalben von Dampf umgeben, dessen Temperatur dieselbe ist wie die der obersten Wasserschicht. Das Quecksilber steigt bald bis zu einem Punkte, auf dem es fest stehen bleibt und den es nicht überschreitet. Man bezeichnet diesen Punkt wie den Gefrierpunkt. Wenn in diesem Augenblicke die Barometerhöhe nicht gerade 760 Millimeter ist, so ist eine Correction anzubringen, von welcher später die Rede sein wird.

Der Zwischenraum zwischen dem Gefrierpunkte und dem Siedepunkte heißt der Fundamentalabstand. Beim Réaumur'schen Thermometer wird der Fundamentalabstand in 80 gleiche Theile getheilt.

Der Gefrierpunkt ist der Nullpunkt der Scala, welche in gleicher Weise, wie oberhalb, auch unterhalb des Nullpunktes fortgesetzt wird. Die Grade unter 0 werden durch — bezeichnet.

Man kann Quecksilberthermometer construiren, welche bis zu 270° R. gehen; weiter aber kann man nicht gehen, weil man sonst dem Siedepunkte des Quecksilbers (320°) zu nahe kommt. Unter Null sind die Angaben des Quecksilberthermometers richtig bis gegen — 26°. Bei noch geringerer Temperatur kommt man dem Gefrierpunkte des Quecksilbers (— 32°) zu nahe. In der Nähe der Temperaturen nämlich, bei welchen die Körper ihren Aggregatzustand ändern, ist ihre Ausdehnung nicht mehr regelmäßig.

Nicht bei allen Thermometern ist der Fundamentalabstand in 80 Grade getheilt. In Deutschland und Frankreich ist das Réaumur'sche Thermometer noch sehr verbreitet, obgleich man sich bei wissenschaftlichen Untersuchungen jetzt fast ausschließlich des von Celsius zuerst angegebenen hunderttheiligen Thermometers bedient, bei welchem der Fundamentalabstand in 100 gleiche Theile getheilt ist. Es ist jedoch leicht, Celsius'sche Grade auf Réaumur'sche zu reduciren, und umgekehrt; denn da

$$100^0 \text{ C.} = 80^0 \text{ R.},$$

so ist

$$1^0 \text{ C.} = 0{,}8^0 \text{ R.}$$

und

$$1^0 \text{ R.} = 1{,}25^0 \text{ C.}$$

Es sind demnach x^0 C. $= x \,.\, 0{,}8^0$ R. und n^0 R. $= n \,.\, 1{,}25^0$ C. Man kann dies in Worten so ausdrücken: Um Réaumur'sche Grade in Celsius'sche zu verwandeln, multiplicirt man die Zahl der Réaumur'schen Grade mit 1,25 oder mit $^5/_4$. Will man umgekehrt Celsius'sche Grade in Réaumur'sche verwandeln, so multiplicirt man die gegebene Gradzahl mit 0,8 oder, was dasselbe ist, mit $^4/_5$.

In England bedient man sich ausschließlich der Fahrenheit'schen Scala, deren Nullpunkt nicht mit dem der beiden eben erwähnten zusammenfällt. Der Nullpunkt des Fahrenheit'schen Thermometers trifft mit dem Theilstriche — $17^7/_9$ der Celsius'schen Scala zusammen. Der Schmelzpunkt des Eises ist auf derselben mit 32, der Siedepunkt des Wassers mit 212 bezeichnet, so daß also der Zwischenraum zwischen dem Gefrierpunkte und dem Siedepunkte des Wassers hier in 180 Grade getheilt ist. Es sind also dem absoluten Werthe nach

$$180^0 \text{ F.} = 100^0 \text{ C.},$$

mithin

$$1^0 \text{ F.} = {}^5/_9{}^0 \text{ C.}$$

und

$$1^0 \text{ C.} = {}^9/_5{}^0 \text{ F.}$$

Um jedoch die Angaben des einen dieser Thermometer auf die des anderen zu reduciren, hat man noch zu berücksichtigen, daß die Nullpunkte derselben nicht

zusammenfallen. Will man Fahrenheit'sche Grade in Celsius'sche verwandeln, so hat man von der gegebenen Gradzahl 32 abzuziehen und den Rest mit $^5/_9$ zu multipliciren. Es sind demnach

$$x^0 \text{ F.} = (x - 32)\ ^5/_9{}^0 \text{ C.}$$

Will man Celsius'sche Grade in Fahrenheit'sche verwandeln, so multiplicirt man mit $^9/_5$ und addirt zum Product 32. Es sind demnach

$$y^0 \text{ C.} = (y \cdot {}^9/_5 + 32)^0 \text{ F.}$$

Zur leichteren Vergleichung der verschiedenen Scalen mag folgende Tabelle dienen.

Celsius.	Réaumur.	Fahrenheit.
— 20	— 16	— 4
— 10	— 8	+ 14
0	0	32
+ 10	+ 8	50
20	16	68
30	24	86
40	32	104
50	40	122
60	48	140
70	56	158
80	64	176
90	72	194
100	80	212

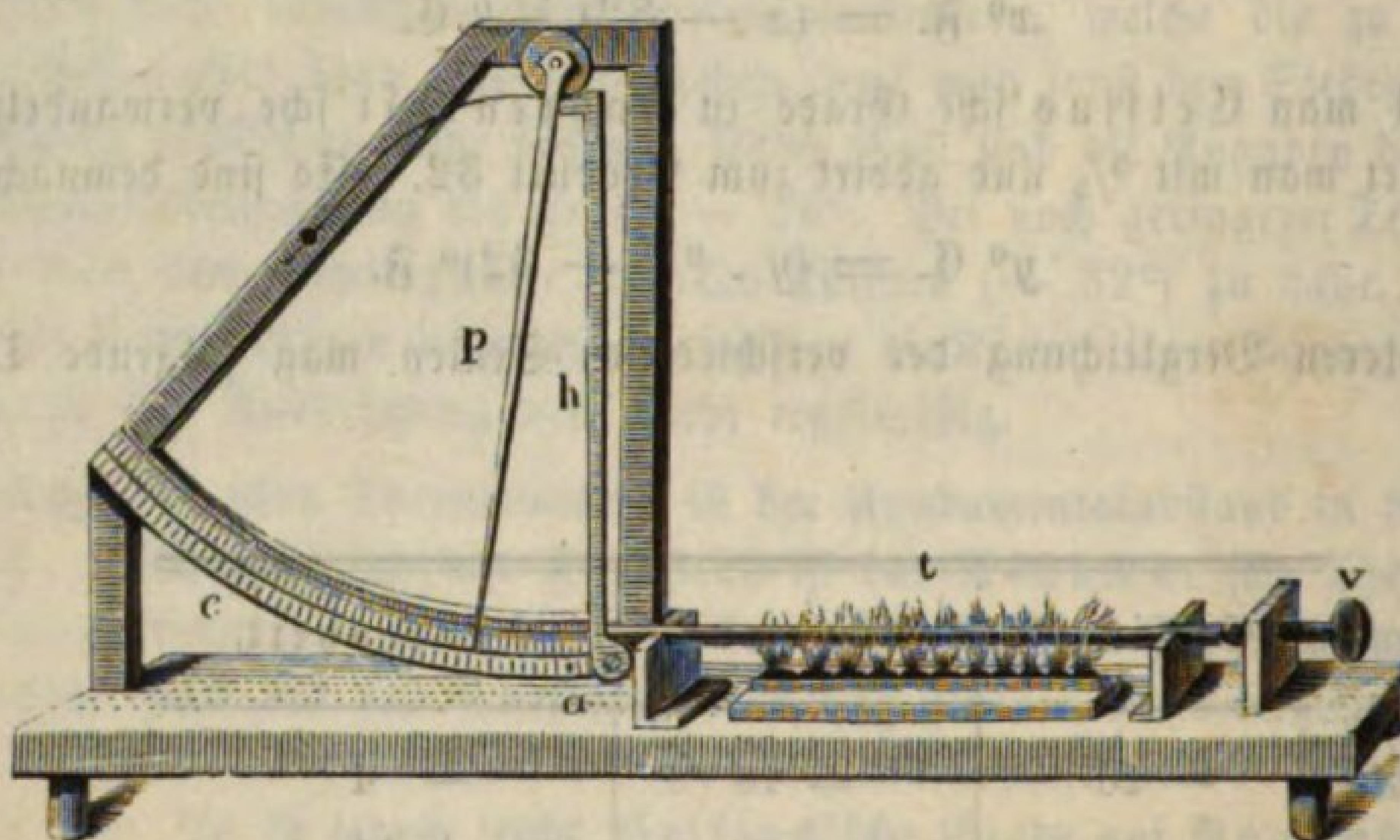
Ausdehnung fester Körper. Weil die Ausdehnung fester Körper durch die Wärme sehr gering ist, so muß man auf Mittel sinnen, durch welche sie dem Auge vergrößert wird. Dies geschieht z. B. beim Hebelpyrometer, Fig. 487 (a. f. S.). Die Stange *t*, deren Ausdehnung man beobachten will, steht mit ihrem einen Ende gegen die feste Schraube *v* an; das andere Ende des Stabes steht aber an einen Hebel *h* und zwar nahe an seinen Drehpunkt an, so daß das obere Ende dieses Hebels *h* schon einen ziemlich bedeutenden Weg zurücklegt, wenn sich die Stange *t* auch nur wenig ausdehnt. Die Bewegung des oberen Endes von *h* wird aber in gleicher Weise noch einmal durch den Hebel *p* vergrößert, dessen freies Ende sich an einem Gradbogen *c a* hin bewegt. 242

Wenn sich beim Erkalten die Stange *t* wieder zusammenzieht, so werden die Hebel durch eine schwache Feder wieder zurückgedrückt.

Mit Hülfe von Apparaten, welche im Wesentlichen auf dem eben ange-

deuteten Principe beruhen, wurde die Ausdehnung vieler Körper ermittelt; es folgen hier nur einige der wichtigsten.

Fig. 487.



Für eine Temperaturerhöhung von 0 bis 100° C. dehnt sich aus:

Platin	um	0,00086	oder	$1/_{1167}$
Glas	»	0,00087	»	$1/_{1147}$
Stahl, gehärtet . . .	»	0,00126	»	$1/_{807}$
Eisen	»	0,00122	»	$1/_{819}$
Kupfer	»	0,00171	»	$1/_{584}$
Messing	»	0,00188	»	$1/_{531}$
Blei	»	0,00285	»	$1/_{351}$
Zink	»	0,00294	»	$1/_{340}$

seiner Länge. Ein Stahlstab also, welcher bei 0° eine Länge von 807 Linien hat, wird bei 100° eine Länge von 808 Linien haben; ein Zinkstab von nur 340 Linien Länge wird sich aber bei einer Temperaturerhöhung von 0 bis 100° ebenfalls schon um 1 Linie ausdehnen. Unter allen oben angeführten Körpern dehnt sich Platin am wenigsten, Zink am stärksten aus.

Zwischen 0 und 100° dehnen sich fast alle festen Körper gleichmäßig aus, d. h. ihre Ausdehnung ist der Temperaturerhöhung proportional. Bei einer Temperaturerhöhung von 0 bis 10° dehnt sich also das Kupfer um 0,000171, bei einer Temperaturerhöhung von 0 bis 1° dehnt es sich um 0,0000171 seiner Länge aus.

Die Zahl, welche ausdrückt, um den wievielsten Theil seiner Länge bei 0° sich ein fester Körper bei einer Temperaturerhöhung von 0 bis 100° ausdehnt, heißt der Längenausdehnungscoëfficient. Die obige Tabelle giebt diesen Coëfficienten für Platin, Glas, Stahl u. s. w. an.

Mannigfache praktische Anwendungen, welche man von der Ausdehnung fester Körper durch die Wärme macht, wollen wir hier bloß andeuten.

Da alle Körper sich durch die Wärme ausdehnen, so wird ein aus einer einfachen Stange gebildetes Pendel bei höherer Temperatur länger sein als

bei niedriger, es wird im Sommer langsamer schwingen als im Winter, und wenn ein solches Pendel zur Regulirung einer Uhr angewandt wird, so ist der Gang der Uhr von der Temperatur abhängig. Bei den Compensationspendeln ist dieser nachtheilige Einfluß der Ausdehnung vermieden. Fig. 488 stellt ein Compensationspendel dar. Es ist aus drei Eisenstäben, nämlich den beiden Stäben R und dem Stabe S, ferner aus zwei Zinkstäben T zusammengesetzt. Die Gesammtlänge des Pendels ist offenbar

Fig. 488.



$$L = R + S - T.$$

Bei einer Temperaturerhöhung von t Graden wird die Länge des Pendels:

$$L_t = (R + S)(1 + 0{,}0000122\,t) \\ - T(1 + 0{,}0000294\,t).$$

Es ist aber $L = L_t$, wenn

$$(R + S)\,0{,}0000122\,t = T\,.\,0{,}0000294\,t,$$

wenn also

$$R + S = \frac{294}{122}\,T,$$

d. h. wenn die Länge des Eisenstabes S und eines der Eisenstäbe R zusammen sich zu der Länge eines der Zinkstäbe T umgekehrt verhält wie der Ausdehnungscoëfficient des Eisens zu dem des Zinks.

Compensationspendel aus Eisen- und Messingstäben sind complicirte; sie bestehen aus 5 Eisen- und 4 Messingstäben.

Wenn ein Körper durch Erwärmung ausgedehnt wird, so findet dies mit großer Kraft Statt, d. h. es können sehr bedeutende Hindernisse, welche der Ausdehnung entgegenstehen, überwunden werden. Ebenso zieht sich ein Körper beim Erkalten mit großer Kraft zusammen. Legt man einen heißen eisernen Reif um ein Rad, so daß er eben paßt, so wird nach der Erkaltung der Reif das Rad so fest zusammenhalten, wie man es auf keine andere Weise zu erreichen im Stande wäre.

Die cubische Ausdehnung ist die Vergrößerung, welche das Volumen eines Körpers durch die Temperaturerhöhung erleidet. Auch hier wird das Volumen des Körpers bei 0° zum Ausgangspunkte genommen, und unter dem Ausdehnungscoëfficienten versteht man hier die Zahl, welche an- 243

giebt, um den wievielsten Theil seines ursprünglichen Volumens bei 0° sich ein Körper ausdehnt, wenn man ihn bis auf 100° erwärmt. Wenn man sagt, der Ausdehnungscoëfficient des Quecksilbers sei 0,018, so heißt das, das Quecksilber dehnt sich bei einer Temperaturerhöhung von 100° um $^{18}/_{1000}$ seines Volumens bei 0° aus. Kennt man den Ausdehnungscoëfficienten und das Volumen eines Körpers bei 0°, so kann man sein Volumen für eine beliebige Temperatur berechnen, vorausgesetzt, daß die Ausdehnung des Körpers bis zu dieser Temperatur regelmäßig ist.

Bei tropfbar-flüssigen und gasförmigen Körpern wird durch den Versuch unmittelbar die körperliche Ausdehnung bestimmt, während bei festen Körpern die körperliche Ausdehnung aus der beobachteten linearen berechnet werden muß.

Der Ausdehnungscoëfficient für die körperliche Ausdehnung fester Körper ist dreimal so groß als der Ausdehnungscoëfficient für lineare Ausdehnung.

Man kann sich davon durch folgende Schlußweise überzeugen. Es sei l die Seite eines Würfels bei 0°, so ist l^3 das Volumen desselben, welches wir mit v bezeichnen wollen; wenn nun der Würfel bis auf 100° erwärmt wird, so ist jede Seite $l\,(1 + r)$, wenn r den Coëfficienten für die Längenausdehnung bezeichnet, mithin ist jetzt der Inhalt des Würfels:

$$v' = l^3\,(1 + r)^3 = l^3\,(1 + 3\,r + 3\,r^2 + r^3).$$

Da aber r eine sehr kleine Größe ist, so kann man die höheren Potenzen derselben vernachlässigen, und der Werth von v' reducirt sich demnach auf

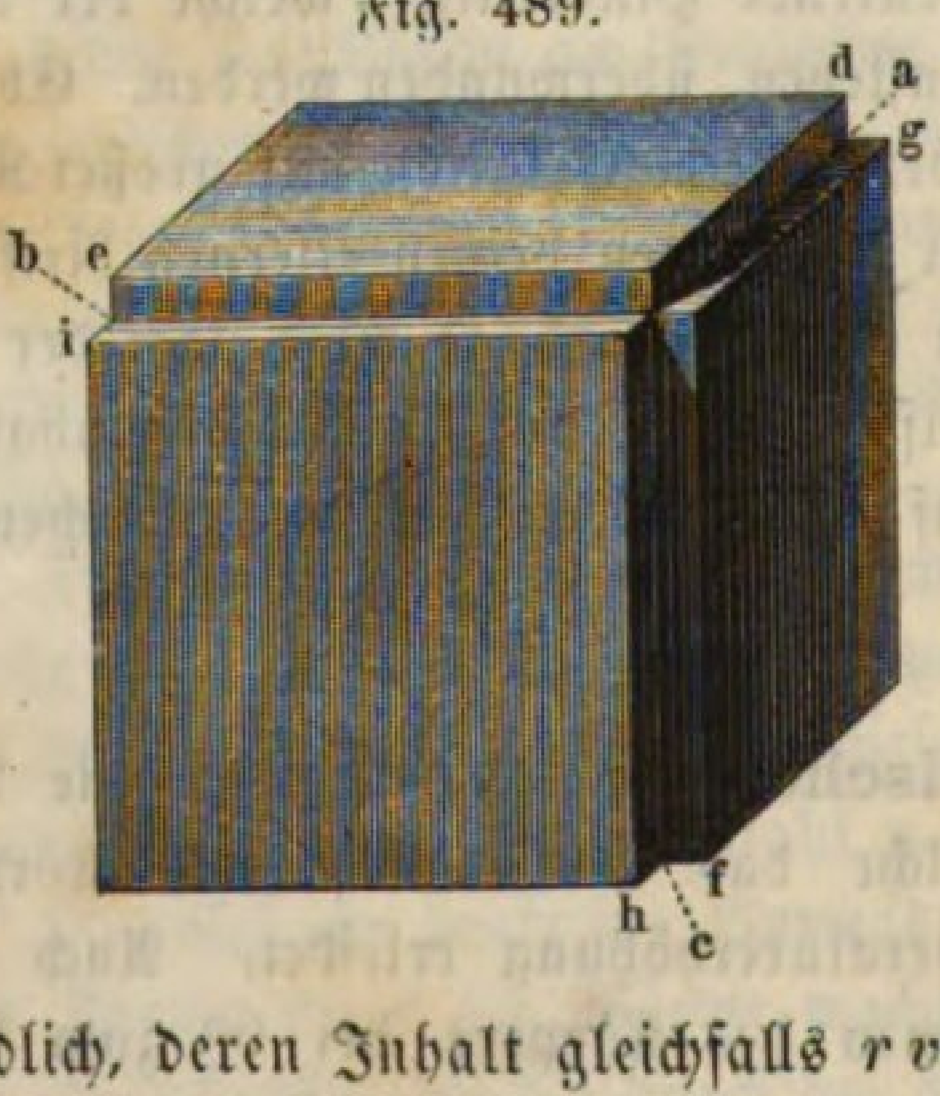
$$v' = l^3\,(1 + 3\,r) = v\,(1 + 3\,r.)$$

Das Volumen v ist also um $3\,r\,v$ gewachsen, der Ausdehnungscoëfficient für das Volumen ist also $3\,r$.

Wir wollen versuchen, dies noch auf geometrischem Wege anschaulich zu machen.

Es sei abc, Fig. 489, ein aus irgend einem festen Körper gebildeter Würfel bei 0°. Wenn nun dieser Würfel bei einer Temperaturerhöhung von 100° sich nur nach oben ausdehnte, so würde sein Volumen um die quadratische Platte $adeb$ zunehmen, deren Inhalt vr ist, wenn v das Volumen des ursprünglichen Würfels und r der Längenausdehnungscoëfficient der Substanz ist. Wenn sich der Würfel nur nach der rechten Seite hin ausdehnte, so würde er hier um eine eben so große Platte $agfc$ wachsen; und eine dritte Platte $chib$ endlich, deren Inhalt gleichfalls rv ist, wird das Resultat der Ausdehnung des Körpers nach vorn sein. Der cubische Inhalt dieser drei Platten zusammen ist $3\,r\,v$. Zur Vollendung des durch die Wärme vergrößerten Würfels müßte

Fig. 489.



freilich noch der Inhalt der Ecken hinzuaddirt werden, welche da einzupassen sind, wo je zwei der eben betrachteten Platten mit einer Kante zusammentreffen; allein die Größe derselben ist so unbedeutend, daß sie vernachlässigt werden kann, da ja die Größe der linearen Ausdehnung da sehr klein ist im Vergleich zu der Länge der Seiten des ursprünglichen Würfels, und man kann also $3rv$ ohne merklichen Fehler für die ganze Zunahme des Volumens annehmen.

Der Coëfficient für die Längenausdehnung des Glases z. B. ist 0,00087, bei einer Temperaturerhöhung von 0 bis 100° wird demnach eine Glasmasse um 0,00261 ihres Volumens zunehmen; dasselbe gilt natürlich auch vom Inhalte eines Glasgefäßes. Wenn ein Glasgefäß bei 0° gerade 1000 Cubikcentimeter faßt, so wird sein Inhalt bei 100° bis auf 1002,61 Cubikcentimeter gewachsen sein.

Ausdehnung der Flüssigkeiten. Um die Ausdehnung verschiedener flüssiger Körper zu bestimmen, kann man den Apparat Fig. 490 anwenden. 244

Fig. 490.



Der Hals eines Glasgefäßes von entsprechender Größe ist an einer Stelle ganz eng ausgezogen, so daß sich über der engen Stelle gewissermaßen ein Trichter befindet. Die engste Stelle des Halses a ist auf irgend eine Weise markirt. Man füllt nun die Kugel mit der zu untersuchenden Flüssigkeit, so daß sie noch über a hinaus im Trichter steht, und erkaltet das Ganze bis auf 0°, indem man den ganzen Apparat mit schmelzendem Schnee oder schmelzendem Eise umgiebt. Ist Alles bis auf 0° erkaltet, so entfernt man alle Flüssigkeit, welche noch über der Marke steht. Wenn man die so gefüllte Kugel wägt und vom gefundenen Gewichte das des Glasgefäßes abzieht, so erhält man das Gewicht der Flüssigkeit, welche bei 0° in die Kugel geht. Sobald man die Kugel erwärmt, dehnt sich die Flüssigkeit aus, sie steigt über die Marke a in den Trichter. Wenn man bis zu einer bestimmten Temperatur, etwa bis auf 100°, erwärmt hat, nimmt man alle über a stehende Flüssigkeit wieder weg und wägt dann von Neuem. Nach den beiden Wägungen läßt sich dann leicht die scheinbare Ausdehnung berechnen.

Die auf diese Weise bestimmte Ausdehnung ist nur die *scheinbare*; die wahre Ausdehnung der Flüssigkeit findet man erst, wenn man zu der scheinbaren Ausdehnung noch die Vergrößerung des Inhalts des Glasgefäßes durch die Wärme addirt.

Bei einer Temperaturerhöhung von 0 bis 100° dehnen sich aus:

Quecksilber	um 0,018
Wasser	» 0,045
Weingeist	» 0,100
Oel	» 0,100

ihres Volumens bei 0°. Bei Weingeist und Oel ist also die Ausdehnung durch die Wärme sehr bedeutend, so daß im Handel auf diesen Umstand wohl Rücksicht genommen werden muß.

Die meisten Flüssigkeiten dehnen sich zwischen 0 und 100° nicht regelmäßig aus. Am besten läßt sich dies zeigen, wenn man Thermometer von verschiedenen Flüssigkeiten construirt und ihren Gang mit einem Quecksilberthermometer vergleicht. Wenn man z. B. ein Wasserthermometer, welches längere Zeit einer Temperatur von 0° ausgesetzt war, erwärmt, so steigt es nicht gleich, sondern es sinkt und beginnt erst wieder zu steigen, wenn die Temperatur über $5^3/_4$° gestiegen ist. Bringt man die Ausdehnung des Glases in Rechnung, so ergiebt sich daraus, daß das Wasser bei 4° ein Dichtigkeitsmaximum hat, d. h. bei 4° ist das Wasser dichter als bei jeder anderen Temperatur. Wasser von 4° wird sich ausdehnen, mag man es nun erwärmen oder erkalten.

Auch der Weingeist dehnt sich nicht ganz regelmäßig aus, weshalb ein Weingeistthermometer nicht bei allen Temperaturen mit einem Quecksilberthermometer harmoniren kann.

245 **Ausdehnung der Gase.** Die Gase dehnen sich durch Erwärmung weit stärker aus als die festen und flüssigen Körper, auch ist der Ausdehnungscoefficient für alle Gase fast genau derselbe, und endlich dehnen sich die Gase stets der Temperaturerhöhung proportional aus.

Bei einer Temperaturerhöhung von 100° beträgt die Ausdehnung der Gase 0,365 ihres Volumens bei 0°.

Fig. 491.



Zur Bestimmung des Ausdehnungscoëfficienten der Gase hat man verschiedene Methoden angewandt, unter denen wohl folgende die einfachste ist. Eine Glaskugel ist, wie man Fig. 491 sieht, am Ende einer dünnen Glasröhre angeblasen; das andere Ende dieser Glasröhre ist in eine feine Spitze ausgezogen. Wenn man nun die Kugel in kochendes Wasser taucht, so natürlich, daß die Spitze ziemlich weit herausragt, so wird sich die Luft in derselben bald bis 100° erwärmen und in Folge dieser Erwärmung zum Theil aus der Kugel austreten. Nun wird die Spitze vor einer Weingeistlampe zugeschmolzen, und man läßt die Kugel allmälig erkalten; wenn sie ganz kalt geworden ist, kehrt man die Kugel um, steckt die Spitze in Quecksilber und bricht sie ab; nun wird natürlich das Quecksilber in die Kugel eindringen, weil ja die Luft in derselben durch die frühere Erwärmung verdünnt ist.

Wenn man die Kugel durch angelegten schmelzenden Schnee bis auf 0° erkaltet, so wird das eingedrungene Quecksilber genau den Raum ausfüllen, um welchen sich die in der Kugel zurückgebliebene Luft bei einer Temperaturerhöhung von 0 bis 100° ausdehnt. Bestimmt man die Menge des eingedrungenen Quecksilbers durch Wägung, und ermittelt alsdann das Gewicht der Quecksilbermenge, welche die ganze Kugel zu fassen vermag, so kann man danach den Ausdehnungscoefficienten der Luft berechnen.

Wenn die Luft durch die Wärme ausgedehnt wird, so wird sie specifisch leichter; die erwärmte Luft wird also aufsteigen und die kältere zu Boden sinken müssen. In einem geheizten Zimmer steigt die warme Luft an die Decke, oben entströmt dem Zimmer aus allen Ritzen und Fugen die warme Luft, während unten kalte einströmt.

Wenn man im Winter die in einen kalten Raum führende Thür eines geheizten Zimmers etwas öffnet und eine brennende Kerze an das obere Ende des Spaltes hält, wie man Fig. 492 sieht, so zeigt die nach außen gerichtete Flamme einen von dem warmen Zimmer nach dem kalten Raume gerichteten Luftstrom an. Rückt man nun mit der Kerze mehr und mehr herunter, so stellt sich die Flamme immer mehr und mehr aufrecht, ungefähr in der halben Höhe der Oeffnung steht sie ganz still, sie ist hier nicht durch Luftströmung afficirt; bringt man sie aber noch weiter herunter, so wird die Flamme von außen nach innen getrieben. Man sieht also, daß die erwärmte Luft oben aus- und daß dagegen unten die kalte Luft in das Zimmer einströmt.

Fig. 492.



Daher kommt es, daß es am Boden eines geheizten Zimmers weit kälter ist als an der Decke, daß sich hohe Zimmer schwerer heizen als niedrige u. s. w.

In einem Schornsteine wird die Luft durch das Feuer erwärmt, die erhitzte Luft steigt in die Höhe, und von unten her dringt kalte Luft ein, welche, durch das Feuer streichend, diesem stets Sauerstoff zuführt. Der durch den Schornstein bewirkte Luftzug bringt also die zur Unterhaltung lebhafter Verbrennung nöthige Luftmenge in den Feuerraum. Es versteht sich von selbst, daß zwischen der Größe des Feuerraumes und der Höhe und Weite des Schornsteins die richtigen Verhältnisse stattfinden müssen, wenn der Schornstein seinen Zweck möglichst vollständig erreichen soll.

Auch bei Lampen hat der gläserne Schornstein den Zweck, einen Luftzug zu unterhalten, welcher der Flamme die zur lebhaften Verbrennung nöthige Sauerstoffmenge zuführt.

Zweites Capitel.

Veränderung des Aggregatzustandes.

246 **Das Schmelzen.** Eine Menge von festen Körpern wird durch die Wärme geschmolzen, d. h. aus dem festen Zustande in den flüssigen übergeführt.

Da die Wärme alle Körper durchdringt und ausdehnt, so liegt die Frage nahe, ob sie auch alle festen Körper schmelzen kann. In dieser Beziehung findet man große Unterschiede unter den Körpern; einige sind leicht schmelzbar und gehen schon bei niedrigen Temperaturen in den flüssigen Zustand über, z. B. Eis, Phosphor, Schwefel, Wachs, Fett u. s. w.; andere bedürfen zum Schmelzen schon höherer Temperaturen, wie Zinn, Blei u. s. w.; endlich giebt es Körper, welche erst bei sehr hohen Temperaturen schmelzen, wie Eisen, Platin. Die Kohle zu schmelzen, ist bis jetzt noch nicht gelungen, wenngleich mehrere Physiker behaupten, an den Kanten von Diamanten, die sie dem Versuche unterworfen hatten, Spuren von Schmelzung bemerkt zu haben. Bei hinreichender Temperaturerhöhung sind wohl alle Körper schmelzbar, welche nicht schon vorher durch den Einfluß der Wärme eine chemische Zersetzung erleiden, wie dies bei den meisten organischen Körpern der Fall ist.

Jede Substanz, wenn sie überhaupt schmelzbar ist, hat einen festen Schmelzpunkt, d. h. das Schmelzen einer und derselben Substanz findet stets bei derselben Temperatur Statt; dagegen weichen die Schmelzpunkte verschiedener Substanzen sehr von einander ab, wie die folgende Tabelle zeigt:

Schmiedeeisen	schmilzt	bei	1500	bis	1600° C.
Stahl	»	»	1300	»	1400 »
Gußeisen	»	»	1050	»	1200 »
Gold	»	»			1250 »
Silber	»	»			1000 »
Bronze	»	»			900 »
Antimon	»	»			432 »
Zink	»	»			360 »
Blei	»	»			334 »
Wismuth	»	»			256 »

Zinn	schmilzt bei		230° C.
Legirung aus 5 Thln. Zinn, 1 Thl. Blei	» »		194 »
Schwefel	» »		109 »
Legirung aus 8 Thln. Wismuth, 5 Thln. Blei, 3 Thln. Zinn	» »		100 »
Legirung aus 4 Thln. Wismuth, 1 Thl. Blei, 1 Thl. Zinn	» »		94 »
Natrium	» »		90 »
Kalium	» »		58 »
Phosphor	» »		43 »
Stearinsäure	» »		70 »
Weißes Wachs	» »		68 »
Gelbes Wachs	» »		61 »
Stearin	» »	49 bis	43 »
Wallrath	» »		49 »
Essigsäure	» »		45 »
Seife	» »		33 »
Eis	» »		0 »
Terpentinöl	» »		— 10 »
Quecksilber	» »		— 39 »

Die aufmerksame Betrachtung dieser Tabelle zeigt, daß die Legirungen meist einen tieferen Schmelzpunkt haben als die einzelnen Metalle, aus denen sie zusammengesetzt sind; darauf beruht auch die Anwendung des Schnellothes der Blechner, welches eine Legirung von Blei und Zinn ist. Besonders interessant ist in dieser Beziehung das sogenannte Rose'sche Metall (4 Thle. Wismuth, 1 Thl. Blei und 1 Thl. Zinn), welches schon im siedenden Wasser schmilzt.

Gebundene Wärme. Es ist eine bedeutende Menge Wärme nöthig, 247
um Eis oder Schnee von 0° in Wasser von 0° zu verwandeln. Diese Wärme ist in dem Wasser gebunden, latent, sie ist für das Gefühl und das Thermometer gleichsam verschwunden.

Wenn 1 Pfund Wasser von 79° mit 1 Pfund Schnee von 0° gemischt wird, so erhält man 2 Pfund Wasser von 0°. Alle Wärme also, welche in dem heißen Wasser enthalten war, ist für das Thermometer spurlos verschwunden; sie ist lediglich dazu verwandt worden, um Schnee von 0° in Wasser von 0° zu verwandeln.

Bezeichnen wir die Wärmemenge, welche nöthig ist, um die Temperatur von 1 Gramm Wasser um 1° zu erhöhen, mit 1, so ist die Wärmemenge, welche bei der Schmelzung von 1 Gramm Schnee gebunden oder latent wird, gleich 79.

Diese Wärmemenge, welche beim Schmelzen des Schnees oder des Eises gebunden wird, wird also lediglich dazu verwandt, die Cohäsion zwischen den Eismolekülen so weit zu überwinden, daß sie mit der größten Leichtigkeit an

einander verschoben werden können, daß also die Masse flüssig wird. Die in dem Wasser enthaltene latente Wärme hat also nur die Function, den flüssigen Zustand zu erhalten, und kann deshalb, auf diese Weise gleichsam beschäftigt, keine anderweitigen Wirkungen hervorbringen, sie scheint deshalb auch für das Thermometer verschwunden.

So wie bei der Schmelzung des Eises und des Schnees Wärme gebunden wird, so ist dies auch beim Schmelzen anderer Körper der Fall. Folgendes sind die Werthe der latenten Wärme für einige Körper nach Irvine's Bestimmungen:

Schwefel	80
Blei	90
Wachs	97
Zink	274
Zinn	278
Wismuth	305.

Die Bedeutung dieser Zahlen ist leicht einzusehen; während ein Gramm Schnee zu seiner Schmelzung 79 Wärmeeinheiten, d. h. 79mal so viel Wärme nöthig hat, als erforderlich ist, um die Temperatur von einem Gramm Wasser um 1° zu erhöhen, sind zur Schmelzung von einem Gramm Schwefel 80, zur Schmelzung von einem Gramm Blei, Wachs, Zink u. s. w. 90, 97, 274 solcher Wärmeeinheiten nöthig.

Es giebt zweierlei Wege, auf denen man einen festen Körper in flüssigen Zustand versetzen kann: 1) durch Schmelzung, indem man ihm von außen her so viel Wärme zuführt, als er aufnehmen muß, um in den flüssigen Zustand überzugehen; oder 2) durch Auflösung, d. h. im Allgemeinen dadurch, daß man ihn mit irgend einem anderen Stoffe zusammenbringt, mit welchem er eine flüssige Verbindung eingeht.

Wenn ein Körper durch Auflösung in den flüssigen Zustand übergeführt wird, so findet dabei ebenso eine Bindung von Wärme Statt, wie beim Schmelzen, und wenn also von außen her keine Wärme zugeführt wird, so kann die Wärmebindung offenbar nur auf Kosten der Temperatur des aufzulösenden Körpers und des Lösungsmittels stattfinden, d. h. um den festen Körper in flüssigen Zustand überzuführen, wird ein Theil der bis dahin fühlbaren Wärme verwendet werden, die Temperatur der Lösung wird also niedriger sein.

Löst man z. B. möglichst rasch 1 Pfund salpetersaures Ammoniak von 0° in 1 Pfund Wasser von 0°, so kann die bei der Auflösung des Salzes zu bindende Wärme nur aus der fühlbaren Wärme des Wassers und des Salzes selbst genommen werden, und deshalb sinkt die Temperatur der Lösung, und zwar auf 8 bis 10 Grad unter Null.

Auf diesem Principe beruhen die sogenannten Kältemischungen. Besonders stark ist die Temperaturerniedrigung, wenn zwei feste Körper sich bei ihrer Mischung zu einer Flüssigkeit verbinden. So sinkt z. B., wenn man 1 Pfund Kochsalz von 0° mit 3 Pfund Schnee (oder feingestoßenem Eis)

mengt, die Temperatur auf — 17,7° C., den Nullpunkt des Fahrenheit'schen Thermometers.

Das Festwerden. Beim Uebergange der Körper aus dem flüssigen Zustande in den festen beobachtet man ganz analoge Erscheinungen wie beim Schmelzen; es findet nämlich erstens bei einer bestimmten Temperatur Statt, welche mit dem Schmelzpunkte zusammenfällt, und zweitens wird alle latente Wärme, welche beim Schmelzen gebunden worden war, beim Festwerden wieder frei. 248

Eine Erscheinung, welche das Freiwerden der gebundenen Wärme beim Festwerden flüssiger Körper beweist, ist folgende: Im Jahre 1714 hatte Fahrenheit die Beobachtung gemacht, daß unter gewissen Umständen das reine Wasser bis auf — 10 bis — 12° erkaltet werden könne, ohne zu erstarren. Manchmal findet dies schon an freier Luft Statt; sicherer aber kann man diese Erscheinung hervorrufen, wenn man dafür sorgt, daß das zu erkaltende Wasser nur einem schwachen Luft- oder Dampfdrucke ausgesetzt ist. Man kann dies dadurch bewirken, daß man in einer Glasröhre, welche oben in eine feine Spitze ausgezogen ist, Wasser ins Kochen bringt, und wenn man denkt, daß durch die Dämpfe alle Luft ausgetrieben worden sei, die feine Spitze zuschmilzt. Es befindet sich alsdann über dem Wasser in dem Glase nur noch Wasserdampf, welcher bei niedrigen Temperaturen nur einen sehr geringen Druck ausübt. Wenn man ein solches Glasrohr einer großen Kälte aussetzt, so bleibt das Wasser noch flüssig, eine Erschütterung aber macht, daß die ganze Wassermasse plötzlich gefriert. Wenn man nun dafür gesorgt hat, daß sich im Inneren der Glasröhre ein Thermometer befindet, dessen Kugel in das Wasser eingetaucht ist, und an welchem man sieht, daß die Temperatur weit unter 0° gesunken ist, so beobachtet man, wie dieses Thermometer in dem Augenblicke, wo das Wasser fest wird, bis auf 0° steigt.

Die Schnelligkeit, mit welcher das Festwerden unter diesen Umständen vor sich geht, und das Steigen des Thermometers sind zwei Phänomene, welche sich leicht erklären lassen. Die latente Wärme der ersten Theilchen, welche gefrieren, geht auf die benachbarten, noch flüssigen Theilchen über. Sie werden zwar erwärmt, aber nicht hinreichend, um ihr Erstarren zu verhindern; daher die doppelte Wirkung des Festwerdens und der Erwärmung.

Wenn das Festwerden bei der gewöhnlichen Erstarrungstemperatur vor sich geht, so geschieht es nur langsam und ohne merkliche Temperaturerhöhung. Wenn z. B. das Wasser bei 0° gefriert, so beginnt das Erstarren in der Regel gleichzeitig an verschiedenen Punkten, und an diesen Stellen geben die zuerst erstarrenden Theilchen ihre latente Wärme an die benachbarten ab, welche dadurch noch einige Augenblicke flüssig erhalten werden. Deshalb beobachtet man dünne Eisblättchen und feine Eisnadeln, welche auf mannigfaltige Weise in der flüssigen Masse gleichsam fortwachsen. Auf diese Weise zerstreut sich die latente Wärme nach und nach; ohne die latente Wärme müßte die ganze flüssige Masse, bis zur Erstarrungstemperatur erkaltet, auf einmal fest werden.

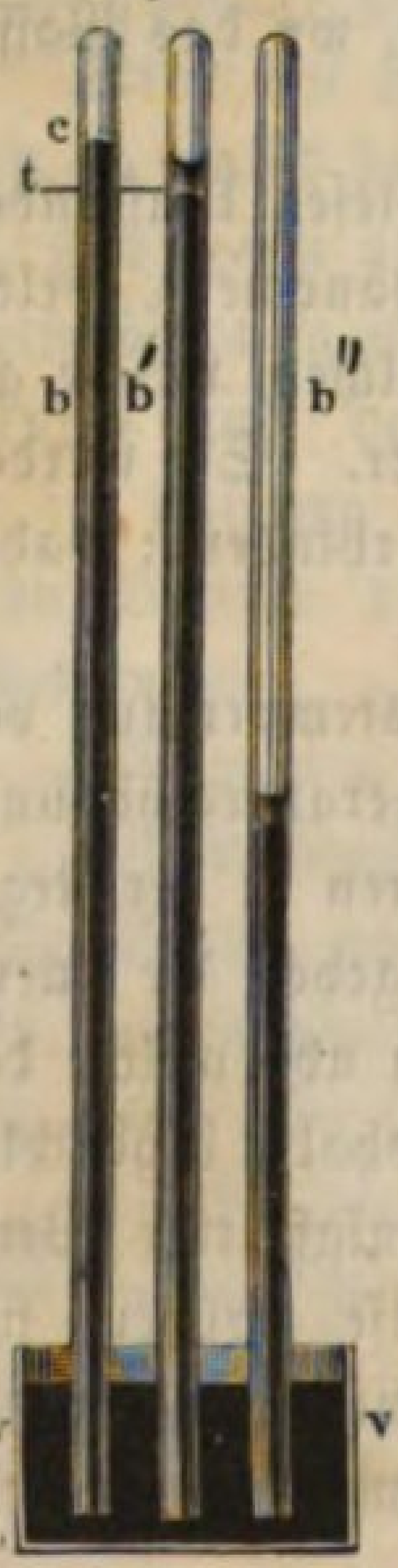
Es wird auch jedesmal Wärme frei, wenn eine Flüssigkeit mit einem anderen Körper eine feste Verbindung eingeht. So verbinden sich der gebrannte Gyps, der gebrannte Kalk mit Wasser zu festen Körpern, welche die Chemiker Hydrate nennen. Das Wasser geht also bei dieser Verbindung in die feste Form über, es muß also Wärme frei werden. Dadurch erklärt sich die starke Erhitzung, welche erfolgt, wenn man gebrannten Kalk mit Wasser übergießt.

249 **Dampfbildung.** Wenn eine Flüssigkeit mit der Luft in Berührung ist, so nimmt ihre Menge mehr und mehr ab, und nach kürzerer oder längerer Zeit verschwindet sie vollständig. Das Wasser, welches nach einem Regen den Boden bedeckt, widersteht nicht dem Wehen eines trockenen Windes und der Einwirkung des Sonnenscheins, es verschwindet, nicht allein weil es in den Boden einsickert, sondern auch weil es in der Luft verdunstet.

Das Phänomen der Verdunstung geht rascher vor sich, wenn man eine Schale mit Wasser über Feuer zum Kochen bringt; in kurzer Zeit ist alles Wasser verschwunden, und doch ist es nicht vom Gefäße verschluckt worden. Es geht daraus hervor, daß die Flüssigkeiten ihren Aggregatzustand ändern, daß sie unsichtbar und expansibel werden wie die Gase. Mit dem Namen Dampf bezeichnet man eine in gasförmigen Zustand übergegangene Flüssigkeit.

Man war lange Zeit der irrigen Meinung, daß die Dämpfe für sich selbst nicht bestehen könnten; man glaubte, sie seien ganz in derselben Weise in der Luft aufgelöst wie die Salze im Wasser; um eine Flüssigkeit gasförmig zu machen, bedürfe es ebenso eines Auflösungsmittels, der Luft, wie ein Lösungsmittel, etwa Wasser, nöthig ist, um die festen Salze flüssig zu machen. Um die Unrichtigkeit dieser Meinung darzuthun und zugleich die wahren Gesetze der Dampfbildung zu studiren, muß man machen, daß die Dampfbildung im luftleeren Raume vor sich geht. Dazu eignet sich nun die Toricelli'sche Leere ganz vorzüglich, nicht allein weil man es mit einem vollkommen luftleeren Raume zu thun hat, sondern auch weil die Depression der beweglichen Quecksilbersäule ein Mittel bietet, die Expansivkraft der Dämpfe zu messen.

Fig. 493.



Nehmen wir an, man habe in einem weiteren, mit Quecksilber gefüllten Gefäße *v v'* (Fig. 493) drei Toricelli'sche Röhren neben einander gestellt, so wird in allen das Quecksilber gleich hoch stehen; wenn man aber mit Hülfe einer gekrümmten Pipette etwas Wasser in die eine Röhre *b'* bringt, so steigt es alsbald bis zur Toricelli'schen Leere in die Höhe, und augenblicklich sinkt auch der Gipfel der Quecksilbersäule um einige Millimeter. Dem Gewichte der kleinen Wasserschicht, welche jetzt auf dem Quecksilbet schwimmt, kann man diese Depression nicht zuschreiben; hat man, wie es nöthig ist, wenn der Versuch entscheidend sein soll, Wasser genommen, welches durch

Kochen vollständig von Luft befreit worden ist, so kann man jene Depression auch nicht der aus dem Wasser sich entbindenden Luft zuschreiben. Aus dem Wasser müssen sich also Dämpfe entwickelt haben, welche, wie die Gase, eine Tension haben; denn diese Wasserdämpfe wirken gerade so, als ob man eine kleine Portion Luft in die leere Kammer hätte aufsteigen lassen.

Die Größe der Depression giebt zugleich ein Maß für die Spannkraft der Wasserdämpfe. Nehmen wir an, die durch die Wasserdämpfe deprimirte Quecksilberkuppe *t* stehe um 5 Millimeter tiefer als die Kuppe *c* des ersten Barometers, über welcher sich noch ein vollkommenes Vacuum befindet, so ist klar, daß die Wasserdämpfe auf die Kuppe *t* gerade so stark drücken, wie eine Quecksilbersäule von 5 Millimeter Höhe. Die Depression von 5 Millimeter ist also wirklich das Maß für die Spannkraft des Wasserdampfes.

Hätte man bei dem dritten Barometerrohre *b''* Schwefeläther anstatt Wasser in das Vacuum steigen lassen, so würde man eine weit bedeutendere Depression bemerkt haben als beim Wasser; denn bei mittlerer Lufttemperatur beträgt die Depression fast die Hälfte der Höhe des Barometers *b*. Es folgt daraus, daß unter diesen Umständen der Aetherdampf eine Spannkraft hat, welche fast dem Drucke einer halben Atmosphäre gleich ist.

Maximum der Spannkraft der Dämpfe. Wenn in einen luftleeren Raum so viel Flüssigkeit gebracht wird, daß sie nicht ganz verdampfen kann, wenn also, nachdem der vorher luftleere Raum mit Dampf erfüllt ist, noch Flüssigkeit übrig bleibt, so unterscheidet sich ein solcher Dampf in seinem Verhalten wesentlich von dem Verhalten der Gase, wie wir es früher auf S. 102 kennen lernten, ein solcher Dampf folgt nämlich dem Mariotte'schen Gesetze nicht mehr. 250

Um dies richtig zu verstehen, müssen wir auf den S. 102 beschriebenen Versuch zurückkommen. Wenn sich in dem Barometerrohre *a g*, Fig. 494 (a. f. S.), über dem Gipfel der Quecksilbersäule Luft befindet, so wird, wenn man das Rohr tiefer in das Gefäß hinabdrückt, wie es in Fig. 494 bei *B* dargestellt ist, dadurch die Luft auf einen kleineren Raum *s' g'* zusammengepreßt, und dabei wächst ihre Spannkraft, so daß mit dem Niederdrücken des Rohres auch eine Senkung des Gipfels der Quecksilbersäule von der Höhe *s* bis zur Höhe *s'* verbunden ist.

Um denselben Versuch mit Aetherdampf statt mit Luft zu wiederholen, füllt man die Toricelli'sche Röhre sehr sorgfältig mit Quecksilber, so daß alle Luft möglich entfernt ist, was man am vollständigsten durch Auskochen oder durch die Luftpumpe erreichen kann. Ist die Röhre bis auf ungefähr 1 Centimeter mit Quecksilber gefüllt, so gießt man diesen Raum noch mit ausgekochtem, luftfreiem Aether voll, kehrt die Röhre auf die bekannte Weise um und taucht ihr unteres Ende in das Quecksilbergefäß. Der Aether steigt in die Höhe, ein Theil desselben verwandelt sich in Dampf, welcher die bereits im vorigen Paragraphen betrachtete Depression der Quecksilbersäule bewirkt, wäh-

rend noch ein Theil des Aethers in flüssigem Zustande auf dem Quecksilber schwimmend zurückbleibt.

Wenn man aber nun die Röhre ag, Fig. 495, tiefer in das Gefäß hinabdrückt, wenn man sie aus der Stellung A, Fig. 495, in die Stellung bei B bringt, so behält der Gipfel der Quecksilbersäule unverändert seine Höhe bei, wie auch das Volumen des Dampfraumes $s'g'$ verkleinert sein mag.

Fig. 494.

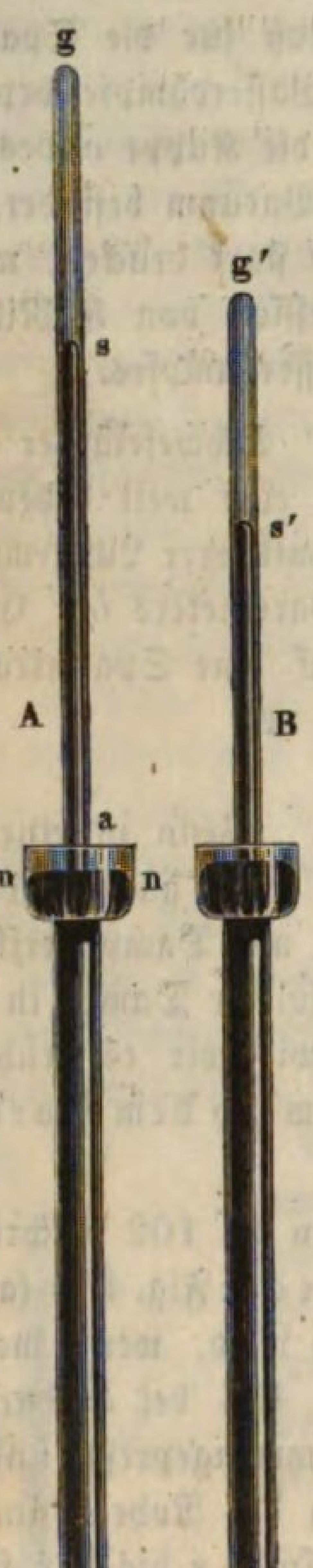
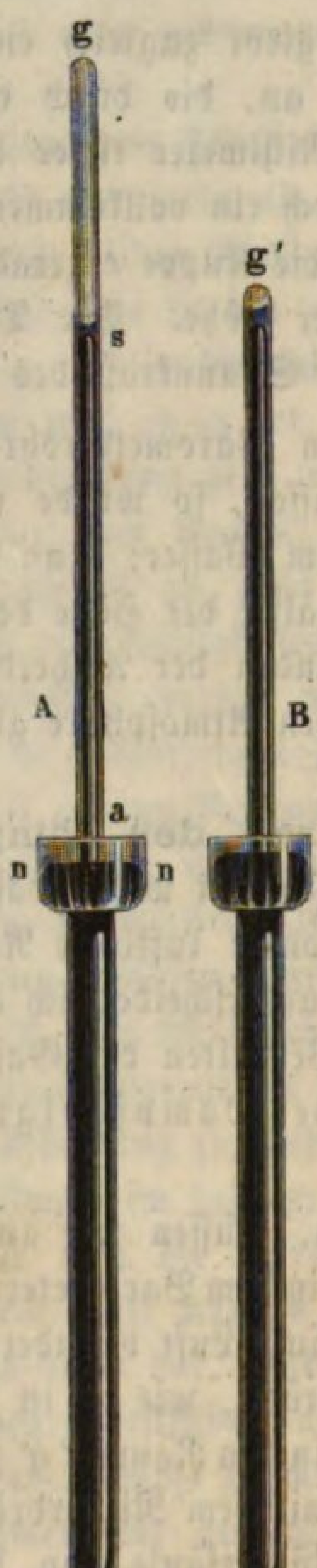


Fig. 495.



Durch Verkleinerung des mit Aetherdampf gefüllten Raumes wird also die Spannkraft dieses Dampfes nicht vermehrt. Je mehr man aber niederdrückt, desto mehr nimmt die Menge des flüssigen Aethers zu, die Verkleinerung des mit Aetherdämpfen erfüllten Raumes bewirkt also, daß sich ein Theil der Dämpfe wieder zu flüssigem Aether condensirt, während der übrige Dampf seine Spannkraft nicht ändert. Wenn man also den mit Aetherdampf gefüllten Raum auf $1/2$, $1/3$, $1/4$ u. s. w. comprimirt, so wird auch $1/2$, $1/3$, $1/4$ u. s. w. des Dampfes condensirt. Fährt man fort, das Rohr niederzudrücken, so gelangt man bald zu einem Punkte, wo aller Dampf verdichtet ist, so daß sich nur noch flüssiger Aether über der Quecksilbersäule befindet; dieses völlige Verschwinden der Dampfblase ist jedoch schwer zu erreichen, weil der Aether immer etwas absorbirte Luft enthält.

Wenn sich der aus einer Flüssigkeit entwickelte Dampf unter den eben betrachteten Umständen befindet, so daß sich durch Zusammendrücken auf einen kleineren Raum seine Spannkraft nicht vermehren läßt, so nennt man ihn einen gesättigten Dampf. Er besitzt das Maximum der Spannkraft, dessen

der Dampf der fraglichen Flüssigkeit bei der Temperatur des Raumes, in welchem er sich befindet, überhaupt fähig ist.

Wenn man das Rohr aus der Stellung *B*, Fig. 495, wieder in die Höhe zieht, so behält der Gipfel der Quecksilbersäule immer noch dieselbe Höhe, die Spannkraft des Dampfes im oberen Theile des Rohres ändert also bei Vergrößerung des Raumes seine Spannkraft nicht, weil in dem Maße, wie dieser Raum vergrößert wird, sich sogleich neuer Dampf aus der Flüssigkeit entwickelt, so daß stets der Zustand der Sättigung erhalten, also der Dampf stets im Maximum der Spannkraft bleibt.

Wenn aber ein Raum eben mit gesättigtem Dampfe erfüllt ist, ohne daß noch Flüssigkeit vorhanden wäre, welche neuen Dampf liefern könnte, so wird bei einer Vergrößerung des Raumes der vorhandene Dampf sich ausdehnen, und nun ist er nicht mehr gesättigt, er ist nicht mehr im Maximum der Spannkraft und verhält sich nun auch ganz wie ein Gas. Die Spannkraft eines nicht gesättigten Dampfes läßt sich durch Compression erhöhen, bis er wieder gesättigt, bis das Maximum der Spannkraft wieder erreicht ist.

Man sieht daraus, daß der Unterschied zwischen Gasen und Dämpfen nur ein relativer ist. Ein gesättigter Dampf kann bei Abschluß der Flüssigkeit, die ihn liefert, durch Vergrößerung des ihm gebotenen Raumes in den Zustand eines gewöhnlichen Gases übergeführt werden, während umgekehrt viele Gase, z. B. Kohlensäure, Ammoniakgas, schweflige Säure u. s. w., durch hinlängliche Compression in den Zustand eines gesättigten Dampfes, also auch in den tropfbarflüssigen Zustand übergeführt werden können.

Solche Gase, welche man durch fortgesetzte Compression noch nicht tropfbar flüssig zu machen im Stande war, nennt man permanente Gase.

Im gewöhnlichen Leben bezeichnet man mit dem Namen der Dämpfe nur solche gasförmige Körper, die bei dem mittleren Drucke und der mittleren Temperatur der Atmosphäre noch tropfbar-flüssig sein können, wie Aether, Weingeist, Wasser u. s. w.

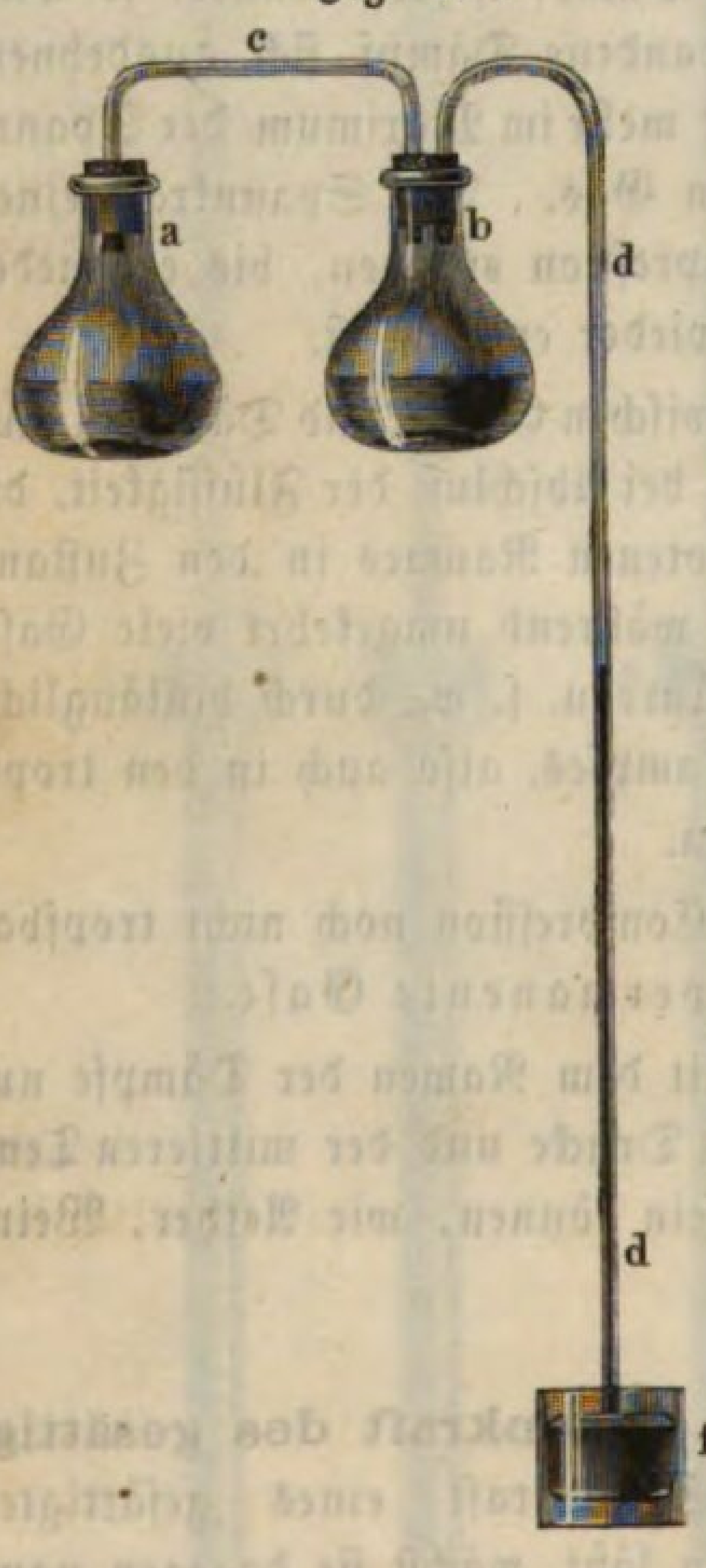
Einfluss der Temperatur auf die Spannkraft des gesättigten Dampfes. 251
Während demnach die Spannkraft eines gesättigten Dampfes sich durch Compression nicht vergrößern läßt, wächst sie dagegen namhaft bei steigender Temperatur. Von der Abhängigkeit zwischen der Spannkraft eines gesättigten Dampfes und der Temperatur kann man sich schon durch Dampfbarometer überzeugen, wie wir sie in §. 249 kennen lernten. In einem Aetherdampfbarometer z. B. beträgt die Depression der Quecksilbersäule bei einer Temperatur von 0^0 nur 182^{mm}, bei einer Temperatur von 30^0 C. beträgt sie schon 637^{mm}.

Während die Spannkraft des gesättigten Wasserdampfes bei der mittlern Temperatur der Atmosphäre nur einer Quecksilbersäule von wenigen Millimetern das Gleichgewicht halten kann, ist sie bei höheren Temperaturen im Stande, die stärksten Dampfkessel zu zertrümmern.

Man kann nun fragen, welches wohl das Maximum der Tension des Dampfes in einem Raume sein wird, welcher an verschiedenen Stellen ungleich erwärmt ist. Nach den Bedingungen des Gleichgewichtes gasförmiger Körper muß an allen Stellen dieses Raumes der Dampf gleiche Tension haben, und da an den kälteren Stellen die Spannkraft des Dampfes nicht so groß sein kann als an den wärmeren, so ist klar, daß im ganzen Raume die Tension der Dämpfe dieselbe sein muß wie an der kältesten Stelle, daß also an den wärmeren Stellen der Dampf nicht das Maximum der Spannkraft erreichen kann, welches dieser höheren Temperatur zukommt.

Dies Princip läßt sich mit Hülfe des Apparates, Fig. 496, anschaulich machen. Zwei Glaskölbchen *a* und *b*, welche beide etwas Aether enthalten, sind durch eine Röhre *c* verbunden; durch den Kork, welcher *b* verschließt, geht eine zweite abwärts gebogene Röhre *d*. Wenn man den Aether in *a* und *b* ins Kochen bringt (es geschieht dies am besten dadurch, daß man sie in heißes Wasser taucht), so entweichen die Dämpfe durch die Röhre *d* und nehmen die Luft aus dem Apparate mit fort. Nun taucht man das untere Ende der Röhre *d* in ein Gefäß mit Quecksilber und entfernt die Wärmequellen, welche den Aether ins Kochen gebracht hatten. Alsbald wird *a* und *b* bis auf die Temperatur der umgebenden Luft erkaltet sein, die Spannkraft der Dämpfe im Apparate nimmt dabei bis zu einer bestimmten Gränze ab, und das Quecksilber steigt demnach in der Röhre *d* bis zu einer bestimmten Höhe, welche von der Temperatur der umgebenden Luft abhängt. Taucht man nun das eine Kölbchen in Schnee oder eine Kältemischung, so steigt das Quecksilber alsbald eben so hoch, als ob beide Kölbchen dieselbe Erkaltung erfahren hätten.

Fig. 496.



Darauf gründet sich die Anwendung des Condensators bei Dampfmaschinen, den wir später werden kennen lernen.

252 **Messung der Spannkraft der Wasserdämpfe.** Um die Spannkraft des Wasserdampfes zu bestimmen, hat man verschiedenartige Apparate anzuwenden, je nachdem man sie für eine Temperatur zwischen 0° und 100° oder über 100° ermitteln will.

Zwischen 0° und 100° wendet man den in Fig. 497 abgebildeten Appa-

rat an. Er besteht aus zwei Barometerröhren, welche neben einander in dasselbe Gefäß eingetaucht sind; die erste dieser Röhren bildet ein vollständiges Barometer, in der zweiten befindet sich über dem Quecksilber etwas Wasser, welches zum Theil im leeren Raume verdampft. Diese beiden Röhren werden mittelst eines Eisenstabes in ein hinlänglich tiefes Glasgefäß eingesenkt. Dieses Gefäß ist ganz mit Wasser gefüllt, welches man bis zu jeder beliebigen Temperatur zwischen 0° und 100° erwärmen kann. Die Temperatur dieses Wassers, welches durch zweckmäßig angebrachte Thermometer bestimmt wird, ist zugleich die der beiden Barometer und des Wasserdampfes in dem einen. Um die Elasticität des Wasserdampfes zu erhalten, welche jedem Temperaturgrade entspricht, hat man nur zu bestimmen, in welchem Verhältnisse die Depression des Dampfbarometers zur Höhe der Quecksilbersäule im vollständigen Barometer steht.

Fig. 497.

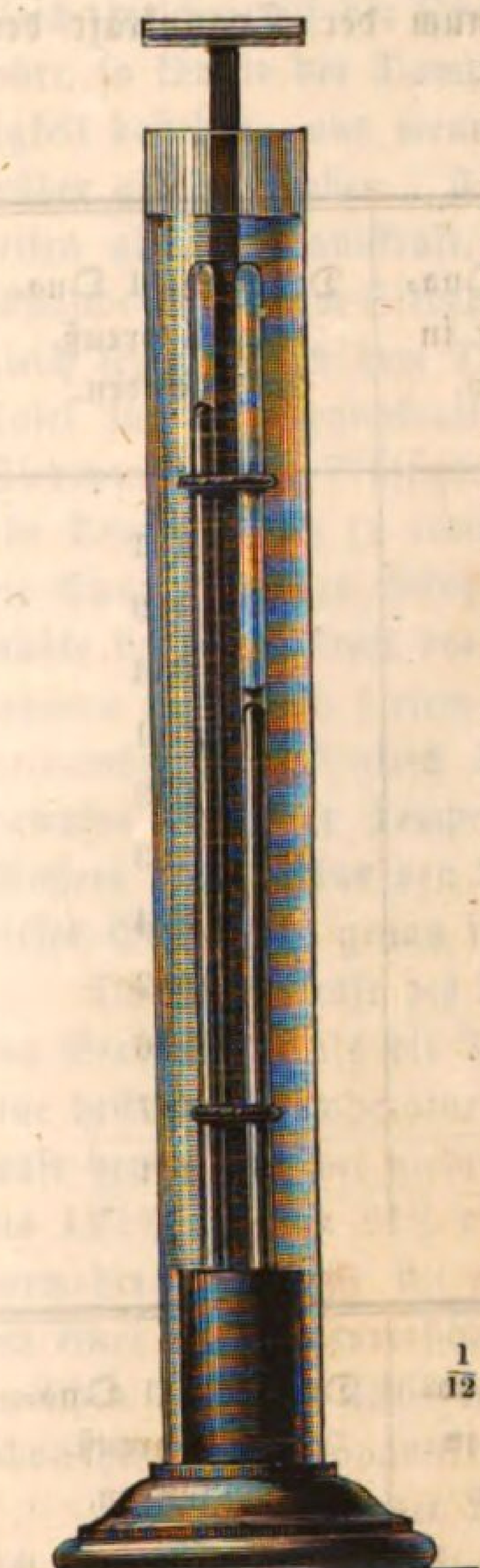
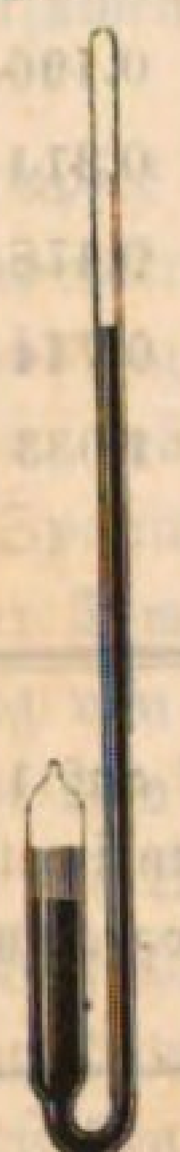


Fig. 498.



$\frac{1}{12}$

Um die Spannkraft der Dämpfe über 100° zu messen, läßt sich folgendes Verfahren anwenden. An einer ziemlich langen Glasröhre, Fig. 498, ist ein weiteres Gefäß angeschmolzen, ungefähr so wie das Gefäß eines Barometers; die längere Röhre sowohl wie die kürzere sind oben offen. Wenn man Quecksilber eingießt, so stellt es sich natürlich in beiden Röhren gleich hoch. Nun wird die zu untersuchende Flüssigkeit in das weitere Gefäß auf das Quecksilber gebracht, dann einige Zeit lang im Kochen erhalten und zugeschmolzen, wenn alle Luft ausgetrieben ist. Bringt man das Gefäß in eine Flüssigkeit, deren Temperatur höher ist als der Siedepunkt der eingeschlossenen Flüssigkeit, so bilden sich Dämpfe, welche auf das Quecksilber im Gefäße drücken und es in der längeren Röhre steigen machen. Die Differenz der Quecksilberspiegel im Gefäße und der Röhre giebt an, wie viel die Spannkraft der Dämpfe größer ist als ein Atmosphärendruck.

Um die Röhre vor dem Zerbrechen zu schützen und um zugleich die Höhe der gehobenen Quecksilbersäule messen zu können, ist der Apparat auf einem getheilten Brette befestigt. Wenn die Röhre lang genug ist, kann man mit dieser Vorrichtung die Tension der Wasserdämpfe bis zu 3 und 4 Atmosphären messen.

Um stärkere Spannkräfte zu messen, braucht man nur die Steigröhre zuzu-

schmelzen, so daß in ihr ein bestimmtes Luftquantum abgesperrt ist. Wenn die Dämpfe im Gefäße das Quecksilber in die Röhre treiben, so wird die abgesperrte Luft comprimirt, und man kann leicht aus der Höhendifferenz der beiden Quecksilberspiegel die Spannkraft des Dampfes berechnen.

Die folgenden Tabellen enthalten das Maximum der Spannkraft der Wasserdämpfe für verschiedene Temperaturen:

Grade.	Spannkraft des Wasserdampfes in Millimetern.	Druck auf 1 Quadratcentimeter in Kilogrammen.	Druck auf 1 Quadratzoll preuß. in Pfunden.
0	5	0,007	0,101
10	9	0,013	0,189
20	17	0,023	0,344
30	30	0,042	0,611
40	53	0,072	1,053
50	89	0,126	1,763
60	145	0,196	2,874
70	229	0,311	4,552
80	352	0,478	6,996
90	525	0,714	10,437
100	760	1,033	15,101

Spannkraft in Atmosphären.	Entsprechende Temperaturen.	Druck auf 1 Quadratcentimeter in Kilogrammen.	Druck auf 1 Quadratzoll preuß. in Pfunden.
1	100	1,03	15,1
2	121	2,07	30,2
4	145	4,83	60,4
6	160	6,20	90,6
8	172	8,26	120,9
10	182	10,33	151,1
15	200	15,49	226,6
20	215	20,66	302,2
25	226	25,82	377,7
30	236	30,99	453,2

Man sieht aus diesen Tabellen, daß für die Temperatur des Siedepunktes die Spannkraft des Wasserdampfes dem Drucke der Atmosphäre das Gleichgewicht hält; dies ist ganz allgemein wahr; die Spannkraft des Dampfes, welcher sich aus irgend einer kochenden Flüssigkeit bildet, ist immer dem Drucke gleich, welcher auf der Oberfläche der Flüssigkeit lastet; denn wenn sie geringer wäre, so könnte der Dampf nicht in Gestalt von Blasen im Inneren der Flüssigkeit bestehen; und wenn sie stärker wäre, so müßte sich der Dampf schon früher gebildet haben. Für den Siedepunkt haben die Dämpfe aller Flüssigkeiten gleiche Spannkraft. Dalton glaubte, daß in gleichem Temperaturabstande von ihrem Siedepunkte die Spannkräfte der Dämpfe aller Flüssigkeiten gleich seien. Nach dem Dalton'schen Gesetze wäre es also nur nöthig, die Tafel für die Spannkraft des gesättigten Wasserdampfes zu haben und den Siedepunkt einer Flüssigkeit zu kennen, um die Spannkraft ihrer Dämpfe für alle Temperaturen zu ermitteln. Der Siedepunkt des Alkohols z. B. ist 78°; die Spannkraft des Alkoholdampfes bei 99°, also 21° über dem Siedepunkte, müßte der Spannkraft des Wasserdampfes bei 121° gleich sein, welche 2 Atmosphären ist. Nach diesem Gesetze wäre die Spannkraft des gesättigten Alkoholdampfes bei 0° gleich 19 Millimeter, weil dies die Spannkraft des Wasserdampfes bei einer Temperatur ist, welche 78° unter dem Siedepunkte des Wassers liegt. Aus den Versuchen mehrerer Physiker geht jedoch hervor, daß dieses Gesetz nicht genau ist.

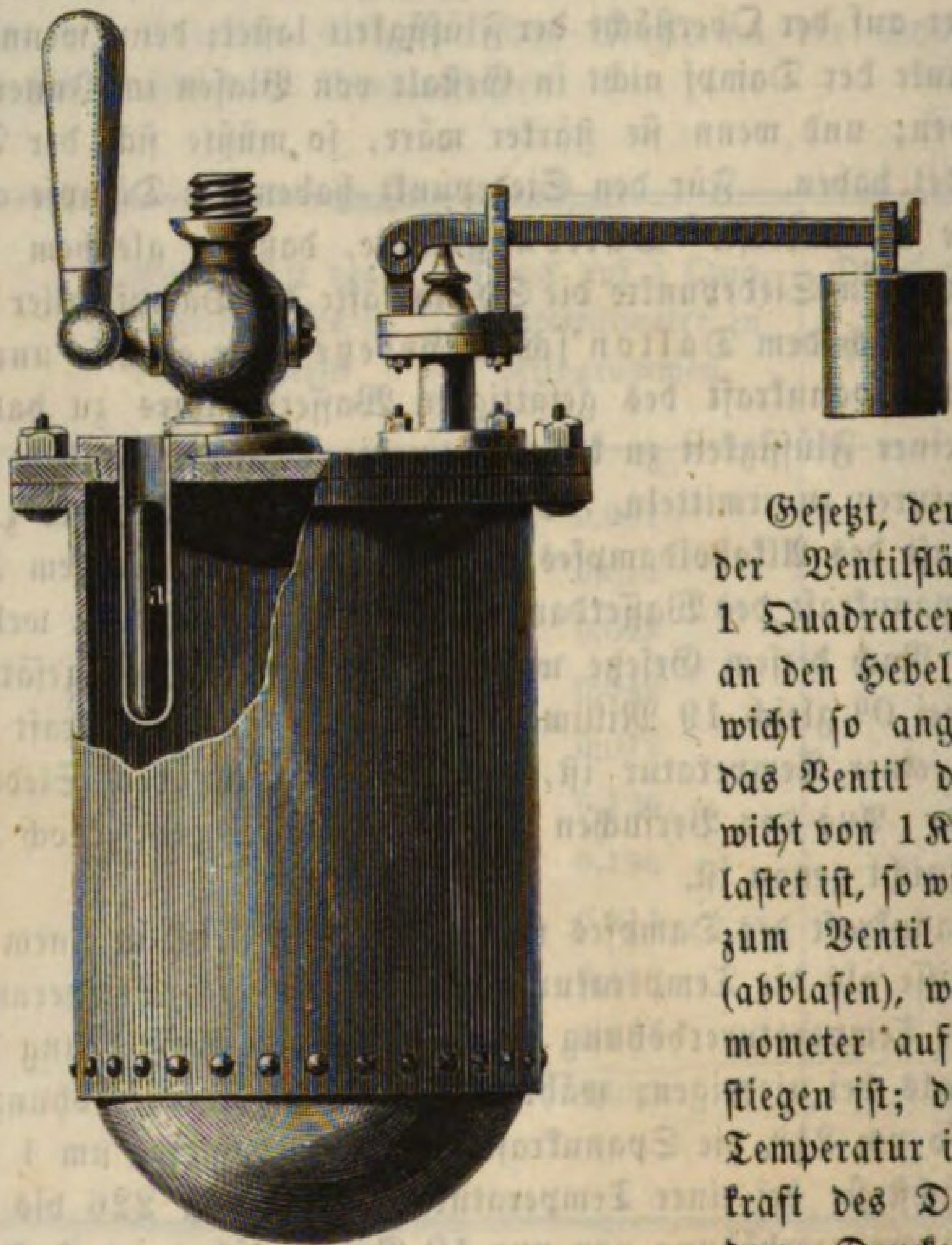
Die Spannkraft des Dampfes wächst, wie man sieht, in einem weit rascheren Verhältnisse als die Temperatur, d. h. bei höheren Temperaturen bringt eine bestimmte Temperaturerhöhung eine weit größere Vermehrung der Spannkraft hervor als bei niedrigen; während eine Temperaturerhöhung von 100 bis 121°, also um 21°, die Spannkraft des Wasserdampfes um 1 Atmosphäre vermehrt, wächst sie bei einer Temperaturerhöhung von 226 bis 236°, also bei einer Temperaturerhöhung von nur 10 Graden, schon um 5 Atmosphären, zwischen 226 und 236° reicht also ungefähr eine Temperaturerhöhung von 2° schon hin, um die Spannkraft des Wasserdampfes um 1 Atmosphäre zu steigern.

Wie mit steigender Temperatur die Spannkraft der Dämpfe wächst, läßt sich auch mit Hülfe eines kleinen Dampfkessels, Fig. 499 (a. f. S.), zeigen. In dem fest aufgeschraubten Deckel befinden sich drei Oeffnungen; auf der einen ist ein Sicherheitsventil von der bereits auf Seite 113 betrachteten Einrichtung angebracht; in die zweite Oeffnung ist ein in den Kessel hineinragendes Röhrchen *a* von Eisenblech aufgeschraubt, welches zum Theil mit Quecksilber gefüllt wird. Auf der dritten Oeffnung endlich sitzt ein kurzes Rohr, welches durch einen Hahn verschlossen werden kann und auf welches man verschiedene Ausströmungsöffnungen aufschrauben kann.

Wird der bis zu $^2/_3$ seiner Höhe mit Wasser gefüllte Kessel genügend erhitzt, so kommt das Wasser nach einiger Zeit ins Kochen, wenn der Hahn geöffnet ist; ein in das Quecksilber des Rohres *a* eingetauchtes Thermometer zeigt constant die Temperatur des Siedepunktes. Sobald man aber den Hahn schließt, also das Abziehen der Dämpfe hindert, steigt sogleich das Thermometer,

und die Spannkraft der Dämpfe im Kessel wächst, bis sie endlich groß genug ist, um das Sicherheitsventil zu heben und hier einen Ausweg zu erzwingen.

Fig. 499.



Gesetzt, der Querschnitt der Ventilfläche betrage 1 Quadratcentimeter und an den Hebel sei ein Gewicht so angehängt, daß das Ventil durch ein Gewicht von 1 Kilogramm belastet ist, so wird der Dampf zum Ventil herausblasen (abblasen), wenn das Thermometer auf 121° C. gestiegen ist; denn bei dieser Temperatur ist die Spannkraft des Dampfes gleich dem Drucke von zwei Atmosphären, und dies ist der Druck, welcher, den Luftdruck selbst mitgerechnet, auf dem Ventile lastet.

Die Zunahme der Spannkraft bei wachsender Temperatur hat zwei Ursachen. Denken wir uns irgend einen abgesperrten Raum mit Wasserdampf von 100°, also mit solchem Dampfe erfüllt, dessen Spannkraft 1 Atmosphäre beträgt; in diesem Raume sei ganz und gar kein Wasser mehr vorhanden, er sei ganz vom Wasser abgesperrt. Wird nun die Temperatur dieses Raumes auf 121° erhöht, so strebt der in ihm enthaltene Dampf allerdings, sich auszudehnen, und weil er sich nicht ausdehnen kann, wird seine Spannkraft wachsen, aber nicht viel; der Dampf ist nun nicht mehr gesättigt, er verhält sich ganz wie ein Gas. Wenn sich aber noch Wasser in diesem Raume befindet, so wird sich in Folge der Temperaturerhöhung eine neue Quantität Dampf bilden; die Zunahme der Spannkraft um 1 Atmosphäre rührt also vorzugsweise daher, daß der Dampf dichter wird und in Folge seiner größeren Dichtigkeit einen größeren Druck ausübt.

1 Cubikzoll Wasser liefert:

1700	Cubikzoll	gesättigten	Wasserdampf	von	100°
897	»	»	»	»	121
207	»	»	»	»	182.

Es giebt Flüssigkeiten, deren Siedepunkt unter der mittleren Lufttemperatur liegt; solche Körper können natürlich unter gewöhnlichen Umständen nicht tropfbar flüssig sein, sie sind bei der gewöhnlichen Lufttemperatur unter dem gewöhnlichen Luftdrucke nur gasförmig; man muß solche Gase comprimiren und erkalten, um sie tropfbar flüssig zu machen. So siedet z. B. die schweflige Säure bei — 10°; in einer Glasröhre eingeschmolzen, üben ihre Dämpfe bei 25° schon einen Druck von ungefähr 5 Atmosphären aus.

Cyangas, Ammoniak, Kohlensäure u. s. w. lassen sich ebenfalls durch Compressionen und Erkaltung zu Flüssigkeiten verdichten. Der Dampf der flüssigen Kohlensäure hat bei 0° schon eine Spannkraft von 36, bei 30° schon eine Spannkraft von 73 Atmosphären.

Der Dampfkessel. Wo es sich darum handelt, Wasserdampf in grö- 253
ßerer Menge zu erzeugen, sei es zum Betriebe von Dampfmaschinen, zur Dampfheizung u. s. w., wendet man eigens construirte Dampfkessel an, deren Größe, Gestalt, Heizvorrichtung u. s. w., je nach den speciellen Zwecken, die mannigfaltigsten Abänderungen erleiden. Wie übrigens auch der Dampfkessel sonst eingerichtet sein mag, so sind folgende Bestandtheile durchaus nothwendig:

1) Das Dampfleitungsrohr, welches den Dampf aus dem oberen Theile des Dampfkessels dem Orte zuführt, wo er zur Verwendung kommen soll.

2) Das Speiserohr, durch welches (meist mittelst einer Druckpumpe) dem Kessel wieder Wasser zugeführt werden kann, um das zu ersetzen, was durch Verdampfung consumirt wird.

3) Das Mannloch, eine durch eine aufgeschraubte Metallplatte verschlossene Oeffnung, welche groß genug ist, daß ein Mann durch sie in den Kessel einsteigen kann, wenn derselbe einer Reinigung bedarf.

4) Ein Sicherheitsventil.

5) Ein Wasserstandszeiger, d. h. irgend eine Vorrichtung, durch welche man ersehen kann, wie hoch das Wasser im Kessel steht, um danach den Wasserzufluß reguliren zu können.

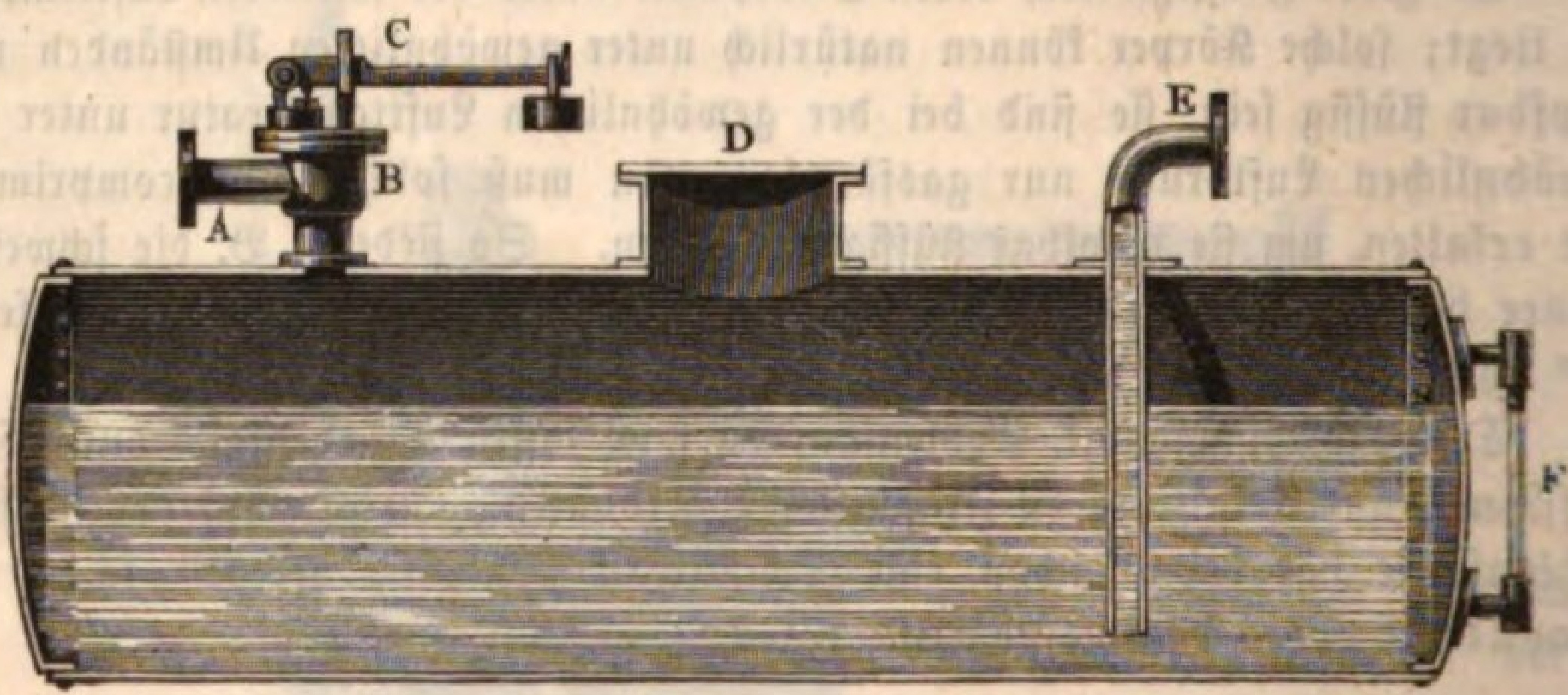
Fig. 500 (a. f. S.) stellt einen möglichst einfachen Dampfkessel mit den soeben als wesentlich bezeichneten Theilen dar. Es ist

A das Dampfrohr,
E das Speiserohr,
C das Sicherheitsventil,
D das Mannloch,
F der Wasserstandszeiger,

hier ein Glasrohr, welches durch horizontale Messingröhrchen mit dem oberen und dem unteren Theile des Dampfkessels in Verbindung steht, so daß das

Wasser im Glasrohre sich stets in gleiche Höhe mit dem Wasser im Kessel stellen muß. Statt eines solchen Rohres werden auch andere Vorrichtungen zum gleichen Zwecke angewandt.

Fig. 500.



Die Kesselwände müssen natürlich um so stärker gemacht werden, je größer der Durchmesser des Kessels und je größer die Spannkraft der Dämpfe ist, welche er einschließt. In den meisten Staaten sind, um Unglück zu verhüten, die Anlagen von Dampfkesseln an gesetzliche Bestimmungen geknüpft und namentlich ist das Verhältniß der Dicke der Kesselwände zu dem Durchmesser des Kessels und der Spannkraft der Dämpfe normirt. Nach dem französischen Gesetz z. B. soll für einen Kessel von 0,5 Meter Durchmesser das Eisen- oder Kupferblech, aus welchem derselbe gemacht ist,

3,9 5,7 9,3 Millimeter dick sein.

für eine Spannkraft von

2 4 8 Atmosphären.

Für einen Kessel von 1 Meter Durchmesser sind aber Folgendes die zusammengehörigen Werthe der Spannkraft und der Blechdicke:

2 4 8 Atmosphären,

4,8 8,4 15,8 Millimeter.

Gußeiserne Dampfkessel sind meist verboten.

254 **Die Dampfmaschine.** Der Wasserdampf gehört zu den mächtigsten bewegenden Kräften, die uns zu Gebote stehen. Es unterliegt keinem Zweifel, daß der ungeheure Aufschwung, dessen sich die Industrie und der Verkehr in den neuesten Zeiten zu erfreuen haben, zum großen Theil der Anwendung der Dampfkraft zu verdanken ist. Der Wasserdampf liefert uns eine Kraft, deren wir aufs Vollkommenste Meister sind, der wir jede beliebige Stärke geben können und die sich leicht überall erzeugen und anbringen läßt.

Schon seit 1788 wandte man in England die Dampfkraft zur Förderung der Grubenwasser in Bergwerken an; aber abgesehen, daß die zu diesem Zwecke verwandten Maschinen Savary's und Newkomen's doch nur eine sehr be-

schränkte Anwendbarkeit haben, war ihr Betrieb auch sehr kostspielig. Erst Watt gelang es, die Construction der Dampfmaschine so zu vervollkommnen, daß eine allgemeinere Benutzung der Dampfkraft möglich wurde, und dadurch wurde Watt der Gründer einer neuen Aera für die Industrie. Der Bau der Dampfmaschine machte in kurzer Zeit ungeheure Fortschritte. Die Dampfmaschine ist in der That eine Mustermaschine geworden, an welcher die praktische Mechanik eine tüchtige Schule durchgemacht hat.

Wir wollen die Dampfmaschine zunächst in ihrer einfachsten Form kennen lernen. Fig. 501 (a. f. S.) stellt eine Hochdruckdampfmaschine im Durchschnitt, Fig. 502 stellt von derselben Maschine eine vordere Ansicht dar. Durch das Rohr z gelangt der Dampf aus dem Dampfkessel zunächst in den Dampfraum K, von welchem aus zwei Canäle zum Cylinder A führen; der eine mündet am oberen Ende des Cylinders bei e, der andere am unteren Ende bei d. Durch den Vertheilungsschieber, den wir alsbald näher betrachten wollen, wird bewirkt, daß der Dampf abwechselnd unten und dann wieder oben in den Cylinder einströmt und den Kolben C abwechselnd auf und nieder treibt.

Die Kolbenstange bewegt sich luft- und dampfdicht durch eine Stopfbüchse, welche sich in der Mitte des oberen Cylinderdeckels befindet.

An der Kolbenstange ist zunächst die Pleuelstange (Treibstange) P befestigt, welche durch Vermittlung der Kurbel Q die alternirende Bewegung des Kolbens in eine gleichförmige Rotationsbewegung verwandelt. Die Axe der Kurbel Q ist die Hauptaxe der Maschine, welche in Bewegung gesetzt werden soll; an dieser Axe ist auch das Schwungrad X befestigt, welches dazu dient, kleinere Ungleichheiten im Gange der Maschine auszugleichen.

Um den verticalen Gang der Kolbenstange zu sichern, ist am oberen Ende derselben ein Querstück q angebracht, welches durch die zu beiden Seiten stehenden eisernen Säulen l geführt wird.

Die Bewegung des Kolbens C ist begreiflicherweise nicht gleichförmig, da derselbe am oberen und unteren Ende seiner Bahn momentan zur Ruhe kommt, um dann die Richtung seiner Bewegung umzukehren. Seine Geschwindigkeit ist am größten, wenn er eben die Mitte des Cylinders passirt; sie nimmt um so mehr ab, je mehr er sich dem oberen oder unteren Ende des Cylinders nähert. Betrachten wir nun die Bewegung der Kurbel, so finden wir, daß bei gleichförmiger Umdrehungsgeschwindigkeit die Bewegung in verticalem Sinne dennoch sehr veränderlich ist. Der Kurbelarm steht wagerecht, wenn der Kolben C sich in der Mitte des Cylinders befindet, in diesem Momente hat die Bewegung der Kurbel eine verticale Richtung; wenn aber der Kolben C seine höchste oder tiefste Stellung hat, so bewegt sich die Kurbel in horizontaler Richtung. Der verticale Antheil der Kurbelbewegung ist der Bewegung des Kolbens ganz gleich; in dem Maße, in welchem die Kurbelbewegung mehr horizontal wird, nimmt die Geschwindigkeit des Kolbens ab, ohne daß dadurch eine Verminderung in der Umdrehungsgeschwindigkeit der Kurbel erfolgte.

Der Durchmesser der Kurbelbahn ist begreiflicherweise der Höhe des Cylin-

Fig. 501.

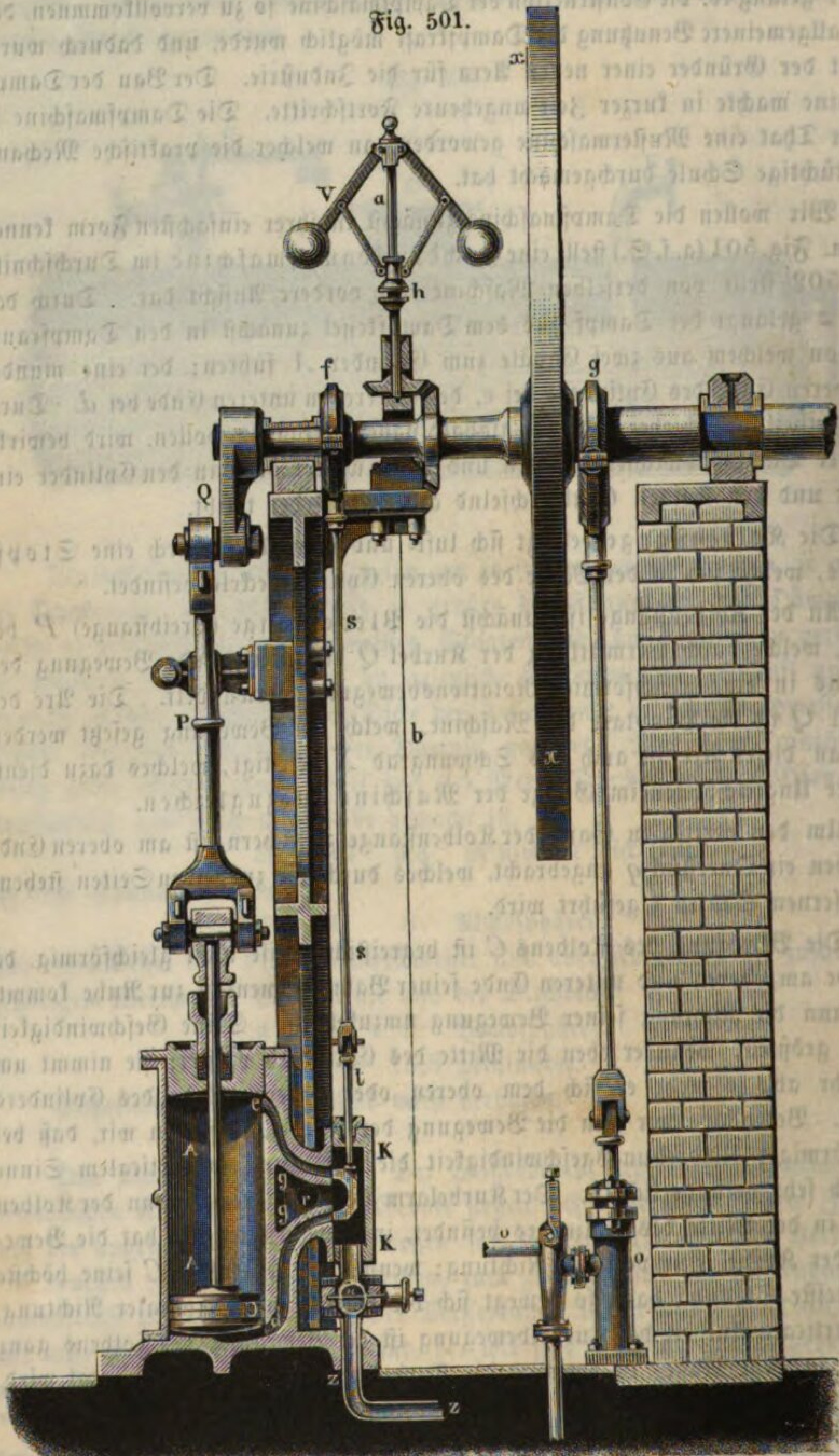
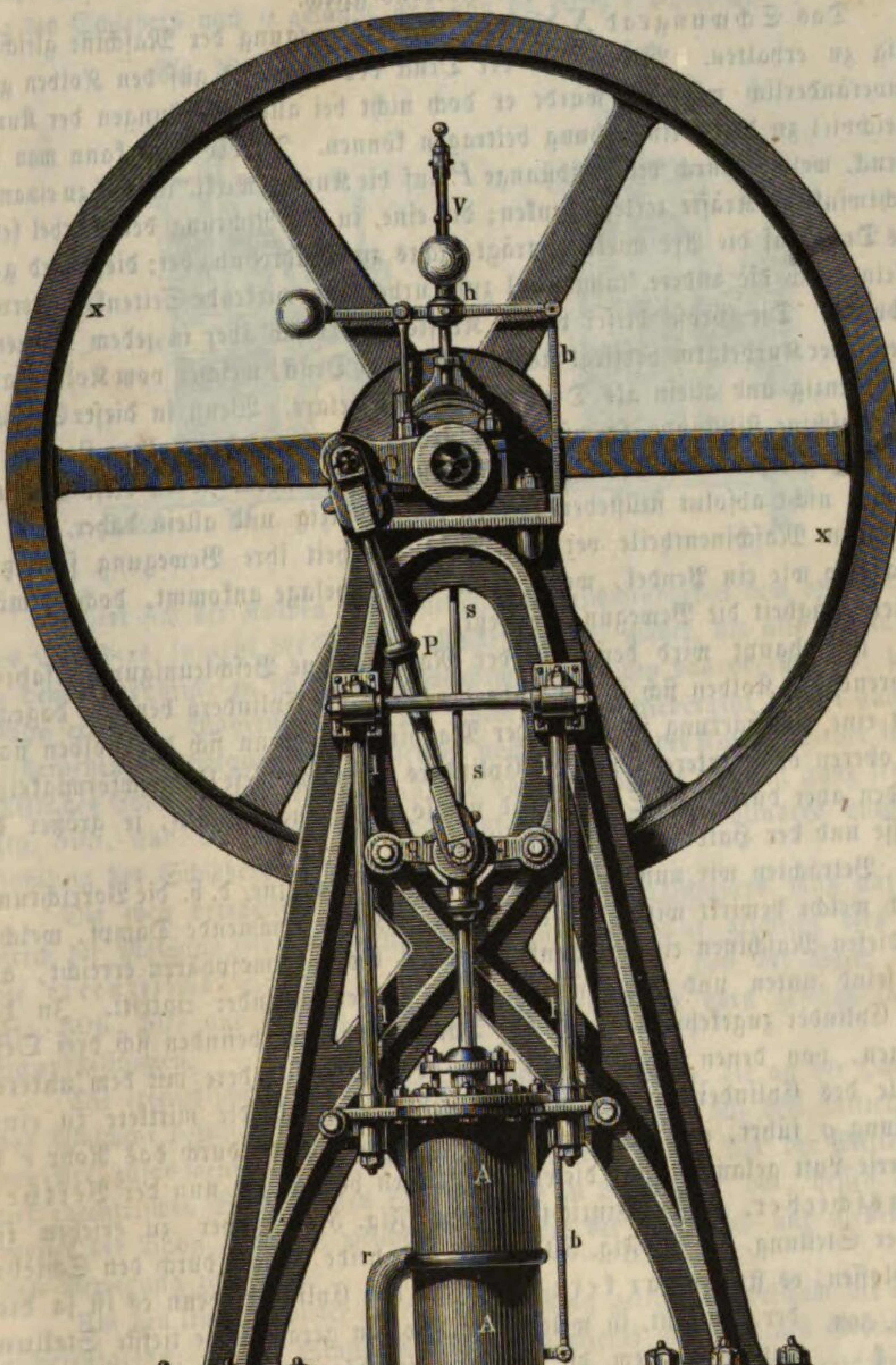


Fig. 502.



ders, die Dicke des Kolbens abgerechnet, gleich; die Länge des Kurbelarms ist demnach der halben Hubshöhe des Kolbens gleich.

Das Schwungrad X dient dazu, die Bewegung der Maschine gleichförmig zu erhalten. Wenn auch der Druck des Dampfes auf den Kolben ganz unveränderlich wäre, so würde er doch nicht bei allen Stellungen der Kurbel gleichviel zu deren Umdrehung beitragen können. In der That kann man den Druck, welcher durch die Treibstange P auf die Kurbel wirkt, in zwei zu einander rechtwinklige Kräfte zerlegt denken; die eine, in der Richtung der Kurbel selbst als Druck auf die Axe wirkend, trägt nichts zur Umdrehung bei; diese wird ganz allein durch die andere, tangential zur Kurbelbahn wirkende Seitenkraft hervorgebracht. Die Größe dieser beiden Kräfte ändert sich aber in jedem Momente. Wenn der Kurbelarm vertical steht, wirkt jeder Druck, welcher vom Kolben ausgeht, einzig und allein als Druck auf die Kurbelaxe. Wenn in dieser Stellung die Maschine stillstände, so würde der größte Druck auf den Kolben sie nicht in Bewegung setzen können; daß also die Maschine, indem sie in diese Stellung kommt, nicht absolut stillstehen bleibt, rührt einzig und allein daher, daß die einzelnen Maschinentheile vermöge ihrer Trägheit ihre Bewegung fortsetzen, gerade so wie ein Pendel, wenn es in der Ruhelage ankommt, doch vermöge seiner Trägheit die Bewegung fortsetzt.

Ueberhaupt wird der Lauf der Maschine eine Beschleunigung erfahren, während der Kolben sich in der Nähe der Mitte des Cylinders bewegt: dagegen tritt eine Verzögerung im Laufe der Maschine ein, wenn sich der Kolben nahe am oberen oder unteren Ende des Cylinders befindet; diese Ungleichförmigkeiten werden aber durch das Schwungrad um so mehr ausgeglichen, je größer die Masse und der Halbmesser desselben ist.

Betrachten wir nun die Steuerung der Maschine, d. h. die Vorrichtung, durch welche bewirkt wird, daß der aus dem Kessel kommende Dampf, welcher bei diesen Maschinen eine Spannkraft von 4 bis 6 Atmosphären erreicht, abwechselnd unten und dann wieder oben in den Cylinder eintritt. In der dem Cylinder zugekehrten Wand des Dampfraumes K befinden sich drei Oeffnungen, von denen die eine mit dem oberen, die andere mit dem unteren Theile des Cylinders in Verbindung steht, während die mittlere zu einer Höhlung g führt, aus welcher der verbrauchte Dampf durch das Rohr r in die freie Luft gelangt. Vor diesen Oeffnungen bewegt sich nun der Vertheilungsschieber, dessen Einrichtung aus Fig. 503 näher zu ersehen ist. In der Stellung, wie sie Fig. 501 zeigt, sind beide Canäle durch den Schieber verschlossen, es strömt gar kein Dampf in den Cylinder, denn es ist ja dies

Fig. 503.



der Moment, in welchem der Kolben gerade seine tiefste Stellung hat, in welchem die Maschine im sogenannten todten Punkte angelangt ist. In dem Maße aber, als der Cylinder steigt, wird auch der Schieber gehoben; er erreicht seine höchste Stellung, wenn der Kolben gerade die Mitte des Cylinders erreicht, also seine größte Geschwindigkeit hat. In diesem Momente ist die untere Oeffnung ganz frei, Fig. 504, so daß der Dampf mit voller Kraft in

den unteren Theil des Cylinders einströmen kann, während der verbrauchte Dampf aus dem oberen Theil des Cylinders durch den Canal *e* und die Höhlung des Schiebers nach *g* gelangt und von da durch *r* entweicht.

Fig. 504.

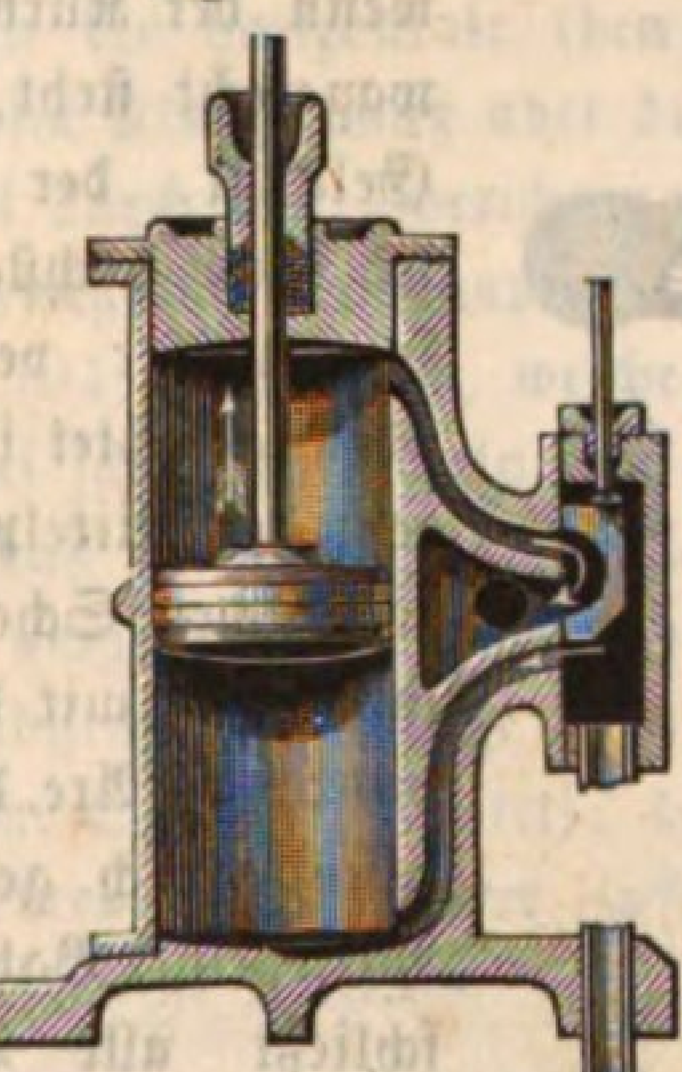
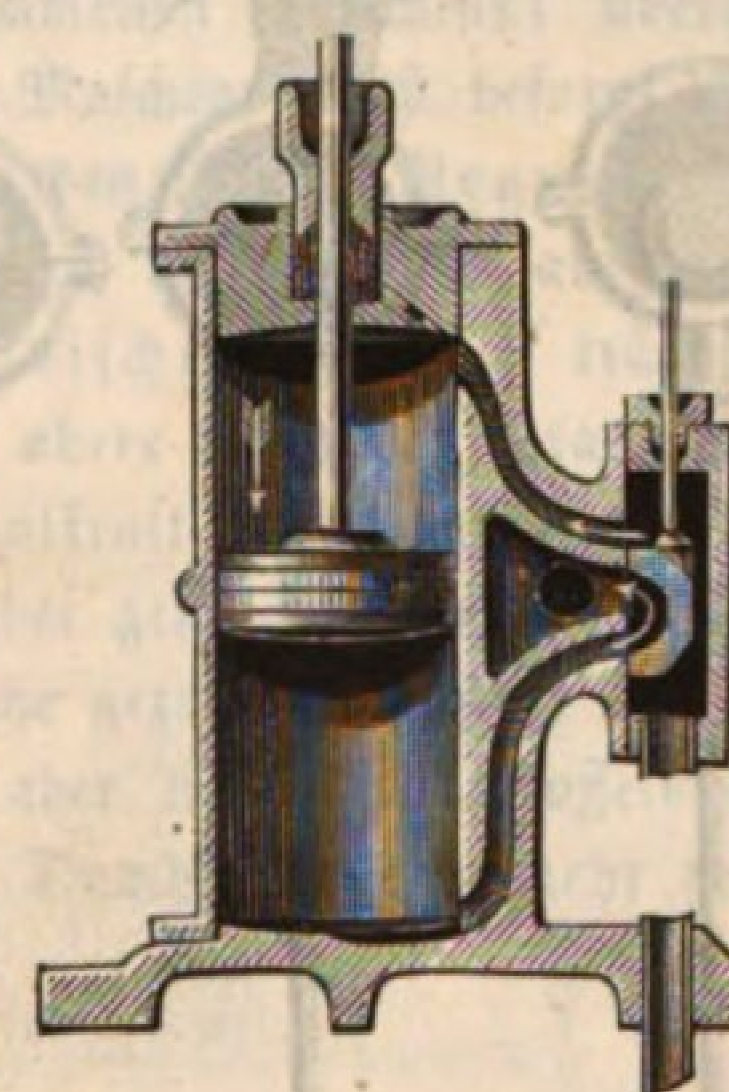


Fig. 505.



Nähert sich der Kolben mit abnehmender Geschwindigkeit dem oberen Ende des Cylinders, so geht der Schieber allmälig wieder nieder, um alle Oeffnungen in dem Augenblicke zu schließen, in welchem der Kolben das oberste Ende seiner Bahn erreicht. Während darauf der Kolben wieder niedergeht, fährt auch die niedergehende Bewegung des Schiebers noch fort, bis der Kolben wieder in der Mitte des Cylinders angekommen ist, wo dann die obere Oeffnung ganz frei ist, Fig. 505, und der Dampf aus der unteren Hälfte des Cylinders durch die Höhlung des Schiebers entweicht.

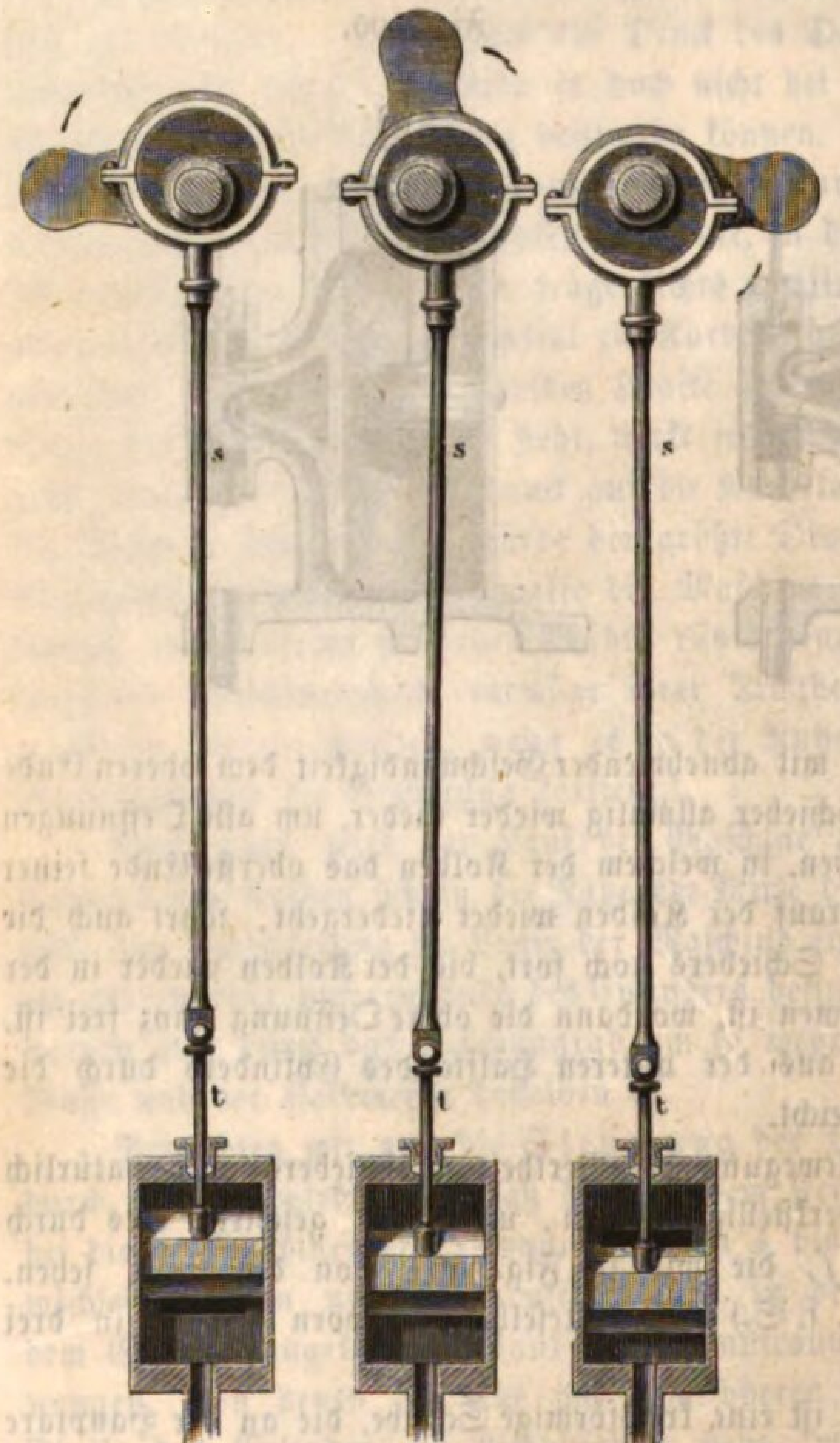
Die eben betrachtete Bewegung des Vertheilungsschiebers muß natürlich durch die Maschine selbst bewerkstelligt werden, und zwar geschieht dies durch die excentrische Scheibe *f*, die wir in Fig. 501 von der Seite sehen. Fig. 506, 507 und 508 (a. f. S.) zeigen dieselbe von vorn gesehen in drei Hauptstellungen.

Die excentrische Scheibe ist eine kreisförmige Scheibe, die an der Hauptaxe der Maschine befestigt ist, deren Mittelpunkt aber nicht mit dem Mittelpunkte der Axe zusammenfällt, so daß bei jeder Umdrehung der Axe der Mittelpunkt der excentrischen Scheibe einen kleinen Kreis zu beschreiben hat, dessen Durchmesser der Bahn gleich ist, welche der Schieber bei seiner auf- und niedergehenden Bewegung zurücklegt.

Um den Umfang dieser Scheibe ist ein Ring gelegt, an welchem die Stange *s* befestigt ist; an der Stange *s* hängt nun wieder mittelst eines Gelenkes die Schieberstange *t*, und so ist klar, daß der Schieber aufwärts gezogen wird, während der Mittelpunkt der excentrischen Scheibe durch die Umdrehung der Axe aus seiner tiefsten in seine höchste Stellung gelangt, daß umgekehrt der Schieber niedergedrückt wird, während der Mittelpunkt der excentrischen Scheibe auf der anderen Hälfte seiner Bahn niedergeht.

Da der Dampf unten voll einströmen muß, wenn der Kolben in aufgehender Bewegung die Mitte des Cylinders passirt, so muß der Mittelpunkt der excentrischen Scheibe seinen höchsten Stand einnehmen, wenn der Kurbelarm eben wagerecht steht, Fig. 506. Gelangt der Kurbelarm in seine höchste Stellung, so daß er vertical nach oben gerichtet ist, so steht jetzt der Mittelpunkt der excentrischen Scheibe in gleicher Höhe mit dem Mittelpunkte der Axe, der Schieber befindet sich gerade in der Mitte seiner Bahn und verschließt alle Oeffnungen, Fig. 507. Wenn der Kolben, nach unten gehend, die Mitte des Cylinders passirt, so steht die Kurbel wieder wagerecht und die excentrische Scheibe nimmt ihre tiefste Stellung ein, damit der Dampf frei durch die obere Oeffnung einströmen könne, Fig. 508.

Fig. 506. Fig. 507. Fig. 508.



Um die Maschine im Gange zu halten, muß im Kessel fortwährend Wasser verdampft werden; es ist also klar, daß in gleichem Maße dem Kessel wieder frisches Wasser zugeführt werden muß, wenn der Gang der Maschine keine Störungen erleiden soll. Dies geschieht nun durch die Druckpumpe *o*, Fig. 501, deren Kolben durch die excentrische Scheibe *g* bewegt wird. Die innere Einrichtung einer solchen Druckpumpe *o* haben wir bereits oben S. 99 kennen gelernt.

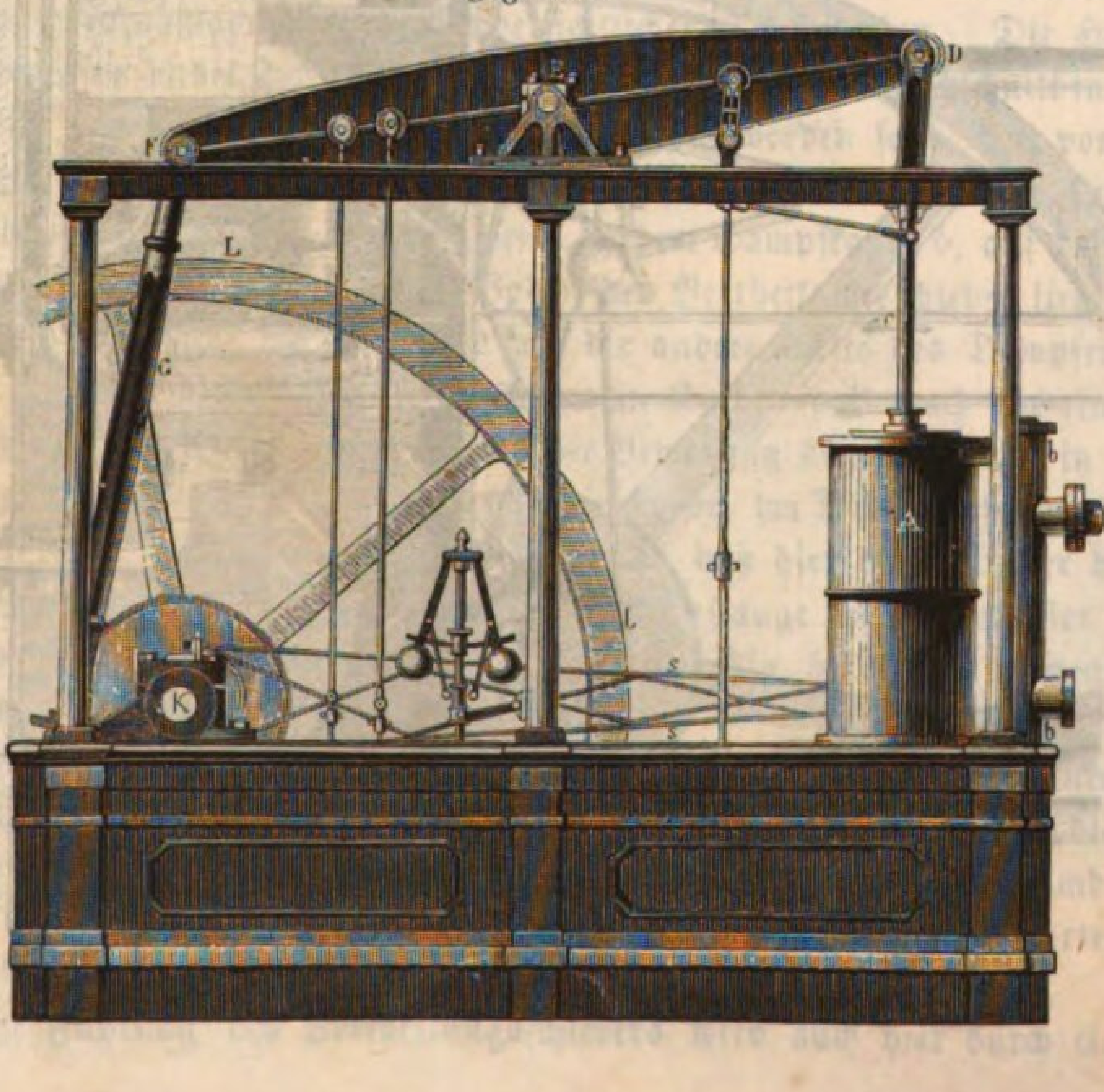
Wenn die zu verrichtende Arbeit, der zu überwindende Widerstand im Allgemeinen ab- oder zunimmt, so ist die Folge davon, daß der Gang der Maschine schneller oder langsamer wird. Momentane kurz dauernde Störungen der Art werden schon durch das Schwungrad ausgeglichen; eine allgemeine Verminderung des Widerstandes und der Last aber würde bei unverändertem Zuflusse des Dampfes eine immer zunehmende Beschleunigung des Ganges der Maschine zur

Folge haben. Damit nun die Geschwindigkeit nicht über eine gewisse Gränze wachsen kann, muß im Dampfzuflußrohre eine Klappe angebracht sein, durch deren Drehung dem Dampfe der Weg mehr oder weniger versperrt wird, je nachdem die Klappe mehr und mehr aus der verticalen Lage (der vollkommenen Oeffnung) in die horizontale (den vollkommenen Verschluß) übergeht. Die Drehung dieser Klappe muß aber durch die Maschine selbst besorgt werden, und dies geschieht durch eine Vorrichtung, welche den Namen Regulator führt.

Die Bewegung der Hauptaxe wird durch Winkelräder auf eine verticale Axe *a*, Fig. 501, übertragen, welche das conische Pendel *V* trägt; es besteht dies aus zwei schweren Kugeln, die an das obere Ende der Stange *a* so angehängt sind, daß sie vermöge ihrer Centrifugalkraft auseinanderfahren, wenn die Axe *a* rasch umgedreht wird; sobald dies aber geschieht, wird die Hülse *h* gehoben und dadurch die Stange *b* in die Höhe gezogen (in Fig. 501 ist dieselbe nur durch eine Linie angedeutet), dadurch aber wird das Drosselventil *n* um seine Axe gedreht und also der Zufluß des Dampfes um so mehr gehemmt, je rascher die Maschine läuft.

Niederdruckmaschinen. Bei den eben besprochenen Maschinen ist die eine Seite des Cylinders mit der atmosphärischen Luft in Verbindung, so daß auf der einen Seite des Kolbens der Druck der Atmosphäre lastet, während auf der anderen Seite der Druck des Dampfes wirkt; es ist klar, daß hier der Dampfdruck ein bedeutender sein muß, da ja ein Theil desselben noch zur Ueberwindung des Luftdrucks verwandt wird und nur der Rest der Bewegung zu 255

Fig. 509.



gut kommt. Solche Maschinen heißen **Hochdruckmaschinen**, weil in ihnen Dampf von hoher Spannung in Anwendung kommt.

Soll nun aber die Maschine schon durch Dampf von geringer Spannkraft (von niederem Druck) getrieben werden, so muß man auf der anderen Seite des Kolbens nicht die atmosphärische Luft drücken lassen, sondern einen verdünnten Raum erzeugen, was dadurch geschieht, daß man die verbrauchten Dämpfe nicht in die freie Luft ausströmen läßt, sondern daß man sie zu einem Behälter hin-

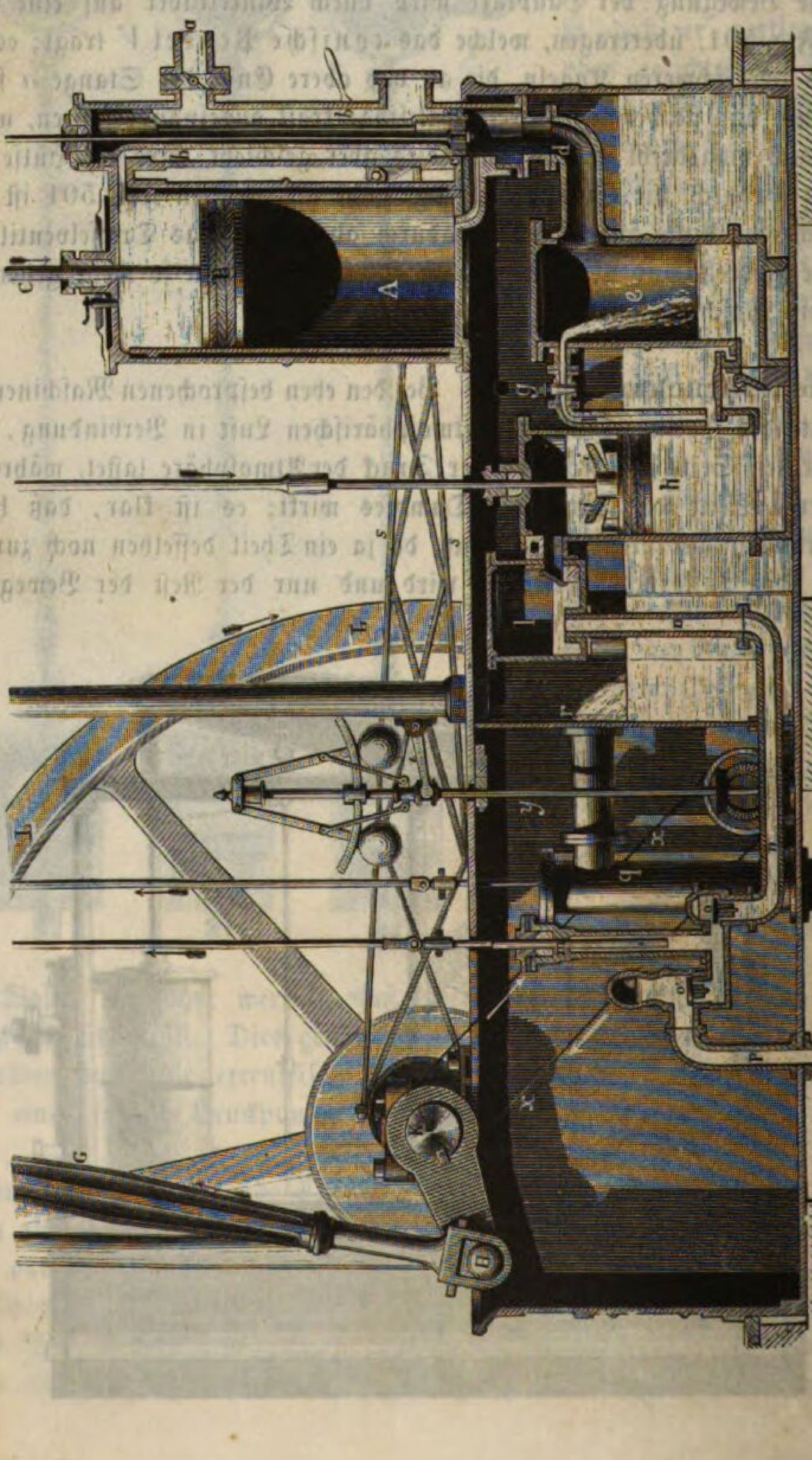


Fig. 510.

leitet, in welchem sie durch Einspritzen von kaltem Wasser verdichtet werden. Dieser Verdichtungsraum heißt der **Condensator**, und Dampfmaschinen, welche, mit einem Condensator versehen, durch Dämpfe von geringer Spannkraft getrieben werden können, heißen **Niederdruckmaschinen**.

Watt's Maschinen waren Niederdruckmaschinen. Fig. 509 (a. S. 471) stellt eine Totalansicht, Fig. 510 stellt den Durchschnitt des unteren Theils der Maschine dar. Der Vertheilungsschieber hat hier eine etwas andere Einrichtung als der früher betrachtete. Der verbrauchte Dampf strömt durch den Canal d nach dem Condensator e, in welchem die Verdichtung der Dämpfe durch fortwährend eingespritztes Wasser bewirkt wird. Das durch Einspritzen und durch Verdichtung der Dämpfe im Condensator sich sammelnde Wasser wird durch eine besondere Pumpe h fortgeschafft, welche die **Condensatorpumpe** oder auch die **Luftpumpe** heißt, weil sie außer dem Wasser auch die Luft fortschafft, welche sich im Kessel beim Kochen des Wassers entbindet und mit den Dämpfen durch die Maschine geht.

Bei der Watt'schen Maschine wird die Bewegung der Kolbenstange zunächst auf einen zweiarmigen Hebel, den **Balancier** DF, Fig. 509, übertragen, an dessen anderem Ende die Pleuelstange G befestigt ist, welche die Umdrehung der Kurbel bewirkt.

Auch hier geschieht die Führung des Schiebers durch eine excentrische Scheibe, und der Regulator dieser Maschine wirkt ganz in ähnlicher Weise, wie bei der Hochdruckmaschine.

Die Locomotive. Fig. 511 (a. f. S.) zeigt die Ansicht einer Locomotive von 256
eben so zweckmäßiger als auch übersichtlicher Construction. Die Hauptmasse der Locomotive bildet der cylindrische Dampfkessel, dessen Durchschnitt in Fig. 512 dargestellt ist und welcher später noch besprochen werden soll. Der vom Dampfkessel gelieferte Dampf gelangt durch ein Rohr, welches durch die kastenartige Verschalung a, Fig. 511, verdeckt wird, zu dem Dampfkasten b, auf dessen etwas gegen die Horizontale geneigtem Boden der Vertheilungsschieber liegt, welcher den Dampf bald auf die eine, bald auf die andere Seite des Dampfcylinders c führt. In diesem Cylinder wird dann ein Kolben bald nach der einen, bald nach der anderen Seite getrieben und die Bewegung desselben ganz in derselben Weise auf eine Kurbel übergetragen, wie wir sie bei der Dampfmaschine, Fig. 502, kennen lernten, mit dem einzigen Unterschiede, daß hier der Cylinder horizontal liegt, daß sich der Kolben sammt der Kolbenstange in horizontaler Richtung hin und her bewegt, während bei der Maschine, Fig. 502, diese Bewegungen in verticaler Richtung vor sich gingen.

Man wird ohne Schwierigkeit in Fig. 511 die durch den linken Deckel des Cylinders c austretende Kolbenstange, die Pleuelstange und die Kurbel auffinden können. Die Axe dieser Kurbel bildet nun zugleich die Umdrehungsaxe der siebenfüßigen Treibräder, deren Umdrehung eben das Fortrollen der ganzen Locomotive bewirkt.

Die Führung des Vertheilungsschiebers wird auch hier durch eine excen-

trische Scheibe besorgt. Unsere Figur zeigt deren zwei, dicht hinter einander liegende, welche in ihrem Gange um 180° verschieden sind, so daß sie gleichzeitig in den entgegengesetzten extremen Stellungen ankommen. Die Stange der vorderen excentrischen Scheibe ist an dem oberen, die Stange der hinteren excentrischen Scheibe ist an dem unteren Ende des eisernen Bügels *df* befestigt, welcher um seinen festen Mittelpunkt *g* in verticaler Ebene drehbar ist. Dieser Bügel wird demnach während des Ganges der Maschine in der Weise hin- und

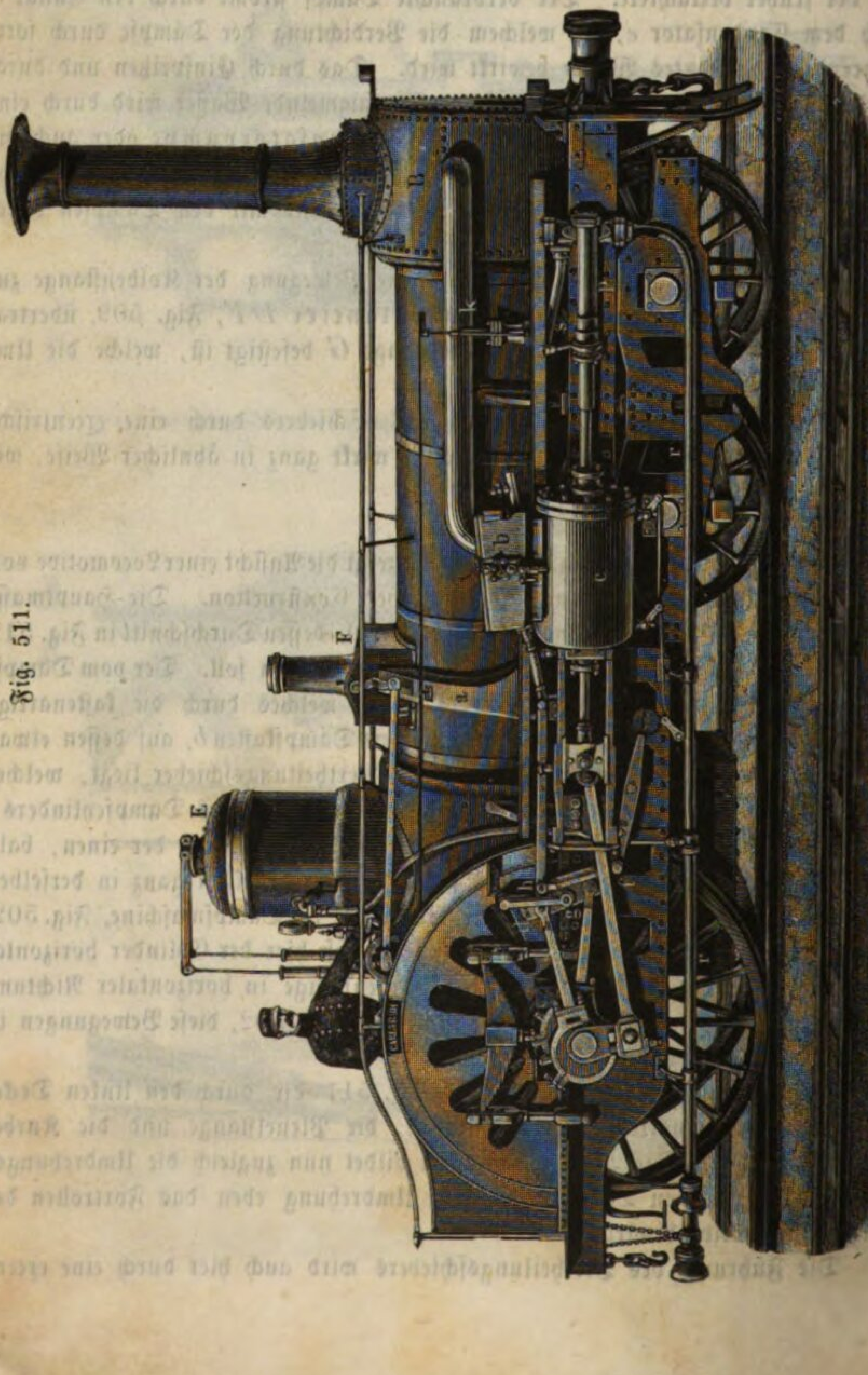


Fig. 511.

hergezogen, daß *d* seine äußerste Stellung links hat, wenn *f* am weitesten nach rechts steht (wie es eben unsere Figur zeigt), während nach einer halben Umdrehung der Kurbelaxe umgekehrt *d* in die äußerste Stellung rechts, *f* in die äußerste Stellung links kommt.

In diesen Bügel greift nun die Stange *hi* ein, an deren anderem Ende die Schieberstange befestigt ist. Bei der Stellung, welche unsere Figur zeigt, hat *d*, also auch die Stange *hi* und der Schieber, die äußerste Stellung links, der Dampf tritt also auf der rechten Seite in den Cylinder ein und der Kolben wird nach der linken getrieben, so daß sich also die Kurbel sammt dem Treibrade in der Richtung drehen muß, wie die Zeiger einer Uhr, was zur Folge hat, daß die Maschine vorwärts läuft.

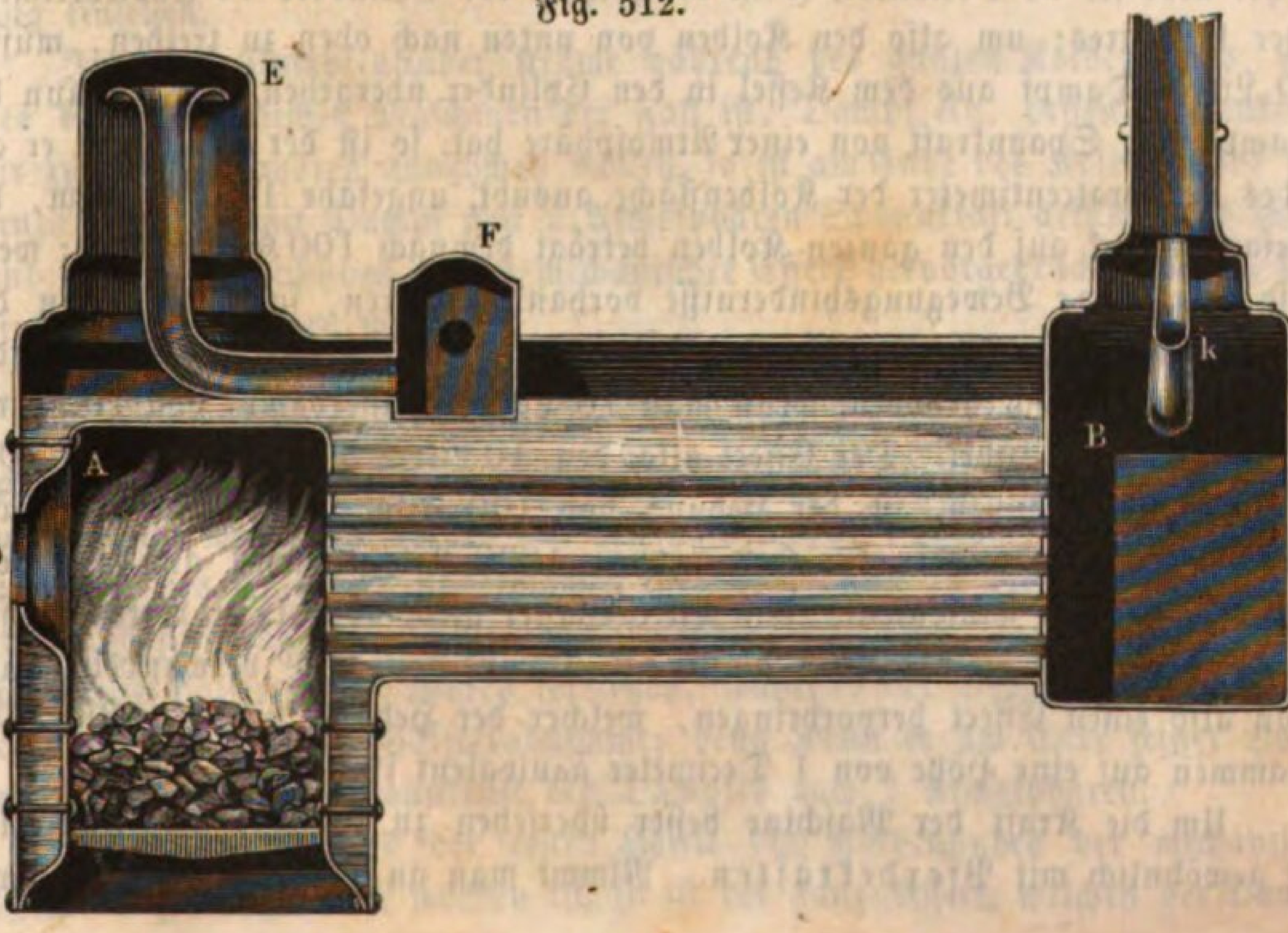
Um rückwärts zu fahren, wird das eine Ende *h* der Stange *hi* mittelst einer besonderen Hebelvorrichtung niedergedrückt, so daß *h* an das untere Ende des Bügels *df* kommt; dadurch wird die Führung des Schiebers der hinteren excentrischen Scheibe übertragen, welcher die entgegengesetzte Umdrehung der Kurbel entspricht.

Der verbrauchte Dampf entweicht durch das Rohr *k* in den Schornstein.

An dem in dem Dampfcylinder *c* sich hin und her bewegenden Kolben ist auf der rechten Seite gleichfalls eine Kolbenstange befestigt, welche durch eine Stopfbüchse aus dem Cylinder austritt und an welcher unmittelbar ein etwas dickerer messingener Cylinder angesetzt ist, welcher als Kolben der Druckpumpe *p* arbeitet. Diese Druckpumpe saugt das Wasser durch das Rohr *r* aus dem Tender und preßt es durch das kurze Rohr *s* in den Kessel hinein, wodurch dann das durch die fortwährende Dampfbildung consumirte Wasser wieder ersetzt wird.

Fig. 512 zeigt einen Längendurchschnitt des Locomotivkessels. Aus dem von allen Seiten mit Wasser umgebenen Feuerraum *A*, in welchen das Brenn-

Fig. 512.



material durch die mit einer Thür verschließbare Oeffnung D geworfen wird, führt eine große Anzahl kupferner Röhren die erhitzte Luft durch die ganze Länge des Kessels hindurch in die Rauchkammer B, aus welcher sie dann in den Schornstein entweicht.

Die auf beiden Seiten der Rauchkammer B eintretenden Röhren k vereinigen sich in der Mitte zu einer gemeinschaftlichen Mündung, aus welcher der verbrauchte Dampf mit solcher Gewalt in den Schornstein einströmt, daß dadurch ein Theil der Luft aus der Rauchkammer B mitgerissen wird, was ein lebhaftes Nachströmen der erhitzten Luft von A her durch die Röhren zur Folge hat und wodurch die lebhafte Verbrennung im Feuerraume eben so erhalten wird, als ob ein ungleich höherer Schornstein auf die Rauchkammer aufgesetzt wäre.

Der in dem Kessel gebildete Dampf sammelt sich nun vorzugsweise in der Kuppel E, von wo er durch ein weites Rohr in das Kästchen F geführt wird. Von F führt dann auf jeder Seite ein Rohr den Dampf weiter zur Maschine. Die Mündung dieser Röhre ist durch einen Schieber verschließbar, welchen der Führer mittelst des Hebels tu, Fig. 511, vor- und zurückschieben kann, wodurch dann überhaupt der Dampf zur Maschine zugelassen, oder, wenn die Maschine stillstehen soll, wieder abgesperrt wird.

257 **Berechnung des Effects der Dampfmaschinen.** Der Effect, welchen eine Dampfmaschine hervorzubringen im Stande ist, die Kraft der Maschine, hängt von der Wassermenge ab, die in einer gegebenen Zeit im Kessel in Dampf verwandelt wird; untersuchen wir deshalb, welche Wirkung 1 Litre Wasser in Dampfform hervorzubringen im Stande ist. Nehmen wir an, die Kolbenfläche betrage 1 Quadratdecimeter, die Höhe des Cylinders (die Hubshöhe) aber sei 10 Decimeter, so ist der Inhalt des Cylinders 10 Cubikdecimeter oder 10 Litres; um also den Kolben von unten nach oben zu treiben, müssen 10 Litres Dampf aus dem Kessel in den Cylinder übergehen. Wenn nun der Dampf eine Spannkraft von einer Atmosphäre hat, so ist der Druck, den er auf jedes Quadratcentimeter der Kolbenfläche ausübt, ungefähr 1 Kilogramm, der Gesammtdruck auf den ganzen Kolben beträgt demnach 100 Kilogramme; wenn also gar keine Bewegungshindernisse vorhanden wären, so könnte man den Kolben mit 100 Kilogrammen belasten, und diese 100 Kilogramme würden 10 Decimeter hoch gehoben, wenn man 10 Litres Wasserdampf von 100 Grad in den Cylinder führt. Der Effect also, den 10 Litres Wasserdampf von 100° hervorbringen können, ist der Hebung von 100 Kilogrammen auf eine Höhe von 10 Decimetern oder der Hebung von 1000 Kilogrammen auf eine Höhe von 1 Decimeter äquivalent. Ein Litre Wasser giebt aber 1700 Litres Wasserdampf von 100°, mit 1 Litre Wasser, in Dampf von 100° verwandelt, kann man also einen Effect hervorbringen, welcher der Hebung von 170000 Kilogrammen auf eine Höhe von 1 Decimeter äquivalent ist.

Um die Kraft der Maschine besser übersehen zu können, vergleicht man sie gewöhnlich mit *Pferdekräften*. Nimmt man an, daß ein Pferd in einer

Secunde eine Last von 750 Kilogrammen 1 Decimeter hoch heben könne (in der That ergiebt sich aus den besten Beobachtungen über die Arbeit der Pferde, daß sie bei zweckmäßigster Verwendung ihrer Kräfte, bei andauernder Arbeit einen Effect hervorbringen, welcher dem erwähnten äquivalent ist), so würde man sagen, daß eine Maschine, in welcher in jeder Secunde so viel Dampf erzeugt wird, als nöthig ist, um 750 Kilogramme 1 Decimeter (oder 500 Pfund 1 Fuß) hoch zu heben, eine Dampfmaschine von 1 Pferdekraft sei.

Nun kann aber der Wasserdampf, welcher aus 1 Litre Wasser erhalten wird, 170000 Kilogramme 1 Decimeter hoch heben; wenn also im Kessel 1 Litre Wasser in $\frac{170000}{750}$, also in 226 Secunden verdampft wird, so ist der Totaleffect, den dieser Dampf in der Maschine hervorbringen kann, einer Pferdekraft gleich. Eine solche Maschine verzehrt also in einer Stunde ungefähr 15 Litres Wasser.

Nicht alle mechanische Kraft des Dampfes kann aber als Nutzeffect angeschlagen werden. Sehr viel geht verloren, weil der Kolben nicht gegen einen absolut leeren Raum drückt, weil die Reibung des Kolbens überwunden werden muß, weil mehrere Pumpen in Bewegung gesetzt werden müssen u. s. w. Alle diese Widerstände verringern den Nutzeffect der Maschine fast auf die Hälfte des oben berechneten.

Einen großen Vortheil hat man bei den Hochdruckmaschinen durch Anwendung der Expansion des Dampfes im Cylinder erlangt, welche dadurch hervorgebracht wird, daß der Dampfzufluß abgesperrt wird, wenn der Kolben erst einen Theil seines Weges, etwa $^1/_2$, $^2/_3$ u. s. w., zurückgelegt hat. Daß durch Anwendung des Expansionsprincipes bei gleichem Dampfverbrauche ein größerer Effect hervorgebracht wird, läßt sich durch folgende einfache Betrachtung einsehen.

In einen Dampfcylinder ströme während des ganzen Kolbenhubes, wie dies bei gewöhnlichen Maschinen der Fall ist, Dampf ein, dessen Spannkraft wir zu 2 Atmosphären annehmen wollen, so ist am Ende des Kolbenhubes der ganze Cylinder mit Dampf von 2 Atmosphären Spannkraft gefüllt, und während dieses Kolbenhubes ist ein mechanischer Effect hervorgebracht worden, den wir mit E bezeichnen wollen.

Ließe man nun in denselben Cylinder Dampf von doppelter, also von 4 Atmosphären Spannkraft eintreten, so würde der Druck gegen den Kolben doppelt so groß sein, und der mechanische Effect E würde schon hervorgebracht worden sein, wenn der Kolben erst den halben Hub vollendet hat, wenn er in der Mitte des Cylinders angekommen ist. Wird nun in diesem Momente der fernere Zufluß des Dampfes in den Cylinder abgesperrt, so wird der Kolben die übrige Hälfte seines Weges fortsetzen, während der Druck, der ihn treibt, nach und nach bis zur Hälfte abnimmt; denn wenn er am Ende seiner Bahn ankommt, so ist die Spannkraft des Dampfes noch 2 Atmosphären.

Da schon während der ersten Hälfte des Kolbenhubes der mechanische Effect E hervorgebracht worden ist, so ist der ganze Effect, welchen der Dampf

während der zweiten Hälfte des Kolbenhubes hervorbringt, während er sich also so ausdehnt, daß seine Spannkraft von 4 Atmosphären bis zu 2 Atmosphären abnimmt, als Gewinn zu betrachten; denn die Quantität des Dampfes, welche am Ende des Kolbenhubes den Cylinder erfüllt, ist gerade eben so groß, als ob während des ganzen Kolbenhubes Dampf von 2 Atmosphären Spannkraft eingeströmt wäre.

Die verschiedenen Vorrichtungen, durch welche eine rechtzeitige Absperrung des Dampfes in den Expansionsmaschinen bewirkt wird, können wir hier nicht näher betrachten.

258 **Abhängigkeit des Siedepunktes vom Drucke.** Die Verwandlung der Flüssigkeiten in gasförmige Körper nennt man im Allgemeinen Verdampfung. Die Flüssigkeiten verdampfen entweder durch das Kochen, wenn sich durch die ganze Masse der Flüssigkeit Dämpfe bilden, oder durch Verdunsten, wenn die Dampfbildung bloß an der Oberfläche vor sich geht.

Wenn man das Kochen einer Flüssigkeit beobachtet, sieht man in der Regel nur eine mehr oder minder heftige Bewegung aller Theilchen; wenn man aber die Flüssigkeit in einem gläsernen Gefäße kochen läßt, so sieht man die Dampfblasen, welche sich an den wärmeren Gefäßwänden bilden und in die Höhe steigen. Anfangs klein, nehmen sie an Volumen zu, je mehr sie steigen. An den heißesten Stellen der Wand folgen die Blasen am schnellsten auf einander. Damit sich die Blasen in der Flüssigkeit bilden können, welche doch von allen Seiten einen Druck auf sie ausübt, muß der Dampf, welcher die Blasen ausfüllt, offenbar eine Spannkraft haben, welche dem Drucke der Umgebung das Gleichgewicht hält. Die erste Bedingung des Kochens ist also, daß die Temperatur so hoch ist, daß die Spannkraft der Dämpfe den von allen Seiten auf die zu bildenden Dampfblasen wirkenden Druck aushalten kann. Eine zweite Bedingung ist die, daß genug Wärme vorhanden sei, welche bei der Dampfbildung als latente Wärme absorbirt wird.

Aus der ersten Bedingung folgt, daß der Siedepunkt einer Flüssigkeit mit dem auf ihr lastenden Drucke sich ändert, aus der zweiten aber, daß die Schnelligkeit des Kochens von der Wärmemenge abhängt, welche in einer gegebenen Zeit durch die Gefäßwände hindurch der Flüssigkeit zugeführt wird.

Am Spiegel des Meeres und unter dem mittleren Drucke von 760 Millimetern kocht das reine Wasser bei 100°; auf dem Gipfel des Montblanc, in einer Höhe von 4775 Metern, wo der Druck der Atmosphäre nur noch 417 Millimeter beträgt, kocht das Wasser schon bei einer Temperatur, bei welcher die Spannkraft des Wasserdampfes 417 Millimeter beträgt, d. h. ungefähr bei 84°. In noch größerer Höhe würde das Wasser bei noch niedrigerer Temperatur sieden. Wenn man die Tafel für die Spannkraft der Dämpfe einer Flüssigkeit hat, so kann man leicht die Temperatur des Siedepunktes bei gegebenem Drucke finden; denn es ist derjenige Temperaturgrad, für welchen die Spannkraft des gesättigten Dampfes jenem Drucke gleich ist.

Bei einem Drucke von 30 Millimetern ist die Siedetemperatur des Was-

sers 30°, weil bei dieser Temperatur die Spannkraft des gesättigten Wasserdampfes 30 Millimeter ist. Unter einem Drucke von 10 Millimetern siedet das Wasser bei 11°, unter einem Drucke von 5 Millimetern bei 0°.

Die Wahrheit dieser Folgerungen läßt sich leicht durch den Versuch nachweisen. Man bringt warmes Wasser in einem Glasgefäße unter den Recipienten der Luftpumpe. Nach einigen Kolbenzügen nun beginnt das Kochen mit Heftigkeit gerade so, als ob das Wasser an freier Luft über einem lebhaften Feuer stände. Dieses Sieden hört aber bald auf, weil der Dampf den Recipienten erfüllt und selbst auf die Flüssigkeit drückt; ein neuer Kolbenzug aber nimmt diesen Dampf wieder weg und macht, daß das Kochen von Neuem beginnt. Mit unseren Luftpumpen ist es nicht möglich, das Wasser bei 0° ins Sieden zu bringen, weil man keine Verdünnung von 2 Millimetern hervorbringen kann, indem sich beständig Dampf an der Oberfläche des Wassers bildet.

An dem Fig. 513 abgebildeten Apparate beobachtet man eine noch auffallendere hierher gehörige Erscheinung. Ein Ballon a mit langem Halse wird über die Hälfte mit Wasser gefüllt; wenn durch Kochen desselben alle Luft ausgetrieben ist, schmilzt man die Spitze der Röhre zu und kehrt den Ballon um, wie Fig. 513 zeigt. Wenn man ihn sich selbst überläßt, ist kein Sieden zu beobachten; wenn man aber kaltes Wasser auf den oberen Theil gießt, so beginnt es auf der Stelle mit großer Heftigkeit. Das kalte Wasser bringt das Wasser im Ballon ins Kochen, weil es den Dampf im oberen Theile des Ballons verdichtet und so den auf der Flüssigkeit lastenden Druck vermindert.

Fig. 513.



Die Variationen des Siedepunktes hat man durch directe Versuche an hochgelegenen Orten der Alpen, Pyrenäen und anderer Gebirge bestätigt.

Das kochende Wasser ist also nicht an allen Orten der Erde gleich warm, und folglich ist es auch nicht überall gleich tauglich zu häuslichen Zwecken, zur Bereitung der Speisen. In Quito z. B. kocht das Wasser schon bei 90°, und diese Temperatur ist zum Kochen mancher Substanzen zu niedrig, welche eine Temperatur von 100° erfordern.

Da der Barometerstand an einem und demselben Orte beständig schwankt, so folgt, daß sich auch der Siedepunkt beständig ändert.

Wenn man den Druck auf die Flüssigkeit vermehrt, so wird dadurch das Kochen verzögert, und die Temperatur steigt, wie wir dies bereits bei dem kleinen Dampfkessel auf Seite 462 gesehen haben. Die ersten derartigen Versuche machte Papin, ein in der Mitte des 17ten Jahrhunderts in Marburg

lebender Gelehrter, welcher mit dem nach ihm genannten Papinianischen Topfe oder Digestor, der im Wesentlichen nichts Anderes ist als ein kleiner mit einem Sicherheitsventile versehener Dampfkessel, nicht allein die große mechanische Kraft des Dampfes nachwies, sondern auch zeigte, daß man Fleisch, Knochen u. s. w. in einem solchen Topfe bei erhöhter Temperatur und vermehrtem Drucke weit vollständiger extrahiren kann als bei der gewöhnlichen Siedetemperatur.

Wenn man in einem Gefäße Wasser ins Kochen bringt, aus welchem der Dampf nur durch verhältnißmäßig kleine Oeffnungen abziehen kann, so beobachtet man eine Erhöhung des Siedepunktes. Durch eine kleine Oeffnung kann nämlich nur dann aller Dampf, welcher durch die in jedem Momente in die Flüssigkeit übergehende Wärme erzeugt wird, ausströmen, wenn durch die größere Spannkraft des Dampfes eine größere Ausströmungsgeschwindigkeit möglich geworden ist.

In einer flüssigen Masse wirkt auf die Theilchen im Inneren nicht allein der Druck, welcher auf der Oberfläche lastet, sondern auch noch das Gewicht einer Flüssigkeitssäule. Hätte man z. B. einen 32 Fuß tiefen mit Wasser gefüllten Kessel, so würde am Boden ein Druck von 2 Atmosphären stattfinden, und hier würden sich also erst bei einer Temperatur von 121,4° Dampfblasen bilden können. Da aber die Temperatur der flüssigen Schichten an der Oberfläche nicht über 100° steigen kann, so wird die Flüssigkeit vom Boden, ihres geringeren specifischen Gewichtes wegen, fortwährend aufsteigen. Weil der Druck mit dem Steigen abnimmt, bilden sich Dampfblasen, ihre Temperatur nimmt aber allmälig von 121° bis 100° ab. Die Dampfblasen, welche sich in der Tiefe bilden, nehmen an Größe um so mehr zu, je höher sie steigen, weil der Druck, welcher auf sie wirkt, immer geringer wird. Diese Erscheinungen beobachtete man selbst schon in kleinen Gefäßen, in welchen das Wasser nur einige Zoll tief ist. — Bevor das vollständige Kochen beginnt, bilden sich an dem Boden schon Dampfblasen, welche aber beim Aufsteigen sich plötzlich wieder verdichten, weil sie in Wasserschichten kommen, deren Temperatur noch zu niedrig ist. Daher rührt das eigenthümliche Geräusch, welches man einige Augenblicke vor dem vollständigen Kochen wahrnimmt. Wenn man den Versuch in einem Glaskolben anstellt, so beobachtet man, wie sich die Blasen am Boden bilden, wie sie steigen und alsbald verschwinden. Man sagt alsdann, das Wasser singt. Das Singen ist ein Zeichen des bald erfolgenden vollständigen Kochens.

Auch durch Substanzen, welche im Wasser aufgelöst sind, wird das Sieden verzögert; so siedet eine gesättigte Lösung von Kochsalz erst bei 108,4°, eine Lösung von Salpeter bei 116°; eine gesättigte Lösung von essigsaurem Kali erst bei 169°, von salpetersaurem Ammoniak erst bei 180°.

259 **Siedepunkte verschiedener Flüssigkeiten.** So wie der Schmelzpunkt nicht für alle Substanzen derselbe ist, so ist auch bei gleichem Drucke der Siedepunkt verschiedener Flüssigkeiten sehr ungleich. Um ihn zu bestim-

men, kann man sich eines nach der Art der Fig. 514 zusammengesetzten Apparates bedienen. Die folgende Tabelle enthält die Siedepunkte mehrerer Flüssigkeiten für einen Barometerstand von 760mm:

Fig. 514.



Cyangas	— 18° C.
Schweflige Säure . . .	— 10 »
Schwefeläther	+ 37,8 »
Schwefelkohlenstoff. . .	47,0 »
Alkohol	79,7 »
Wasser	100 »
Terpentinöl	157 »
Quecksilber	350 »

Verdunstung nennt man die Bildung von Dampf an der freien Oberfläche der Flüssigkeit, während, wie wir gesehen haben, das Kochen darin besteht, daß sich auch im Inneren der flüssigen Masse Dampf bildet. Das Wasser verdampft an der Oberfläche der Flüsse, Seen und Meere, es verdampft an der Oberfläche des feuchten Bodens, an den Pflanzen. Offenbar hat der sich so bildende Wasserdampf keine Spannkraft, welche stark genug ist, um den Druck der atmosphärischen Luft zu überwinden. Die alltäglichsten Beobachtungen zeigen uns, daß sich bei jeder Temperatur Wasserdampf bildet, und daß er sich auch bei der schwächsten Tension doch in den Lüften verbreitet. In einem lufterfüllten Raume kann sich gerade eben so viel Wasserdampf verbreiten, wie in einem gleichgroßen luftleeren Raume unter sonst gleichen Umständen. Der Wasserdampf, so schwach seine Spannkraft auch sein mag, mischt sich mit der Luft, wie sich zwei Gase mischen. Die einzige Bedingung also, welche erfüllt sein muß, damit eine Flüssigkeit verdunsten kann, ist die, daß die umgebenden Luftschichten nicht mit Dampf gesättigt sind; da ferner bei der Mischung zweier Gase die Moleküle des einen ein mechanisches Hinderniß für die Verbreitung des anderen bilden, so kommt es, daß bei der Verdunstung die Luft ein Hinderniß für die schnelle Verbreitung des Dampfes ist. In einer vollkommen ruhigen Atmosphäre geht deshalb die Verdunstung nur langsam vor sich, während bei bewegter Luft die Verdunstung weit rascher vor sich geht, indem die Flüssigkeit stets mit neuen Luftschichten in Berührung kommt, die noch nicht mit Dampf gesättigt sind. Daher kommt es, daß, wenn ein trockener Wind mit Lebhaftigkeit weht, das Wasser sehr rasch verdunstet. 260

Latente Wärme der Dämpfe. Wenn eine Flüssigkeit verdampft, so muß sie Wärme absorbiren; diese beim Verdampfen absorbirte Wärme ist für das Gefühl und für das Thermometer ebenso verschwunden wie die Wärme, welche beim Schmelzen gebunden wird. 261

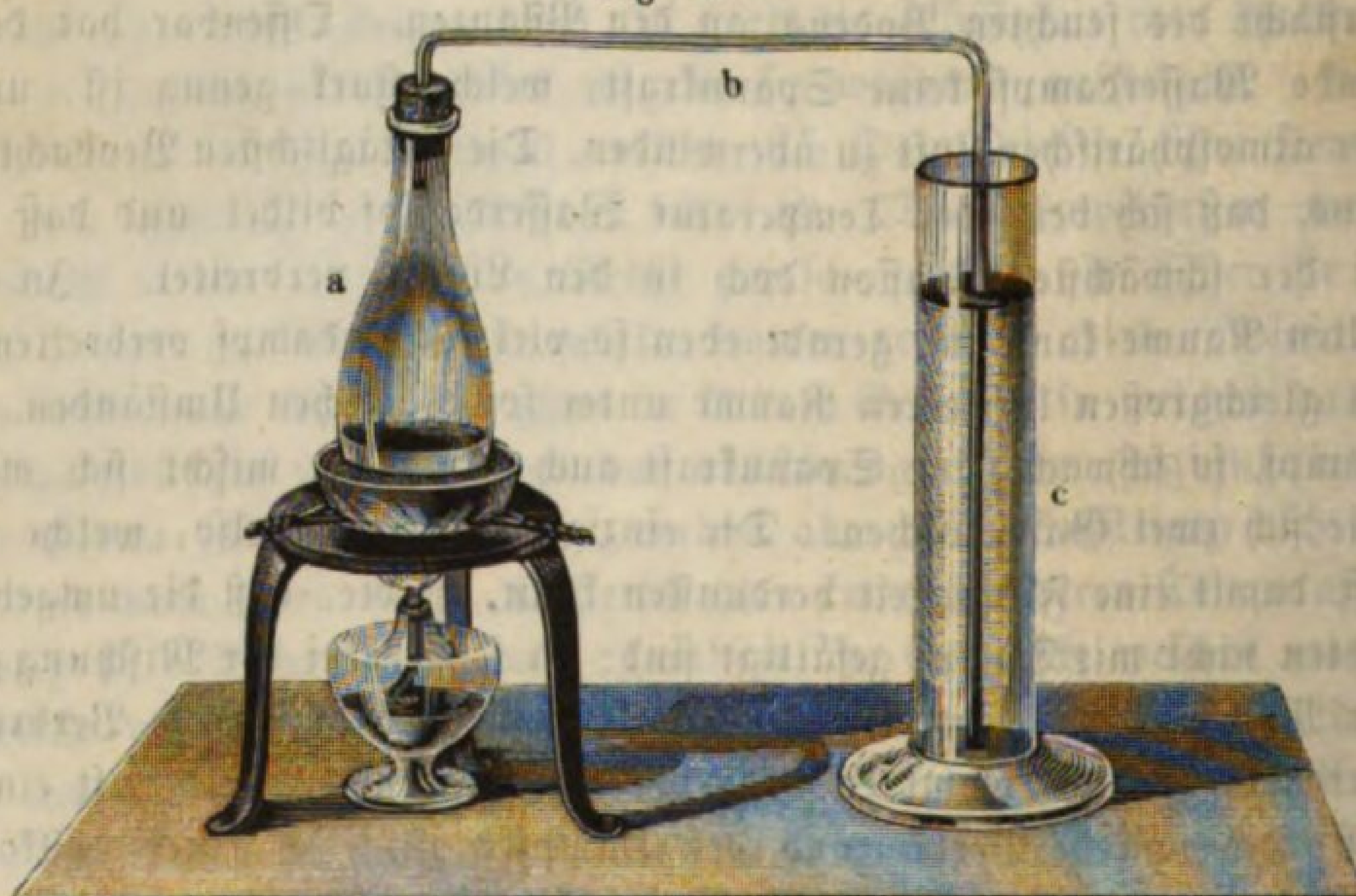
Daß bei der Dampfbildung Wärme gebunden wird, geht schon daraus hervor, daß die Temperatur einer Flüssigkeit während des Kochens unverändert bleibt. Die Temperatur des siedenden Wassers bleibt 100°, wie sehr wir auch das Feuer verstärken mögen; alle Wärme, welche man dem siedenden Wasser zuführt, dient nur dazu, das Wasser von 100° in Dampf von 100° zu verwandeln.

Das Binden von Wärme beim Verdampfen der Flüssigkeiten läßt sich leicht dem Gefühle merklich machen; man gieße nur einige Tropfen einer leicht verdampfenden Flüssigkeit, etwa Weingeist oder Schwefeläther, auf die Hand, so wird man ein Gefühl von Kälte haben, weil der Hand die zum Verdampfen der Flüssigkeit nöthige Wärme entzogen wird. Wenn man die Kugel eines Thermometers mit Baumwolle umwickelt und diese mit Schwefeläther beträpfelt, so sinkt das Thermometer um mehrere Grade.

Nachdem wir nun die Bindung der Wärme bei der Dampfbildung der Art nach kennen gelernt haben, kommt es darauf an, die latente Wärme der Dämpfe auch der Größe nach zu bestimmen, d. h. zu ermitteln, wieviel Wärme nöthig ist, um eine bestimmte Menge irgend einer Flüssigkeit in Dampf zu verwandeln.

In Fig. 515 stelle *a* einen Glaskolben vor, in welchem Wasser mit Hülfe einer Weingeistlampe kochend erhalten wird; wenn nun die sich bildenden

Fig. 515.



Dämpfe durch ein Glasrohr *b* in ein cylindrisches Gefäß *c* geleitet werden, welches mit kaltem Wasser gefüllt ist, so werden die Dämpfe hier verdichtet, die Wärme also, welche bei der Bildung der Dämpfe in *a* gebunden wurde, muß in *c* wieder frei werden, das kalte Wasser in *c* wird also allmälig erwärmt, und aus der hier hervorgebrachten Temperaturerhöhung kann man auf die Größe der latenten Wärme der Dämpfe schließen.

Nehmen wir an, das Kochen im Gefäße *a* habe schon einige Zeit gedauert, so daß alle Luft aus dem Gefäße ausgetrieben ist, und nun erst tauche man

das Ende des gekrümmten Rohres in das kalte Wasser des Cylinders *c*, so werden alle Dampfblasen alsbald verdichtet, so wie sie mit dem kalten Wasser in Berührung kommen. In dem Maaße aber, als das Wasser in *c* wärmer wird, werden die Dampfblasen größer, bis endlich, wenn auch das Wasser in *c* zur Siedhitze erwärmt ist, die Dampfblasen unverdichtet durch die ganze Flüssigkeitsmasse aufsteigen, also in *c* selbst ein förmliches Kochen stattfindet. In dem Augenblicke, in welchem das Kochen in *c* beginnt, wird der Versuch unterbrochen, indem man das Gefäß *a* entfernt.

Gesetzt nun, in *c* hätten sich zu Anfange des Versuches 11 Cubikzoll Wasser von 0° befunden, so wird der Cylinder jetzt, nach Beendigung des Versuches, 13 Cubikzoll Wasser von 100° enthalten; es sind also 2 Cubikzoll Wasser hinzugekommen. Diese 2 Cubikzoll Wasser sind im Gefäße *a* verdampft und im Cylinder *c* verdichtet worden; die latente Wärme, welche in *a* gebunden wurde, ist in *c* wieder frei geworden und hat hier die 11 Cubikzoll Wasser von 0° auf 100° erwärmt; dieselbe Wärmemenge also, welche bei der Verdampfung von 2 Cubikzoll Wasser absorbirt wird, reicht hin, um die Temperatur von 11 Cubikzoll Wasser von 0° bis 100° zu erhöhen. Nun aber verhalten sich 2 zu 11 wie 1 zu 5,5; wir können das Resultat unseres Versuches also auch folgendermaßen ausdrücken: Die Wärmemenge, welche nöthig ist, um eine bestimmte Quantität Wasser von 100° in Dampf von 100° zu verwandeln, reicht hin, um die Temperatur einer $5^1/_2$mal so großen Wassermasse von 0° auf 100° zu erhöhen.

Wir haben oben angeführt, daß man als Einheit der Wärmemengen diejenige Wärmequantität annimmt, welche erforderlich ist, um die Temperatur von 1 Gramm Wasser u m1° zu erhöhen; um die Temperatur von $5^1/_2$ Gramm Wasser um 1° zu erhöhen, sind also 5,5, und um die Temperatur dieser Wassermasse um 100° zu erhöhen, sind 550 solcher Wärmeeinheiten nöthig.

Die latente Wärme von 1 Gramm Wasserdampf ist demnach gleich 550.

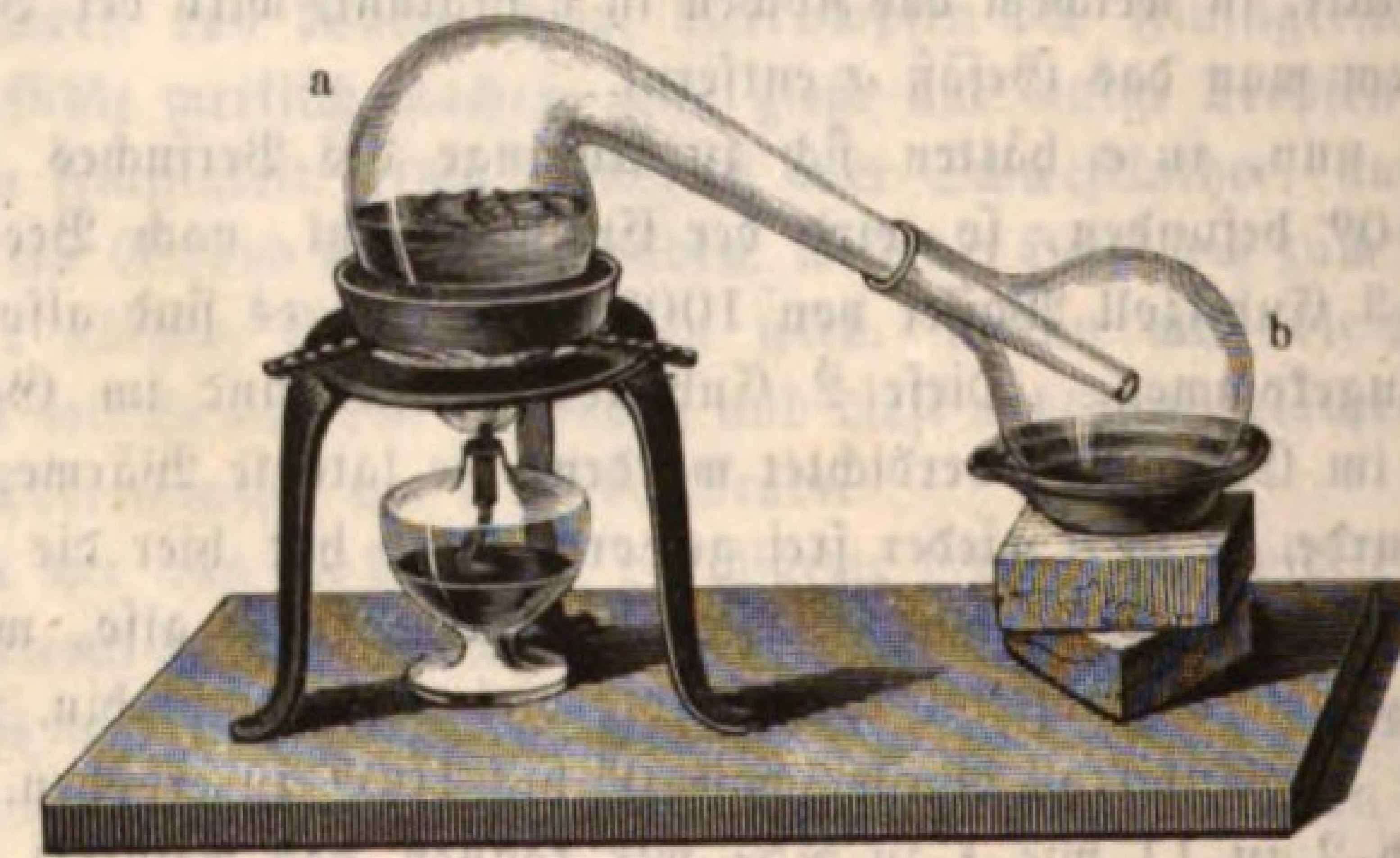
Der eben angeführte Versuch ist nun nicht geeignet, die latente Wärme des Wasserdampfes genau zu bestimmen, er wird immer mehr oder weniger unrichtige Resultate geben; er ist aber sehr geeignet, den Zusammenhang der Sache recht anschaulich zu machen. Was die Resultate dieses Versuches besonders ungenau macht, ist der Umstand, daß bei der hohen Temperatur, zu welcher man das Wasser im Cylinder *c* erheben muß, ein bedeutender Wärmeverlust an die Umgebung stattfindet; dann aber wird auch eine nicht unbedeutende Quantität Wasserdampf schon im Rohre *b* verdichtet, giebt hier schon eine frei werdende Wärme an die Luft ab und kommt als Wasser im Cylinder *c* an; man begreift also leicht, daß, bis das Wasser in *c* ins Kochen kommt, mehr Wasser aus dem Gefäße *a* herübergekommen sein wird, als es der Fall sein würde, wenn diese beiden Fehlerquellen nicht vorhanden wären; dieser Versuch wird also in der Regel einen zu kleinen Werth für die latente Wärme des Wasserdampfes geben. Wir können hier die genaueren Methoden zur Bestimmung dieser Größe nicht näher auseinandersetzen.

Bei der Destillation werden die in irgend einem Gefäße durch Erwär-

mung gebildeten Dämpfe an einen Ort geleitet, welcher durch kaltes Wasser beständig abgekühlt wird, wodurch dann die Dämpfe wieder condensirt, d. h. in tropfbare Flüssigkeit verwandelt werden.

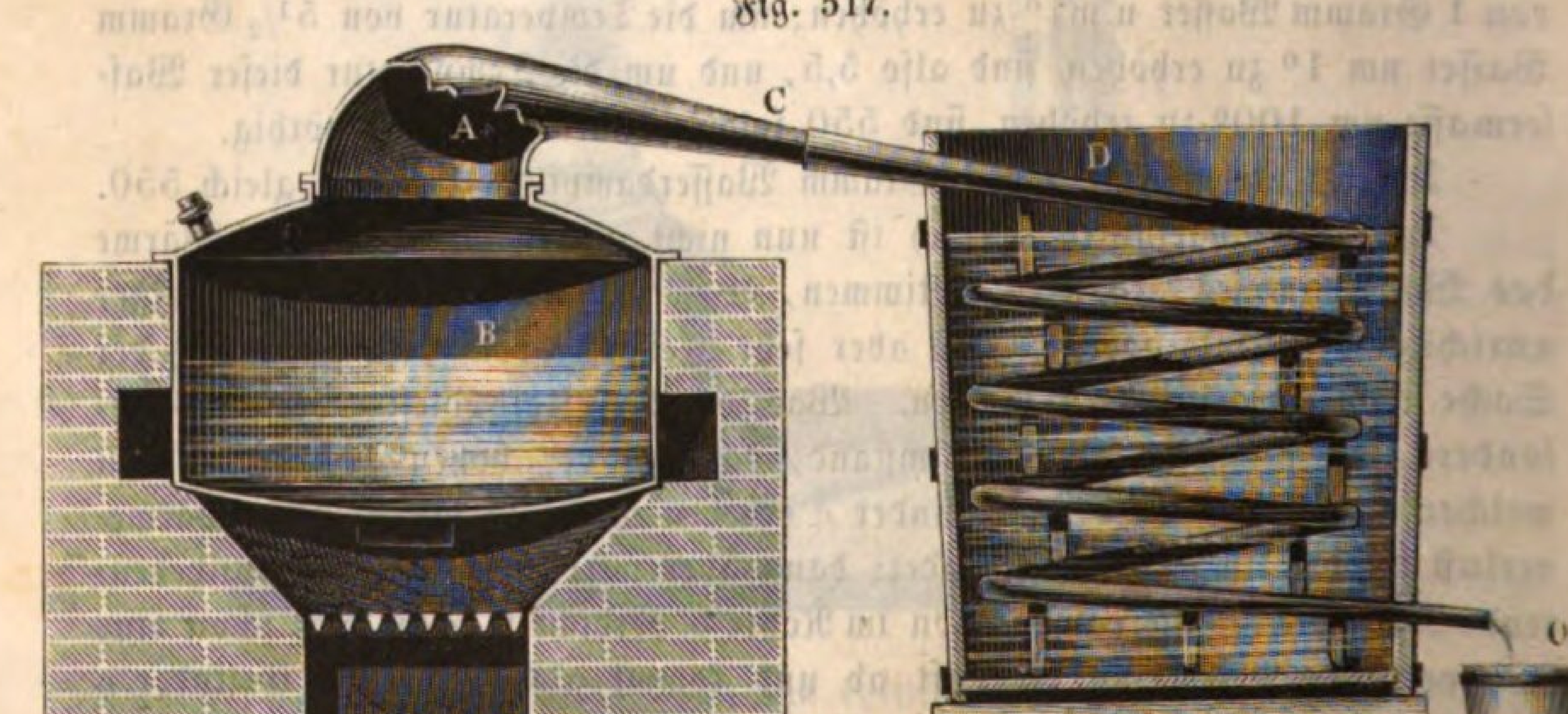
Eine der einfachsten Vorrichtungen zur Destillation ist die in Fig. 516 abgebildete. Die durch irgend welche fremde, weniger flüchtige Substanzen

Fig. 516.



verunreinigte Flüssigkeit, welche durch Destillation gereinigt werden soll, wird in der Retorte *a* erwärmt, deren Hals in der Vorlage *b* steckt. Diese Vorlage wird dadurch kühl gehalten, daß sie in einer Schale mit kaltem Wasser liegt. Der besseren Abkühlung wegen wird auch Löschpapier oder ein Leinwandlappen auf die Vorlage gelegt und auf diesen fortwährend kaltes Wasser getröpfel

Fig. 517.



Die in der Retorte *a* gebildeten Dämpfe werden theils schon in dem Halse der Retorte, theils in der Vorlage selbst verdichtet und sammeln sich in der letzteren.

Fig. 517 stellt einen Apparat dar, wie er zu Destillationen in größerem

Maßstabe gebraucht wird. Das Gemisch, aus welchem eine Flüssigkeit durch Destillation gewonnen werden soll, befindet sich in der meist aus Kupferblech verfertigten Blase *B*. Auf dieser sitzt der Helm *A*, welcher mit einem in das Kühlrohr *D* mündenden Rohre *C* versehen ist. Das schraubenförmig gewundene Kühlrohr befindet sich in einem mit kaltem Wasser gefüllten Bottich. Die durch Condensation der Dämpfe im Kühlrohre gebildete Flüssigkeit fließt bei *o* aus demselben in ein untergestelltes Gefäß ab.

Bei der Condensation der Dämpfe wird ihre bis dahin gebunden gewesene latente Wärme wieder frei, und diese freigewordene Wärme geht in das Kühlwasser über, woher es kommt, daß dasselbe sehr schnell erwärmt wird, wovon man sich an dem Kühlfasse jedes Destillirapparates leicht überzeugen kann. Weil aber die Condensation der Dämpfe im Kühlrohre um so vollständiger erfolgt, je kälter das Kühlwasser ist, so muß dafür gesorgt werden, daß in dem Kühlfasse durch ein eigenes Rohr unten stets kaltes Wasser einströmt, während in gleichem Maße oben das bereits erwärmte Wasser abfließt.

Man könnte nun mit jedem Destillirapparate den Werth der latenten Wärme der Dämpfe bestimmen, wenn es möglich wäre, jederzeit genau zu ermitteln, wie viel Dampf in einer gegebenen Zeit verdichtet worden ist und wie viel Wärme er an das Kühlwasser abgegeben hat; um die latente Wärme der Dämpfe genau zu bestimmen, hat man also nur einen Destillirapparat so einzurichten, daß sich diese Größen mit Genauigkeit ermitteln lassen. Nach diesem Principe ist in der That die latente Wärme der Dämpfe verschiedener Flüssigkeiten ermittelt worden. Es ist die latente Wärme für den Dampf von

Wasser	540
Alkohol	214
Schwefeläther	90,

d. h. um ein Gramm dieser Flüssigkeiten bei dem Drucke einer Atmosphäre in Dampf zu verwandeln, wird 540-, 214-, 90mal so viel Wärme gebunden, als nöthig ist, um die Temperatur von 1 Gramm Wasser um 1^0 zu erhöhen.

Die latente Wärme der Dämpfe ist nicht für alle Temperaturen dieselbe sie ist größer für niedrige, geringer für hohe Temperaturen.

Erzeugung von Kälte durch Verdampfung. Wenn eine Flüssigkeit an freier Luft kocht, so behält sie eine constante Temperatur, weil sie von dem Feuer durch die Wände des Gefäßes stets so viel Wärme erhält, als durch die Dampfbildung absorbirt wird. Wenn das Kochen aber unter dem Recipienten der Luftpumpe vor sich geht, so sinkt die Temperatur fortwährend, weil alsdann der Dampf die zu seiner Bildung nöthige latente Wärme aus der Flüssigkeit selbst und aus den umgebenden Körpern nehmen muß. 262

Gießt man etwas Weingeist oder noch besser Schwefeläther auf die Hand, so fühlt man eine merkliche Erkaltung, weil die Flüssigkeit die zu ihrer Verdunstung nöthige Wärme aus der Hand nimmt. — Wenn wir an heißen

Tagen in Zugluft treten, so fühlen wir alsbald eine erfrischende Kühle. Es ist dies keineswegs die Folge davon, daß uns der Zug kalte Luft zuführt; die an uns vorüberstreichende Luft mag, wie wir uns durch das Thermometer überzeugen können, sehr warm sein, der Zug bringt uns doch diese Abkühlung, weil er eine lebhafte Verdunstung auf der Haut erhält. — Wir haben das Gefühl einer drückenden Schwüle, wenn wir uns in einer mit Feuchtigkeit gesättigten windstillen Atmosphäre befinden, in welcher keine Verdunstung an unserem Körper stattfinden kann.

Wenn man die Kugel eines Thermometers mit Baumwolle umwickelt, dieselbe mit Schwefeläther befeuchtet und dann rasch das Thermometer hin und her schwenkt, so sinkt es noch einige Grade unter den Gefrierpunkt.

Unter den verschiedenen Methoden, durch rasche Verdampfung von Aether oder Schwefelkohlenstoff Wasser zum Gefrieren zu bringen, ist die folgende die einfachste: Man bringe einige Tropfen Wasser auf ein Brettchen, Fig. 518, setze darauf ein dünnwandiges Schälchen von Kupferblech und gieße etwas Aether oder Schwefelkohlenstoff hinein. Bewirkt man alsdann dadurch eine rasche Verdampfung dieser flüchtigen Flüssigkeit, daß man mit einem gewöhnlichen Küchenblasebalge darauf bläst, so gefriert alsbald das Wasser unter

Fig. 518.

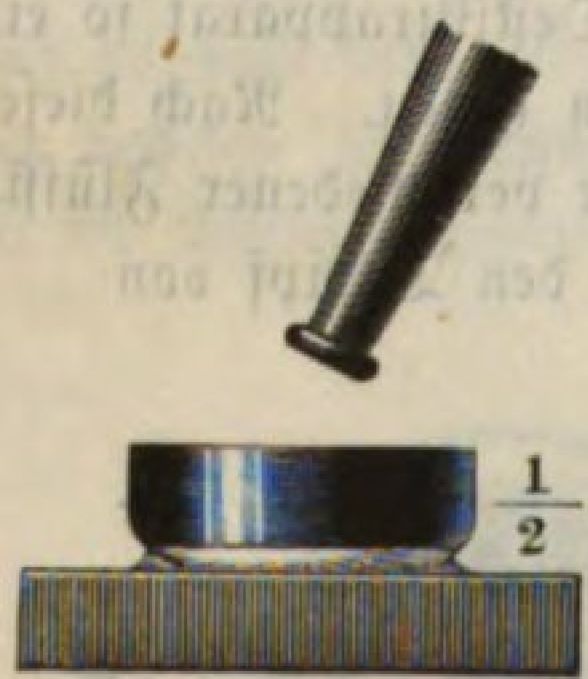
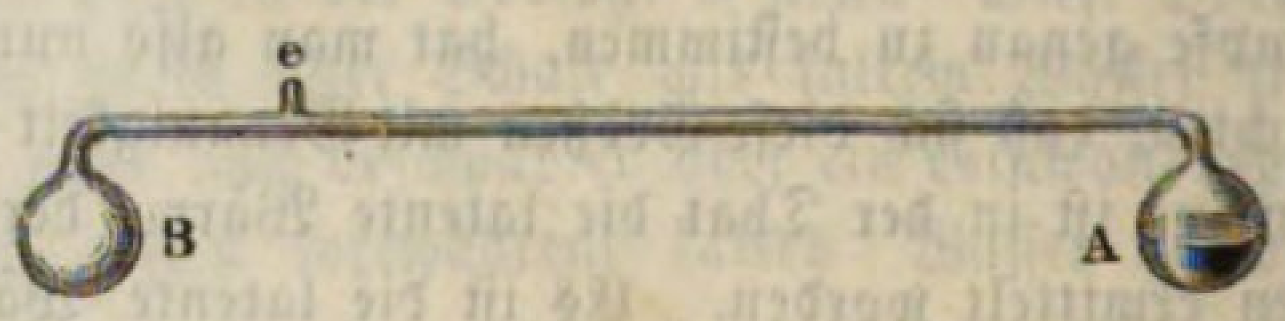


Fig. 519.



dem Schälchen, so daß dieses mit dem Brette nun fest zusammenhängt.

In Wollaston's Kryophor gefriert das Wasser durch seine eigene Verdampfung. Zwei Glaskugeln A und B, Fig. 519, sind durch eine möglichst weite Röhre verbunden. Aus dem Inneren des Apparates, welcher eine entsprechende Menge Wasser enthält, muß alle Luft ausgetrieben sein, was dadurch erreicht wird, daß man das Wasser in beiden Kugeln im Kochen erhält, und nachdem dasselbe eine Zeit lang unterhalten worden ist, die Oeffnung bei e, durch welche die Dämpfe entweichen, mit Hülfe eines Löthrohres zuschmilzt. Wenn man nun in dem so hergestellten Apparate alles Wasser in einer Kugel A zusammenlaufen läßt und dann die andere Kugel B in eine Kältemischung taucht, so wird durch die fortwährend in B erfolgende Verdichtung der Wasserdämpfe in der Kugel A eine so rasche Verdunstung hervorgerufen, daß das Wasser gefriert.

Die durch Verdampfung einer Flüssigkeit hervorgebrachte Temperaturerniedrigung ist um so bedeutender, je niedriger ihr Siedepunkt liegt und je größer die latente Wärme ihres Dampfes ist. Die bedeutendsten Temperaturerniedrigungen werden durch Verdampfen solcher Flüssigkeiten erzeugt, deren Siedepunkt noch unter 0° liegt; so kann man z. B. durch rasches Verdampfen

von schwefliger Säure, deren Siedepunkt — 10° ist, selbst Quecksilber zum Gefrieren bringen. Kohlensäure kann durch starke Compression in einem schmiedeeisernen Recipienten flüssig gemacht werden. Wenn man nun die flüssige Kohlensäure aus einer feinen Oeffnung ausströmen läßt, so ist die bei ihrer raschen Verdampfung stattfindende Temperaturerniedrigung so stark, daß ein Theil der ausströmenden Kohlensäure fest wird und in einem entsprechenden Gefäße als schneeartige Masse gesammelt werden kann, deren Temperatur 90° C. unter dem Gefrierpunkte des Wassers liegt.

Drittes Capitel.

Specifische Wärme der Körper.

263 **Begriff der specifischen Wärme.** Wenn man 1 Pfund Wasser von 10° mit 1 Pfund Wasser von 60° rasch mischt, so wird die Mischung nahezu die mittlere Temperatur von 35° haben. Dieselbe Wärmemenge, welche das eine Pfund Wasser abgab, um von 60 auf 35°, also um 25° zu erkalten, hat auch gerade hingereicht, um die Temperatur des anderen Pfundes Wasser um eben so viel Grade, nämlich von 10 auf 35°, zu erhöhen.

Anders verhält sich die Sache, wenn wir 1 Pfund Wasser mit 1 Pfund irgend einer anderen Substanz mengen. Gießt man z. B. 1 Pfund Wasser von 10° und 1 Pfund Terpentinöl von 60° zusammen, so wird die wohl durch einander gerüttelte Mengung nur eine Temperatur von ungefähr 24° zeigen, das Pfund Terpentinöl hat also 36° abgeben müssen, damit 1 Pfund Wasser nur um 14° erwärmt wird. Die nämliche Wärmemenge also, welche in 1 Pfund Terpentinöl eine Temperaturerhöhung von 36° bewirkt, kann die Temperatur von 1 Pfund Wasser nur um 14° erhöhen. Um also die Temperatur des Terpentinöls um eine bestimmte Anzahl von Graden zu erhöhen, bedarf es nur $\frac{14}{36}$ oder ungefähr 0,4 von der Wärmemenge, welche nöthig ist, um in einer gleichen Masse Wasser die gleiche Temperaturerhöhung hervorzubringen.

Aehnlich mit anderen Stoffen. Um gleiche Massen Wasser und Quecksilber um gleich viel Grade zu erwärmen, bedarf man für das letztere nur 0,033 der Wärmemenge, welche für das erstere erforderlich ist. Um gleiche Temperaturerhöhung zu bewirken, muß man dem Wasser 30mal so viel Wärme zuführen, als einer gleichen Masse Quecksilber, oder mit anderen Worten, die Wärmecapacität des Wassers ist ungefähr 30mal so groß als die des Quecksilbers.

Um die Wärmecapacitäten verschiedener Körper mit einander zu vergleichen, nimmt man das Wasser zum Ausgangspunkt. Bezeichnet man die Wärme-

menge, welche nöthig ist, um die Temperatur von 1 Gramm Wasser um 1° C. zu erhöhen, mit 1, so ist die Wärmemenge, welche erforderlich ist, um die gleiche Temperaturerhöhung in dem gleichen Gewichte eines anderen Stoffes hervorzubringen, die specifische Wärme dieses Stoffes. Demnach ist also 0,033 die specifische Wärme des Quecksilbers und 0,4 die des Terpentinöls.

Um den Werth der specifischen Wärme für verschiedene Körper zu ermitteln, hat man hauptsächlich drei Methoden in Anwendung gebracht, die wir nun der Reihe nach betrachten wollen.

Nach der Methode des Eisschmelzens wird der Körper, dessen specifische Wärme bestimmt werden soll, gewogen und bis zu einer bestimmten Temperatur erwärmt in ein mit Eisstücken gefülltes Gefäß gebracht. Indem er nun erkaltet, wird ein Theil des Eises geschmolzen; aus der Menge des geschmolzenen Eises ergiebt sich dann die Quantität der Wärme, welche der Körper verlor, und daraus dann auch seine specifische Wärme.

Die Erkaltungsmethode gründet sich auf folgendes Princip. Wenn ein erwärmter Körper in einen Raum gebracht wird, in welchem er nur durch Strahlung erkalten kann, so wird er unter übrigens gleichen Umständen um so langsamer erkalten, je größer seine specifische Wärme ist.

Die genauesten Resultate liefert die Mischungsmethode, die wir auch etwas näher betrachten wollen. Diese Methode besteht im Wesentlichen darin, daß man eine gewogene Menge des zu untersuchenden Körpers bis auf eine bestimmte Temperatur erwärmt und dann in ein Gefäß mit Wasser eintaucht, dessen Temperatur durch Abkühlung jenes Körpers erhöht wird; kennt man nun die Quantität des Kühlwassers, hat man ermittelt, welche Temperaturerhöhung es durch die Abkühlung des eingetauchten Körpers erleidet, so läßt sich daraus die specifische Wärme dieses Körpers berechnen.

Nehmen wir an, eine 200 Gramm schwere, bis auf 100° erwärmte Platinkugel sei in eine 15° warme Wassermasse von 105 Grammen eingetaucht worden, so wird nach vollständiger Ausgleichung sowohl die Temperatur des Wassers als die der Kugel 20° betragen. Die Temperatur der Kugel ist also um 80° erniedrigt, die des Wassers um 5° erhöht worden. Die Wärmemenge, welche in diesem Falle dem Wasser zugeführt wurde, ist 105 . 5, und wenn wir mit c die Wärmemenge bezeichnen, welche nöthig ist, um die Temperatur von 1 Gramm Platin um 1° zu erhöhen, die Wärmemenge also, welche jedes Gramm Platin bei einer Temperaturerniedrigung von 1° abgiebt, so ist die gesammte Wärmemenge, welche die Platinkugel bei den obigen Operationen abgegeben hat, 200 . 80 . c; wir haben also:

$$200 \,.\, 80 \,.\, c = 105 \,.\, 5$$

oder:

$$c = \frac{525}{16000} = 0{,}0328;$$

das Platin bedarf also, um eine gleiche Temperaturerhöhung zu erfahren, einer 0,0328mal so großen Wärmemenge als das Wasser, oder, mit anderen Worten, die specifische Wärme des Platins ist 0,0328.

Bezeichnen wir mit m das Gewicht und mit t die Temperaturerhöhung des Kühlwassers (in dem eben berechneten Beispiele 105 Gramme und 5⁰), mit m' und t' das Gewicht und die Temperaturerniedrigung des abgekühlten Körpers (in unserem Beispiele 200 Gramme Platin und 80⁰), so ergiebt sich aus der eben für einen concreten Fall durchgeführten Betrachtungsweise für die Berechnung der specifischen Wärme c des abgekühlten Körpers folgende Formel:

$$c = \frac{m \cdot t}{m' t'},$$

das heißt in Worten, man findet die specifische Wärme des abgekühlten Körpers, wenn man sein Gewicht mit seiner Temperaturerniedrigung multiplicirt und mit diesem Producte in das Product dividirt, welches man erhält, wenn das Gewicht des Kühlwassers mit seiner Temperaturerhöhung multiplicirt wird.

264 **Resultate der Versuche über die specifische Wärme.** Die Bestimmung der specifischen Wärme erhielt durch die Arbeiten von Dulong und Petit eine große Wichtigkeit für die Chemie, indem sie fanden, daß das Product, welches man erhält, wenn man die specifische Wärme eines Elementes mit seinem Atomgewichte multiplicirt, stets denselben Werth habe. So fanden sie z. B. die specifische Wärme des Eisens gleich 0,1100; das Atomgewicht dieses Metalles ist aber 339,2, und das Product dieser beiden Größen ist gleich 37,31. Multiplicirt man die specifische Wärme des Kupfers 0,0949 mit seinem Atomgewichte 395,7, so erhält man das Product 37,55, einen Werth, welcher mit dem für das Eisen gefundenen fast vollkommen übereinstimmt. Ebenso fand sich, daß dieses Product für alle metallischen Elemente fast genau denselben Werth habe, es schien also das Gesetz begründet zu sein, daß die specifische Wärme der metallischen Elemente ihrem Atomgewichte umgekehrt proportional sei.

Dadurch war nun ein Mittel mehr gegeben, das Atomgewicht eines Körpers kennen zu lernen und die Werthe der auf anderem Wege gefundenen Atomgewichte zu controliren. Die Atomgewichte der Elemente waren zu der Zeit, wo Dulong und Petit diese Arbeiten ausführten, noch nicht so fest bestimmt als jetzt; oft hatte man für denselben Körper unter mehreren Atomgewichten zu wählen, und Dulong und Petit wählten natürlich das mit ihrem Gesetze am besten harmonirende.

Später wurden die Atomgewichte auf anderem Wege genauer bestimmt, aber das Dulong'sche Gesetz stellte sich dadurch nicht noch evidenter heraus, im Gegentheile ergaben sich Abweichungen, welche dem Gesetze gerade zu widersprechen schienen. Durch die neuesten Untersuchungen Regnault's über die specifische Wärme ist jedoch die Richtigkeit des Gesetzes außer Zweifel gestellt.

265 **Specifische Wärme der Gase.** Für den Fall, daß die Gase bei der Erwärmung sich frei ausdehnen können, ihre Spannkraft also unge-

ändert bleibt, ergaben sich folgende Werthe für die specifische Wärme einiger Gase:

Sauerstoff	0,218
Stickstoff	0,244
Wasserstoff	3,405
Chlor	0,121
Atmosphärische Luft	0,238
Kohlensäure	0,248
Wasserdampf	0,475
Aetherdampf	0,481

Wenn aber ein Gas so eingeschlossen ist, daß es sich bei seiner Erwärmung nicht ausdehnen kann, daß also sein Volumen constant bleibt, während seine Spannkraft (Druck) wächst, so ist die specifische Wärme der Gase geringer als im vorigen Falle, d. h. um 1 Pfund Luft um 1° zu erwärmen, ist weniger Wärme nöthig, wenn sie in einem Raume von unveränderlicher Größe eingeschlossen bleibt, als wenn sie bei unverändertem Drucke sich ausdehnen kann. Bezeichnen wir mit c die specifische Wärme eines Gases bei constantem Drucke, mit c' seine specifische Wärme bei constantem Volumen, so ist

$$\frac{c}{c'} = 1{,}41.$$

Fig. 520.



Daraus folgt nun aber auch, daß jede Verdünnung eines Gases mit einer Wärmebindung begleitet ist und daß Wärme frei werden muß, wenn man ein Gas comprimirt, wie dies namentlich durch das pneumatische Feuerzeug erläutert werden kann. Dieser Apparat besteht aus einer (am besten messingenen) unten geschlossenen Röhre, Fig. 520, in welcher sich ein aus Lederscheiben gebildeter, fest an die Wand anschließender Kolben leicht auf- und abschieben läßt. Das untere Ende des Kolbens ist etwas ausgehöhlt. Nachdem in diese Höhlung etwas Zunder eingelegt worden ist, wird der Kolben oben in das Rohr eingesteckt, dann durch einen kräftigen Schlag fast bis auf den Boden des Rohres hinabgetrieben und rasch wieder herausgezogen. Man findet nach dieser Operation, daß der Feuerschwamm in der Höhlung des Kolbens brennt; es muß also durch die starke Compression der in der Röhre eingeschlossenen Luft eine bedeutende Menge Wärme frei geworden sein.

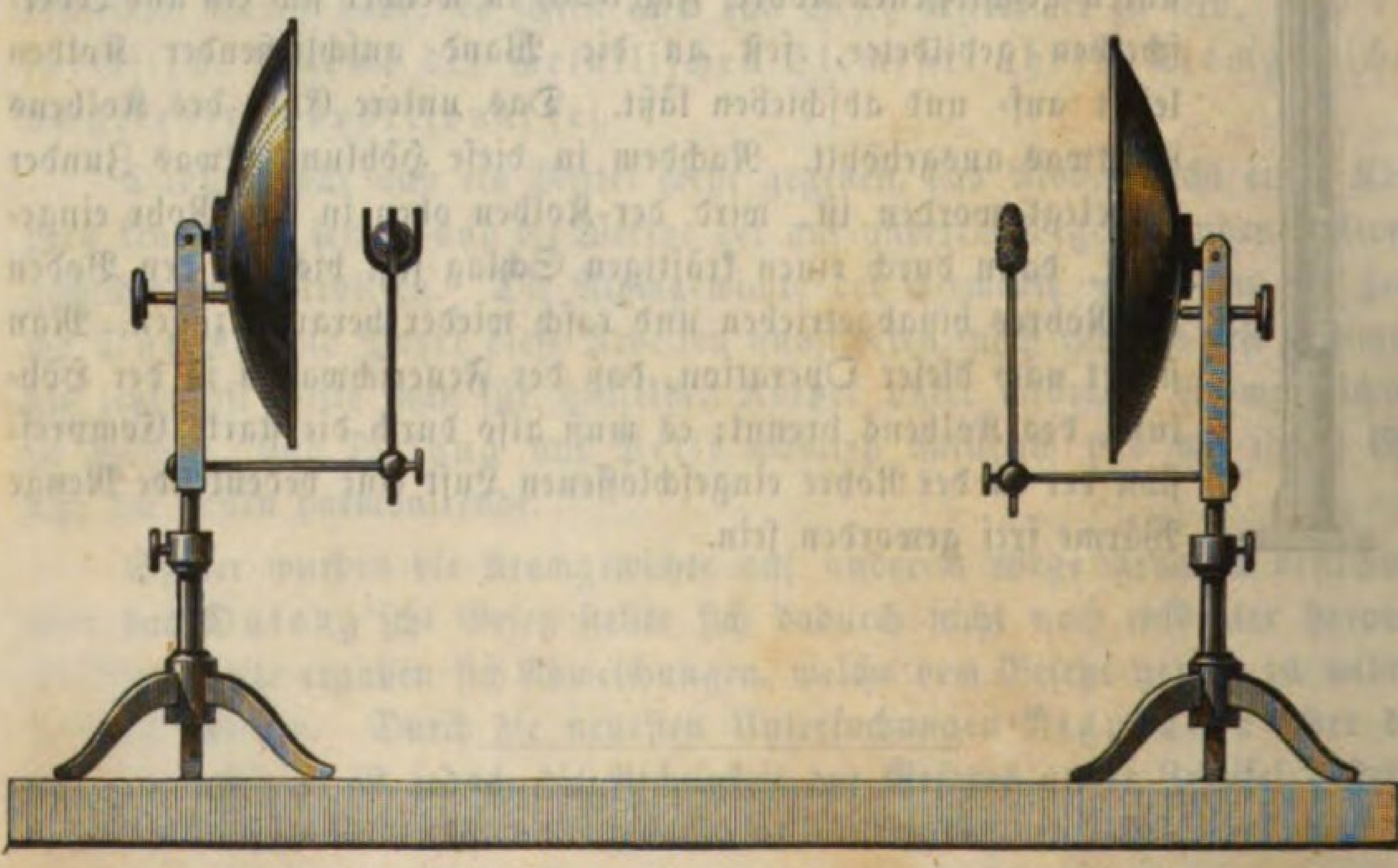
Viertes Capitel.

Fortpflanzung der Wärme.

266 **Strahlende Wärme.** Die strahlende Wärme durchdringt gewisse Körper in derselben Weise, wie das Licht durch die durchsichtigen Körper hindurchgeht; die Sonnenstrahlen z. B. treffen unsere Erde, nachdem sie die ganze Atmosphäre durchdrungen haben, sie erwärmen die Erdoberfläche, während die höheren Regionen der Luft kalt bleiben; die Wärmestrahlen gehen also größtentheils durch die Atmosphäre hindurch, ohne von ihr absorbirt zu werden. Wenn man sich dem Feuer eines Herdes nähert, so empfindet man eine brennende Hitze, und doch ist die Luft zwischen uns und dem Feuer nicht bis zu einem solchen Grade erwärmt; denn wenn man einen Schirm vorhält, verschwindet diese Hitze augenblicklich, was unmöglich wäre, wenn wirklich die ganze uns umgebende Luftmasse eine so hohe Temperatur hätte. Heiße Körper können also nach allen Seiten hin Wärme aussenden, welche durch die Luft hindurchgeht wie die Lichtstrahlen durch durchsichtige Körper; man spricht deshalb von strahlender Wärme und von Wärmestrahlen, wie man von Lichtstrahlen spricht.

Wenn man zwei große sphärische oder parabolische Hohlspiegel von polir-

Fig. 521.



tem Messingblech, Fig. 521, 5 bis 6 Meter von einander entfernt so aufstellt, daß die Axen beider Spiegel in eine Linie zusammenfallen, wenn man alsdann

in den Brennpunkt des einen Spiegels ein Stück Zunder, in den Brennpunkt des anderen aber eine fast weißglühende Eisenkugel oder eine glühende Kohle bringt, deren Verbrennung man durch einen Blasebalg lebhaft unterhält, so wird sich der Zunder alsbald entzünden, als ob er mit dem Feuer in Berührung wäre. Dieser Versuch zeigt, daß der glühende Körper Wärmestrahlen aussendet; denn es ist klar, daß der Zunder nicht etwa dadurch angezündet wurde, daß die zwischenliegenden Luftschichten allmälig so stark erhitzt worden sind. Bringt man den Zunder aus dem Brennpunkte weg, so wird er nicht mehr entzündet, wenn man ihn auch dem glühenden Körper weit näher bringt.

Bringt man an die Stelle der glühenden Kugel eine Kugel von 300° und an die Stelle des Zunders ein gewöhnliches Thermometer, so wird das Thermometer rasch steigen; also auch die Kugel von 300° sendet Wärmestrahlen aus.

Wenn man die 300° heiße Kugel mit einem Gefäße voll kochenden Wassers oder mit Wasser von 90°, 80° oder 70° vertauscht, so beobachtet man vielleicht gar keine Temperaturerhöhung mehr am Thermometer; dies beweist aber noch nicht, daß die Wände des Gefäßes bei dieser Temperatur keine Wärme mehr ausstrahlen, sondern nur, daß hier das gewöhnliche Thermometer nicht empfindlich genug ist. Man muß deshalb empfindlichere Instrumente zu Hülfe nehmen, etwa Rumford's oder Leslie's Differentialthermometer oder Melloni's Thermomultiplicator.

Rumford's Differentialthermometer, Fig. 522, besteht aus zwei Glaskugeln, *a* und *b*, welche durch eine gebogene Glasröhre, deren horizontaler Theil 3 bis 5 Decimeter lang ist, verbunden sind. In dieser Röhre befindet sich ein Index von Alkohol oder Schwefelsäure, auf welchen von beiden Seiten die

Fig. 522.

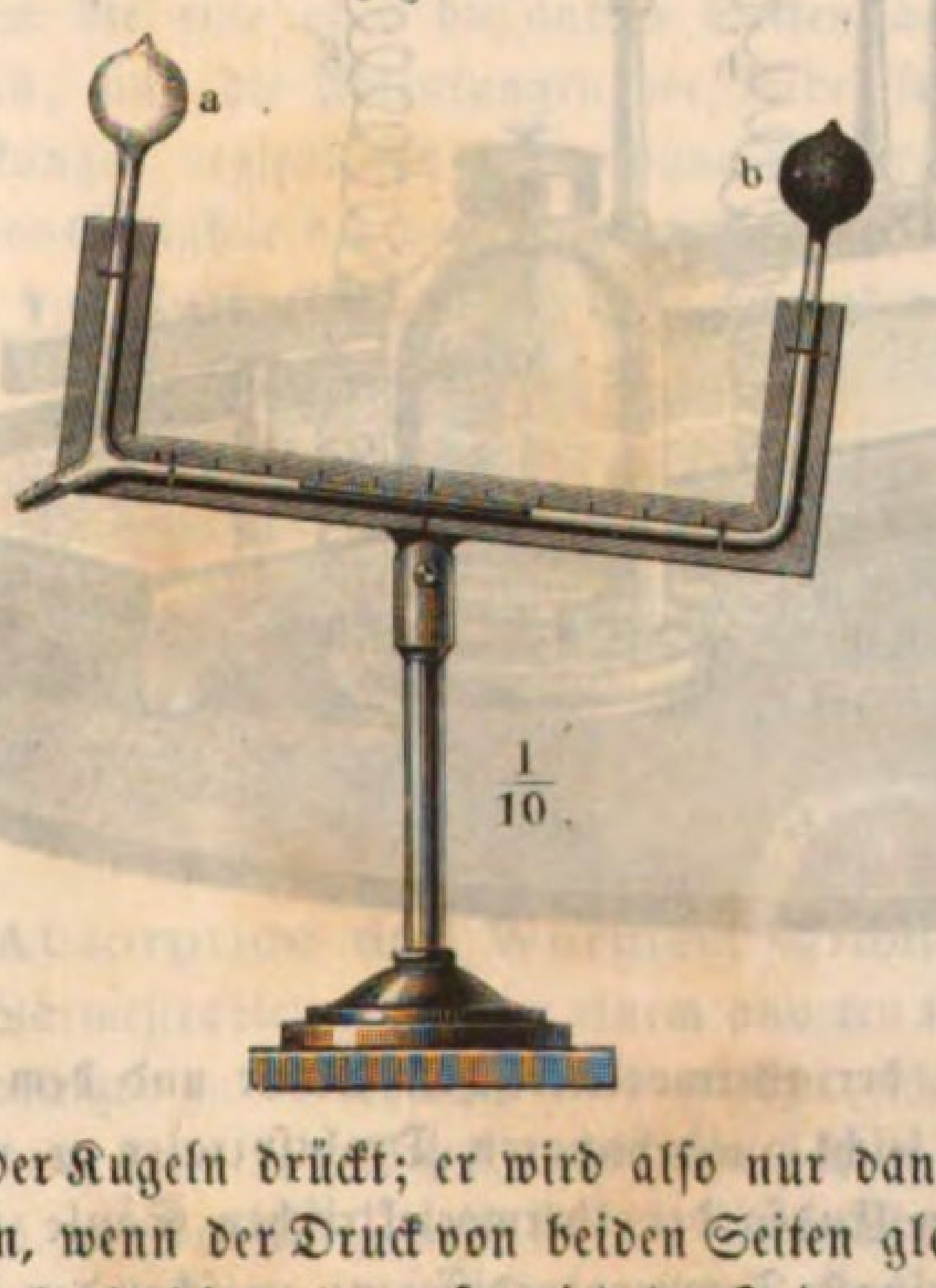
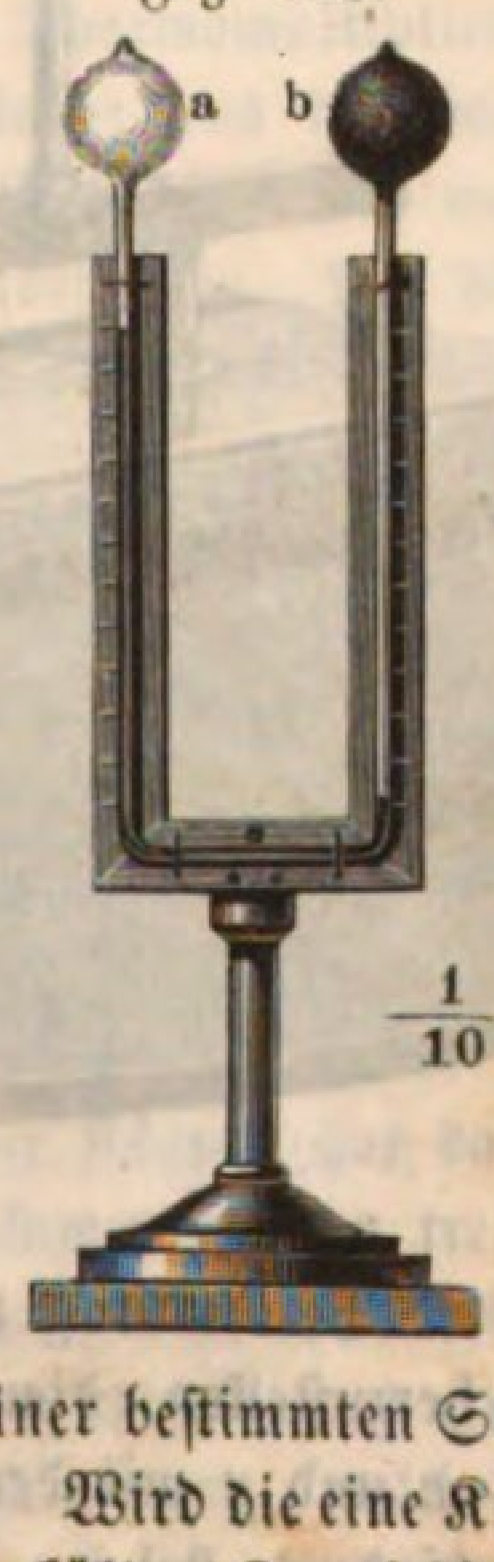


Fig. 523.



Luft der Kugeln drückt; er wird also nur dann an einer bestimmten Stelle stehen bleiben, wenn der Druck von beiden Seiten gleich ist. Wird die eine Kugel mehr erwärmt als die andere, so wird der Index gegen die kältere Kugel hingetrieben.

Leslie's Differentialthermometer, Fig. 523 (a. v. S.), ist auf ähnliche Weise construirt, nur sind seine Kugeln in der Regel etwas kleiner, die verticalen Arme der sie verbindenden Röhre sind länger und stehen einander näher.

Melloni's Thermomultiplicator besteht aus einer thermoelektrischen Säule, Fig. 524, wie sie schon früher beschrieben wurde, und aus einem sehr empfindlichen Multiplicator. Die Säule ist sorgfältig an beiden Enden mit Ruß geschwärzt und mit ihrer Fassung *p*, Fig. 525, auf ein Stativ gebracht; die Hülsen *a* und *b* dienen dazu, die Luftströmungen und die Seitenstrahlungen von der Säule abzuhalten; da die Hülse *b* conisch ist, so dient sie auch, um, wenn es nöthig ist, von dieser Seite her die Wärmestrahlen mehr zu concentriren. Der Kupferdraht, welcher das Galvanometer bildet, ist 7 bis 8 Meter lang und ist mit ungefähr 40 Windungen auf einen Metallrahmen aufgewunden. Im Uebrigen ist die Einrichtung des Multiplicators bereits bekannt.

Fig. 524.

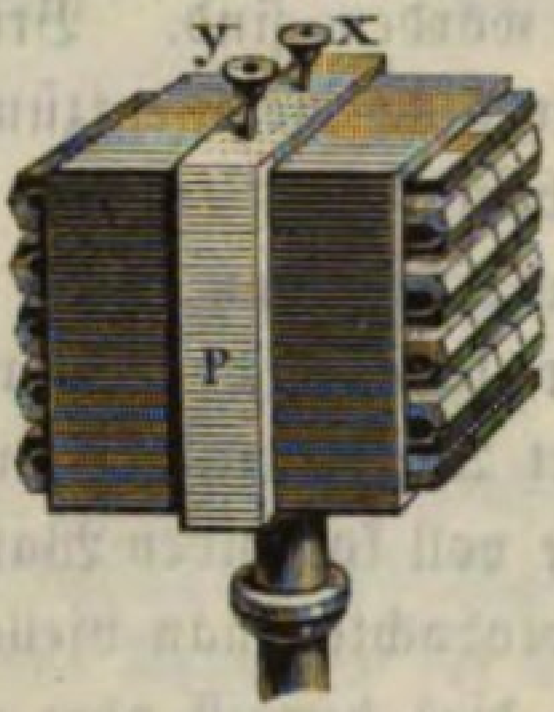
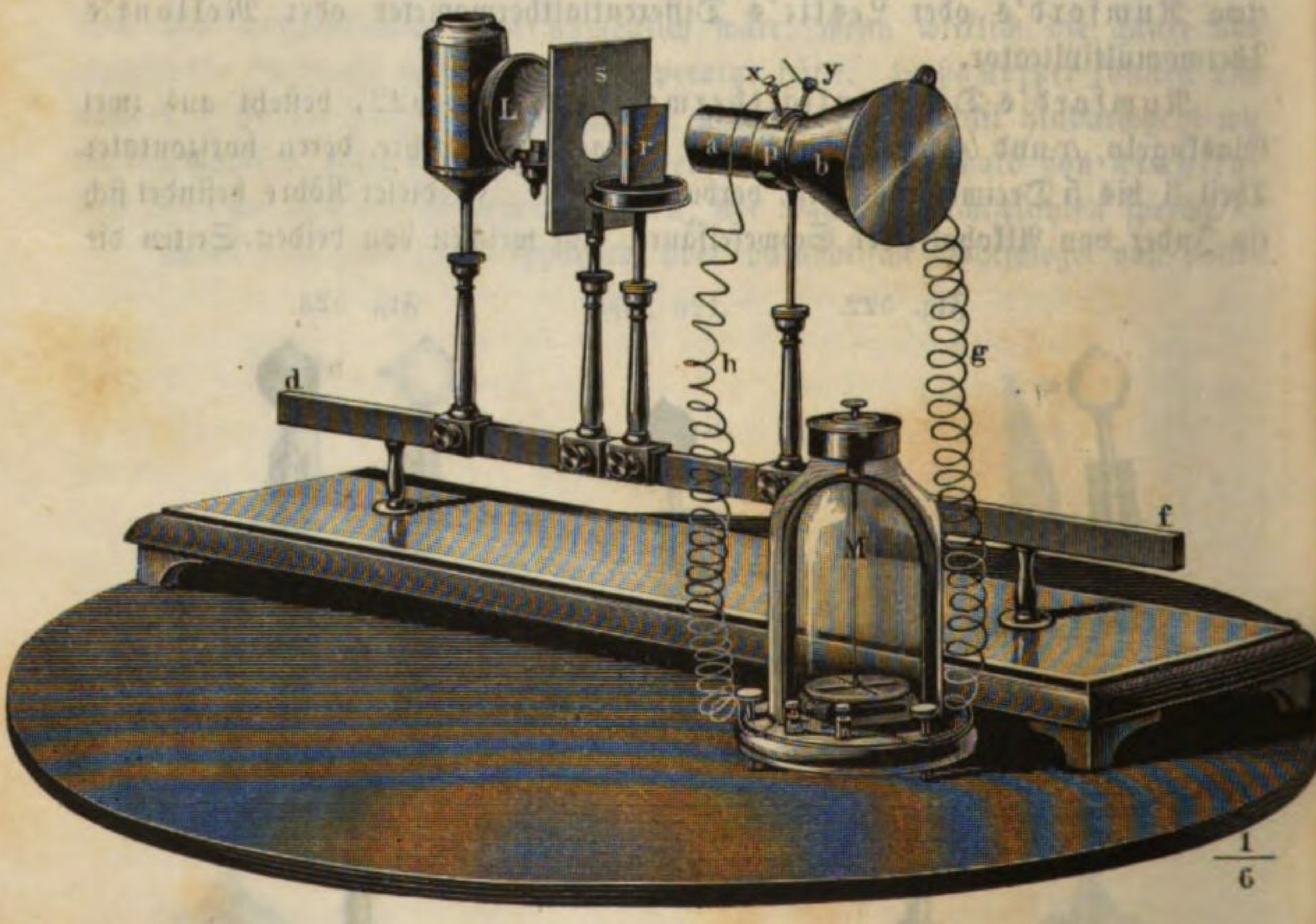


Fig. 525.



Um die Verbindung zwischen der thermoelektrischen Säule und dem Multiplicator herzustellen, dienen die leicht ausdehnbaren Drahtspiralen *g* und *h*, welche bei *x* und *y* mit den beiden Enden der thermoelektrischen Säule in leitender Verbindung stehen. Die geringste Temperaturdifferenz zwischen den beiden

geschwärzten Enden der Säule bewirkt nun schon eine Ablenkung der Nadel, die man auf dem getheilten Kreise ablesen kann.

Wärmestrahlungsvermögen der Körper. Das Vermögen der Körper, die Wärme auszustrahlen, ist sehr ungleich und hängt wesentlich von dem Zustande der Oberflächen ab; im Allgemeinen strahlen die Oberflächen der weniger dichten Körper unter sonst gleichen Umständen mehr Wärme aus als die Oberflächen dichter Körper. Die Ungleichheit des Strahlungsvermögens verschiedener Oberflächen hat Leslie folgendermaßen nachgewiesen: Er brachte in den Brennpunkt des einen Hohlspiegels, Fig. 251 S. 492, die eine Kugel seines Differentialthermometers, in den Brennpunkt des anderen aber einen hohlen, mit heißem Wasser gefüllten Würfel von Messingblech, dessen Seitenlänge 15 bis 18 Centimeter betrug; die eine Seitenfläche dieses Würfels war mit Ruß überzogen, eine andere polirt; wurde nun die polirte Fläche dem Spiegel zugekehrt, so war die Wirkung auf das Differentialthermometer bei Weitem geringer, als wenn man die berußte Fläche dem Spiegel zukehrte, die mit Ruß geschwärzte Fläche strahlt also mehr Wärme aus als die polirte Metallfläche. 267

Diese Methode ist zwar ganz geeignet, um die Unterschiede im Strahlungsvermögen sichtbar zu machen; um aber genauere Vergleichungen anzustellen, ist Melloni's Verfahren bei Weitem vorzüglicher; er stellte in passender Entfernung von der Thermosäule einen Hohlwürfel von Messingblech auf, dessen Seite 7 bis 8 Centimeter lang und welcher mit heißem Wasser gefüllt war, welches durch eine Weingeistlampe auf constanter Temperatur erhalten wurde; die Seitenflächen dieses Würfels waren auf verschiedene Weise präparirt, nämlich eine mit Ruß, eine mit Bleiweiß, eine mit Tusch überzogen und eine polirt. Je nachdem die eine oder die andere Seitenfläche dem Thermomultiplicator zugekehrt ist, sind die Ablenkungen der Nadel sehr ungleich; aus den beobachteten Ablenkungen ergiebt sich dann ohne Weiteres das Verhältniß, in welchem die Emissionsfähigkeit der verschiedenen Flächen zu einander steht. Auf diese Weise wurde das Ausstrahlungsvermögen folgender Körper bestimmt:

Kienruß . . .	100	Tusch . . .	85
Bleiweiß . . .	100	Metallfläche .	12.

Wenn man also mit 100 das Ausstrahlungsvermögen des Kienrußes bezeichnet, so ist das Ausstrahlungsvermögen einer polirten Metallfläche gleich 12, also nur $\frac{12}{100}$ von dem der Kienrußfläche.

Absorption der Wärmestrahlen. Jeder Körper hat das Vermögen, Wärmestrahlen, die, von einem anderen Körper kommend, ihn treffen, mehr oder weniger zu absorbiren; dies ergiebt sich schon aus den eben besprochenen Versuchen; denn die Körper erwärmen sich in dem Brennpunkte des einen Hohlspiegels nur deshalb, weil sie die Wärmestrahlen absorbiren, welche durch die Spiegel auf ihnen concentrirt werden. Daß dies Vermögen aber allen Körpern 268

zukommt, ergiebt sich daraus, daß alle, den Sonnenstrahlen ausgesetzt, eine Temperatur annehmen, welche höher ist als die Temperatur der Luft.

Das Absorptionsvermögen ist nicht für alle Körper gleich, was schon daraus hervorgeht, daß sie nicht gleiches Emissionsvermögen haben; denn eine Oberfläche, welche leicht Wärmestrahlen aussendet, muß umgekehrt auch die Fähigkeit haben, diese Strahlen einzusaugen. Die Ungleichheit des Absorptionsvermögens läßt sich schon durch einen einfachen Versuch zeigen: Man setze nur ein Thermometer, dessen Kugel geschwärzt ist, den Sonnenstrahlen aus, so wird es weit höher steigen als ein anderes, dessen Kugel nicht geschwärzt ist; die geschwärzte Oberfläche der einen Thermometerkugel absorbirt also offenbar mehr Wärmestrahlen als die glänzende Oberfläche der anderen.

Die von einem Körper absorbirten Wärmestrahlen sind es also, welche ihn erwärmen; wenn demnach ein Körper durch Wärmestrahlung möglichst stark erwärmt werden soll, so muß man ihn mit einem Ueberzuge versehen, welcher die Wärmestrahlen stark absorbirt; man überzieht deshalb auch alle Thermoskope, welche dazu dienen sollen, die Wirkungen der Wärmestrahlung recht merklich zu machen, die Kugeln der Differentialthermometer, die beiden Enden der thermoelektrischen Säule u. s. w. mit Ruß, weil dieser unter allen bekannten Körpern das stärkste Absorptionsvermögen hat.

Wir haben oben gesehen, daß metallische Oberflächen nur ein sehr geringes Emissionsvermögen besitzen, und daraus folgt, daß sie die Wärmestrahlen auch nur in einem sehr geringen Maße einzusaugen im Stande sind.

269 **Reflexion und Diffusion der Wärmestrahlen.** Im Allgemeinen haben die Körper die Fähigkeit, einen Theil der sie treffenden Wärmestrahlen ganz in der Weise zurückzuwerfen, wie auch die Lichtstrahlen regelmäßig oder unregelmäßig reflectirt werden. Die Spiegel, die zu den obigen Versuchen dienten, geben uns einen entscheidenden Beweis für die Reflexion der Wärmestrahlen; denn sie erwärmen sich selbst bei dem Versuche mit dem Zunder nicht. Ein einfacher Schluß überzeugt uns, daß die meisten Körper dieses Reflexionsvermögen besitzen müssen und daß es dem Absorptionsvermögen so zu sagen complementär ist; denn die Summe der absorbirten und der reflectirten Wärmestrahlen muß doch offenbar der Gesammtheit der einfallenden Strahlen gleich sein, vorausgesetzt, daß der Körper keine Wärmestrahlen durchläßt. Wenn also das Reflexionsvermögen größer ist, so ist das Absorptionsvermögen geringer, und umgekehrt. Ein Körper, der gar keine Wärmestrahlen reflectirt, muß alle Strahlen absorbiren, wie dies in der That bei solchen Oberflächen der Fall ist, die man sorgfältig mit Ruß überzogen hat; polirte Metallflächen dagegen, welche ein großes Reflexionsvermögen besitzen, absorbiren nur sehr wenig Wärmestrahlen.

Die Wärmestrahlen werden ganz nach denselben Gesetzen reflectirt wie die Lichtstrahlen, d. h. der Reflexionswinkel ist dem Einfallswinkel gleich; dies geht schon aus den Versuchen mit den Hohlspiegeln hervor, da ja die Brennpunkte für die Wärmestrahlen mit denen der Lichtstrahlen zusammenfallen.

Sowie an der Oberfläche eines nicht ganz vollständig polirten Körpers Lichtstrahlen nach allen Seiten unregelmäßig zerstreut werden, so erleiden auch die Wärmestrahlen an der Oberfläche der meisten Körper eine Diffusion. Man kann sich davon durch folgenden Versuch überzeugen. Man lasse durch eine Oeffnung in dem Laden eines dunklen Zimmers Sonnenstrahlen auf eine der Oeffnung gegenüberliegende Wand fallen, so wird der erleuchtete Fleck derselben, welcher von allen Seiten her sichtbar ist, weil er das Sonnenlicht nach allen Seiten hin zerstreut, auch die Wärmestrahlen unregelmäßig zerstreuen, also nach allen Seiten hin Wärmestrahlen aussenden, als ob er selbst eine Wärmequelle wäre. Diese Diffusion der Wärmestrahlen wird sichtbar, wenn man dem hellen Flecke die thermoelektrische Säule zukehrt; man erhält einen Ausschlag der Nadel, an welcher Stelle des Zimmers man auch das Instrument aufstellen mag; die Wirkung kann also nicht von einer regelmäßigen Reflexion herrühren; daß sie aber auch nicht die Folge einer Erwärmung der von den Sonnenstrahlen beschienenen Stelle der Wand ist, geht daraus hervor, daß die Nadel auf der Stelle wieder auf den Nullpunkt der Theilung zurückgeht, sobald man die Oeffnung im Laden verschließt.

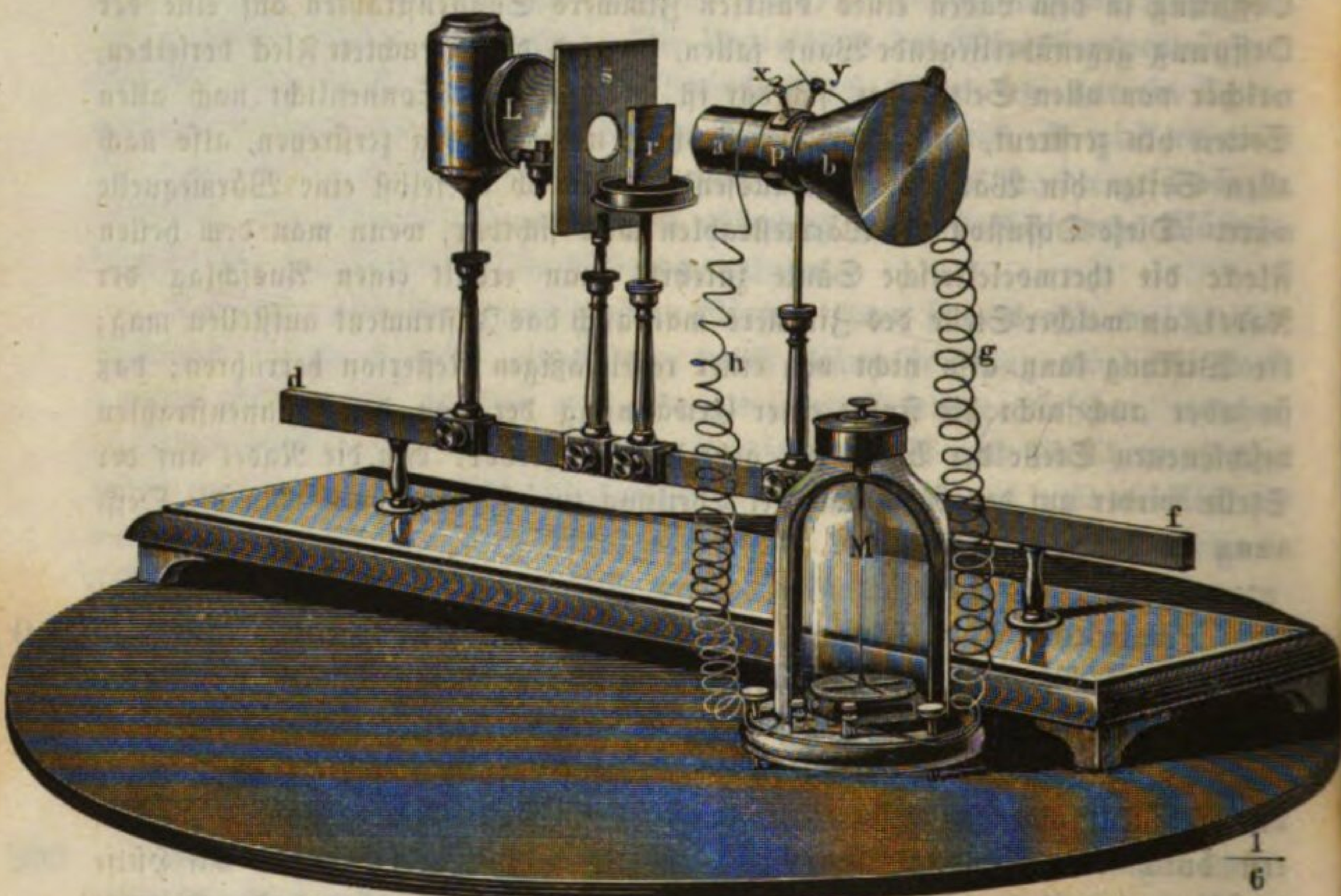
Fähigkeit der Körper, Wärmestrahlen durchzulassen. Daß feste Körper Wärmestrahlen in derselben Weise durchlassen können wie durchsichtige Körper die Lichtstrahlen, geht schon daraus hervor, daß man im Stande ist, brennbare Körper zu entzünden, wenn man sie in den Brennpunkt einer den Sonnenstrahlen ausgesetzten Linse hält. Genauere Untersuchungen wurden erst durch die thermoelektrische Säule möglich, und Melloni hat mit Hülfe derselben eine Reihe höchst wichtiger Resultate über den Durchgang der Wärmestrahlen durch verschiedene Körper erhalten. 270

Diejenigen Körper, welche die Wärmestrahlen aufhalten, wie die undurchsichtigen Körper die Lichtstrahlen, nennt Melloni atherman; solche Körper hingegen, welche sich gegen die Wärmestrahlen verhalten wie die durchsichtigen Körper gegen die Lichtstrahlen, nennt er diatherman. Die Luft ist also ein diathermaner Körper, und wir werden sogleich sehen, daß auch sehr viele feste und flüssige Körper, wenn auch nur in sehr ungleichem Maße, diatherman sind.

Die Versuche werden in folgender Weise angestellt. Die Wärmequelle, etwa eine kleine Oellampe, oder ein mit heißem Wasser gefüllter Hohlwürfel von Messingblech, an welchem eine Seite berußt ist, damit sie die Wärme besser ausstrahlt, wird so gestellt, daß sie eine Ablenkung der Nadel von 30° hervorbringt; werden nun die Wärmestrahlen durch eine bei *r*, Fig. 526 (a. f. S.), aufgestellte Platte des zu untersuchenden Körpers aufgefangen, so geht die Nadel bald mehr, bald weniger zurück, und so ergiebt sich, daß gleich dicke und gleich durchsichtige Platten verschiedener Körper nicht gleiche Mengen strahlender Wärme durchlassen. Bewirkt z. B. die freie Strahlung der Wärmequelle eine Ablenkung von 30°, so wird die Nadel auf 28° zurückgehen, wenn man eine 3 bis 4 Millimeter dicke Steinsalzplatte bei *r* aufstellt, während eine gleich dicke Quarzplatte die Nadel auf 15 bis 16° zurückgehen macht; das Steinsalz läßt

also die Wärmestrahlen bei Weitem besser durch als der Bergkrystall. Manche weniger durchsichtige Körper lassen sogar die Wärmestrahlen besser durch als andere, die ganz durchsichtig sind. Während z. B. eine ganz durchsichtige

Fig. 526.



Alaunplatte die Ablenkung der Nadel von 30° auf 3 bis 4° reducirt, bringt eine noch weit dickere Platte von Rauchtopas die Nadel nur auf 14 bis 15° zurück. Ja mancher fast ganz undurchsichtige Körper, wie schwarzes Glas und schwarzer Glimmer, lassen noch ziemlich viele Wärmestrahlen durch.

Läßt man die Wärmestrahlen, welche durch eine Glasplatte gegangen sind, auf eine Alaunplatte fallen, so werden sie gänzlich absorbirt, während doch eine Alaunplatte fast alle Wärmestrahlen durchläßt, welche zuvor durch eine Platte von Citronensäure gegangen sind. Diese Erscheinung hat die größte Aehnlichkeit mit dem Durchgange des Lichtes durch gefärbte Mittel; Lichtstrahlen, welche durch ein grünes Glas gegangen sind, werden bekanntlich von anderen grünen Gläsern leicht durchgelassen, sie werden aber absorbirt, wenn man sie auf ein rothes Glas fallen läßt; die Unterschiede zwischen den Wärmestrahlen sind also den Verschiedenheiten der Farben beim Lichte ganz analog.

Aehnliche Beziehungen hat man auch in Beziehung auf das Emissionsvermögen und Absorptionsvermögen der Körper bemerkt.

Die Wärmestrahlen sind brechbar wie die Lichtstrahlen, wie sich dies am besten mit Hülfe eines Prismas von Steinsalz nachweisen läßt. Auch Polarisationserscheinungen hat man bei den Wärmestrahlen nachgewiesen.

Wärmeverhältnisse des Sonnenspectrums. Das Licht der Sonnenstrahlen ist von chemischen und thermischen Effecten begleitet. Wir haben bereits oben Seite 261 gesehen, daß die blauen und violetten Strahlen des Spectrums die kräftigsten chemischen Wirkungen hervorbringen, ja daß sich die chemischen Effecte noch über die violette Gränze des Spectrums hinaus erstrecken, d. h. daß es Strahlen giebt, welche noch brechbarer sind, die also noch rascher vibriren als die äußersten sichtbaren violetten Strahlen; die chemischen Wirkungen des rothen und gelben Lichtes sind dagegen sehr unbedeutend. Den Gegensatz zu diesem Verhältnisse zeigen die thermischen Wirkungen im Sonnenspectrum. Die wärmende Kraft der blauen und violetten Strahlen ist äußerst gering, die der rothen und gelben dagegen sehr bedeutend. Wie die chemischen Wirkungen sich noch über die violette, so erstrecken sich auch die thermischen noch über die rothe Gränze des Spectrums hinaus, d. h. es giebt Strahlen, welche weniger brechbar als die rothen vom Auge nicht wahrgenommen werden, welche aber doch erwärmende Eigenschaften haben, und welche wir als dunkle Wärmestrahlen bezeichnen können. Die Wärmestrahlen, welche ein geheizter eiserner Ofen ausstrahlt, sind solche dunkle Wärmestrahlen; ihre Vibrationsgeschwindigkeit ist dem Gesagten zu Folge noch geringer, ihre Wellenlänge also noch größer als die der äußersten rothen Strahlen. 271

In dem Spectrum eines Steinsalzprismas liegt das Maximum des Wärmeeffectes nicht im sichtbaren Theile, sondern in der ultrarothen Verlängerung.

Während die Wellenlänge der violetten Strahlen ohngefähr 0,0004mm, die der äußersten rothen ohngefähr 0,0007mm beträgt, ist nach Esselbach's Messungen die Wellenlänge der äußersten chemischen Strahlen 0,0003mm, und nach meinen Versuchen die Wellenlänge der äußersten dunklen Wärmestrahlen 0,0018mm.

Die Gesammtheit der Sonnenstrahlen umfaßt demnach nahezu $2^1/_2$ Octaven, von welchen nicht ganz eine Octave (von 0,0004 bis 0,0007 Millimeter) auf das sichtbare Spectrum fällt.

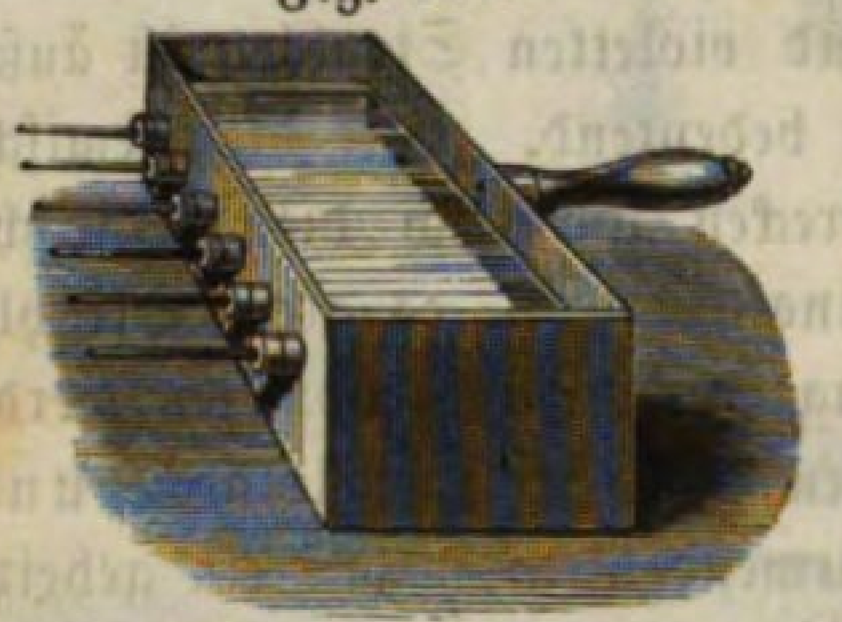
Verbreitung der Wärme durch Leitung. Nicht allein durch Strahlung, sondern auch bei unmittelbarer Berührung kann die Wärme von einem Körper zum anderen übergehen und sich alsdann durch seine ganze Masse hindurch verbreiten; doch findet in Beziehung auf die Leichtigkeit, mit welcher die Wärme in einen Körper übergeht und sich durch seine Masse verbreitet, eine große Ungleichheit zwischen verschiedenen Stoffen Statt; in manchen verbreitet sich die Wärme außerordentlich leicht, während in anderen dieselbe weniger leicht von einem Theilchen zum anderen übergeht. Ein Schwefelhölzchen, welches an einem Ende brennt, kann man am anderen Ende noch zwischen den Fingern halten, ohne nur eine Temperaturerhöhung des Holzes zu fühlen; die hohe Temperatur des brennenden Endes theilt sich also nicht so leicht der übrigen Masse des Holzes mit, das Holz ist ein schlechter Wärmeleiter; einen gleichlangen Metalldraht aber, den man an dem einen Ende glühend gemacht hat, kann man am anderen Ende nicht anfassen, ohne sich zu verbrennen, die Wärme 272

verbreitet sich also leicht von dem glühenden Ende aus durch das ganze Stäbchen, das Metall ist also ein guter Wärmeleiter.

Ein Stück Eisen und ein Stück wollenes Tuch, welche eine kalte Winternacht hindurch im Freien lagen, haben gewiß eine gleich niedrige Temperatur, und doch fühlt sich das Eisen ungleich kälter an, weil es der Hand die Wärme ungleich rascher entzieht als die Wolle.

Um zu zeigen, wie ungleich die Fähigkeit verschiedener Körper ist, die Wärme fortzuleiten, kann man den in Fig. 527 dargestellten, von Ingenhouß angegebenen Apparat anwenden. In die eine Seitenwand eines Kastens von Blech sind mehrere, aus den zu vergleichenden Substanzen verfertigte Stäbchen eingesteckt, welche sämmtlich gleichen Durchmesser haben müssen und sämmtlich mit einer Schicht von Wachs überzogen sind; wenn man nun kochendes Wasser oder heißes Oel in den Kasten gießt, so wird die Wärme auch mehr oder weniger weit in die Stäbchen vordringen und den Wachsüberzug schmelzen. Nehmen wir an, das eine Stäbchen sei von Kupfer, eines von Eisen, ein drittes von Blei, das vierte von Glas, das letzte von Holz, so wird die Wachsschicht des Kupferstäbchens schon vollständig bis ans Ende geschmolzen sein, während bei allen anderen Stäbchen die Schmelzung des Wachses noch nicht so weit vorgeschritten ist; das Kupfer ist also unter diesen fünf Körpern der beste Wärmeleiter. Für das Eisenstäbchen schreitet die Schmelzung des Wachses rascher voran als für das Bleistäbchen, und während das Wachs auf dem Kupferstabe ganz weggeschmolzen ist, ist die Wachsschicht auf dem Glasstabe nur auf eine sehr unbedeutende Strecke geschmolzen, an dem Holzstäbchen ist aber kaum ein Anfang des Schmelzens wahrzunehmen, das Holz ist also in der That unter diesen Körpern der schlechteste Wärmeleiter.

Fig. 527.



Unter allen Körpern sind die Metalle die besten, Asche, Seide, Haare, Stroh, Wolle u. s. w., überhaupt die lockeren Körper die schlechtesten Wärmeleiter.

Im praktischen Leben machen wir von der guten oder schlechten Wärmeleitungsfähigkeit verschiedener Körper zahlreiche Anwendungen. Gegenstände, die man vor der Erkaltung schützen will, umgiebt man mit schlechten Wärmeleitern; man umwickelt Bäume und Sträuche des Winters mit Stroh, um sie vor dem Erfrieren zu schützen; unsere Kleider halten warm, weil sie aus schlechten Wärmeleitern verfertigt sind. In einem kupfernen Gefäße bringt man unter sonst gleichen Umständen eine Flüssigkeit weit eher ins Kochen als in einem Porzellangefäße von derselben Wanddicke.

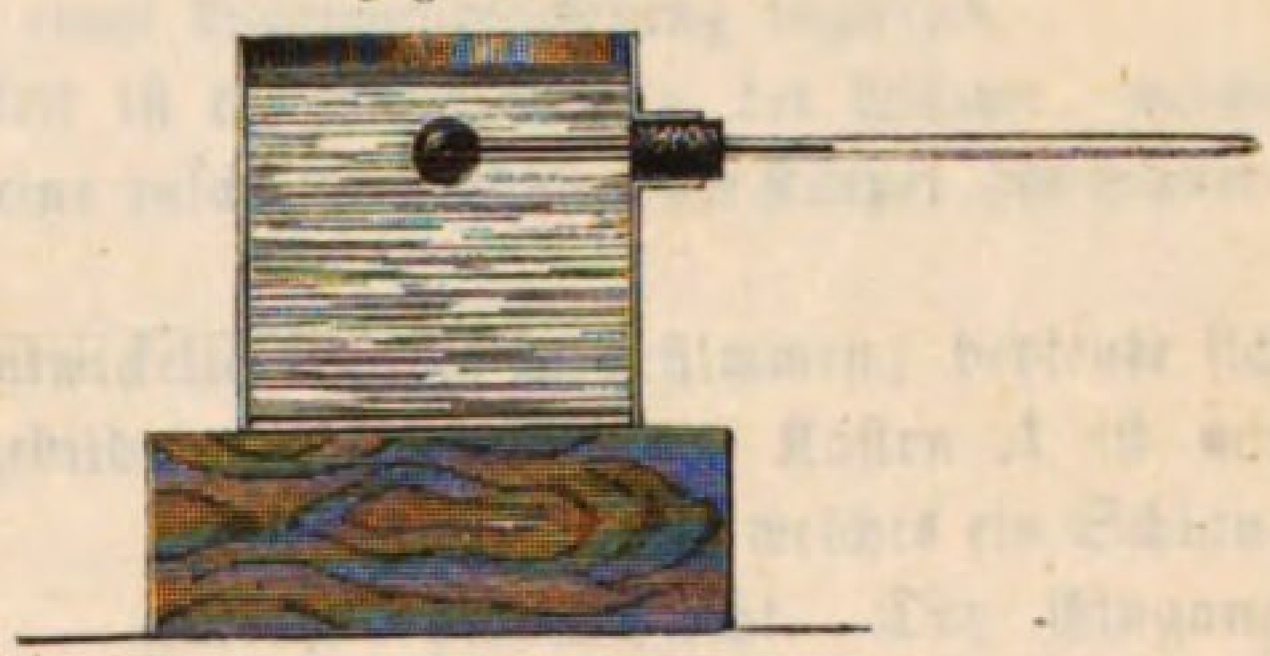
273 **Wärmeleitungsfähigkeit der Flüssigkeiten und Gase.** In den Flüssigkeiten verbreitet sich die Wärme meistens durch Strömungen, welche dadurch entstehen, daß die erwärmten Theilchen wegen ihrer geringeren Dichtigkeit

immer in die Höhe steigen. Man kann diese Strömungen leicht sichtbar machen, wenn man Sägespäne in Wasser wirft, welches sich in einem Glasgefäße befindet, und dann von unten her langsam erwärmt, Fig. 528. Man sieht, wie die Strömung in der Mitte aufwärts, an der Seite abwärts gerichtet ist. Wenn man eine Flüssigkeit von oben her erwärmt, so daß das hydrostatische Gleichgewicht nicht gestört wird, so kann sich die Wärme nur in derselben Weise durch die Masse der Flüssigkeit verbreiten, wie dies bei festen Körpern der Fall ist, nämlich durch Leitung, indem die Wärme von einer Schicht zur anderen übergeht. In solchen Fällen verbreitet sich die Wärme aber nur sehr langsam durch die Masse der Flüssigkeit, die Flüssigkeiten sind also sehr schlechte Wärmeleiter.

Fig. 528.



Fig. 529.



Um sich von der schlechten Leitungsfähigkeit des Wassers zu überzeugen, kann man den in Fig. 529 abgebildeten Versuch anstellen. In die Seitenwand eines aus dünnem Blech verfertigten Gefäßes wird mittelst eines Korkes auf der Seite ein Thermometer eingesetzt und dann das Gefäß so weit voll Wasser gegossen, daß sich die Thermometerkugel ungefähr 2 Linien unter dem Wasserspiegel befindet. Gießt man nun heißes Oel auf das Wasser, oder etwas Weingeist, den man anzündet, so wird es doch eine geraume Zeit dauern, ehe das Thermometer eine merkliche Temperaturerhöhung zeigt.

Wenn man in ein mit kaltem Wasser gefülltes Reagenzröhrchen ein Stückchen Eis wirft, welches mit etwas Draht umwickelt ist, damit es zu Boden sinkt, so kann man in der oberen Hälfte des schräg gehaltenen Röhrchens das Wasser mittelst einer Weingeistlampe ins Kochen bringen, ohne daß unten ein merkliches Wegschmelzen des Eises stattfindet.

Despretz hat die Leitungsfähigkeit des Wassers bestimmt, indem er Wassersäulen von 1 Meter Höhe und 0,2 bis 0,4 Meter Durchmesser von oben her durch beständige Erneuerung von heißem Wasser erwärmte. Es dauerte ungefähr 30 Stunden, bis die Temperatur der Wassersäule an allen Stellen stabil wurde. Aus diesen Versuchen folgt, daß die Wärmeleitungsfähigkeit des Wassers ungefähr 96mal geringer ist als die des Kupfers.

Die Luft und die Gase überhaupt sind ebenfalls sehr schlechte Wärmeleiter, doch läßt sich ihr Wärmeleitungsvermögen durch Thermometer, die man etwa in verschiedenen Schichten der zu untersuchenden Luftmasse anbringen wollte, wegen der Wärmestrahlung nicht ermitteln. Daß jedoch die Gase überhaupt und die Luft insbesondere schlechte Wärmeleiter sind, geht daraus hervor, daß Körper, welche von allen Seiten von Luftschichten umgeben sind, nur sehr langsam erwärmt und erkaltet werden können, wenn nur der Wechsel der Luftschichten verhindert wird. Dadurch erklärt sich die Wirksamkeit der doppelten Fenster und der doppelten Thüren, um ein Zimmer warm zu halten. Das schlechte Leitungsvermögen lockerer Körper, wie Stroh, Wolle u. s. w., rührt größtentheils daher, daß die zahllosen Zwischenräume mit Luft ausgefüllt sind. Solche Körper, von denen wir sagen, daß sie warm halten, wie z. B. unsere Kleider, Stroh, sind nicht selbst warm, ihre Wirkung beruht nur auf ihrer schlechten Wärmeleitungsfähigkeit; wenn man Eis in solche Körper einhüllt, so verhindern sie das Schmelzen desselben, weil sie die äußere Wärme abhalten.

Fünftes Capitel.

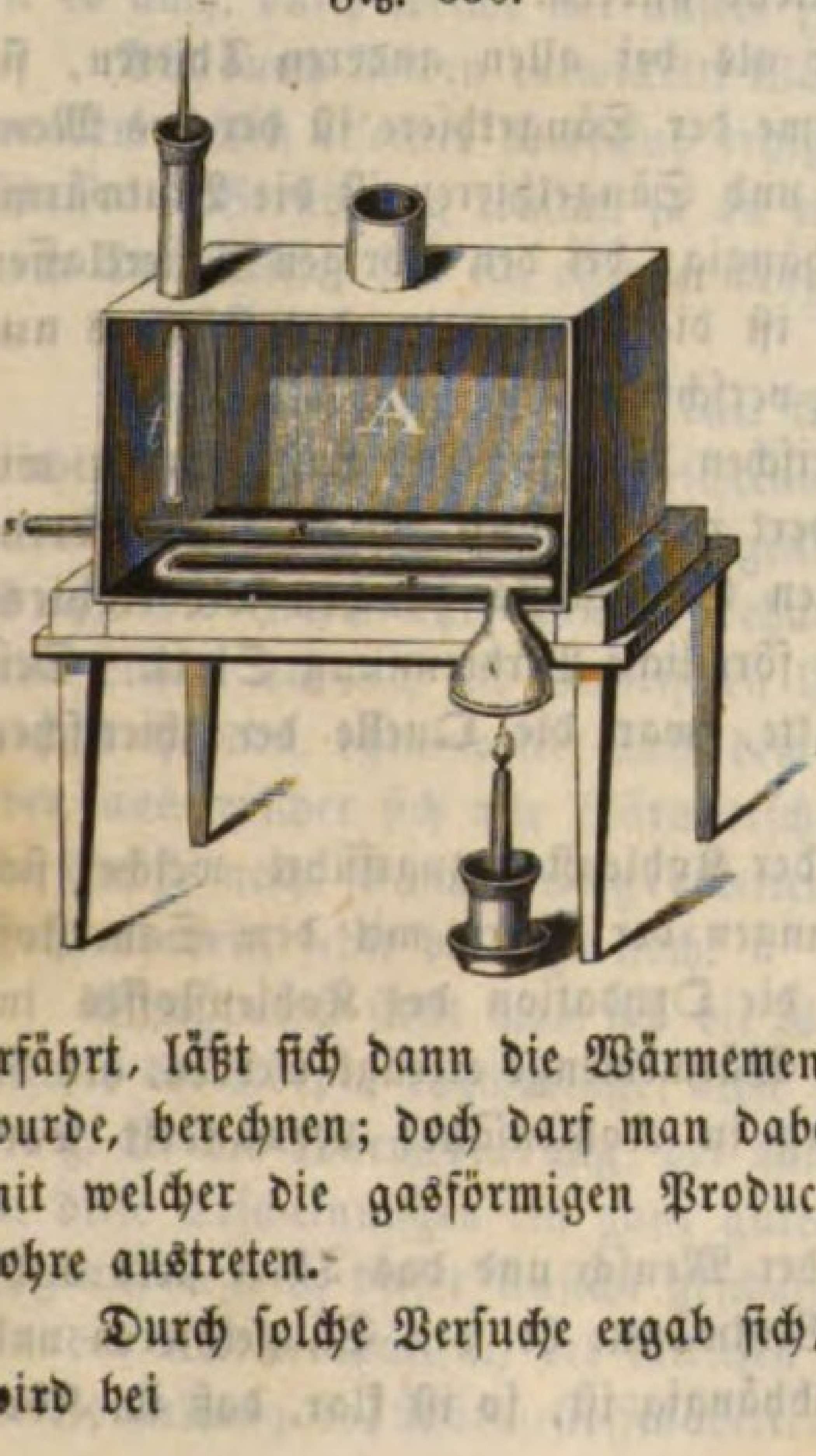
Verschiedene Quellen der Wärme.

Wärmeerzeugung durch chemische Verbindungen. Nach der 274
Sonne sind für uns die chemischen Verbindungen die wichtigsten Wärmequellen. Fast jeder chemische Proceß ist von einer Wärmeentwickelung begleitet.

Von ganz besonderer Wichtigkeit ist die Entwickelung der Wärme, welche durch **Verbrennung**, also durch eine rasche Verbindung der Körper mit Sauerstoff, entwickelt wird.

Um die durch Verbrennung entwickelte Wärme zu bestimmen, bediente sich **Rumford** des in Fig. 530 abgebildeten Apparates; der Kasten A ist mit

Fig. 530.



Wasser gefüllt, durch welches ein Schlangenrohr hindurchzieht. Der Eingang in das Schlangenrohr ist durch einen Trichter gebildet, unter welchen die zu verbrennenden Körper gebracht werden. Mit Oel und Alkohol ist der Versuch leicht anzustellen; man füllt sie nämlich in eine kleine Lampe, die man zu Anfang und zu Ende des Versuches wägt, um die Menge des verbrannten Materials zu erfahren. Die Flamme und die Producte der Verbrennung ziehen durch das Schlangenrohr hindurch und erwärmen das Wasser des Apparates. Aus der Temperaturerhöhung, welche das Wasser mit dem ganzen Apparate erfährt, läßt sich dann die Wärmemenge, welche durch die Verbrennung erzeugt wurde, berechnen; doch darf man dabei die Wärme nicht unberücksichtigt lassen, mit welcher die gasförmigen Producte der Verbrennung aus dem Schlangenrohre austreten.

Durch solche Versuche ergab sich, daß durch die Wärme, welche entwickelt wird bei

der Verbrennung von 1 Gramm	die Temperatur von 1 Kilogramm Wasser erhöht werden kann um
Wasserstoffgas	36,40°
Oelbildendes Gas	12,20
Absoluter Alkohol	6,96
Kohle	7,29
Wachs	10,50
Rüböl	9,31
Talg	8,37

275 **Thierische Wärme.** Die Temperatur der Blutwärme aller Thiere ist fast immer von der Temperatur des Mittels verschieden, in welchem sie leben. Die Thiere der Polarländer sind stets wärmer als das Eis, auf welchem sie leben, in den Aequatorialgegenden aber sind sie oft kälter als die glühende Luft, welche sie einathmen. Die Vögel haben nie die Temperatur der Luft, die Fische nie die Temperatur des Wassers, von welchem sie umgeben sind; der thierische Körper hat also seine eigenthümliche Wärme, er muß sie also auch fortwährend erzeugen können.

Die innere Wärme des Menschen scheint für alle Organe dieselbe und zwar derjenigen gleich zu sein, auf welche ein kleines Thermometer steigt, wenn man die Kugel unter die Zunge bringt und den Mund schließt, bis es nicht mehr steigt; diese Temperatur ist 37° C. Alter und Klima, Gesundheit oder Krankheit können diese Temperatur nur unbedeutend ändern.

Die Blutwärme der Vögel ist größer als bei allen anderen Thieren, sie beträgt im Durchschnitt 42°; die Blutwärme der Säugethiere ist der des Menschen sehr nahe gleich. Bei den Vögeln und Säugethieren ist die Blutwärme von der Temperatur der Umgebung unabhängig; bei den übrigen Thierclassen aber, den Amphibien, Fischen u. s. w., ist die Temperatur des Körpers nur wenig von der Temperatur der Umgebung verschieden.

Welches ist nun die Quelle der thierischen Wärme? Die Luft, welche wir einathmen, wird in derselben Weise verändert wie die Luft, welche zur Verbrennung gedient hat: statt des eingeathmeten Sauerstoffs hauchen wir Kohlensäure aus, es findet also im Körper eine förmliche Verbrennung Statt. Seit Lavoisier diese Entdeckung gemacht hatte, war die Quelle der thierischen Wärme kein Geheimniß mehr.

Durch die Speisen wird dem Blute der Kohlenstoff zugeführt, welcher sich vorzugsweise in den capillaren Verzweigungen der Adern mit dem Sauerstoff der eingeathmeten Luft verbindet; durch die Oxydation des Kohlenstoffes im Thierkörper muß aber nothwendig dieselbe Wärmemenge erzeugt werden, als ob der Kohlenstoff durch schnelle Verbrennung in Kohlensäure verwandelt worden wäre.

In einer kalten Umgebung verliert der Mensch und das Thier stets mehr Wärme als in wärmerer; da aber die Blutwärme bei den Säugethieren und Vögeln von der Temperatur der Luft unabhängig ist, so ist klar, daß im Kör-

per mehr Wärme erzeugt werden muß, wenn ihm in jedem Augenblicke eine größere Wärmemenge entzogen wird, wenn er also in kalter Luft lebt, als wenn er in wärmerer Umgebung nur wenig Wärme nach außen hin abgiebt. Um aber in gleichen Zeiten mehr Wärme erzeugen zu können, muß dem Körper mehr Kohlenstoff zugeführt werden, durch dessen Oxydation die Wärme erzeugt wird, wie man ja auch bei kaltem Wetter mehr Brennmaterial im Ofen verbrennen muß, um ein Zimmer auf einer bestimmten constanten Temperatur zu erhalten, als bei gelinder Kälte. Dadurch erklärt sich nun, warum der Nordländer mehr Speisen und besonders mehr kohlenstoffhaltige Speisen zu sich nehmen muß als der Bewohner der heißen Zone.

Wärmeentwickelung durch mechanische Mittel. Wir haben 276
bereits in Paragraph 265 ein Beispiel der Wärmeentwickelung auf mechanischem Wege kennen gelernt, nämlich das Freiwerden von Wärme durch Compression der Luft. In gleicher Weise ist die Compression eines jeden Körpers von einer mehr oder minder bedeutenden Wärmeentwickelung begleitet.

Wie die Zusammendrückung eines Körpers, so ist aber auch jede Reibung von einer Wärmeentwickelung begleitet, und in der That ist die Reibung dasjenige Mittel, durch welches sich der Mensch in weitaus den meisten Fällen Feuer zu verschaffen weiß. Durch eine zweckmäßige Reibung von Holzstücken macht der Indianer sein Feuer an. Das Feuerschlagen mit Stahl und Stein beruht lediglich auf der Wärmeentwickelung durch Reibung, und eine geringe Reibung ist es auch, durch welche wir unsere Zündhölzchen zum Brennen bringen.

Die durch Reiben entwickelte Wärme kann unter Umständen sehr bedeutend werden. Ein eiserner Radschuh erhitzt sich oft so, daß er zischt, wenn er mit Wasser in Berührung kommt, ja an einem rasch laufenden Schleifsteine von großem Durchmesser soll ein eiserner Nagel glühend werden.

Theoretische Ansichten über die Wärme. Wir haben nun die 277
wichtigsten Gesetze der Wärmeerscheinungen kennen gelernt, ohne daß die Rede davon gewesen wäre, was denn eigentlich die Wärme sei. In dieser Beziehung ist also die Wärmelehre ganz so behandelt worden, wie der erste Theil der Lehre vom Lichte, wo auch die empirischen Gesetze der Spiegelung und Brechung entwickelt wurden, ohne weiter nach dem Wesen des Lichtes zu fragen; eine Theorie aber, aus welcher sich alle Wärmeerscheinungen nicht nur der Art, sondern auch der Größe nach so vollständig ableiten lassen, wie die Lichtphänomene aus der Wellentheorie, fehlt bis jetzt noch.

Gewöhnlich stellt man sich die Wärme als einen imponderabelen Stoff vor, welcher die Körper durchdringt; diese Vorstellung paßt sich mancher Erscheinung, wie z. B. der Wärmebindung, der Wärmecapacität, ganz gut an, sie giebt uns für diese Erscheinungen ein ganz gutes Bild, ja die Ausdrücke sind auch mit Zugrundelegung dieser Ansicht geschaffen. Wenn sich aber auch die Erscheinungen der Wärmecapacität, der latenten Wärme, die Wärmeleitung ganz gut mit der Vorstellung des Wärmestoffes vertragen, so ist es doch auf der anderen Seite

höchst unwahrscheinlich, daß es einen solchen gebe, wie denn wohl überhaupt imponderabele Stoffe aus der Physik verschwinden werden, wie es beim Lichte schon der Fall ist. In der Wärmelehre steht der große Schritt, welcher der Einführung der Vibrationstheorie beim Lichte entspricht, wohl am nächsten bevor.

Einige Erscheinungen sind mit der Annahme des Wärmestoffes gar nicht zu vereinigen: die Wärmestrahlung und Erzeugung der Wärme durch Reibung.

Die Gesetze der strahlenden Wärme sind denen der Lichtstrahlung so ähnlich, daß die Idee nahe liegt, auch die Wärmestrahlung einer Aethervibration zuzuschreiben. Wenn aber die strahlende Wärme durch Vibrationen des Aethers sich fortpflanzt, so müßte die fühlbare Wärme durch Vibrationen der materiellen Theile der Körper selbst hervorgebracht werden.

Daß die Wärmeerscheinungen in der That von solchen Vibrationen herrühren, ist höchst wahrscheinlich, obgleich wir noch nicht im Stande sind, alle Erscheinungen der Wärme aus dieser Hypothese nur einigermaßen genügend abzuleiten, und wir die Vorstellung eines Wärmestoffes zur leichteren Darstellung und Uebersicht noch nicht wohl entbehren können.

Sechstes Buch.

Meteorologie.

Erstes Capitel.

Vertheilung der Wärme auf der Erdoberfläche.

Die Erwärmung der Erdoberfläche durch die Sonnenstrahlen. 278
Die Erwärmung der Erdoberfläche und der Atmosphäre, durch welche allein das Gedeihen der Pflanzen- und Thierwelt möglich ist, haben wir nur den Strahlen der Sonne zu danken, welche somit als die Quelle alles Lebens auf unserem Planeten betrachtet werden muß. — Wo die Mittagssonne vertical über den Köpfen der Bewohner steht, wo ihre Strahlen unter rechtem Winkel die Erdoberfläche treffen, da entwickelt sich eine üppige Vegetation, wenn eine zweite Bedingung ihrer Existenz, nämlich die Feuchtigkeit, nicht fehlt; wo aber die Sonnenstrahlen stets allzu schräg auffallen, um eine merkliche Wirkung hervorzubringen, da starrt die Natur von ewigem Eise, da hört alles Thier- und Pflanzenleben auf.

Indem die Sonnenstrahlen die Atmosphäre durchwandern, erleiden sie eine verhältnißmäßig geringe Absorption, weil die Luft ein sehr diathermaner Körper ist; jedenfalls ist die directe Erwärmung der Luft durch absorbirte Sonnenstrahlen eine sehr unbedeutende. Erst wenn die Sonnenstrahlen die Erdoberfläche selbst treffen, werden sie absorbirt und in fühlbare Wärme verwandelt. Durch den erwärmten Boden wird die Lufthülle der Erde von unten her erwärmt.

Die Erwärmung des Bodens hängt von der Richtung ab, in welcher die Sonnenstrahlen ihn treffen, und da diese Richtung eine nach bestimmten Gesetzen regelmäßig wechselnde ist, so ist klar, daß der Erwärmungszustand der Erdoberfläche und der unteren Schichten der Atmosphäre periodischen Variationen folgen muß, und zwar haben wir eine tägliche und eine jährliche Periode im Gange der Lufttemperatur (der Temperatur der untersten Luftschichten) zu unterscheiden.

Während der Erde durch die Sonnenstrahlen Wärme zugeführt wird, verliert sie auf der anderen Seite Wärme durch Ausstrahlung gegen die kälteren Himmelsräume. Im Allgemeinen halten sich Ein- und Ausstrahlung das Gleichgewicht, d. h. die Summe der Wärme, welche der Erde durch die Sonnenstrahlen zugeführt wird, ist derjenigen gleich, welche sie durch Ausstrahlung verliert. Dabei ist aber die Wärme über die Erdoberfläche weder gleichförmig noch unveränderlich vertheilt. Die höchste Erwärmung der Erdoberfläche und der

unteren Luftschichten finden wir in den Aequatorialgegenden, während es um so kälter wird, je mehr wir uns den Polen nähern. Fassen wir aber die Temperatur irgend eines bestimmten Ortes auf der Erdoberfläche ins Auge, so zeigt sich, daß sie beständigen Schwankungen unterworfen ist, indem in Folge der veränderlichen Stellung der Sonne gegen die Erdoberfläche bald die Einstrahlung, bald die Ausstrahlung das Uebergewicht gewinnt.

Da nun aber die Veränderungen, welche die Stellung der Sonne gegen die Erdoberfläche erfährt, an zwei Perioden, eine tägliche und eine jährliche, gebunden ist, so ist klar, daß auch die Variationen der Temperatur an irgend einem Orte der Erdoberfläche eine tägliche und eine jährliche Periode befolgen müssen.

279 **Die fünf Zonen.** Für verschiedene Gegenden der Erdoberfläche sind die Insolationsverhältnisse äußerst ungleich. Innerhalb der Wendekreise, wo Tag und Nacht das ganze Jahr hindurch fast gleich sind, wo die Sonne bei ihrem höchsten Mittagsstande das Zenith passirt, und wo die niedrigste Mittagshöhe mindestens 44° (die niedrigste Mittagshöhe der Sonne ist für die Wendekreise 43° 42′, für den Aequator 66° 32′), beträgt, wo also täglich die Sonnenstrahlen eine kräftige Wirkung ausüben können, muß auch stets eine hohe Lufttemperatur herrschen. Jener zwischen den Wendekreisen gelegene Aequatorialgürtel wird deshalb auch die *heiße Zone* genannt. Sie ist der Schauplatz des reichsten Thier- und Pflanzenlebens.

Den Gegensatz der heißen Zone bilden die Umgebungen der Pole.

Innerhalb der beiden von den Polarkreisen (66° 32′ nördlicher und südlicher Breite) begrenzten Kugelabschnitte kommt die Sonne Tage, Wochen, Monate lang gar nicht über den Horizont, und auch dann nur, um ihre Strahlen in sehr schräger Richtung auf den Boden zu senden; hier also kann nur eine geringe Wärmeentwickelung stattfinden, und hier starrt deshalb auch fast das ganze Jahr hindurch die Natur in Schnee und Eis.

Der von dem nördlichen Polarkreise eingeschlossene Raum wird die *nördliche*, der von dem südlichen Polarkreise eingeschlossene Raum wird die *südliche kalte Zone* genannt.

Der Gürtel zwischen dem nördlichen Wendekreise und dem nördlichen Polarkreise bildet die *nördliche gemäßigte Zone*, gleich wie die *südliche gemäßigte Zone* sich vom südlichen Wendekreise bis zum südlichen Polarkreise erstreckt. Je mehr man in diesen gemäßigten Zonen gegen die Polarkreise vordringt, desto mehr nähern sich die Temperaturverhältnisse denen der kalten Zonen.

Im Allgemeinen also sind die Temperaturverhältnisse eines Ortes eine Function seines Abstandes vom Aequator, also seiner geographischen Breite, und wenn sie nur von den Insolationsverhältnissen bedingt wären, wenn nicht andere Factoren modificirend einwirkten, so müßte die mittlere Lufttemperatur gleich sein für alle Orte gleicher geographischer Breite. Wir werden bald sehen, daß und *warum* dies nicht der Fall ist.

Die täglichen Variationen der Lufttemperatur. Wenn die Sonne, nachdem sie am östlichen Himmel aufgegangen ist, höher und höher über den Horizont sich erhebt, so muß die immer kräftiger wirkende Insolation ein Steigen der Lufttemperatur zur Folge haben. Wenn die Sonne ihren höchsten Stand erreicht hat, so ist jedoch die Temperatur der Erdoberfläche noch keineswegs so hoch gestiegen, daß sie eben so viel Wärme gegen den Himmelsraum ausstrahlen könnte, als sie durch die Sonnenstrahlen empfängt. Deshalb dauert das Steigen der Temperatur noch über Mittag fort, und erst 1 bis 2 Stunden nach der Culmination der Sonne, wenn ihre Höhe schon merklich abgenommen hat, tritt ein momentaner Gleichgewichtszustand zwischen Ein- und Ausstrahlung ein, das Maximum der täglichen Temperatur findet deshalb erst um 1 bis 2 Uhr Nachmittags Statt. Von da an aber gewinnt bei immer mehr sinkender Sonne die Ausstrahlung das Uebergewicht, die Temperatur sinkt anfangs langsam, dann rascher in den Abendstunden. Während der Nacht, wo gar keine Einstrahlung stattfindet, dauert das Sinken der Temperatur mit abnehmender Schnelligkeit fort, bis sie zur Zeit des Sonnenaufganges ihr Minimum erreicht hat. 280

Da im Sommer die Sonnenhöhen im Laufe des Tages zwischen weiteren Gränzen variiren (zwischen 0 und 63° für das mittlere Deutschland), als im Winter (zwischen 0 und 17° für den 50. Breitegrad), so ist klar, daß die Gränzen, zwischen welchen die Temperatur im Laufe eines Tages schwankt, im Sommer weiter aus einander liegen als im Winter. In der That beträgt z. B. für München die Differenz zwischen der höchsten und niedrigsten Temperatur des Tages im Monate Januar im Durchschnitt nur 2° C., während im Juli das tägliche Maximum durchschnittlich 6,2° höher ist als das tägliche Minimum.

Aus ähnlichen Gründen müssen nun auch die täglichen Temperaturschwankungen in den Aequatorialgegenden viel bedeutender sein als in höheren Breiten. Auch dies wird durch die Erfahrung bestätigt; so beobachtete z. B. Barth auf seiner Reise in das Innere von Afrika vom Aufgang der Sonne bis zum Nachmittage oft ein Steigen von 6 bis 30, ja von 8 bis 43° Celsius.

Im Allgemeinen bestätigt die Erfahrung allerdings die Resultate unserer obigen Raisonnements über den täglichen Gang der Wärme; sobald wir aber einzelne Tage herausgreifen, finden wir häufig solche Störungen des normalen Ganges, daß das Gesetz vollständig verwischt erscheint.

Von der Natur dieser Störungen und ihrer Ursachen wird weiter unten die Rede sein.

Die Jahreszeiten. Die Sonne theilt nicht allein mit dem ganzen Himmelsgewölbe die tägliche Umdrehung, sondern sie legt im Laufe eines Jahres am Himmelsgewölbe eine Bahn zurück, welche zur Hälfte nördlich, zur anderen Hälfte südlich von dem Himmelsäquator liegt. Eine Folge davon ist, daß wenigstens in den gemäßigten Zonen Tagesdauer und Mittagshöhe der Sonne ein halbes Jahr lang zunehmen, um dann in der folgenden Jahreshälfte in 281

gleicher Weise wieder abzunehmen. Dies hat dann den regelmäßigen Wechsel der Jahreszeiten zur Folge, deren Verlauf wir zunächst für die geographische Breite des mittleren Deutschlands betrachten wollen.

Am 21. März passirt die Sonne den Himmelsäquator, um von der südlichen auf die nördliche Himmelskugel überzugehen. Tag und Nacht sind gleich lang, und die Mittagshöhe, zu welcher die Sonne ansteigt, beträgt 40°. Nun aber findet eine rasche Zunahme der Mittagshöhe der Sonne sowohl wie auch der Tagesdauer Statt; bei immer kräftiger werdender Insolation bleibt der Boden nun länger und länger dem erwärmenden Einflusse der Sonnenstrahlen ausgesetzt, die Lufttemperatur muß also steigen.

Allmälig wird die Zunahme der Tagesdauer und der Mittagshöhe langsamer, bis endlich am 21. Juni die Sonne ihre größte nördliche Breite erreicht, und somit auch der längste Tag von 16 Stunden und die größte Mittagshöhe der Sonne von $63\frac{1}{2}$ Graden eintritt.

Aus demselben Grunde, warum das tägliche Maximum der Temperatur nicht auf die Mittagsstunde fällt, tritt auch das jährliche Temperaturmaximum nicht mit dem längsten Tage ein, sondern später, so daß im Durchschnitt der Juli der heißeste Monat ist.

Nach dem längsten Tage nimmt die Tagesdauer und die Mittagshöhe der Sonne erst langsam, dann rascher ab, und mit der rascheren Abnahme beider stellt sich dann auch ein Sinken der Luftwärme ein. Am 22. September, dem Herbstäquinoctium, passirt die Sonne abermals den Himmelsäquator, um auf die südliche Hemisphäre der Himmelskugel überzugehen. Nun werden die Nächte länger als der Tag, die Mittagshöhe der Sonne nimmt mehr und mehr ab, bis sie am 21. December, als am kürzesten Tage (von 8 Stunden), ihr Minimum von 17 Grad erreicht. Unter diesen Umständen, da die Wirkung der ohnehin sehr schräg auffallenden Sonnenstrahlen nur auf wenige Stunden beschränkt bleibt, und der Boden die lange Nacht hindurch Wärme durch Ausstrahlung verliert, muß die Lufttemperatur bedeutend sinken; doch tritt das Minimum der Jahrestemperatur in der Regel erst gegen die Mitte des Januars ein, da unmittelbar nach dem kürzesten Tage die Zunahme der Tageslänge und der Mittagshöhe der Sonne noch zu unbedeutend ist, um ein Steigen der Temperatur bewirken zu können.

So ist denn im Allgemeinen der Gang der Lufttemperatur im Laufe des Jahres für Deutschland folgender: Von der Mitte Januar an steigt die Temperatur bis gegen die Mitte Juli, um von da allmälig bis zur Mitte Januar wieder abzunehmen. Das Steigen und Fallen der Temperatur ist am langsamsten vor und nach der Zeit des jährlichen Maximums und Minimums, am raschesten um die Zeit der Aequinoctien.

Die drei heißesten Monate, Juni, Juli und August, bilden den Sommer, die Zeit, in welcher die kräftigste Entwickelung der Vegetation vor sich geht. Den Winter bilden die drei kältesten Monate, December, Januar und Februar, während welcher die Vegetation fast gänzlich ruht. Während des Frühlings, März, April und Mai, findet ein allmäliges Erwachen, während des Herbstes,

September, October und November, ein allmäliges Absterben der Pflanzenwelt Statt.

Die Differenz zwischen der mittleren Temperatur des heißesten und des kältesten Monats beträgt für Deutschland im Durchschnitt 16° R.

Der oben beschriebene Wechsel der Jahreszeiten bezieht sich auf Länder mittlerer geographischer Breite; in höheren wie in niederen Breiten gestaltet sich die Sache wesentlich anders.

Unter höheren Breiten wird die Dauer des kürzesten Tages immer geringer, die Sonnenhöhe immer unbedeutender, die Winterkälte muß also gegen die Pole hin immer zunehmen; zugleich aber nimmt die Dauer des Winters zu, denn während der Aequinoctialperiode ist die Wirkung der Sonnenstrahlen in jenen Ländern noch viel zu gering, um Eis und Schnee zu schmelzen oder das Gefrieren des Wassers zu verhindern, der Winter erstreckt sich also noch über einen Theil der Monate, welche bei uns den Frühling und den Herbst ausmachen. Im Sommer aber wird die im Vergleich zu unseren Gegenden geringere Mittagshöhe der Sonne (unter dem 60. Breitengrade z. B., welcher ungefähr über Petersburg und Stockholm geht, ist der längste Tag $18\frac{1}{2}$ Stunde, die höchste Mittagshöhe der Sonne $53\frac{1}{2}°$) durch die längere Dauer der Sommertage nahezu wieder ausgeglichen, so daß die Sommerhitze immer noch eine sehr bedeutende werden kann. In jenen Gegenden herrscht also ein langer kalter Winter, welcher rasch in einen heißen kurzen Sommer übergeht, so daß die Uebergangs-Jahreszeiten, Frühling und Herbst, mehr und mehr verschwinden.

Innerhalb der Polarkreise fallen endlich die Sonnenstrahlen selbst zur Zeit der größten Sonnenhöhe noch so schräg auf, daß sie trotz der langen Tagesdauer keine kräftige Erwärmung hervorbringen können; statt des Sommers tritt nur eine mehr oder weniger bedeutende Unterbrechung in der Strenge der Winterkälte ein.

Wenden wir uns von Deutschland aus zu südlicheren Ländern, so muß dort aus zweierlei Gründen der Winter immer milder werden, denn einmal erreicht die Sonne selbst zur Zeit des Wintersolstitiums noch eine ziemlich bedeutende Mittagshöhe (unter dem 30. Breitengrade z. B. noch $36\frac{1}{2}°$), während zugleich die Dauer der Wintertage größer ist als bei uns (für den 30. Breitengrad z. B. ist die Dauer des kürzesten Tages 10 Stunden 4 Minuten). Während so die Winterwärme steigt, wächst die Sommerwärme nicht in gleichem Maße, denn die Wirkung der größeren Sonnenhöhe wird dadurch zum Theil neutralisirt, daß die Sommertage nicht so lang sind als bei uns.

Die Differenz zwischen Sommer- und Wintertemperatur muß also um so mehr abnehmen, je mehr wir uns von den Polen aus den Wendekreisen nähern.

Innerhalb der Wendekreise aber verschwindet der Charakter unserer Jahreszeiten fast ganz. Auf dem Aequator passirt die Sonne zweimal, im März und September, das Zenith, während die niedrigste Mittagshöhe der Sonne (Ende Juni und December) noch $66\frac{1}{2}°$ beträgt. Bedenkt man ferner, daß auf dem Aequator das ganze Jahr hindurch Tag und Nacht gleich sind, so begreift man

leicht, daß die jährlichen Temperaturvariationen für die Aequatorialgegenden nur sehr unbedeutend sein können.

Vom Aequator aus gegen die Wendekreise hin wird allmälig der Charakter unserer Jahreszeiten wieder merklich, während er erst in den gemäßigten Zonen entschieden zur Geltung kommt.

In der südlichen gemäßigten Zone wechseln die Jahreszeiten wie bei uns, nur ist begreiflich dort Winter, wenn wir Sommer haben und umgekehrt.

Im Allgemeinen bestätigt die Erfahrung die Resultate der obigen Betrachtung. So beträgt z. B. die Differenz zwischen der mittleren Temperatur des heißesten und des kältesten Monats für

Quito	1,4° R.
Havannah	4,5
Mexico	6,3
Palermo	11,1
Rom	13,7
München	15,6
Prag	18,6
Moskau	23,5
Irkutzk	30,3
Jakutzk	50,8.

282 **Modificationen normaler Temperaturverhältnisse.** Die durch die Attraction der Sonne vorgeschriebene Bahn eines jeden Planeten wird durch den störenden Einfluß der übrigen kaum alterirt, die Störungen spielen hier nur eine untergeordnete Rolle. Anders ist es mit den klimatischen Verhältnissen. Allerdings ist der Erwärmungszustand der unteren Luftschichten eine Function der Insolationsverhältnisse, aber eine Function, in welcher mehrere mannigfach wechselnde Factoren eintreten, so daß die Störungen den regelmäßigen Gang oft gänzlich maskiren. Wäre die Natur der Erdoberfläche überall dieselbe (d. h. fehlte die Abwechselung zwischen Wasser und Land, zwischen Berg und Thal, zwischen bewaldetem und pflanzenleerem Boden), würde die Wirkung der Insolation nicht durch wechselnde Bewölkung des Himmels modificirt, und würde die Wärme nicht durch Luft und Meeresströmungen von einem Orte zum anderen fortgeführt, so müßten nicht allein alle Orte gleicher geographischer Breite gleiche klimatische Verhältnisse haben, sondern es müßten auch die täglichen und jährlichen Variationen der Lufttemperatur vollkommen regelmäßig verlaufen.

Dem ist aber in der That nicht so. — So hat z. B. Neapel eine mittlere Jahreswärme von 12,25°, während bei gleicher nördlicher Breite Newyork nur eine mittlere Jahreswärme von 8,7° hat. Christiania und Quebec haben fast gleiche mittlere Jahreswärme (4,2 und 4,4°) und doch liegt Quebec um mehr als 13 Breitengrade südlicher als Christiania. Ebenso ist an einem und demselben Orte der Gang der Wärme von einem Jahr zum anderen sehr verschieden, und demselben Jahrestage entspricht keineswegs stets dieselbe Temperatur, wie

es sein müßte, wenn die Luftwärme allein vom Sonnenstande abhinge. So war z. B. zu Frankfurt am Main — 14° R. die mittlere Temperatur des 22. Januar 1850, + 8,5° R. die desselben Tages im Jahre 1846. — Im Jahre 1846 war zu Frankfurt am Main der 22. Januar um 2° wärmer als der 14. Mai. Ebendaselbst fiel im Jahre 1841 der heißeste Tag auf den 24. Mai (mit 20° R.), im Jahre 1842 aber auf den 19. August (mit 21° R.).

Solche Anomalien zeigen deutlich, wie sehr die Luftwärme außer den Insolationsverhältnissen noch von anderen mächtig influirenden und veränderlichen Factoren bedingt werde. Wenn am 22. Januar 1846 zu Frankfurt am Main eine Wärme von $8\frac{1}{2}$° R. herrschte, so konnte diese hohe Temperatur unmöglich direct durch die Sonnenstrahlen hervorgerufen sein, und zwar um so weniger, als jener Tag ein durchaus bewölkter Regentag war; die damals herrschenden Südwestwinde hatten die Wärme offenbar aus südlicheren Gegenden zugeführt; ebenso wie die verhältnißmäßig niedrige Temperatur des 14. Mai nur das Resultat rauher Nordostwinde war.

Aus alle dem geht hervor, daß man die Temperaturverhältnisse eines Ortes nicht aus theoretischen Betrachtungen ableiten, sondern daß man sie nur durch längere Zeit fortgesetzte Beobachtungen ermitteln kann.

Mittlere Temperatur der Tage, der Monate und des Jahres. 283
Wenn man von einer Mitternacht bis zur nächsten alle Stunden ein zweckmäßig aufgestelltes Thermometer beobachtet und aus den 24 Beobachtungen das Mittel nimmt, so erhält man die mittlere Temperatur des Tages.

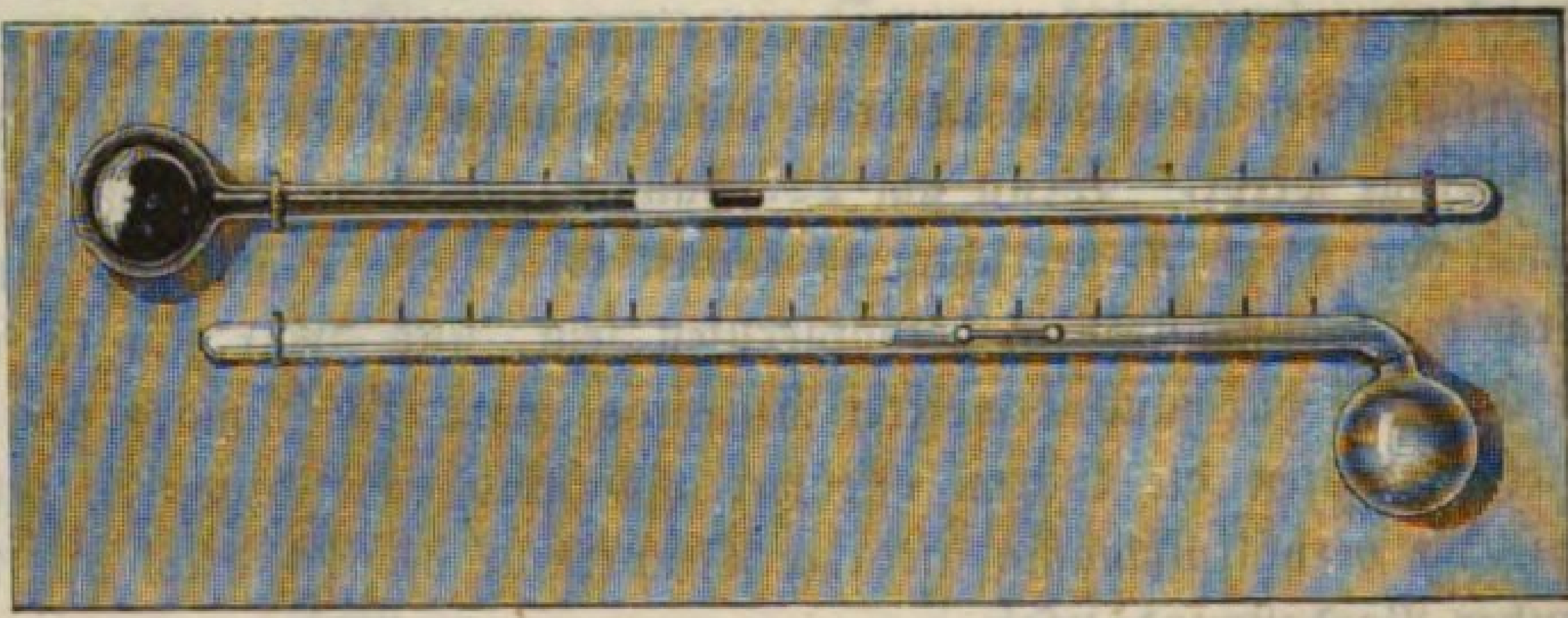
Solche stündliche Beobachtungen einige Zeit lang mit ununterbrochener Regelmäßigkeit anzustellen, ist ungemein mühsam, selbst wenn sich mehrere Personen in das Geschäft theilen. Man hat deshalb andere Methoden in Vorschlag gebracht, um die mittlere Temperatur eines Tages zu finden. Man erhält dieselbe z. B. sehr nahe richtig, wenn man um 7 Uhr Morgens, um 2 Uhr Nachmittags und um 9 Uhr Abends die Lufttemperatur beobachtet und aus diesen drei Beobachtungen das Mittel zieht. Andere ganz passende Beobachtungsstunden, deren Mittel gleichfalls das Tagesmittel repräsentiren, sind 7 Uhr Morgens und 7 Uhr Abends. Endlich findet man auch das Tagesmittel, wenn man aus dem innerhalb 24 Stunden beobachteten Maximum und Minimum der Temperatur das Mittel nimmt.

Um die höchste und niedrigste Temperatur zu erfahren, welche innerhalb 24 Stunden geherrscht hat, ohne daß man deshalb gerade zur Zeit des Maximums und des Minimums das Thermometer zu beobachten braucht, kann man den Fig. 531 (a. f. S.) abgebildeten Thermometrographen anwenden; er besteht aus zwei Thermometern, deren Röhren wagerecht liegen und von denen das eine ein Quecksilberthermometer, das andere ein Weingeistthermometer ist. In der Röhre des Quecksilberthermometers liegt ein Stahlstiftchen, welches durch die Quecksilbersäule fortgeschoben wird, wenn sich das Quecksilber in der Kugel dieses Thermometers ausdehnt; wenn nun aber das Thermometer erkaltet, so zieht sich die Quecksilbersäule wieder zurück, das Stahlstäbchen aber bleibt an der Stelle

liegen, bis zu welcher es bei dem höchsten Stande des Thermometers geschoben worden war; ein solches Thermometer giebt also das Maximum der Temperatur an, welches innerhalb einer gewissen Periode geherrscht hat.

In der Röhre des Weingeistthermometers liegt ein ganz feines Glasstäbchen, welches an beiden Enden etwas dicker ist, wie man Fig. 531 deutlich sieht;

Fig. 531.



das Glasstäbchen liegt noch in dem Weingeistsäulchen, und wenn der Weingeist in der Kugel erkaltet und sich die Weingeistsäule in der Röhre bis an das erste Knöpfchen des Glasstäbchens zurückgezogen hat, so wird bei fernerem Sinken der Temperatur das Glasstäbchen in Folge der Adhäsion zwischen Weingeist und Glas von der noch weiter sich zurückziehenden Weingeistsäule mitgenommen; wenn aber die Flüssigkeit in der Kugel wieder wärmer wird, so geht beim Steigen des Thermometers die Flüssigkeit an dem Stäbchen vorbei, ohne es fortzuschieben; das Stäbchen, welches von dunkelfarbigem Glase gemacht sein muß, damit man es deutlich sehen kann, bleibt also an der Stelle liegen, welche dem Minimum der Temperatur entspricht, die innerhalb eines gewissen Zeitraumes herrschte.

Wenn die Kugel des einen Thermometers auf der rechten Seite liegt, so liegt die des anderen links, wenn man den ganzen Apparat etwas neigt und leise daran stößt, so daß das Stahlstäbchen durch sein Gewicht bis auf die Quecksilbersäule, das Glasstäbchen aber bis an das Ende der Weingeistsäule fällt. Wenn man das so vorgerichtete Instrument stehen läßt, so wird bei jedem Steigen der Temperatur das Stahlstäbchen fortgeschoben, das Glasstäbchen aber bei jedem Sinken der Temperatur zurückgezogen.

Dieses Instrument ist besonders geeignet, um das Maximum und Minimum der täglichen Temperatur anzugeben. Wenn man es etwa jeden Abend in Stand setzt, so kann man den folgenden Abend ablesen, welches die höchste und welches die niedrigste Temperatur während der letzten 24 Stunden war.

Hat man auf die eine oder andere Weise die mittlere Temperatur aller Tage eines Monates ermittelt, so erhält man die mittlere Temperatur des Monates, wenn man aus den 30 oder 31 Tagesmitteln wieder das Mittel nimmt.

Die aus den 12 Monatsmitteln gezogene Mittelzahl giebt dann die mittlere Temperatur des ganzen Jahres an.

So ergeben sich z. B. aus den zu Berlin angestellten Beobachtungen fol-

gende Mittelwerthe für die Temperatur der einzelnen Monate und des ganzen Jahres von 1829 bis 1834:

	1829	1830	1831	1832	1833	1834	*D*
Januar . .	— 4,66	— 6,11	— 3,71	— 1,13	— 2,69	— 2,83	— 1,90
Februar . .	— 2,88	— 3,40	0,60	0,97	3,01	1,16	— 0,15
März . . .	1,38	3,88	3,14	3,16	1,77	3,74	2,74
April . . .	7,19	8,41	9,00	7.20	5,06	6,20	6,88
Mai	9,49	11,22	9,98	9,49	14,38	12,74	10.92
Juni	14,56	14,01	12,60	13,61	15,27	15,17	13,94
Juli	15.43	15,39	15,40	12,64	14,59	18,69	15,04
August . . .	13,85	14,17	14,63	14,65	11,31	16,77	14,43
September .	11,59	11,18	10,53	10,53	11,27	12,49	11,75
October . .	6,35	7,28	9,74	7,62	7,04	7,69	7,97
November .	0,71	4.72	2,71	2,62	3,39	3,81	3,25
December . .	— 6,93	— 0,47	1,43	1,08	3,80	1,68	1,32
Jahr	5,50	6,77	7,16	6,86	7,35	8,58	7,18

Hat man für einen Ort die mittlere Temperatur der einzelnen Monate und des ganzen Jahres während eines längeren Zeitraumes ermittelt, so ergiebt sich das allgemeine Monatsmittel, wenn man die Mitteltemperaturen desselben Monates, wie man sie in den einzelnen Jahren erhalten hat, addirt und die erhaltene Summe durch die Zahl der Beobachtungsjahre dividirt. Auf diese Weise haben sich aus einer Reihe von 24 Beobachtungsjahren die allgemeinen Monatsmittel für Berlin ergeben, wie man sie in der letzten Columne obiger Tabelle unter *D* findet.

Auf gleiche Weise ergiebt sich das allgemeine Jahresmittel, welches für Berlin 7,18° R. ist.

Je länger die Beobachtungsreihen fortgesetzt sind, desto richtiger werden die aus ihnen berechneten allgemeinen Monats- und Jahresmittel.

Jahresisothermen. Um den normalen Gang der Wärme für irgend 284
einen Ort zu ermitteln, muß man durch möglichst lange fortgesetzte Beobachtungen das allgemeine Mittel der einzelnen Monate bestimmen, und um ein wahres Bild der Vertheilung der Wärme auf der Erdoberfläche zu erhalten, muß man die Beobachtungsresultate der verschiedensten Weltgegenden zusammenstellen. Die Zahlen der folgenden Tabellen sind dem reichen Material entnommen, welches Dove gesammelt und in den Abhandlungen der Berliner Akademie veröffentlicht hat.

Die Temperaturangaben dieser Tabelle beziehen sich auf Réaumur'sche Grade, da diese Scala für Witterungsbeobachtungen die verbreitetste ist.

	Geographische Breite.	Mittlere Temperatur des Jahres.	des heißesten Monates.	des kältesten Monates.
Singapore	1° 17′	21,6	22,4	20,6
Guinea	5 30	21,9	23,0	20,0
Paramaribo	5 45	21,5	22,9	20,4
Batavia	6 9	20,6	21,3	19,1
Kouka	13 10	22,9	26,8	17,7
Domingo	18 29	21,9	24,0	20,0
Calcutta	22 38	22,4	25,9	16,6
Rio Janeiro	22 54 S	18,6	21,4	15,6
Havannah	23 9	20,1	22,0	17,5
Cairo	30 2	17,8	23,9	10,7
Bermudas	32 30	15,7	19,9	11,0
Funchal	32 38	15,8	18,6	13,8
Capstadt	33 56 S	15,3	19,5	11,4
Adelaide	34 35 S	16,2	23,3	9,9
Gibraltar	36 7	15,7	21,1	11,4
Algier	36 47	14,3	19,8	9,3
Peking	39 54	10,1	22,0	— 3,0
New-York	40 43	8,7	18,3	— 3,4
Neapel	40 52	12,2	19,0	6,5
Rom	41 54	12,66	19,5	5,8
Albany	42 39	7,2	17,8	— 3,6
Hobart-Town	42 53 S	9,1	13,8	3,6
Sebastopol	44 36	9,3	17,4	1,0
Halifax	44 39	3,6	16,9	— 6,2
Bordeaux	44 50	11,1	18,3	4,0
Astrachan	46 21	8,2	20,3	— 8,6
Quebec	46 48	4,4	18,4	— 8,6
Fort Vancouver	48 37	8,8	15,1	2,7
Paris	48 50	8,6	15,0	1,5
Carlsruhe	49 1	8,3	15,8	— 0,14
Prag	50 5	8,1		
Frankfurt a. M.	50 10	7,8	15,1	— 0,24
Brüssel	50 51	8,3	14,4	1,5
Breslau	51 3	6,6	14,8	— 1,8
Düsseldorf	51 14	8,8	15,3	1,4
London	51 30	8,3	14,0	2,2

	Geographische Breite.	Mittlere Temperatur		
		des Jahres.	des heißesten Monates.	des kältesten Monates.
Falklands-Inseln . .	52° 0′	6,8	10,6	2,4
Irkutzk	52 17	0,3	14,6	— 15,7
Amsterdam	52 23	7,9	14,8	0,5
Berlin	52 30	7,2	15,0	— 1,9
Barnaul	53 20	— 0,3	15,8	— 16,7
Dublin	53 21	7,6	12,7	2,9
Moskau	55 45	3,6	15,3	— 8,2
Edinburg	55 58	6,7	12,8	2,4
Sitcha	57 3	6,0	11,5	1,0
Nain	57 10	— 1,7	4,6	— 13,8
Petersburg	59 56	3,4	14,1	— 8,4
Bergen	60 24	6,6	12,6	1,34
Jakutzk	62 1	— 8,25	16,3	— 34,4
Reikiavik	64 8	3,3	10,7	— 1,0
Archangel	64 32	0,68	12,8	— 11
Fort Franklin	65 12	— 6,6		
Torneo	66 24	— 0,42	13,1	— 12,7
Boothia Felix	69 59	— 12,6		
Ustjansk	70 58	— 12,4		
Nordcap	71 10	0,11	6,4	— 4,4
Melville-Inseln . . .	74 47	— 13,7	4,6	— 28,1

Eine südliche Breite ist in dieser Tabelle durch *S* bezeichnet, wo dagegen keine weitere Bezeichnung beigefügt ist, ist von einer nördlichen Breite die Rede.

Eine klare Uebersicht über die Vertheilung der Wärme auf der Erde hat zuerst Humboldt durch seine isothermischen Linien möglich gemacht, durch welche er alle solche Orte derselben Hemisphäre verband, welche gleiche mittlere Jahreswärme haben.

Denken wir uns z. B., daß ein Reisender, von Paris ausgehend, eine Reise um die Erde in der Weise macht, daß er alle Orte der nördlichen Halbkugel besucht, welche dieselbe mittlere Jahreswärme haben wie Paris, nämlich 10,8° C. oder 8,6° R., so wird der Weg, den er auf diese Weise zurücklegt, eine Linie gleicher mittlerer Jahreswärme, also eine isotherme Linie sein; diese Linie fällt aber nicht mit dem Breitengrade von Paris zusammen, sie ist unregelmäßig und gekrümmt, d. h. sie geht durch Orte, welche eine ganz andere Breite haben als Paris.

Die Karte Fig. 532 stellt die Erdoberfläche in Aequatorial-Projection mit den Isothermen von 4 zu 4° R. dar; außerdem befinden sich noch innerhalb

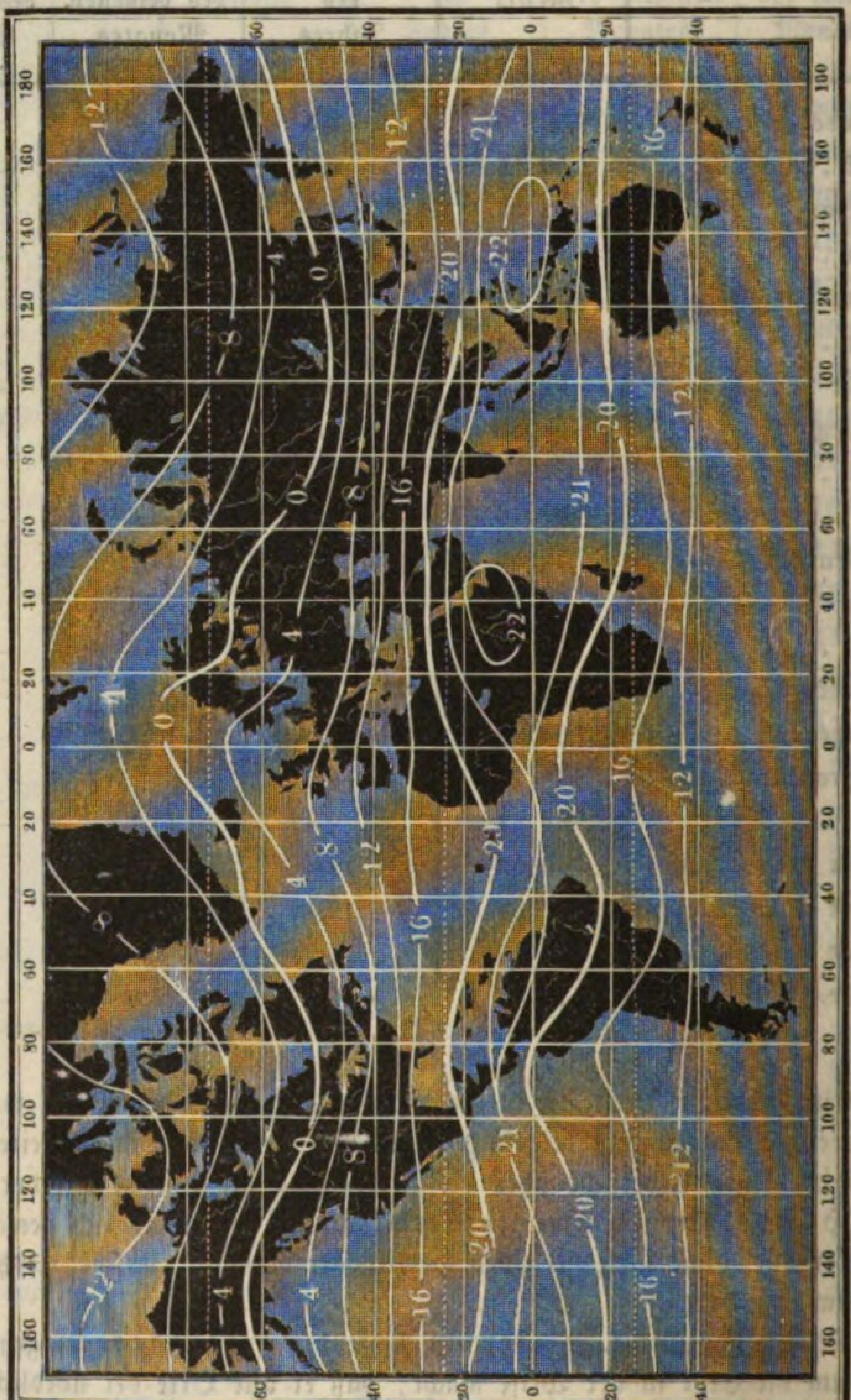


Fig. 532.

des Gürtels, für welchen die mittlere Jahreswärme 20° R. übersteigt, die Curven von 21 und 22° mittlerer Jahreswärme.

Die Anschauung dieser Karte erspart uns eine weitere Beschreibung des Laufes der Isothermen. Man sieht, daß ihre Krümmungen in der nördlichen

Halbkugel um so bedeutender werden, je weiter man sich vom Aequator entfernt; die Isotherme von 0° z. B. steigt von dem südlichen Ende der Küste von Labrador über Island nach dem Nordcap, um sich im Inneren von Asien wieder bedeutend zu senken.

Da, wo sich die Isothermen am weitesten nach Süden herabsenken, bilden sie einen concaven, da, wo sie am höchsten nach Norden steigen, bilden sie einen convexen Gipfel. Die südlichen Wendepunkte der Isothermen liegen im östlichen Nordamerika und im Inneren von Asien, die nördlichen Wendepunkte dagegen liegen an den Westküsten von Europa und Amerika.

Die Temperaturverhältnisse der südlichen Hemisphäre sind uns bei Weitem nicht so vollständig bekannt wie die der nördlichen, doch ist es wohl als ausgemacht zu betrachten, daß die südliche Halbkugel kälter ist als die nördliche; dieser Unterschied möchte aber wohl geringer sein, als man vielfach anzunehmen geneigt ist. Was vielleicht dazu beigetragen hat, die südliche Halbkugel für so bedeutend kälter zu halten als die nördliche, ist wohl der Umstand, daß man die Temperaturverhältnisse der südlichsten Theile von Amerika mit den Temperaturverhältnissen gleicher nördlicher Breiten in Europa verglichen hat, wo ja die Isothermen so außerordentlich weit nach Norden in die Höhe steigen; die Sache stellt sich ganz anders, wenn man die Gegenden von Südamerika mit solchen vergleicht, welche gleich weit vom Aequator an der Ostküste von Nordamerika liegen.

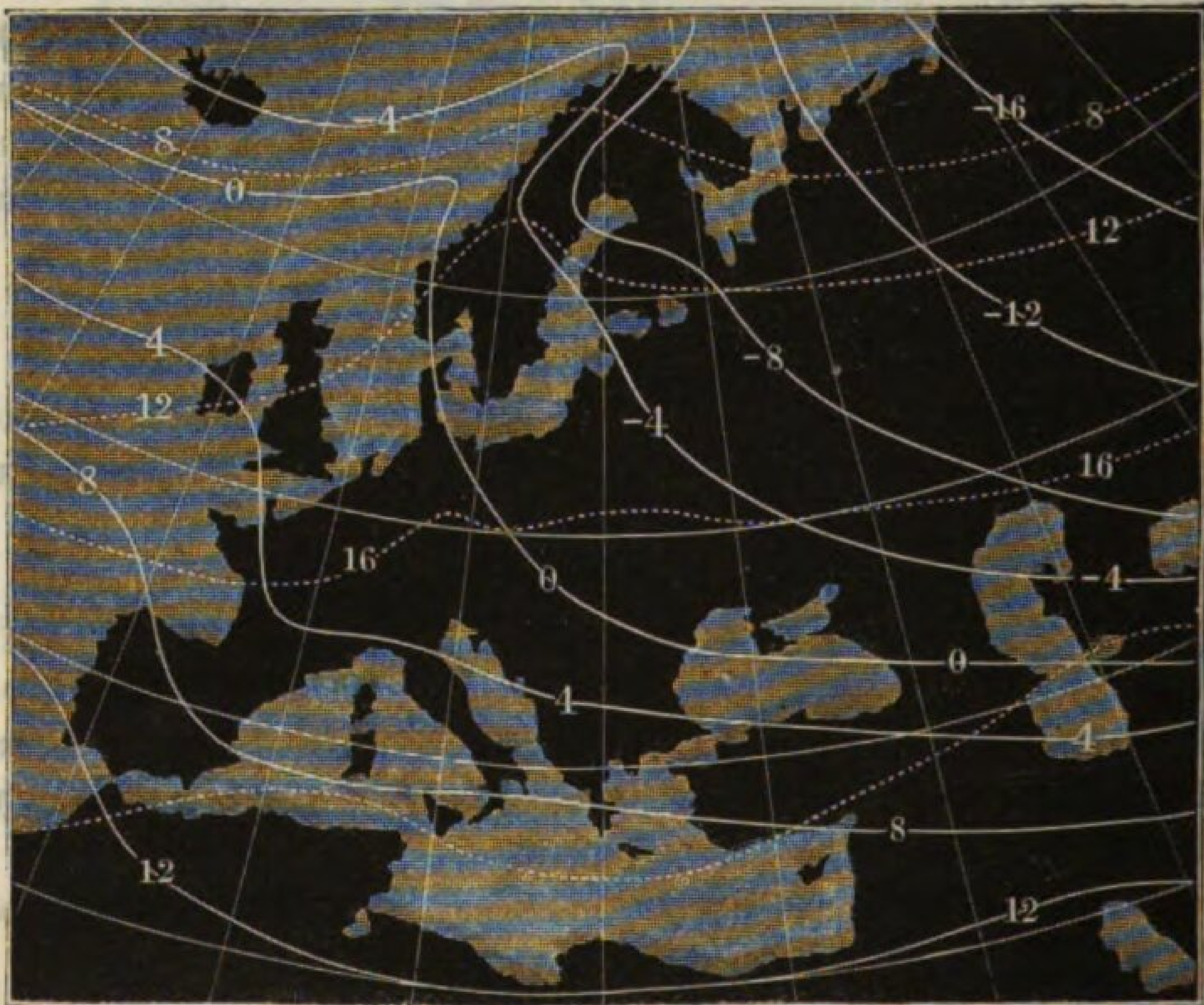
Daß die südliche Halbkugel etwas kälter ist als die nördliche, rührt wohl daher, daß auf der nördlichen das Land, auf der südlichen hingegen das Meer vorherrscht. Das feste Land erwärmt sich durch die Absorption der Sonnenstrahlen weit mehr als das Meer, welches einen großen Theil dieser Strahlen reflectirt.

Isotheren und Isochimenen. Daß nicht alle Orte, welche auf dem- 285
selben Parallelkreise liegen, gleiches Klima haben, ist bereits angeführt worden, es fragt sich aber nun, ob denn alle Orte, welche auf derselben Isotherme liegen, alle Orte also, für welche die mittlere Jahreswärme gleich ist, auch sonst gleiche klimatische Verhältnisse haben. Man braucht nur die Tabelle auf Seite 518 und 519 anzusehen, um sich zu überzeugen, daß dies nicht der Fall ist. Edinburg und Breslau haben gleiche mittlere Jahreswärme von 6,6°, in Edinburg ist aber die mittlere Temperatur des kältesten Monats 2,4°, in Breslau — 1,8°; Breslau hat also einen weit kälteren Winter als Edinburg, dagegen ist die mittlere Sommertemperatur für Breslau 14,8, für Edinburg nur 12,8°. Bei gleicher mittlerer Jahrestemperatur hat also Edinburg einen gelinderen Winter und einen kühleren Sommer als Breslau.

Um die Wärmeverhältnisse eines Landes zu kennen, reicht es also nicht hin, daß man weiß, welches seine mittlere Jahrestemperatur ist, man muß auch wissen, wie die Wärme auf die verschiedenen Jahreszeiten vertheilt ist. Diese Vertheilung kann man auf einer Isothermenkarte dadurch zeigen, daß man, nach Humboldt's Beispiele, an den verschiedenen Stellen einer und derselben Iso-

therme die mittlere Sommer- und Wintertemperatur beischreibt, was in unserer Isothermenkarte wegen ihrer Kleinheit nicht möglich war; man sieht alsdann bald, daß gerade in der Nähe der convexen Gipfel der Isothermen auch die Differenzen zwischen der mittleren Sommer- und Wintertemperatur am geringsten sind; dieselben Ursachen also, welche machen, daß die Isothermen an den Westküsten von Europa und Amerika so hoch nach Norden steigen, machen auch die Differenz zwischen der Sommer- und Wintertemperatur geringer. Eine sehr gute Uebersicht in Beziehung auf die Vertheilung der Wärme zwischen Winter und Sommer gewährt eine Karte, in welcher man alle Orte durch Curven verbindet, welche gleiche mittlere Wintertemperatur, und diejenigen, welche gleiche mittlere Sommertemperatur haben. Die Linien gleicher mittlerer Wintertemperatur heißen Isochimenen, die Linien gleicher mittlerer Sommertemperatur heißen Isotheren. Fig. 533 stellt ein Kärtchen von Europa mit den Isotheren und Isochimenen von 4 zu 4 Grad Réaumur dar.

Fig. 533.



Die ausgezogenen Curven sind die Isochimenen, die punktirten sind die Isotheren. Man ersieht aus dieser Karte leicht, daß die Westküste des südlichen Theiles von Norwegen, Dänemark, ein Theil von Böhmen und Ungarn, Siebenbürgen, Bessarabien und die Südspitze der Halbinsel Krim gleiche mittlere Wintertemperatur von 0° haben. Böhmen hat aber einen gleichen Sommer mit dem Ausflusse der Garonne, und in der Krim ist der Sommer noch weit wärmer. Dublin hat gleiche mittlere Wintertemperatur, nämlich 4°, mit Nantes, Oberitalien und Constantinopel und gleiche mittlere Sommerwärme mit Drontheim und Finnland.

Die Isothere von 16° geht von dem Ausflusse der Garonne ungefähr über Straßburg und Würzburg nach Böhmen, der Ukraine, dem Lande der Donischen Kosacken und geht etwas nördlich vom Caspischen Meere vorbei; wie ungleich ist aber die mittlere Wintertemperatur an verschiedenen Orten dieser Isothere! An der Westküste von Frankreich ist sie 4°, in Böhmen 0°, in der Ukraine — 4° und etwas nördlich vom Caspischen Meere gar — 8°.

Land- und Seeklima. Die Betrachtung der letzten Karte und der 286
Tabelle auf Seite 518 und 519 führt uns zu der wichtigen Unterscheidung zwischen Land- und Seeklima oder, wie man es auch ausdrückt, zwischen Continental- und Küstenklima. Die Differenzen zwischen der Sommer- und Wintertemperatur wachsen mit der Entfernung vom Meere; an den Meeresküsten herrschen kühle Sommer und milde Winter, im Inneren des Landes heiße Sommer und kalte Winter. Diese Differenzen treten sehr lebhaft hervor, wenn man die Temperaturverhältnisse der Westküsten von Europa mit denen des nördlichen Asiens vergleicht. Um das Verhältniß der mittleren Jahreswärme zu der Vertheilung der Wärme leicht ersehen zu können, ist in den folgenden, der Tabelle S. 518 entnommenen Beispielen die mittlere Jahreswärme vor, die mittlere Wärme des heißesten Monates über, die mittlere Temperatur des kältesten Monates unter einen Horizontalstrich gesetzt.

Küstenklima:	Continentalklima:
Nordcap .... 0,1 $\frac{6,4}{-4,4}$	Jakutzk .... — 8,2 $\frac{16,3}{-34,4}$
Reikiavik ... 3,3 $\frac{10,7}{-1,0}$	Irkutzk .... 0,3 $\frac{14,6}{-15,7}$
	Moskau ... 3,6 $\frac{15,3}{-8,2}$.

Welchen Einfluß solche klimatische Verschiedenheiten auf die Vegetation ausüben müssen, ist klar. An mehreren Orten Sibiriens, in Jakutzk z. B., wo die mittlere Jahrestemperatur — 8,2° R. ist, die mittlere Januartemperatur aber — 34,4° R. beträgt, wird während des kurzen, aber heißen Sommers Weizen und Roggen auf einem Boden gebaut, welcher in einer Tiefe von 3 Fuß beständig gefroren bleibt; dagegen ist auf der Insel Island bei ungleich höherer Jahrestemperatur und bei einer unbedeutenden Winterkälte an den Bau von Cerealien nicht mehr zu denken, weil die niedrige Sommertemperatur nicht hinreicht, sie zur Reife zu bringen.

Im nordöstlichen Irland, wo im Winter kaum Eis friert, in gleicher Breite mit Königsberg, gedeihet die Myrthe so kräftig wie in Portugal; auf den Küsten von Devonshire überwintert die Camelia japonica und die Fuchsia coccinea im Freien; der Winter ist in Plymouth nicht kälter als in Florenz und Montpellier: der Weinbau gedeiht aber nicht in England, weil die Rebe wohl eine ziemlich starke Winterkälte vertragen kann, aber eines heißen Sommers bedarf, wenn die Trauben reifen und einen trinkbaren Wein liefern sollen.

Diese Unterschiede rühren daher, daß das feste Land, die Wärmestrahlen leichter absorbirend und ausstrahlend, sich schneller erwärmt und leichter wieder erkaltet, als das Meer, welches, überall von gleichförmiger Natur, wegen seiner Durchsichtigkeit, wegen der bedeutenden specifischen Wärme des Wassers nicht so schnell erwärmt wird, die einmal erlangte Wärme aber auch nicht so schnell abgiebt. Die Temperatur der Meeresoberfläche ist deshalb weit gleichförmiger; sowohl die täglichen, als auch die jährlichen Temperaturschwankungen sind ungleich geringer als in der Mitte der großen Continente, und dadurch ist gerade der schon oben erwähnte Unterschied zwischen Land- und Seeklima bedingt, welcher dadurch größer wird, daß an den Küsten der nördlich gelegenen Länder der Himmel meistens bedeckt ist, was sowohl den wärmenden Einfluß der Sonnenstrahlen im Sommer mäßigt als auch die starke Erkaltung des Bodens durch Wärmestrahlung im Winter hindert.

287 **Ursachen der Biegung der Isothermen.** Die wichtigsten Ursachen, welche bewirken, daß die Isothermen an den Westküsten von Europa und Amerika so stark nach Norden sich biegen, sind im Wesentlichen folgende.

In der nördlichen gemäßigten Zone sind die Südwest- und die Nordostwinde die vorherrschenden. Der Südwestwind kommt aus den Aequatorialgegenden und führt die Wärme der Tropen zum Theil nach den kälteren Ländern; dieser erwärmende Einfluß der Südwestwinde wird aber in solchen Ländern vorzugsweise merklich werden, welche der südwestlichen Luftströmung am meisten ausgesetzt sind, und somit erklärt sich, daß die Westküsten der großen Continente wärmer sind als die Ostküsten, daß die Isothermen in Europa, welches eigentlich nur eine halbinselförmige Verlängerung des asiatischen Continentes ist, an den Westküsten von Nordamerika weiter nach Norden steigen als im Inneren von Asien und an den Ostküsten von Nordamerika.

Ein zweiter Umstand, welchem Europa sein verhältnißmäßig warmes Klima verdankt, ist der, daß sich im Süden von Europa, in der Aequatorialzone, nicht ein Meer, sondern ein ausgebreitetes Land, nämlich Afrika, befindet, dessen großentheils kahler und sandiger Boden unter dem Einflusse der senkrecht auffallenden Sonnenstrahlen außerordentlich heiß wird. Ein warmer Luftstrom steigt beständig von den glühenden Sandwüsten in die Höhe, um sich dann in Europa wieder herabzusenken.

Endlich trägt eine unter dem Namen des Golfstromes bekannte Meeresströmung sehr zur Milderung des europäischen Klimas bei. Der Ursprung dieses Stromes ist im mexicanischen Meerbusen zu suchen, wo das Meerwasser bis zu einer Temperatur von 24° R. erwärmt wird. Zwischen Cuba und Florida aus dem mexicanischen Meerbusen heraustretend, folgt der Strom anfangs den amerikanischen Küsten, um sich dann mit stets zunehmender Breite und abnehmender Temperatur östlich nach Europa hinzuwenden. Wenn auch der Golfstrom selbst nicht bis an die Küsten von Europa reicht, so verbreitet sich doch sein warmes Wasser, namentlich unter dem Einflusse der vorherrschenden Süd-

westwinde, in den europäischen Gewässern, was schon daraus hervorgeht, daß man an den westlichen Küsten von Irland und an den Küsten von Norwegen Früchte von Bäumen findet, die in der heißen Zone Amerikas wachsen; die West- und Südwestwinde bleiben also lange mit einem Meerwasser in Berührung, dessen Temperatur zwischen dem 45. und 50. Breitengrade selbst im Januar nicht unter 7 bis 8° R. sinkt. Durch den Einfluß dieses Golfstromes ist das nördliche Europa durch ein eisfreies Meer von dem Gürtel des Polareises getrennt; selbst in der kältesten Jahreszeit erreicht die Gränze des Polareises nicht die europäischen Küsten.

Während so alle Umstände zusammenwirken, um die Temperatur in Europa zu erhöhen, wirken im nördlichen Asien mehrere Ursachen zusammen, um die Isothermen bedeutend herabzusenken. Im Süden von Asien liegen zwischen den Wendekreisen keine bedeutenden Ländermassen, nur einige asiatische Halbinseln ragen in die heiße Zone hinein; das Meer aber erwärmt sich nicht so stark wie die afrikanischen Wüsten, theils weil das Wasser die Wärmestrahlen ungleich weniger absorbirt, theils aber auch, weil bei der fortwährenden Verdampfung von Wasser auf der Oberfläche des Meeres sehr viel Wärme gebunden wird. Die warmen Luftströme, welche, aus dem Becken des indischen Oceans aufsteigend, die Wärme der Tropen dem inneren und nördlichen Asien zuführen könnten, werden aber durch die ungeheuren Gebirgsketten im Süden von Asien aufgehalten, während das nach Norden hin allmälig sich verflachende Land den Nord- und den Nordostwinden preisgegeben ist. Während sich Europa nicht weit nach Norden erstreckt, ragt Asien weit in das nördliche Eismeer hinein, welches, hier allen wärmenden Einflüssen entzogen, durch welche die Temperatur der europäischen Meere erhöht wird, fast immer mit Eis bedeckt ist. Ueberall reichen die Nordküsten von Asien bis an die Wintergränze des Polareises, und die Sommergränze dieses Eises entfernt sich nur auf kurze Zeit an einigen Stellen von den Küsten; daß aber dieser Umstand die Temperatur bedeutend erniedrigen muß, ist klar, wenn man bedenkt, wie viel Wärme bei der Schmelzung solcher Eismassen gebunden wird.

Die bedeutende Senkung der Isothermen im Inneren und an den Ostküsten von Nordamerika rührt zum Theil daher, daß die Südwestwinde hier nicht mehr Seewinde, sondern Landwinde sind und deshalb hier nicht mehr den mildernden Einfluß ausüben können wie auf den Westküsten. Während die europäischen Küsten vom wärmeren Wasser bespült sind, ziehen sich an den Ostküsten von Nordamerika kalte Meeresströmungen von Norden nach Süden. Eine solche Strömung, von Spitzbergen herkommend, geht zwischen Island und Grönland hindurch und vereinigt sich dann mit den aus der Hudsons- und Baffinsbai kommenden Strömungen, um an der Küste von Labrador herab, bei Neufoundland vorbei zu treiben und sich unter dem 44. Breitengrade unter den Golfstrom zu ergießen. Diese arktische Strömung trägt die Kälte der Polarregionen theils durch die niedrige Temperatur des Wassers, größtentheils aber durch die schwimmenden Eisberge in die südlicheren Gegenden, und so ist diese Strömung

ein Hauptgrund der bedeutenden Senkung der Isothermen an den Ostküsten von Amerika.

288 **Temperatur des Bodens.** Wir haben bisher nur immer die Temperatur der Luft, aber nicht die Temperatur der oberen Bodenschichten besprochen, welche je nach der Natur der Bodenfläche oft bedeutend von der Lufttemperatur verschieden sein kann; ein nackter, des Pflanzenwuchses beraubter steiniger oder sandiger Boden wird durch die Absorption der Sonnenstrahlen weit heißer, ein mit Pflanzen bedeckter Boden, z. B. ein Wiesengrund, wird durch die nächtliche Strahlung weit kälter als die Luft, deren Temperatur schon durch die fortwährenden Luftströmungen mehr ausgeglichen wird. In den afrikanischen Wüsten steigt die Hitze des Sandes oft auf 40 bis 48° R. Ein mit Pflanzen bedeckter Boden bleibt kühler, weil die Sonnenstrahlen ihn nicht direct treffen können; die Pflanzen selbst binden gewissermaßen eine bedeutende Wärmemenge, indem durch die Vegetation eine Menge Wasser verdunstet; sie erkalten aber auch, wie wir bald näher sehen werden, wenn wir die Thaubildung betrachten, bei ihrem großen Emissionsvermögen durch Ausstrahlung der Wärme so stark, daß die Temperatur des Grases oft 6 bis 9 Grad unter die Temperatur der Luft sinkt. Im Inneren der Wälder ist die Luft beständig kühl, weil die dichte Laubdecke auf dieselbe Weise abkühlend wirkt wie eine Grasdecke, und weil die an den Gipfeln der Bäume abgekühlte Luft sich niedersenkt.

Wegen des unvollkommenen Wärmeleitungsvermögens kann die Wärme der obersten Bodenschichten nur nach und nach in das Innere eindringen; wenn die Oberfläche aber erkaltet, so verlieren die tieferen Bodenschichten weniger schnell ihre Wärme; in einer geringen Tiefe werden deshalb die Temperaturschwankungen weit geringer sein als an der Oberfläche selbst. In Deutschland verschwinden bei einer Tiefe von 6 Decimetern die täglichen Temperaturschwankungen, und in einer Tiefe von 24 Metern verschwinden sogar die jährlichen Variationen, so daß hier beständig eine Temperatur herrscht, welche nur wenig von der mittleren Temperatur des Ortes abweicht.

Obgleich alle Wärme auf der Oberfläche der Erde nur von der Sonne kommt, so hat doch die Erde auch ihre eigenthümliche Wärme, wie aus der Temperaturzunahme folgt, welche man in großen Tiefen beobachtet hat. Wenn die Wärme nach dem Mittelpunkte der Erde hin auch in größerer Tiefe noch in dem Maße zunähme, welches uns diese Beobachtungen zeigen, so müßte schon in einer Tiefe von 10,000 Fuß die Temperatur des siedenden Wassers herrschen, im Mittelpunkte der Erde aber müßten alle Körper glühend sein und im geschmolzenen Zustande sich befinden. Daß wir von dieser ungeheuren Hitze im Inneren der Erde auf der Oberfläche nichts merken, läßt sich durch das schlechte Leitungsvermögen der erkalteten Erdkruste erklären, welche diesen glühenden Kern einschließt.

Die meisten wasserreichen Quellen haben eine Temperatur, welche sich in den verschiedenen Jahreszeiten nur sehr wenig ändert; in unserer Hemisphäre

erreichen sie meistens ihre höchste Temperatur im September, die niedrigste im März, die Differenz ihrer höchsten und ihrer niedrigsten Temperatur beträgt in der Regel nur 1 bis 2°.

Quellen, welche aus größeren Tiefen kommen, haben eine weit höhere Temperatur, wie dies bei vielen Salzquellen und sonstigen Mineralquellen der Fall ist. Das Wasser mancher Quellen hat fast die Temperatur des Siedpunktes.

Abnahme der Temperatur in den höheren Luftregionen. 289
Die Erwärmung der Luft hat zwei Ursachen; zunächst absorbirt sie einen Theil der von der Sonne kommenden Wärmestrahlen; weil aber die Luft die Wärmestrahlen ungleich weniger absorbirt als die Erdoberfläche, so ist auch die Erwärmung der Luft durch die Absorption der Wärmestrahlen ungleich geringer als die Erwärmung des Bodens; den bedeutendsten Antheil ihrer Wärme erhält die Atmosphäre von unten her.

Wäre die Luft keine elastische Flüssigkeit, bliebe die Dichtigkeit der Atmosphäre für alle Höhen dieselbe, so würden die am Boden erwärmten Luftschichten bis an die Gränze der Atmosphäre steigen, die obersten Schichten des Luftmeeres, welches unsere Erde einhüllt, würden auch die wärmsten sein. Weil sich aber die warmen Luftschichten bei ihrem Aufsteigen ausdehnen, so wird bei dieser Ausdehnung Wärme gebunden, ihre Temperatur muß sinken, und so kommt es, daß die höheren Luftschichten kälter sind als die tieferen.

Daß eine solche Abnahme der Temperatur in den höheren Luftregionen wirklich stattfindet, davon überzeugt man sich, wenn man zu diesen höheren Regionen aufsteigt, mag man sich nun in einem Luftballon erheben oder den Gipfel hoher Berge besteigen.

In den Alpen entspricht im Durchschnitt eine Erhebung von 180 Metern einer Temperaturerniedrigung von 1°.

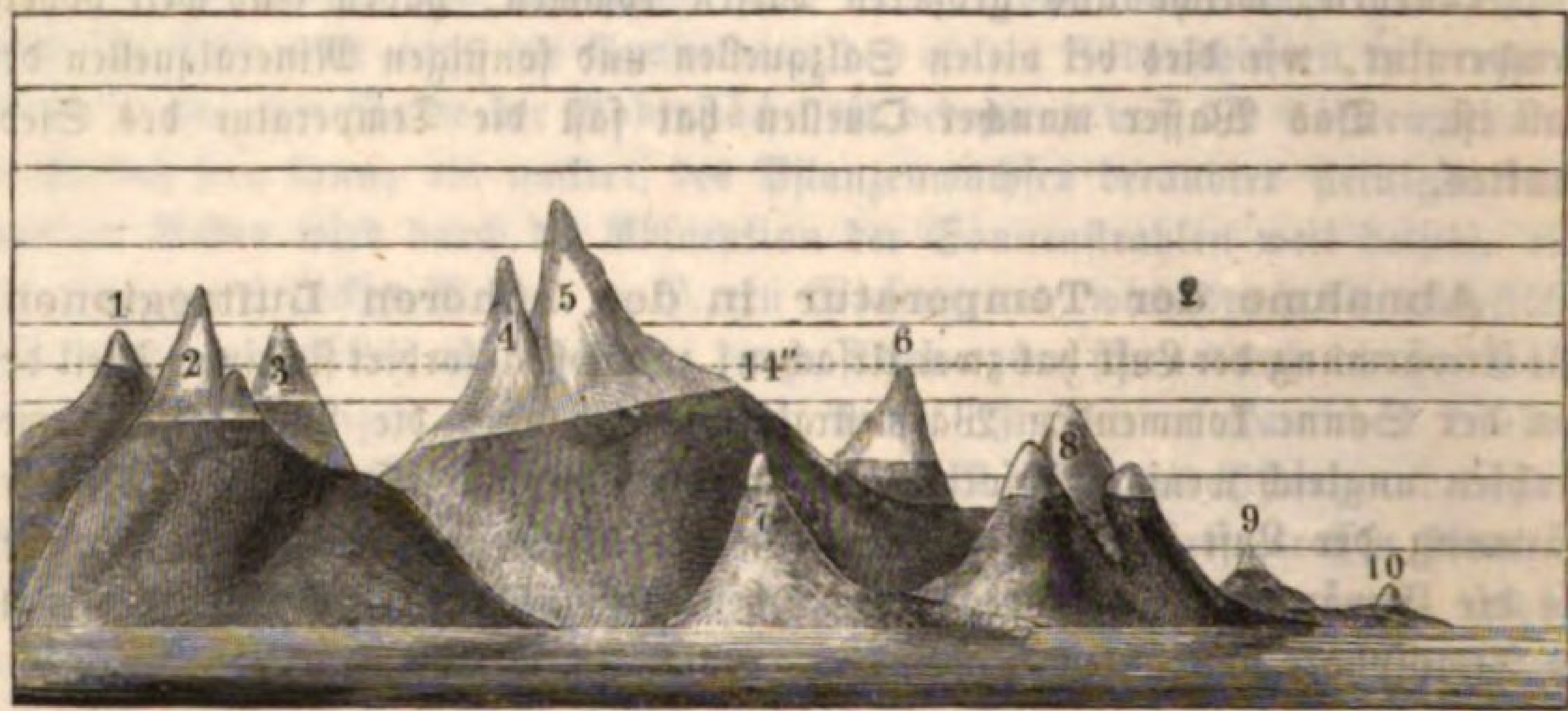
Eine Folge der mit der Höhe abnehmenden Temperatur ist, daß die Gipfel hoher Berge stets mit Schnee bedeckt sind.

Die Gränze des ewigen Schnees liegt natürlich um so höher, je mehr man sich der heißen Zone nähert. Die Höhe der Schneegränze ist für

die Küste von Norwegen .	720	Meter
Island	936	»
Alpen	2708	»
Aetna	2905	»
Himalaya	4500	»
Mexico	4500	»
Quito	4800	»

Fig. 534 stellt die Höhenverhältnisse der Schneegränze in verschiedenen Gegenden dar, und zwar sind Nr. 1, 2 und 3 der Illimani, der Aconcagua und

Fig. 534.



der Chimborazzo in Südamerika; 4, 5 und 6 der Schamalari, der Dhawalagiri und der Kaukasus in Asien. Nr. 7 stellt die Pyrenäen und 8 die Alpen dar; Nr. 9 den Sulitelma in Norwegen und Nr. 10 die Insel Magerö.

Zweites Capitel.

Die Atmosphäre, ihr Druck und ihre Strömungen.

Die Lufthülle der Erde. Die feste, zum Theil mit Wasser bedeckte Erdkugel ist mit einer gasförmigen Hülle umgeben, welche man mit dem Namen der Atmosphäre bezeichnet. Das Gasgemenge, aus welchem die Atmosphäre besteht, nennt man die Luft. 290

Die Hauptbestandtheile der atmosphärischen Luft sind Sauerstoffgas und Stickgas, deren Gemisch noch verhältnißmäßig geringe Quantitäten von Kohlensäure und Wasserdampf beigemengt sind. In 100 Raumtheilen Luft sind 79 Raumtheile Stickgas und 21 Raumtheile Sauerstoffgas enthalten. Dieses Verhältniß ist fast ganz constant. Der Gehalt an Kohlensäure ist an und für sich sehr gering, unterliegt aber verhältnißmäßig größeren Schwankungen als Sauerstoff und Stickstoff, indem 10,000 Raumtheile Luft zwischen 3,3 und 5,3 Raumtheile Kohlensäure enthalten. Noch veränderlicher ist der Gehalt an Wasserdampf, wovon im folgenden Capitel ausführlicher gehandelt werden soll.

Die Luft ist, wie wir früher schon gesehen haben, der Schwere eben so unterworfen, wie die festen und tropfbar-flüssigen Körper. Die Lufttheilchen werden also von der Masse des Erdkörpers angezogen und dadurch auch verhindert, sich von der Erde aus in den Weltraum zu zerstreuen. Durch ihre Schwere wird die Atmosphäre zu einem integrirenden Theile der Erde, sie nimmt Theil sowohl an ihrer jährlichen wie an ihrer täglichen Bewegung.

Weil die Luft expansibel ist und das Volumen, welches eine gegebene Luftmenge einnimmt, von dem Drucke abhängt, welchem sie ausgesetzt ist, so ist klar, daß die Atmosphäre nicht überall gleiche Dichtigkeit haben kann, daß dieselbe vielmehr von unten nach oben fortwährend abnehmen muß.

Daß die tieferen Luftschichten wirklich einen stärkeren Druck auszuhalten haben, das beweisen uns die in verschiedenen Höhen angestellten Barometerbeobachtungen. Am Meeresufer ist die Höhe der Barometersäule im Mittel 760 Millimeter; sobald man sich aber über den Meeresspiegel erhebt, sinkt das Barometer um so mehr, je höher man steigt; zu Potosi, in einer Höhe von 13220 Fuß, ist der mittlere Barometerstand nur noch 471 Millimeter (17,4

Zoll); in jener Höhe ist also der Luftdruck nur noch 0,62 von demjenigen, welcher am Ufer des Meeres stattfindet.

In Fig. 534 auf Seite 528 ist durch eine punktirte Linie die Höhe angedeutet, in welcher der Luftdruck nur noch halb so groß ist als am Spiegel des Meeres. Diese Linie streift den Gipfel des Kaukasus.

Da mit der Erhebung über den Meeresspiegel der Luftdruck abnimmt und das Barometer sinkt, so kann das Barometer dienen, um Höhenmessungen auszuführen. Näheres über diesen Gegenstand in der kosmischen Physik.

Mit Hülfe der für barometrische Höhenmessungen construirten Formeln kann man berechnen, wie groß der Luftdruck einer jeden beliebigen Höhe über dem Meere ist; für eine Höhe von 160,000 Fuß oder 8 geographische Meilen ergiebt sich auf diese Weise ein Luftdruck, welcher so gering ist, daß er nur noch einer Quecksilbersäule von 1^{mm} das Gleichgewicht halten kann; in jener Höhe ist also die Dichtigkeit der Luft nur noch $^1/_{760}$ von der auf der Oberfläche des Meeres beobachteten. In einer Höhe von 10 bis 12 geographischen Meilen ist demnach die Luft schon so verdünnt, daß ihr Druck selbst für die empfindlichsten physikalischen Instrumente kaum bemerkbar ist. Was von Luft über die Höhe von 10 bis 12 geographischen Meilen hinausgeht, ist jedenfalls ein verschwindend kleiner Bruchtheil der übrigen Atmosphäre, und deshalb nimmt man in der Regel an, daß die Atmosphäre eine Höhe von 10 bis 12 geographischen Meilen habe.

Eben weil die Luft expansibel ist, kann sie nicht eine scharfe obere Gränze haben wie die Gewässer, welche die Erdoberfläche bedecken. Es findet eben in den höheren Luftregionen ein allmäliger Uebergang zur unendlichen Verdünnung Statt, und deshalb ist auch die Höhe der Atmosphäre keine absolut gegebene und präcis bestimmbare; man kann höchstens sagen, in welcher Höhe die Dichtigkeit der Luft unmerklich wird.

Nehmen wir in diesem Sinne die Höhe der Atmosphäre zu 10 bis 12 geographischen Meilen an, so sehen wir, daß diese Höhe sehr gering ist im Vergleich zum Durchmesser der Erde, welcher nahe 1700 geographische Meilen beträgt. Um sich ein klares Bild von dem Verhältnisse der Erdkugel zu ihrer Atmosphäre zu machen, denke man sich eine Kugel von 1 Fuß Durchmesser, welche von einer nicht ganz 1 Linie dicken luftigen Hülle umgeben ist.

Aber weit unter der angegebenen Gränze verschwindet die letzte Spur des organischen Lebens, welches weder eine solche Luftverdünnung, noch eine so niedrige Temperatur ertragen kann, wie sie in jenen Höhen herrscht, und welches schwerlich bis auf die Gipfel der höchsten Berge hinaufsteigt.

291 **Variationen des Barometerstandes.** Wir haben schon oben gesehen, daß der Luftdruck durch das Barometer gemessen wird. Nun aber beobachtet man beständige Schwankungen an diesem Instrumente, was eine abwechselnde Ab- und Zunahme des Luftdruckes andeutet.

Die Variationen des Barometers sind entweder periodische oder zufällige. Die periodischen Schwankungen treten in den Tropen sehr entschieden auf;

das Barometer fällt von 10 Uhr Morgens bis 4 Uhr Nachmittags, steigt dann bis 11 Uhr Nachts, fällt wieder bis 4 Uhr Morgens und steigt abermals bis 10 Uhr Morgens. Der Barometerstand zeigt also zwei tägliche Maxima um 10 Uhr Morgens und um 11 Uhr Nachts, und zwei Minima um 4 Uhr Morgens und um 4 Uhr Abends.

Die Größe der täglichen Schwankungen beträgt ungefähr 2 Millimeter.

Auch eine jährliche Periode der Barometerschwankungen zeigt sich in den Tropen ganz entschieden. Das Barometer sinkt nördlich vom Aequator vom Januar bis zum Juli und steigt dann wieder vom Juli bis zum Januar. Im Juli ist der mittlere Barometerstand 2 bis 4 Millimeter niedriger als im Januar.

In höheren Breiten sind die zufälligen Schwankungen des Barometers so bedeutend, daß durch sie die hier sehr geringen periodischen Schwankungen ganz maskirt werden. Um entscheiden zu können, ob mitten in den beständig stattfindenden zufälligen Schwankungen des Barometers sich nicht auch ein periodisches Steigen und Fallen geltend mache, muß man die Mittelzahlen einer großen Reihe von Barometerbeobachtungen mit einander vergleichen, welche regelmäßig zu bestimmten Stunden des Tages angestellt worden sind. Wenn man einen Monat lang das Barometer an mehreren bestimmten Stunden des Tages beobachtet und das Mittel aus allen zu derselben Stunde gemachten Beobachtungen nimmt, so reicht dies hin, um die Existenz einer täglichen Periode der Barometerschwankungen auch für unsere Gegenden zu beweisen.

Solche Beobachtungen haben nun gezeigt, daß allerdings auch bei uns periodische Schwankungen stattfinden. Um 9 Uhr Morgens steht in unseren Gegenden das Barometer im Durchschnitt um 0,7 Millimeter höher als um 2 Uhr Nachmittags; auch ist der mittlere Barometerstand des Sommers etwas niedriger als der des Winters.

Ursachen der Barometerschwankungen. Die Ursache aller Barometerschwankungen ist in der ungleichen und stets sich ändernden Wärme- 292
vertheilung auf der Erde zu suchen. Da sich die Wärmevertheilung auf der Erde beständig ändert, so wird auch das Gleichgewicht in jedem Augenblicke gestört, es entstehen Luftströmungen, welche das gestörte Gleichgewicht wieder herzustellen streben, und so ist denn die Luft in beständiger Bewegung, bald mehr erwärmt und deshalb leichter, bald wieder erkaltet und deshalb dichter; bald mehr, bald weniger Wasserdampf enthaltend, wird auch der Druck der Luftsäule fortwährenden Veränderungen unterworfen sein, welche uns das Barometer anzeigt.

Daß wirklich Temperaturveränderungen die Ursache der Barometerschwankungen sind, geht schon daraus hervor, daß sie in den Tropen, wo die Temperatur so wenig veränderlich ist, auch am unbedeutendsten sind, in höheren Breiten dagegen, wo die Variationen der Temperatur immer bedeutender werden, da ist auch die Amplitude der zufälligen Barometerschwankungen sehr groß, ja selbst im Sommer, wo die Temperatur im Allgemeinen weniger veränderlich ist, sind die Oscillationen des Barometers kleiner als im Winter.

Obgleich man im Allgemeinen nachweisen kann, daß die ungleiche und stets sich ändernde Erwärmung der Luft beständige Veränderungen in der Größe des Luftdrucks zur Folge haben muß, so sind wir doch noch weit davon entfernt, alle concreten Fälle stets genügend ableiten zu können.

Wenn an irgend einem Orte die Luft bedeutend erwärmt wird, so dehnt sie sich aus, die Luftsäule erhebt sich über die Luftmasse, welche auf den kälteren Umgebungen ruht, die in die Höhe gestiegene Luft wird also oben nach den Seiten hin abfließen, der Druck der Luft muß also an dem wärmeren Orte abnehmen, das Barometer wird daselbst sinken müssen; in den kälteren Umgebungen aber muß das Barometer steigen, weil sich in den oberen Regionen der erwärmten Gegenden seitwärts abfließende Luft über die Atmosphäre der kälteren Gegenden verbreitet.

Dadurch erklärt sich auch, warum in unseren Gegenden im Durchschnitte bei Südwestwinden das Barometer am tiefsten, bei Nordostwinden am höchsten steht: die Südwestwinde bringen uns warme Luft, während uns die Nordostwinde kältere Luft zuführen; da, wo ein warmer Luftstrom weht, müßte die Atmosphäre eine größere Höhe haben als da, wo der kalte Wind weht, wenn der Druck der ganzen Luftsäule an beiden Orten derselbe sein sollte; wäre dies aber auch wirklich der Fall, so würde die Luft des warmen Stromes oben abfließen, das Barometer also unter dem warmen Luftstrome sinken, unter dem kalten dagegen steigen.

In Europa sind im Durchschnitte die Südwestwinde auch die Regenwinde, weil sie, von wärmeren Meeren kommend, mit Wasserdampf gesättigt sind, welcher sich nach und nach verdichtet und als Regen niederfällt, wenn der Wind zu immer kälteren Gegenden gelangt. In dieser Condensation des Wasserdampfes ist ein zweiter Grund zu suchen, warum das Barometer bei Südwestwinden niedrig steht. So lange nämlich der Wasserdampf als förmliches Gas einen Bestandtheil der Atmosphäre ausmacht, ist ihm ein Theil des atmosphärischen Druckes zuzuschreiben, ein Theil der Quecksilbersäule im Barometer wird durch den Wasserdampf getragen; das Barometer muß also sinken, wenn der Wasserdampf aus der Atmosphäre durch Verdichtung ausgeschieden wird.

Da die Südwestwinde, welche in unseren Gegenden ein Sinken des Barometers bewirken, uns auch eine feuchte Luft zuführen und regnerisches Wetter bringen, während das Barometer steigt, wenn Nordostwinde wehen, welche die Luft trocken und den Himmel heiter machen, so kann man allerdings sagen, daß im Allgemeinen ein hoher Barometerstand schönes Wetter, ein tiefer aber schlechtes Wetter anzeigt. Dies ist aber, wie gesagt, nur eine Durchschnittsregel, denn bei Nordostwind ist der Himmel auch öfters bewölkt, bei Südwestwind auch manchmal heiter; sie ist jedoch in derselben Ausdehnung wahr wie die, daß bei Nordostwind das Barometer hoch, bei Südwestwind dagegen tief steht; dies ist auch nicht immer, sondern nur im Durchschnitte wahr. Wir können uns von solchen Anomalien nicht immer genügende Rechenschaft geben, weil uns die mannigfachen Elemente nicht genügend bekannt sind, welche den Gleichgewichtszustand der Atmosphäre bedingen.

Daß ein hoher Barometerstand im Allgemeinen heiteres Wetter, ein tiefer aber trübes Wetter anzeigt, ist auch nur für solche Orte wahr, an welchen die warmen Winde zugleich die Regen bringenden sind. An dem Ausflusse des La Plata-Stromes z. B. sind die kalten Südostwinde, welche vom Meere her wehen und das Barometer steigen machen, die Regenwinde, die warmen Nordwestwinde aber, bei welchen das Barometer sinkt, sind trockene Landwinde und bringen heiteres Wetter. Dem Umstande, daß hier der Regen durch kalte Winde gebracht wird, ist die geringere Regenmenge dieser Gegenden zuzuschreiben, während unter gleicher Breite an den Westküsten von Südamerika sehr viel Regen fällt, indem hier der warme Nordwestwind zugleich ein Seewind ist.

Entstehung der Winde. Wie bei dem auf Seite 449 beschriebenen Versuch im Kleinen die ungleiche Erwärmung der beiden Räume Luftströmungen veranlaßt, so ist auch die ungleiche stets wechselnde Erwärmung der Erdoberfläche und des über ihr schwebenden Luftmeeres die Ursache der Luftströmungen, die wir Winde nennen. Auch im Großen sieht man die Luft in den stärker erwärmten Gegenden aufsteigen und in der Höhe nach den kälteren abfließen, während unten die Luft von den kälteren Gegenden den wärmeren zuströmt. 293

Ein einfaches Beispiel geben uns die Land- und Seewinde, welche man häufig an den Meeresküsten, namentlich aber auf den Inseln wahrnimmt. Einige Stunden nach Sonnenaufgang erhebt sich ein von dem Meere nach der Küste gerichteter Wind, der Seewind, weil das feste Land unter dem Einflusse der Sonnenstrahlen stärker erwärmt wird als das Meer; über dem Lande steigt die Luft in die Höhe und fließt oben nach dem Meere hin ab, während unten die Luft vom Meere gegen die Küsten strömt. Dieser Seewind ist anfangs schwach und nur an den Küsten selbst fühlbar, später nimmt er zu und zeigt sich dann auch auf dem Meere schon in größerer Entfernung von der Küste; zwischen 2 und 3 Uhr Nachmittags wird er am stärksten, nimmt dann wieder ab, und gegen Untergang der Sonne tritt eine Windstille ein. Nun erkaltet Land und Meer durch die Wärmestrahlung gegen den Himmelsraum, das Land erkaltet aber rascher als das Meer, und nun strömt die Luft in den unteren Regionen vom Lande nach dem Meere, während in den oberen Luftregionen eine entgegengesetzte Strömung stattfindet.

Zu den Ursachen, welche Luftströmungen, ja die heftigsten Stürme erzeugen können, ist auch eine schnelle Condensation des atmosphärischen Wasserdampfes zu zählen. Wenn man bedenkt, welch eine ungeheure Wassermasse während eines Platzregens in wenigen Minuten zur Erde fällt, welch ungeheures Volumen dieses Wasser eingenommen haben muß, als es noch in Dampfgestalt in der Atmosphäre schwebte, so ist klar, daß durch die rasche Condensation dieser Wasserdämpfe eine bedeutende Luftverdünnung bewirkt wird und daß die Luft von allen Seiten her mit Gewalt in den verdünnten Raum eindringen muß, um so mehr, als da, wo die Condensation der Wasserdämpfe stattfindet, die Temperatur der Luft durch die frei werdende Wärme erhöht und dadurch ein kräftig aufsteigender Luftstrom erzeugt wird.

Oft sieht man die Wolken in anderer Richtung ziehen, als die ist, welche die Windfahnen zeigen, und oft ziehen die höheren Wolken in anderer Richtung als die tiefer schwebenden, woraus hervorgeht, daß in verschiedenen Höhen Luftströmungen nach verschiedener Richtung stattfinden.

294 **Passatwinde und Moussons.** Als Columbus auf seiner Entdeckungsreise nach Amerika seine Schiffe durch einen beständigen Ostwind fortgetrieben sah, wurden seine Gefährten mit Schrecken erfüllt, weil sie fürchteten, nimmer nach Europa zurückkehren zu können. Dieser in den Tropen beständig von Osten nach Westen wehende Wind, welcher so sehr das Erstaunen der ersten Seefahrer des 15. Jahrhunderts erregte, ist der Passatwind. Die Schiffer benutzen diesen Wind, um von Europa nach Amerika zu segeln, indem sie von Madeira aus südlich bis in die Nähe des Wendekreises steuern, wo sie dann durch den Passat nach Westen getrieben werden. Diese Reise ist so sicher und die Arbeit der Matrosen dabei so gering, daß die spanischen Seeleute diesen Theil des atlantischen Oceans den Frauengolf (el golfo de las Damas) nannten. Auch in der Südsee weht dieser Wind; die spanischen Schiffer ließen sich durch ihn in gerader Linie von Acapulco nach Manilla treiben.

Im atlantischen Ocean erstreckt sich der Passatwind bis zum 29., im großen Ocean nur bis zum 25. Grade nördlicher Breite. In der nördlichen Hälfte der heißen Zone ist die Richtung des Passatwindes eine nordöstliche; je mehr er sich aber dem Aequator nähert, desto mehr wird seine Richtung rein östlich. Die Gränze des Passats ist in der südlichen Halbkugel weniger genau bestimmt, dort aber hat der Passat eine südöstliche Richtung, die mehr und mehr östlich wird, je weiter er gegen den Aequator vordringt.

Diese Winde wehen rund um die ganze Erde, doch sind sie in der Regel erst 50 Meilen weit vom festen Lande entschieden merklich.

Da, wo der Nordostpassat der nördlichen und der Südostpassat der südlichen Hemisphäre zusammentreffen, combiniren sie sich zu einem rein östlichen Winde, der aber unmerklich wird, weil die horizontale Bewegung der durch die Intensität der Sonnenstrahlen stark erwärmten und deshalb mächtig aufsteigenden Luft eben durch diese verticale Bewegung neutralisirt wird. Es würde in diesen Gegenden eine fast vollkommene Windstille herrschen, wenn nicht die heftigen Stürme, welche die fast täglich unter Donner und Blitz stattfindenden Regengüsse begleiten, die Ruhe der Atmosphäre störten und das Wehen sanfter regelmäßiger Winde unmöglich machten.

Diese Zone, welche die Passatwinde der beiden Hemisphären trennt, ist die Region der Calmen.

Das Kärtchen, Fig. 535, dient dazu, die Gegenden zu zeigen, in welchen die Passatwinde herrschen. Die Mitte der Region der Calmen, welche im Durchschnitte eine Breite von 6° hat, fällt nicht, wie man wohl erwarten sollte, mit dem Aequator zusammen, sondern sie liegt nördlich von demselben. Während unserer Sommermonate ist der Gürtel der Calmen breiter, und seine nördliche

Gränze entfernt sich mehr vom Aequator, während die südliche Gränze sich nur wenig ändert.

Fig. 535.



Die Ursache davon, daß die Region der Calmen auf der nördlichen Hemisphäre liegt, ist wohl in der Configuration der Continente zu suchen.

Die Passatwinde lassen sich leicht erklären. Die Luft, welche in den Aequatorialgegenden stark erwärmt in die Höhe steigt, erhebt sich über die kälteren Luftmassen zu beiden Seiten und strömt oben nach den Polen hin ab, während unten die Luft von den Polen her dem Aequator zufließt. Wenn die Erde keine Axendrehung hätte, so würde der Passatwind auf der nördlichen Halbkugel gerade von Norden nach Süden, auf der südlichen Hemisphäre aber in entgegengesetzter Richtung wehen. Nun aber dreht sich die Erde von Westen nach Osten, und das Luftmeer, welches sie umgiebt, theilt die Rotationsbewegung.

Je näher ein Ort der Erdoberfläche den Polen liegt, desto langsamer wird er sich in dem während 24 Stunden zu beschreibenden Kreise fortbewegen, weil dieser Kreis um so kleiner ist, je weiter man sich vom Aequator entfernt. Demnach ist auch die Rotationsgeschwindigkeit der über der Erde ruhenden Luftmasse in der Nähe der Pole geringer als am Aequator; wenn nun eine Luftmasse aus höheren Breiten dem Aequator zugeführt wird, so langt sie mit geringerer Rotationsgeschwindigkeit über Ländern an, welche sich schneller von Westen nach Osten bewegen; in Beziehung auf diesen unter ihr sich fortbewegenden Boden hat sie also eine Bewegung von Osten nach Westen. Diese Bewegung combinirt sich mit der gegen den Aequator hin fortschreitenden Bewegung auf der nördlichen Halbkugel zu einem Nord-, auf der südlichen aber zu einem Südostwinde.

Die in den Aequatorialgegenden aufsteigende Luft fließt in der Höhe nach beiden Seiten hin ab, um sich nach den Polen hin zu ergießen. Die Richtung dieses oberen Passates ist natürlich der des unteren gerade entgegengesetzt, sie ist in der nördlichen Halbkugel eine südwestliche, in der südlichen Halbkugel eine nordwestliche.

Daß in den oberen Luftregionen wirklich ein Passat weht, welcher dem unteren entgegengesetzt ist, läßt sich durch Thatsachen beweisen; so wurde z. B. am 25. Februar 1835 bei einem Ausbruche des Vulcans von Cosiguina im Staate Guatimala die Asche bis in die Höhe des oberen Passats geschleudert,

der sie in südwestlicher Richtung fortführte, so daß sie auf der Insel Jamaica niederfiel, obgleich in den unteren Regionen der Nordostpassat herrschte.

In größerer Entfernung vom Aequator senkt sich der obere Passat mehr und mehr gegen die Erdoberfläche. Auf dem Gipfel des Piks von Teneriffa herrschen fast immer Westwinde, während am Meeresspiegel der untere Passat weht.

Im indischen Ocean ist die Regelmäßigkeit der Passatwinde durch die Configuration der Ländermassen, welche dieses Meer umgeben, namentlich aber durch den asiatischen Continent, gestört. Im südlichen Theile des indischen Oceans, zwischen Neuholland und Madagaskar, herrscht noch das ganze Jahr hindurch der Südostpassat, in dem nördlichen Theile dieses Meeres aber weht während der einen Hälfte des Jahres ein beständiger Südwest-, während der anderen Hälfte des Jahres ein beständiger Nordostwind. Diese regelmäßig abwechselnden Winde werden Moussons genannt.

Der Südwestwind weht vom April bis zum October, während der übrigen Monate des Jahres weht der Nordostwind.

Während in den Wintermonaten der asiatische Continent erkaltet, die Sonne aber in südlicheren Gegenden eine größere Wärme erzeugt, muß natürlich ein Nordostpassat von dem kälteren Asien nach den heißeren Gegenden wehen. In dieser Zeit ist auch im indischen Ocean der Nordostpassat von dem Südostpassat durch die Region der Calmen getrennt.

Während des Sommers wird das Wehen des Südostpassates zwischen Neuholland und Madagaskar nicht gestört, in den nördlichen Theilen des indischen Oceans aber, in welchen im Winter ein Nordostwind geherrscht hatte, wird dieser in einen Südwestwind verwandelt, weil sich nun der asiatische Continent sehr stark erwärmt und also eine Luftströmung nach Norden hin veranlaßt, welche durch die Rotation der Erde in einen Südwestwind verwandelt wird.

295 **Winde in höheren Breiten.** Der obere Passat, welcher die Luft von den Aequatorialgegenden zurückführt, senkt sich, wie schon erwähnt wurde, immer mehr und erreicht endlich als Südwestwind den Boden; außerhalb der Region der Passatwinde gehen daher die beiden Luftströmungen, welche die Luft von den Polen zum Aequator und vom Aequator zurück nach den Polen führen, nicht mehr über einander, sondern neben einander her, sie streben einander gegenseitig zu verdrängen; bald erlangt der Südwest, bald der Nordost die Oberhand, und bei dem Uebergange aus einer dieser Windrichtungen in eine andere sehen wir die Zwischenwinde nach allen Richtungen der Windrose wehen.

Obgleich auch in höheren Breiten Südwest und Nordost die herrschenden Winde sind, so findet zwischen ihnen doch keine so regelmäßige periodische Abwechselung Statt wie bei den Moussons im indischen Oceane.

Die folgende Tabelle giebt die Häufigkeit der Winde in verschiedenen Ländern an; sie giebt nämlich an, wie oft im Durchschnitte unter je 1000 Tagen ein jeder der acht Hauptwinde weht.

Länder.	N.	N.O.	O.	S.O.	S.	S.W.	W.	N.W.
England	82	111	99	81	111	225	171	120
Frankreich	126	140	84	76	117	192	155	110
Deutschland . . .	84	98	119	87	97	185	198	131
Dänemark	65	98	100	129	92	198	161	156
Schweden	102	104	80	110	128	210	159	106
Rußland	99	191	81	130	98	143	166	192
Nordamerika . . .	96	116	49	108	123	197	101	210

Gesetz der Winddrehung. Obgleich bei einer oberflächlichen Betrachtung in unseren Gegenden die Aenderungen in der Windrichtung ganz regellos zu sein scheinen, so haben doch aufmerksamere Beobachter schon lange die Bemerkung gemacht, daß die Winde in der Regel in folgender Ordnung auf einander folgen: 296

S, *SW*, *W*, *NW*, *N*, *NO*, *O*, *SO*, *S*.

Am regelmäßigsten läßt sich diese Drehung des Windes während des Winters beobachten; die mit diesem Umschlagen zusammenhängenden Veränderungen des Barometers und des Thermometers hat Dove sehr schön mit folgenden Worten geschildert:

»Wenn der Südwest, immer heftiger wehend, endlich vollkommen durchgedrungen ist, erhöht er die Temperatur über den Gefrierpunkt, es kann daher nicht mehr schneien, sondern es regnet, während das Barometer seinen niedrigsten Stand erreicht. Nun dreht sich der Wind nach West, und der dichte Flockenschnee beweist ebenso gut den einfallenden kälteren Wind als das rasch steigende Barometer, die Windfahne und das Thermometer. Mit Nord heitert der Himmel sich auf, mit Nordost tritt das Maximum der Kälte und des Barometers ein. Aber allmälig beginnt dieses zu fallen, und feine Cirri zeigen durch die Richtung ihres Entstehens den oben eingetretenen südlicheren Wind, den das Barometer schon bemerkt, wenn auch die Windfahne nichts davon weiß und noch ruhig Ost zeigt. Doch immer bestimmter verdrängt der südliche Wind den Ost von oben herab, bei entschiedenem Fallen des Quecksilbers wird die Windfahne *SO*, der Himmel bezieht sich allmälig immer mehr, und mit steigender Wärme verwandelt sich der bei *SO* und *S* fallende Schnee bei *SW* wieder in Regen. Nun geht es von Neuem an, und höchst charakteristisch ist der Niederschlag auf der Ostseite von dem auf der Westseite gewöhnlich durch eine kurze Aufhellung getrennt.«

Nicht immer läßt sich die Drehung des Windes so rein beobachten, wie es eben angeführt wurde, indem häufig ein Zurückspringen des Windes stattfindet; ein solches Zurückspringen wird aber weit häufiger auf der Westseite der Windrose beobachtet als auf der Ostseite. Eine vollständige Umdrehung des Windes

in entgegengesetzter Richtung, nämlich von *S* nach *O, N, W,* wird in Europa höchst selten beobachtet.

Die Erklärung dieses Gesetzes ergiebt sich durch die Verallgemeinerung der Erklärung der Passatwinde.

Wird die Luft durch irgend eine Ursache von den Polen nach dem Aequator getrieben, so kommt sie von Orten, deren Rotationsgeschwindigkeit geringer ist, an andere Orte, welche eine größere Rotationsgeschwindigkeit besitzen; ihre Bewegung erhält dadurch eine östliche Richtung, wie wir schon beim Passatwinde gesehen haben. Auf der nördlichen Halbkugel gehen deshalb die Winde, welche als Nordwinde entstehen, bei ihrem allmäligen Fortrücken durch *NO* in *O* über. Ist auf diese Weise ein Ostwind entstanden, so wird dieser, wenn die Ursache fortdauert, welche die Luft nach dem Aequator hintreibt, hemmend auf den Polarstrom wirken, die Luft wird die Rotationsgeschwindigkeit des Ortes annehmen, über welchem sie sich befindet, und wenn nun die Tendenz, nach dem Aequator zu strömen, immer noch fortdauert, so springt der Wind nach Norden zurück, und dieselbe Reihe von Erscheinungen wiederholt sich.

Wenn aber, nachdem die Polarströme eine Zeitlang geherrscht haben und die Windrichtung östlich geworden ist, Aequatorialströme eintreten, so wird der Ostwind durch Südost nach Süd umschlagen. Wenn die Luft von Süden nach Norden fortströmt, so gelangt sie mit der größeren Rotationsgeschwindigkeit derjenigen Parallelkreise, welche dem Aequator näher liegen, an Orte, welche eine geringere Rotationsgeschwindigkeit haben; sie wird also der von Westen nach Osten rotirenden Erdoberfläche mit noch größerer Rotationsgeschwindigkeit gleichsam voraneilen, die südliche Windrichtung wird allmälig südwestlich und dann ganz westlich werden müssen. Bei fortdauernder Tendenz der Luft, nach dem Pole zu strömen, wird der Wind alsbald wieder nach Süd zurückspringen, gerade so, wie der Ost nach Norden zurückspringt; wenn aber die Aequatorialströmung durch eine Polarströmung verdrängt wird, so schlägt der Westwind durch Nordwest nach Norden um.

Auf der südlichen Halbkugel muß der Wind in entgegengesetzter Richtung umschlagen.

Wo in den Tropen die Passatwinde wehen, giebt es an der Erdoberfläche selbst gar keine vollständige Drehung, die Richtung des Passates wird nur bei seinem Vordringen immer mehr östlich.

In der Region der Moussons findet im Laufe eines ganzen Jahres nur eine einzige Drehung Statt. Man sieht also, daß die Windverhältnisse der Tropen der einfachste Fall des Drehungsgesetzes sind.

297 **Stürme.** Die Stürme sind Folgen einer bedeutenden Störung im Gleichgewichte der Atmosphäre, und höchst wahrscheinlich rührt diese Störung von einer raschen Condensation der Wasserdämpfe her, wie dies schon oben angedeutet wurde.

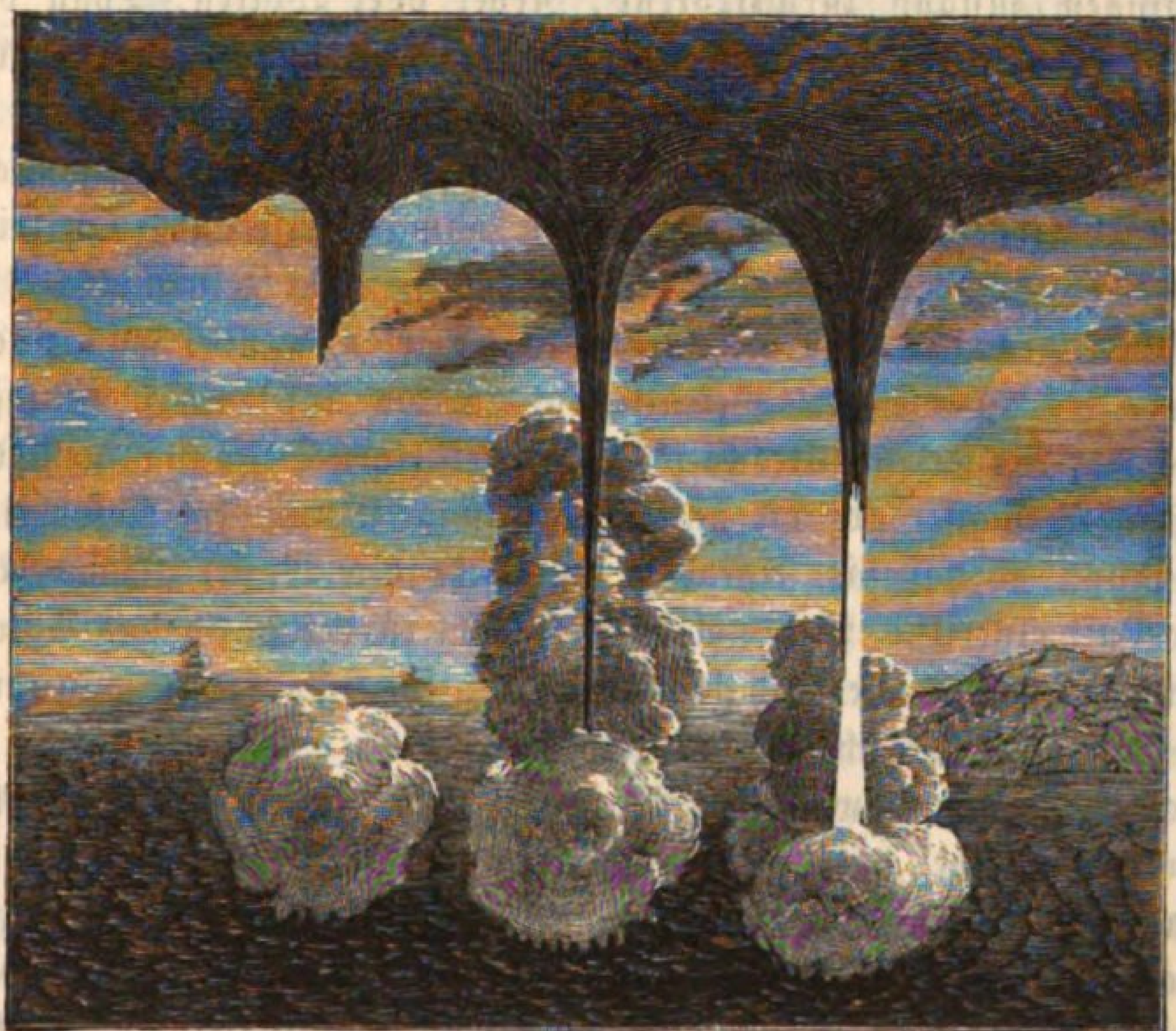
Neuere Untersuchungen haben gezeigt, daß die Stürme meistens als große fortschreitende Wirbel zu betrachten sind.

In den Tropen wüthen die Stürme ungleich heftiger als in höheren Brei-

ten; die Zerstörungen der Orkane, welche man in Amerika mit dem Namen der Tornados bezeichnet, sind wahrhaft fürchterlich. So wurden z. B. durch den Sturm, welcher am 26. Juli 1825 Guadeloupe verwüstete, solid gebaute Häuser umgerissen; Kanonen wurden bis zur Brüstung der Batterie, auf welcher sie standen, fortgeschleudert, ein Brett von ungefähr 3 Fuß Länge, 8 Zoll Breite und 10 Linien Dicke wurde mit solcher Geschwindigkeit durch die Luft gejagt, daß es den Stamm eines Palmbaumes, welcher ungefähr 17 Zoll im Durchmesser hatte, durch und durch bohrte.

Oft sieht man bei ruhigem Wetter, wie Sand und Staub durch den Wind in wirbelnder Bewegung fortgeführt werden. Bei herannahenden Gewittern sieht man schon größere Luftwirbel der Art, welche Staub, Blätter, Stroh u. s. w. mit in die Höhe nehmen. Die Tromben sind nichts Anderes als solche Wirbel in größerem Maßstabe; sie werden in der Regel durch den Kampf zweier in den oberen Luftregionen in entgegengesetzter Richtung wehender Winde erzeugt. Sie bilden gewöhnlich einen Doppelkegel; der obere Theil desselben, dessen Spitze herabgesenkt ist, besteht aus einer Wolkenmasse, während der untere Kegel, dessen Spitze nach oben gerichtet ist, aus Wasser besteht, wenn das Meteor auf dem Meere oder über Seen und Flüssen sich bildet, oder aus Sand und sonstigen festen Körpern, wenn die Trombe über das Land herzieht. Tromben

Fig. 536.



sind im Stande, Bäume zu entwurzeln, Häuser abzudecken, Balken mehrere hundert Schritte weit fortzuschleudern u. s. w. Die Wassertromben sind unter dem Namen der Wasserhosen, Fig. 536, bekannt; sie heben das Wasser oft bis zu einer Höhe von vielen hundert Fußen.

Drittes Capitel.

Von der atmosphärischen Feuchtigkeit.

298 **Verbreitung des Wasserdampfes in der Luft.** Wenn man an einem heißen Sommertage eine mit Wasser gefüllte Schale ins Freie stellt, so sieht man die Quantität des Wassers rasch abnehmen, es verdunstet, das heißt es geht in Dampfgestalt über und verbreitet sich in der Luft. Der Wasserdampf ist wie jedes andere farblose durchsichtige Gas für unsere Blicke unsichtbar, das Wasser scheint, indem es verdunstet, gänzlich verschwunden zu sein.

Das in der Luft verbreitete Wasser wird erst wieder sichtbar, wenn es, in seinen flüssigen Zustand zurückkehrend, Nebel oder Wolken, Thau oder Reif bildet. Wenn man sich von der Existenz des Wasserdampfes in der Luft überzeugen will, muß man ihn auf irgend eine Weise verdichten.

Ganz unmittelbar erhält man die Menge des in einem bestimmten Volumen Luft enthaltenen Wasserdampfes, wenn man die Luft durch ein mit hygroskopischen Substanzen gefülltes Rohr saugt. Um ein regelmäßiges Durchstreichen der Luft durch das Absorptionsrohr zu bewirken, wendet man einen Aspirator an. Es ist dies im Wesentlichen ein bis auf zwei Oeffnungen verschlossenes mit Wasser gefülltes Gefäß; aus der einen Oeffnung fließt durch ein Rohr beständig Wasser ab, die andere Oeffnung ist mit dem Absorptionsrohre in Verbindung, so daß hier eine dem ausfließenden Wasser gleiche Menge getrockneter Luft eintritt. Wie viel Wasserdampf in der durch das Absorptionsrohr gesaugten Luftmenge enthalten war, ergiebt sich, wenn man dies Rohr vor und nach dem Versuche wägt.

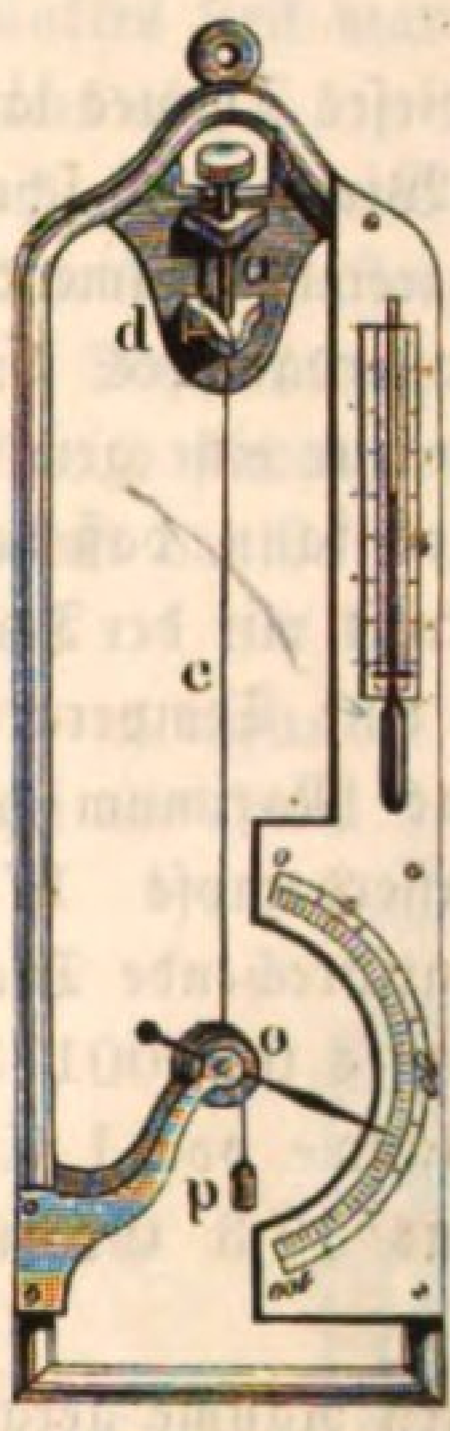
Diese Bestimmungsweise des Wassergehaltes der Luft mit dem Aspirator, dem man verschiedene, bald mehr, bald weniger zweckmäßige Formen gegeben hat, ist allerdings etwas umständlich und giebt auch nicht den Wassergehalt der Luft in einem bestimmten Momente, sondern den mittleren Wassergehalt während der ganzen Dauer des Versuches; man hat deshalb kleinere, leichter transportable Apparate construirt, welche unter dem Namen der Hygrometer bekannt sind.

Es ist bekannt, daß viele organische Körper die Eigenschaft haben, Wasserdampf zu absorbiren und sich dabei verhältnißmäßig zu verlängern. Unter anderen sind auch Haare, Fischbein u. s. w. solche hygroskopische Körper, und man

benutzte sie deshalb zur Construction von Hygrometern. Das beste Instrument der Art ist das von Saussure angegebene Haarhygrometer, welches Fig. 537 abgebildet ist.

Das Haar ist mit seinem oberen Ende an einem Zängelchen *d* befestigt, das andere Ende aber ist um eine mit zwei Rinnen versehene Rolle geschlungen, während in der anderen Rinne um die Rolle ein Seidenfaden geschlungen ist, an welchem ein kleines Gewicht *p* hängt, durch welches das Haar beständig gespannt erhalten wird. An der Axe der Rolle ist ein Zeiger befestigt, welcher an einem Gradbogen hin- und hergeht, wenn die Rolle durch die Verlängerung oder Verkürzung des Haares gedreht wird.

Fig. 537.



Wenn sich das Instrument in feuchter Luft befindet, so absorbirt das Haar viel Wasserdampf und wird dadurch länger, in trockener Luft aber verkürzt es sich, wodurch natürlich der Zeiger bald nach der einen, bald nach der anderen Seite gedreht wird.

Die Graduirung des Instruments wird auf folgende Weise bewerkstelligt. Zuerst bringt man das Instrument unter eine Glocke, deren innerer Raum durch Chlorcalcium oder durch Schwefelsäure ausgetrocknet wird. Die Stelle der Scala, auf welcher sich der Zeiger unter diesen Verhältnissen feststellt, ist der Punkt der größten Trockenheit, er wird mit 0 bezeichnet.

Nun bringt man das Instrument unter eine Glocke, deren Wände mit Wasser befeuchtet sind, während auch auf dem Boden, auf welchem die Glocke steht, Wasser ausgebreitet ist. Der Raum unter der Glocke sättigt sich bald mit Wasserdampf, und der Zeiger geht nach dem anderen Ende der Scala hin. Der Punkt, wo er sich jetzt feststellt, ist der Punkt der größten Feuchtigkeit, er wird mit 100 bezeichnet.

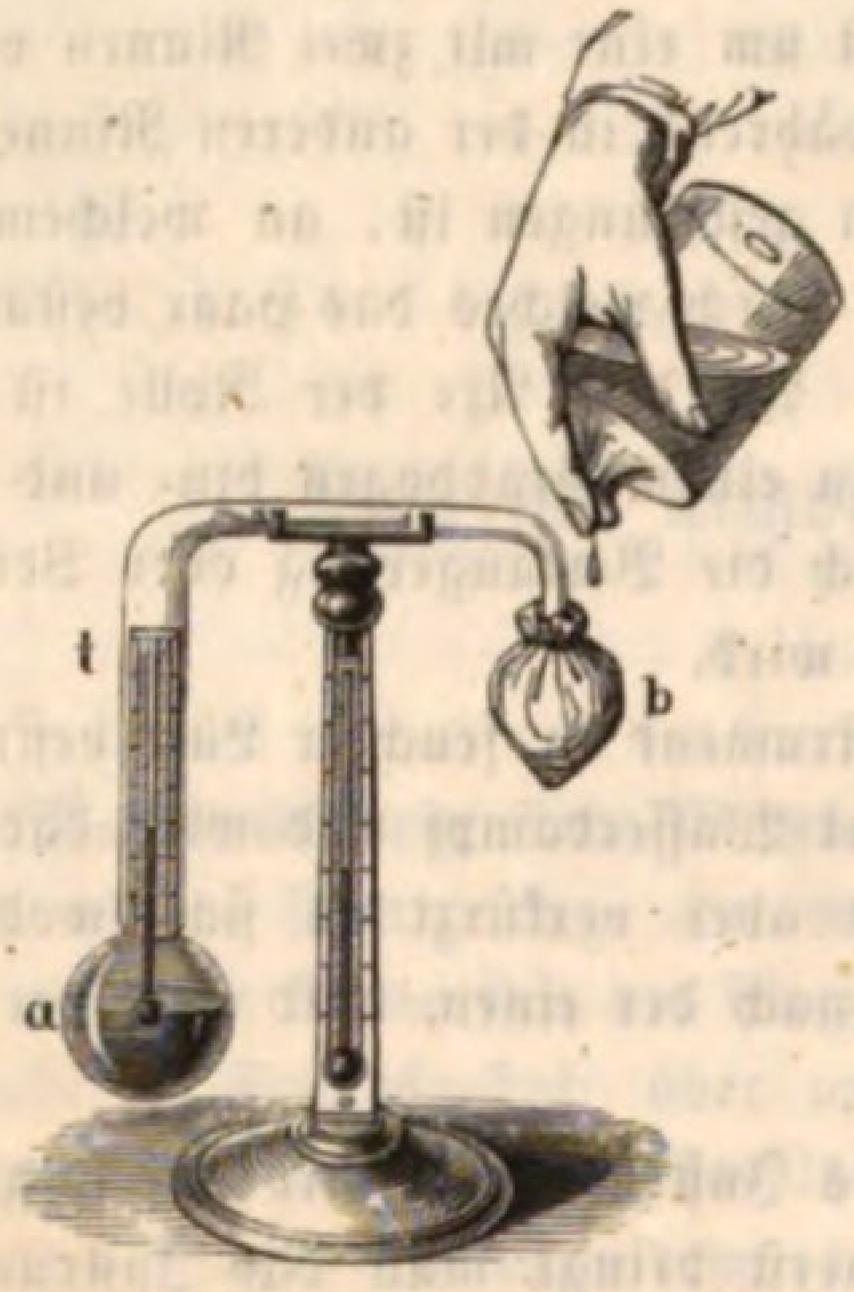
Der Zwischenraum zwischen diesen beiden Punkten wird in 100 gleiche Theile getheilt, welche man Feuchtigkeitsgrade nennt.

Die Beziehungen zwischen diesen Graden auf den Wassergehalt der Luft müssen an jedem Instrumente durch Versuche ermittelt werden, die wir nicht näher betrachten können.

Daniell's Hygrometer ist Fig. 538 dargestellt; es besteht aus einer 299
gekrümmten Röhre, welche mit zwei Kugeln endigt; die eine, *a*, ist entweder vergoldet oder mit einer ganz dünnen glänzenden Platinschicht überzogen, die andere ist mit einem Läppchen feiner Leinwand umwickelt. Die Kugel *a* ist zur Hälfte mit Aether gefüllt und enthält ein kleines Thermometer, dessen Theilung in die Röhre *t* hineinragt. Der Apparat ist vollkommen luftleer. Wenn man nun Aether auf die Kugel *b* tröpfelt, so wird sie durch die Verdampfung des Aethers erkaltet, im Inneren derselben werden Aetherdämpfe condensirt und

dadurch eine Verdampfung des Aethers in der Kugel *a* bewirkt, indem gewisser maßen der Aether aus der wärmeren Kugel *a* in die kältere *b* überdestillirt.

Fig. 538.



Bei der Dampfbildung in der Kugel *a* wird aber ebenfalls Wärme gebunden, und sie beschlägt sich endlich mit einem zarten Thau.

Die Entstehung dieses Thaues läßt sich leicht erklären. Wir haben schon oben gesehen, daß im leeren Raume die Spannkraft des Wasserdampfes für eine bestimmte Temperatur eine gewisse Gränze nicht übersteigen kann, daß das Maximum der Spannkraft mit der Temperatur steigt. Für eine Temperatur von 20° z. B. ist das Maximum der Spannkraft des Wasserdampfs 17,4 Millimeter und die entsprechende Dichtigkeit des Wasserdampfes 0,0000173; in einem luftleeren Raume von 1 Cubikmeter können also bei einer Temperatur von 20° höchstens 17,3 Gramm Wasser als Dampf enthalten sein.

Wir haben aber ferner gesehen, daß in einem lufterfüllten Raume gerade ebenso viel Wasserdampf enthalten sein kann als in einem gleich großen luftleeren Raume, und daß sich in diesem Falle die Spannkraft der Luft und die Spannkraft des in ihr verbreiteten Wasserdampfs summiren. Bei einer Temperatur von 20° können also in einem Cubikmeter Luft ebenfalls 17,3 Gramm Wasser als Dampf enthalten sein.

Man sagt, die Luft sei mit Wasserdampf **gesättigt**, wenn der in ihr verbreitete Wasserdampf das ihrer Temperatur entsprechende Maximum der Spannkraft und Dichtigkeit erreicht hat.

Bringt man in eine mit Feuchtigkeit gesättigte Luft einen kälteren Körper, so wird dieser die nächsten Luftschichten erkalten, ein Theil des in ihnen enthaltenen Wasserdampfs wird sich verdichten müssen und setzt sich in Form von feinen Tröpfchen an den kalten Körper an. Auf diese Weise bildet sich der Beschlag an den Fensterscheiben in einem bewohnten erwärmten Zimmer, wenn die Temperatur der äußeren Luft niedrig genug ist, um die Fensterscheiben hinlänglich zu erkalten.

Nicht immer ist die Luft mit Feuchtigkeit gesättigt, d. h. es ist nicht immer in derselben gerade so viel Wasserdampf enthalten, als sie bei ihrer Temperatur aufnehmen könnte. Nehmen wir z. B. an, jedes Cubikmeter Luft enthielte bei einer Temperatur von 20° nur 13,63 Gramm Wasserdampf, so ist sie nicht gesättigt; denn bei dieser Temperatur könnte ja jedes Cubikmeter Luft 17,3 Gramm Wasserdampf enthalten.

Die Temperatur, für welche eben die Verdichtung des Wasserdampfes be-

ginnt, die Temperatur also, für welche die Luft gerade mit Wasserdampf gesättigt ist, heißt der **Thaupunkt**.

Der Thaupunkt ist es nun, welchen man am **Daniell'schen** Hygrometer beobachtet; sobald nämlich die Kugel *a* bis zur Temperatur des Thaupunktes erkaltet ist, fängt die Kugel an sich zu beschlagen, die Temperatur des Thaupunktes liest man unmittelbar an dem in die Kugel *a* hineinragenden Thermometer ab.

Wenn man nun eine Tabelle zur Hand nimmt, in welcher man das Maximum des Wassergehaltes in einem Raume von 1 Cubikmeter für jeden einzelnen Temperaturgrad angegeben findet, so kann man in einer solchen Tabelle sogleich finden, welches der dem beobachteten Thaupunkt entsprechende Wassergehalt der Luft ist.

August's Psychrometer ist Fig. 539 dargestellt; es besteht aus zwei an einem und demselben Gestelle befestigten Thermometern; die Kugel des 300

Fig. 539.



einen ist mit einem feinen Leinwandläppchen umgeben, während die Kugel des anderen frei bleibt; wenn man die Hülle der einen Thermometerkugel mit Wasser befeuchtet, so wird das Wasser verdunsten, und zwar wird die Verdunstung um so rascher vor sich gehen, je weiter die Luft von ihrem Sättigungspunkte entfernt ist. Die Verdunstung des Wassers ist aber von einer Wärmebindung begleitet, in Folge deren das umwickelte Thermometer sinkt. Wenn die Luft vollkommen mit Feuchtigkeit gesättigt ist, so wird kein Wasser verdampfen können, die beiden Thermometer stehen alsdann gleich hoch; ist aber die Luft nicht mit Wasserdampf gesättigt, so wird das umwickelte Thermometer sinken, und zwar um so tiefer, je weiter die Luft von ihrem Sättigungspunkte entfernt ist. Aus der Temperaturdifferenz der beiden Thermometer kann man auf den Feuchtigkeitszustand der Luft schließen.

Tägliche und jährliche Variationen im Wassergehalte der Luft. Da bei hoher Temperatur mehr Wasserdampf in der Luft verbreitet sein kann, da mit steigender Wärme das Wasser an der Oberfläche der Gewässer und vom feuchten Boden mehr und mehr verdunstet, so läßt sich wohl erwarten, daß der Wassergehalt der Luft im Laufe eines Tages ab- und zunehmen wird. 301

Durch Versuche mit den oben beschriebenen Instrumenten hat man ermittelt, daß sich im Allgemeinen die Menge des Wasserdampfes in der Luft vermehrt, wenn von Sonnenaufgang an die Temperatur steigt; jedoch dauert dies nur bis 9 Uhr, wo ein durch die starke Erwärmung des Bodens veranlaßter aufwärtssteigender Luftstrom die Dämpfe mit in die Höhe nimmt, so daß der Wassergehalt der unteren Luftschichten geringer wird, obgleich bei immer zunehmender Wärme die Bildung der Dämpfe fortdauert. Diese Abnahme dauert bis gegen 4 Uhr; jetzt nimmt der Wassergehalt der unteren Luftschichten wieder zu, weil nun die nach oben gerichtete Luftströmung aufhört, den sich bildenden Wasserdampf wegzuführen; jedoch dauert diese Zunahme nur bis gegen 9 Uhr Abends, weil nun die immer mehr sinkende Temperatur der Luft der ferneren Dampfbildung eine Gränze setzt.

Im Winter, wo die Wirkung der Sonne weniger intensiv ist, verhält sich die Sache anders; im Januar beobachtet man nur ein Maximum des Wassergehaltes der Luft um 2 Uhr Nachmittags und ein Minimum zur Zeit des Sonnenaufgangs.

Wir sagen: »die Luft ist trocken,« wenn das Wasser rasch verdunstet und wenn befeuchtete Gegenstände durch dieses rasche Verdunsten schnell trocken werden; dagegen sagen wir: »die Luft ist feucht,« wenn befeuchtete Gegenstände an der Luft nur langsam oder gar nicht trocknen, wenn die geringste Temperaturerniedrigung feuchte Niederschläge bewirkt, und wenn etwas kältere Gegenstände sich mit Feuchtigkeit überziehen. Wir nennen also die Luft trocken, wenn sie weit von ihrem Sättigungspunkte entfernt ist, feucht dagegen, wenn der Thaupunkt der Temperatur der Luft sehr nahe liegt; mit diesem Urtheile über die Trockenheit oder Feuchtigkeit der Luft verbinden wir also durchaus kein Urtheil über den absoluten Wassergehalt der Luft. Wenn an einem heißen Sommertage bei einer Temperatur von 25° C. jedes Cubikmeter Luft 13 Gramm Wasserdampf enthält, so sagen wir, die Luft sei sehr trocken; denn bei dieser Temperatur könnte jedes Cubikmeter Luft 22,5 Gramm Wasserdampf enthalten, oder die Luft müßte bis auf 15° erkaltet werden, um bei unverändertem Wassergehalte gesättigt zu sein. Wenn dagegen im Winter bei einer Temperatur von + 2° jedes Cubikmeter Luft nur 6 Gramm Wasserdampf enthält, so ist die Luft sehr feucht, weil die Luft für die herrschende Temperatur beinahe vollständig mit Wasserdampf gesättigt ist und die geringste Temperaturerniedrigung schon einen Niederschlag zur Folge hat.

In diesem Sinne können wir sagen, daß zur Zeit des Sonnenaufgangs die Luft am feuchtesten ist, obgleich der absolute Wassergehalt geringer ist als zu jeder anderen Tageszeit. Gegen 3 Uhr Nachmittags ist im Sommer die Luft am trockensten.

Der absolute Wassergehalt der Luft ist wie die mittlere Lufttemperatur im Januar ein Minimum; er nimmt bis zum Juli zu, wo er sein Maximum erreicht, dann aber nimmt er wieder ab bis zum Ende des Jahres.

Obgleich nun der Wassergehalt der Luft im Sommer größer ist als im

Winter, so sagt man doch, die Luft sei im Sommer trockener, weil sie im Sommer durchschnittlich weiter von ihrem Sättigungspunkte entfernt ist.

Feuchtigkeit der Luft in verschiedenen Gegenden. Die Bildung des Wasserdampfes ist vorzugsweise von zwei Bedingungen abhängig, nämlich von der Temperatur und von der Gegenwart von Wasser. Bei einem unbegränzten Wasservorrathe werden sich um so mehr Wasserdämpfe bilden, je höher die Temperatur ist; bei gleicher Temperatur aber werden sich in wasserreichen Gegenden mehr Dämpfe bilden können als in wasserarmen. Daraus folgt nun, daß der absolute Wassergehalt der Luft unter sonst gleichen Umständen von dem Aequator nach den Polen hin abnehmen muß, und daß sie im Inneren der großen Continente trockener, d. h. weiter von ihrem Sättigungspunkte entfernt ist, als auf dem Meere und an den Meeresküsten. Wie sehr die Trockenheit der Luft mit der Entfernung vom Meere zunimmt, beweist schon die Heiterkeit des Himmels der Binnenländer. 302

Der Thau. Es ist oben, auf Seite 542, bemerkt worden, wie der feine Thau auf der glänzenden Kugel des Daniell'schen Hygrometers entsteht, wenn diese Kugel erkaltet wird. Ebenso erklärt sich die Thaubildung im Großen. 303

Wenn im Sommer nach Sonnenuntergang der Himmel heiter und die Luft ruhig bleibt, so werden die verschiedenen Gegenstände auf der Erdoberfläche durch die nächtliche Strahlung gegen den Himmelsraum mehr und mehr erkalten, ihre Temperatur sinkt um 2, 3, ja manchmal um 7 bis 8° unter die Temperatur der Luft herab, die kalten Körper erniedrigen auch die Temperatur der sie zunächst umgebenden Luftschichten; und wenn diese bis zum Thaupunkte erkaltet sind, so wird sich ein Theil des in ihnen enthaltenen Wasserdampfes in Form von feinen Tröpfchen an die kalten Körper ansetzen.

Da nicht alle Körper gleiches Wärmestrahlungsvermögen haben, so erkalten auch einige stärker als andere, und so kommt es, daß manche Körper stark mit Thau überzogen sind, während andere fast ganz trocken bleiben. Gras und Blätter erkalten besonders stark durch die nächtliche Strahlung, theils weil sie ein sehr starkes Strahlungsvermögen besitzen, theils aber auch, weil sie frei in die Luft hineinragen, so daß ihnen vom Boden aus nur wenig Wärme zugeleitet werden kann; man findet sie deshalb stärker bethaut als Steine und den nackten Boden.

Eine Wolkendecke, welche den Himmel überzieht, hindert die Thaubildung, weil sie die nächtliche Strahlung hindert. Auch wenn ein nur etwas lebhafter Wind weht, thaut es nicht, weil er beständig von Neuem warme Luft mit den festen Körpern in Berührung bringt, wodurch diesen fortwährend Wärme zugeführt wird und die Luft an ihnen vorbeistreicht, ehe sie bis zum Thaupunkte erkaltet werden kann.

Der Reif ist nichts Anderes als gefrorener Thau. Wenn der Körper, an welchem sich der condensirte Wasserdampf absetzt, unter 0° erkaltet ist, so

kann er sich nicht mehr in flüssiger Gestalt, sondern in Form von Eisnadeln absetzen.

304 **Nebel und Wolken.** Wenn die Wasserdämpfe, aus einem Topfe mit kochendem Wasser aufsteigend, sich in der kälteren Luft verbreiten, so werden sie alsbald verdichtet, es entsteht der Schwaden, welcher aus einer Menge kleiner hohler Wasserbläschen besteht, die in der Luft schweben. Man nennt diese Schwaden auch öfters Dampf, doch ist es kein eigentlicher Dampf mehr, wenigstens kein Dampf im physikalischen Sinne des Wortes, denn es ist ja ein verdichtetes Wassergas.

Wenn die Verdichtung der Wasserdämpfe nicht durch Berührung mit kalten festen Körpern, sondern durch die ganze Masse der Luft hindurch vor sich geht, so entstehen Nebel, welche im Großen dasselbe sind wie der Schwaden, den wir über kochendem Wasser sehen.

Die Nebel entstehen gewöhnlich, wenn das Wasser der Seen und Flüsse oder der feuchte Boden wärmer sind als die schon mit Feuchtigkeit gesättigte Luft. Die Dämpfe, welche in Folge der höheren Temperatur des Wassers oder des feuchten Bodens gebildet werden, verdichten sich alsbald wieder, wenn sie sich in der kälteren schon mit Wasserdämpfen gesättigten Luft verbreiten. Bei gleicher Temperaturdifferenz des Wassers und der Luft bilden sich keine Nebel, wenn die Luft trocken ist, so daß sich alle die Wasserdämpfe, welche vom Boden aufsteigen, in ihr verbreiten können, ohne sie zu sättigen.

Nach dem, was soeben über die Bildung des Nebels gesagt wurde, erklärt sich leicht, daß sich die Nebel vorzugsweise im Herbste über Flüssen und Seen und über feuchten Wiesen bilden. In England sind die Nebel besonders häufig, weil es von einem warmen Meere umspült ist; ebenso sind die warmen Gewässer des Golfstroms, welcher bis nach Neufoundland hinaufströmt, die Ursache der dort so häufigen dichten Nebel.

Manchmal beobachtet man Nebel unter scheinbar ganz verschiedenen Umständen; so sieht man dichte Nebel über den Flüssen, während die Luft wärmer ist als das Wasser oder das Eis. In diesem Falle ist die warme Luft mit Feuchtigkeit gesättigt, und wenn sie sich mit den Luftschichten mischt, welche durch die Berührung mit dem kalten Wasser oder dem Eise schon eine niedrigere Temperatur erlangt haben, so muß nothwendig eine Condensation des Wasserdampfes erfolgen.

Auf dieselbe Weise entstehen auch im Sommer nach Gewitterregen die Nebel über Flüssen und Seen. Die Luft ist wärmer als die Oberfläche des Wassers, aber sie ist mit Feuchtigkeit gesättigt, und sobald sie sich an Orte verbreitet, an welchen die Frische des Wassers fühlbar ist, wird durch die Erkaltung der Wasserdampf verdichtet.

Der Nebel bildet sich jedoch nicht allein über Flüssen und Seen, sondern auch mitten im Lande, sobald durch Luftströmungen wärmere feuchte Luftmassen mit kälteren gemischt und ihre Temperatur unter den Thaupunkt erniedrigt wird.

Die Wolken sind nichts Anderes als Nebel, welche in den höheren Luftregionen schweben, sowie denn Nebel nichts sind als Wolken, welche auf dem Boden aufliegen. Oft sieht man die Gipfel der Berge in Wolken eingehüllt, während die Wanderer auf diesen Bergspitzen sich mitten im Nebel befinden.

Auf den ersten Anblick scheint es unbegreiflich, wie die Wolken in der Luft schweben können, da sie doch aus Bläschen bestehen, welche offenbar schwerer sind als die umgebende Luft. Da das Gewicht dieser kleinen Wasserbläschen im Vergleich zu ihrer Oberfläche sehr gering ist, so muß die Luft ihrem Falle einen bedeutenden Widerstand entgegensetzen; sie können sich jedenfalls nur sehr langsam herabsenken, wie ja auch eine Seifenblase, welche überhaupt mit unseren Dunstbläschen eine große Aehnlichkeit hat, in ruhiger Luft nur langsam fällt. Somit müssen aber doch die Dunstbläschen, wenn auch noch so langsam, sinken, und man sollte demnach meinen, daß bei ruhigem Wetter sich die Wolken doch endlich bis auf den Boden herabsenken müßten.

Die bei ruhigem Wetter allerdings herabsinkenden Dunstbläschen können aber den Boden nicht erreichen, weil sie bald in wärmere, nicht mit Dämpfen gesättigte Luftschichten gelangen, in welchen sie sich wieder in Dampf auflösen und dem Blicke entschwinden; während sich aber unten die Dunstbläschen auflösen, werden an der oberen Gränze neue gebildet, und so scheint die Wolke unbeweglich in der Luft zu schweben.

Wir haben eben die Dunstbläschen in ganz ruhiger Luft betrachtet. In bewegter Luft werden sie der Richtung der Luftströmung folgen müssen; ein Wind, welcher sich in horizontaler Richtung fortbewegt, wird die Wolken auch in horizontaler Richtung fortführen, und ein aufsteigender Luftstrom wird sie mit in die Höhe nehmen, sobald seine Geschwindigkeit größer ist als die Geschwindigkeit, mit welcher die Dampfbläschen in ruhiger Luft herabfallen würden. Sehen wir ja doch auch, wie die Seifenblasen durch den Wind fortgeführt und über Häuser hinweggetragen werden. So erklärt sich denn auch durch die aufsteigenden Luftströme das Steigen des Nebels.

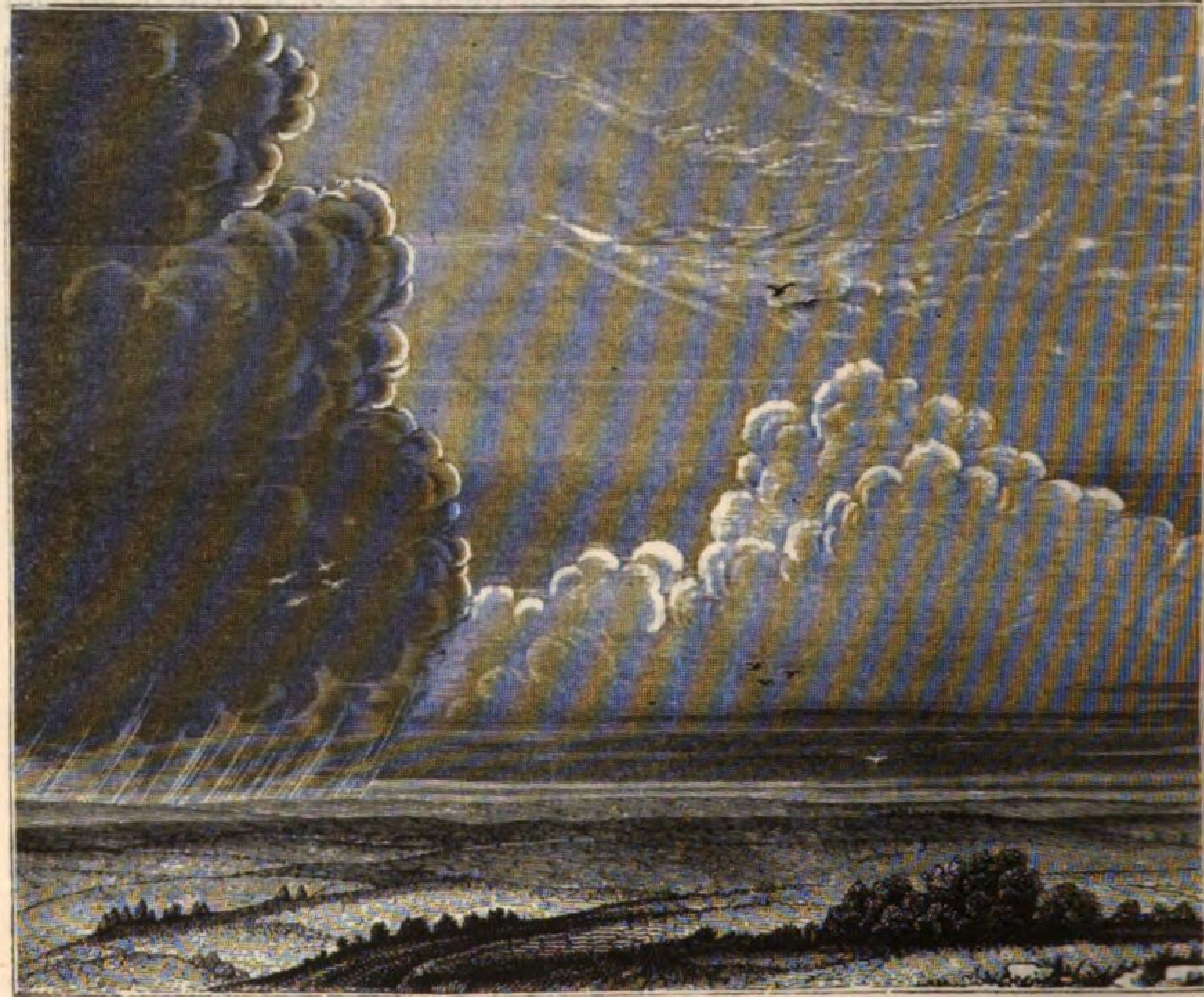
Das Ansehen der Wolken ist, je nachdem sie höher oder tiefer schweben, je nachdem sie mehr oder weniger dicht, auf diese oder jene Weise beleuchtet sind u. s. w., gar mannigfaltig. Howard hat unter den verschiedenen Wolken folgende Hauptarten unterschieden.

1) Die Federwolke, cirrus, besteht aus sehr zarten, bald mehr streifigen, bald mehr locken- oder federartigen Fasern, welche nach schönem Wetter zuerst am Himmel erscheinen. In unserer Fig. 540 sieht man sie in dem Eck oben rechts bis herunter, wo die zwei Vögel schweben. Bei trockenem Wetter sind die Federwolken mehr streifig, bei feuchtem mehr verwaschen.

2) Die Haufenwolke, cumulus, welche in unserer Figur gerade unter die Federwolke gezeichnet ist, bildet große halbkugelförmige Massen, welche auf horizontaler Basis zu ruhen scheinen. Diese Wolken erscheinen vorzugsweise im Sommer; manchmal thürmen sich Haufenwolken zu malerischen Gruppen zusammen und bieten dann, von der Sonne beschienen, den Anblick ferner Schneegebirge.

3) Die Schichtwolken, stratus, sind horizontale Wolkenstreifen (in unserer Figur unter dem cumulus), welche vorzugsweise bei Sonnenuntergang mit außerordentlicher Farbenpracht erscheinen.

Fig. 540.



Diese Grundformen gehen auf mannigfaltige Weise in einander über; Howard hat diese Uebergangsformen durch die Namen cirro-cumulus, cirro-stratus, cumulo-stratus und nimbus bezeichnet.

Die fedrige Haufenwolke, cirro-cumulus, ist der Uebergang der Federwolke zur Haufenwolke; es sind die kleinen, weißen, runden Wölkchen, welche unter dem Namen Schäfchen allgemein bekannt sind.

Wenn die Federwolken nicht einzeln zerstreut, sondern zu Streifen von bedeutender Ausdehnung verbunden sind, so bilden sie die fedrige Schichtwolke, cirro-stratus, welche, wenn sie nahe am Horizonte stehen, den Anblick ausgedehnter Schichten bieten; oft überziehen die cirro-stratus den ganzen Himmel mit einem Schleier.

Wenn die Haufenwolken dichter werden, so gehen sie in die streifige Haufenwolke, cumulo-stratus, über, welche oft den ganzen Horizont mit einem blauschwarzen Farbentone überziehen, und endlich in die eigentliche Regenwolke, nimbus (in unserer Figur links), übergehen.

Wenn man bedenkt, wie außerordentlich mannigfaltig an Gestalt sowohl als auch an Farbe die verschiedenen Wolken sein können, so begreift man wohl,

daß es oft schwierig ist zu unterscheiden, ob das Ansehen einer Wolke sich mehr dem einen oder dem anderen Typus nähert.

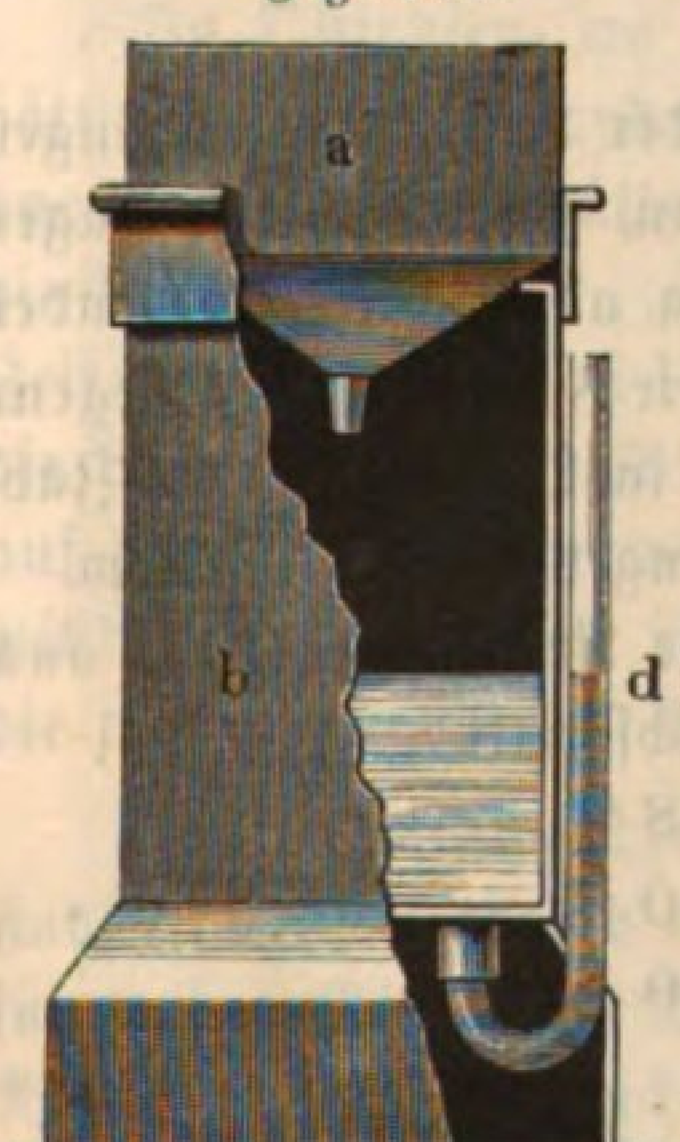
Unter allen Wolkenarten sind die Federwolken die höchsten, denn auf hohen Bergen bieten sie noch denselben Anblick wie im Thale. Kämtz hat zu Halle ihre Höhe annähernd zu 20,000 Fuß bestimmt. Es ist höchst wahrscheinlich, daß die cirrus nicht aus Nebelbläschen, sondern aus Schneeflöckchen bestehen.

Die Haufenwolken bilden sich gewöhnlich, wenn durch den aufsteigenden Luftstrom die Wasserdämpfe in die Höhe geführt und dort, wegen der geringeren Temperatur, verdichtet werden. Daher kommt es, daß sich oft gegen Mittag Wolken bilden, während die Sonne am heiteren Himmel aufgegangen ist, und gegen Abend der Himmel wieder heiter wird, weil die Wolken sich wieder senken, wenn der aufsteigende Strom aufhört; in tieferen, wärmeren Regionen angekommen, lösen sich dann die Wolken wieder auf, wenn die Luft nicht mit Dämpfen gesättigt ist. Wenn aber der Südwestwind mehr und mehr Wasserdämpfe herbeiführt, wenn die Luft mit Dämpfen gesättigt ist, so können die sich senkenden Wolken nicht wieder aufgelöst werden, sie werden dichter und dunkler, während oft hoch über den unteren Wolken eine Schicht von Federwolken schwebt. Die unteren Haufenwolken gehen dann mehr und mehr in cumulostratus über, und man hat alsdann Regen zu erwarten.

Wenn durch fortwährende Condensation von Wasserdämpfen die einzelnen Dunstbläschen größer und schwerer werden, wenn endlich einzelne Bläschen sich nähern und zusammenfließen, so bilden sich förmliche Wassertropfen, welche nun als Regen herabfallen. In der Höhe sind die Regentropfen noch sehr klein, sie werden aber während des Fallens größer, weil sie wegen ihrer geringeren Temperatur die Wasserdämpfe der Luftschichten verdichten, durch welche sie herabfallen.

Regenmenge. Die Menge des Regens, welcher an irgend einem Orte 305
der Erde im Laufe des Jahres fällt, ist für die Meteorologie ein höchst wichtiges Element. Die Instrumente, deren man sich zu diesem Zwecke bedient, werden Regenmesser, Ombrometer oder Udometer genannt. Die Fig. 541 stellt den gewöhnlichen Regenmesser dar; er besteht aus einem Blechgefäß *b*, dessen quadratischer Querschnitt ungefähr 1 Quadratfuß beträgt und auf welches ein zweites Gefäß *a* mit trichterartigem Boden aufgesetzt wird. In der Mitte dieses Trichters befindet sich eine Oeffnung, durch welche alles Wasser, welches in Form von Regen in das oben offene Gefäß *a* hineinfällt, in das Behälter *b* abfließt. Das unten gekrümmte Glasrohr *d* steht mit dem Inneren des Gefäßes *b* in Verbindung, so daß man auf einer hinter *d* angebrachten Scala die Höhe des Wasserstandes in *b* ab-

Fig. 541.



lesen kann. Vorausgesetzt, daß die Querschnitte von a und b gleich sind, giebt die Höhe der Wassersäule in d an, wie hoch sich der Boden in einer gewissen Zeit mit Wasser bedeckt haben würde, wenn es nicht eingeschluckt worden oder verdunstet wäre.

Die jährliche Regenmenge beträgt

zu Lissabon	25	Par. Zoll
Dover	44	»
London	23	»
Paris	21	»
Regensburg	21	»
Bergen	83	»
Stockholm	19	»
Petersburg	17	»
Genua	44	»
Rom	29	»

Die Regenmenge ist jedoch nicht gleichförmig über das ganze Jahr vertheilt; in dieser Beziehung läßt sich Europa in drei Provinzen theilen.

In England, auf den Westküsten von Frankreich, in den Niederlanden und Norwegen sind die Herbstregen vorherrschend.

In Deutschland, den westrheinischen Gegenden, Dänemark und Schweden herrschen die Sommerregen vor.

Die Sommerregen fehlen im südöstlichen Frankreich, Italien, dem südlichen Portugal, überhaupt dem Theile Europas, welcher Afrika zunächst liegt, fast ganz.

Die Anzahl der Regentage während eines Jahres nimmt in Europa im Allgemeinen von Süden nach Norden zu. Im Durchschnitte kommen auf das Jahr

im südlichen Europa	120	Regentage
» mittleren »	146	»
» nördlichen »	180	»

Daß die Regenmenge nicht allein von der Zahl der Regentage abhängen kann, ist klar; denn es kommt ja nicht allein darauf an, an wie vielen Tagen es regnet, sondern auch wie viel es regnet. Wenn in nördlicheren Gegenden die Zahl der Regentage zunimmt, so nimmt dagegen die Intensität des Regens im Allgemeinen ab, und so erklärt es sich z. B., daß in Petersburg die Zahl der Regentage zwar größer, die Regenmenge aber geringer ist, als in Rom.

Mit der Entfernung der Meere nimmt sowohl die Regenmenge, als auch die Zahl der Regentage ab; so kommen z. B. im Durchschnitt

in Petersburg	168
» Kasan	90
» Jakutzk	60

Regentage auf das ganze Jahr.

So wie unter sonst gleichen Umständen der Regen in wärmeren Gegenden intensiver ist als in kälteren, so ist er auch in der warmen Jahreszeit intensiver

als in der kalten. Im Durchschnitt kommen in Deutschland auf den Winter 38, auf den Sommer 42 Regentage; die Zahl der Regentage ist also im Sommer kaum etwas bedeutender als im Winter, und doch ist die Regenmenge im Sommer ungefähr doppelt so groß als im Winter. In den Sommermonaten fällt oft bei einem einzigen Gewitter mehr Regen als sonst in mehreren Wochen.

Regen zwischen den Wendekreisen. Da, wo die Passatwinde mit großer Regelmäßigkeit wehen, ist der Himmel meistens heiter, und es regnet selten, namentlich wenn die Sonne auf der anderen Hemisphäre steht. Auf den Continenten aber wird die Regelmäßigkeit des Passates gestört durch die Intensität des aufsteigenden Luftstromes, sobald sich die Sonne dem Zenith nähert; um diese Zeit stellt sich auch ein mehrere Monate andauerndes heftiges Regenwetter ein, während die andere Hälfte des Jahres hindurch der Himmel heiter und die Luft trocken ist. 306

Humboldt hat uns die Erscheinungen der nassen Jahreszeit im nördlichen Theile von Südamerika beschrieben. Vom December bis zum Februar ist die Luft trocken und der Himmel heiter. Im März wird die Luft feuchter, der Himmel weniger rein, der Passatwind weht weniger stark, und oft ist die Luft ganz ruhig. Mit Ende März beginnen die Gewitter; sie bilden sich des Nachmittags, wenn die Hitze am größten ist, und sind von heftigen Regengüssen begleitet. Gegen Ende Aprils fängt eigentlich die nasse Jahreszeit an; der Himmel überzieht sich mit einem gleichförmigen Grau, und es regnet täglich von 9 Uhr Morgens bis 4 Uhr Nachmittags; des Nachts ist der Himmel meistens rein. Der Regen wird am heftigsten, wenn die Sonne im Zenith steht. Allmälig wird die Zeit des Tages, in welcher es regnet, immer kürzer, und gegen Ende der Regenzeit regnet es nur Nachmittags.

Die Dauer der Regenzeit ist in verschiedenen Gegenden nicht dieselbe, sie beträgt 3 bis 5 Monate.

In Ostindien, wo die Regelmäßigkeit der Passatwinde durch örtliche Verhältnisse gestört ist und wo statt ihrer die Moussons wehen, finden wir auch anormale Regenverhältnisse; an der steilen Westküste von Vorderindien fällt die Regenzeit mit der Zeit unseres Sommers zusammen, sie fällt nämlich in die Zeit, zu welcher die Südwestmoussons wehen und, mit Feuchtigkeit beladen, an die hohen Gebirge anstoßen. Während es auf der Küste Malabar regnet, ist auf der Ostküste Coromandel der Himmel heiter; hier stellt sich die Regenzeit mit dem Nordostpassat, also gerade zu der Zeit ein, zu welcher auf der Westküste die trockene Jahreszeit herrscht.

In der Region der Calmen findet man diese periodischen Regen nicht, es finden hier fast täglich heftige Regengüsse Statt. Der aufsteigende Luftstrom führt eine Masse von Wasserdämpfen in die Höhe, welche sich in den kälteren Regionen wieder verdichten. Die Sonne geht fast immer bei heiterem Himmel auf, gegen Mittag bilden sich einzelne Wolken, welche dichter und dichter werden, bis ihnen endlich, meist unter heftigen Windstößen und elektrischen Entla-

dungen, eine ungeheure Regenmenge entströmt. Gegen Abend zerstreut sich das Gewölk, und die Sonne geht wieder bei heiterem Himmel unter.

Die jährliche Regenmenge ist im Allgemeinen in den Tropen sehr groß; sie beträgt z. B. im Bombay 73,5, in Kandy 68,9, in Sierra Leone 80,9, zu Rio Janeiro 55,6, auf St. Domingo 100,9, zu Havanna 85,7 und in Granada 105 Pariser Zoll. Bedenkt man nun, daß der Regen meist nur auf wenige Monate vertheilt ist und daß es nur an wenigen Stunden des Tages regnet, so ist klar, daß der Regen sehr stark sein muß. In Bombay fiel an einem Tage 6 Zoll, zu Cayenne in 10 Stunden 10 Zoll Regen. Die Regentropfen sind sehr groß und fallen mit solcher Geschwindigkeit nieder, daß sie auf der nackten Haut ein schmerzhaftes Gefühl erzeugen.

307 **Schnee und Hagel.** Ueber die Bildung des Schnees weiß man bis jetzt noch sehr wenig. Wahrscheinlich bestehen die Wolken, in denen sich die Schneeflocken zuerst bilden, nicht aus Dunstbläschen, sondern aus feinen Eiskryställchen, welche durch fortwährende Condensation von Wasserdämpfen größer werden und so Schneeflocken bilden, welche selbst noch beim Herabfallen durch die unteren Luftschichten wachsen. Sind die unteren Luftregionen zu warm, so schmelzen die Schneeflocken, ehe sie den Boden erreichen, es regnet unten, während es oben schneit.

Auf die regelmäßige Gestalt der Schneeflocken, welche man am besten beobachten kann, wenn man sie auf einem dunklen, unter 0° erkalteten Körper auffängt, hat schon Kepler aufmerksam gemacht. Fig. 542 und Fig. 543 zeigen einige Schneefiguren, welche ich im schneereichen Februar 1855 beobachtet habe.

Schon eine oberflächliche Betrachtung dieser Figuren zeigt, daß sich alle

Fig. 542.

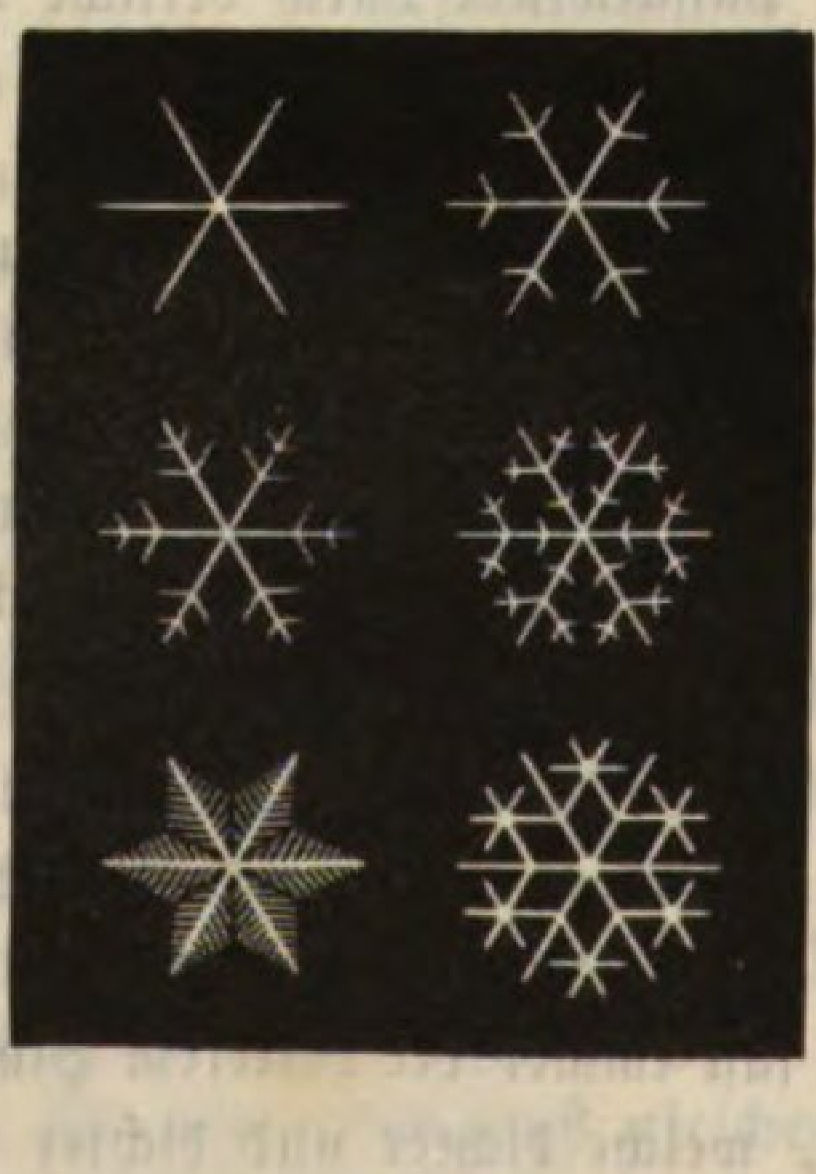
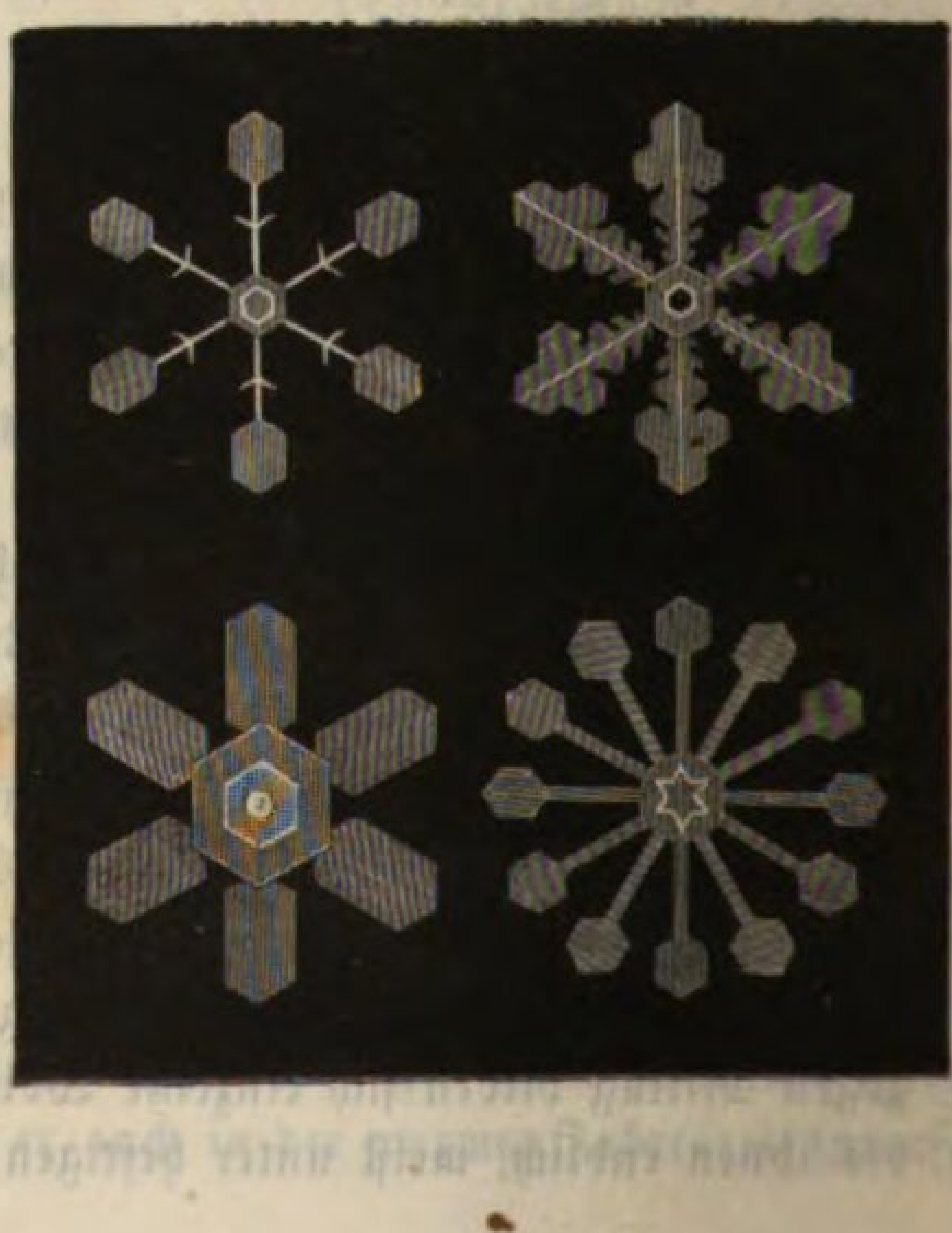


Fig. 543.



diese Gestalten im Wesentlichen auf einen regelmäßigen sechsseitigen Stern zurückführen lassen, wonach denn die Schneeflocken dem hexagonalen Krystallsysteme (dem Krystallsysteme des Bergkrystalls) angehören.

Der Graupelregen, den man gewöhnlich im März und im April beobachtet, entsteht auf ähnliche Art wie der Schnee; die Graupelkörner bestehen aus ziemlich fest zusammengeballten Eisnädelchen.

Der Hagel ist eine der furchtbarsten Geißeln für den Landmann und eins der schwierigsten Phänomene für den Meteorologen.

Die gewöhnliche Größe der Hagelkörner ist die einer Haselnuß; sehr häufig fallen kleinere, sie werden aber als weniger gefährlich nicht sonderlich beachtet, oft sind sie aber auch noch weit größer und zerschmettern dann Alles, was sie treffen.

Glaubhafte Naturforscher haben Hagelkörner beobachtet, welche 24 bis 26 Loth wogen.

Die Form der Hagelkörner ist sehr verschieden. In der Regel sind sie abgerundet, manchmal aber auch abgeplattet oder eckig. In der Mitte der Hagelkörner befindet sich in der Regel ein undurchsichtiger Kern, welcher den Graupelkörnern gleicht; dieser Kern ist mit einer durchsichtigen Eismasse umgeben, in welcher sich manchmal einzelne concentrische Schichten unterscheiden lassen; bisweilen beobachtet man abwechselnd durchsichtige und undurchsichtige Eisschichten, endlich hat man auch schon Hagelkörner mit strahliger Structur beobachtet.

Pouillet fand, daß die Temperatur der Hagelkörner — 0,5 bis — 4^o beträgt.

Der Hagel geht gewöhnlich den Gewitterregen voran, oder er begleitet sie. Nie, oder wenigstens fast nie, folgt der Hagel auf den Regen, namentlich wenn der Regen einige Zeit gedauert hat.

Das Hagelwetter dauert meistens nur einige Minuten, selten dauert es $^1/_4$ Stunde lang. Die Menge des Eises, welches in so kurzer Zeit den Wolken entströmt, ist ungeheuer, die Erde ist manchmal Zoll hoch damit bedeckt.

Der Hagel fällt häufiger bei Tag als bei Nacht. Die Wolken, welche ihn bringen, scheinen eine bedeutende Ausdehnung und eine bedeutende Tiefe zu haben, denn sie verbreiten in der Regel eine große Dunkelheit. Man glaubt bemerkt zu haben, daß sie eine eigenthümliche grauröthliche Farbe besitzen, daß an ihrer unteren Gränze große Wolkenmassen herabhängen und daß ihre Ränder vielfach zerrissen erscheinen.

Die Hagelwolken scheinen meistens sehr niedrig zu schweben. Die Bergbewohner sehen öfters unter sich Wolken, welche die Thäler mit Hagel überschütten; ob jedoch die Hagelwolken immer so tief ziehen, läßt sich nicht mit Sicherheit ausmachen.

Einige Augenblicke vor dem Beginne des Hagelwetters hört man ein eigenthümliches, rasselndes Geräusch. Endlich ist der Hagel stets von elektrischen Erscheinungen begleitet.

Volta meinte, daß die Sonnenstrahlen an der oberen Gränze der dichten

Wolke fast vollständig absorbirt würden, was eine rasche Verdunstung zur Folge haben müsse, namentlich wenn die Luft über den Wolken sehr trocken ist; durch diese Verdunstung sollte so viel Wärme gebunden werden, daß das Wasser in den tieferen Wolkenschichten gefriert. Wenn aber die Verdunstung des Wassers in den oberen Wolkenschichten durch die Wärme der Sonnenstrahlen veranlaßt wird, so ist nicht einzusehen, warum durch diese Verdunstung den tieferen Wolkenschichten so viel Wärme entzogen werden soll.

Um zu erklären, wie die Hagelkörner oft eine so bedeutende Größe erlangen können, schlug Volta eine Theorie vor, welche eine große Celebrität erlangt hat; er nimmt an, daß zwei mächtige, mit entgegengesetzter Elektricität geladene Wolkenschichten über einander schweben. Wenn nun die noch sehr kleinen Hagelkörner auf die untere Wolke fallen, so werden sie bis zu einer gewissen Tiefe eindringen und sich mit einer neuen Eisschicht umgeben; sie werden sich aber auch mit der Elektricität der unteren Wolke laden und von dieser zurückgestoßen, während die obere sie anzieht; sie steigen also trotz ihrer Schwere wieder zur oberen Wolke in die Höhe, wo sich derselbe Vorgang wiederholt; so fahren sie eine Zeit lang zwischen den beiden Wolken hin und her, bis sie endlich herabfallen, wenn sie zu schwer werden und die Wolken ihre Elektricität verlieren.

Auch dieser Theil der Volta'schen Theorie ist sehr unwahrscheinlich. Um ein solches Tanzen der Hagelkörner zwischen zwei Wolken zu bewirken, müßten sie eine enorm starke elektrische Ladung haben, die sich aber durch die Vermittelung der Hagelkörner so schnell verlieren müßte, daß diesen keine Zeit bliebe, zu einer namhaften Größe anzuwachsen.

Viel wahrscheinlicher ist dagegen die von Fr. Vogel herrührende Hageltheorie. Nach dieser Theorie kann der Bläschendampf, welcher die Wolken bildet, ebenfalls weit unter den Schmelzpunkt des Eises erkalten, ohne daß ein Erstarren eintritt, wie man dies beim tropfbar flüssigen Wasser beobachtet (Seite 453). Wenn nun aus einer höheren Wolkenschicht Graupelkörner durch eine in diesem Zustande befindliche Wolke herabfallen, so muß sich auf ihnen Wasser niederschlagen, welches augenblicklich erstarrt. Bei niedriger Temperatur der Wolke kann auf diese Art in ganz kurzer Zeit eine massenhafte Eisbildung stattfinden.

Viertes Capitel.

Optische Erscheinungen der Atmosphäre.

Farbe des Himmels. Der heitere Himmel erscheint uns blau, und 308
zwar ist dieses Blau, je nach dem Zustande der Atmosphäre, bald heller und weißlicher, bald dunkler; auf hohen Bergen erscheint der Himmel sehr dunkelblau, ja fast schwarz. Es ist dies leicht zu erklären; wenn die Luft absolut durchsichtig wäre, wenn die einzelnen Lufttheilchen gar kein Licht reflectirten oder vielmehr zerstreuten, so müßte uns der Himmel vollkommen schwarz erscheinen, die Sonne, der Mond, die Sterne würden glänzend auf dem schwarzen Grunde stehen; nun aber reflectiren die Lufttheilchen das Licht, und so kommt es, daß bei Tage der ganze Himmel hell erscheint, weil die von der Sonne erleuchteten Lufttheilchen das Licht nach allen Seiten hin zerstreuen. Diese Erleuchtung der Atmosphäre durch die Sonnenstrahlen ist die Ursache, daß wir die Sterne bei Tage nicht sehen können. Die Lufttheilchen reflectiren vorzugsweise das blaue Licht, und deshalb scheint uns der an und für sich dunkle Himmelsraum mit Blau überzogen. Je höher wir uns in die Atmosphäre erheben, desto dünner wird dieser blaue Ueberzug und desto dunkler wird uns also auch der Himmel erscheinen; so erscheint auch im Zenith der Himmel stets am dunkelsten blau und gegen den Horizont mehr weißlich.

Das reine Blau des Himmels wird besonders durch die in der Luft schwebenden condensirten Wasserdämpfe gebleicht, durch feine Nebel, welche oft den Himmel mit einem leichten Schleier überziehen, ohne doch schon dicht genug zu sein, um als Wolken zu erscheinen.

Die Erscheinungen der Abend- und Morgenröthe wurden dadurch erklärt, daß man sagte, die Luft lasse vorzugsweise die rothen und gelben Strahlen durch, sie reflectire aber die blauen; des Abends und des Morgens haben aber die Sonnenstrahlen einen sehr weiten Weg durch die Atmosphäre zurückzulegen, daher die rothe Färbung der durchgelassenen Strahlen, welche besonders brillant ist, wenn Wolken durch diese Strahlen beleuchtet werden.

Diese Meinung kann nicht ganz richtig sein, indem das Blau des Himmels durchaus nicht die complementäre Farbe des Abendrothes ist. Das Abendroth rührt wahrscheinlich von dem in der Luft enthaltenen Wasserdampfe her.

Wenn aus dem Sicherheitsventile einer Dampfmaschine, etwa einer Loco-

motive, eine Dampfsäule aufsteigt, so erblickt man durch dieselbe die Sonne tief orangeroth gefärbt. Nahe über dem Sicherheitsventile, zu welchem der Dampf herausbläst, ist dessen Farbe für durchgehendes Licht das erwähnte tiefe Orangeroth; in größerer Entfernung jedoch, wo der Dampf vollständiger verdichtet ist, hört die Erscheinung gänzlich auf. Selbst bei mäßiger Dicke ist die Dampfwolke durchaus undurchdringlich für die Sonnenstrahlen, sie wirft einen Schatten wie ein fester Körper; und wenn ihre Dicke gering ist, so ist sie zwar durchscheinend, aber durchaus farblos. Die Orangefarbe des Dampfes scheint also einer besonderen Stufe der Verdichtung anzugehören. Bei vollkommener Gasgestalt ist der Wasserdampf ganz durchsichtig und farblos; in jenem Uebergangszustande ist er durchsichtig und rauchroth; wenn er aber vollständig zu Nebelbläschen verdichtet ist, so ist er bei geringer Dicke durchscheinend und farblos, bei großer Dicke vollkommen undurchsichtig.

Als reine, farblose, elastische Flüssigkeit giebt der Wasserdampf der Luft ihre größte Durchsichtigkeit, wie man sie besonders beobachtet, wenn sich nach einem heftigen Regen der Himmel wieder aufhellt. Im Uebergangszustande läßt er die gelben und rothen Strahlen durch und bringt in diesem Zustande die Erscheinungen der Abendröthe hervor.

Diese Theorie erklärt auch sehr gut, daß das Abendroth weit brillanter ist als das Morgenroth, daß Abendroth und Morgengrau die Anzeigen schönen Wetters sind. Gleich nach dem Temperaturmaximum des Tages und vor Sonnenuntergang fangen der Boden und die Luftschichten in verschiedener Höhe an, Wärme durch Strahlung zu verlieren. Bevor sich aber in Folge dessen der Wasserdampf vollständig verdichtet, durchläuft er jenen Uebergangszustand, welcher die Abendröthe erzeugt. Des Morgens ist es anders. Die Dämpfe, welche bei Umkehrung des Processes wahrscheinlich das Roth erzeugt haben würden, steigen nicht eher auf, als bis die Wirkung der Sonne schon lange angehalten hat; alsdann ist aber die Zeit des Sonnenaufganges vorüber, die Sonne steht schon hoch am Himmel. Das feurige Ansehen des Morgenhimmels rührt von der Anwesenheit eines solchen Ueberschusses an Feuchtigkeit her, daß durch die Verdichtung in höheren Regionen wirklich Wolken entstehen, im Gegensatze mit der Tendenz der steigenden Sonne, sie zu zerstreuen; das Morgenroth ist deshalb als Vorbote baldigen Regens zu betrachten.

Wenn die Sonne am westlichen Horizonte verschwunden ist, so tritt nicht plötzlich die Dunkelheit ein, sondern eine Dämmerung, welche nach Umständen bald längere, bald kürzere Zeit dauert. Diese Dämmerung rührt daher, daß die Luft am westlichen Himmel und die in ihr schwebenden Wassertheilchen noch von der Sonne beschienen werden, nachdem sie unseren Blicken schon verschwunden ist, und daß diese erleuchteten Luft- und Wassertheilchen uns noch ein allmälig mehr und mehr abnehmendes Licht zusenden. In unseren Gegenden dauert die Dämmerung ungefähr, bis die Sonne 18° unter dem Horizonte ist. Die längere Dauer der Dämmerung in höheren Breiten rührt besonders daher, daß die Sonnenbahn dort sehr stark geneigt ist, und daß es deshalb sehr lange dauert, bis sie 18° unter dem Horizonte steht. Je mehr wir uns dem Aequa-

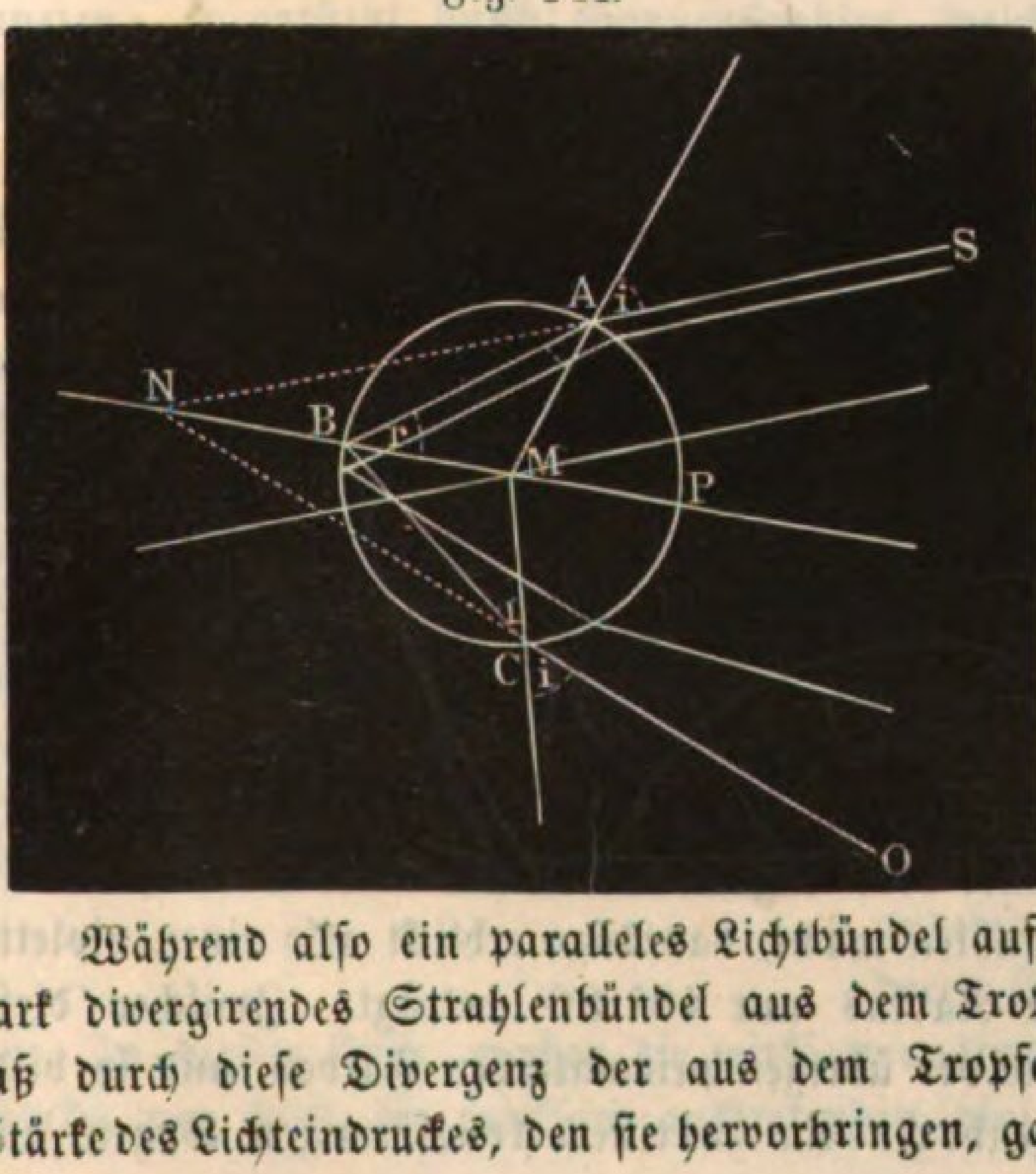
tor nähern, desto weniger schräg ist die Sonnenbahn gegen den Horizont; unter dem Aequator selbst macht sie einen rechten Winkel mit demselben; in den heißen Ländern ist die Dämmerung von kürzerer Dauer. In Italien ist sie kürzer als bei uns; in Chili dauert sie nur $\frac{1}{4}$ Stunde, in Cumana nur einige Minuten. Diese so sehr kurze Dauer der Dämmerung läßt sich nicht allein durch die Richtung der Sonnenbahn gegen den Horizont erklären, sie hat zum Theil auch in der außerordentlichen Reinheit des Himmels ihren Grund; denn in unseren Gegenden tragen die zarten, hoch in der Luft schwebenden Nebel, welche bei Tage den Himmel mit einem Schleier überziehen, die Lichtstrahlen aber stark reflectiren, sehr zur Verlängerung der Dämmerung bei.

Der Regenbogen. Es ist allgemein bekannt, daß man einen Regen- 309
bogen sieht, wenn man eine regnende Wolke vor sich und die Sonne im Rücken hat. Der Regenbogen bildet gleichsam die Basis eines Kegels, dessen Spitze das Auge ist und dessen Axe mit der geraden Linie zusammenfällt, welche man durch die Sonne und das Auge legen kann. Unter den eben angegebenen Bedingungen erscheint auch der Regenbogen in dem Staubregen der Wasserfälle und Springbrunnen.

Um den Regenbogen zu erklären, muß man den Weg der Sonnenstrahlen durch die Regentropfen verfolgen.

Wenn ein Sonnenstrahl SA, Fig. 544, einen Regentropfen trifft, so wird er gebrochen, und es ist leicht, die Richtung des gebrochenen Strahles AB zu berechnen oder zu construiren. Der gebrochene Strahl AB wird in B an der Rückwand des Tropfens nach C gespiegelt und tritt dann nach einer zweiten Brechung in der Richtung CO aus. Der austretende Strahl CO macht mit dem einfallenden einen Winkel SNO.

Fig. 544.



Es fallen aber parallel mit SA noch viele andere Sonnenstrahlen auf den Tropfen, und wenn man für einige derselben den Weg durch den Tropfen berechnet oder construirt, wie dies in unserer Figur noch für einen zweiten geschehen ist, so ergiebt sich, daß die austretenden Strahlen nicht unter einander parallel sind.

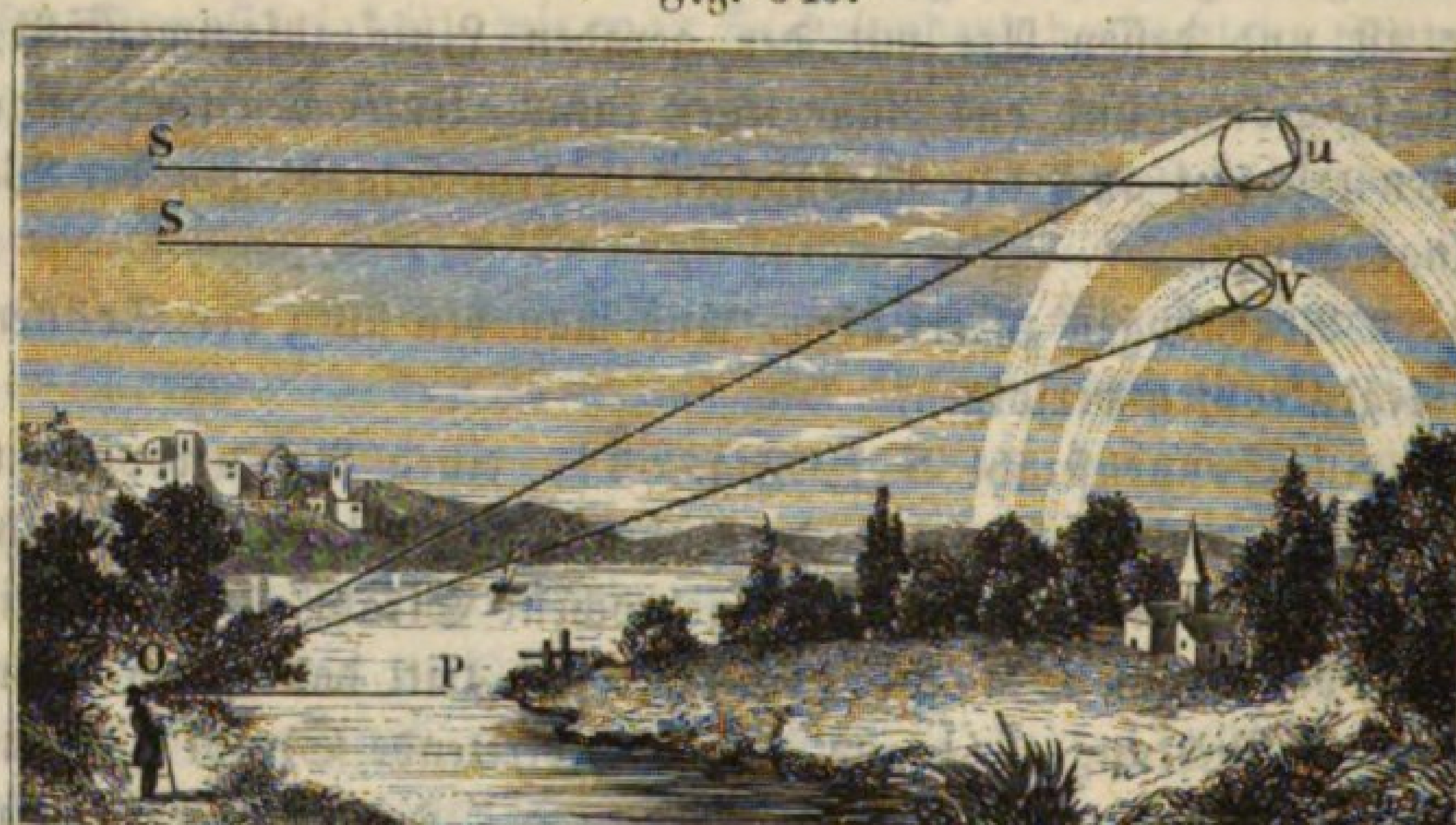
Während also ein paralleles Lichtbündel auf den Tropfen trifft, tritt ein stark divergirendes Strahlenbündel aus dem Tropfen aus. Es ist begreiflich, daß durch diese Divergenz der aus dem Tropfen kommenden Strahlen die Stärke des Lichteindruckes, den sie hervorbringen, ganz außerordentlich geschwächt

wird, namentlich wenn die Tropfen in einer nur etwas bedeutenden Entfernung vom Auge sich befinden. Unter allen aus dem Tropfen nach zweimaliger Brechung und einmaliger Spiegelung ins Auge kommenden Strahlen können demnach nur diejenigen einen merklichen Lichteindruck machen, für welche diese Divergenz ein Minimum ist, oder mit anderen Worten, nur diejenigen, welche sehr nahe parallel austreten.

Bei genauerer Untersuchung ergiebt sich, daß eine ziemliche Menge parallel einfallender Strahlen den Tropfen fast in der Richtung verläßt, und zwar diejenigen, für welche der Winkel SNO nahe $42^{0}30'$ ist; diese Strahlen werden unter allen aus dem Tropfen kommenden allein einen merklichen Lichteindruck hervorbringen können.

Denkt man sich durch die Sonne und das Auge des Beobachters eine gerade Linie OP, Fig. 545, gezogen und durch dieselbe Verticalebene gelegt;

Fig. 545.



zieht man ferner durch O eine Linie OV so, daß der Winkel $POV = 42^{0}\,30'$, so werden nach dieser Richtung hin sich befindende Regentropfen nach einmaliger innerer Spiegelung wirksame Strahlen ins Auge senden. Jedoch nicht allein in dieser Richtung empfängt das Auge wirksame Strahlen, sondern, wie leicht begreiflich, von allen Regentropfen, die in der Kegeloberfläche liegen, welche durch Umdrehung der Linie OV um die Axe OP entsteht; das Auge wird also einen lichten Kreis sehen, dessen Mittelpunkt auf der von der Sonne durch das Auge gezogenen Geraden liegt und dessen Halbmesser unter einem Winkel von $42^{0}\,30'$ erscheint.

In der erwähnten Richtung sieht man einen Kreis, der als ein rother Ring von 30′ Breite erscheint, weil die Sonne nicht ein Punkt, sondern eine Scheibe ist, die den scheinbaren Durchmesser 30′ hat. Die wirksamen violetten Strahlen treten aber nach einer Richtung aus, welche einen Winkel von $40^{0}\,30'$ mit den einfallenden Strahlen macht, das Auge erblickt also einen violetten Ring von 30′ Breite, dessen Radius nur $40^{0}\,30'$ beträgt. Zwischen diesen äußersten Bogen erscheinen die der übrigen prismatischen Farben, und so bildet also gewissermaßen der Regenbogen ein zu einem kreisförmigen Bogen aus-

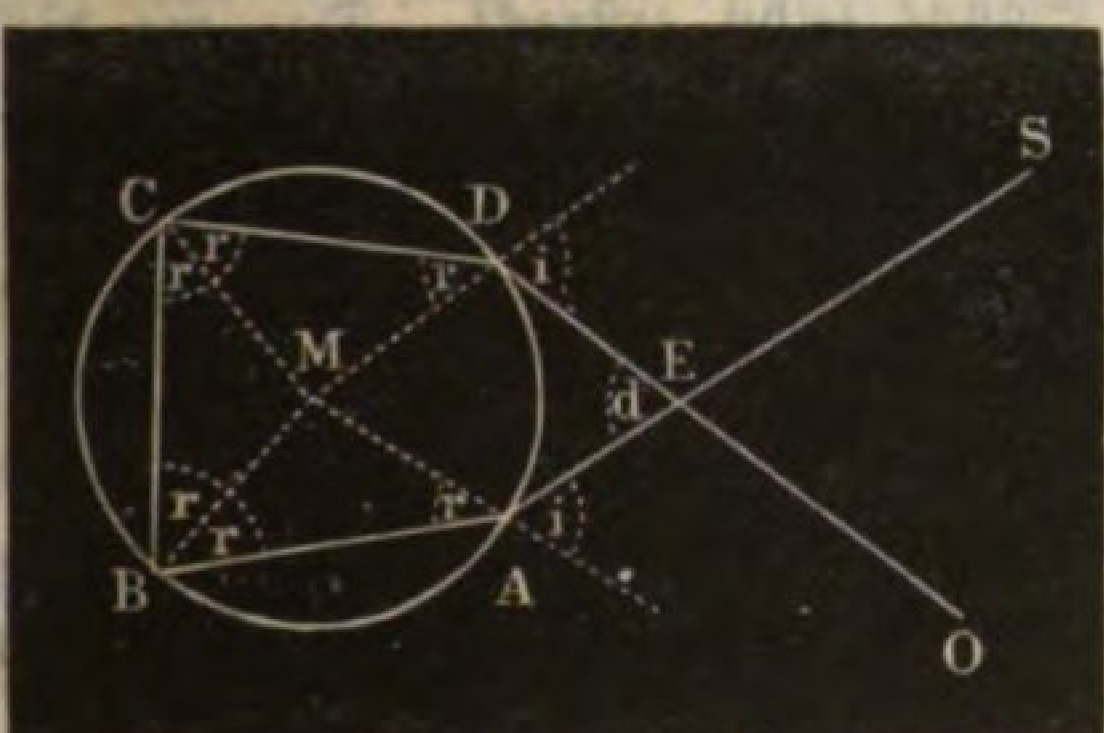
gedehntes Spectrum. Die ganze Breite des Regenbogens beträgt ungefähr 2°, da ja der Halbmesser des rothen Bogens um 2° größer ist als der des violetten.

Was die Ausdehnung des farbigen Bogens betrifft, so hängt sie offenbar von der Höhe der Sonne über dem Horizonte ab. Wenn die Sonne eben untergeht, erscheint der Regenbogen im Osten, der Mittelpunkt des Bogens liegt dann gerade im Horizonte, weil die durch die Sonne und das Auge gezogene Linie eine horizontale ist; wenn der Beobachter in der Ebene steht, so bildet der Regenbogen gerade einen Halbkreis, er kann aber mehr als einen Halbkreis übersehen, wenn er auf einer isolirten Bergspitze von geringer Breite steht. Bei Sonnenaufgang erscheint der Regenbogen im Westen. Je höher die Sonne steht, desto tiefer liegt der Mittelpunkt des farbigen Bogens unter dem Horizonte, desto kleiner ist also das dem Auge sichtbare Bogenstück. Wenn die Sonne 42° 30′ hoch steht, ist für einen in der Ebene stehenden Beobachter gar kein Regenbogen mehr sichtbar, weil alsdann der Gipfel desselben gerade in den Horizont, der ganze Bogen also unter den Horizont fallen würde. Von den Masten der Schiffe sieht man oft Regenbogen, welche einen ganzen Kreis bilden; solche ganz kreisförmige Regenbogen sieht man auch oft an Wasserfällen und Springbrunnen.

Außer dem eben besprochenen Regenbogen sieht man gewöhnlich noch einen zweiten größeren, mit dem ersteren concentrischen, bei welchem die Ordnung der Farben die umgekehrte ist; beim äußeren Regenbogen ist nämlich das Roth innen, das Violet außen. Der äußere Regenbogen ist weit weniger lichtstark als der innere, er erscheint weit blasser. Man hatte früher die irrige Ansicht, der zweite Regenbogen sei gleichsam ein Spiegelbild des ersten. Die Entstehung des äußeren Regenbogens beruht auf denselben Principien wie die des inneren: er entsteht durch Sonnenstrahlen, welche in den Regentropfen eine zweimalige Brechung und eine **zweimalige innere Reflexion** erlitten haben.

In Fig. 546 ist der Gang eines Lichtstrahles dargestellt, welchen derselbe im Regentropfen nimmt, um ihn nach zweimaliger innerer Spiegelung zu verlassen. SA ist der einfallende Sonnenstrahl, welcher nach AB gebrochen, dann in B und C gespiegelt wird und bei D in der Richtung DO wieder austritt. In diesem Falle schneiden sich der einfallende und der austretende Strahl und bilden einen Winkel d mit einander, dessen Größe veränderlich ist, je nachdem der einfallende Strahl den Tropfen an einer anderen Stelle, also unter einem anderen Einfallswinkel trifft.

Fig. 546.



In diesem Falle machen die wirksam austretenden rothen Strahlen einen Winkel von 50°, die wirksam austretenden violetten Strahlen machen einen

Winkel von $53^1/_2{}^0$ mit dem einfallenden; das Auge erblickt also eine Reihe concentrischer farbiger Ringe, deren innerster roth ist und 50^0 Halbmesser hat, während der äußerste violette Ring einen Halbmesser von $53^1/_2{}^0$ hat.

Der äußere Regenbogen ist blasser, weil er durch Strahlen gebildet wird, welche eine zweimalige innere Spiegelung erlitten haben, da das Licht bei jeder Spiegelung eine Schwächung erleidet. Man würde noch einen dritten und einen vierten Regenbogen sehen können, welche durch Strahlen gebildet werden, die eine dreimalige und eine viermalige innere Spiegelung erlitten haben, wenn diese Strahlen nicht zu lichtschwach wären.

310 **Höfe und Nebensonnen.** Oft sieht man, wenn der Himmel mit einem leichten Wolkenschleier überzogen ist, dicht um die Sonne und den Mond farbige Ringe. Sehr häufig sieht man diese Ringe nicht vollständig, sondern nur stückweise. Wenn man die Mondhöfe häufiger beobachtet als die Sonnenhöfe, so liegt der Grund darin, daß das Licht der Sonne zu blendend ist; man sieht aber diese auch, sobald man das Bild der Sonne in ruhigem Wasser oder in einem auf der Rückseite geschwärzten Spiegel betrachtet.

Diese Höfe haben die größte Aehnlichkeit mit der Glorie, welche man um eine Kerzenflamme sieht, wenn man sie durch eine mit semen lycopodii bestreute Glasplatte betrachtet, und sicherlich sind die Höfe ebenso wie dieses Phänomen zu den Interferenzerscheinungen zu zählen; die Dunstbläschen vertreten die Stelle der feinen Staubtheilchen.

Bisweilen sieht man auch noch zwei größere lichte Kreise um die Sonne und den Mond, welche mit den Höfen nicht zu verwechseln sind; der Halbmesser des kleineren dieser hellen Ringe erscheint unter einem Winkel von 22 bis 23^0, der des größeren aber unter einem Winkel von 46 bis 47^0; das Roth ist bei denselben nach innen gekehrt, der innere Rand ist schärfer, der äußere mehr verschwommen und weniger deutlich gefärbt. Selten erscheinen die beiden Kreise zu gleicher Zeit. Fig. 547 stellt die Erscheinung dar, wie man sie wohl am häufigsten zu beobachten die Gelegenheit hat; es ist nämlich der kleinere Ring von 22 bis 23^0 Radius; er ist durch einen horizontalen lichten Streifen durchschnitten, welcher sich oft bis zur Sonne selbst erstreckt. Da, wo dieser Streifen den Lichtring durchschneidet, ist er am hellsten; diese hellen Stellen, welche man zu beiden Seiten der Sonne am äußeren Umfange des Ringes sieht, sind die Nebensonnen; bisweilen erscheint eine solche Nebensonne auch vertical über der Sonne im Gipfel des Ringes; oft erscheint hier aber auch ein Berührungsbogen, wie er in Fig. 547 dargestellt ist. Oft sieht man die Nebensonnen auch ohne die Ringe, oder die Ringe ohne die Nebensonnen. Die Ringe und die Nebensonnen erscheinen ebenfalls nie bei ganz heiterem Himmel, sondern nur wenn derselbe mit einem Schleier überzogen ist.

Man hat die erwähnten Ringe durch eine Brechung des Lichtes in den in der Luft schwebenden Eisnadeln erklärt; wenn die Eisnadeln sechsseitige Säulen sind, so bilden immer je zwei nicht parallele und nicht zusammenhängende Seitenflächen einen Winkel von 60^0 mit einander, die Eisnadeln bilden also

gewissermaßen gleichseitige, dreiseitige Prismen, für welche das Minimum der Ablenkung ungefähr 23° beträgt. Solche Strahlen nun, welche in den Eis-

Fig. 547.



nadeln das Minimum der Ablenkung erlitten haben, sind den wirksamen Strahlen des Regenbogens analog, weil viele Strahlen sehr nahe in derselben Richtung austreten. Diese Hypothese erklärt also zugleich die Bildung des Ringes, seine Größe und die Anordnung der Farben.

Der Ring von 46° erklärt sich durch die Annahme, daß die Axe der Prismen in der Weise schief steht, daß der rechte Winkel, welchen die Seitenflächen der Säule mit der Basis bilden, der brechende Winkel des Prismas wird. Für ein Eisprisma, dessen brechender Winkel 90° beträgt, ist in der That das Minimum der Ablenkung 46°.

Den Nebensonnenstreifen erklärt man durch die Reflexion der Sonnenstrahlen an den verticalen Flächen der Eisnadeln; er ist da am hellsten, wo er den Ring von 23° durchschneidet, weil hier zwei Ursachen stärkerer Erleuchtung zusammenwirken.

Irrlichter nennt man gewöhnlich kleine Flämmchen, welche in sumpfigen Gegenden, Mooren, Kirchhöfen u. s. w., kurz an Orten, wo Fäulniß und Verwesung vor sich gehen, nicht hoch über dem Boden zum Vorschein kommen, eine hüpfende unruhige Bewegung zeigen und bald wieder verschwinden. Während man gewöhnlich von den Irrlichtern als von einer ganz bekannten und erklärten Erscheinung redet, so herrscht doch über dieses Phänomen noch große Ungewißheit, indem nicht einmal das Thatsächliche selbst genügend ermittelt ist, 311

was einestheils daher rührt, daß die Irrlichter sehr selten sind, und daß die meisten Personen, welche solche sahen, nicht immer im Stande waren, genau zu beobachten und das Gesehene vorurtheilsfrei zu erzählen.

Volta meinte, die Irrlichter beständen aus Sumpfgas (Kohlenwasserstoffgas), welches durch einen elektrischen Funken entzündet würde. Aber woher soll der elektrische Funken kommen? Andere meinen, es sei Phosphorwasserstoffgas, welches sich entzündet, sobald es mit der atmosphärischen Luft in Berührung kommt; alsdann aber würde man einen momentanen, von einer Verpuffung begleiteten Lichtblitz und nicht ein länger anhaltendes mattes Licht beobachten. Die wahrscheinlichste Ansicht ist noch die, daß die Irrlichter durch ein phosphorhaltiges Wasserstoffgas erzeugt werden, welches nicht eigentlich als Flamme verbrennt, sondern nur schwach phosphorescirt.

312 **Sternschnuppen, Feuerkugeln und Meteorsteine.** Eine allgemein bekannte Erscheinung, welche deshalb auch keiner weiteren Beschreibung bedarf, sind die Sternschnuppen. Durch correspondirende Beobachtungen hat man ermittelt, daß die Höhe der Sternschnuppen 34 bis 35 Meilen beträgt, und daß sie sich mit einer Geschwindigkeit von 4 bis 8 Meilen in der Secunde bewegen.

Eine höchst merkwürdige Erscheinung sind die periodisch wiederkehrenden Sternschnuppenschwärme, welche man in der Zeit vom 12. bis 14. November und am 10. August (dem Feste des heiligen Laurentius) beobachtet; das letzte Phänomen wird in England schon in einem alten Kirchenkalender, unter dem Namen der feurigen Thränen des heiligen Laurentius, als eine wiederkehrende Erscheinung erwähnt. Einer der bedeutendsten Sternschnuppenschwärme wurde den 12. bis 13. November 1833 in Nordamerika beobachtet, wo die Sternschnuppen fast wie Schneeflocken zusammengedrängt erschienen, so daß innerhalb 9 Stunden 240000 fielen.

Die Feuerkugeln scheinen mit den Sternschnuppen gleichen Ursprungs und gleicher Natur zu sein und sich nur durch die Größe der Erscheinung von ihnen zu unterscheiden. Bei den großen Sternschnuppenschwärmen sah man Feuerkugeln unter den Sternschnuppen.

Die Feuerkugeln zerplatzen unter großem Getöse und lassen dann Steinmassen herabfallen, welche unter dem Namen der Meteorsteine oder der Aërolithen bekannt sind. Auch bei Tage hat man solche Meteorsteine aus kleinen graulichen Wolken ebenfalls unter starkem Getöse herabfallen sehen.

Die frisch gefallenen Meteorsteine sind noch heiß und in Folge der Geschwindigkeit des Fallens mehr oder minder tief in den Boden eingedrungen.

Gegen Ende des vorigen Jahrhunderts war man sehr geneigt, das Herabfallen von Steinmassen aus der Luft für ein Mährchen zu erklären; seitdem aber haben sich Meteorsteinfälle ereignet, welche von mehreren Personen beobachtet und durch sachkundige Männer gehörig constatirt wurden. Dahin gehört besonders der Meteorsteinfall am 26. April 1803 bei Aigle im Departement de l'Orne, welchen Biot untersuchte, und der am 22. Mai 1808 zu

Stannern, in Mähren. Am 13. November 1835 (also zur Zeit der Sternschnuppenperiode) wurde im Departement Ain durch einen Aërolithen ein Haus angezündet.

Die Meteorsteine haben eine eigenthümliche Physiognomie, wodurch sie sich von allen irdischen Fossilien unterscheiden, dennoch aber sind sie unter einander wieder so verschieden, daß Chladni, welcher sich so viel mit diesem Gegenstande beschäftigte, es für schwierig hielt, einen allgemeinen Charakter anzugeben; besonders charakteristisch ist aber doch wohl der Gehalt an gediegenem Eisen, und eine pechartig glänzende, zuweilen geäderte Rinde, welche fast nie fehlt. Eine weitere Beschreibung würde uns zu tief in mineralogische Details führen.

Man hat an verschiedenen Orten Steinmassen auf dem Boden gefunden, welche dem Gebirgssystem jener Gegenden ganz fremd sind, aber mit notorischen Meteorsteinen die größte Aehnlichkeit haben, und ist deshalb berechtigt, auch diese für Aërolithen zu halten.

Die Masse der Meteorsteine ist oft sehr groß; man hat deren gefunden, welche mehrere Pfunde bis 400 Centner wogen.

Es ist kaum mehr zu bezweifeln, daß die Sternschnuppen, Feuerkugeln und Meteorsteine kosmischen Ursprungs, daß sie höchst wahrscheinlich Massen sind, welche wie die Planeten um die Sonne kreisen und, in die Anziehungssphäre der Erde gerathend, herabfallen. Die Feuer- und Lichterscheinung erklärt sich am einfachsten durch die Annahme, daß diese kleinen Weltkörper mit einer Atmosphäre brennbarer Gase umgeben sind, welche sich beim Eintritte in die sauerstoffhaltige Atmosphäre der Erde entzündet. Wenn man annimmt, daß außer unzähligen, einzeln um die Sonne kreisenden Massen der Art ganze Schwärme derselben einen Ring um die Sonne bilden, daß die Ebene eines solchen Ringes an einer bestimmten Stelle die Erdbahn schneidet, so erklären sich dadurch die periodischen Sternschnuppenfälle.

Fünftes Capitel.

Von der atmosphärischen Elektricität und dem Erdmagnetismus.

313 **Entdeckung der atmosphärischen Elektricität.** Otto v. Guerike, der berühmte Erfinder der Luftpumpe, war der Erste, welcher eine elektrische Lichterscheinung beobachtete. Wall beobachtete ungefähr zu derselben Zeit einen lebhafteren Funken und ein stärkeres Geräusch, als er einen großen Harzcylinder rieb, und merkwürdiger Weise wurden die ersten durch Menschenhände hervorgebrachten elektrischen Funken auch sogleich mit dem Blitze verglichen. Dieser Funken und dieses Knacken, sagt Wall, scheinen gewissermaßen den Blitz und den Donner darzustellen. Die Analogie war überraschend; um aber ihre Wahrheit zu beweisen, um in einer so kleinen Erscheinung die Ursache und die Gesetze eines der großartigsten Phänomene der Natur zu erkennen, bedurfte es noch directer Beweise. Während man in Europa darüber hin und her redete, ob wohl der Blitz wirklich ein elektrisches Phänomen sei, wurde in Amerika der experimentelle Beweis geliefert. Nachdem Franklin mehrere elektrische Entdeckungen, besonders über die Leydner Flasche und das Vermögen der Spitzen gemacht hatte, kam er auf den glücklichen Gedanken, die Elektricität in den Gewitterwolken selbst aufzusuchen; er schloß nämlich, daß Metallspitzen, auf hohen Gebäuden aufgestellt, die Elektricität der Wolken auffaugen müßten. Mit Ungeduld erwartete er die Vollendung eines Glockenthurmes, welcher damals in Philadelphia aufgeführt werden sollte; endlich aber müde zu warten, nahm er zu einem anderen Mittel seine Zuflucht, welches noch sicherere Resultate geben mußte. Da es ja nur darauf ankam, einen Körper hoch genug in die Luft zu erheben, so dachte Franklin, daß ein Drache, ein Spielwerk der Kinder, ihm eben so gut dienen könnte wie der höchste Thurm. Er benutzte das erste Gewitter, um den Versuch zu machen; nur von einer Person, seinem Sohne, begleitet, weil er fürchtete, sich lächerlich zu machen, wenn der Versuch mißglückte, begab er sich ins Freie und ließ den Drachen steigen. Eine Wolke, welche viel versprach, zog vorüber, ohne irgend eine Wirkung hervorgebracht zu haben; andere zogen vorüber, er bemerkte keinen Funken, kein Anzeichen von Elektricität; endlich fingen die Fasern der Schnur an sich aufzustellen, und es ließ sich ein

Geräusch hören. Dadurch ermuthigt, hielt Franklin den Finger gegen das Ende der Schnur, und siehe da, ein Funken sprang über, dem bald noch mehrere andere folgten.

Franklin hat seinen Versuch im Jahre 1752 angestellt, er wurde überall mit demselben Erfolge wiederholt. De Romas zu Nerac war, durch den ersten Gedanken Franklin's geleitet, ebenfalls auf die Idee gekommen, einen Drachen statt der hochgestellten Spitzen anzuwenden. Ohne von Franklin's Resultaten Kunde zu haben, erhielt er im Juni 1753 sehr kräftige Zeichen von Elektricität, weil er die glückliche Idee hatte, in der Schnur ihrer ganzen Länge nach einen feinen Metalldraht anzubringen. Im Jahre 1757 wiederholte de Romas seine Versuche und erhielt Funken von überraschender Größe. »Man denke sich,« sagt er, »Feuerstreifen von 9 bis 10 Fuß Länge und 1 Zoll Dicke, von einem Krachen begleitet, welches eben so stark, ja stärker ist, als ein Pistolenschuß. In weniger als einer Stunde erhielt ich zum mindesten 30 solcher Funken, tausend andere nicht zu zählen, welche 7 und weniger Fuß lang waren.«

Aller Vorsichtsmaßregeln ungeachtet, welche dieser geschickte Experimentator nahm, wurde er einmal durch die Heftigkeit des Schlages niedergeworfen.

Diese Versuche beweisen vollständig, daß der Blitz nur ein elektrischer Funken ist.

Elektricität während der Gewitter. Wenn man den elektrischen 314
Zustand der Wolken untersucht, welche nach und nach über den Drachen hinziehen, so erkennt man, daß sie bald mit positiver oder negativer Elektricität geladen sind, bald sich aber auch im natürlichen Zustande befinden. Obgleich wir über die Vertheilung der Elektricität in den Wolken nichts wissen, so ist doch wohl die Anziehung und Abstoßung der ungleich oder gleich elektrisirten Wolken die Ursache der außergewöhnlichen Bewegungen, welche man während der Gewitter am Himmel beobachtet. Während dieser allgemeinen Bewegung der Atmosphäre sieht man Blitze den Himmel durchzucken und hört den Donner rollen. Diese beiden Erscheinungen wollen wir nun näher betrachten.

Manchmal sieht man den Blitz aus einer Wolke hervorbrechen und den Himmel weithin durchfurchen. Wenn man von hohen Bergen herab diese Erscheinung zu seinen Füßen beobachtet, so kann man ihre Ausdehnung besser schätzen; alle Beobachter stimmen darin überein, daß sie unter solchen Umständen Blitze gesehen haben, welche wenigstens eine Meile lang waren. Man weiß auch, daß aus derselben Wolke nach einander mehrere Blitze hervorsprühen. Endlich ist bekannt, daß die Blitze meistens einen Zickzack bilden; diese Form ist dem Blitze und dem elektrischen Funken gemein.

Die Dampfbläschen, welche die Wolken bilden, sind nicht so vollkommene Leiter als die Metalle, und ohne die Gesetze des Gleichgewichtes und der Vertheilung der Elektricität in unvollkommenen Leitern zu kennen, ist es doch klar, daß sie sich nicht auf einmal so vollständig entladen, daß sie nicht durch einen einzigen Funken in den natürlichen Zustand zurückgeführt werden können; somit erklärt es sich, daß aus einer Wolke mehrere Blitze hervorspringen können.

Die Länge des Blitzes scheint auch eine Folge der unvollkommenen Leitungsfähigkeit der Wolken und der Beweglichkeit der Theilchen zu sein, aus denen sie bestehen. Von dem Conductor der besten Elektrisirmaschine kann man durch trockene Luft hindurch Funken von 3 Fuß Länge erhalten; die Funken werden aber noch länger, wenn man sie über Stoffe von Wolle oder Seide schlagen läßt, welche mit etwas Staub bestreut sind; so müßte man auch durch einen Nebel hindurch längere Funken erhalten, wenn er nicht zu sehr die Spannung der Elektricität verminderte. Um die Länge des Blitzes zu erklären, muß man demnach wohl annehmen, daß auf dem Wege, welchen der Blitz nimmt, die Dampftheilchen schon durch Vertheilung elektrisirt sind, und daß endlich, wenn der Blitz erscheint, sich das gestörte Gleichgewicht von Schicht zu Schicht wieder herstellt, daß gewissermaßen nur Funken von Theilchen zu Theilchen überspringen, daß aber die elektrische Flüssigkeit nicht den ganzen Weg zwischen den weit entfernten Wolken durchläuft.

Der Donner entsteht durch die Vibrationen der gewaltsam erschütterten Luft. Man sieht das Licht gleichzeitig auf der ganzen Bahn des Blitzes, und auf der ganzen Strecke entsteht auch gleichzeitig der Knall; da sich aber der Schall langsamer verbreitet als das Licht, da er in einer Secunde nur 1000 Fuß zurücklegt, so sieht man den Blitz eher als man den Donner hört; ein Beobachter, welcher sich nahe an dem einen Ende der Bahn des Blitzes befindet, wird den in allen Punkten gleichzeitig entstehenden Ton nicht gleichzeitig hören. Nehmen wir an, der Blitz sei 10000 Fuß lang und der Beobachter befinde sich in der Verlängerung seiner Bahn, so wird der Schall von dem entfernteren Ende des Blitzes um 10 Secunden später ankommen, als von dem zunächst gelegenen Ende. Da demnach der Schall von den verschiedenen Stellen des Blitzes nur nach und nach zum Ohre des Beobachters gelangt, so hört er also nicht einen momentanen Knall, sondern ein, je nach der Länge des Blitzes und seiner Stellung gegen die Bahn desselben, länger oder kürzer dauerndes Rollen des Donners, welches wohl noch durch ein Echo in den Wolken verstärkt wird.

Nicht allein bei Gewitterwolken, sondern auch bei heiterem Himmel kann man mit Hülfe guter Elektroskope die Existenz einer elektrischen Spannung in der Atmosphäre nachweisen.

Ueber den Ursprung der atmosphärischen Elektricität wissen wir so gut wie nichts, obgleich über diesen Gegenstand schon gewaltig viel geschrieben worden ist. Einige meinen, daß die Elektricität der Gewitterwolken durch eine rasche Condensation des atmosphärischen Wasserdampfes entstehe, daß also die Elektricität eine Folge der schnellen Bildung dichter Wolken sei.

315 **Wirkungen des Blitzes auf der Erde.** Denken wir uns, daß eine etwa positiv elektrische Gewitterwolke hoch über dem Meere oder über einem großen See schwebe, so wird sie vertheilend wirken, die positive Elektricität im Wasser wird zurückgestoßen, die negative aber an der Oberfläche des Wassers angehäuft; diese Anhäufung kann so bedeutend sein, daß sie eine merkliche Er-

bebung des Wassers bewirkt, es wird sich eine große Woge, ein Wasserberg bilden können, welcher so lange bleibt, als dieser elektrische Zustand dauert, der auf dreierlei Weise endigen kann. 1) Wenn sich die Elektricität der Wolke allmälig verliert, ohne daß ein Entladungsschlag erfolgt, so wird sich auch der natürlich elektrische Zustand des Wassers allmälig wieder herstellen. 2) Wenn ein Blitz zwischen der Gewitterwolke und einer anderen, oder zwischen der Wolke und einem entfernteren Orte der Erde überschlägt, wenn also die Wolke plötzlich entladen wird, so muß die an der Oberfläche des Wasserberges angehäufte Elektricität auch rasch wieder ab-, die bisher abgestoßene rasch wieder zuströmen, es findet eine plötzliche Ausgleichung, ein Rückschlag Statt. 3) Wenn die Gewitterwolke sich nahe genug befindet und wenn sie stark genug mit Elektricität geladen ist, so schlägt der Blitz über. Dieser directe Schlag bringt in der Regel eine bedeutendere Bewegung, ein stärkeres Aufwallen des Wassers hervor als der Rückschlag. Ein solcher Schlag findet nicht ohne mächtige mechanische Wirkung auf die ponderabelen Elemente Statt.

Betrachten wir nun die Wirkungen der Gewitterwolken auf dem Lande.

Eine allmälige Zerlegung und Wiedervereinigung der Elektricität bringt keine sichtbaren Wirkungen hervor; es scheint jedoch, daß solche Störungen des elektrischen Gleichgewichtes durch organische Wesen und namentlich durch nervenkranke Personen empfunden werden können.

Der Rückschlag ist stets weniger heftig als der directe; es giebt kein Beispiel, daß er eine Entzündung veranlaßt habe, dagegen fehlt es nicht an Beispielen, daß Menschen und Thiere durch den Rückschlag getödtet worden sind: man findet an ihnen in diesem Falle durchaus keine gebrochenen Glieder, keine Wunden und keine Brandspuren.

Die furchtbarsten Wirkungen bringt der directe Schlag hervor. Wenn der Blitz einschlägt, so bezeichnet er die Stelle, wo er den Boden trifft, durch ein oder mehrere, bald mehr, bald minder tiefe Löcher.

Alles, was sich über die Ebene erhebt, ist vorzugsweise dem Blitzschlage ausgesetzt; daher kommt es, daß so oft Thiere mitten in der Ebene erschlagen werden; unter sonst gleichen Umständen ist man jedoch auf einem nichtleitenden Boden sicherer als auf einem gutleitenden.

Bäume sind schon durch die Säfte, welche in ihnen circuliren, gute Leiter; wenn eine Gewitterwolke über ihnen hinzieht, so findet in den Bäumen eine starke Anhäufung von Elektricität Statt, und deshalb sagt man mit Recht, daß Bäume den Blitz anziehen; man darf deshalb während eines Gewitters unter Bäumen, namentlich unter einsam stehenden Bäumen, ja selbst unter einsam in der Ebene stehenden Sträuchen keinen Schutz suchen. Warnende Beispiele bietet unter anderen ein Gewitter, welches am 10. Juli 1855 zwischen 7 und 9 Uhr Morgens die ganze badische Rheinebene und einen Theil des Schwarzwaldes überzog. Während desselben erschlug der Blitz bei Thunsel oberhalb Freiburg einen Ackerknecht sammt seinen beiden Pferden auf dem Heimwege; im Amte Durlach suchten vier Personen unter einem 40 Fuß hohen Birnbaum Schutz vor dem Regen; ein Blitzschlag, welcher den Baum traf, tödtete zwei

derselben, während die beiden anderen gelähmt wurden. In der Nähe von Bruchsal endlich schlug der Blitz in eine Torfhütte, in welche sich mehrere Torfgräber geflüchtet hatten, und tödtete zwei derselben.

Gebäude sind in der Regel aus Metall, Steinen und Holz zusammengesetzt. Wegen der ungleichen Leitungsfähigkeit dieser Substanzen ist auch die Wirkung der Gewitterwolken auf dieselben sehr verschieden. Wenn der Blitz einschlägt, so trifft er vorzugsweise die besseren Leiter, mögen sie nun frei oder durch schlechtere Leiter eingehüllt sein; die vertheilende Kraft der atmosphärischen Elektricität wirkt auf den in die Wand eingeschlagenen Nagel eben so gut, wie auf die frei in die Luft ragende Windfahne.

Die mechanischen Wirkungen des Blitzes sind in der Regel sehr heftig. Wenn der Blitz in ein Zimmer einschlägt, so werden die Möbeln umgestürzt und zertrümmert, Metallstücke werden aus der Wand gerissen und fortgeschleudert. Bäume werden vom Blitz gespalten und zersplittert, gewöhnlich aber kann man vom Gipfel bis zum Boden eine mehrere Centimeter breite und tiefe Furche verfolgen, die abgeschälte Rinde und die ausgerissenen Späne findet man weit weggeschleudert, und am Fuße des Baumes sieht man oft ein Loch, durch welches das elektrische Fluidum sich in den Boden verbreitete.

Die physikalischen Wirkungen des Blitzes beweisen eine mehr oder minder bedeutende Temperaturerhöhung. Wenn der Blitz ein Strohdach, trockenes Holz, ja grüne Bäume trifft, so findet eine Verkohlung, meistens sogar eine Entzündung Statt; bei Bäumen findet man jedoch seltener Spuren von Verkohlung. Metalle werden durch den Blitz stark erhitzt, geschmolzen oder verflüchtigt. Wiederholte Blitzschläge bringen auf hohen Bergen sichtbare Spuren von Schmelzung an den Felsen hervor.

316 **Die Blitzableiter** bestehen aus einer zugespitzten Metallstange, welche in die Luft hineinragt, und einem guten Leiter, welcher die Stange mit dem Boden verbindet. Folgende Bedingungen müssen erfüllt sein, wenn sie ihrem Zweck entsprechen sollen:

1) die Stange muß in eine sehr feine Spitze zulaufen.

2) die Verbindung mit dem Boden muß vollkommen leitend sein, von der Spitze bis zum unteren Ende der Leitung darf keine Unterbrechung stattfinden.

3) Alle Theile des Apparates müssen die gehörigen Dimensionen haben.

Wenn eine Gewitterwolke über dem Blitzableiter schwebt, so werden die verbundenen Elektricitäten des Stabes und der Leitung zerlegt, diejenige Elektricität wird abgestoßen, welche mit der der Wolke gleichnamig ist, und sie kann sich frei im Boden verbreiten; die entgegengesetzte Elektricität aber wird nach der Spitze gezogen, wo sie frei in die Luft ausströmen kann. Auf diese Weise ist keine Anhäufung von Elektricität im Blitzableiter möglich. Während so der Blitzableiter in Thätigkeit ist, während ihn die entgegengesetzten Elektricitäten in entgegengesetzter Richtung durchströmen, kann man sich ihm ohne Gefahr

nähern, man kann ihn ohne Gefahr berühren; denn wo keine elektrische Spannung vorhanden ist, ist auch kein Schlag zu befürchten.

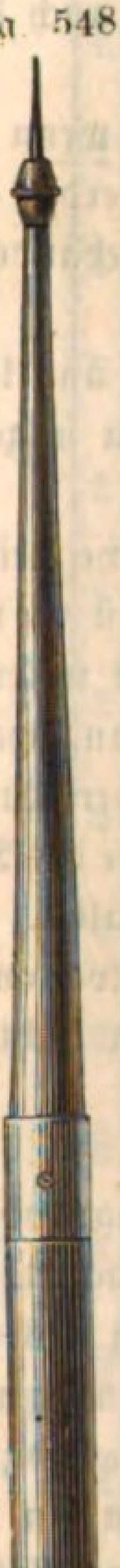
Nehmen wir nun an, eine der drei zuerst genannten Bedingungen sei nicht erfüllt, die Spitze sei stumpf, die Leitung zum Boden sei unvollkommen oder unterbrochen, so ist klar, daß eine Anhäufung von Elektricität im Blitzableiter nicht allein möglich, sondern auch, daß sie unvermeidlich ist; er bildet dann einen geladenen Conductor, in welchem eine ungeheure Menge von Elektricität angehäuft sein kann, man kann bald schwächere, bald stärkere Funken aus ihm ziehen.

Wenn nur die Spitze stumpf ist, so kann der Blitz einschlagen, allein er wird der Leitung folgen, ohne das Gebäude zu zerstören.

Wenn die Leitung unterbrochen oder die Verbindung mit dem Boden unvollkommen ist, so kann der Blitz ebenfalls einschlagen, er wird sich aber auch seitwärts auf andere Leiter verbreiten und eben solche Zerstörungen anrichten, als ob gar kein Blitzableiter vorhanden wäre.

Noch mehr: ein Blitzableiter, welcher diesen Fehler hat, ist sehr gefährlich, selbst wenn der Blitz nicht einschlägt; denn wenn an irgend einer Stelle der Leitung die Elektricität hinlänglich angehäuft ist, so kann ein Funken seitwärts überschlagen, welcher irgend Gegenstände zertrümmern oder entzünden kann. Man kann dafür ein trauriges Beispiel anführen. Richmann, Professor der Physik in Petersburg, wurde von einem Funken plötzlich getödtet, welcher dem Blitzableiter entfuhr, der in sein Haus heruntergeleitet war und dessen Leitung er unterbrochen hatte, um die Elektricität der Wolken zu untersuchen. Sokolow, Kupferstecher der Akademie, sah, wie der Funken Richmann auf die Stirn traf.

Fig. 548.



$\frac{1}{8}$

Fig. 548 stellt die Spitze eines Blitzableiters dar, wie sie nach Gay-Lussac's Vorschrift in Frankreich meistens ausgeführt worden. Auf einer ungefähr 20 bis 24 Fuß hohen Eisenstange ist ein 2 Fuß langer, etwas conischer Messingstab aufgeschraubt, in welchen oben mittelst Silber eine ungefähr $1^1/_2$ Zoll lange Platinnadel eingelöthet ist.

In Deutschland ist die eiserne Stange selbst zugespitzt, die Spitze ist aber vergoldet, damit sie nicht durch Oxydation abgestumpft werde.

Die oben zugespitzte Saugstange des Blitzableiters muß über der höchsten Stelle des zu schützenden Gebäudes aufgerichtet werden. Mit dem Boden wird sie durch eiserne Stangen oder durch hinlänglich dicken Kupferdraht (am zweckmäßigsten ist es, zwei oder drei 1 Linie dicke Kupferdrähte zu einem Drahtseile zu vereinigen) in leitende Verbindung gesetzt.

Es ist wesentlich, daß diese Ableitung möglichst vollständig sei. Wenn irgend ein Brunnen in der Nähe ist, so wird die metallische Leitung bis in das Wasser desselben geführt; wenn aber

kein Wasser in der Nähe ist, so sollte die Leitstange wenigstens durch einen langen, mit Kohlenpulver gefüllten Canal zu einer möglichst feuchten Stelle des Bodens geführt werden.

Wie sehr der Blitzschlag guten Leitungen folgt, hatte man z. B. bei einem heftigen Gewitter am 9. Juni 1849 zu Basel zu beobachten Gelegenheit. Der Blitz schlug in den Blitzableiter eines Wohnhauses, verfolgte die Leitung desselben bis in den Boden, sprang aber alsdann auf eine nahe liegende gußeiserne Röhrenleitung über; auf mehr als $^1/_4$ Stunde Wegs wurden alle gußeisernen Röhrenstücke zerschmettert, so daß natürlich alle durch diese Leitung gespeisten Brunnen plötzlich zu laufen aufhörten.

Die Elektricität, welche in reichlichem Maße durch die Spitze ausströmt, wird durch die Gewitterwolke angezogen, und neutralisirt, daselbst angekommen, einen Theil der ursprünglichen Elektricität dieser Wolke. Wenn also eine Gewitterwolke dem Blitzableiter nahe genug ist, um vertheilend wirken zu können, so wird auch sogleich ihre elektrische Kraft durch das Zuströmen der entgegengesetzten Elektricität aus der Spitze geschwächt. Je mehr sich die Wolke nähert, desto stärker wirkt ihre vertheilende Kraft, desto mehr wird sie aber auch durch das Zuströmen der entgegengesetzten Elektricität neutralisirt.

Es versteht sich von selbst, daß die Spitze des Blitzableiters, wenn derselbe wirksam sein soll, nicht von benachbarten Leitern überragt werden darf. Ferner müssen alle bedeutenden Metallmassen der zu schützenden Gebäude mit dem Blitzableiter in leitende Verbindung gebracht werden.

Die Erfahrung zeigt, daß ein mit allen Vorsichtsmaßregeln angelegter Blitzableiter von den angegebenen Dimensionen einen Umkreis von ungefähr 80 Fuß Radius schützt.

Da es also von der größten Wichtigkeit ist, daß die metallische Leitung von der Spitze des Ableiters bis zum Boden ununterbrochen sei, so ist es wünschenswerth, sich davon überzeugen zu können, daß die Leitung nicht unterbrochen sei. In neuerer Zeit hat man dazu den galvanischen Strom angewandt. Führt man nämlich von dem einen Pole einer galvanischen Kette einen Kupferdraht zum oberen, vom anderen Pole einen solchen zum unteren Ende des Blitzableiters, so ist derselbe in den Schließungsbogen der Kette eingeschaltet. Ein an passender Stelle in diesen Schließungsbogen eingeschaltetes Galvanometer muß unter diesen Umständen den Strom anzeigen, wenn die Leitung nicht unterbrochen ist.

317 **Die magnetischen Curven.** Nach dem, was bereits im Paragraph 174 besprochen wurde, verhält sich die ganze Erdkugel wie ein großer Magnet. An jedem einzelnen Orte der Erdoberfläche ist die magnetische Wirkung des Erdmagnetismus durch die Declination, die Inclination und die magnetische Intensität charakterisirt. Nachdem nun diese Größen für viele möglichst weit von einander entfernte Orte bestimmt worden sind, erhält man ein Bild von der Vertheilung des Magnetismus auf der Erde, wenn man nach Art der Isothermen magnetische Curven auf Erdkarten oder auf Erdgloben aufträgt.

Man unterscheidet dreierlei Arten magnetischer Curven, nämlich:

1) die isogonischen Linien, Linien gleicher magnetischer Declination,

2) die isoclinischen Linien, Linien gleicher magnetischer Inclination und

3) die isodynamischen Linien, Linien gleicher magnetischer Intensität.

Die Fig. 549 ist eine Declinationskarte, d. h. sie stellt den Verlauf

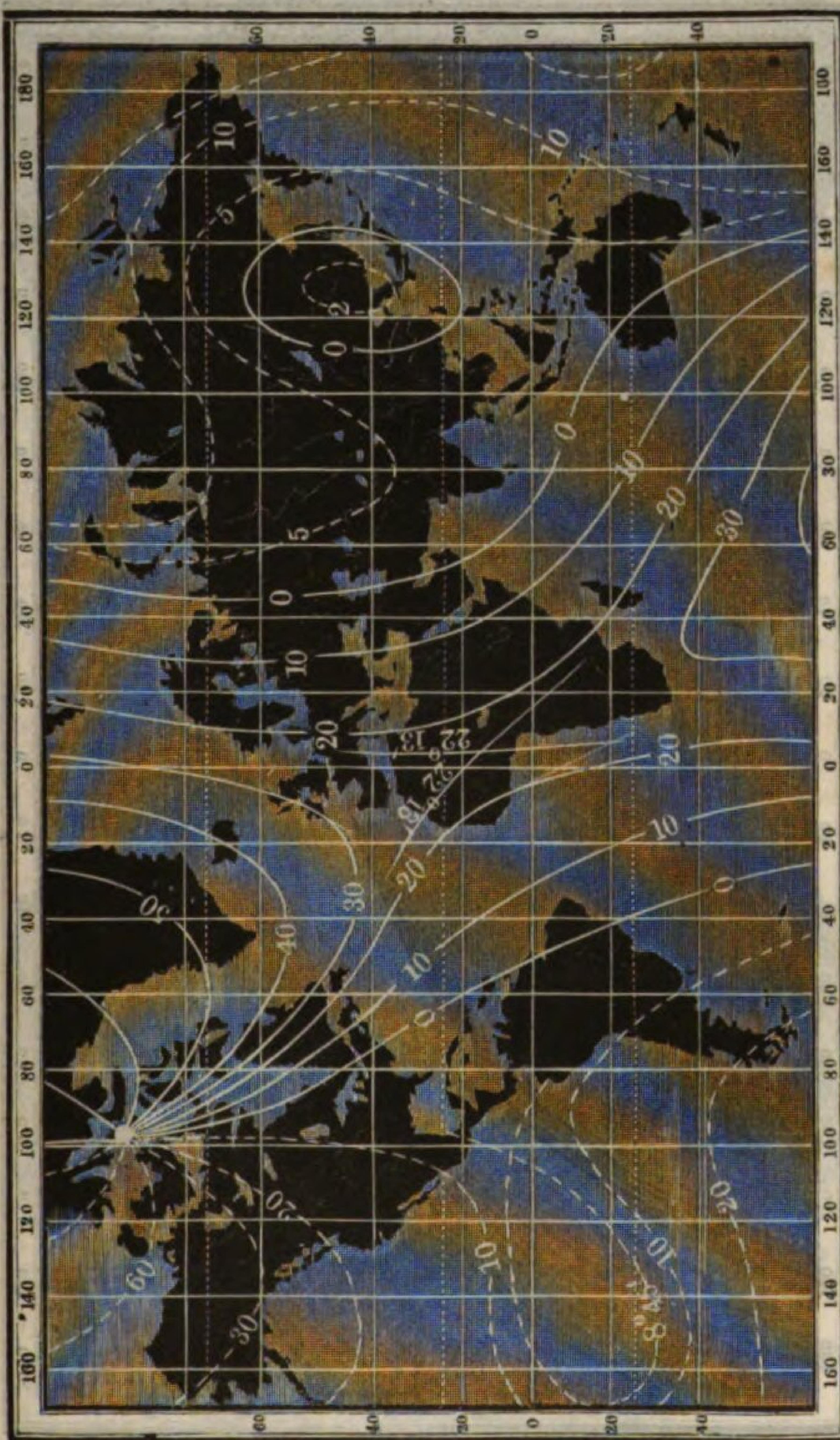


Fig. 549.

der isogonischen Linien dar und zwar zwischen dem 80. Grade nördlicher und dem 60. Grade südlicher Breite. Die ausgezogenen Curven entsprechen westlicher, die punktirten aber östlicher Declination. Auf den mit 0 bezeichneten Curven zeigt die horizontale Magnetnadel genau nach Norden.

Fig. 550, 551 und 552 stellen den Verlauf der isoclinischen Linien dar, und zwar stellt Fig. 551 die Umgebungen des Nordpols, Fig. 552 die

Fig. 550.

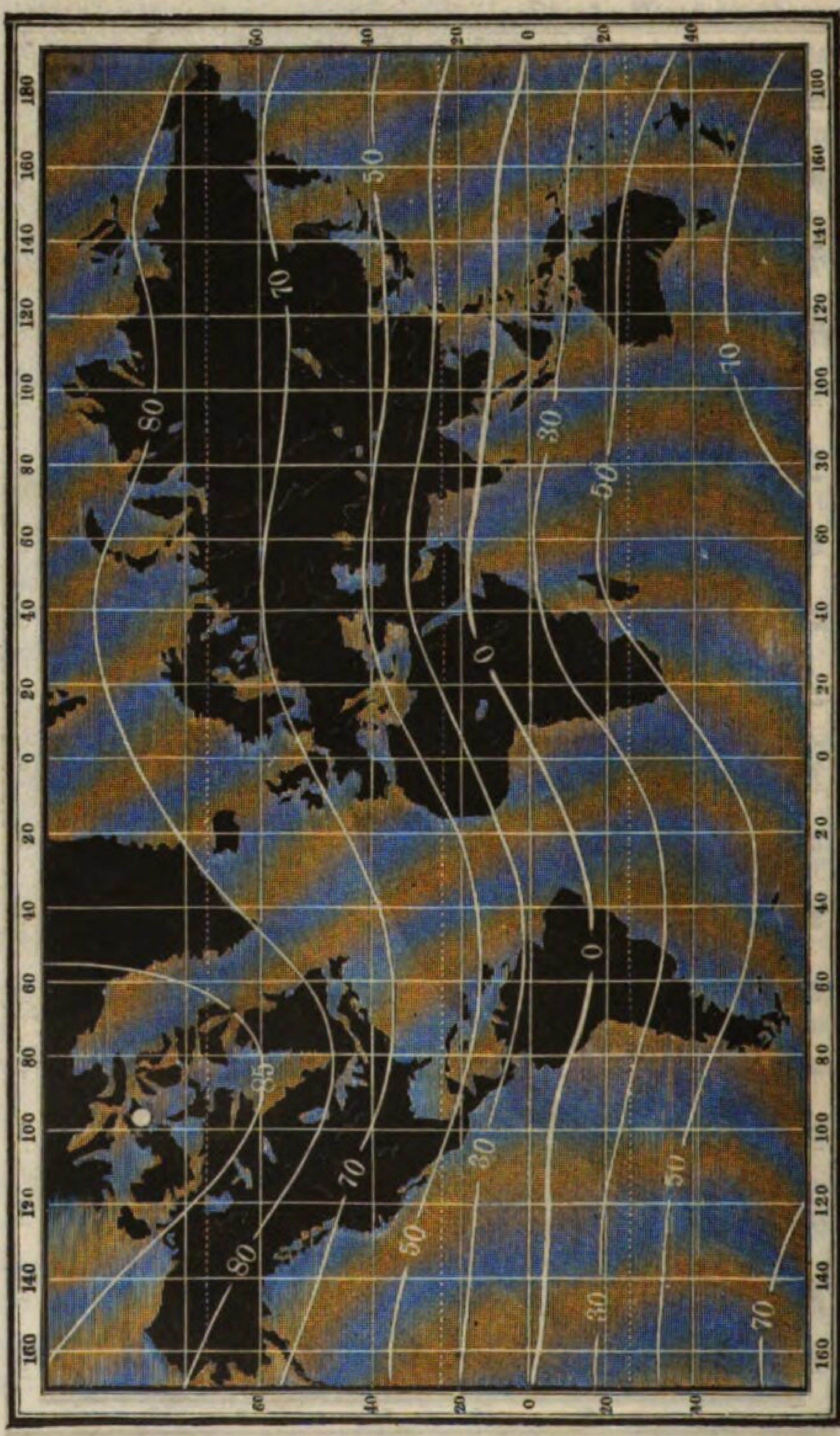


Fig. 551.

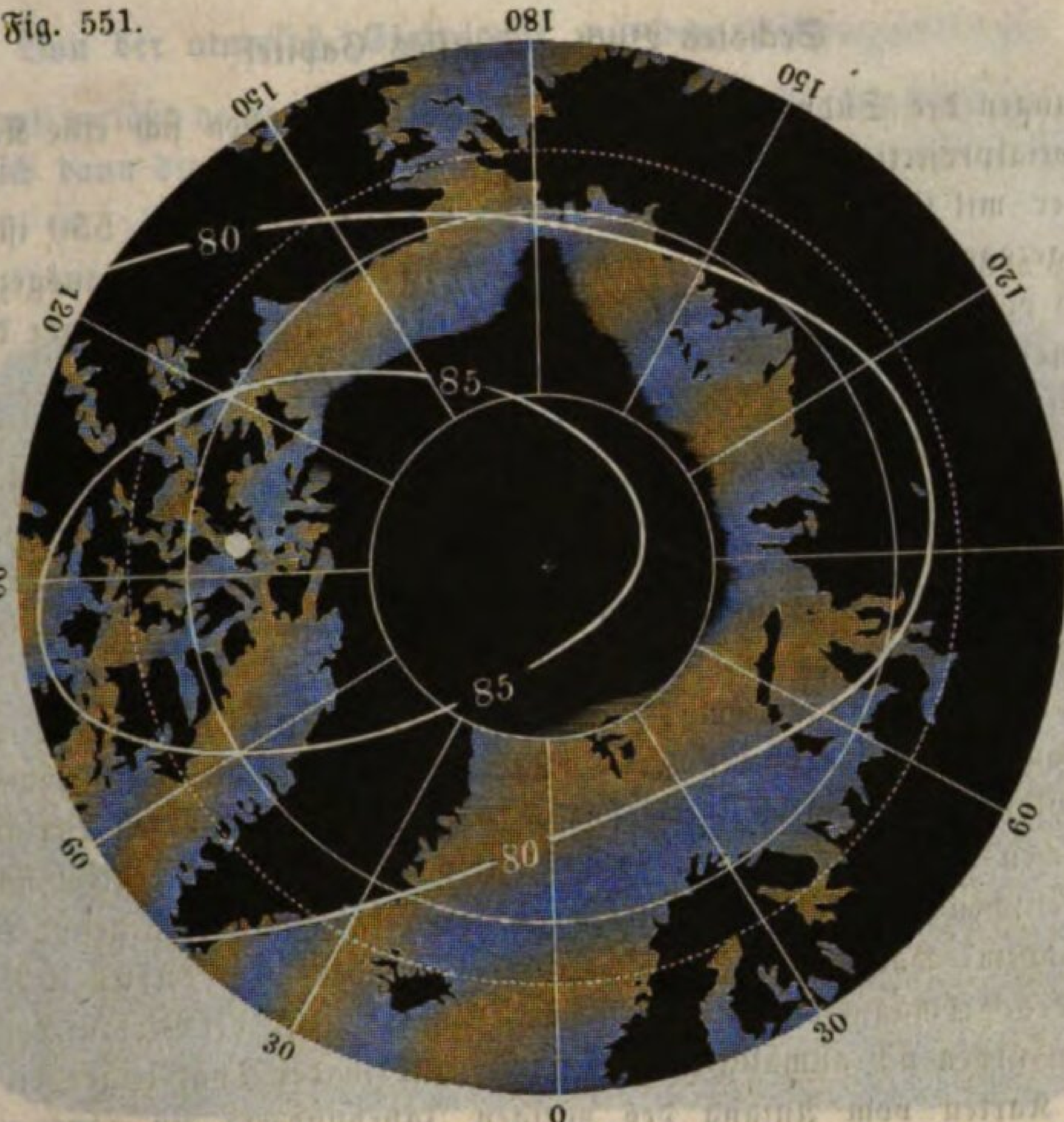
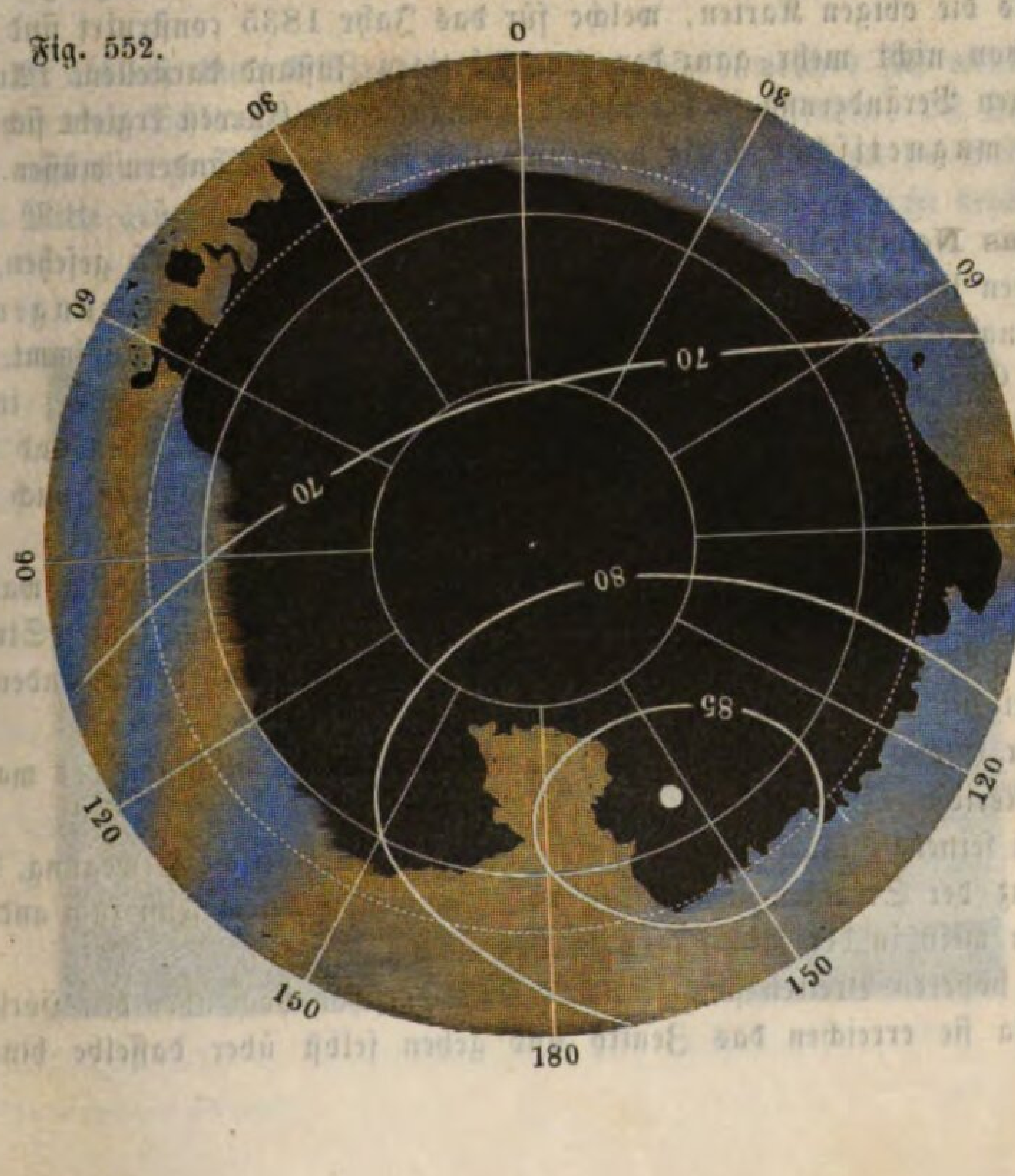


Fig. 552.



Umgebungen des Südpols der Erde dar, bis zu welchen sich eine Karte in Aequatorialprojection, wie Fig. 550, nicht erstrecken kann.

Der mit 0 bezeichnete magnetische Aequator in Fig. 550 ist etwas stärker gezogen und dadurch vor den übrigen isoclinischen Curven ausgezeichnet. Nördlich von demselben senkt sich das Nordende, südlich das Südende der Inclinationsnadel.

Die magnetischen Pole der Erde sind diejenigen, für welche sich die Inclinationsnadel senkrecht stellt. Der magnetische Nordpol, welchen Kapitain Roß auf der Insel Melville wirklich erreichte, findet sich auf den Karten Fig. 549, Fig. 550 und Fig. 551. Der magnetische Südpol, dessen Lage nur aus dem Verlauf der magnetischen Curven auf der Südhälfte der Erde erschlossen werden konnte, findet sich auf der Karte Fig. 552.

Wäre der Erdmagnetismus regelmäßig vertheilt, so müßte der magnetische Aequator einen größeren Kreis bilden, ähnlich wie die Ekliptik am Himmelsgewölbe. Aus Fig. 550 erkennt man den unregelmäßigen Verlauf des magnetischen Aequators und aus den Figuren 551 und 552 ergiebt sich, daß die magnetischen Pole der Erde keineswegs diametral einander gegenüberstehen.

Nachdem, was bereits in Paragraph 175 über die secularen Variationen des Erdmagnetismus gesagt wurde, ist klar, daß der Verlauf der magnetischen Curven sich allmälig ändern müsse, und in der That zeigen die magnetischen Karten vom Anfang des vorigen Jahrhunderts ein ganz anderes Bild als die obigen Karten, welche für das Jahr 1835 construirt sind, also auch schon nicht mehr ganz den gegenwärtigen Zustand darstellen. Aus der allmäligen Veränderung in der Lage der magnetischen Curven ergiebt sich auch, daß die magnetischen Pole nach und nach ihre Stelle ändern müssen.

318 **Das Nordlicht.** Wir haben bereits in Paragraph 175 gesehen, daß unter den Ursachen, welche unregelmäßige Schwankungen, Störungen der Magnetnadel bewirken, das Nordlicht eine wesentliche Stelle einnimmt. In unseren Gegenden ist das Nordlicht eine ziemlich seltene Erscheinung; in höheren Breiten aber, in den nördlichen Theilen von Europa, Asien und Amerika, sind die Nordlichter nicht allein weit häufiger, sondern auch weit prächtiger.

Fig. 553 stellt das Nordlicht dar, wie es bei uns gewöhnlich wahrgenommen wird, wenn es seine volle Ausbildung erreicht; ein aus lichten Streifen gebildeter Bogen, dessen Ränder verwaschen erscheinen und dessen Enden auf dem Horizont aufzustehen scheinen.

Der Gipfel dieses Bogens steht immer nahe in der Richtung des magnetischen Meridians.

In seinem Glanze zeigt der Bogen eine undulatorische Bewegung, d. h. der Glanz der Strahlen wächst der Reihe nach von einem Fuß zum anderen und zwar meist in der Richtung von West nach Ost.

In höheren Breiten steigen die Nordlichter schon hoch über den Horizont herauf, ja sie erreichen das Zenith und gehen selbst über dasselbe hinaus.

Manchmal verläßt dann einer der Füße, oder auch beide, den Horizont; und es bildet sich dann die sogenannte Krone. Im hohen Norden erscheint der Lichtbogen oft als ein langes Strahlenband, Fig. 554, welches sich wendet und biegt wie eine Schlange oder eine vom Winde bewegte Fahne; die Strahlen, welche nun eine große Lichtstärke erlangt haben, färben sich an der Basis roth, in der Mitte grün, während der übrige Theil ein blaßgelbes Licht behält.

Fig. 553.



Fig. 554.



Die Krone verschwindet in der Regel schon nach einigen Minuten.

Nicht immer bildet sich das Nordlicht vollständig, sondern oft nur theilweise aus, indem bald die Krone, bald die Bogen unvollständig sind und die Regelmäßigkeit der Erscheinung in mannigfacher Weise durch Wolken gestört wird. Oft bemerkt man gegen Norden hin die Spuren eines Nordlichts als einen ungewöhnlichen verschwommenen Lichtschimmer.

Aehnliche Erscheinungen sind von den Seefahrern auch in den Polargegenden der südlichen Hemisphäre beobachtet worden; man kann sie Südlichter nennen und das Phänomen der beiden Hemisphären unter dem Namen des Polarlichtes zusammenfassen.

Der Umstand, daß die Nordlichter stets in der Richtung des magnetischen Meridians gesehen werden, daß bei ihrem Erscheinen die Declinationsnadel in ungewöhnlich starkes Schwanken geräth, deutet darauf hin, daß das Nordlicht mit dem Erdmagnetismus und den um die Erde kreisenden elektrischen Strömen in Beziehung steht; weshalb sie denn auch Humboldt sehr treffend als magnetische Gewitter bezeichnete. Bis jetzt ist es aber noch nicht gelungen, eine genügende Theorie zur Erklärung des Nordlichts aufzustellen.

Anhang.

Verhältniß des neueren französischen Maßsystems mit anderen Maßsystemen.

In diesem Werke sind fast durchgängig alle Maßangaben in dem neufranzösischen Systeme ausgedrückt, theils weil nach demselben eine so außerordentlich einfache Beziehung zwischen Maß und Gewicht besteht, welche man bei anderen Maßsystemen nicht findet, eine Einfachheit, welche manche den Gang der physikalischen Betrachtung sonst sehr störenden Rechnungsoperationen unnöthig macht; theils aber auch, weil bei naturwissenschaftlichen Untersuchungen das metrische Maß- und Gewichtssystem fast allgemein angenommen ist, so daß sich fast alle Physiker und Chemiker desselben bedienen, und es gewiß nicht wohl räthlich ist, die nach dem metrischen Systeme gemachten Messungen und Wägungen auf andere Maße zu reduciren.

Nun aber sind doch Manche mit dem metrischen Systeme nicht genug bekannt, um in den nach demselben gemachten Maßangaben sich leicht zurechtzufinden. Um eine solche Orientirung zu erleichtern, soll die folgende Vergleichung der neufranzösischen Maße und Gewichte mit anderen dienen.

Die wichtigsten Notizen über das Metermaß sind schon früher gegeben worden. Es wurde dort bereits mitgetheilt, auf welche Weise die Länge des Meters ermittelt wurde, und daß

$$1^{\text{Meter}} = 10^{\text{Decimeter}} = 100^{\text{Centimeter}} = 1000^{\text{Millimeter}}.$$

Die folgende Tabelle dient zur leichten Reduction von Längenangaben nach metrischem Systeme in altfranzösisches und rheinländisches Maß.

Tabelle zur Verwandlung des Metermaßes in rheinländisches und altfranzösisches Maß.

Metermaß.	Rheinländisches oder preuß. Maß.			Altfranzösisches Maß.		
1mm			0,459'''			0,443'''
2			0,918			0,887
3			1,376			1,330
4			1,835			1,773
5			2,294			2,216
6			2,753			2,660
7			3,212			3,103
8			3,671			3,546
9			4,129			3,990
1cm			4,588'''			4,433'''
2			9,176			8,866
3		1''	1,764		1''	1,299
4		1	6,353		1	5,732
5		1	10,941		1	10,165
6		2	3,529		2	2,604
7		2	8,117		2	7,031
8		3	0,705		2	11,462
9		3	5,294		3	3,897
1dm		3''	9,882'''		3''	8,330'''
2		7	7,763		7	4,659
3		11	5,645		11	0,989
4	1'	3	3,527	1'	2	9,318
5	1	7	1,408	1	6	5,648
6	1	10	11,290	1	10	2,038
7	2	2	9,172	2	1	10,307
8	2	6	7,054	2	5	6,637
9	2	10	4,935	2	9	2,966
1m	3'	2''	2,817'''	3'	0''	11,296'''
2	6	4	5,634	6	1	10,592
3	9	6	8,451	9	2	9,888
4	12	8	11,268	12	3	9,184
5	15	11	2,085	15	4	8,480
6	19	1	4,902	18	5	7,776
7	22	3	7,719	21	6	7,072
8	25	5	10,536	24	7	6,368
9	28	8	1,353	27	8	5,664
10	31	10	4,170	30	9	4,950

Aus den Verhältnissen der Längenmaße ergeben sich die Verhältnisse der entsprechenden Flächen- und Körpermaße.

Neufranz.	Rheinl.	Altfranz.
1^{qm}	$10{,}05187^{q'}$	$9{,}476817^{q'}$
1^{qdm}	$14{,}619^{q''}$	$13{,}947^{q''}$
1^{qcm}	$21{,}051^{q'''}$	$18{,}650^{q'''}$
1^{km}	$32{,}34587^{k}$	$29{,}17385^{k'}$
1^{kdm}	$55{,}894^{k''}$	$50{,}412^{k''}$
1^{kcm}	$96{,}584^{k'''}$	$87{,}112^{k'''}$

Das Hohlmaß sowohl wie das Gewicht ist bei dem neufranzösischen Maßsystem unmittelbar vom Körpermaße abgeleitet, was bei den älteren Maßsystemen nicht der Fall ist; und darin liegt ganz besonders ein großer Vorzug des metrischen Systems, welchen jedoch auch einige andere neuere Maß- und Gewichtssysteme bieten, welche, wie das badische und darmstädtische, auf das Metersystem basirt sind.

Die Einheit des französischen Hohlmaßes ist der Raum, welchen 1 Cubikdecimeter ausfüllt und welcher den Namen Litre führt.

1 Litre = 0,873386 preuß. Quart.

Ebenso ist, wie schon früher bemerkt wurde, die Einheit des Gewichtes beim metrischen Maßsysteme von dem Längenmaße abgeleitet. 1 Gramm ist das Gewicht eines Cubikcentimeters Wasser.

Da nun 1 Cubikdecimeter = 1000 Cubikcentimeter, so ist klar, daß 1 Litre Wasser 1000 Gramm oder, was dasselbe ist, 1 Kilogramm wiegt.

Die Unterabtheilungen des Grammes sind:

das Decigramm $= \frac{1}{10}^{gr.}$
das Centigramm $= \frac{1}{100}^{gr.}$
das Milligramm $= \frac{1}{1000}^{gr.}$

In Baden, dem Großherzogthum Hessen und der Schweiz ist schon seit längerer Zeit das metrische Pfund (½ Kilogramm oder 500 Gramm) als Landesgewicht angenommen. In neuerer Zeit ist diese Gewichtseinheit auch in Preußen, Hannover, Braunschweig, Oldenburg, Schaumburg-Lippe, Hamburg und Bremen eingeführt worden.

100 metrische Pfund machen 1 Centner.

Die Pfunde anderer Länder weichen bald mehr bald weniger von diesen metrischen Pfunden ab.

So ist z. B. das baierische Pfund	560 Gramm
englische Handelspfund	453 »
östreichische Handelspfund	560,012 »
altpreußische Handelspfund	467,711 »

Das Pfund ist meistens auf gleiche Weise eingetheilt; es ist nämlich:

1 Pfund = 32 Loth,
1 Loth = 4 Quentchen,
1 Quentchen = 60 Gran;

1 Handelspfund hat also 7680 Gran.

In den obengenannten norddeutschen Staaten ist das metrische Pfund eingetheilt in:

10 Neuloth, das Neuloth = 50 Gramm
1 Neuloth in 10 Quint, 1 Quint = 5 Gramm
1 Quint = 10 Halbgramm.

Das Medicinalpfund ist durchschnittlich kleiner als das Handelspfund; das östreichische und preußische Medicinalpfund ist gerade $^3/_4$ des entsprechenden Handelspfundes. Die Unterabtheilungen des Medicinalpfundes sind:

Pfund.	Unze.	Drachme.	Scrupel.	Gran.
1	12 (1 Unze = 2 Loth)	96	288	5760
	1	8	24	480
		1	3	60
			1	20

Zur leichteren Reduction des Grammgewichtes auf das preußische (kölnische) Gewicht dient folgende Tabelle.

Gramm	Pfund	Unzen	Drachme	Scrupel	Gran
1					16,422
2				1	12,844
3				2	9,266
4			1	0	5,688
5			1	1	2,110
6			1	1	18,532
7			1	2	14,954
8			2	0	11,376
9			2	1	7,798
10			2	2	4,22
100		3	3	1	2,2
1000	2	2	2	0	2

Tabelle
der
specifischen Gewichte einiger festen Körper bei 0 Grad.

Platin	gemünzt	22,100
	gewalzt	22,069
	geschmolzen	20,857
Gold	gemünzt	19,325
	geschmolzen	19,253
Iridium		18,600
Wolfram		17,600
Blei, geschmolzen		11,352
Palladium		11,300
Silber		10,474
Wismuth		9,822
Kupfer	gehämmert	8,878
	gegossen	7,788
	zu Draht gezogen	8,780
Kadmium		8,694
Molybdän		8,611
Messing		8,395
Arsenik		8,308
Nickel		8,279
Uran		8,100
Stahl		7,816
Kobalt		7,812
Eisen	geschmiedet	7,788
	gegossen	7,207
Zinn		7,291
Antimon		6,712
Tellur		6,115
Chrom		5,900
Jod		4,948
Schwerspath		4,426
Selen		4,320
Diamant		3,520
Flintglas		3,78 bis 3,20
Flußspath		3,15
Aluminium		2,67
Bouteillenglas		2,600
Spiegelglas		2,370
Turmalin (grün)		3,155
Marmor		2,837
Smaragd		2,775
Bergkrystall		2,683
Porzellan		2,49 bis 2,14
Gyps (krystallisirt)		2,311
Schwefel (natürlich)		2,033
Elfenbein		1,917
Alabaster		1,874
Anthracit		1,800
Phosphor		1,770
Bernstein		1,078
Ebenholz		1,226
Eichenholz (alt)		1,170
Buxbaum		1,330
Mahagonyholz		1,060
Wachs, weißes		0,969
Eis		0,950
Natrium		0,972
Kalium		0,865
Lithium		0,590
Ahornholz	frisch	0,904
	trocken	0,659
Buchenholz	frisch	0,982
	trocken	0,590
Edeltanne	frisch	0,890
	trocken	0,450
Erlenholz	frisch	0,857
	trocken	0,500
Eschenholz	frisch	0,904
	trocken	0,644
Hainbuchenholz	frisch	0,945
	trocken	0,769
Lindenholz	frisch	0,817
	trocken	0,439
Nußbaumholz		0,677
Cypressenholz		0,598
Cedernholz		0,561
Pappelholz		0,383
Kork		0,240

Dichtigkeit einiger Flüssigkeiten

(bei 0°, wo nichts weiter bemerkt ist).

Destillirtes Wasser	1,000
Quecksilber	13,598
Brom	2,966
Schwefelsäure (englische)	1,848
Verdünnte Schwefelsäure nach Delezenne bei 15° C.:	
10 Proc. Säure	1,066
20 » »	1,138
30 » »	1,215
40 » »	1,297
50 » »	1,387
60 » »	1,486
70 » »	1,595
80 » »	1,709
90 » »	1,805
100 » »	1,848
Verdünnte Salpetersäure:	
10 Proc. Säure	1,054
20 » »	1,111
30 » »	1,171
40 » »	1,234
50 Proc. Säure	1,295
60 » »	1,348
70 » »	1,398
80 » »	1,438
90 » »	1,473
100 » »	1,500
Schwefelkohlenstoff	1,272
Milch	1,030
Meerwasser	1,026
Wein: Malaga-	1,022
» Rhein-	0,999
Oel: Citronenöl	0,852
» Leinöl	0,953
» Mohnöl	0,929
» Olivenöl	0,915
» Terpentinöl	0,872
Benzol	0,868
Alkohol, absoluter	0,793
Schwefeläther	0,715
Valyl (C_3H_9)	0,694

Der Vollständigkeit halber folgt hier noch das specifische Gewicht einiger Gasarten, obgleich dasselbe nach anderen später zu besprechenden Methoden ermittelt wird.

Specifisches Gewicht einiger Gase

(bei 0° und 760mm Barometerstand).

Atmosphärische Luft	0,001299
Sauerstoff	0,001432
Stickstoff	0,001267
Wasserstoff	0,000089
Chlor	0,00321
Kohlensäure	0,00198
Stickoxydulgas	0,00197
Leuchtgas	0,00082

Alphabetisches Inhaltsverzeichniß.

Mathematischer

Supplementband

zum

Grundriß

der

Physik und Meteorologie.

Holzschnitte
aus dem xylographischen Atelier
von Friedrich Vieweg und Sohn
in Braunschweig.

Papier
aus der mechanischen Papier-Fabrik
der Gebrüder Vieweg zu Wendhausen
bei Braunschweig.

Mathematischer

Supplementband

zum

Grundriß

der

Physik und Meteorologie.

Von

Dr. Joh. Müller,

Professor der Physik und Technologie an der Universität zu Freiburg im Breisgau.

Mit 179 in den Text eingedruckten Holzschnitten.

Nebst besonders gedruckten Auflösungen.

Braunschweig,

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.

1860.

Die Herausgabe einer Uebersetzung in englischer, französischer und anderen modernen Sprachen wird vorbehalten.

Vorrede.

In der Vorrede zur sechsten Auflage meines Grundrisses der Physik und Meteorologie habe ich bereits das baldige Erscheinen eines mathematischen Supplementbandes angekündigt, welchen ich hiermit der Oeffentlichkeit übergebe.

Die Motive, welche mich zur Ausarbeitung dieses Supplementbandes bestimmten, habe ich bereits an der angeführten Stelle kurz angedeutet.

Von mancher Seite her hat man gegen den Grundriß nicht mit Unrecht geltend gemacht, daß in demselben der mathematischen Entwickelung der Naturgesetze nicht soviel Gewicht beigelegt worden sei, wie es für solche Lehranstalten wünschenswerth und nothwendig ist, in welchen, wie z. B. auf technischen Vorbereitungsanstalten, die Mathematik mehr cultivirt und dem physikalischen Unterricht mehr Zeit gewidmet werden kann, als dies auf Gymnasien in der Regel geschieht.

Wenn man aber auf der einen Seite die Forderung nach einer weiter gehenden mathematischen Entwickelung als wohl begründet anerkennen muß, so ist es doch auf der anderen Seite auch als ein entschiedener Mißgriff zu bezeichnen, wenn man die experimentelle Begründung allzusehr in den Hintergrund stellen wollte. Man würde dadurch die Physik nur zu einem trockenen, unfruchtbaren Zweig der angewandten Mathematik einschrumpfen lassen.

Ohne hinlängliche experimentelle Anschauung wird die Formel, welche eigentlich nur ein präciser Ausdruck für das Naturgesetz sein soll, zum todten Buchstaben, nach welchem man zwar in gegebenen Fällen, wie

nach einem Recepte, gewisse Aufgaben lösen kann, welcher aber nicht vermag den Schüler in dem Geist des Gesetzes einzuführen.

So nothwendig es also auch ist, daß aller physikalische Unterricht von mathematischem Geiste durchdrungen sei, so darf in demselben doch auch eine abstract mathematische Behandlungsweise nicht einseitig vorherrschen, ohne den Erfolg wesentlich zu beeinträchtigen. Es hieße gewiß die Bedeutung des Experiments und der Beobachtung verkennen, wenn man der, wie mir scheint, noch immer vielfach verbreiteten Ansicht beitreten wollte, welche Fischer in der Einleitung zu seiner mechanischen Naturlehre ausgesprochen hat, indem er sagt: »... da aber der streng mathe»matische Vortrag für den ersten Unterricht zu schwierig sein würde, so »weicht man demselben so viel als möglich durch den Experimentalweg »aus, d. h. man giebt die Resultate, welche der mathematische Scharfsinn »entdeckt hat, historisch an und verbürgt sie gleichsam durch Experimente.«

Die Bedeutung der Mathematik für die Naturlehre ist eine rein formelle. Beobachtung und Experiment sind die Quellen, aus welchen wir das Material zur Naturlehre schöpfen; die Mathematik aber ist ein vortreffliches und unentbehrliches Werkzeug, ohne welches man die Masse des rohen Materials weder genügend praktisch verwerthen noch aus derselben ein wissenschaftliches Gebäude aufzuführen im Stande ist.

Durch Mathematik aber können wir die mangelnde Kenntniß der Thatsachen eben so wenig ersetzen, wie die Axt des Zimmermanns Holz zu produciren im Stande ist.

Und so bin ich denn auch der Ueberzeugung, daß bei einem gedeihlichen Unterricht in der Physik die experimentelle Basis nicht auf ein geringeres Maß beschränkt werden darf, als es in unserm Grundriß der Fall ist; für solche Lehranstalten jedoch, welche der mathematischen Entwickelung mehr Raum gestatten können, bedarf er nach dieser Seite hin einer Ergänzung, für welche mir ein Supplementband die geeignetste Form zu sein schien.

Der Supplementband schließt sich eng an den Grundriß an und bildet mit ihm ein Ganzes, ohne ihn durch die weiter gehenden mathematischen Entwickelungen den Kreisen zu entfremden, deren Bedürfniß er gerade in seiner bisherigen Form und Ausdehnung entsprach.

Bei Ausarbeitung des Supplementbandes habe ich mich ebenso, wie beim Grundriß einer möglichst einfachen und klaren Darstellung bestrebt. Auf der einen Seite suchte ich eine unnöthige Weitläufigkeit auf der andern Seite aber auch eine übertriebene Kürze zu vermeiden, welche die einzelnen Sätze apodictisch hinwirft, ohne den Zusammenhang gehörig hervorzuheben oder wenigstens den Weg zu seiner Verfolgung anzudeuten.

Ich habe dabei Schüler im Auge gehabt, welche zwar mit einem hinlänglichen Maß mathematischer Vorkenntnisse ausgerüstet sind, ohne jedoch schon eine große Uebung und Gewandtheit in Behandlung mathematischer Probleme erlangt zu haben. — Das Erstere muß vorausgesetzt werden, das Letztere aber kann sich nur allmälig und zwar zum Theil gerade an dem Studium mathematisch-physikalischer Disciplinen entwickeln.

Wenn man von dem Schüler auch nicht verlangen kann, daß ihm stets alle zur Anwendung gebrachten mathematischen Lehrsätze vollständig gegenwärtig seien, so muß er doch im Stande sein, sich in allen Fällen aus seinem mathematischen Lehrbuch Raths zu erholen. — Die geometrischen Sätze betreffend, von welchen in dem vorliegenden Supplementband Gebrauch gemacht wurde, so habe ich jeweils auf die entsprechenden Paragraphen meiner kürzlich erschienenen Anfangsgründe der geometrischen Disciplinen (enthaltend die Elemente der ebenen Geometrie und Stereometrie, der ebenen und sphärischen Trigonometrie und der analytischen Geometrie) verwiesen.

Nichts ist geeigneter, die mathematisch-physikalischen Lehren zu einer recht lebendigen Anschauung zu bringen, sie gehörig zu verarbeiten und einzuüben, als die Auflösung entsprechender Aufgaben. Ich habe deshalb fast jedem Paragraphen eine Anzahl passender Aufgaben beigefügt. Es dürfte hier wohl als ein besonderer Vortheil angeführt werden, daß die Aufgaben in unmittelbarer Verbindung mit den entsprechenden Lehrsätzen stehen, indem diese sogleich eine geeignete Anwendung finden, die Aufgaben aber in den vorhergehenden Entwickelungen die nöthigen Erläuterungen finden.

Die Auflösungen dieser Aufgaben werden in einem besonderen Heftchen fast gleichzeitig mit diesem Supplemente erscheinen.

Im Allgemeinen ist bei dem Vortrag des Supplementbandes nur die Kenntniß der Elementarmathematik vorausgesetzt. Nur in einigen für Geübtere bestimmten Abschnitten, welche ohne Störung des Zusammenhanges überschlagen werden können, ist auch Differential- und Integral-Rechnung in Anwendung gebracht worden; so namentlich in dem Schaltcapitel, welches die analytische Ableitung der Bewegungsgesetze behandelt. In diesem Capitel, welches bis zu der Deduction fortgeführt ist, daß die unter dem Einfluß der allgemeinen Schwere von den Himmelskörpern beschriebenen Curven, Kegelschnitte sein müssen, habe ich darthun wollen, wie einfach und leicht sich mit Hülfe der Analysis Resultate erreichen lassen, welche der Elementarmathematik entweder ganz unzugänglich sind, oder welche, wenn sie überhaupt mit elementaren Hülfsmitteln erreich-

bar sind, doch unverhältnißmäßig umständliche und weitläufige Entwickelungen in Anspruch nehmen, wie man dies namentlich sieht, wenn man die Ableitung des Pendelgesetzes in §. 30 und in den §§. 48 und 49 mit einander vergleicht.

Auch bei der Berechnung des Effectes der Dampfmaschinen ist höhere Rechnung in Anwendung gebracht worden, nachdem vorher gezeigt worden ist, wie man auch auf elementarem Weg wenigstens annähernd die Wirkung des Dampfes während seiner Expansion ermitteln kann.

Endlich ist auch im Schlußcapitel, welches die Ausgleichung der Beobachtungsfehler bespricht, die Kenntniß der Differentialrechnung in denjenigen Paragraphen vorausgesetzt, welche die Methode der kleinsten Quadrate behandeln.

Für Anfänger liegt beim Studium mechanischer und physikalischer Schriften, welche höhere Rechnung in Anwendung bringen, häufig darin eine große Schwierigkeit, daß die besprochenen Fragen von vornherein in einer zu großen Allgemeinheit behandelt werden und sich deshalb der Anschauung allzuleicht entziehen. In solchen Werken wenigstens, welche dafür bestimmt sind, den Schüler in die Vorstellungsweisen der höheren Mathematik einzuführen, scheint es mir durchaus nothwendig, die analytischen Methoden zunächst auf einfachere, concrete Fälle anzuwenden und erst nach gehöriger Orientirung im neuen Gebiete zu allgemeineren Betrachtungsweisen überzugehen.

Dieser Ansicht folgend, glaube ich Manches durch Betrachtung concreter Fälle mit verhältnißmäßig geringen Hülfsmitteln zum Verständniß gebracht zu haben, was in allgemeinerer Form für minder Geübte darzuthun sehr schwierig, wenn nicht unmöglich gewesen wäre. Als ein hierher gehöriges Beispiel will ich nur die Paragraphen anführen, welche über den Achromatismus der Linsen handeln und in welchen dieser wichtige Gegenstand eine weit gründlichere und vollständigere Erledigung findet, als es gewöhnlich in elementaren Werken der Fall ist.

Ueberhaupt war es mein Bestreben, dahin zu wirken, daß der Schüler seine Kräfte gebrauchen lerne, daß er Vertrauen zu denselben fasse und daß er ermuthigt werde, mit den ihm zu Gebote stehenden Hülfsmitteln den concreten Fall in Angriff zu nehmen, wo ihm die allgemeinere Lösung zu schwierig ist.

Der vorliegende Supplementband kann auch als eine Ergänzung zu meinem größeren Lehrbuch der Physik betrachtet werden, denn obgleich Einiges aus diesem größeren Lehrbuch in den Supplementband übergegangen ist, so ist doch der größte Theil desselben auch für die Besitzer des größeren Werkes neu. Namentlich dürften für dieselben,

abgesehen von den Aufgaben, diejenigen Abschnitte von Interesse sein, welche von der Bahn der Himmelskörper, von den achromatischen Linsen und der Ausgleichung der Beobachtungsfehler handeln.

So möchte ich denn zum Schlusse unsern Supplementband Allen empfehlen, welche sich für einen gründlichen mathematisch-physikalischen Unterricht interessiren oder welche durch Privatstudium ihre physikalischen Kenntnisse befestigen und erweitern wollen.

Freiburg, im Januar 1860.

Dr. J. Müller.

Inhaltsverzeichniß.

Erstes Buch.

Gesetze des Gleichgewichtes und der Bewegungen.

Einleitung.

Erstes Capitel.

Vom Gleichgewicht der Kräfte.

Zweites Capitel.

Gleichgewicht der Theilchen fester Körper unter einander.

Drittes Capitel.

Hydrostatik.

Fünftes Capitel.

Vom Gleichgewicht der Gase.

Siebentes Capitel.

Bewegung fester Körper unter dem Einfluß beschleunigender Kräfte.

Achtes Capitel.

Bewegungsgesetze der Flüssigkeiten.

Neuntes Capitel.

Bewegung der Gase.

Schaltcapitel.

Elemente der Bewegungslehre mit Anwendung höherer Rechnung.

Zweites Buch.

Akustik.

Erstes Capitel.

Die Schallwellen.

Zweites Capitel.

Die Vibrationen musikalischer Töne.

Drittes Buch.

Optik, oder die Lehre vom Lichte.

Erstes Capitel.

Verbreitung des Lichtes.

Zweites Capitel.

Die Reflexion oder Spiegelung des Lichtes.

Drittes Capitel.

Die Brechung des Lichtes.

Viertes Buch.

Die elektrischen Erscheinungen.

Erstes Capitel.

Vom Magnetismus.

Zweites Capitel.

Reibungselektricität.

Drittes Capitel.

Vom Galvanismus.

Fünftes Buch.

Von der Wärme.

Erstes Capitel.

Ausdehnung.

Zweites Capitel.

Veränderung des Aggregatzustandes.

Drittes Capitel.

Die specifische Wärme.

Fünftes Capitel.

Die Quellen der Wärme.

Schlußcapitel.

Ausgleichung der Beobachtungsfehler.

Erstes Buch.

Gesetze des Gleichgewichtes und der Bewegungen.

Einleitung.

Specifisches Gewicht. Bezeichnen wir das specifische Gewicht eines Körpers mit S, sein absolutes Gewicht mit P, das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser mit p, so ist §. 1. (Zu §. 9 d. Gr.)

$$S = \frac{P}{p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Ist V das Volumen des Körpers und n das Gewicht der Volumeneinheit Wasser, so ist $p = Vn$. Es ist also

$$S = \frac{P}{Vn} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Wählt man z. B. für die Raumeinheit den preußischen Kubikfuß, für die Gewichtseinheit das (alte) preußische Pfund, so hat man $n = 66$ zu setzen, weil ein preußischer Kubikfuß Wasser 66 preußische Pfund wiegt. Wählt man ein Maßsystem, bei welchem wie bei dem neueren französischen Maßsystem das Gewicht der Raumeinheit Wasser zur Gewichtseinheit genommen ist (1 Kubikdecimeter Wasser wiegt 1 Kilogramm, 1 Kubikcentimeter Wasser wiegt 1 Gramm), so ist $n = 1$ und die Gleichung (2) reducirt sich alsdann auf

$$S = \frac{P}{V} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

daraus folgt

$$V = \frac{P}{S} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

und endlich

$$P = VS \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Zur Einübung dieser Beziehungen mögen folgende Beispiele dienen:

1. Man hat gefunden, daß 6 Kubikcentimeter Kupfer 53 Gramm wiegen, was ist das specifische Gewicht des Kupfers? (nach Gl. 3.)

2. Ein Marmorblock wiegt 59 Kilogramm, wie viel Kubikdecimeter beträgt sein Rauminhalt, wenn das specifische Gewicht des Marmors gleich 2,84 ist? (nach Gl. 4.)

3. Wie viel wiegt eine Eisenmasse von 6,8 Kubikdecimetern Inhalt, wenn das specifische Gewicht des Eisens 7,8 ist? (nach Gl. 5.)

4. Eine Bleikugel soll 500 Gramm wiegen, wie groß muß ihr Durchmesser sein, wenn das specifische Gewicht des Bleies 11,3 ist? (Stereometrie S. 109.)

5. Welchen Raum (in Kubikcentimetern ausgedrückt) nehmen 6 Kilogramm Quecksilber (specif. Gewicht 13,598) ein?

6. Was wiegen 100 Liter absoluten Weingeistes (specif. Gewicht 0,793)?

7. Welchen Raum nehmen 500 Gramm gasförmiger Kohlensäure ein, wenn das specifische Gewicht derselben 0,00198 ist?

8. Welchen Raum nehmen 500 Gramm Wasserstoffgas ein, wenn das specifische Gewicht desselben 0,0000894 ist?

§. 2. (Zu §. 13 d. Gr.) **Chemische Aequivalente.** Wenn zwei einfache Stoffe eine chemische Verbindung mit einander eingehen, so entsteht ein neuer Körper, welcher ganz andere Eigenschaften besitzt als jeder der Bestandtheile, und sich wesentlich von einem Gemenge derselben unterscheidet. Wenn man fein vertheilten Schwefel noch so lange mit Quecksilber zusammenreibt, so erhält man doch nur ein Gemenge, in welchem man mit Hülfe des Mikroskops immer noch die einzelnen Schwefel- und Quecksilbertheilchen unterscheiden kann und dessen Bestandtheile sich leicht trennen lassen, wenn man dasselbe in Wasser bringt, in welchem nämlich das schwerere Quecksilber alsbald zu Boden sinkt.

Ein ganz anderes Resultat erhält man, wenn man Quecksilber mit geschmolzenem Schwefel zusammenbringt; man erhält auf diese Weise einen schwarzen Körper, welcher durch Sublimation in eine dunkelrothe krystallinische Masse verwandelt wird, deren Farbe durch Reiben in das prachtvollste Scharlachroth übergeht. Dies ist der Zinnober, eine chemische Verbindung von Quecksilber und Schwefel, in welcher das beste Mikroskop nicht mehr die einzelnen Bestandtheile erkennen läßt, die man auch dadurch nicht trennen kann, daß man das Zinnoberpulver in Wasser schüttet.

Schwefel und Kohlenstoff verbinden sich zu einer durchsichtigen, äußerst flüchtigen, das Licht stark brechenden und zerstreuenden Flüssigkeit, dem Schwefelkohlenstoff.

Unser gewöhnliches Kochsalz ist eine Verbindung des gasförmigen Chlors mit einem metallischen Körper, welcher Natrium genannt wird. Das Chlornatrium, ein in Wasser lösliches Salz, ist aber in allen seinen Eigenschaften wesentlich vom Chlor sowohl wie auch vom Natrium verschieden.

Während man verschiedene einfache Stoffe in den verschiedensten Verhältnissen zusammenmengen kann, so treten sie doch nur in bestimmten Verhältnissen zu chemischen Verbindungen zusammen. Der Zinnober enthält z. B. auf 200 Gewichtstheile Schwefel stets 1250 Gewichtstheile Quecksilber. Schmilzt man Schwefel und Quecksilber in anderen Verhältnissen zusammen, so bleibt außer dem gebildeten Zinnober noch ein Ueberschuß von Schwefel oder Quecksilber übrig, welcher nicht in die Verbindung eingeht, je nachdem man von dem einen oder andern dieser Stoffe zu viel genommen hat.

Es ist nun höchst wichtig, genau die Gewichtsverhältnisse zu kennen, in welchen die einfachen Stoffe zu chemischen Verbindungen zusammentreten. Die Untersuchungen der Chemiker haben nun in dieser Beziehung zu folgenden Hauptresultaten geführt.

Es verbinden sich 100 Gewichtstheile Sauerstoff (O) mit

200	Gew.-Thln.	Schwefel . . .	S	1295	Gew.-Thln.	Blei	Pb
175	»	Stickstoff . . .	N	350	»	Eisen	Fe
443	»	Chlor	Cl	407	»	Zink	Zn
387,5	»	Phosphor . .	P	12,5	»	Wasserstoff . .	H
75	»	Kohlenstoff . .	C	345	»	Mangan . . .	Mn
1350	»	Silber	Ag	250	»	Calcium	Ca
1250	»	Quecksilber . .	Hg	287,4	»	Natrium	Na
396	»	Kupfer	Cu	489	»	Kalium	K

Die oben mitgetheilten Zahlen geben aber nicht allein an, in welchen Verhältnissen sich die genannten Körper mit Sauerstoff, sondern auch, in welchen Verhältnissen sie sich unter einander verbinden. So verbinden sich 200 Gew.-Thle. Schwefel mit 1250 Gew.-Thln. Quecksilber zu Schwefelquecksilber (Zinnober), und 200 Gew.-Thle. Schwefel mit $12\frac{1}{2}$ Gew.-Thln. Wasserstoff zu Schwefelwasserstoffgas. Ferner vereinigen sich 443 Gew.-Thle. Chlor mit 396 Gew.-Thln. Kupfer zu Chlorkupfer, mit 407 Gew.-Thln. Zink zu Chlorzink, mit 287,4 Gew.-Thln. Natrium zu Chlornatrium u. s. w.

Diese Zahlen, welche also zunächst angeben, in welchen Gewichtsverhältnissen je zwei einfache Stoffe zu chemischen Verbindungen zusammentreten können, werden chemische Aequivalente genannt und durch die in obiger Tabelle beigefügten Buchstaben bezeichnet. So bezeichnet H ein Aequivalent Wasserstoff, Cl ein Aequivalent Chlor, Hg ein Aequivalent Quecksilber u. s. w.

Ein zusammengesetzter Körper wird durch die Zusammenstellung der Zeichen seiner Bestandtheile bezeichnet; so ist z. B. HO das Zeichen des Wassers, d. h. Verbindung von 1 Aeq. Wasserstoff mit 1 Aeq. Sauerstoff; Hg S ist das chemische Zeichen für Zinnober, Zn Cl das für Chlorzink u. s. w. Das Aequivalent eines zusammengesetzten Körpers ist stets die Summe der Aequivalente seiner Bestandtheile; so ist z. B. das Aequivalent für

Kali	KO = 589	Zinkoxyd	Zn O = 507
Natron . . .	NaO = 387,4	Schwefelzink . .	Zn S = 607 u. s. w.

Es kommt häufig vor, daß zwei einfache Stoffe sich in mehreren bestimmten Verhältnissen verbinden, alsdann aber sind die Mischungsgewichte der in solchen Verbindungen enthaltenen Bestandtheile einfache Multipla der einfachen Aequivalente. So verbinden sich z. B. 200 Gew.-Thle. Schwefel mit 200 Gew.-Thln. Sauerstoff zu schwefliger Säure und mit 300 Gew.-Thln. Sauerstoff zu Schwefelsäure.

Die schweflige Säure besteht also aus 1 Aeq. Schwefel und 2 Aeq. Sauerstoff, die Schwefelsäure aus 1 Aeq. Schwefel und 3 Aeq. Sauerstoff. Es ist demnach das chemische Zeichen für schweflige Säure SO_2, für Schwefelsäure

SO_3, indem man mit O_2 und O_3 zwei und drei Aequivalente Sauerstoff bezeichnet. Das chemische Aequivalent der schwefligen Säure ist 400, das der Schwefelsäure ist 500.

Ebenso giebt es mehrere Verbindungen von Kohlenstoff und Sauerstoff, nämlich:

Kohlenoxydgas . . .	CO	$= 175$
Kohlensäure	CO_2	$= 275$;

ferner giebt es mehrere Verbindungen von Stickstoff und Sauerstoff, nämlich:

Stickstoffoxydul . . .	NO	$= 275$
Stickstoffoxyd	NO_2	$= 375$
Salpetrige Säure . .	NO_3	$= 475$
Untersalpetersäure . .	NO_4	$= 575$
Salpetersäure . . .	NO_5	$= 675$.

In der Salpetersäure sind also auf jedes Aequivalent Stickstoff 5 Aeq. Sauerstoff enthalten, oder mit anderen Worten, die Salpetersäure besteht aus 175 Gew.-Thln. Stickstoff und 500 Gew.-Thln. Sauerstoff.

Die meisten Verbindungen des Sauerstoffs mit den nichtmetallischen Elementen sind Säuren; die Verbindungen des Sauerstoffs mit Metallen werden dagegen Oxyde genannt; sie gehören meist einer Classe von Verbindungen an, welche die Chemiker Basen nennen, deren Eigenschaften aber hier nicht weiter besprochen werden können.

Die binären, d. h. die aus zwei Elementen zusammengesetzten Körper gehen unter einander weitere Verbindungen ein; so verbinden sich z. B. die Säuren und Basen zu Salzen, und auch diese Verbindungen stehen unter dem Gesetz der Aequivalente. Auch hier ist das chemische Aequivalent eines zusammengesetzten Körpers stets die Summe der Aequivalente seiner Bestandtheile.

So ist z. B.

Salpetersaures Kali. . .	$NO_5 + KO$	$= 1264$
Salpetersaures Natron . .	$NO_5 + NaO$	$= 1062,4$
Salpetersaures Zinkoxyd .	$NO_5 + ZnO$	$= 1182$.

Statt die chemische Formel für Säure und Basis durch + zu verbinden, setzt man auch ein Komma zwischen beide, es ist also $NO_5 + KO = NO_5, KO$, ferner ist

Schwefelsaures Natron . .	SO_3, NaO	$= 887,4$
Kohlensaures Natron . .	CO_2, NaO	$= 662,4$.

Das schwefelsaure Natron verbindet sich mit 10 Aeq. Wasser zu krystallisirtem Glaubersalz; es ist also

Glaubersalz $= SO_3, NaO + 10 HO = 887,4 + 1125 = 2012,4$.

In 2012,4 Gew.-Thln. Glaubersalz sind also auf 1400 Gew.-Thle. (14 Aeq.) Sauerstoff, 125 Gew.-Thle. (10 Aeq.) Wasserstoff, 200 Gew.-Thle. (1 Aeq.) Schwefel und 287,4 Gew.-Thle. (1 Aeq.) Natrium enthalten.

Diese Beispiele mögen genügen, um das Gesetz der chemischen Aequivalente zu erläutern.

Es ist klar, daß es bei Feststellung der chemischen Aequivalente nur auf das Verhältniß, nicht auf den absoluten Zahlenwerth derselben ankommt; der absolute Zahlenwerth ändert sich nämlich, wenn man eine andere Einheit zu Grunde legt. Setzt man das Aequivalent des Wasserstoffs = 1, so ist:

O = 8	Cl = 35,4
N = 14	Zn = 32,5
S = 16	K = 39 u. s. w.

Nimmt man an, daß, wenn 1 Aeq. eines Stoffes mit 1 Aeq. eines andern verbunden ist, die Verbindung auch gleich viel Atome von jedem Bestandtheile enthält, so geben obige Aequivalentzahlen auch das Gewichtsverhältniß der verschiedenen Atome an, und man kann in dieser Voraussetzung jene Zahlen auch **Atomgewichte** nennen.

Nimmt man z. B. an, daß im Zinnober immer 1 Atom Schwefel mit 1 Atom Quecksilber verbunden sei, so ist klar, daß sich alsdann auch das Gewicht von 1 Atom Schwefel zum Gewicht von 1 Atom Quecksilber verhalten müsse wie 200 : 1250.

In diesem Sinne werden dann auch die Zahlen, wie sie in der Tabelle auf Seite 5 enthalten sind, **Atomgewichte** genannt. Nur für einige gasförmige Körper nimmt man das Atomgewicht nur halb so groß als das chemische Aequivalent, und zwar aus folgenden Gründen.

Wenn man Wasser mit Hülfe der galvanischen Säule in seine Bestandtheile zerlegt, so erhält man stets 1 Volumen Sauerstoffgas auf 2 Volumina Wasserstoffgas und umgekehrt verbinden sich 2 Volumina Wasserstoffgas mit 1 Volumen Sauerstoffgas zu Wasser. Nimmt man nun an, daß 1 Volumen Sauerstoffgas so viel Atome enthält wie 1 Volumen Wasserstoffgas, so würde daraus folgen, daß im Wasser immer 2 Atome Wasserstoff auf 1 Atom Sauerstoff enthalten sind, und wenn also das Gewicht von 1 Atom Sauerstoff mit 100 bezeichnet wird, so wäre das Gewicht von 2 Atomen Wasserstoff gleich 12,5 und das Atomgewicht des Wasserstoffs 6,25.

Da sich 1 Volumen Wasserstoffgas mit 1 Volumen Chlorgas zu Salzsäure verbindet, so muß das Atomgewicht des Chlors gleichfalls halb so groß genommen werden, als das oben angegebene chemische Aequivalent des Chlors.

Ebenso wird auch das Atomgewicht des Stickstoffs halb so groß angenommen als sein Aequivalent.

Aufgaben. 1. Wie viel weißen Marmor (kohlensauren Kalk) hat man nöthig, um durch Einwirkung von Salzsäure 500 Gramm Kohlensäure aus demselben zu entwickeln? (Kohlensaurer Kalk ist $CO_2 + CaO$.)

2. Wie viel Blei ist in einem Centner Bleiglanz (Schwefelblei PbS) enthalten?

3. Wenn man verdünnte Schwefelsäure auf Zink gießt, so wird das Wasser zersetzt; der Sauerstoff des Wassers verbindet sich mit dem Zink zu

Zinkoxyd, welches mit der Schwefelsäure der Lösung schwefelsaures Zinkoxyd ($SO_3 + ZnO$) bildet, während Wasserstoffgas entweicht. Wie viel Zink muß nun oxydirt werden, um 500 Gramm Wasserstoffgas zu entwickeln?

4. Wie viel Chlor ist in 1 Pfund Kochsalz ($Cl\,Na$) enthalten?

5. Wie viel Zink, wie viel Schwefel und wie viel Sauerstoff ist in 1 Kilogramm Zinkvitriol ($SO_3, ZnO + 7\,HO$) enthalten?

6. Wie groß ist das Aequivalent des Phosphors, des Kohlenstoffs, des Silbers, des Quecksilbers, des Kupfers, des Bleies, des Eisens, des Mangans, des Calciums und des Natriums, wenn man das Aequivalent des Wasserstoffs zur Einheit nimmt?

7. Man hat 1 Kilogramm krystallisirtes kohlensaures Natron ($NaO, CO_2 + 10\,HO$) in Wasser aufgelöst. Wie viel Schwefelsäure vom specifischen Gewicht 1,785 ($SO_3 + 2\,HO$) muß man zusetzen, um alle Kohlensäure auszutreiben? Wie viel Glaubersalz ($SO_3, NaO + 10\,HO$) befindet sich nach dem Austreiben der Kohlensäure in der Lösung?

8. Einer Lösung von kohlensaurem Natron muß man 56 Gramm Schwefelsäure vom specifischen Gewicht 1,785 zusetzen, um alle Kohlensäure auszutreiben; wie viel Kohlensäure und wie viel Natron enthielt die Lösung?

9. Wenn man einer Lösung von salpetersaurem Silberoxyd eine Lösung von Kochsalz (Chlornatrium) zusetzt, so entsteht ein weißer Niederschlag von Chlorsilber. Geschieht der Zusatz der Kochsalzlösung allmälig (zuletzt tropfenweise), so kann man genau den Punkt treffen, wo eben alles Silber ausgeschieden ist, wo der nächste Tropfen Kochsalzlösung, den man zusetzt, keinen Niederschlag von Chlorsilber mehr bewirkt. Kennt man nun das Quantum Kochsalzlösung, welches man zusetzen mußte, um diesen Punkt zu erreichen, und den Kochsalzgehalt der Lösung, so kann man aus diesen Daten berechnen, wie viel Silber in der Lösung war. Nehmen wir an, 100 Kubikcentimeter Kochsalzlösung enthalten gerade 5 Gramm reines Chlornatrium; man habe von dieser Kochsalzlösung 253 Kubikcentimeter nöthig gehabt, um aus einer Lösung von salpetersaurem Silberoxyd alles Silber zu fällen; wie viel Silber war in dieser Lösung ursprünglich enthalten?

10. Wie viel Kupfer ist in 1500 Gramm krystallisirten **Kupfervitriols** ($CuO, SO_3 + 5\,HO$) enthalten?

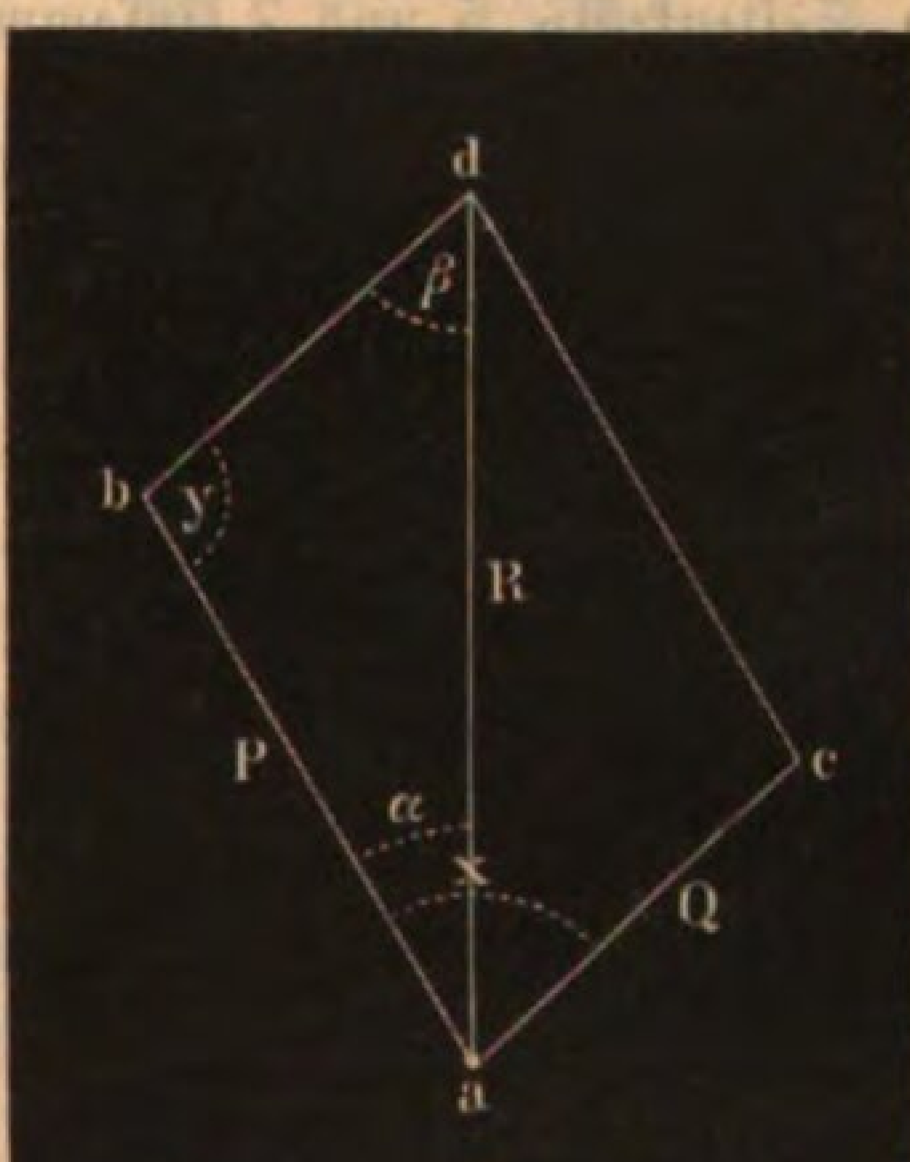
11. Wie viel Schwefel ist in 1 Centner **Eisenkies** (Zweifach-Schwefeleisen, $Fe_2\,S_2$) enthalten?

Erstes Capitel.

Vom Gleichgewicht der Kräfte.

Das Parallelogramm der Kräfte. Da man die Resultirende zweier gegebener Kräfte, welche auf einen materiellen Punkt wirken, durch eine geometrische Construction finden kann, so muß man sie nach denselben Principien auch durch Rechnung finden können. — Nehmen wir an, daß auf den Punkt a (Fig. 1) zwei Kräfte P und Q wirken, welche sich verhalten wie die Linien ab und ac, während ihre Richtungen den Winkel x mit einander machen, so ist die Resultirende, dem §. 16 des Grundrisses zufolge, durch die Diagonale ad dargestellt, die wir mit R bezeichnen wollen. ad ist aber eine Seite des Dreiecks abd, folglich ist, einem bekannten trigonometrischen Satz zufolge (Ebene Trigonometrie, S. 33): §. 3. (Zu §. 16 d. Gr.)

Fig. 1.



$$ad^2 = ab^2 + bd^2 - 2\,ab\,.\,bd\,.\,\cos y$$

oder

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2\,P\,.\,Q \cos y,$$

wenn man mit y den Winkel dba bezeichnet. Nun aber ist $y = 180^0 - x$, also $\cos y = -\cos x$, folglich

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2\,PQ \cos x \ldots (1)$$

Es sei z. B. $P = 3$, $Q = 2$ und der Winkel x gleich 75^0, so ergiebt sich

$$R^2 = 9 + 4 + 2\,.\,3\,.\,2\,.\cos 75^0$$

$$R^2 = 13 + 12\,.\,0{,}259 = 16{,}1,$$

mithin

$$R = 4.$$

Ist einmal die Größe der Resultirenden mit Hülfe der Gleichung (1) ermittelt, so kann man leicht auch die Winkel berechnen, welche die Resultirende

mit den Seitenkräften macht. Bezeichnen wir den Winkel bad mit α, so ergiebt sich aus dem Dreieck abd (Ebene Trigonometrie, S. 31):

$$R : Q = \sin y : \sin \alpha,$$

also

$$\sin \alpha = \frac{Q \sin y}{R},$$

oder

$$\sin \alpha = \frac{Q \sin x}{R},$$

da $\sin x = \sin (180 - x)$ ist. Für unser obiges Beispiel ergäbe sich also:

$$\sin \alpha = \frac{2 \sin 75^0}{4} = 0{,}5 \,.\, 0{,}966 = 0{,}483,$$

mithin

$$\alpha = 28^0\ 53'.$$

Bezeichnen wir mit β den Winkel, welchen Q mit R macht, so ist $\beta = x - \alpha$, also in unserem Falle:

$$\beta = 75^0 - 28^0\ 73' = 46^0\ 7'.$$

Aufgaben. 1. Auf einen materiellen Punkt wirken zwei Kräfte 8 und 5, welche einen Winkel von 45⁰ mit einander bilden, wie groß ist ihre Resultirende und welchen Winkel macht sie mit der kleineren der beiden Seitenkräfte?

2. Die Resultirende zweier auf einen Punkt wirkender Kräfte 5 und 7 ist gleich 9; welchen Winkel machen die Seitenkräfte mit einander?

3. Unter welchem Winkel müssen die Seitenkräfte 5 und 7 zusammenwirken, wenn ihre Resultirende gleich 4 sein soll.

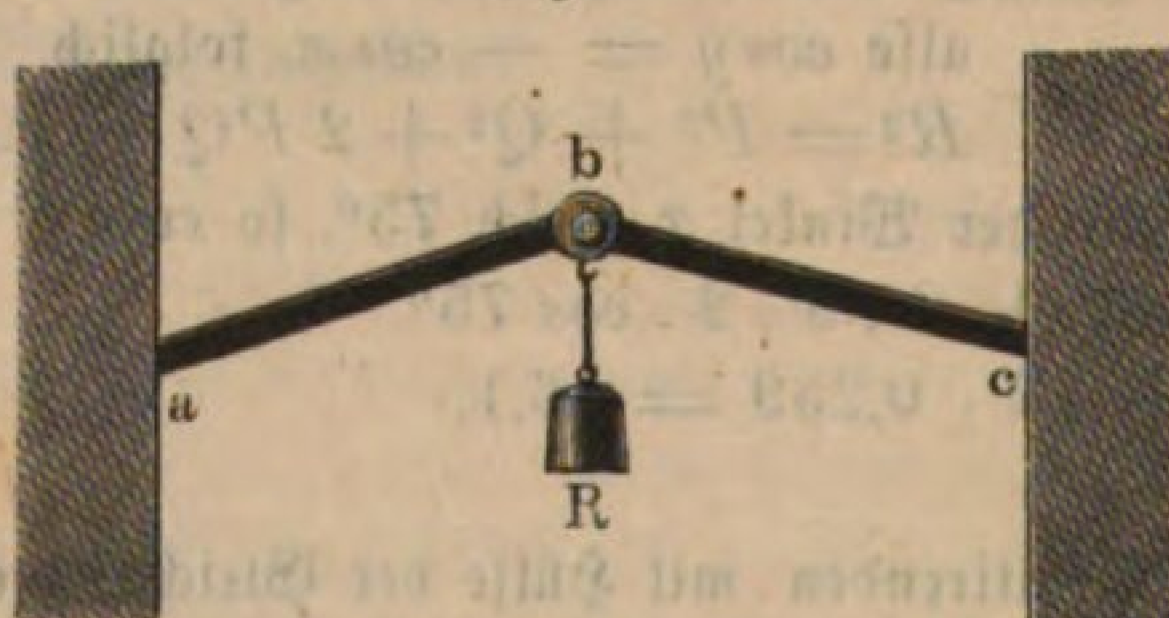
4. Jede der beiden Seitenkräfte sei gleich 5, der Winkel, welchen sie mit einander machen, sei 63⁰; wie groß ist die Resultirende?

5. Jede der beiden Seitenkräfte sei 5; unter welchem Winkel müssen sie zusammenwirken, wenn ihre Resultirende gleich 8, unter welchem Winkel, wenn die Resultirende gleich 2 sein soll?

6. Wie groß müssen zwei gleiche Seitenkräfte sein, deren Resultirende gleich 8 sein soll, wenn sie unter einem Winkel von 50⁰ auf einen materiellen Punkt wirken?

§. 4. **Das Knie.** Wenn zwischen zwei festen Wänden zwei Stangen ab und bc so eingesetzt sind, daß sie, bei b durch ein Gelenk verbunden, einen sehr stumpfen Winkel mit einander machen, so wird eine kleine Kraft R, welche, den stumpfen Winkel abc halbirend, in b angreift, einen sehr starken Druck der beiden Stangen gegen die Widerlagen veranlassen.

Fig. 2.



Offenbar ist hier R die Resultirende zweier Seitenkräfte, welche in der Richtung ba und bc wirken.

Da in unserem Falle diese beiden Seitenkräfte gleich sind, so haben wir nach Gleichung (1) auf Seite 9, worin jede dieser Seitenkräfte gleich P gesetzt wird:

$$R^2 = 2 \cdot P^2 \, (1 + \cos x),$$

wenn x den Winkel $a\,b\,c$ bezeichnet, wonach

$$P = \frac{R}{\sqrt{2\,(1 + \cos x)}}.$$

Aufgabe. Wie groß ist der Werth von P, wenn $R = 25$ Pfund ist, für einen Winkel $x = 170$, $x = 175$, $x = 178$?

Eine nach diesem Princip construirte Vorrichtung, welche dazu dient, mittelst einer geringen Kraft einen starken Druck hervorzubringen, wird ein **Knie** oder auch eine **Kniehebelpresse** genannt. Man hat das Knie bei Prägmaschinen, Oelpressen, Buchdruckerpressen u. s. w. in Anwendung gebracht.

Fig. 3.

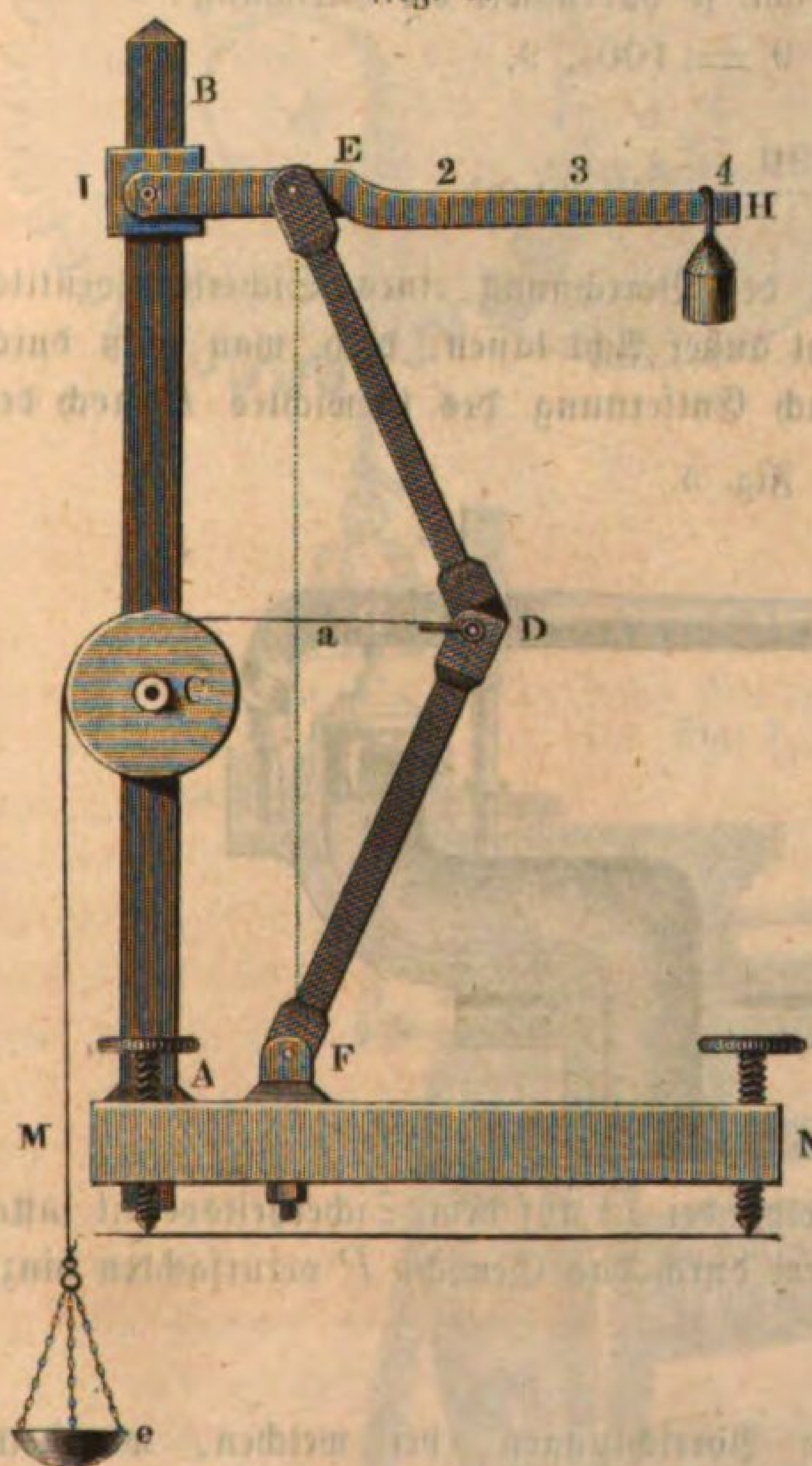


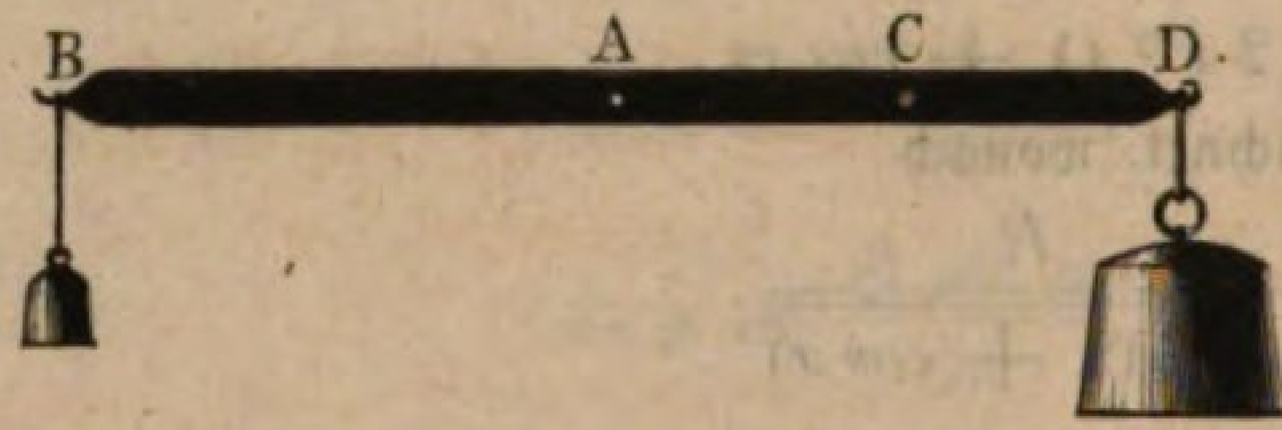
Fig. 3 zeigt eine Vorrichtung, welche dazu dient, das Princip des Knies experimentell anschaulich zu machen. Näheres über diesen Apparat in **Frick's** physikalischer Technik.

Der Hebel. Die in den Paragraphen 18 bis 20 besprochenen Verhältnisse sind so einfach, daß sie keiner weiteren erläuternden Beispiele bedürfen; es war aber dort nur von gewichtlosen Hebeln die Rede, welche in der Praxis nicht vorkommen können, wir müssen deshalb hier noch den Einfluß des Gewichtes der Hebelstange auf die Gleichgewichtsverhältnisse betrachten. §. 5. (Zu §. 18 bis 20 d. Gr.)

Wenn der Drehpunkt des materiellen Hebels mit dem Schwerpunkt zusammenfällt, so ist das Gewicht desselben ohne Einfluß auf die Kräfte, welche sich an demselben das Gleichgewicht halten sollen, man kann also in dieser Beziehung den Hebel als gewichtlos betrachten; wenn aber der Schwerpunkt des Hebels nicht mit seinem Stützpunkt zusammenfällt, so muß man das in dem

Schwerpunkt vereinigt gedachte Gewicht des Hebels noch als eine am Hebel angreifende Kraft in Rechnung bringen.

Fig. 4.



Es stelle z. B. Fig. 4 eine 10 Pfd. schwere Eisenstange vor, welche sich um die Axe bei C drehen kann. Der Hebelarm CD sei 9 Zoll, CB sei 27 Zoll und der Schwerpunkt A der Stange liege 9 Zoll von C entfernt. Wenn nun bei D ein Gewicht von 100 Pfund angehängt wird, wie viel Gewicht muß man in B anhängen, um das Gleichgewicht herzustellen? Bezeichnen wir mit x das in B anzuhängende Gewicht, so haben wir die Gleichung:

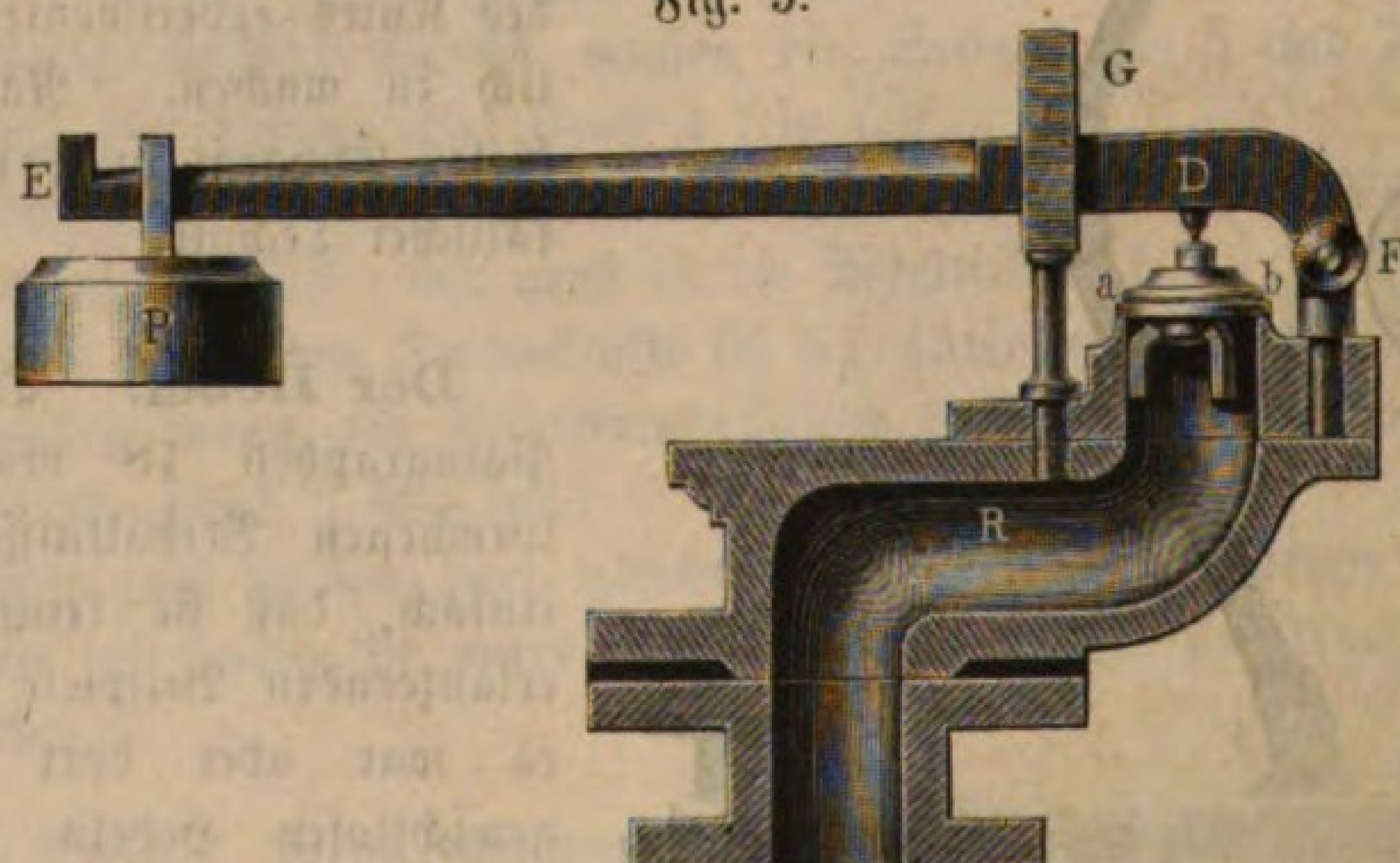
$$27 \,.\, x + 10 \,.\, 9 = 100 \,.\, 9,$$

also

$$x = \frac{900 - 90}{27} = 30 \text{ Pfund.}$$

So darf man denn auch bei der Berechnung eines Sicherheitsventils, Fig. 5, das Gewicht des Hebels nicht außer Acht lassen, d. h. man muß durch den Versuch ermitteln, wie groß nach Entfernung des Gewichtes P noch der

Fig. 5.



Druck ist, mit welchem der Hebel selbst bei D auf dem Sicherheitsventil lastet und diesen Druck dann stets zu dem durch das Gewicht P verursachten hinzu addiren.

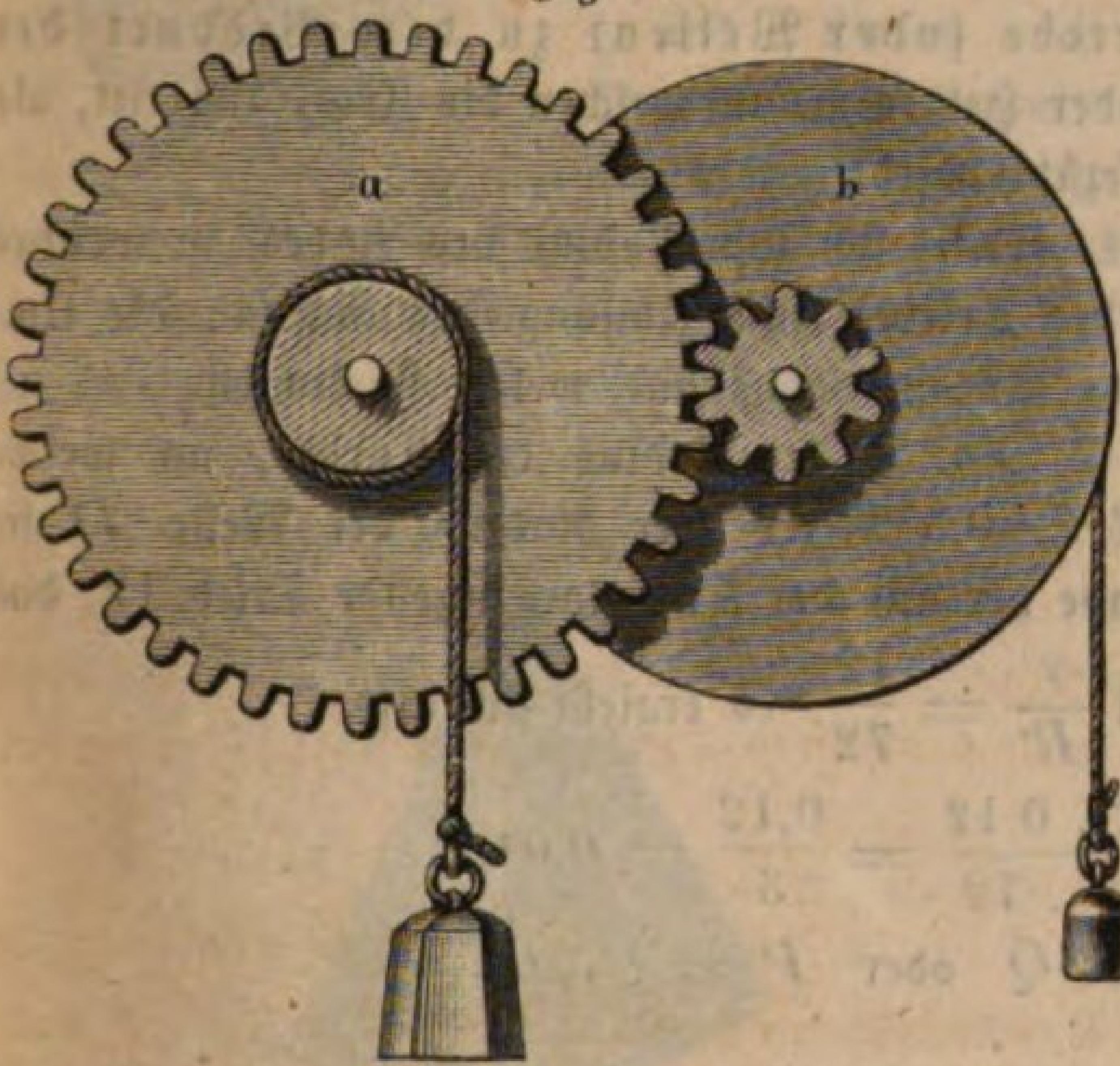
§. 6. (Zu §. 21 d. Gr.) **Räderwerke.** Bei solchen Vorrichtungen, bei welchen, wie beim Haspel, bei der Winde u. s. w., einer am Umfang einer Welle wirkenden Last durch eine an einem größeren Hebelarm wirkende Kraft P das Gleichgewicht gehalten werden soll, besteht den Hebelgesetzen zufolge zwischen Kraft und Last die Beziehung

$$P = \frac{r}{R}\, Q,$$

wenn r den Radius der Welle und R den Hebelarm bezeichnet, an welchem die Kraft wirkt. Mit derselben Kraft P kann man also eine um so größere Last Q heben, je kleiner r und je größer R ist.

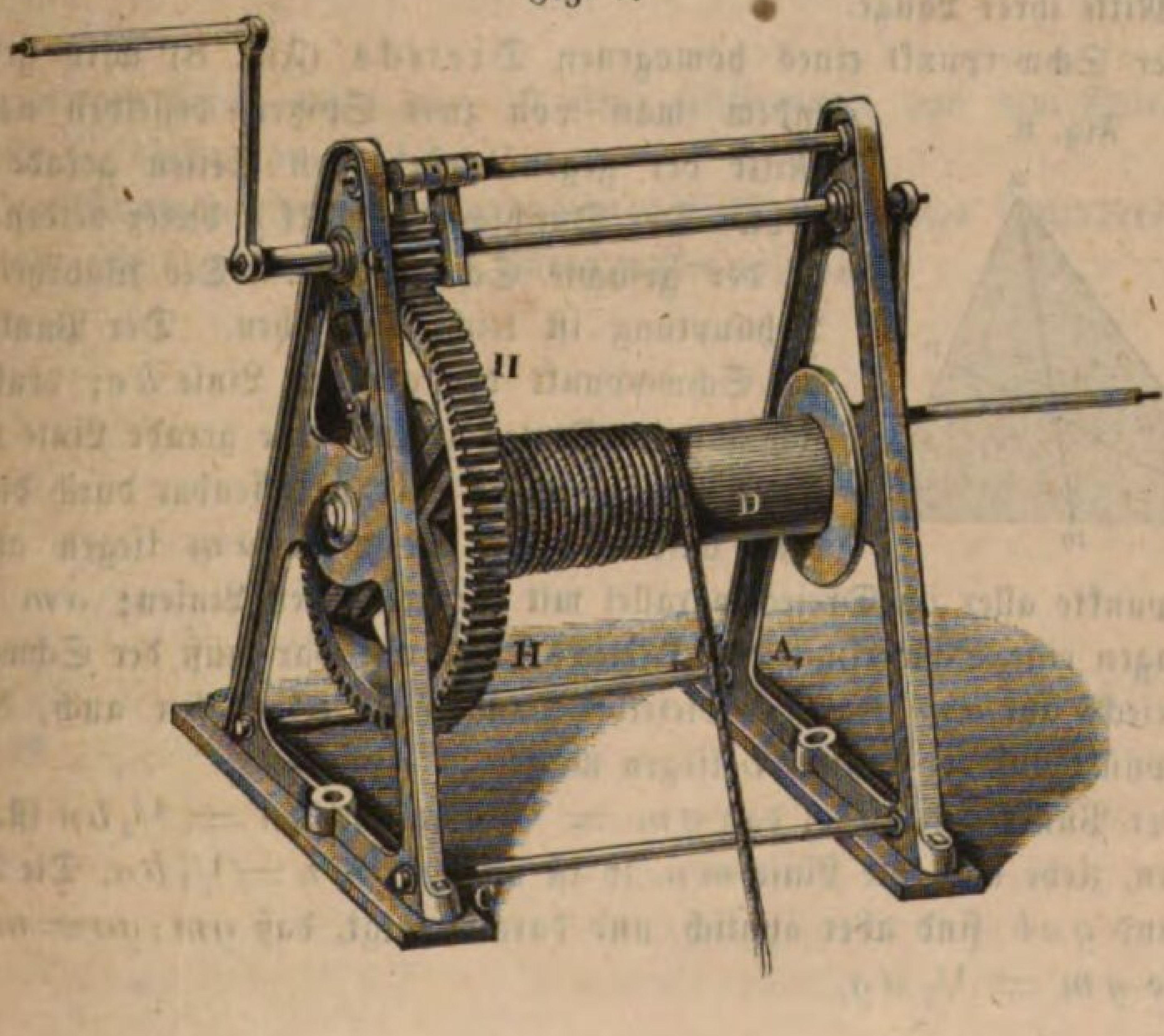
In der Praxis kann man aber r weder beliebig verkleinern, noch R beliebig vergrößern, denn durch Verkleinerung von r wird die Tragkraft der Welle vermindert und eine Vergrößerung von R über gewisse Grenzen hinaus ist nicht allein unbequem, sondern auch in vielen Fällen wegen beschränkter Localitäten oder (wie beim Haspel) wegen der Körperdimensionen des Arbeiters unmöglich.

Fig. 6.



Um eine stärkere Uebersetzung zu erzielen, d. h. um mit derselben Kraft eine größere Last heben zu können, als es mit einem einfachen Haspel möglich ist, werden Zahnräder angewandt, deren eine größere Zahl in ähnlicher Weise verbunden werden kann, wie es für zwei Räder durch Fig. 6, oder durch die Hebevorrichtung Fig. 7 erläutert ist. Bezeichnen wir mit R den Hebelarm, an welchen die Kraft angreift, mit r den Radius des auf

Fig. 7.



derselben Axe sitzenden Triebes, ferner mit R' und r', R'' und r'' u. s. w. die Radien des Rades und des Triebes, welche auf der zweiten, dritten u. s. w. Axe sitzen, mit R_n und r_n endlich die Radien des letzten Zahnrades und der Welle, an welcher die Last hängt, so hat man, wie leicht abzuleiten ist:

$$\frac{P}{Q} = \frac{r \,.\, r' \,.\, r'' \,.\,.\,.\, r_n}{R \,.\, R' \,.\, R'' \,.\,.\,.\, R_n},$$

wenn wie bisher P die Kraft und Q die Last bezeichnet. Es verhält sich also an einem solchen Räderwerk die Kraft zur Last wie das Product der Radien aller Triebe (oder Wellen) zu dem Product der Radien aller Räder (wenn der Hebelarm, an welchen die Kraft angreift, als der Radius des ersten Rades gezählt wird).

Der Radius eines Triebes verhält sich zum Radius des Rades, in welches er eingreift, wie der Umfang des Triebes zum Umfang des Rades; die Umfänge aber verhalten sich wie die Anzahl der Zähne, welche sie tragen.

An der Vorrichtung Fig. 7 sei z. B. der Radius der Kurbel, an welche der Arbeiter angreift, also $R = 0{,}5$ Meter, der Radius der Welle D sei $r' = 0{,}12$ Meter. Ferner habe der auf der Kurbelaxe sitzende Trieb 12, das Rad H aber 72 Zähne, so ist $\frac{r}{R'} = \frac{12}{72}$, es ergiebt sich also

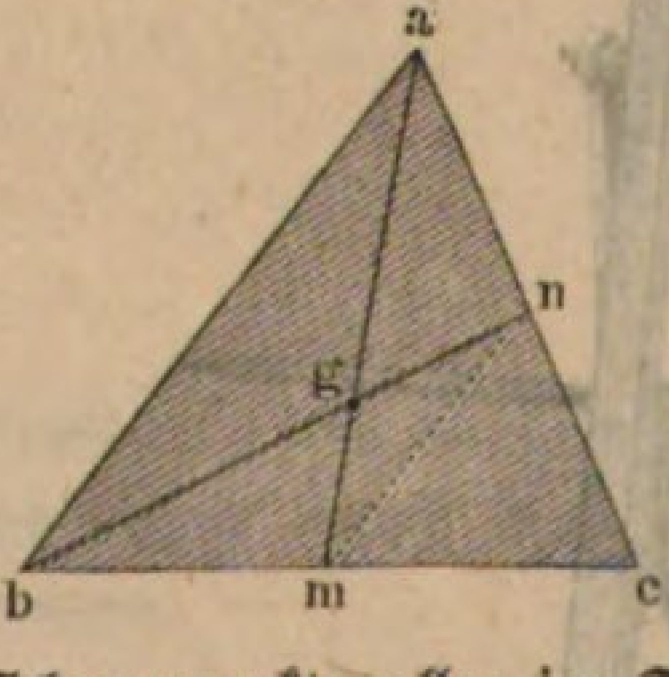
$$\frac{P}{Q} = \frac{12 \,.\, 0{,}12}{0{,}5 \,.\, 72} = \frac{0{,}12}{3} = 0{,}04$$

$$P = 0{,}04\, Q \quad \text{oder} \quad P = \tfrac{1}{25}\, Q.$$

§. 7. (Zu §. 25 d. Gr.) **Schwerpunkt.** Der Schwerpunkt einer geraden Linie liegt offenbar in der Mitte ihrer Länge.

Der Schwerpunkt eines homogenen Dreiecks (Fig. 8) wird gefunden, indem man von zwei Spitzen desselben nach der Mitte der gegenüberstehenden Seiten gerade Linien zieht. Der Durchschnittspunkt g dieser beiden Linien ist der gesuchte Schwerpunkt. Die Wahrheit dieser Behauptung ist leicht einzusehen. Der Punkt m ist der Schwerpunkt der geraden Linie bc; denkt man sich nun im Dreieck irgend eine gerade Linie parallel mit bc gezogen, so wird sie offenbar durch die Linie am halbirt; auf der Linie am liegen also die Schwerpunkte aller im Dreieck parallel mit bc gezogenen Linien; am ist also so zu sagen eine Schwerlinie des Dreiecks, und offenbar muß der Schwerpunkt des Dreiecks auf am liegen. Dieselbe Schlußweise zeigt aber auch, daß der Schwerpunkt auf der Linie nb liegen müsse.

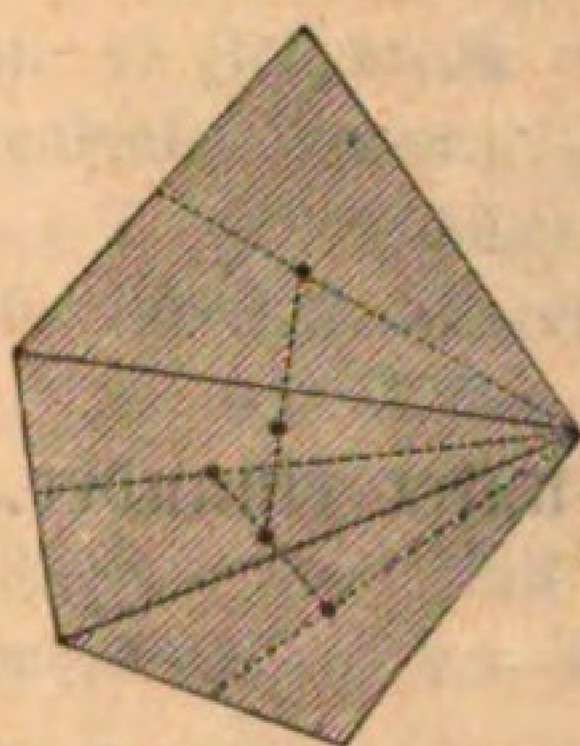
Fig. 8.



Der Punkt g liegt so, daß $gm = \frac{1}{3}\,am$ und $gn = \frac{1}{3}\,bn$ ist. Dies zu zeigen, ziehe man die Linie mn, so ist offenbar $mn = \frac{1}{2}\,ba$. Die Dreiecke gmn und gab sind aber ähnlich, und daraus folgt, daß $gm : ga = mn : ba$, daß also $gm = \frac{1}{2}\,ag$.

Der Schwerpunkt eines Polygons (Fig. 9) wird gefunden, wenn man es in Dreiecke zerlegt und den Schwerpunkt eines jeden bestimmt. Da nun die in den Schwerpunkten dieser Dreiecke angreifenden Kräfte dem Flächeninhalte der Dreiecke proportional sind, so hat man nur noch nach den bekannten Regeln die Resultirende dieser Kräfte zu suchen.

Fig. 9.



Der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide (Fig. 10) wird gefunden, wenn man von den Spitzen g und a Linien nach den Schwerpunkten h und k der gegenüberstehenden Dreiecke zieht. Der Durchschnittspunkt g'' dieser beiden Linien ist der Schwerpunkt der Pyramide. Es ist leicht zu beweisen, daß $g''h = \frac{1}{4} hg$ ist.

Der Schwerpunkt eines Kegels (Fig. 11) von kreisförmiger Basis liegt auf der geraden Linie, welche von der Spitze nach dem Mittelpunkte der Basis

Fig. 10.

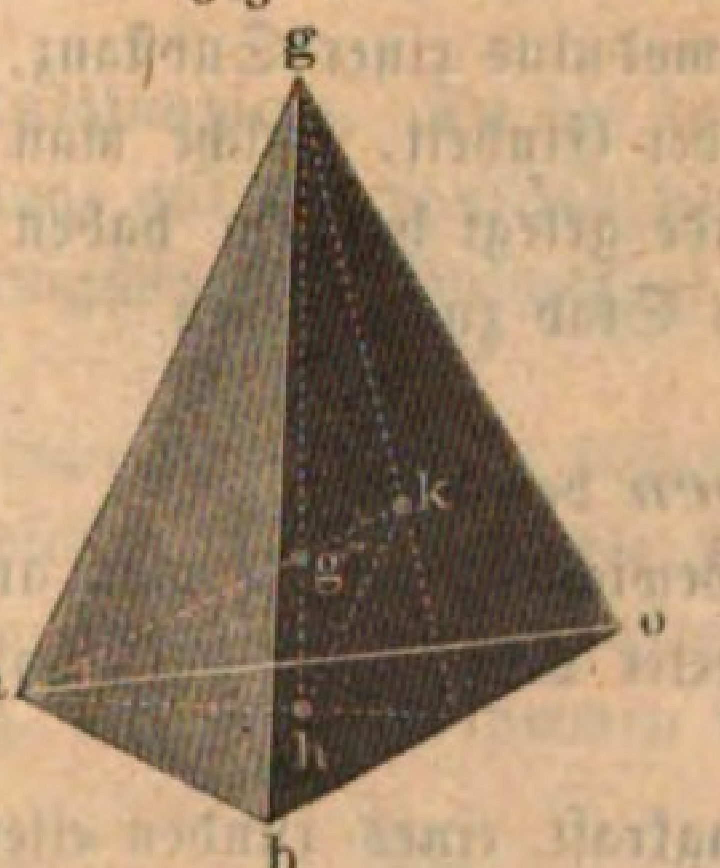


Fig. 11.



gezogen werden kann, und zwar ist seine Entfernung von dem Mittelpunkte der Basis $\frac{1}{4}$ dieser ganzen Höhe.

Der Schwerpunkt einer regelmäßigen Ecksäule, eines Cylinders, einer Kugel fällt mit dem geometrischen Mittelpunkte zusammen.

Zweites Capitel.

Gleichgewicht der Theilchen fester Körper unter einander.

---

§. 8. (Zu §. 31 d. Gr.) Die in der Tabelle auf Seite 54 des Grundrisses mitgetheilten Zahlen werden gewöhnlich als **Festigkeitsmodulus** der entsprechenden Substanzen bezeichnet. Sie geben an, bis zu welchem Gewicht man die an einen Stab von der in der ersten Columne genannten Substanz und von 1 Quadratcentimeter Querschnitt angehängte Last vermehren darf, ehe er zerrissen wird.

Bezeichnen wir mit $\varkappa$ den Festigkeitsmodulus einer Substanz, mit n den Querschnitt eines Stabes, gemessen nach der Einheit, welche man bei der Bestimmung des Festigkeitsmodulus zu Grunde gelegt hat, so haben wir für das Gewicht P, welches eben hinreicht, um den Stab zu zerreißen,

$$P = n \varkappa.$$

Danach lassen sich folgende *Aufgaben* berechnen:

1. Welches ist das Minimum des Gewichtes, welches man an einen Stab von Kiefernholz, welcher 3 Quadratcentimeter Querschnitt hat, anhängen muß, um ihn zu zerreißen.

2. Welches ist die Gränze der Tragkraft eines runden eisernen Stabes von 1,2 Centimeter Durchmesser?

3. Wie dick muß ein Messingdraht sein, wenn 500 Pfund die Gränze seiner Tragkraft sein soll?

4. Welches ist die Gränze der Tragkraft für ein schmiedeeisernes Rohr, welches 5 Centimeter äußeren und 4 Centimeter inneren Durchmesser hat?

5. Ein Seil von 3 Centimeter Durchmesser riß ab, als man das angehängte Gewicht allmälig bis auf 4000 Kilogramm vermehrt hatte; welches wäre demnach der Festigkeitsmodulus für dieses Seil?

6. Ein Balken von Eichenholz, 12 Centimeter breit, 20 Centimeter hoch, ist einerseits eingemauert und ragt aus der Mauer noch 1 Meter hervor. Welche Last Q müßte man mindestens an dem freien Ende anhängen, um den Balken abzubrechen? (Nach der Formel $Q = \frac{\varkappa b h^2}{2 l}$ auf Seite 55 des Grundrisses.)

Der Festigkeitsmodulus ist natürlich eine relative Zahl, welche von der Flächeneinheit abhängt, mit welcher der Querschnitt gemessen wird. Nach den auf Seite 54 gegebenen Werthen des Festigkeitsmodulus kann man leicht den Werth desselben für jede der genannten Substanzen berechnen, wenn man den preußischen Quadratzoll zur Flächeneinheit und das Pfund (zu 500 Gramm)

zur Gewichtseinheit wählt, d. h. man kann nach den auf Seite 54 gegebenen Zahlen leicht berechnen, wie viel Pfunde eben nöthig sind, um einen Stab der genannten Substanzen zu zerreißen, welcher 1 Quadratzoll preuß. Querschnitt hat. (1 Zoll preuß. = 2,6 Centimeter, also 1 preuß. Quadratzoll = 6,76 Quadratcentimeter.)

7. Der Schüler führe die hier angedeutete Reduction für alle in der Tabelle auf Seite 54 enthaltenen Substanzen aus.

8. Ein Balken von Kiefernholz, welcher 5 Zoll preuß. breit, 1 Fuß hoch ist, ist an seinen beiden Enden eingemauert. Das zwischen den beiden Mauern befindliche freie Stück des Balkens ist 18 Fuß lang. Welche Last müßte man mindestens auf der Mitte dieses Balkens auflegen, um ihn zu zerbrechen? $\left(\text{Nach der Formel } Q = \frac{\varkappa b h^2}{l}\right)$.

Da man es hier mit preußischem Maaß zu thun hat, so hat man für $\varkappa$ den nach der Aufgabe (7) berechneten Werth des Festigkeitsmodulus in Rechnung zu bringen.

Krystallisation. Da die äußere Gestalt der Krystalle in dem innigsten Zusammenhange mit den physikalischen Eigenschaften der Körper steht, so wollen wir hier wenigstens die Grundzüge der krystallographischen Symmetriegesetze betrachten. §. 9. (Zu §. 33 d. Gr.)

Wenn man zwei Krystalle desselben Stoffes untersucht, so findet man freilich keine absolute Gleichheit oder Aehnlichkeit der Gestalten im geometrischen Sinne. So haben z. B. Quarzkrystalle häufig die vollkommen regelmäßige Gestalt, Fig. 12, sehr oft kommen sie aber auch in Formen, wie Fig. 13 vor, und oft weichen sie noch weit mehr von dem normalen Habitus Fig. 12 ab. Wie aber auch die verschiedenen Quarzkrystalle verzerrt erscheinen mögen, so behalten sie doch immer einen selbst dem weniger Geübten leicht erkennbaren Grundtypus, sie bilden eine durch sechsseitige Pyramiden zugespitzte sechsseitige Säule; diese Pyramidenflächen erscheinen aber nicht immer ganz gleichmäßig ausgebildet, sie liegen nicht immer in gleicher Entfernung vom geometrischen Mittelpunkte des Krystalls; aller dieser Unregelmäßigkeiten ungeachtet sind die Winkel der entsprechenden Flächen für alle Krystallindividuen desselben Körpers stets dieselben. So ist z. B. der Winkel, den eine Säulenfläche des Bergkrystalls mit der benachbarten macht, stets 120°, der Winkel zweier neben einander liegenden Pyramidenflächen ist stets 133° 44′ u. s. w.

Fig. 12.



Fig. 13.



Wenn man die Krystallform eines Körpers beschreibt, wenn man sie zeichnet, so abstrahirt man von allen Zufälligkeiten, man betrachtet alle entsprechenden

Flächen als gleich weit vom Mittelpunkte des Krystalls liegend. Wir wollen eine solche Krystallgestalt den idealen Krystall nennen; die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf diese idealen Formen.

§. 10. **Krystallsysteme.** In jedem Krystalle kann man gewisse Richtungen unterscheiden, gegen welche die einzelnen Flächen eine symmetrische Lage haben; diese Richtungen sind die Axen. In dem Krystall Fig. 12 ist offenbar die Linie, welche die Spitzen der beiden sechsseitigen Pyramiden verbindet, eine solche Axe. Die mit g bezeichneten Säulenflächen sind dieser Axe parallel, alle Pyramidenflächen sind gleich gegen dieselbe geneigt.

Die gegenseitige Lage und das Größenverhältniß dieser Axen ist aber nicht für alle Krystalle dieselbe; man hat in dieser Beziehung sechs verschiedene Krystallsysteme zu unterscheiden.

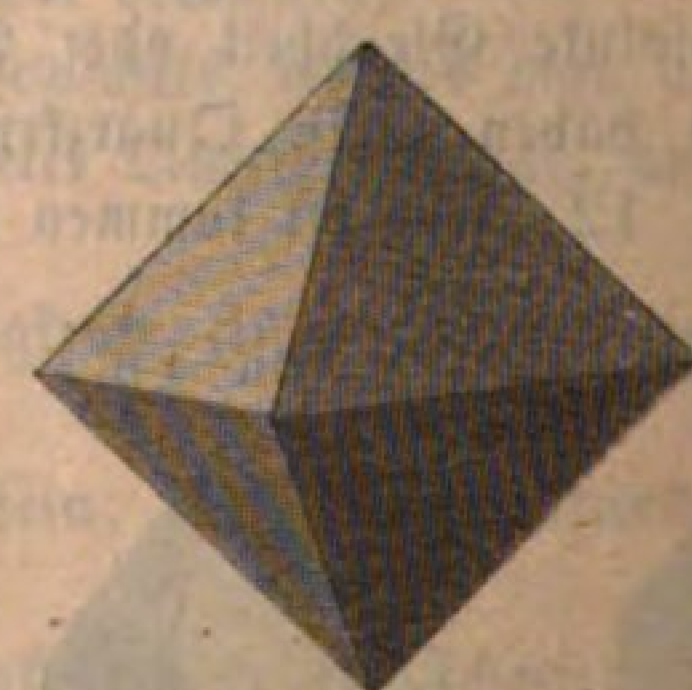
1. Das reguläre System mit drei zu einander rechtwinkligen und gleichen Axen.

Fig. 14 stellt das Axensystem des regulären Systems dar. Die drei Axen schneiden sich in dem Punkte m, und zwar steht jede derselben rechtwinklig auf der Ebene der beiden anderen. Zwei dieser Axen, ac und bd, erscheinen in unserer Figur unverkürzt, dagegen erscheint die dritte, von vorn nach hinten gerichtete Axe fg verkürzt. In der That ist $mf = ma = mb$.

Fig. 14.



Fig. 15.



Denken wir uns in jede der acht körperlichen Ecken des Axenkreuzes (Fig. 14) eine Fläche gelegt, welche gegen alle drei Axen gleich geneigt ist, also eine Fläche durch die Punkte a, f und d; eine zweite durch f, d und c; eine dritte durch f, b und a u. s. w., so entsteht das Octaëder Fig. 15, welches man als die Grundgestalt des regulären Systems betrachtet, weil man von ihm leicht alle anderen Gestalten dieses Systems ableiten kann.

Alle Ecken des regulären Octaëders sind unter einander gleich und jede Modification einer Ecke muß an allen übrigen in derselben Weise stattfinden.

Wird jedes Octaëdereck durch eine Fläche abgestumpft, welche auf der entsprechenden Axe rechtwinklig steht, so entsteht der Körper Fig. 16. Denken wir uns die Abstumpfungsflächen bis zur gegenseitigen Durchschneidung ausgedehnt, so erhält man den Würfel Fig. 17.

An dem Würfel sind wieder alle Ecken unter sich gleich; ebenso sind alle

Kanten gleichartig; und jede Modification eines Ecks oder einer Kante findet sich in derselben Weise auch an den übrigen.

Fig. 16.



Fig. 17.



Die zwölf Kanten des Octaëders sind ebenfalls einander gleich; denken wir uns jede Octaëderkante durch eine Fläche abgestumpft, welche mit der abgestumpften Kante und einer Axe parallel läuft, so entsteht der Körper Fig. 18. Wenn die Abstumpfungsflächen der Octaëderkanten bis zu ihrer gegenseitigen Durchschneidung wachsen, so entsteht das Rhombendodekaëder Fig. 19.

Fig. 18.

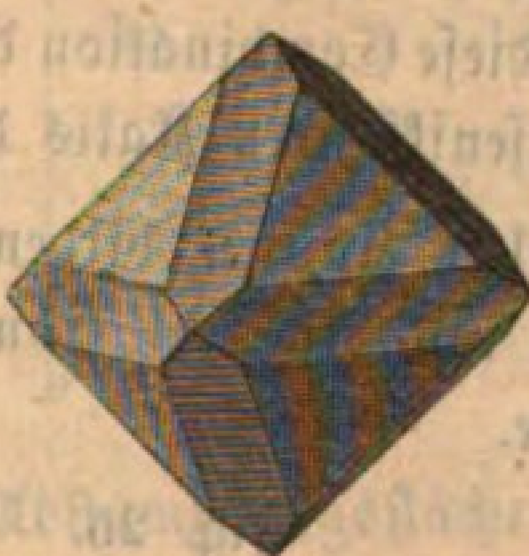
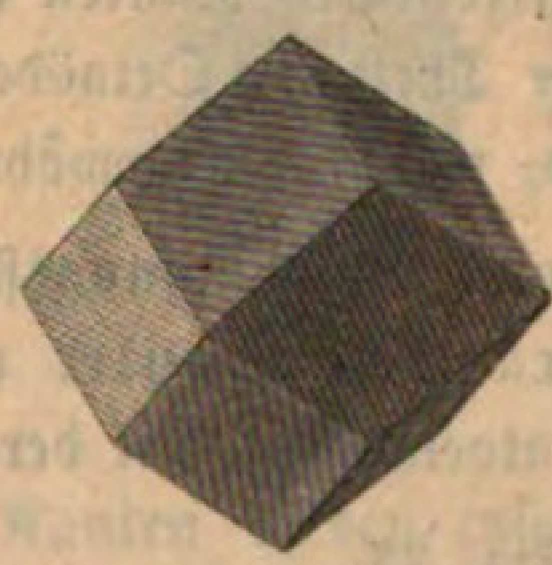


Fig. 19.



Auf ähnliche Weise lassen sich auch die übrigen Formen des regulären Systems ableiten; doch würde es uns hier zu weit führen, wenn wir alle näher betrachten wollten; das Gesagte wird schon hinreichen, um zu zeigen, daß der Charakter des regulären Systems eben darin besteht, daß alle Formen desselben in Beziehung auf die drei Axen vollkommen symmetrisch sind. Im regulären System krystallisiren Alaun, Kochsalz, Granat, Flußspath u. s. w.

2. Das quadratische System. Die Grundform dieses Systems ist ein Quadratoctaëder, Fig. 20 und Fig. 21, d. h. ein Octaëder, welches sich von dem regulären dadurch unterscheidet, daß zwei

Fig. 21.

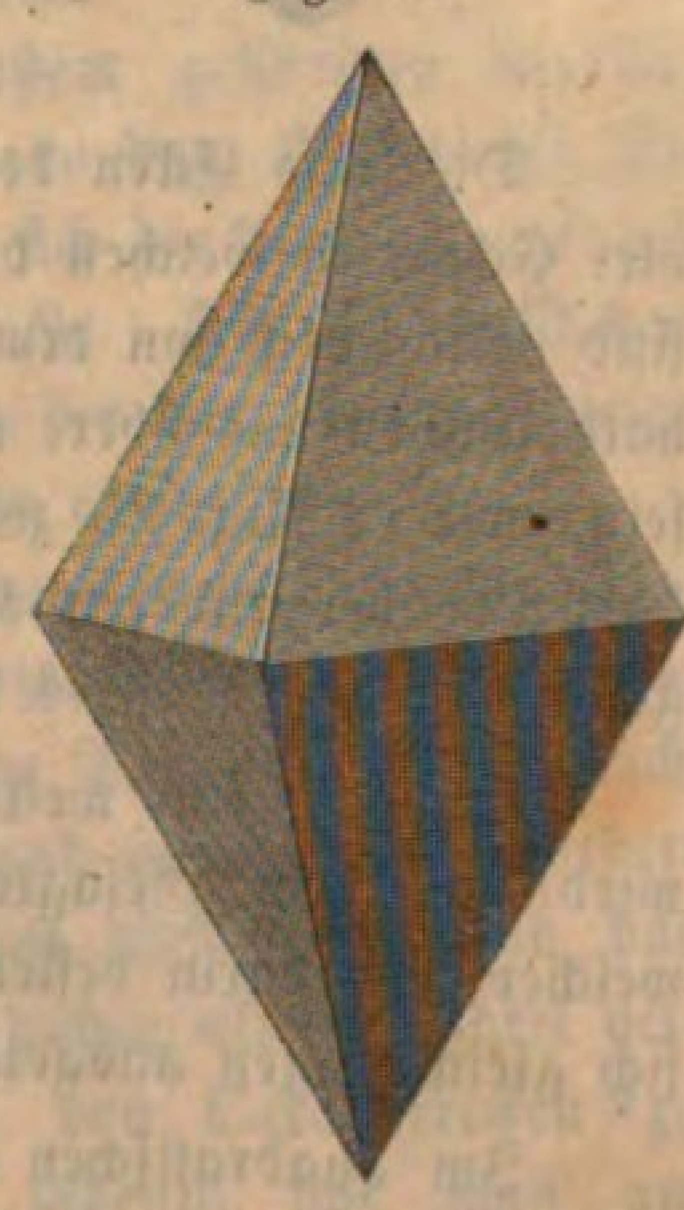


Fig. 20.

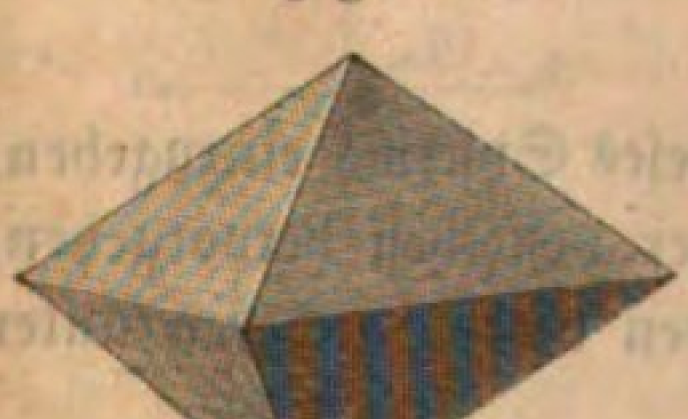
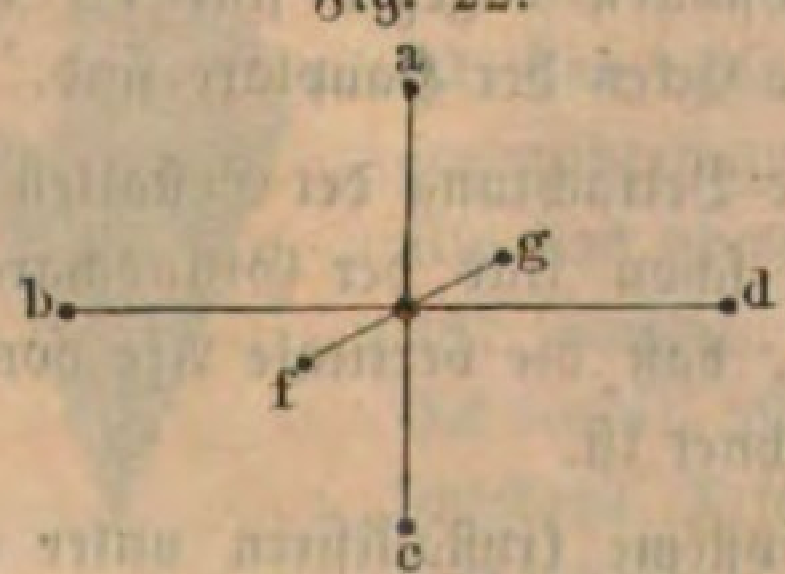


Fig. 22.



Axen unter sich, aber nicht der dritten gleich sind. Diese letztere ausgezeichnete Axe wollen wir die Hauptaxe nennen und uns dieselbe immer vertical gestellt denken.

Die Hauptaxe steht zu den beiden anderen nicht in einem rationalen Verhältniß; sie ist bald größer, bald kleiner als die horizontalen Axen; doch ist das Axenverhältniß für einen und denselben Körper stets dasselbe. Fig. 22 (a. vor. S.) stellt z. B. das Axenkreuz dar, wie es den Krystallen des arseniksauren Kalis entspricht; hier sind die Axen *fg* und *bd* einander gleich. Nimmt man die Länge dieser Axen zur Einheit, so ist für dieses Salz die verticale Axe *ac* gleich 0,66. Fig. 21 stellt die Grundform des Blutlaugensalzes dar, bei welchem die Hauptaxe größer ist als die Nebenaxen; und zwar verhält sich hier die Hauptaxe zu den Nebenaxen wie 1,77 zu 1.

Die vier horizontalen Kanten des Quadratoctaëders sind einander gleich, aber sie sind von den übrigen Kanten dieses Octaëders verschieden; die vier horizontalen Kanten können deshalb abgestumpft sein, ohne daß es die anderen sind, und so entsteht die Combination Fig. 23. Liegen die Abstumpfungsflächen der vier horizontalen Kanten der Hauptaxe verhältnißmäßig näher, so daß nur ein kleinerer Theil des Octaëders bleibt, so nimmt diese Combination den Habitus Fig. 24 an, welche die gewöhnliche Gestalt des arseniksauren Kalis darstellt.

Die vier Abstumpfungsflächen der horizontalen Kanten bilden zusammen eine quadratische Säule, und so sind Fig. 23 und Fig. 24 Combinationen des Quadratoctaëders mit der quadratischen Säule.

Fig. 23.

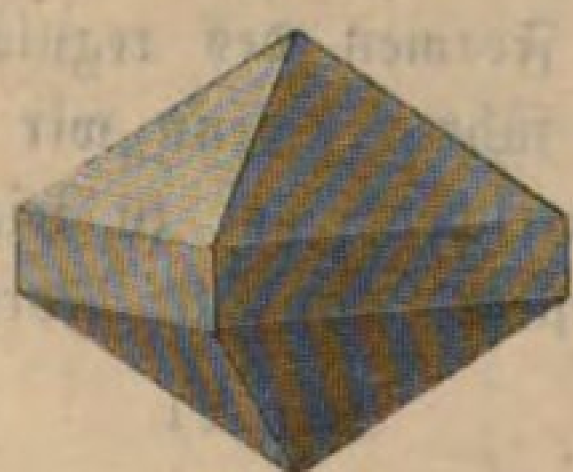


Fig. 24.

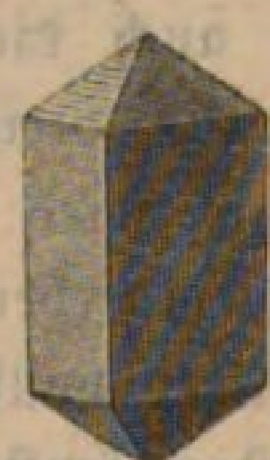
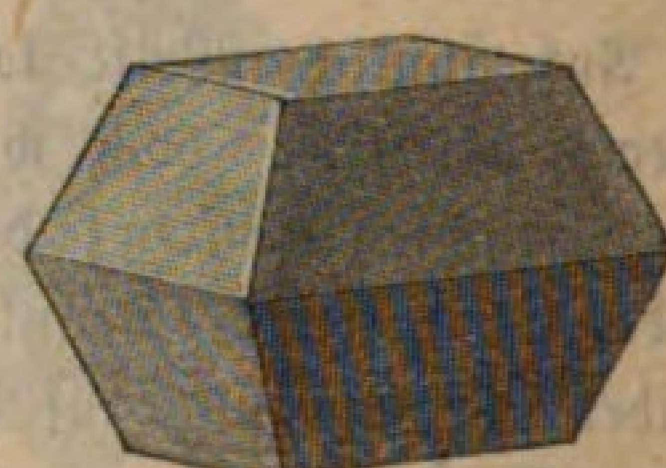


Fig. 25.



Die sechs Ecken des Quadratoctaëders sind ebenfalls nicht gleichartig; die vier Ecken, in welchen die Nebenaxen endigen, sind unter sich gleich, aber sie sind verschieden von dem Eck am obern und untern Ende der Hauptaxe. Deshalb können das obere und untere Eck des Quadratoctaëders allein abgestumpft sein, wie es Fig. 25 zeigt, welches die gewöhnliche Form des Blutlaugensalzes darstellt; bei anderen Krystallen dagegen sind die vier horizontalen Ecken abgestumpft, ohne daß es die Ecken der Hauptaxe sind.

Ohne in eine weitere Betrachtung der Gestalten dieses Systems einzugehen, wird aus dem Gesagten schon klar der Grundcharakter desselben hervorgehen, welcher eben darin besteht, daß die verticale Axe von den beiden anderen unter sich gleichartigen ausgezeichnet ist.

Im quadratischen Systeme krystallisiren unter anderen Vesuvian, Honigstein, Blutlaugensalz, schwefelsaures Nickeloxyd, saures arseniksaures Kali u. s. w.

3. Das hexagonale System mit vier Axen (Fig. 26), von denen drei, nämlich *cd*, *ef* und *hg*, in einer Ebene liegend, einander gleich sind und einen Winkel von 60 Grad mit einander machen, während die vierte ausgezeichnete Axe, die Hauptaxe, rechtwinklig auf der Ebene der drei anderen steht und ihnen ungleich ist. Bezeichnen wir mit 1 die Länge der horizontalen Nebenaxen, so ist für Bergkrystall die Länge der Hauptaxe 1,1, für Kalkspath aber 0,83. In dieses System gehören die regulären sechsseitigen Pyramiden (Fig. 27), welche in gleicher Weise als die Grundgestalt dieses Systems betrachtet werden können, wie die Octaëder der übrigen Systeme. Wenn die horizontalen Kanten dieser Pyramide durch Flächen abgestumpft sind, welche mit der Hauptaxe parallel sind, so entsteht die Combination Fig. 28.

Fig. 26.



Fig. 27.

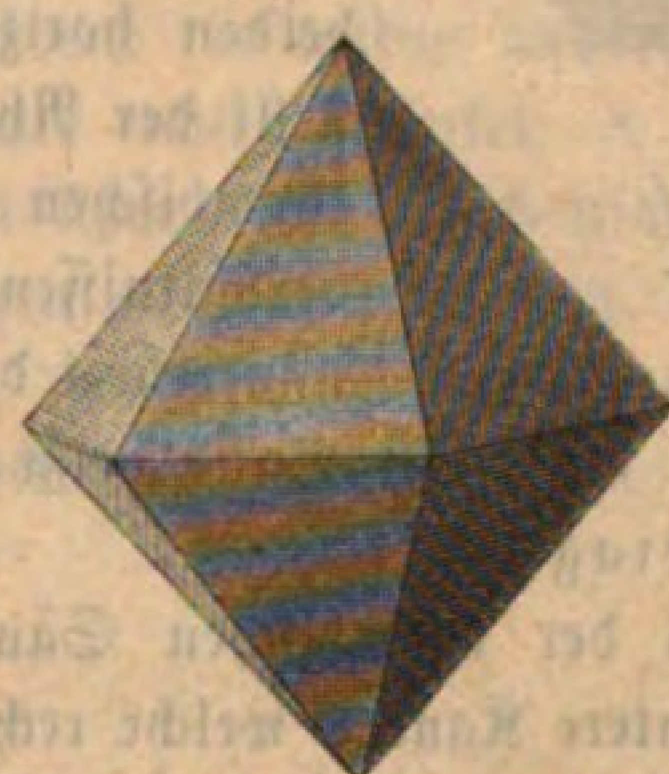


Fig. 28.



Fig. 29.



Die Abstumpfungsflächen der horizontalen Kanten bilden zusammen eine reguläre sechsseitige Säule, welche in Fig. 29 mit der geraden Endfläche, d. h. mit einer Fläche combinirt ist, welche rechtwinklig auf der Hauptaxe steht.

4. Das rhombische System mit drei zu einander rechtwinkligen, aber ungleichen Axen. Denken wir uns eine dieser Axen vertical gestellt, so liegen die beiden anderen in einer horizontalen Ebene; doch sind hier die beiden horizontalen Axen nicht gleich wie beim quadratischen Systeme.

Fig. 30 stellt das Axenkreuz des in dieses System gehörigen natürlichen Schwefels dar. Für dieses Mineral verhalten sich die Axen *cd* : *ef* : *ab* wie 0,8 : 1 : 1,9. Fig. 31 stellt das rhombische Octaëder dar, welches diesen Axenverhältnissen entspricht.

Fig. 30.

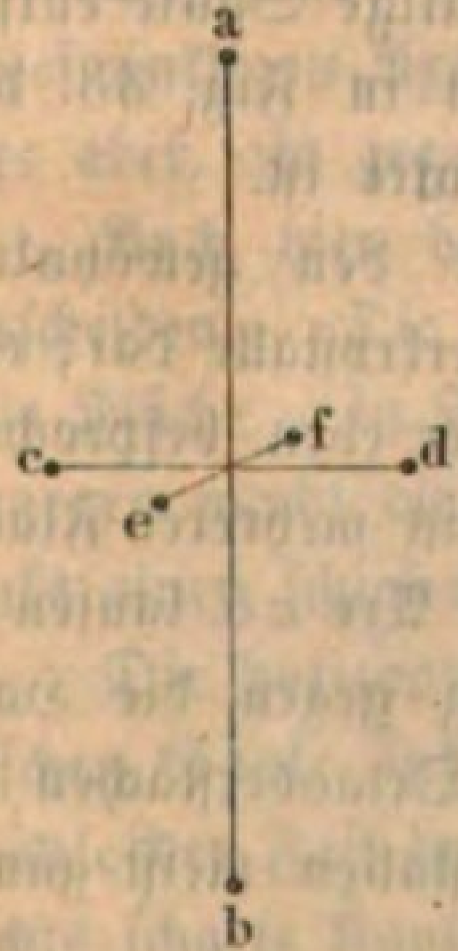


Fig. 31.



An dem rhombischen Octaëder Fig. 31 sind nur immer je zwei diametral gegenüberliegende Ecken einander gleich, also das obere und untere, das vordere und hintere, das Eck rechts und das Eck links; wir haben also hier drei verschiedene Arten von Octaëderecken zu unterscheiden. Ebenso hat man am

rhombischen Octaëder dreierlei Kanten zu unterscheiden: die vier horizontalen Kanten; die vier Kanten, welche in der Ebene der verticalen und der kleineren horizontalen Axe liegen, und endlich die Kanten, welche die verticale Axe mit der größeren horizontalen verbinden.

Werden die vier horizontalen Kanten des rhombischen Octaëders durch Flächen abgestumpft, welche der Hauptaxe parallel sind, so entsteht eine Combination des rhombischen Octaëders mit der geraden rhombischen Säule, Fig. 32. Die Gestalt des horizontalen Querschnitts, der Basis dieser Säule, hängt von dem Größenverhältniß der beiden horizontalen Axen ab. Fig. 33 stellt der Rhombus *cfde* die Basis der rhombischen Säule, wie sie den Axenverhältnissen des Salpeters entspricht, unverkürzt dar.

Fig. 32.

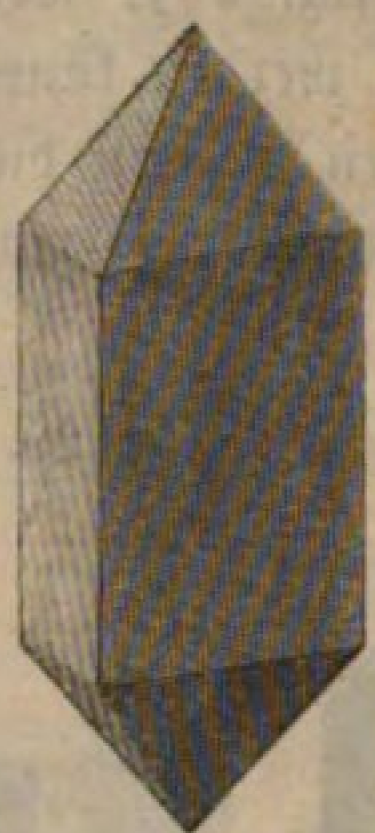
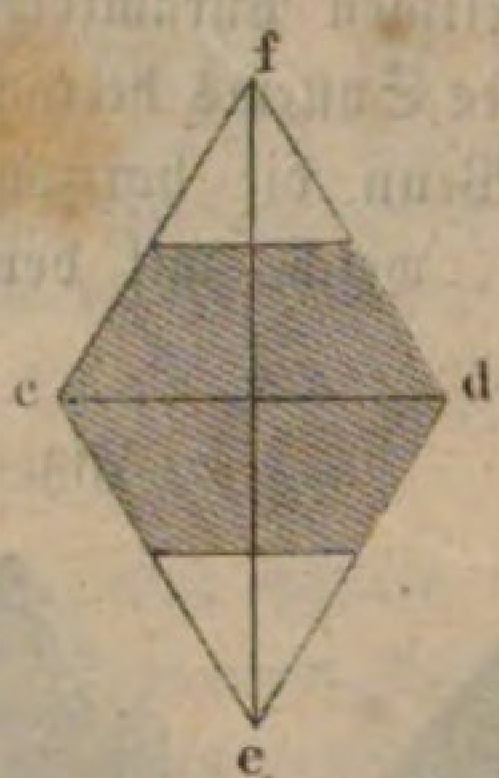


Fig. 33.



Die größere Diagonale *ef* dieser Basis heißt die Makrodiagonale, die kleinere *cd* ist die Brachydiagonale.

Die verticalen Kanten der rhombischen Säule sind einander nicht alle gleich; die vordere und hintere Kante, welche rechtwinklig auf den Enden der Makrodiagonale aufgesetzt erscheinen, sind spitzwinklig, während die beiden anderen rechtwinklig auf den Enden der Brachydiagonalen aufgesetzten Kanten stumpfwinklig sind.

An einem rhombischen Octaëder kann man nach Belieben jede der drei Axen zur Hauptaxe wählen; wenn aber eine Mineralspecies oder ein Salz, welches in diesem Systeme krystallisirt, wie es meist der Fall ist, säulenartig ausgebildete Formen zeigt, so wählt man die Axe dieser Säule zur Hauptaxe für die Krystalle dieser Substanz.

Durch Abstumpfung zweier diametral gegenüberstehenden Kanten der rhombischen Säule entsteht eine sechsseitige Säule. So erscheinen an der rhombischen Säule des Salpeters meist die scharfen Kanten abgestumpft (Fig. 34), wodurch eine sechsseitige Säule entsteht, deren wahre Gestalt in Fig. 33 durch Schraffirung angedeutet ist.

Fig. 35 stellt den gewöhnlichen Habitus der Salpeterkrystalle dar; es ist eine Combination der eben besprochenen sechsseitigen Säule mit mehreren Flächen, die parallel mit der Axe *cd* laufen und verschiedene Neigung gegen die Hauptaxe haben. Die Octaëderflächen sind bei den Salpeterkrystallen meist gänzlich verschwunden.

Fig. 34.



Fig. 35.



Das rhombische System ist also dadurch ausgezeichnet, daß sich in verticaler Richtung andere Symmetrieverhältnisse zeigen als von vorn nach hinten, und in dieser Richtung wieder andere als von der Linken zur Rechten.

Außer den schon genannten Körpern krystallisiren unter anderen im rhombischen Systeme Zinkvitriol, schwefelsaures Kali, Arragonit, Schwerspath, Topas u. s. w.

5. Das monoklinische System, in welchem unter anderen der Gyps, das Glaubersalz, der Eisenvitriol, das essigsaure Natron, der Zucker u. s. w. krystallisiren, zeichnet sich vor dem rhombischen Systeme dadurch aus, daß zwei Axen sich nicht unter rechtem Winkel schneiden, während die dritte rechtwinklig auf der Ebene der beiden schiefwinkligen steht.

Fig. 36 stellt ein in dieses System gehöriges Axenkreuz dar; die Axe *ef* steht rechtwinklig auf der Ebene der beiden anderen, dagegen schneiden sich die Axen *ab* und *cd* nicht unter rechtem Winkel.

Die Ebene der beiden Axen, welche sich nicht unter rechtem Winkel schneiden, also die Ebene der Axen *ab* und *cd*, Fig. 36, heißt die symmetrische Ebene, während die Axe, welche auf dieser Ebene rechtwinklig steht, die symmetrische Axe genannt wird.

Fig. 36.

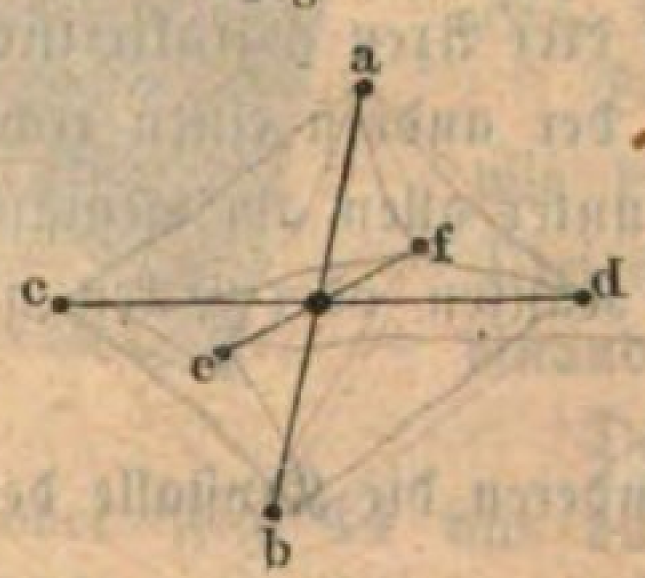


Fig. 37.



Die charakteristischste und am häufigsten theils allein, theils in Combination mit anderen Flächen vorkommende Form dieses Systems ist die schiefe rhombische Säule, Fig. 37, welche sich von der geraden rhombischen Säule des vorigen Systems dadurch unterscheidet, daß die Hauptaxe dieser Säule nicht rechtwinklig auf der Basis steht.

Die Säule ist in unserer Figur so gestellt, daß die Ebene der beiden schiefwinkligen Axen unverkürzt, die dritte auf ihrer Ebene rechtwinklig stehende Axe aber, als gegen den Beschauer gerichtet, verkürzt erscheint.

Auch hier haben wir zwei scharfe und zwei stumpfe Säulenkanten zu unterscheiden. Die Abstumpfungsfläche der vorderen und hinteren Säulenkante (die Fläche *a* in Fig. 38 a. f. S.) steht rechtwinklig zu der oberen Endfläche *c*; dagegen macht die Abstumpfungsfläche *b* (Fig. 39) der Säulenkanten rechts und links einen schiefen Winkel mit *c*.

Die horizontalen Kanten der durch die Fläche *c* begränzten schiefen rhombischen Säule sind nicht gleicher Natur, wie dies bei der geraden rhombischen Säule der Fall war; an der oberen Fläche, Fig. 37, sind die beiden Kanten rechts scharfe Kanten, die beiden horizontalen Kanten auf der linken Seite der

oberen Fläche sind dagegen stumpfe Kanten. An der unteren Fläche liegen die beiden scharfen Kanten links, die stumpfen rechts.



Fig. 38.

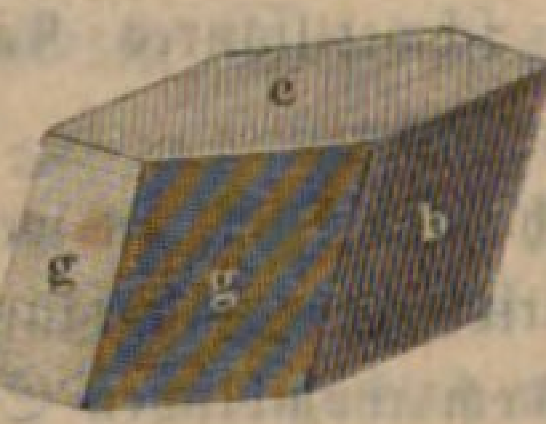


Fig. 39.



Fig. 40.

Die scharfen horizontalen Kanten können für sich allein abgestumpft sein, während bei anderen Krystallen nur die stumpfen horizontalen Kanten abgestumpft sind.

Die schon oben besprochene Gestalt, Fig. 39, zeigt die gewöhnliche Krystallform des Zuckers. Häufig erscheinen aber an den Zuckerkrystallen noch die spitzen Kanten zwischen *c* und *b* und die Ecken abgestumpft, in welchen die Säulenflächen *g* mit den Endflächen *c* zusammentreffen, wie dies Fig. 40 dargestellt ist.

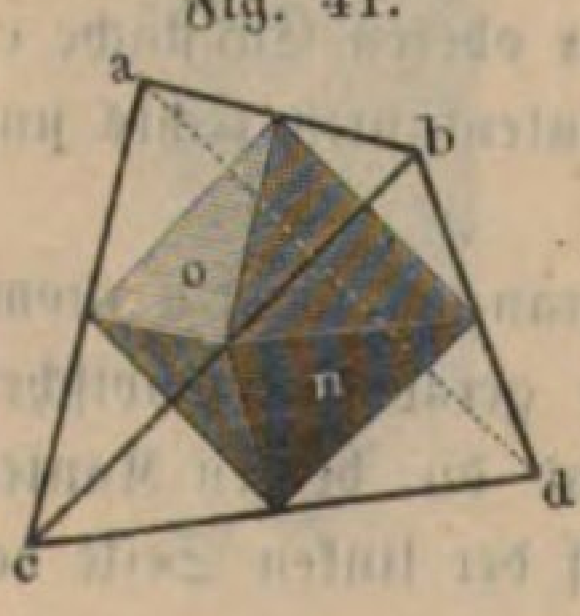
6. Das triklinische System ist durch drei Axen charakterisirt, welche alle drei ungleich sind und von denen keine mit der andern einen rechten Winkel macht. Die Krystalle dieses Systems zeigen unter allen am wenigsten Symmetrie. Hier sind nur immer je zwei Flächen, Kanten oder Ecken gleichartig, welche einander diametral gegenüberstehen.

Dem triklinischen Systeme gehören unter anderen die Krystalle des Axinits und des Kupfervitriols an.

§. 11. **Hemiedrie.** Es kommt bei Krystallen häufig vor, daß die Hälfte der Flächen einer einfachen Gestalt nach bestimmten Gesetzen in solchem Maaße ausgedehnt ist, daß die andere Hälfte der Flächen vollkommen verschwindet. Solche Krystalle nennt man Halbflächner oder hemiëdrische Krystalle. Wir müssen hier der Hemiëdrie noch kurz erwähnen, weil dieselbe in innigem Zusammenhange mit einigen physikalischen Erscheinungen der Krystalle steht.

Denken wir uns an dem regulären Octaëder (Fig. 41) die Fläche *o* und die in unserer Zeichnung nicht sichtbare Fläche der oberen Pyramide hinten rechts nach allen Seiten gewachsen, so schneiden sich diese beiden Flächen in der Kante *a b*. Wenn ferner von den vier unteren Octaëderflächen *n* und die Fläche hinten links wächst, so schneiden sich diese in der Kante *c d*; die gewachsenen Flächen *o* und *n* schneiden sich in der Kante *b c* u. s. w. Kurz, wenn die Fläche *o* und die drei Flächen des Octaëders, welche mit *o* nur in einer Spitze zusammentreffen, wachsen, bis die übrigen Octaëder

Fig. 41.



flächen ganz verschwunden sind, so entsteht ein nur von vier Flächen begränzter Körper *abcd*, Fig. 41.

Fig. 42.

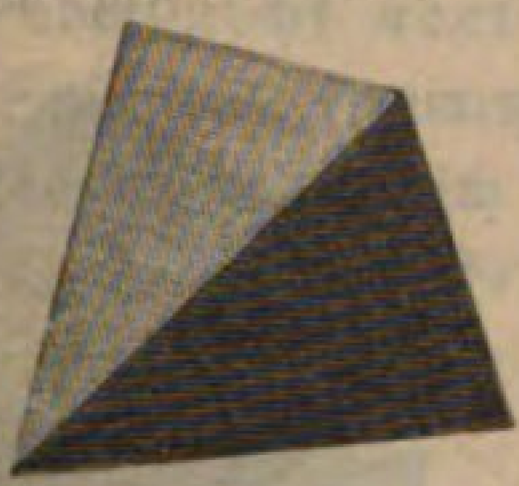


Fig. 43.

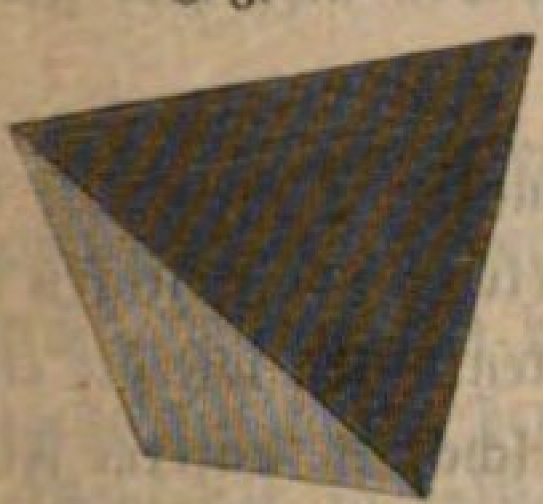


Fig. 42 stellt diesen Körper, welcher das Tetraëder genannt wird, für sich allein dar.

Fig. 43 ist eine Combination des regulären Tetraëders mit dem Würfel.

Das Tetraëder Fig. 42 kann man sich also aus dem Octaëder Fig. 41 dadurch entstanden denken, daß die Hälfte der Octaëderflächen bis zum Verschwinden der vier übrigen gewachsen sind. Denken wir uns dagegen diese vier letzteren Octaëderflächen bis zum Verschwinden der ersteren gewachsen, so entsteht das Tetraëder Fig. 44.

Fig. 44.



Die vier Flächen des Tetraëders Fig. 42 sowohl wie die des Tetraëders Fig. 44 sind gleichseitige Dreiecke, und die sechs Kanten derselben sind unter einander gleich.

Das Tetraëder Fig. 42 unterscheidet sich von dem Tetraëder Fig. 44 nur durch seine Stellung. Dadurch, daß man das letztere Tetraëder um seine verticale Axe um 90° dreht, kommt es in die Stellung des ersteren und ist alsdann vollkommen congruent mit demselben.

Einen solchen Fall der Hemiëdrie, bei welchem, wie hier die beiden aus derselben Grundgestalt abgeleiteten hemiëdrischen Formen einander vollkommen gleich und nur durch die Stellung verschieden sind, nennt man eine congruente oder überdeckbare Hemiëdrie.

Wie aus dem regulären Octaëder das Tetraëder, so entsteht aus der doppeltsechsseitigen Pyramide des hexagonalen Systems durch Wachsen der einen Hälfte der Flächen das Rhomboëder. Denken wir uns von der oberen Pyramide, Fig. 45, die Flächen *r*, *t* und diejenige auf der hinteren Seite, welche *s* gegenüberliegt, von der unteren Pyramide aber gerade diejenigen Flächen gewachsen, welche in einer Kante mit den ausgefallenen Flächen der oberen Pyramide zusammenstoßen, so entsteht das Rhomboëder, wie es in Fig. 45 durch die starken Linien angedeutet und welches in Fig. 46 (a. f. S.) für sich allein dargestellt ist. Es ist dies die Grundgestalt des Kalkspaths.

Fig. 45

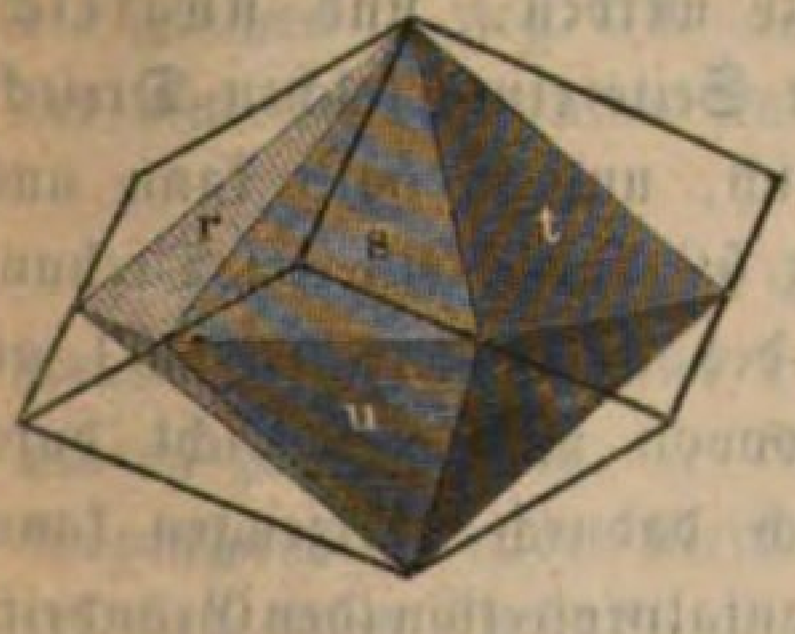


Fig. 47 zeigt eine Combination des Rhomboëders Fig. 46 mit der regulären sechsseitigen Säule.

Fig. 46.

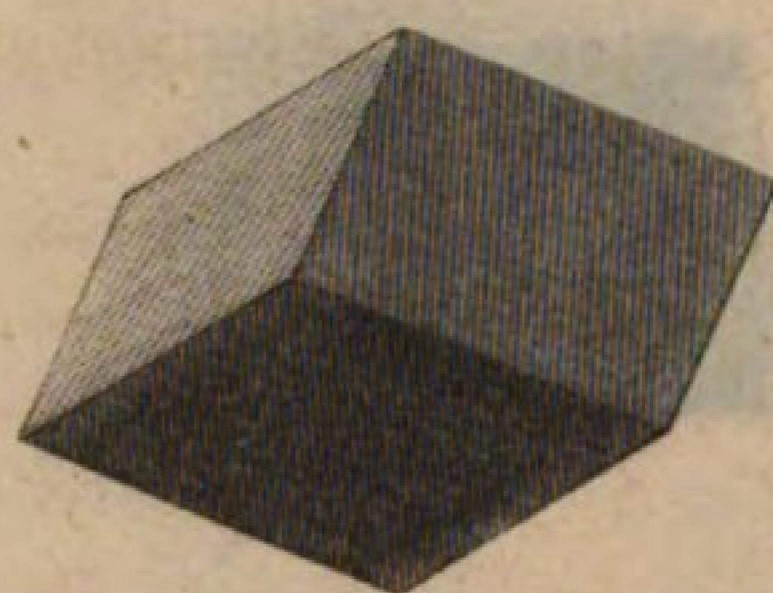


Fig. 47.

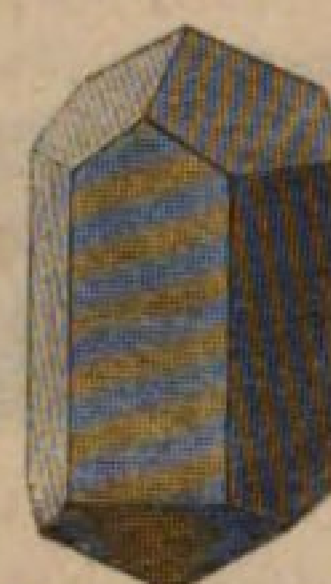
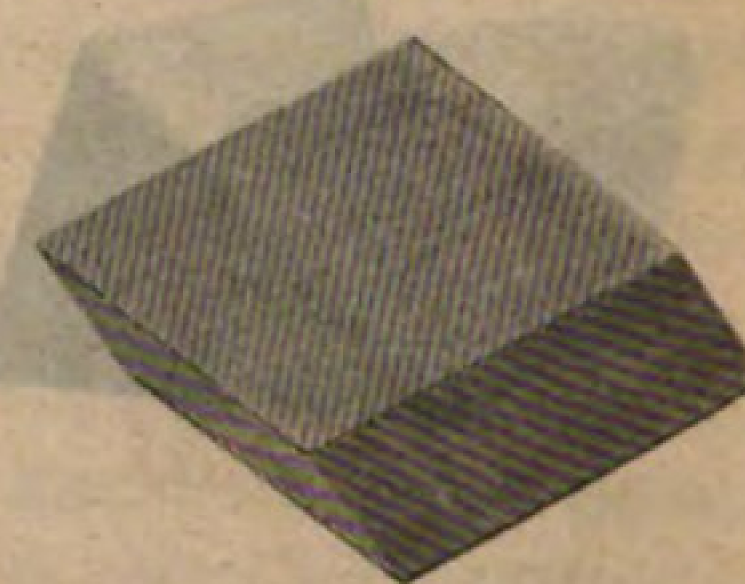


Fig. 48.



Während aus der doppelt sechsseitigen Pyramide Fig. 45 durch Wachsen der einen Hälfte der Flächen das Rhomboëder Fig. 46 entsteht, entsteht durch Wachsen der anderen Hälfte der Flächen das Rhomboëder Fig. 48.

Die beiden Rhomboëder Fig. 46 und Fig. 48 sind nur durch ihre Stellung verschieden, im Uebrigen aber vollkommen gleich, so daß man jedes durch Drehung in die Stellung des andern bringen kann; wir haben also hier gleichfalls ein Beispiel der überdeckbaren Hemiëdrie.

Eine andere wichtige hemiëdrische Form des hexagonalen Systems ist das Skalenoëder, Fig. 49. Es ist die Hemiëdrie einer symmetrisch zwölfseitigen Pyramide. Charakteristisch für diese Form ist es, daß ihre Seitenkanten wie die eines Rhomboëders liegen (welches in unserer Figur durch Schattirung hervorgehoben ist), daß man sich also das Skalenoëder leicht so vorstellen kann, als ob durch die Seitenkanten eines Rhomboëders Flächen nach einem Punkt der verlängerten Hauptaxe gelegt wären, welcher um die n fache (in Fig. 49 um die dreifache) Länge der verticalen Halbaxe des Rhomboëders von der Mitte des Krystalls absteht.

Fig. 49.

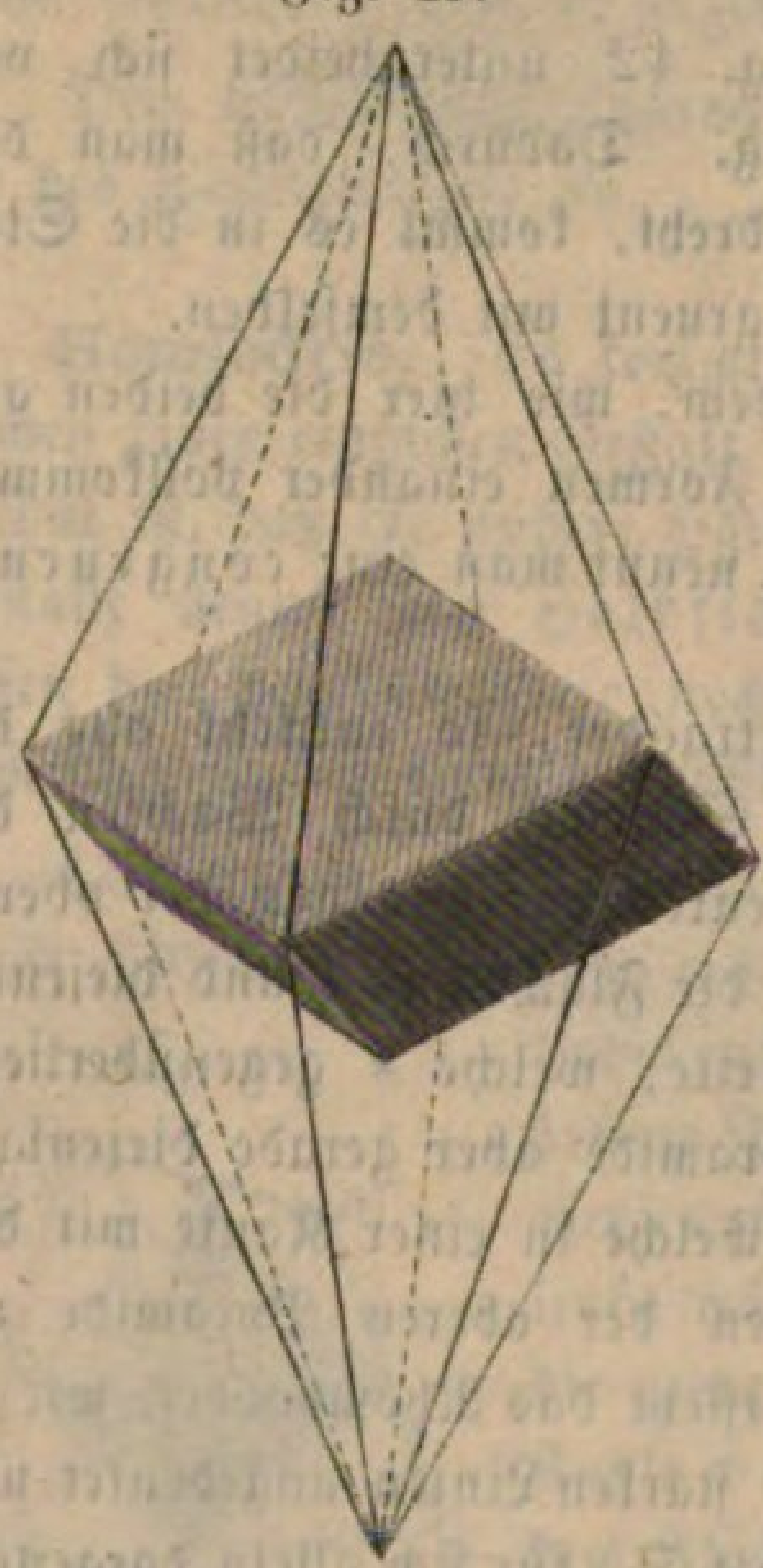


Fig. 50 und Fig. 51 stellen die unter dem Namen der Sphenoide bekannten beiden Halbflächner des rhombischen Octaëders, Fig. 31, S. 21 dar. Die Dreiecke, durch welche diese Tetraëder begränzt werden, sind ungleichseitig, d. h. keine Seite eines solchen Dreiecks ist der andern gleich, und deshalb kann auch das Tetraëder Fig. 50 durch keinerlei Drehung in die Stellung des Tetraëders Fig. 51 gebracht werden, wovon man sich leicht durch Modelle oder auch dadurch überzeugen kann, daß man die Horizontalprojection (den Grundriß)

der beiden Sphenoide zeichnet. Die beiden Körper Fig. 50 und Fig. 51 sind also nicht congruent, sie verhalten sich aber wie Gegenstand und Spiegelbild, wie rechte und linke Hand. Wir haben also hier einen Fall von nicht congruenter oder nicht überdeckbarer Hemiëdrie.

Die Sphenoide kommen nicht isolirt vor, sondern nur in Combination mit anderen Flächen, namentlich mit der rhombischen Säule, bei welcher Combination sich auch die Nicht-Ueberdeckbarkeit leichter übersehen läßt.

Fig. 50.



Fig. 51.



Fig. 52.



Fig. 52 stellt eine Combination der geraden rhombischen Säule mit dem rhombischen Octaëder dar, wie sie den Axenverhältnissen des Zinkvitriols entspricht. Wenn nun hier nach dem oben für das reguläre Octaëder angegebenen Gesetze die Hälfte der Octaëderflächen durch Wachsen der benachbarten Flächen verschwindet, so entsteht die Combination Fig. 53, welche beim Zinkvitriol und beim Bittersalz sehr häufig beobachtet wird.

Fig. 53.



Fig. 54.



Bei den Zuckerkrystallen tritt die Hemiëdrie häufig in der Weise auf, daß die Flächen *d*, Fig. 54, an der vorderen Säulenkante fehlen, während sie an der hinteren vorhanden sind.

Berechnung der Krystallaxen. Da man es in der Praxis nie mit idealen Krystallgestalten, sondern nur mit mehr oder minder verzerrten Exemplaren zu thun hat, so können die Axenverhältnisse derselben auch nicht der Gegenstand directer Messungen sein. Nur die Winkel, welche die einzelnen Flächen eines Krystalls mit einander machen, sind am verzerrten Exemplar die- §. 12.

selben wie am idealen Krystall; wenn man aber diese Winkel gemessen hat, so kann man aus denselben die Axenverhältnisse berechnen. Hier müssen wir uns auf die einfachsten Fälle und zwar auf die Berechnung der Axenverhältnisse aus den gemessenen Winkeln der Grundformen der verschiedenen Systeme beschränken.

Bei dem regulären System sind alle Axen einander gleich, hier kann also die Berechnung der Axenverhältnisse nicht Gegenstand der Aufgabe sein, wir gehen deshalb gleich zur Berechnung der Axenverhältnisse des quadratischen Systems aus den gemessenen Winkeln des Quadratoctaëders über.

An einem Quadratoctaëder kommen, wie bereits bemerkt wurde, zweierlei Kanten vor, nämlich 1) die vier Kanten, welche in der Ebene der beiden gleichen Axen liegen und welche gleichsam die Basis der doppelten quadratischen Pyramide bilden, wir wollen sie die Grundkanten nennen; und 2) die acht übrigen Kanten, von denen vier in der oberen und vier in der unteren Spitze des Octaëders zusammenlaufen und die wir Pyramidenkanten nennen wollen.

Der Winkel, unter welchem sich zwei Octaëderflächen in einer Grundkante schneiden, soll der Grundkantenwinkel genannt und mit B bezeichnet werden.

Der Winkel, unter welchem sich zwei Octaëderflächen in einer Pyramidenkante schneiden, soll der Pyramidenkantenwinkel genannt und mit A bezeichnet werden.

Wäre über das Axenkreuz Fig. 55 das entsprechende Octaëder gelegt, so wäre fd eine Grundkante und der Winkel, unter welchem sich die Flächen fda und fdc in fd schneiden, wäre der Grundkantenwinkel B. Die Kante fa dagegen wäre eine Pyramidenkante, und der Winkel, welchen die Octaëderflächen fad und fab mit einander machen, wäre der Pyramidenkantenwinkel A.

Das Axenverhältniß eines Quadratoctaëders, d. h. das Verhältniß der verticalen Hauptaxe zu den horizontalen Nebenaxen läßt sich nun berechnen, wenn man 1) den Grundkantenwinkel oder 2) wenn man den Pyramidenkantenwinkel des Quadratoctaëders gemessen hat. Betrachten wir zunächst den ersten Fall, nämlich den, daß der Grundkantenwinkel B eines Quadratoctaëders bekannt ist.

Fig. 55.

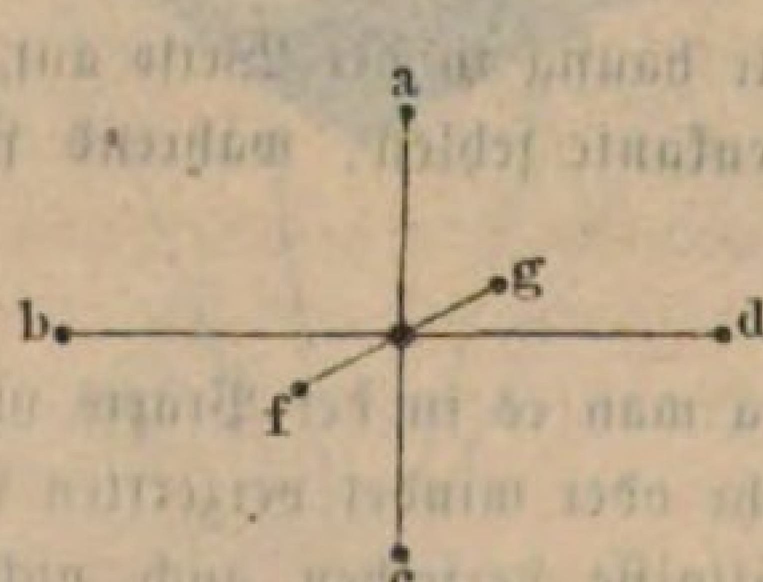
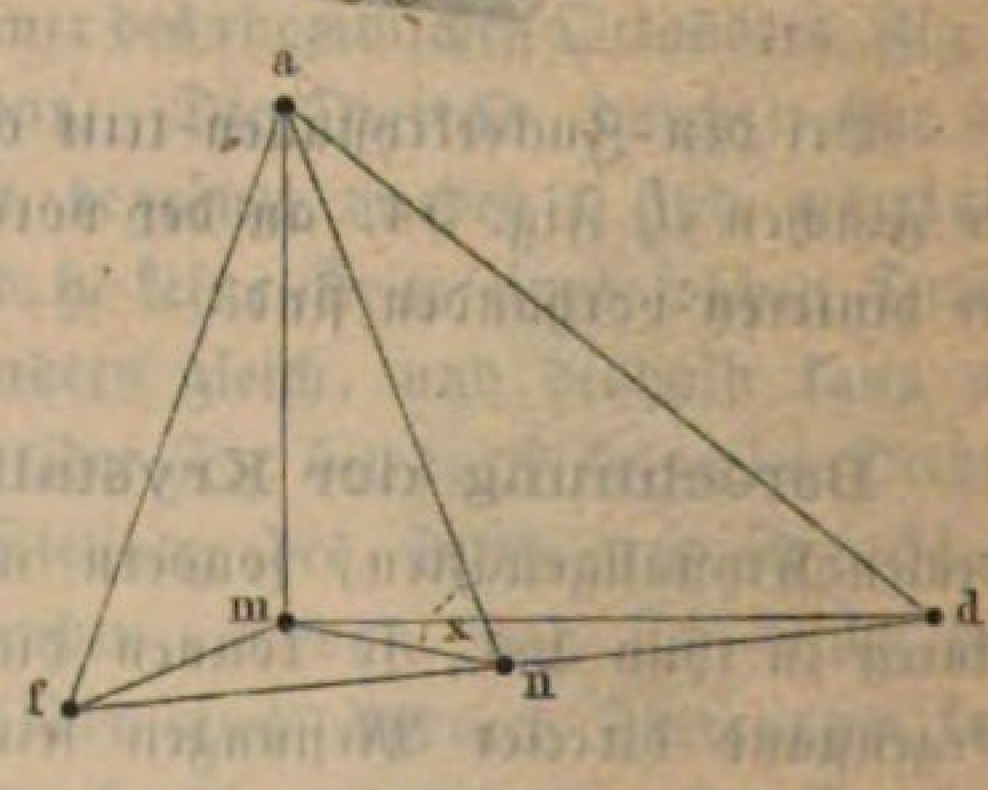


Fig. 56.



Es stelle Fig. 56 in etwas größerem Maßstabe den einen Octanten des Axenkreuzes eines Quadratoctaëders sammt der in dieses Eck fallenden Octaëderfläche afd dar. Wenn man die Grundkante fd halbirt und nach dem Halbirungspunkte n eine Linie von der Spitze a des Octaëders und eine zweite vom Mittelpunkte m des Axenkreuzes zieht, so ist offenbar die Länge der verticalen Axe ma, welche wir mit c bezeichnen wollen, gleich $mn \,.\, tang\, mna$, oder

$$c = mn \,.\, tang\, x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

wenn wir den Winkel mna, Fig. 56, mit x bezeichnen. Nun aber ist x der Winkel, welchen die Octaëderfläche afd mit der Ebene der beiden gleichen Axen macht und gleich dem halben Grundkantenwinkel, oder es ist

$$x = \frac{1}{2} B.$$

Ferner macht die Grundkante fd gleiche Winkel mit den Axen mf und md, d. h. $\measuredangle\, mfd = \measuredangle\, mdf = 45^0$. Da aber die Linie mn den rechten Winkel fmd halbirt, so ist auch $\measuredangle\, fmn = 45^0$, folglich auch $fn = mn$, und da das Dreieck fmn bei n einen rechten Winkel hat, so ist

$$fm^2 = fn^2 + mn^2$$
$$fm^2 = 2\, mn^2.$$

Nehmen wir die Länge der horizontalen Axe zur Einheit, also $md = mf = 1$, so ist

$$1 = 2\, mn^2$$
$$mn^2 = \frac{1}{2}$$
$$mn = \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

Setzt man diesen Werth von mn und den oben erhaltenen Werth des Winkels x in Gleichung (1), so kommt

$$c = \sqrt{\frac{1}{2}} \,.\, tang\, \frac{1}{2} B$$
$$c = 0{,}7071 \,.\, tang\, \frac{1}{2} B \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Aufgaben. Für den Grundkantenwinkel B hat man an verschiedenen Quadratoctaëdern folgende Werthe gefunden:

1. Schwefelsaures Nickeloxydul . . . $B = 138^0\ 56'$
2. Arsensaures Kali . . . . $B = 86^0\ 24'$
3. Apophyllit . . . . $B = 121^0\ 4'$
4. Blutlaugensalz . . . . $B = 136^0\ 24'$.

Wie groß ist die Hauptaxe dieser Krystalle (die Nebenaxen gleich 1 angenommen)?

Die Hauptaxe des Quadratoctaëders läßt sich aber auch berechnen, wenn man nur den Pyramidenkantenwinkel A gemessen hat, und zwar nach der Formel

$$c = cotang\, x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

wenn
$$cos\, x = cotang\, \frac{1}{2} A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Die Gleichungen (3) und (4) lassen sich auf folgende Weise ableiten:

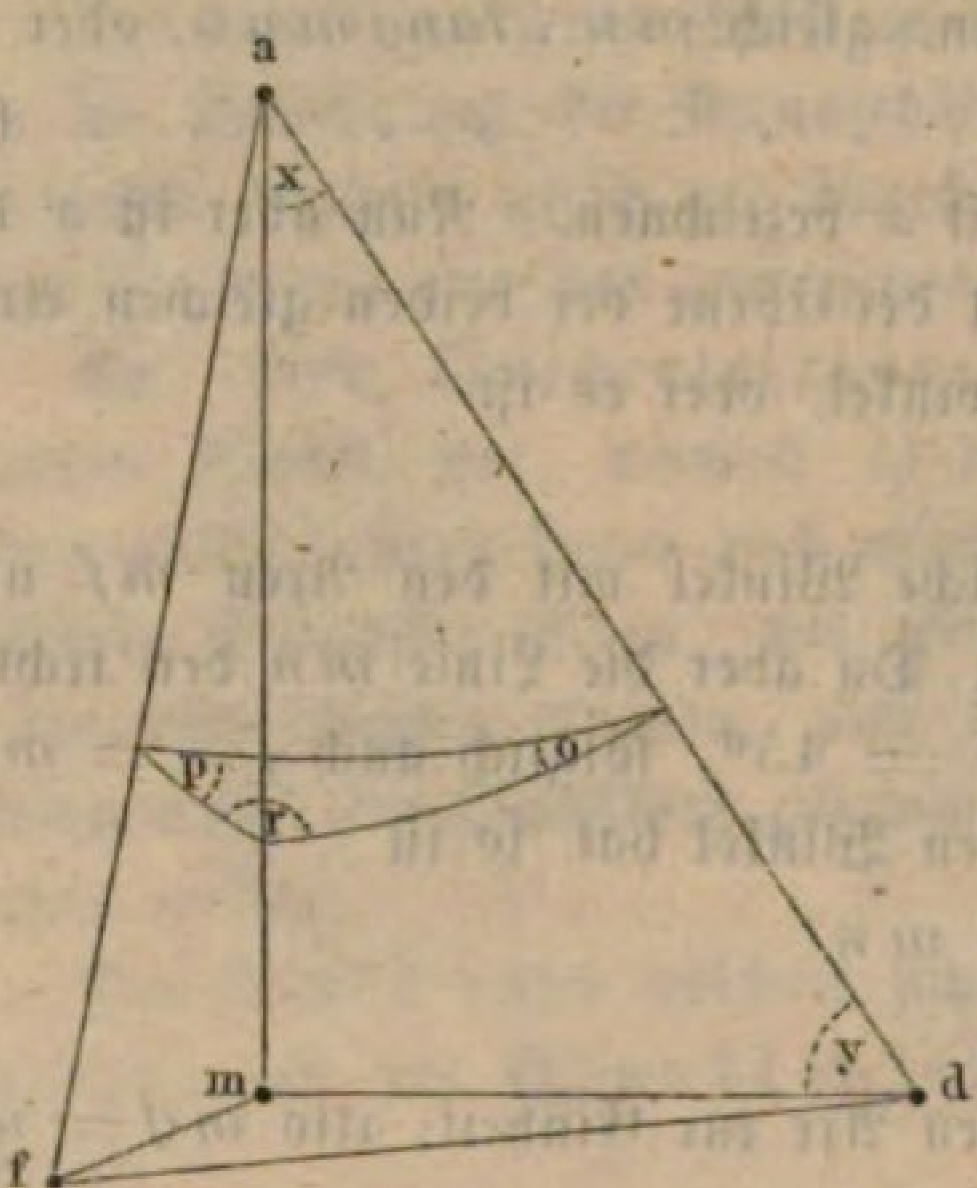
Es stelle Fig. 57 (a. f. S.) wieder den einen Octanten des Axenkreuzes eines Quadratoctaëders sammt seiner Octaëderfläche dar, so ist offenbar

$$ma = md \, . \, tang\, y$$

oder
$$c = tang\, y,$$

wenn die Länge der Nebenaxe md wieder mit 1, die der Hauptaxe ma wieder mit c bezeichnet wird und y der Winkel ist, welchen die Pyramidenkante da mit der Nebenaxe dm macht. Bezeichnen wir aber ferner den Winkel, welchen die Pyramidenkante da mit der Hauptaxe ma macht, durch x, so ist offenbar

Fig. 57.



$$tang\, y = cotang\, x,$$

und wir haben in die letzte Gleichung nur für $tang\, y$ diesen seinen Werth zu substituiren, um die bereits oben angeführte Gleichung (3) zu erhalten.

Der Winkel x kann aber nicht unmittelbar gemessen, er muß mit Hülfe des gemessenen Pyramidenkantenwinkels berechnet werden.

Die durch die Axen mf und ma gelegte Ebene, die durch md und ma gelegte und die Octaëderfläche fda bilden ein sphärisches Dreieck, dessen Spitze a ist und dessen drei Winkel wir mit o, p und r bezeichnen wollen; der Winkel x bildet die eine Seite des sphärischen Dreiecks, welche dem Winkel p gegenüberliegt. In unserem Falle sind die drei Winkel o, p und r bekannt, und es ergiebt sich demnach zur Berechnung von x die Gleichung (Sphärische Trigonometrie, Seite 58, Gleichung 13)

$$cos\, x = \frac{cos\, p + cos\, r \, . \, cos\, o}{sin\, r \, . \, sin\, o} \ldots$$

Nun ist aber der Winkel r ein rechter, also $cos\, r = 0$ und $sin\, r = 1$, und ferner ist $p = o = {}^1/_2\, A$, also reducirt sich der Werth von $cos\, x$ auf

$$cos\, x = \frac{cos\, {}^1/_2\, A}{sin\, {}^1/_2\, A} = cotang\, {}^1/_2\, A,$$

also auf den bereits oben in Gleichung (4) für $cos\, x$ gegebenen Werth.

Aufgaben. Man berechne den Werth der Hauptaxe (die Nebenaxe gleich 1 genommen) für folgende Krystalle

5. Rutil . . . . $A = 122^0\ 32'$
6. Quecksilberjodid . . . . $A = 96^0\ 24'$
7. Schwefelsaures Nickeloxydul . . . $A = 97^0\ 4'$
8. Vesuvian . . . . $A = 129^0\ 29'$.

Die Länge einer horizontalen Nebenaxe gleich 1 angenommen ist die Länge c der Hauptaxe der doppelt sechsseitigen Pyramide (Fig. 27 auf S. 21) des hexagonalen Systems

$$c = tang\, {}^1/_2\, B \sqrt{{}^3/_4} \ldots \ldots \ldots (5)$$

wenn B den Grundkantenwinkel bezeichnet. — Bezeichnet man mit A den Pyramidenkantenwinkel der doppelt sechsseitigen Pyramide, so ist

$$c = tang\ x \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

wenn
$$sin\ x = cotang\ {}^1/_2 A \sqrt{3} \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Aufgaben. 9. Die Gleichung (5), sowie die Gleichungen (6) und (7) abzuleiten.

10. Für Bergkrystall ist der Grundkantenwinkel B gleich $103^0\ 34'$; wie groß ist demnach die Hauptaxe c?

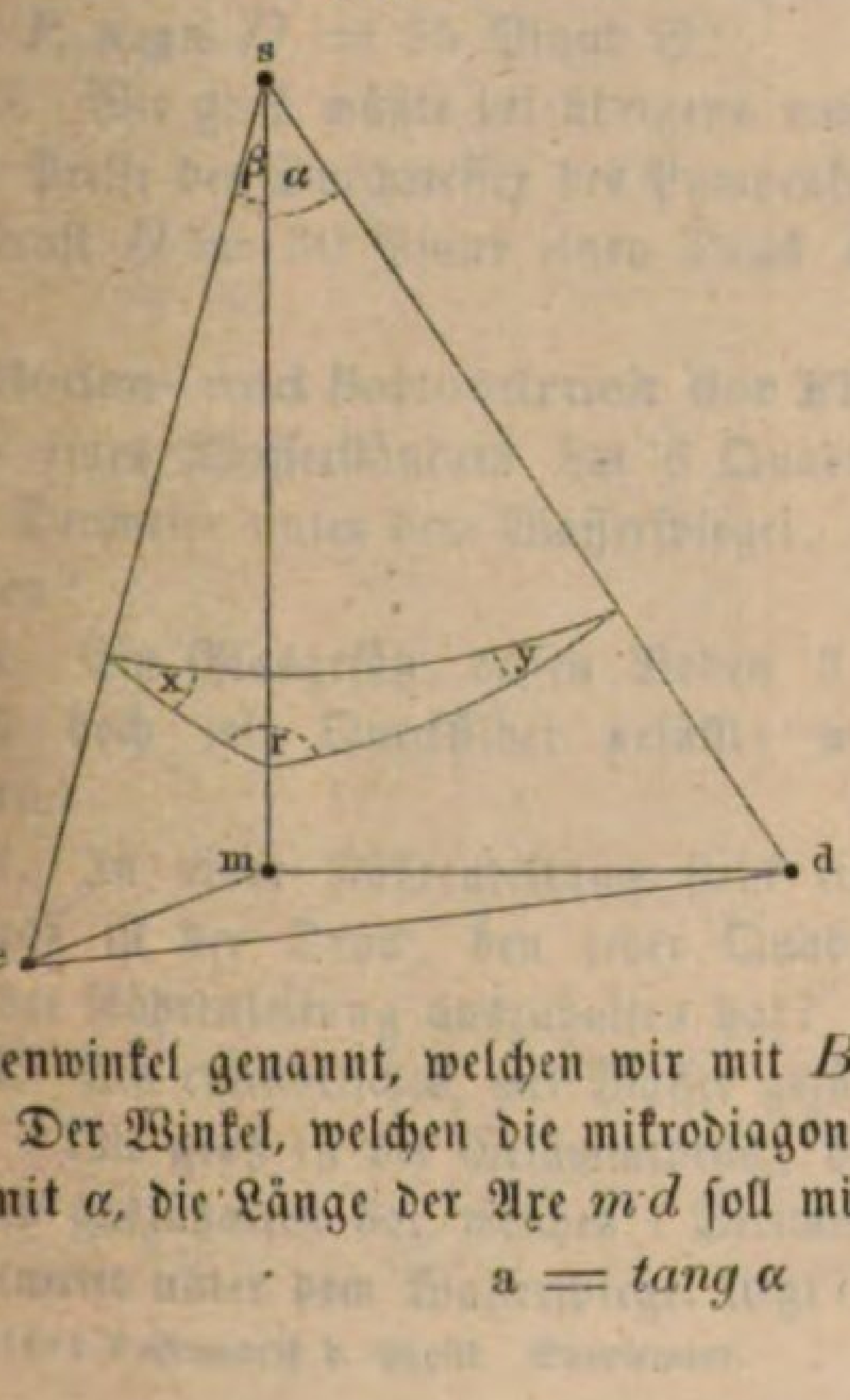
11. Der Pyramidenkantenwinkel des Quarzes ist $A = 133^0\ 34'$; wie groß berechnet sich danach die Hauptaxe c?

Da bei dem quadratischen System sowohl wie bei dem hexagonalen die Nebenaxen einander gleich sind, so bleibt, wenn man die Länge einer Nebenaxe gleich 1 setzt, nur noch die Länge der Hauptaxe, also nur eine Unbekannte zu ermitteln, zu deren Bestimmung also auch eine Winkelmessung erforderlich ist. Anders verhält es sich beim rhombischen System, für welches alle drei Axen ungleich sind. Nimmt man eine Axe gleich 1, so bleibt also noch die Länge der beiden anderen zu bestimmen, und dazu sind zwei von einander ganz unabhängige Winkelmessungen nöthig.

An einem rhombischen Octaëder kommen dreierlei Kanten, also drei verschiedene Kantenwinkel vor, von welchen zwei gemessen werden müssen, um die Axenverhältnisse des Octaëders zu bestimmen.

Fig. 58 stelle einen Octanten eines rhombischen Axenkreuzes mit der in diesen Octanten fallenden Octaëderfläche dar. Es sei ms die Hauptaxe, deren Länge wir mit 1 bezeichnen wollen; ferner sei md die kleinere der beiden Nebenaxen, so wird die Kante ds eine mikrodiagonale Kante genannt. Der Winkel, welchen zwei in einer mikrodiagonalen Kante sich schneidende Octaëderflächen mit einander machen, wird ein mikrodiagonaler Kantenwinkel genannt und wir wollen ihn mit A bezeichnen. Die Kante me ist nun eine makrodiagonale Kante und ein Winkel, welchen zwei in se zusammentreffende Octaëderkanten mit einander machen, wird ein makrodiagonaler Kantenwinkel genannt, welchen wir mit B bezeichnen wollen.

Fig. 58.



Der Winkel, welchen die mikrodiagonale Kante sd mit der Hauptaxe macht, soll mit α, die Länge der Axe md soll mit a bezeichnet werden, so ist

$$a = tang\ \alpha \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Wenn der Winkel, welchen die makrodiagonale Kante se mit der Hauptaxe sm macht, mit β, und die Länge der Axe me mit b bezeichnet wird, so ist

$$b = tang\,\beta \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

Aber weder β noch α können direct gemessen werden. Sie bilden zwei Seiten in einem sphärischen Dreieck, dessen Spitze in s ist und welches durch die Octaëderfläche sde, die Fläche sme und die Fläche smd gebildet wird; die Winkel dieses sphärischen Dreiecks sind in Fig. 58 mit x, y und r bezeichnet. Setzen wir y an die Stelle von b, x an die Stelle von a und 90^0 an die Stelle von c (da r ein rechter Winkel ist) in Gleichung (13) Seite 58 der sphärischen Trigonometrie, so kommt

$$cos\,\beta = \frac{cos\,y}{sin\,x},$$

da aber $y = {}^1/_2 A$ und $x = {}^1/_2 B$, so kommt

$$cos\,\beta = \frac{cos\,{}^1/_2 A}{sin\,{}^1/_2 B} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (10)$$

In gleicher Weise ergiebt sich

$$cos\,\alpha = \frac{cos\,{}^1/_2 B}{sin\,{}^1/_2 A} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

Mit Hülfe der Gleichungen (8), (9), (10) und (11) kann man also a und b berechnen, wenn A und B durch Messung ermittelt worden sind.

12. An einem Octaëder von natürlichem Schwefel hat man gemessen $A = 106^0\ 38'$; $B = 84^0\ 58'$; welches sind die Axenverhältnisse dieses Octaëders?

Drittes Capitel.

Hydrostatik.

Die hydraulische Presse. *Aufgaben.* 1. An einer hydraulischen Presse sei der Durchmesser des Pumpenkolbens 1 Zoll (also $r = 0{,}5$ Zoll), der Durchmesser des Druckkolbens sei 12 Zoll (also $R = 6$ Zoll). Es sei ferner $l = 8$ Zoll, $L = 36$ Zoll. Mit welcher Kraft D muß der Arbeiter drücken, damit der Druck, durch welchen der große Kolben gehoben wird, gleich 40000 Pfund sei? §. 13. (Zu §. 34 d. Gr.)

2. Wie groß ist für die oben angegebenen Dimensionen der hydraulischen Presse P, wenn $D = 25$ Pfund ist?

3. Wie groß müßte bei übrigens unveränderten Dimensionen der hydraulischen Presse der Durchmesser des Pumpenkolbens sein, wenn der Arbeiter durch eine Kraft $D = 30$ Pfund einen Druck $P = 50000$ Pfund ausüben sollte?

Boden- und Seitendruck der Flüssigkeiten. *Aufgaben.* 1. Der Boden eines Wasserständers hat 6 Quadratdecimeter Oberfläche und befindet sich 7 Decimeter unter dem Wasserspiegel, welchen Druck hat der Boden auszuhalten? §. 14. (Zu §. 37 u. 38 d. Gr.)

2. Ein Glasgefäß, dessen Boden 3 Quadratzoll preußisch beträgt, ist 9 Zoll hoch mit Quecksilber gefüllt; welchen Druck hat der Boden auszuhalten?

3. In einer Röhrenleitung steht eine Wassersäule von 350 Fuß Höhe, wie groß ist der Druck, den jeder Quadratzoll der Wandfläche am unteren Ende der Röhrenleitung auszuhalten hat?

4. Ein cylindrisches, mit Wasser gefülltes Gefäß hat 6 Decimeter Durchmesser. Wie groß ist der Gesammtdruck, den ein ringförmiges Stück der Gefäßwand auszuhalten hat, welches 1 Decimeter hoch ist und dessen obere Gränze 5 Decimeter unter dem Wasserspiegel liegt?

§. 15. (Zu §. 40 d. Gr.) **Gewichtsverlust untergetauchter Körper.** *Aufgaben.* 1. Wie viel wird eine sechspfündige Kugel von Gußeisen noch wiegen, wenn dieselbe in Wasser eingetaucht ist?

2. Wie weit wird ein auf Wasser schwimmender Würfel von trocknem Tannenholz noch aus dem Wasser hervorragen?

3. Mit welcher Kraft wird ein ganz in Wasser untergetauchtes Stück Kork aufwärts getrieben, wenn es in Luft gewogen 73 Gramm wiegt?

4. Ein Stück mit gediegenem Silber durchwachsenen Schwerspaths wiegt 1500 Gramm. In Wasser eingetaucht, beträgt sein Gewichtsverlust 230 Gramm. Wie viel gediegen Silber ist in dem Stück enthalten?

5. Wie schwer wird eine in Wasser untergetauchte Kugel von 2 Zoll Durchmesser wiegen, deren Masse 3 Gewichtstheile Blei auf 2 Gewichtstheile Zinn enthält?

NB. Die zur Lösung dieser Aufgaben nöthigen specifischen Gewichte findet man in der Tabelle auf Seite 79 des Grundrisses.

§. 16. (Zu §. 43 d. Gr.) **Scalenaräometer.** In Betreff der Densimeterscala folgen hier noch einige Erläuterungen.

Die folgende Tabelle giebt an, welche Volumetergrade den daneben stehenden specifischen Gewichten entsprechen.

Specif. Gewicht.	Entsprechende Volumetergrade.	Specif. Gewicht.	Entsprechende Volumetergrade.
2,0	50,00	1,1	90,90
1,9	52,63	1,0	100
1,8	55,55	0,95	105,26
1,7	58,82	0,90	111,11
1,6	62,50	0,85	117,64
1,5	66,66	0,80	125,00
1,4	71,43	0,75	133,33
1,3	76,92	0,70	142,85
1,2	83,33		

Nach dieser Tabelle sind in Fig. 59 rechts neben einer Volumeterscala für schwere Flüssigkeiten die Stellen bezeichnet, welche einem specifischen Gewichte 1,1; 1,2; 1,3 u. s. w. und in Fig. 60 die Stellen bezeichnet, welche den specifischen Gewichten 0,95; 0,90; 0,85; 0,80 u. s. w. entsprechen.

Theilt man nun auf der rechten Seite der Fig. 59 den Zwischenraum zwischen je zwei Theilstrichen (also zwischen 2,0 und 1,9 zwischen 1,9 und 1,8 u. s. w.) in 10 gleiche Theile; theilt man ferner den Abstand zweier auf einander folgender Theilstriche auf der rechten Seite der Fig. 60 in 5 gleiche Theile, so

erhält man eine **Densimeterscala**, für welche der Abstand je zweier auf einander folgenden Theilstriche einer Differenz von $^1/_{100}$ im specifischen Gewicht entspricht; man kann also mit solchen Densimetern das specifische Gewicht der Flüssigkeit, in welche sie eingetaucht werden, unmittelbar bis auf die zweite Decimalstelle ablesen. Die obige Tabelle sowohl wie die Figuren 59 und 60 zeigen, daß für gleiche Differenzen des specifischen Gewichtes die Theilstriche am unteren Ende der Scala näher zusammenrücken als am oberen.

Fig. 59.

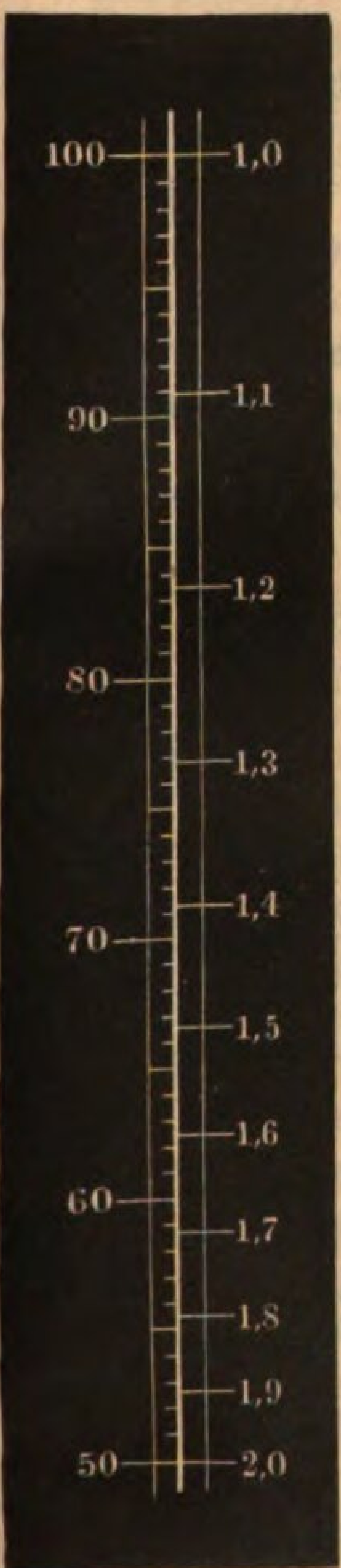


Fig. 60.

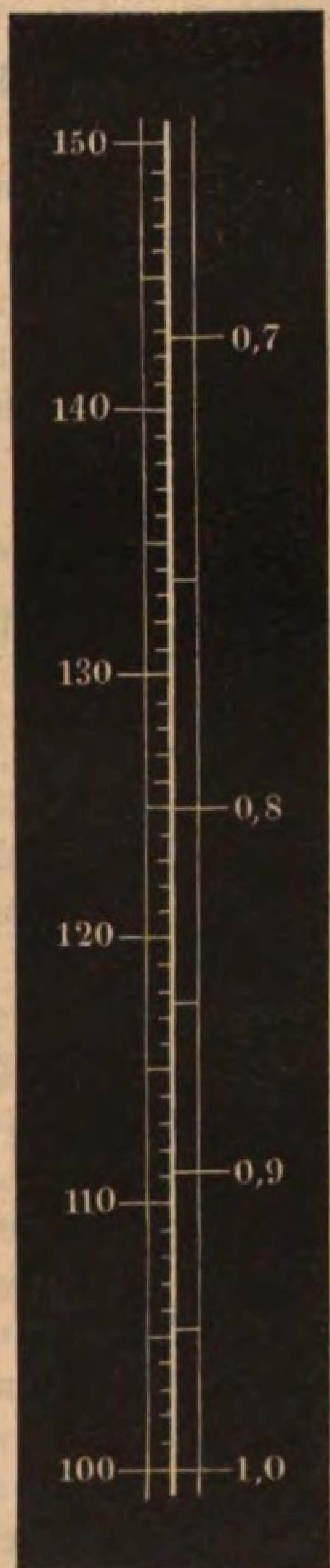
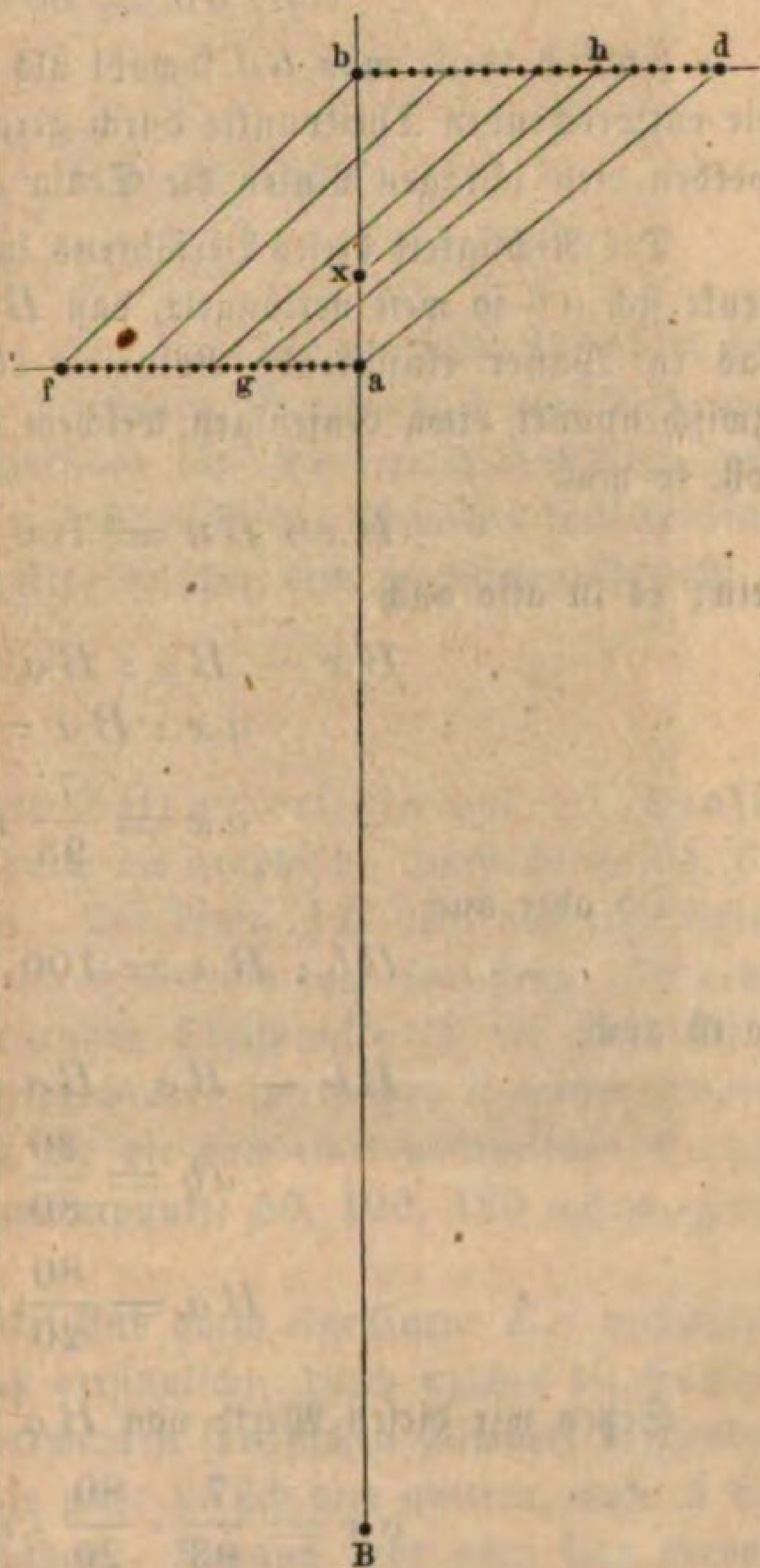


Fig. 61.



Zur Theilung der Densimeterscala hat G. G. **Schmidt** das folgende rein geometrische Verfahren angegeben: Es sei $a\,b$, Fig. 61 das zu theilende Stück der Scala und zwar sei a der Punkt, bis zu welchem das Instrument im Wasser, b der Punkt, bis zu welchem es in einer leichteren Flüssigkeit, z. B. einer

solchen einsinkt, deren specifisches Gewicht 0,8 ist. Es soll nun der Zwischenraum ab so getheilt werden, daß jeder nach oben folgende Theilstrich einem um 0,01 geringeren specifischen Gewicht entspricht.

Zu diesem Zweck ziehe man in b sowohl als auch in a eine Linie rechtwinklig auf ab, und zwar in a nach der Linken, wenn die in b nach der Rechten gerichtet ist; man messe ferner auf diesen Perpendikeln die Längen bd und af ab, welche sich umgekehrt verhalten wie die den Punkten a und b entsprechenden specifischen Gewichte, man mache also, daß

$$af : bd = 80 : 100.$$

Endlich theile man bd sowohl als af in 20 gleiche Theile und verbinde die entsprechenden Theilpunkte durch gerade Linien, wie unsere Figur zeigt, so werden diese schrägen Linien die Scala ab in den gesuchten Punkten schneiden.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens läßt sich folgendermaßen beweisen: Man denke sich ab so weit verlängert, daß $Bb : Ba = 100 : 80$, daß also Ba das in Wasser einsinkende Volumen darstellt. Es bezeichne nun x einen Zwischenpunkt, etwa denjenigen, welchem das specifische Gewicht 0,93 entsprechen soll, so muß

$$Bx : Ba = 100 : 93$$

sein; es ist also auch

$$Bx - Ba : Ba = 100 - 93 : 93$$

$$ax : Ba = 7 : 93$$

$$ax = \frac{7}{93} Ba \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Da aber auch

$$Bb : Ba = 100 : 80,$$

so ist auch

$$Bb - Ba : Ba = 20 : 80$$

$$ab = \frac{20}{80} \cdot Ba$$

$$Ba = \frac{80}{20} \cdot ab.$$

Setzen wir diesen Werth von Ba in Gleichung 1, so kommt

$$ax = \frac{7}{93} \cdot \frac{80}{20} \cdot ab = \frac{56}{186} \cdot ab.$$

Da nun aber

$$bx = ab - ax,$$

so ist auch

$$bx = ab - \frac{56}{186}\, ab = \frac{130}{186}\, ab,$$

und endlich

$$ax : bx = 56 : 130$$

$$ax : bx = 7 . 8 : 13 . 10.$$

Dieses Verhältniß zwischen ax und bx ergiebt sich aber in der That, wenn g von a aus gezählt der 7te Theilpunkt der Linie af und h von b aus gezählt der 13te Theilpunkt der Linie bd ist und dann von g nach h eine Linie gezogen wird, welche ab schneidet; denn in Folge der Aehnlichkeit der Dreiecke agx und bhx haben wir

$$ax : bx = ag : bh$$

$$ax : bx = \frac{7}{20} af : \frac{13}{20} bd = 7 af : 13 bd,$$

da aber $af = \frac{8}{10} bd$, so ist auch

$$ax : bx = 7 \cdot \frac{8}{10} bd : 13 bd$$

$$ax : bx = 7 \,.\, 8 : 13 \,.\, 10.$$

Aufgabe. In gleicher Weise wie oben die Densimeterscala innerhalb der Punkte construirt wurde, welche den specifischen Gewichten 1 und 0,8 entsprechen, soll nun auch eine Densimeterscala für schwerere Flüssigkeiten construirt werden, und zwar um Hundertel des specifischen Gewichts fortschreitend vom Wasserpunkt an bis zu dem Punkte, welcher dem specifischen Gewicht 2 entspricht.

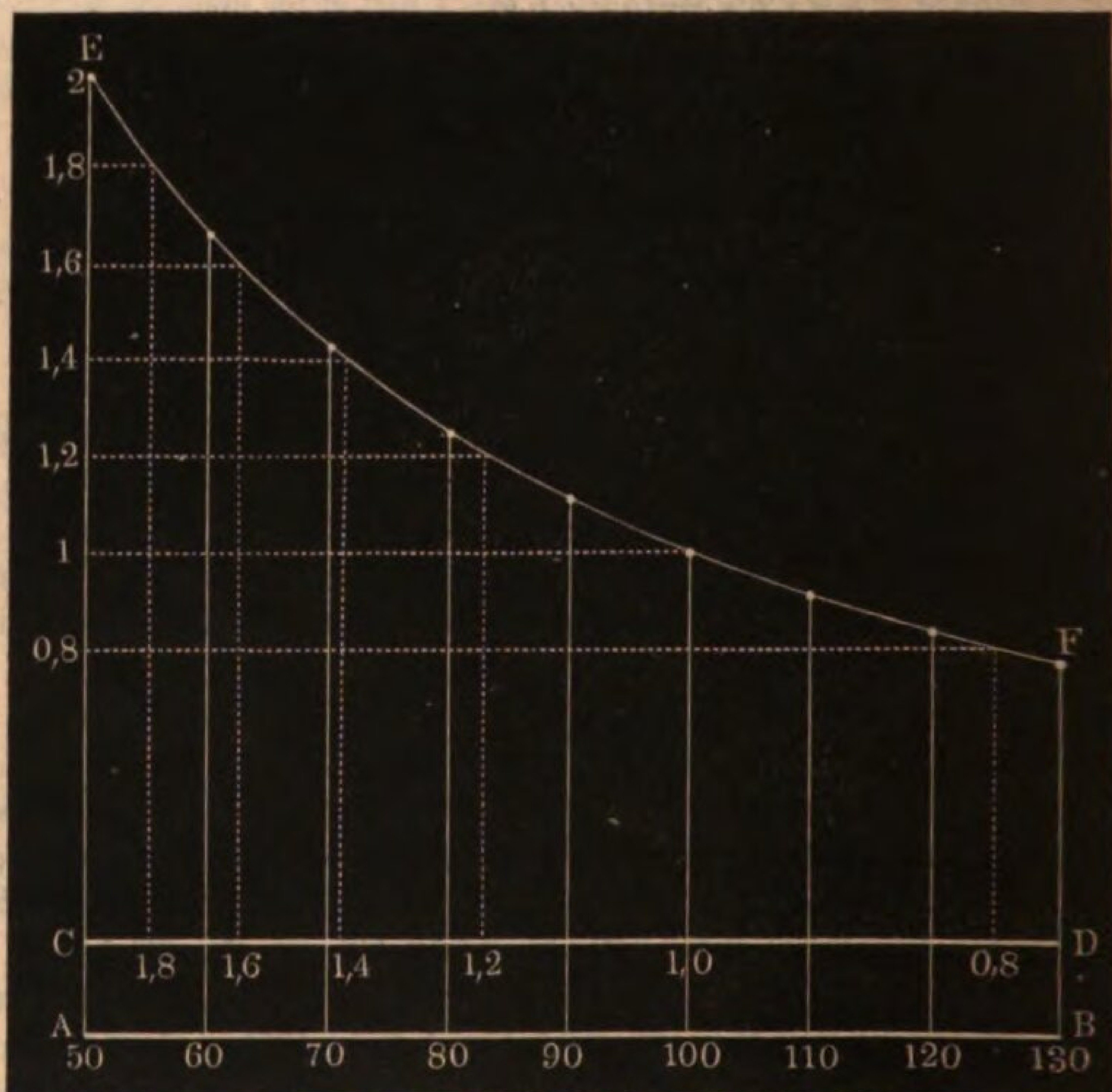
Die Relation, welche zwischen der Volumeterscala und der Densimeterscala besteht, habe ich auch durch die graphische Darstellung Fig. 62 (a. f. S.) anschaulich zu machen gesucht. Die Linie AB stellt uns eine Volumeterscala dar, welche von dem Theilstrich 50 bis zum Theilstrich 130 geht. In jedem der von 10 zu 10 fortschreitenden Theilpunkte ist ein Perpendikel errichtet und auf diesem eine dem entsprechenden specifischen Gewichte proportionale Länge aufgetragen; so sind z. B. die nach einer willkürlichen Einheit aufgetragenen Perpendikel für die Volumeterpunkte 50, 100, 120 u. s. w. gleich 2, 1, 0,83 u. s. w.

Die Gipfelpunkte dieser Perpendikel sind durch eine Curve EF verbunden und diese ist es, welche uns das Gesetz versinnlicht, durch welches die Scalenpunkte des Volumeters und die entsprechenden specifischen Gewichte verbunden sind. Die Curve wird um so steiler, je mehr sie sich dem unteren, nach A hin liegenden Theile der Volumeterscala nähert. Daraus geht aber klar hervor, daß die Differenz der beiden in 60 und 70 errichteten Perpendikel größer sein müsse als die Differenz der Perpendikel, welche in den eben so weit von einander entfernten Volumeterpunkten 120 und 130 errichtet sind; oder allgemein, daß einer gleichen Anzahl von Volumetergraden am unteren Ende der Volumeterscala eine größere Differenz der specifischen Gewichte entspricht als am oberen. Es geht auch ferner daraus hervor, daß wenn die Theilpunkte einer Scala gleichen Differenzen der specifischen Gewichte entsprechen sollten (wie es bei der Densimeterscala wirklich der Fall ist), die Entfernung zweier auf einander

folgender Theilstriche am oberen Ende der Scala größer sein müßte als am unteren.

Mit Hülfe der Curve EF, Fig. 62, lassen sich nun aber auch die Theilpunkte der Densimeterscala finden. Trägt man auf den Perpendikel AE die

Fig. 62.



Höhen 0,8; 1; 1,2; 1,4; 1,6 u. s. w. auf, zieht man alsdann in diesen Höhen wagerechte Linien bis zum Durchschnitt mit der Curve und von diesen Durchschnittspunkten wieder vertical herunter bis zur Linie CD, so erhalten wir auf dieser Linie die Scalenpunkte, welche den specifischen Gewichten 1,8; 1,6; 1,4 u. s. w. bis 0,8 entsprechen, also die Densimeterscala.

Wir haben hier nur die Construction dieser Scala für Punkte von 20 zu 20 Procent des specifischen Gewichtes angegeben. Beabsichtigt man nach dieser Methode wirklich eine Densimeterscala zu construiren, so muß die Figur in größerem Maßstabe ausgeführt sein und es müssen die Punkte wenigstens von 5 zu 5 Procent des specifischen Gewichtes gesucht werden. Die so erhaltenen Zwischenräume kann man dann ohne merklichen Fehler in gleiche Theile theilen.

Fünftes Capitel.

Vom Gleichgewicht der Gase.

Das Mariotte'sche Gesetz. Um dem Mariotte'schen Gesetz einen mathematischen Ausdruck zu geben, wollen wir bezeichnen §. 17. (Zu §. 58 d. Gr.)

mit V_n

das Volumen einer gegebenen Gasmenge bei dem mittleren (normalen) Barometerstande von 760 Millimeter;

mit V_b

das Volumen derselben Gasmenge bei irgend einem anderen Drucke b, welcher gleichfalls durch die nach Millimetern gemessene Höhe einer Quecksilbersäule ausgedrückt sein soll, welche diesem Druck das Gleichgewicht hält, so haben wir

$$V_n : V_b = b : 760,$$

also

$$V_b = \frac{V_n \,.\, 760}{b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

statt dieser Formel haben wir

$$V_b = \frac{V_n \,.\, 336}{b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1\,a)$$

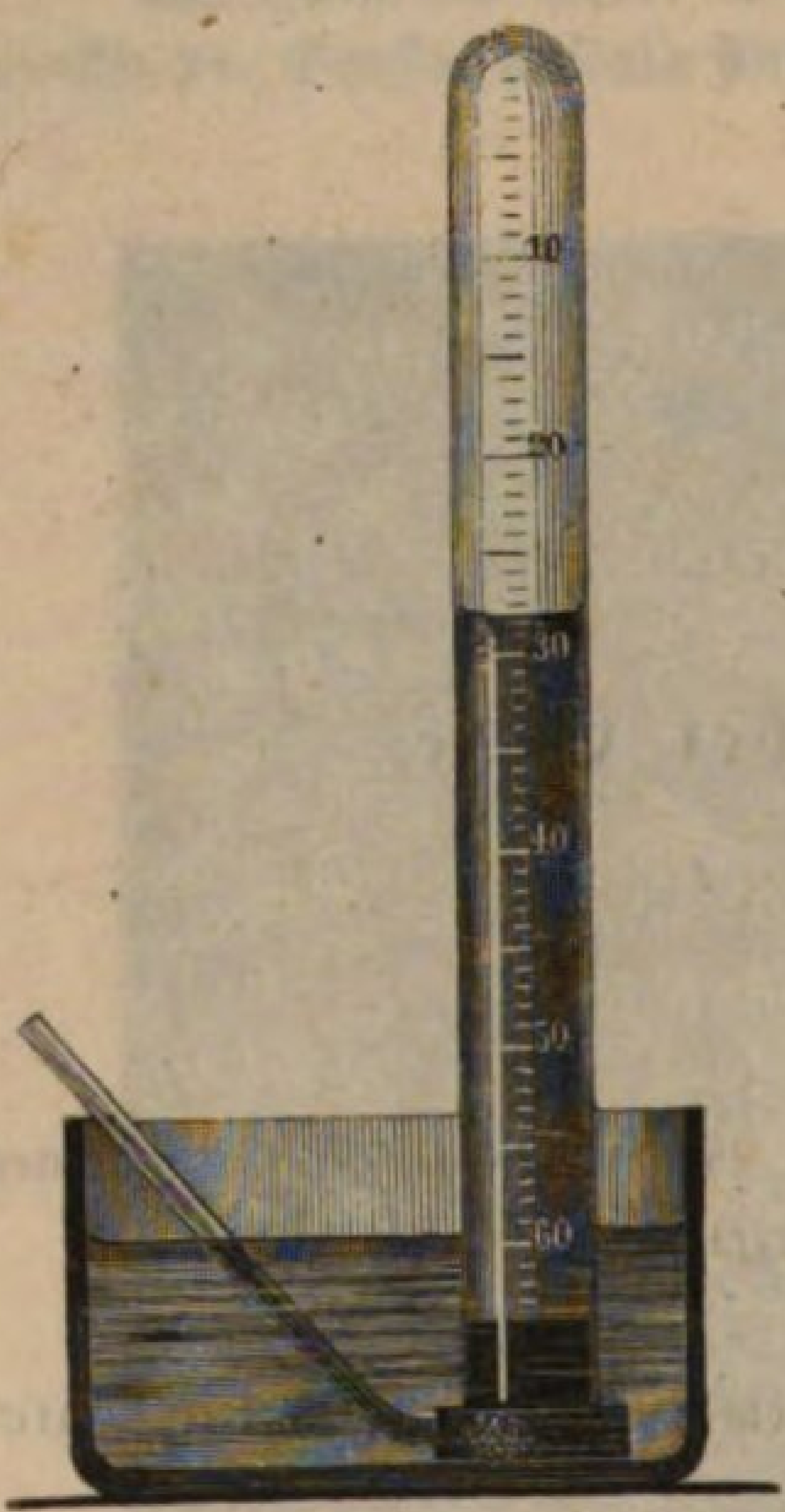
zu setzen, wenn der Barometerstand b nicht in Millimetern, sondern in Pariser Linien ausgedrückt ist.

Aufgaben. 1. Eine gegebene Menge Leuchtgas nimmt beim normalen Barometerstande von 760^{mm} ein Volumen von 5240 Kubikfuß ein; wie groß wird das Volumen dieser Gasmenge sein, wenn der Barometerstand auf 740^{mm} fällt? wie groß, wenn das Barometer auf 768^{mm} steigt?

2. Der Strom einer galvanischen Säule hat, durch ein Voltameter geleitet, in drei Minuten 258 Kubikcentimeter Knallgas bei einem Barometerstande von 736^{mm} geliefert; welchen Raum würde diese Gasmenge bei dem normalen Barometerstande von 760^{mm} einnehmen?

3. In einem Glasrohre (Fig. 63) befindet sich, durch Quecksilber abgesperrt, eine Gasmenge, welche das Volumen von 153 Kubikcentimeter einnimmt. Der Barometerstand beträgt gerade 742mm; der Gipfel der Quecksilbersäule im Rohre steht 85mm über dem Quecksilberspiegel im Gefäß; wie groß würde das Volumen dieser Gasmenge unter einem Drucke von 760mm sein?

Fig. 63.



(Bezeichnen wir allgemein mit b den gerade stattfindenden Barometerstand, mit h die Höhe der Quecksilbersäule im Rohre, so ist der Druck, welchem das Gas im oberen Theile der Röhre ausgesetzt ist, offenbar $b - h$; im obigen Beispiele wäre also der Druck, welchem das Gas ausgesetzt ist, 742 — 85 : 657 Millimeter.)

4. In einem Gasometer sind 1800 Kubikzoll Sauerstoffgas eingeschlossen und durch eine Wassersäule von 21 Zoll (Pariser) comprimirt. Der Barometerstand ist gleich 27 Zoll 9 Linien. Welches Volumen würde obige Gasmasse einnehmen, wenn sie nur dem normalen Barometerstande (28 Zoll Quecksilberdruck) ausgesetzt wäre? (Zunächst muß berechnet werden, wie hoch eine Quecksilbersäule sein muß, wenn sie einer Wassersäule von 21 Zoll Höhe das Gleichgewicht halten soll.)

§. 18. **Das Gay-Lussac'sche Gesetz.** Das Volumen einer gegebenen Luftmasse hängt nicht allein von dem Drucke ab, welchem sie ausgesetzt ist, sondern auch von ihrer Temperatur. Obgleich nun die durch Temperaturerhöhung bedingte Ausdehnung eines Gases eigentlich einen Gegenstand für die Wärmelehre bildet, so wollen wir dieselbe doch gleich hier betrachten, weil sie in der Praxis doch stets mit dem Mariotte'schen Gesetz in Beziehung tritt, indem ja das Volumen einer Gasmasse gleichzeitig durch Druck und Temperatur bedingt ist.

Aus Gründen, welche in der Wärmelehre näher besprochen werden, muß man annehmen, daß die Gase sich gleichförmig ausdehnen, d. h. daß ihr Volumen für gleiche Temperaturerhöhung um gleich viel zunimmt.

Bezeichnen wir mit 1 das Volumen einer Gasmasse bei 0° C., mit α die Raumvermehrung derselben, welche einer Temperaturerhöhung von 1° C. entspricht, so ist das Volumen der Gasmasse bei t^0 C.

$$1 + \alpha t,$$

und bei einer Temperatur von $-t^0$ ist sie

$$1 - \alpha t.$$

Eine Gasmasse, welche bei 0° C. das Volumen V_0 hat, wird also unter sonst gleichen Umständen bei t^0 das Volumen

$$V_t = V_0 (1 + \alpha t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

einnehmen.

Der erste Versuch, den Coefficienten α genau zu bestimmen, wurde von Gay-Lussac gemacht, und deshalb wird auch das durch Gleichung (2) ausgedrückte Gesetz das »Gay-Lussac'sche« genannt. Nach ihm wäre

$$\alpha = 0{,}00375.$$

Nach späteren genaueren Bestimmungen von Rudberg, Magnus und Regnault ist für vollkommen trockne Luft

$$\alpha = 0{,}00365,$$

also schon nahe gleich $^{11}/_{3000}$.

Um nun das Mariotte'sche und das Gay-Lussac'sche Gesetz in einer Formel zusammenzufassen, wollen wir das Volumen einer Gasmasse bei 0° C. und unter einem Drucke von 760^{mm} mit V_{no}, das Volumen derselben Gasmasse bei t^0 und einen Druck b aber mit V_{bt} bezeichnen. Es ergiebt sich alsdann durch Combination der Gleichungen (1) und (2)

$$V_{bt} = V_{no} \frac{760}{b} (1 + \alpha t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wo für α der Werth 0,00365 oder $^{11}/_{3000}$ zu setzen ist, und daraus

$$V_{no} = V_{bt} \frac{b}{760 (1 + \alpha t)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Die durch Gleichung (3) oder durch Gleichung (4) ausgesprochene Beziehung wird mit dem Namen des Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes bezeichnet.

Die Berechnung von V_{no} nach Gleichung (4), wenn V_{bt} durch die Beobachtung gegeben ist, wird auch die Reduction des Gasvolumens auf die Normaltemperatur und den Normaldruck oder kurz Reduction auf den Normalzustand genannt.

Aufgaben. 1. Welchen Raum nimmt bei 36° C. und unter einem Drucke von 732^{mm} eine Gasmasse ein, welche bei 0° C. und unter einem Drucke von 760^{mm} ein Volumen von 12 Kubikdecimetern ausfüllt?

2. Der durch ein Voltameter geleitete Strom einer galvanischen Säule hat 632 Kubikcentimeter Knallgas von 16° C. geliefert, welche unter einem Drucke von 742 Millimetern standen. Welchen Raum würde diese Gasmenge bei 0° C. und unter einem Drucke von 760^{mm} einnehmen?

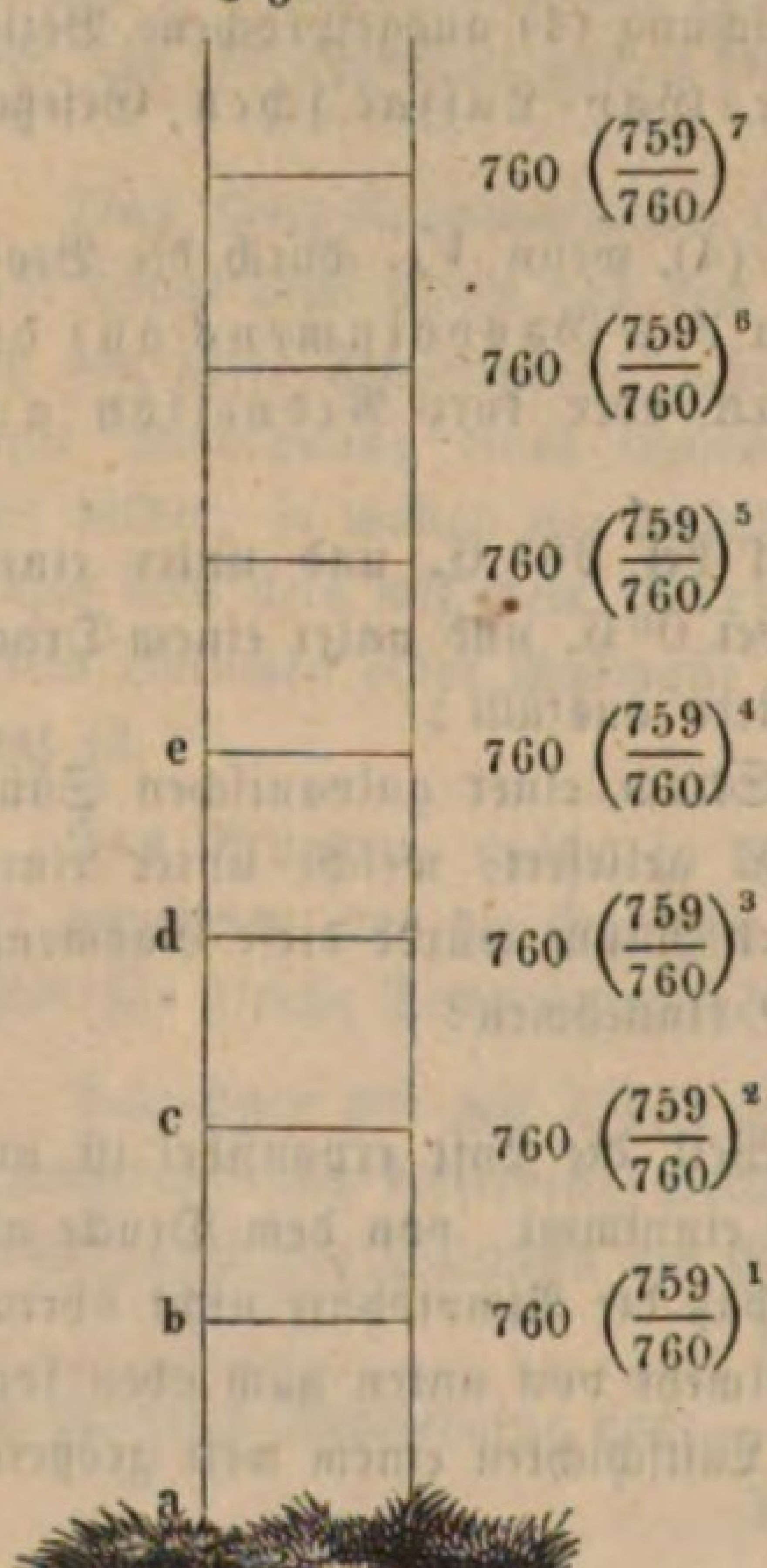
Barometrische Höhenmessung. Weil die Luft expansibel ist und das Volumen, welches eine gegebene Luftmenge einnimmt, von dem Drucke abhängt, welchem sie ausgesetzt ist, so ist klar, daß die Atmosphäre nicht überall gleiche Dichtigkeit haben kann, daß dieselbe vielmehr von unten nach oben fortwährend abnehmen muß, weil ja die tieferen Luftschichten einem weit größeren Druck ausgesetzt sind als die höheren. §. 19.

Daß die tieferen Luftschichten wirklich einen stärkeren Druck auszuhalten haben, das beweisen uns die in verschiedenen Höhen angestellten Barometerbeobachtungen. Am Meeresufer ist die Höhe der Barometersäule im Mittel 760 Millimeter; sobald man sich aber über den Meeresspiegel erhebt, sinkt das Barometer um so mehr, je höher man steigt; zu Potosi, in einer Höhe von 13220 Fuß, ist der mittlere Barometerstand nur noch 471 Millimeter (17,4 Zoll); in jener Höhe ist also der Luftdruck nur noch 0,62 von demjenigen, welcher am Ufer des Meeres stattfindet.

Daß die Luft in der Höhe weniger dicht ist als in der Tiefe, läßt sich gleichfalls durch Barometerversuche darthun. Vom Spiegel des Meeres aus muß man um 10,5 Meter steigen, wenn das Barometer um 1 Millimeter fallen soll; wenn man aber von Potosi aus noch höher steigt, so muß man sich um 16,8 Meter erheben, um ein Sinken des Barometers um 1 Millimeter zu erhalten. Die Dichtigkeit der Luft zu Potosi verhält sich also zu der Dichtigkeit der Luft am Ufer des Meeres wie 10,5 zu 16,8, d. h. im Niveau des Meeres ist die Luft 1,6mal dichter als zu Potosi, oder mit anderen Worten: die Dichtigkeit der Luft zu Potosi ist nur 0,62 von derjenigen, welche am Ufer des Meeres stattfindet.

Das Barometer ist dasjenige Instrument, welches uns über die Dichtigkeitsverhältnisse der Luft in verschiedenen Höhen die beste Auskunft geben kann; um aber aus den Barometerbeobachtungen die gewünschten Resultate ziehen zu können, ist es nöthig, erst die Beziehungen kennen zu lernen, welche zwischen der Erhebung über den Meeresspiegel und dem entsprechenden Sinken des Barometers stattfindet.

Fig. 64



Es ist soeben erwähnt worden, daß, wenn an einem Orte der Barometerstand 760 Millimeter beträgt, man um 10,5 Meter steigen müsse, wenn das Barometer um 1 Millimeter, also bis auf 759 Millimeter (oder, was dasselbe ist, auf $760^{759}/_{760}$ Millimeter) fallen solle. Ohne merklichen Fehler können wir annehmen, daß die ganze Luftschicht von 10,5 Meter Höhe überall gleich dicht sei, wir können annehmen, daß sie so dicht sei als am Boden. Es sei *a* (Fig. 64) ein Punkt auf dem Boden, *b* ein 10,5 Meter höher gelegener Punkt, und jeder der folgenden Punkte *c*, *d*, *e* u. s. w. liege immer wieder um 10,5 Meter höher als der nächst tiefere. Da nach dem Mariotte'schen Gesetze die Dichtigkeit der Luft dem Drucke proportional ist, unter welchem sie sich befindet, so muß die Luftschicht *bc* weniger dicht sein als *ab*, und zwar werden sich die Dichtigkeiten

dieser Schichten verhalten wie die Barometerstände in a und b, d. h. die Dichtigkeit der Schicht bc ist $^{759}/_{760}$ von der Dichtigkeit der Schicht ab. Wenn man also von b nach c steigt, so wird das Barometer nicht abermals um 1 Millimeter fallen, sondern nur um $^{759}/_{760}$ Millimeter. Der Barometerstand in c ist demnach:

$$760 \frac{759}{760} - \frac{759}{760} = \frac{759}{760} (760 - 1) = \frac{759^2}{760} = 760 \left(\frac{759}{760}\right)^2 \text{ Millimeter.}$$

Auf diese Weise können wir weiter schließen, daß sich die Dichtigkeiten der Schichten bc und cd verhalten wie die Barometerstände in b und c, daß also die Schicht cd $^{759}/_{760}$ mal leichter ist als die Schicht bc. Wenn also die Luftschicht bc einer Quecksilbersäule von $\frac{759}{760}$ Millimetern das Gleichgewicht hält, so kann die Schicht cd nur eine Quecksilbersäule von $\frac{759}{760} \times \frac{759}{760} = \left(\frac{759}{760}\right)^2$ Millimeter tragen, und wenn man sich von c bis d erhebt, so muß das Barometer um $\left(\frac{759}{760}\right)^2$ Millimeter fallen. In d ist also der Barometerstand

$$760 \left(\frac{759}{760}\right)^2 - \left(\frac{759}{760}\right)^2 = 760 \left(\frac{759}{760}\right)^3 \text{ Millimeter.}$$

Dies reicht hin, um das Gesetz zu übersehen: in e wird der Barometerstand $760 \left(\frac{759}{760}\right)^4$, in f $760 \left(\frac{759}{760}\right)^5$ sein u. s. w. Wenn man sich also n mal 10,5 Meter über a erhebt, so ist der Barometerstand $760 \left(\frac{759}{760}\right)^n$.

Ist an einem Orte der Barometerstand $B = 760 \left(\frac{759}{760}\right)^m$, an einem anderen höher gelegenen $b = 760 \left(\frac{759}{760}\right)^n$, so ist die Höhendifferenz beider Orte $(n - m)$ mal 10,5 Meter.

Aus den Gleichungen

$$B = 760 \left(\frac{759}{760}\right)^m$$

$$b = 760 \left(\frac{759}{760}\right)^n$$

folgt

$$log\, B = log\, 760 + m \,.\, log \frac{759}{760}$$

$$log\, b = log\, 760 + n \,.\, log \frac{759}{760}.$$

Zieht man die letzte Gleichung von der vorhergehenden ab, so kommt

$$log\, B - log\, b = (m - n) \,.\, log \frac{759}{760} \text{ und}$$

$$\log B - \log b = (n - m)\ 0{,}0005718$$

$$n - m = \frac{\log B - \log b}{0{,}0005718}.$$

Da aber die Höhendifferenz H der beiden fraglichen Orte $(n - m)$ 10,5 Meter ist, so haben wir auch

$$H = 10{,}5\ \frac{\log B - \log b}{0{,}0005718}$$

$$H = 18363\ (\log B - \log b)\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (1)$$

Diese Formel giebt die Höhendifferenz H zweier Orte in Metern. Will man dieselbe in Pariser Fußen ausgedrückt haben, so hat man die Gleichung

$$H = 56386\ (\log B - \log b)\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (2)$$

anzuwenden.

Da der Quotient $\frac{B}{b}$ und folglich auch die Differenz $\log B - \log b$ unverändert bleibt, mit welcher Einheit auch die Barometerstände B und b gemessen sein mögen, so kann man nach Belieben, sowohl in Gleichung (1) als auch in Gleichung (2) die Barometerstände B und b in Millimetern oder in Pariser Linien oder in irgend einem anderen Maße ausdrücken.

Nach dieser Formel ist der mittlere Barometerstand einer Höhe

von	1500	Pariser Fuß	über	dem	Meere	715^{mm}	oder	26″	5‴	Par. M.
»	3000	»	»	»	»	673	»	24	10	»
»	6000	»	»	»	»	595	»	22	0	»
»	9000	»	»	»	»	527	»	19	6	»
»	18000	»	»	»	»	365	»	13	6	»
»	27000	»	»	»	»	252	»	8	5	»

Aus unserer Formel ergiebt sich nun auch leicht, wie hoch man steigen müsse, wenn das Barometer auf die Hälfte des normalen Barometerstandes am Meere fallen soll. Setzt man $B = 760$, $b = 380$, so folgt aus Gleichung (2) $H = 16972$ Pariser Fuß.

Erhebt man sich abermals um 16972 Fuß, so muß das Barometer auf $\frac{1}{4}$ seines Standes am Meere fallen u. s. w.

Setzt man in unserer Gleichung (2) $B = 760$ und $b = 1$, so folgt $H = 162448$. In einer Höhe von 160000 Fuß, nahe 8 geographische Meilen, ist also der Luftdruck bereits so gering, daß er nur noch eine Quecksilbersäule von 1 Millimeter zu tragen im Stande ist, in einer Höhe von 8 Meilen über dem Meeresspiegel ist also die Luft schon so verdünnt, wie wir es kaum mit den besten Luftpumpen erreichen können.

In den unteren Schichten der Atmosphäre wiegen ungefähr 113 Kubikfuß Luft 1 Pfund, eben so viel wiegen in einer Höhe von 8 Meilen erst 8600 Kubikfuß Luft.

Die nach Gleichung (1) oder (2) berechnete Höhendifferenz zweier Orte kann man übrigens nur als eine erste Annäherung betrachten. Um genaue Resultate zu erhalten, müßte man noch Correctionen wegen ungleicher Luft-

temperatur, wegen der Luftfeuchtigkeit u. s. w. anbringen, von denen hier nicht die Rede sein kann.

Aufgaben. 1. Auf der Höhe eines Berges hat man den Barometerstand 22 Zoll 7 Linien beobachtet, während in einem benachbarten Thale gleichzeitig der Barometerstand 26 Zoll 5 Linien war. Wie hoch liegt der Gipfel des Berges über dem Beobachtungsorte im Thal?

Wie viel wiegen 1000 Kubikfuß Luft auf dem Gipfel des Berges?

2. Beim Beginn einer Luftfahrt in einem Luftballon war der Barometerstand 27 Zoll 4 Linien; als der Luftballon seine größte Höhe erreicht hatte, war das mitgenommene Barometer auf 19 Zoll 2 Linien gefallen; welche Höhe hat der Luftballon erreicht?

3. Gay-Lussac stieg im Luftballon bis zu einer Höhe von 21000 Fuß auf; wenn nun am Boden der Barometerstand 28 Zoll betrug, wie tief müßte in der vom Ballon erreichten Höhe das mitgenommene Barometer gesunken sein?

Die Luftpumpe. Bezeichnen wir mit V das Volumen des Recipienten sammt den Canälen bis zum Stiefel, mit v den Rauminhalt des Stiefels, so ist klar, daß die Luftmenge, welche das Volumen V einnahm, als der Kolben seine unterste Stellung hatte, sich auf das Volumen $V + v$ ausdehnen muß, wenn der Kolben, während die Communication zwischen dem Recipienten und dem Stiefel hergestellt ist, in die Höhe gezogen wird. Die Luft, welche ursprünglich die Dichtigkeit d hatte, wird in Folge dessen eine geringere Dichtigkeit d_1 erlangen, zu deren Bestimmung wir die Gleichung §. 20. (Zu §. 59 d. Gr.)

$$d : d_1 = V + v : V$$

haben, woraus sich ergiebt

$$d_1 = d \frac{V}{V + v} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Der Recipient enthält nun Luft von der Dichtigkeit d_1; ein zweiter Kolbenzug bringt aber eine abermalige Verdünnung hervor, er reducirt die Dichtigkeit der Luft auf d_2, für den Werth von d_2 haben wir aber

$$d_2 = d_1 \frac{V}{V + v},$$

und wenn wir für d_1 seinen obigen Werth setzen,

$$d_2 = d \left(\frac{V}{V + v}\right)^2.$$

Auf gleiche Weise fortschließend ergiebt sich, daß nach n Kolbenzügen die Dichtigkeit der Luft noch sein wird

$$d_n = d \left(\frac{V}{V + v}\right)^n \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Der Einfachheit wegen wollen wir im Folgenden die ursprüngliche Dichtigkeit der Luft im Recipienten, also d gleich 1 setzen; ebenso wollen wir den

Raum innerhalb des Stiefels, also v, zur Volumeneinheit nehmen, nach welcher dann auch V zu messen ist.

Aufgaben 1. Der Inhalt des Recipienten sei gleich dem des Stiefels, also $V = v = 1$. Wie groß wird die Verdünnung im Recipienten nach 3, nach 6, nach 12 Kolbenzügen sein?

2. Der Rauminhalt des Recipienten sei dreimal so groß als der des Stiefels, wie groß ist die Verdünnung nach 4, nach 8, nach 16 Kolbenzügen?

3. Das Volumen des Recipienten ist viermal so groß als das des Stiefels, wie viel Kolbenzüge sind nöthig, um die Luft ungefähr bis auf $^1/_{500}$ ihrer ursprünglichen Dichtigkeit zu verdünnen?

Der nach Gleichung (2) berechnete Grad der Verdünnung läßt sich aber in der Praxis nie erreichen, einmal weil die Kolben, Hähne, Fugen u. s. w. des Instrumentes doch nicht absolut luftdicht sind, vorzugsweise aber wegen des schädlichen Raumes, den wir sogleich näher betrachten wollen.

So vollkommen auch eine Luftpumpe gearbeitet sein mag, so wird doch der Kolben, wenn er seine tiefste Stellung hat, nicht absolut genau auf dem Boden des Stiefels aufsitzen; es bleibt immerhin ein wenn auch verhältnißmäßig kleiner Raum zwischen der Unterfläche des Kolbens und der Bodenfläche des Stiefels übrig. Mit diesem Raume steht nun ein kurzes Canalstückchen in Verbindung, welches in Ventilluftpumpen unterhalb des Kolbenventils, bei Hahnluftpumpen zwischen der Bodenfläche des Kolbens und dem Senguerd'schen Hahne liegt, und welche mit demselben den sogenannten schädlichen Raum bilden.

Dieser schädliche Raum kommt nun beim Niedergang des Kolbens mit der äußeren Luft in Verbindung, und zwar bei Hahnluftpumpen durch den Senguerd'schen Hahn, bei Ventilluftpumpen durch die Oeffnung des Kolbenventils; er ist also jedenfalls mit Luft von atmosphärischer Dichtigkeit gefüllt, die sich in dem Recipienten verbreitet, wenn die Verbindung zwischen dem Stiefel und dem Recipienten wieder hergestellt wird und der Kolben seine aufgehende Bewegung beginnt.

Das Maximum der Verdünnung, welches eine Luftpumpe hervorzubringen im Stande ist, ist jedenfalls erreicht, wenn bei jedem Aufzug des Kolbens gerade so viel Luft aus dem Recipienten in den Stiefel hinübergeschafft wird, als sich nachher wieder aus dem schädlichen Raume in den Recipienten ergießt.

§. 21. **Compressionspumpen.** Die Verdichtung, welche man mittelst einer
(Zu §. 60 d. Gr.) Compressionspumpe hervorbringen kann, würde man nach der Gleichung

$$d_n = d\left(\frac{V+v}{V}\right)^n,$$

welche durch ein ganz ähnliches Raisonnement erhalten wird, wie Gleichung (2) in §. 20, und in welcher die Buchstaben dieselbe Bedeutung haben, wie dort, berechnen können, wenn nicht auch hier der schädliche Raum seinen nachtheiligen Einfluß ausübte.

Der schädliche Raum ist bei der Compressionspumpe, welches auch übrigens

ihre Construction sein mag, der Raum, welcher zwischen dem Bodenventil des Recipienten und dem Kolben des Laderohrs bleibt, wenn letzterer am oberen Ende des Laderohrs (d. h. an dem dem Recipienten zunächst liegenden Ende) angekommen ist. Die Gränze der Ladung ist erreicht, wenn die Luft, welche das Laderohr beim untersten Stande des Kolbens füllt, auf das Volumen des schädlichen Raumes comprimirt, nicht mehr im Stande ist, das Bodenventil des Recipienten zu heben, wenn also die Dichtigkeit im Recipienten nahe eben so groß ist wie die Dichtigkeit, welche die im Laderohre abgesperrte atmosphärische Luft bei ihrer Compression auf das Volumen des schädlichen Raumes erlangt.

Steigkraft des Luftballons. Ein Kubikmeter Luft im Normalzustande (Temperatur 0° C., Luftdruck 760 Millimeter) wiegt nahezu 1,3 (genauer 1,299) Kilogramm. Das Wasserstoffgas ist unter übrigens gleichen Umständen 0,07 (genauer 0,0688) mal leichter als atmosphärische Luft, 1 Kubikmeter Wasserstoffgas im Normalzustande wiegt also 1,3 × 0,07 oder in runder Zahl 0,09 Kilogramm. Die Differenz dieser Gewichte, 1,3 — 0,09 = 1,21 Kilogramm, repräsentirt also die Steigkraft von 1 Kubikmeter Wasserstoffgas. §. 22.

Der Luftballon, in welchem Charles und Robert aufstiegen, hatte einen Rauminhalt von 500 Kubikmeter. Bei 0° C. Temperatur und 760 Millimeter Barometerstand würde also die Steigkraft des Wasserstoffgases im Ballon 500 . 1,21 oder 605 Kilogramm betragen. Der Ballon muß steigen, wenn das Gewicht der Hülle sammt Allem, was daran hängt, weniger als 605 Kilogramm wiegt.

Das Leuchtgas, welches in neuerer Zeit häufig zur Füllung von Luftballons angewandt wird, ist weit schwerer als Wasserstoffgas, sein specifisches Gewicht ist ungefähr 0,63 von dem der atmosphärischen Luft, 1 Kubikmeter Leuchtgas wiegt also im Normalzustande ungefähr 0,82 Kilogramm; es bleibt also für jedes Kubikmeter Leuchtgas noch eine Steigkraft von 1,3 — 0,82 = 0,48 Kilogramm. 500 Meter Leuchtgas haben demnach nur eine Steigkraft von 240 Kilogramm, sie ist also weit geringer als die Steigkraft eines gleichen Volumens Wasserstoffgas.

Für die Montgolfiere ist die Steigkraft noch weit geringer. In einem großen Ballon steigt die Temperatur der heißen Luft höchstens auf 60 bis 70° C., so daß die Dichtigkeit der im Ballon eingeschlossenen Luft ungefähr 0,8 der Luft von 0° C., woraus sich für das Kubikmeter der erwärmten Luft nur eine Steigkraft von 0,26 Kilogramm, für 500 Kubikmeter also nur eine Steigkraft von 130 Kilogramm ergiebt. Man muß also einer Montgolfiere schon sehr große Dimensionen geben, wenn sie einigermaßen bedeutende Lasten mit in die Höhe nehmen soll.

Bezeichnen wir allgemein mit s das Gewicht von 1 Kubikmeter atmosphärischer Luft, mit s' das Gewicht von 1 Kubikmeter eines anderen Gases, so ist die Steigkraft für 1 Kubikmeter dieses ringsum von atmosphärischer Luft umgebenen Gases $s - s'$.

und für V Kubikmeter ist alsdann die Steigkraft

$$V(s - s').$$

Bezeichnen wir mit G das Gewicht des Ballons, d. h. das Gewicht der Hülle mit Allem was daran hängt, so ist die Steigkraft, mit welcher die ganze Vorrichtung aufsteigt,

$$V(s - s') - G.$$

Aufgaben. 1. Wie groß ist die Steigkraft eines bei 0° C. und einem Barometerstande von 760 Millimeter mit Wasserstoffgas gefüllten Ballons von 500 Kubikmeter Inhalt, wenn das Gewicht der Hülle mit Allem, was daran hängt, 450 Kilogramm wiegt?

2. Wie hoch wird dieser Ballon steigen, wenn er so geschlossen ist, daß weder etwas von dem eingeschlossenen Wasserstoffgase austreten, noch das Volumen des Ballons merklich zunehmen kann?

3. Wie groß ist die Steigkraft des in der Aufgabe Nr. 1 besprochenen Ballons, wenn er bei einer Temperatur von 20° C. und einem Barometerstande von 735 Millimeter gefüllt wird?

4. Wie groß müßte man einen mit Leuchtgas zu füllenden Ballon machen, der mit Allem, was daran hängt, gleichfalls 450 Kilogramm wiegen mag, wenn er unter sonst gleichen Umständen gleiche Steigkraft mit dem in der ersten Aufgabe besprochenen Ballon haben soll?

(NB. Da in diesem Falle die Hülle des weit größeren Ballons an und für sich schon weit mehr wiegt, als in dem für Wasserstoffgas construirten Ballon, so muß natürlich die angehängte Last für den Leuchtgasballon bei weitem geringer sein.)

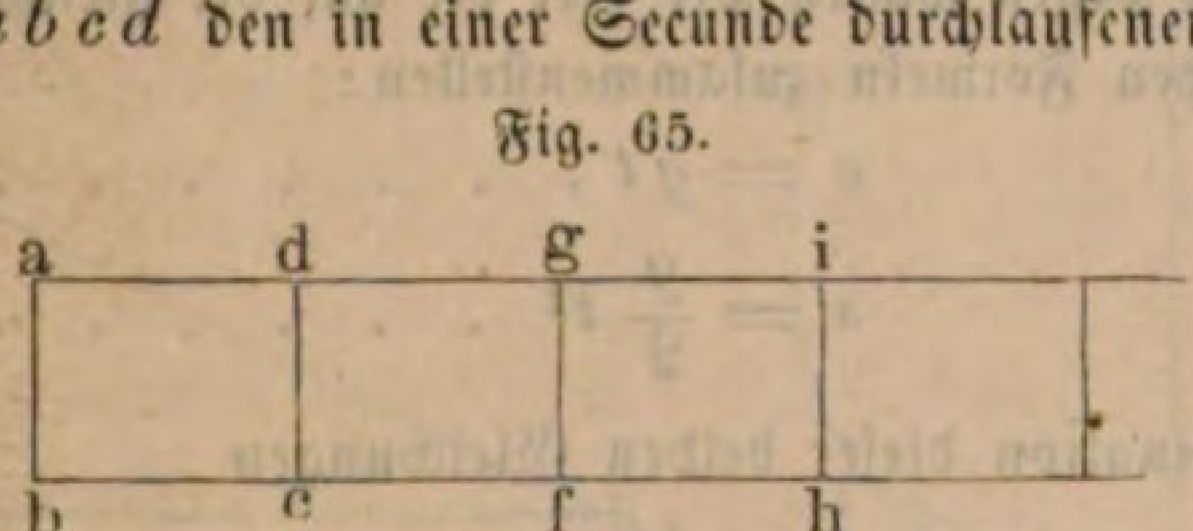
Die Hülle des mit Wasserstoffgas oder Leuchtgas zu füllenden Ballons besteht aus Seidenzeug, welches durch Kautschuk gasdicht gemacht ist.

Siebentes Capitel.

Bewegung fester Körper unter dem Einfluß beschleunigender Kräfte.

Das Fallgesetz. Das Fallgesetz läßt sich in elementarer Weise auch §. 23.
noch mit Hülfe graphischer Darstellung ableiten. Wenn ein Körper mit der (Zu §. 70 d. Gr.)
gleichförmigen Geschwindigkeit v sich t Secunden lang bewegt, so ist der Weg, den er zurückgelegt hat, vt. Dieses Product aber läßt sich geometrisch als ein längliches Rechteck construiren, dessen Basis die Zeit t, dessen Höhe aber der Geschwindigkeit v proportional ist. In Fig. 65 sei z. B. die Abscisse bc die Zeiteinheit, die Höhe ba der Geschwindigkeit v proportional, so stellt das längliche Rechteck $abcd$ den in einer Secunde durchlaufenen Raum dar. Bei

Fig. 65.

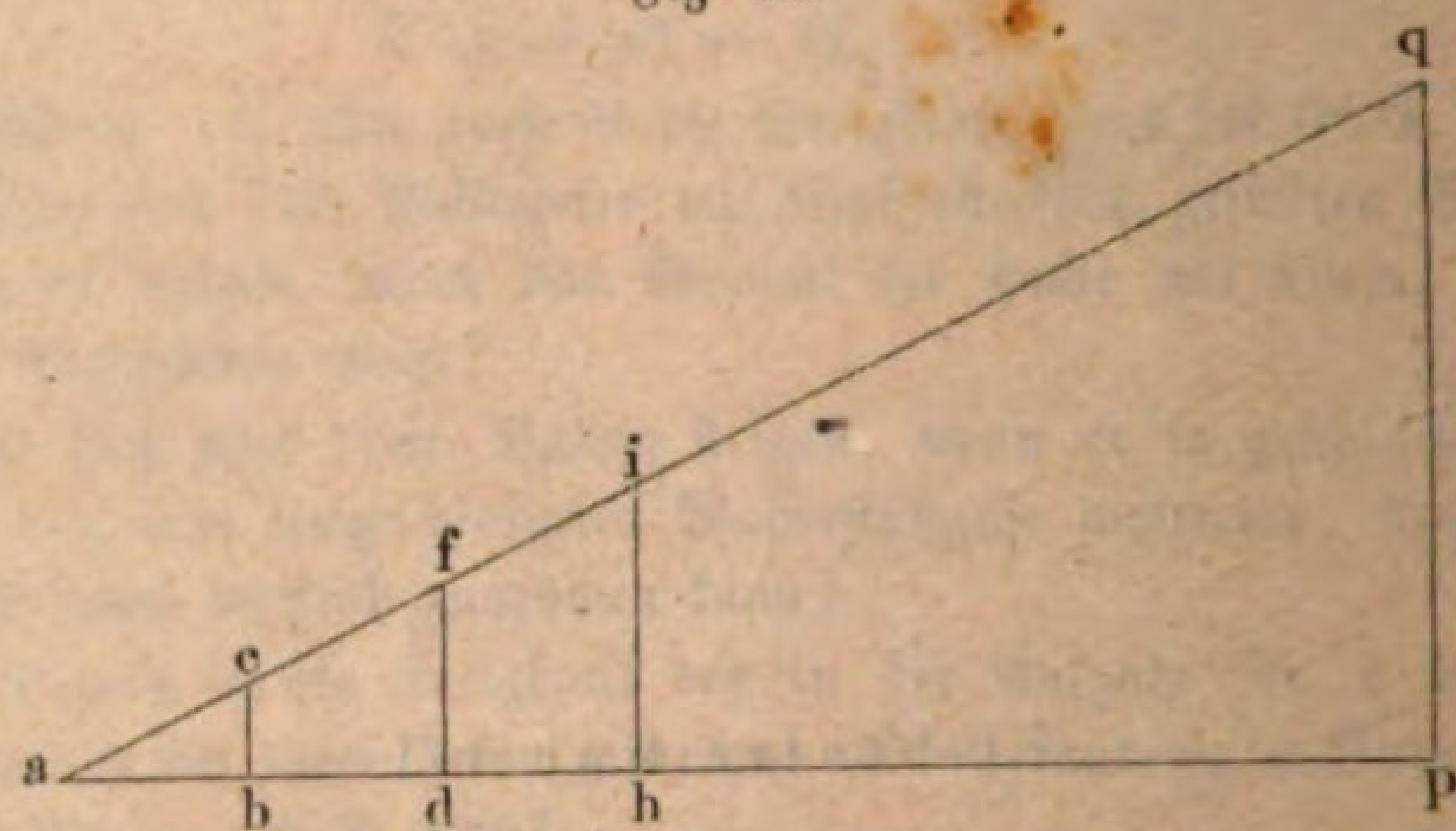


gleicher Geschwindigkeit wird in zwei, drei u. s. w. Secunden der doppelte, dreifache u. s. w. Weg zurückgelegt, welcher dann durch die Rechtecke $abfg$, $abhi$ u. s. w. dargestellt ist, deren Höhe stets dieselbe bleibt, während die Basis der Zeit proportional wächst.

Bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung, z. B. beim freien Fall, ist nun die Geschwindigkeit nicht gleichförmig, sondern sie wächst der Fallzeit pro-

portional. Zu Anfang der Bewegung ist die Geschwindigkeit 0, am Ende der ersten, zweiten, dritten u. s. w. Secunde ist sie g, $2g$, $3g$ u. s. w. In Fig. 66 stelle nun die Abscisse ab eine Secunde, die Ordinate bc aber die Endgeschwindigkeit der ersten Secunde g dar, so repräsentirt $ad, ah \ldots ap$ die Fallzeit

Fig. 66.



von 2, 3 ... t Secunden, während $df = 2g$, $hi = 3g \ldots pq = t.g$ die Endgeschwindigkeit der 2ten, 3ten ... $t$ten Secunde darstellt. Da während der ersten Fallsecunde die Geschwindigkeit gleichförmig von 0 bis cb, während 2, 3 ... t Secunden aber bis fg, $hi \ldots pq$ wächst, so stellen auch die Dreiecke abc, adf, $ahi \ldots apq$ den in 1, 2, 3 ... t Secunden durchlaufenen Fallraum dar.

Nun aber ist
$$ap = t$$
$$pq = g.t,$$
also haben wir für den Inhalt s des Dreiecks apq:
$$s = \frac{ap \times pq}{2} = \frac{g}{2}t^2,$$
ein Werth, welcher mit dem der Gleichung auf S. 121 des Grundrisses übereinstimmt.

Der Uebersicht wegen wollen wir hier die auf die gleichförmig beschleunigte Bewegung bezüglichen Formeln zusammenstellen:
$$v = gt \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$
$$s = \frac{g}{2}t^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$
und aus der Combination dieser beiden Gleichungen
$$v = \sqrt{2gs} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$
und
$$s = \frac{v^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Mit Hülfe dieser Gleichungen sind nun folgende Aufgaben zu lösen, wobei $g = 30$ (Pariser) Fuß oder gleich 9,8 Meter zu setzen ist.

1. Um die Tiefe eines Brunnens zu ermitteln, hat man einen Stein hinabfallen lassen, und von dem Moment, wo man ihn losließ, bis zu dem

Moment, in welchem man ihn ins Wasser fallen hörte, $3^1/_2$ Secunden gezählt; wie tief ist der Brunnen (ohne den Luftwiderstand und die Fortpflanzungsdauer des Schalls zu berücksichtigen)?

2. Wie viel Zeit würde ein Körper nöthig haben, um eine Höhe von 10000 Fuß (ohne Luftwiderstand) zu durchfallen?

3. Mit welcher Geschwindigkeit kommt eine Bleikugel auf dem Boden an, welche 10, 20, 500 Fuß hoch herabgefallen ist?

Gleichförmig verzögerte Bewegung. *Aufgaben.* Wenn ein schwerer Körper mit einer Geschwindigkeit von 10, 50, 200, 1000 Fuß vertical in die Höhe geworfen wird, so ist die Frage, in wie viel Secunden erreicht er den Gipfel seiner Bahn (Gleichung 1) und wie hoch wird er steigen (Gleichung 2) [NB. ohne Berücksichtigung des Luftwiderstandes]? §. 24. (Zu §. 73 d. Gr.)

Fall auf der schiefen Ebene. Bezeichnet g wie bisher die beschleunigende Kraft der Schwere, x den Winkel, welchen die schiefe Ebene mit der Horizontalen macht, so ist $g.sin\,x$ die beschleunigende Kraft, welche den Körper zur schiefen Ebene herabtreibt (Grundriß §. 22, S. 33). §. 25.

Der Weg s, welchen der frei fallende Körper in t Secunden zurücklegt, ist $s = \frac{g}{2}t^2$; auf der schiefen Ebene durchläuft er in derselben Zeit den Weg $s' = \frac{g}{2}\,sin\,x.t^2 = s.sin\,x$. — In Fig. 67 sei nun ab die schiefe Ebene, ac der Raum s, welchen der frei fallende Körper in t Secunden durchfällt, so findet man den Weg s', welchen ein Körper in derselben Zeit auf der schiefen Ebene durchläuft, durch Construction, wenn man von c ein Perpendikel cd auf ab fällt. Es ist hier offenbar $ad = ac\,.\,sin\,x$, oder $ad = s\,.\,sin\,x$, es ist also ad der gesuchte Fallraum s' auf der schiefen Ebene.

Fig. 67.

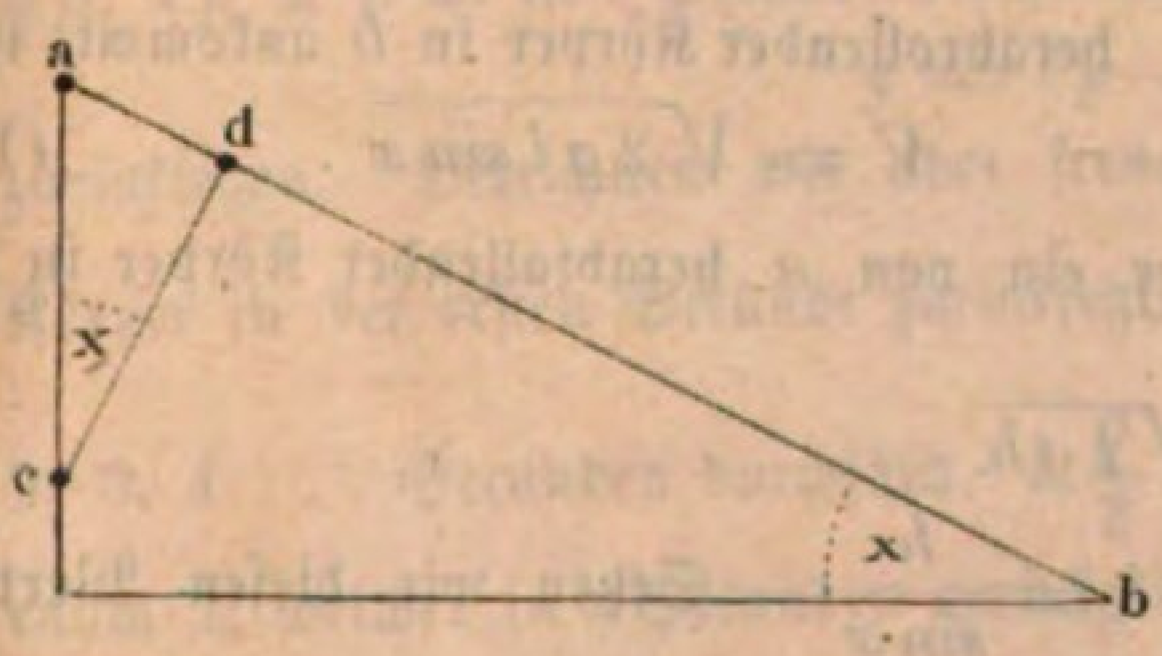
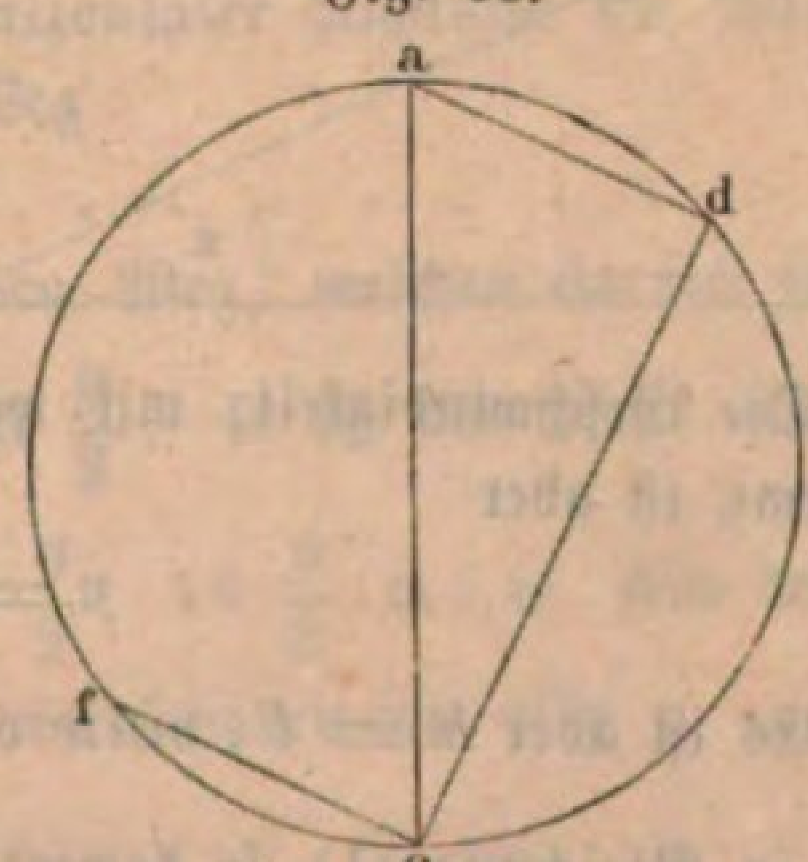


Fig. 68.



Denken wir uns in einem Kreise, dessen Ebene vertical steht, den verticalen Durchmesser ac, Fig. 68, ferner von irgend einem Punkte d des Umfanges aus die Sehnen da und dc gezogen, so ist bekanntlich dac ein rechtwinkliges Dreieck, und wenn man mit x den Winkel bezeichnet, welchen dc mit der Verticalen macht, so ist x auch der Winkel zwischen ad und der Horizontalen;

ferner ist $ad = ac . \sin x$, es wird also die Sehne ad in derselben Zeit durchlaufen, welche ein frei fallender Körper braucht, um den verticalen Durchmesser ac zu durchfallen.

Dies gilt, welche Stellung der Punkt d auch auf dem Kreisumfange einnehmen mag; alle von a ausgehenden Sehnen, Fig. 69, werden in gleicher Zeit durchlaufen, wie der verticale Durchmesser ac.

Fig. 69.

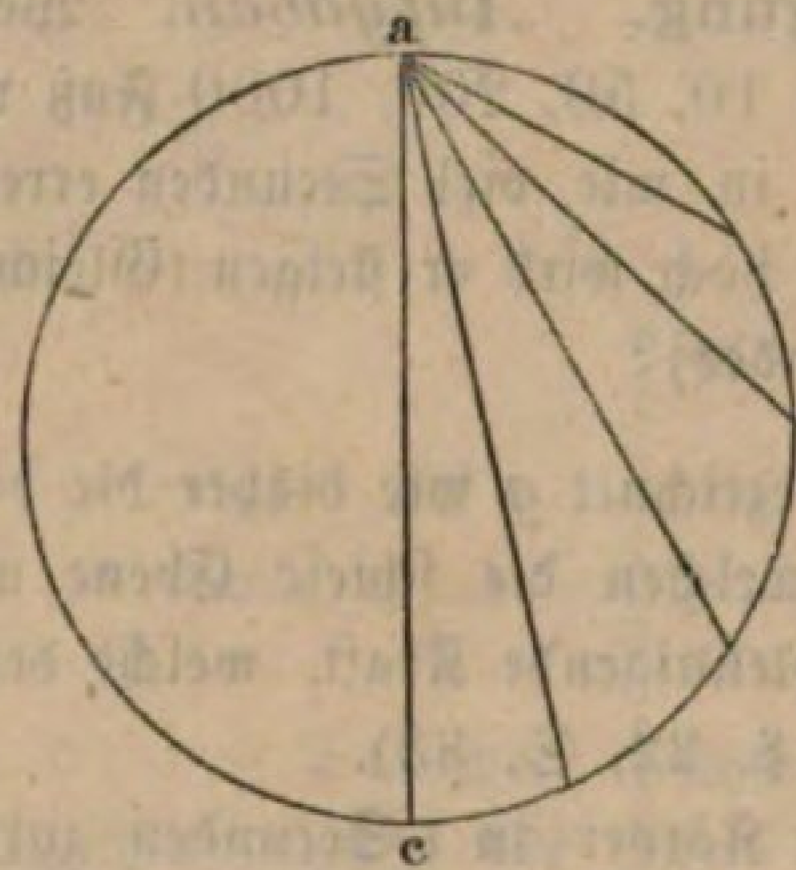
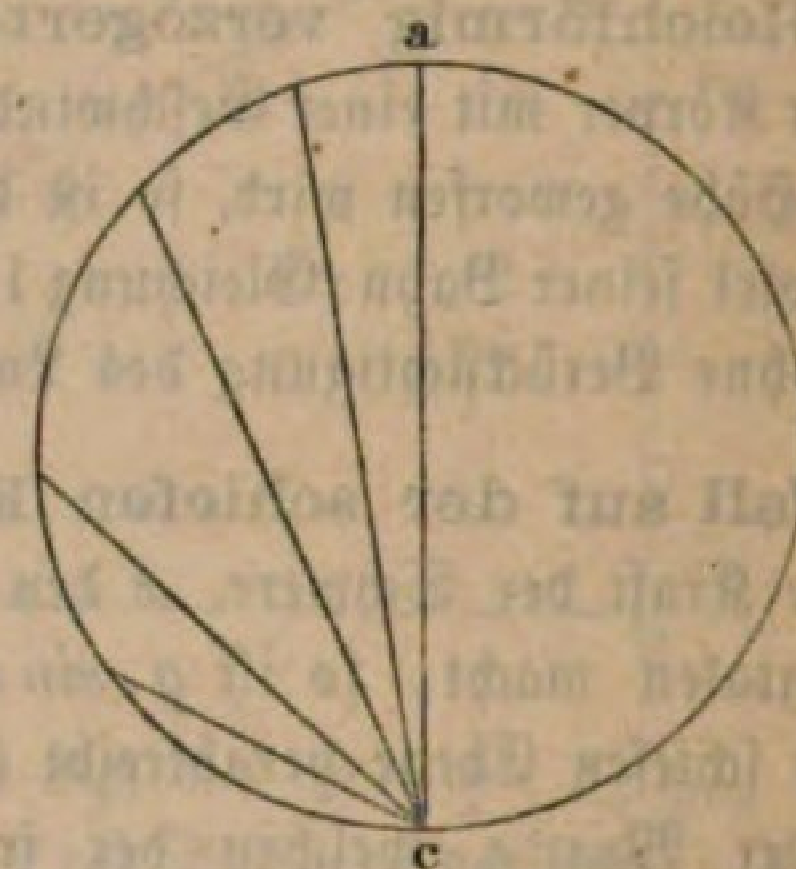
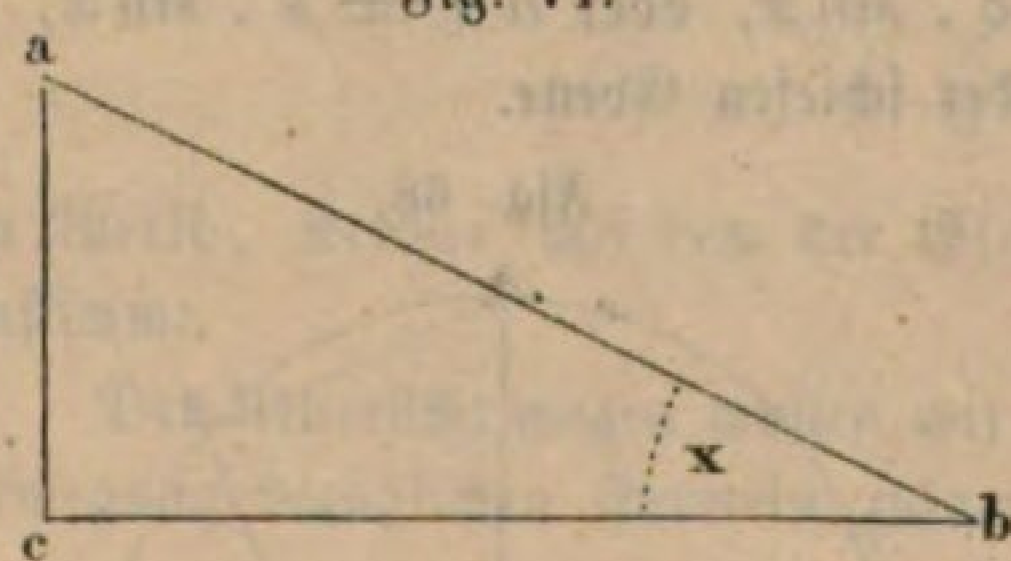


Fig. 70.



Denken wir uns durch c in Fig. 68 eine Sehne cf parallel mit ad gezogen, so hat cf nicht allein gleiche Neigung gegen die Horizontale, wie ad, sondern auch gleiche Länge, woraus dann folgt, daß auch alle in c, Fig. 70, zusammenlaufenden Sehnen des Kreises in gleicher Zeit durchlaufen werden, wie der verticale Durchmesser ac.

Fig. 71.



In Fig. 71 sei ab eine schiefe Ebene, deren Länge wir mit l und deren verticale Höhe wir mit h bezeichnen wollen. Die Geschwindigkeit, mit welcher ein von a aus auf der schiefen Ebene herabrollender Körper in b ankommt, ist

$$V = \sqrt{2 g l \sin x} \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Die Geschwindigkeit, mit welcher ein von a herabfallender Körper in c ankommt, ist aber

$$v = \sqrt{2 g h.}$$

Es ist aber $h = l . \sin x$ oder $l = \frac{h}{\sin x}$. Setzen wir diesen Werth von l in Gleichung (1), so kommt

$$V = \sqrt{2 g h},$$

es ist also $V = v$, d. h. **wenn ein Körper auf einer schiefen Ebene den Weg ab zurückgelegt hat, so erlangt er stets dieselbe Geschwindigkeit, als ob er die Höhendifferenz zwischen a und b, also die Länge ac frei durchfallen hätte.**

Wurfbewegung. Für die Curve Fig. 72, welche ein horizontal geworfener Körper beschreibt, läßt sich auch leicht die analytische Gleichung ableiten. Bezeichnen wir den Weg ab, welchen der horizontal geworfene Körper vermöge des erhaltenen Stoßes in 1 Secunde zurücklegt, mit p, so §. 26. (Zu §. 74 d. Gr.)

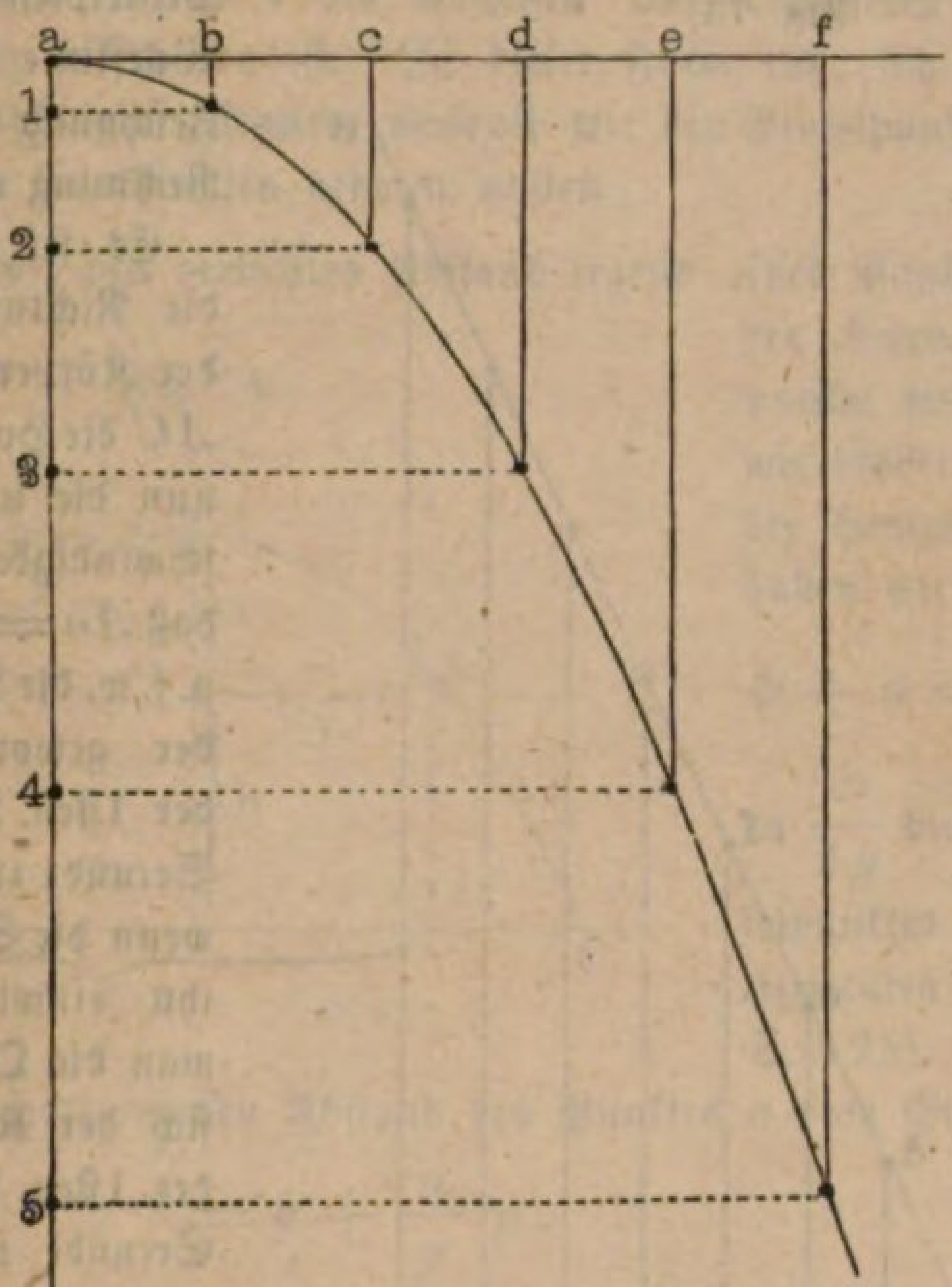


Fig. 72.

wird er nach 2, 3, 4 . . . Secunden in horizontaler Richtung die Wege $2p$, $3p$, $4p$ u. s. w. in t Secunden, also den Weg

$$y = tp \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

zurücklegen. Bezeichnen wir aber ferner den Weg, welchen ein frei fallender Körper in der ersten Secunde zurücklegt, mit $\frac{g}{2}$, so ist der Weg, den er in 2, 3, 4 . . . Secunden durchfällt, $4\frac{g}{2}$, $9\frac{g}{2}$, $16\frac{g}{2}$ u. s. w. Für den Fallraum x, welcher in t Secunden zurückgelegt wird haben wir also

$$x = \frac{g}{2}t^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

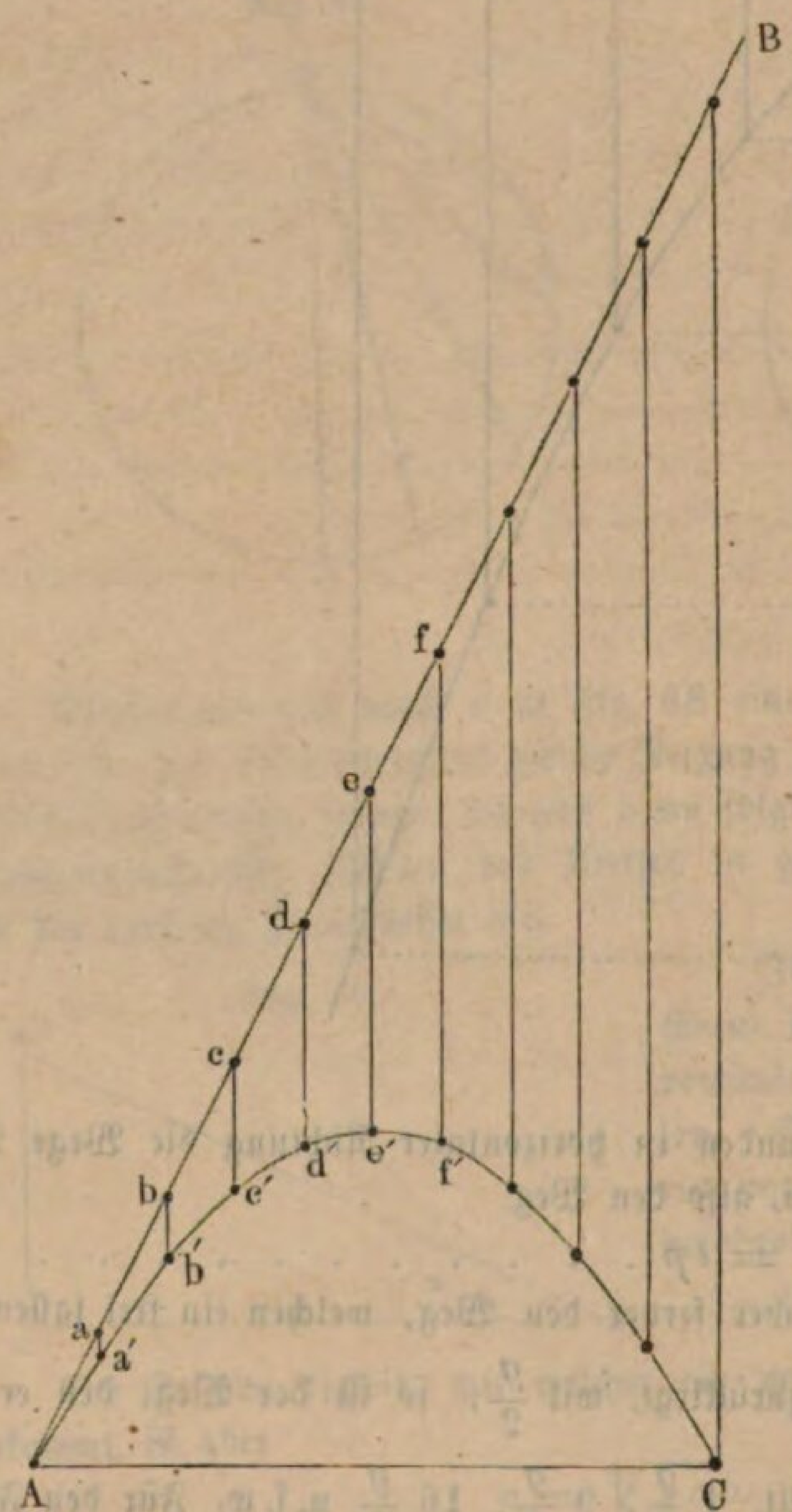
Setzen wir nun in Gleichung (2) den aus (1) gezogenen Werth von t, nämlich $t = \frac{y}{p}$, so kommt als Gleichung der Wurflinie $x = \frac{g}{2}\frac{y^2}{p^2}$, oder endlich

$$y^2 = ax \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wenn man $\frac{2p^2}{g}$ gleich a setzt. Die Gleichung (3) ist aber bekanntlich die Gleichung der Parabel. (Analytische Geometrie Seite 30.)

Wenn der ursprüngliche Stoß nicht horizontal gerichtet ist, sondern mit der Horizontalen einen beliebigen Winkel macht, so läßt sich nach den gleichen Principien die Gestalt der Wurflinie sowohl durch Zeichnung als auch durch Rechnung ermitteln.

Fig. 73.



Es sei AB, Fig. 73, die Richtung, in welcher der Körper geworfen wird, AC die Horizontale. Wenn nun die ursprüngliche Geschwindigkeit der Art ist, daß $Aa = ab = bc = cd$ u. s. w. die Wege sind, welche der geworfene Körper in der 1sten, 2ten, 3ten u. s. w. Secunde zurücklegen würde, wenn die Schwere nicht auf ihn einwirkte, so findet man die Orte, an welchen sich der Körper am Ende der 1sten, 2ten, 3ten u. s. w. Secunde wirklich befindet, wenn man von a, b, c u. s. w. Verticale herabzieht und auf ihnen die Längen aa', bb', cc' u. s. w. abmißt, welche dem Fallraum von 1, 2, 3 u. s. w. Secunden gleich sind. Die über a', b', c' u. s. w. gezogene Curve ist dann die Wurflinie, wie sie sich ohne Luftwiderstand gestalten würde.

Um die Gleichung dieser Bahn zu ermitteln, wollen wir die Geschwindigkeit, welche durch den Stoß dem Körper mitgetheilt wird, in zwei Seitenkräfte zerlegen; die verticale Seitenkraft sei n, die horizontale sei p; es ist alsdann die Höhe, welche der Körper in t Secunden erlangt (Grundriß §. 73, S. 125)

$$h = nt - \frac{g}{2} t^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

in horizontaler Richtung aber durchläuft er in t Secunden den Weg

$$s = pt \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

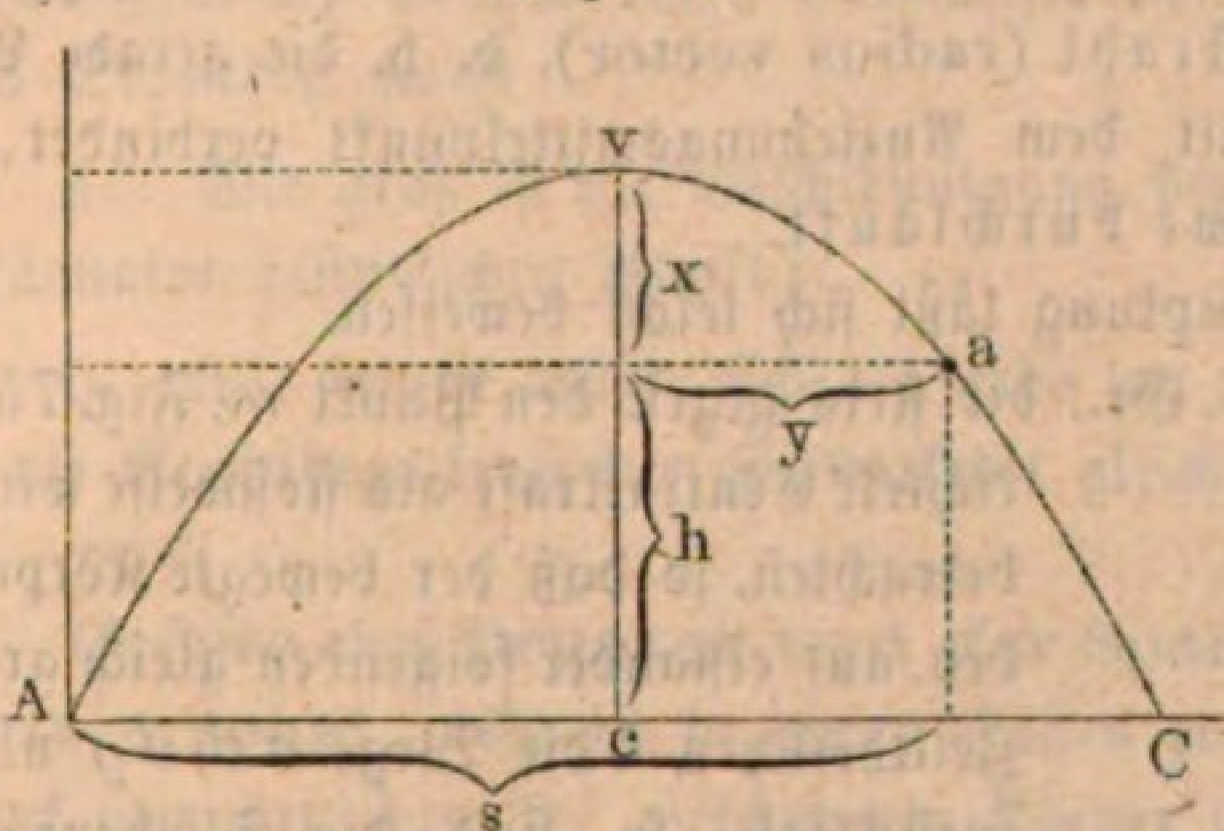
setzt man den aus (5) gezogenen Werth von t in Gleichung (1), so kommt

$$h = \frac{ns}{p} - \frac{g}{2} \cdot \frac{s^2}{p^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

welches, wenn wir h und s als Abscissen und Ordinaten betrachten, die gesuchte Gleichung der Curve ist. In dieser Form läßt sich aber die Natur der Curve noch nicht gut erkennen, weshalb wir den Gipfelpunkt der Bahn zum Anfangspunkt der Coordinaten nehmen wollen.

Bezeichnen wir den verticalen Abstand irgend eines Punktes a, Fig. 74, der Curve vom Gipfelpunkte mit x und mit h wie bisher seine Höhe über der Horizontalen AC, so haben wir offenbar

Fig. 74.



$$h + x = \frac{n^2}{2g} \quad \ldots \quad (7)$$

da $\frac{n^2}{2g}$ die Höhe des Gipfelpunktes v über der Horizontalen ist (Grundriß S. 125). Bezeichnen wir ferner mit y den horizontalen Abstand des Punktes a vom Gipfelpunkte, so ist offenbar

$$s = y + \frac{n}{g} p \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

denn zum Steigen bis zum Gipfel braucht der Körper $\frac{n}{g}$ Secunden, und in dieser Zeit durchläuft er in horizontaler Richtung mit der Geschwindigkeit p den Weg $Ac = \frac{n}{g} p$.

Setzt man nun den Werth von s aus (8) und den Werth von h aus (7) in Gleichung (6), so ergiebt sich nach Ausführung aller Reductionen

$$y^2 = \frac{2p^2}{g} x \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

eine Gleichung, welche ganz mit Gl. (3) auf Seite 53 übereinstimmt, da ja $\frac{2p^2}{g} = a$ ist; die Wurflinie ist also auch in diesem Falle eine Parabel. Die Weite des Wurfes AC ist gleich $2 \cdot Ac = 2 \frac{n}{g} p$.

Aufgaben. 1. Ein Körper wird mit einer Geschwindigkeit von 200 Fuß in einer Richtung fortgeschleudert, welche einen Winkel von 60° mit der Horizontalen macht, es wird gefragt

a. Welches ist die horizontale Composante dieser Geschwindigkeit?

b. Welches ist die verticale Composante?

c. Wie hoch wird der Körper steigen?

d. Wie weit wird er fliegen (d. h. wie groß ist AC)?

e. Welche Zeit braucht er, um den Gipfel seiner Bahn zu erreichen?

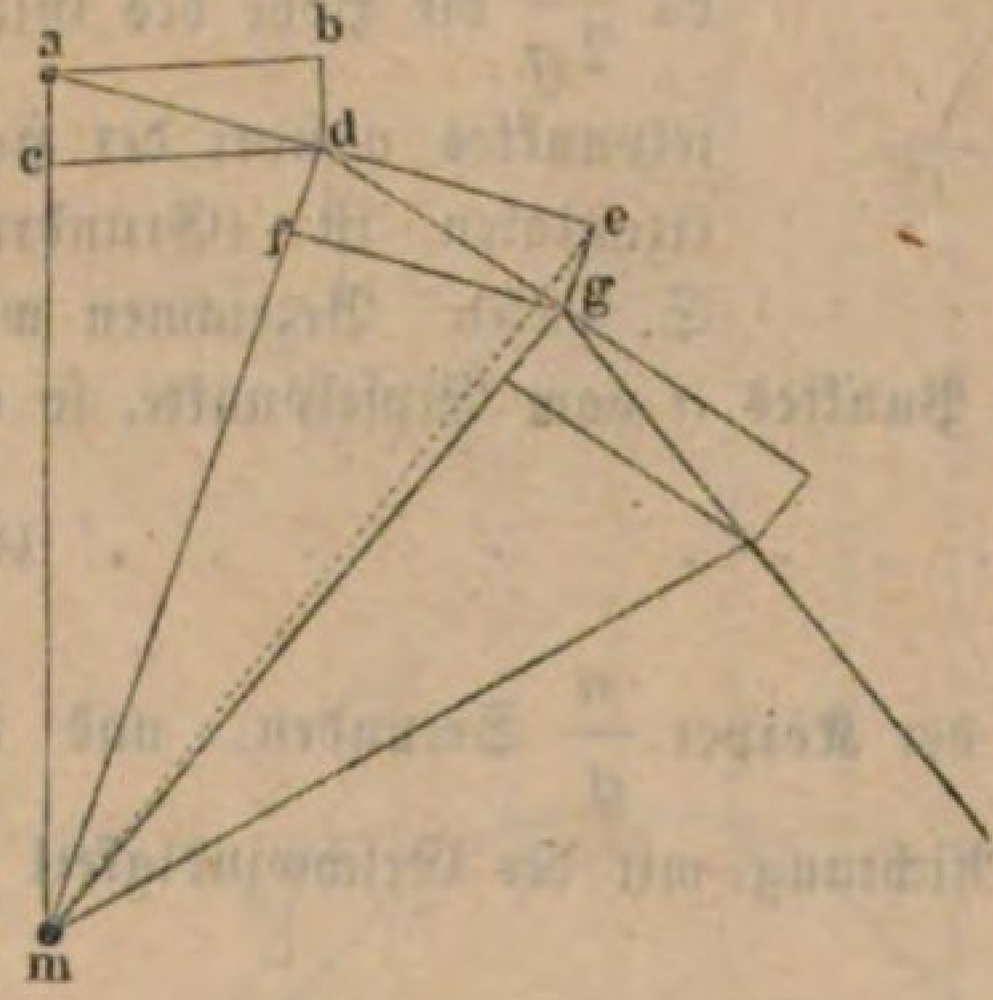
2. Von der 200 Fuß über dem Boden befindlichen Galerie eines Thurmes wird in horizontaler Richtung eine Büchsenkugel mit einer Geschwindigkeit von 1200 Fuß abgeschossen; wie weit vom Thurme wird sie auf den Boden aufschlagen?

§. 27. (Zu §. 75 d. Gr.) **Centralbewegung.** Eine wesentliche Eigenschaft jeder Centralbewegung, d. h. jeder Bewegung, bei welcher der bewegte Körper durch irgend eine Kraft in allen Punkten seiner Bahn stets gegen einen und denselben Punkt hingetrieben wird, ist die, daß der Leitstrahl (radius vector), d. h. die gerade Linie, welche den bewegten Körper mit dem Anziehungsmittelpunkt verbindet, in gleichen Zeiten gleiche Räume durchläuft.

Die Richtigkeit dieser Behauptung läßt sich leicht beweisen.

Wollen wir, wie in §. 75 d. Gr., die stets gegen den Punkt m, Fig. 75, gerichtete Centralkraft als stoßweise wirkend betrachten, so daß der bewegte Körper in den auf einander folgenden gleich großen Zeittheilchen t die Wege ad, dg u. s. w. zurücklegt, so sind die Flächenräume, welche der radius vector in diesen kleinen Zeiträumen beschreibt, die Dreiecke mad, mdg u. s. w. Nun ist aber $de = ad$, folglich $\triangle mad = \triangle mde$. Da nun aber ge parallel mit md ist, so haben die Dreiecke mde und mdg gleiche Grundlinie fd und gleiche Höhe, mithin ist $\triangle mde = \triangle mdg$, mithin auch $\triangle mad = \triangle mdg$.

Fig. 75.



Da diese Beweisführung sich auf keinerlei Annahme über die Natur der Centralkraft stützt, so ist obiger Satz richtig, wie auch die Größe der Centralkraft für die verschiedenen Punkte der Bahn sich ändern, nach welchem Gesetz sie sich auch mit dem Abstande vom Centralpunkte abnehmen mag. Der eben bewiesene Satz gilt für jede Centralbewegung.

Daher kommt es denn auch, daß die Erde in ihrer Bahn langsamer fortläuft, wenn sie in der Sonnenferne (Aphelium), als wenn sie sich in der Sonnennähe (Perihelium) befindet.

§. 28. (Zu §. 75 u. 76 d. Gr.) **Centralkraft und Schwungkraft.** *Aufgaben.* 1. Wie groß ist der Fallraum des Mondes gegen die Erde in einer Secunde? nach der Gleichung $p = \frac{2\pi^2 r}{t^2}$. Zur Ausführung dieser Rechnung sind noch folgende Zahlen-

angaben nöthig: Die Umlaufszeit t des Mondes beträgt 27 Tage 7 Stunden 43 Minuten oder 2 360 580 Secunden. Der Umfang der Erde beträgt 40 000 000 Meter; da aber der Radius der Mondsbahn 60mal so groß ist als der Erdhalbmesser, so ist der Umfang der Mondsbahn 40 000 000 $\times$ 60.

Nachdem der Werth von p für den Mond gefunden ist, ergiebt sich auch leicht der Werth der beschleunigenden Kraft, welche den Mond gegen die Erde treibt; es ist nämlich nach §. 75 des Grundrisses $v = 2p$.

2. Eine Bleikugel wird an einem 3 Fuß langen Faden so im Kreise herumgeschwungen, daß sie zu jeder Umdrehung $1/2$ Secunde Zeit bedarf. Wie groß ist in diesem Falle der Werth von v.

3. Wie groß ist der Werth von v für einen Punkt am Umfange eines Schwungrades, welches einen Halbmesser von 6 Fuß hat und 4 Umdrehungen in 3 Secunden macht?

4. Wie groß ist die Beschleunigung der Schwungkraft für einen auf dem Erdäquator befindlichen Punkt?

5. Wie schnell müßte sich die Erde um ihre Axe drehen, wenn am Aequator die Centrifugalkraft der Schwerkraft gleich sein sollte?

Grösse des Druckes und der Spannung, welche die Schwungkraft erzeugt. Es ist in vielen Fällen zu wissen nothwendig, wie groß der Druck oder der Zug ist, welchen ein Körper von bekanntem Gewichte bei seiner Rotation um eine feste Axe hervorbringt. §. 29.

Bezeichnet man den Druck oder den Zug des herumgeschleuderten Körpers mit D, sein Gewicht mit M, die beschleunigende Kraft der Schwere mit g und die beschleunigende Kraft, mit welcher sich die Masse M von der Axe zu entfernen strebt, mit v, so haben wir offenbar

$$g : v = M : D,$$

also

$$D = \frac{v \,.\, M}{g},$$

für v aber ist der Werth bei (2) Seite 129 des Grundrisses zu setzen, folglich haben wir

$$D = \frac{4\pi^2 r M}{g t^2},$$

oder wenn wir für π seinen Zahlenwerth 3,14 und für g seinen in Pariser Fußen ausgedrückten Werth 30 setzen,

$$D = 1{,}314 \frac{M r}{t^2},$$

wo natürlich r auch in Fußen auszudrücken ist.

Es werde z. B. eine 3 Pfund schwere Kugel an einer 2 Fuß langen Schnur so schnell herumgeschleudert, daß jeder Umlauf in $3/4$ Secunden vollendet wird, so ist

$$D = 1,3 \cdot \frac{3 \;.\; 2}{0,75^2} = 13,9 \text{ Pfund.}$$

Die Schnur wird also mit einer Kraft von 13,9 Pfunden gespannt sein. Wäre unter sonst gleichen Umständen die Umdrehungsgeschwindigkeit dreimal größer, so würde die Spannung der Schnur neunmal stärker, sie würde also 125 Pfund geworden sein. Man sieht, wie durch gesteigerte Geschwindigkeit die Schwungkraft leicht eine enorme Größe erreichen kann.

Mit Erfolg hat man in neuerer Zeit die Schwungkraft benutzt, um den Zucker vom Syrup zu reinigen. Der Brei wird in einen Cylinder gebracht, dessen Umfang durch Drahttuch gebildet wird. Bei der schnellen Rotation des Apparates wird der flüssige Syrup mit Gewalt durch die Poren des Drahttuches hindurchgetrieben, während die festen Zuckertheile zurückgehalten werden. Auf diese Weise wird jetzt in einigen Minuten die Reinigung einer Zuckermasse bewerkstelligt, während man früher dazu viele Wochen nöthig hatte.

Babo hat die Schwungkraft auch bei chemischen Arbeiten in Anwendung gebracht, namentlich um Krystalle von syrupartiger schmieriger Mutterlauge zu trennen, und um das Absetzen von Niederschlägen zu beschleunigen, welche unter den gewöhnlichen Umständen sehr lange suspendirt bleiben. Wenn nämlich die beschleunigende Kraft, mit welcher sich die geschwungene Flüssigkeitsmasse von der Rotationsaxe zu entfernen strebt, n mal so groß ist als die beschleunigende Kraft der Schwere, so ist auch die Differenz zwischen der Schwungkraft des Wassers und der Schwungkraft der suspendirten Theilchen n mal so groß als die Differenz der specifischen Gewichte des Wassers und des suspendirten Körpers, es muß also auch eine rasche Ausscheidung erfolgen.

§. 30. (Zu §. 78 d. Gr.) **Gesetze der Pendelschwingungen.** Nach dem in diesem Paragraphen besprochenen dritten Gesetze der Pendelschwingungen verhält sich die Schwingungsdauer ungleich langer Pendel wie die Quadratwurzel aus den Pendellängen, d. h. es ist

$$t = n \sqrt{l},$$

wenn t die Schwingungsdauer, l die Pendellänge und n einen constanten Factor bezeichnet, welcher von der Größe der beschleunigenden Kraft der Schwere und von der Wahl der Längeneinheit abhängt. Der Zahlenwerth des Factors n läßt sich nun entweder auf empirischem Wege, d. h. durch Versuche, oder auch auf theoretischem Wege ableiten. Diese beiden Methoden wollen wir nun etwas näher betrachten.

I. Bestimmung von n durch Versuche. Man beobachte die Schwingungsdauer t eines einfachen Pendels, dessen Länge l möglichst genau gemessen worden ist und setze die gefundenen Zahlenwerthe für t und l in die Gleichung $t = n \sqrt{l}$.

So fand z. B. Borda, daß ein einfaches Pendel von 12 Fuß Länge (144 Zoll) in einer Stunde 1818 Schwingungen macht. Es ist demnach für $l = 144$ Zoll, $t = 1,98$ Secunden, also

$$1{,}98 = n \sqrt{144}$$

und
$$n = 0{,}165.$$

Ist l in Pariser Fuß ausgedrückt, so ist

$$n = 0{,}165 \sqrt{12} = 0{,}5716,$$

und wenn l in Metern ausgedrückt ist, so ist

$$n = 0{,}5716 \sqrt{3{,}08} = 1{,}0028$$

zu setzen.

Ist einmal der Factor n bekannt, so kann man nun leicht die Pendellänge für jede gegebene Schwingungsdauer berechnen.

Aufgaben. 1. Wie viel Pariser Zoll muß ein einfaches Pendel sein, welches genau Secunden schlägt? Hier ist $t = 1$, also $1 = 0{,}165 \sqrt{l}$, und demnach $l = \left(\frac{1}{0{,}165}\right)^2 = 36{,}666$ Zoll.

2. Wie groß ist die Schwingungsdauer eines einfachen Pendels, dessen Länge 100 Pariser Fuß beträgt?

3. Wie viel Meter müßte ein einfaches Pendel lang sein, wenn seine Schwingungsdauer 5 Secunden sein soll?

4. Wie lang ist ein einfaches Pendel, welches halbe Secunden schlägt?

5. Ein in dem Schiff der Universitätskirche zu Freiburg aufgehängtes Foucault'sches Pendel macht 14 Schwingungen in der Minute. Wie lang ist dasselbe?

II. Mathematische Entwickelung des Pendelgesetzes. Die Relation zwischen der Schwingungsdauer, der Pendellänge und der beschleunigenden Kraft der Schwere ist durch die Formel

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

ausgedrückt, in welcher t die Schwingungsdauer, π das Peripherieverhältniß 3,14 ..., l die Pendellänge und g die beschleunigende Kraft der Schwere bezeichnet.

Das für die Physik so wichtige, durch die Gleichung (1) ausgesprochene Gesetz wird gewöhnlich mit Hülfe höherer Rechnung bewiesen; Kulik hat eine elementare Entwickelung desselben gegeben (Baumgartner's und Ettingshausen's Zeitschrift, 1. Band), welche hier in etwas veränderter Form folgt.

Es sei m, Fig. 76 (a. f. S.), der Aufhängepunkt eines einfachen Pendels, dessen Kugel zwischen den Punkten a und o hin und her schwingt. Der Ausschlagswinkel nma sei mit x bezeichnet. Wenn nun die Pendelkugel von a ausgehend den Weg ab zurückgelegt hat, so kommt sie in b mit einer Geschwindigkeit an, welche nach §. 25 gleich derjenigen ist, welche ein Körper erlangt, wenn er die verticale Höhendifferenz cd der beiden Punkte a und b durchfällt. Nun aber ist $cd = md - mc$. Bezeichnet man den Winkel amb mit y, so ist der Winkel $bmn = x - y$, und also auch $md = l \cos (x - y)$,

während $mc = l \cos x$ ist, vorausgesetzt, daß die Pendellänge ma mit l bezeichnet wird. Es ist also auch

$$cd = s = l \cos (x - y) - l \cos x,$$

und die Geschwindigkeit v, welche ein Körper erlangt, wenn er die verticale Höhe s durchfällt, ist also:

$$v = \sqrt{2gs} = \sqrt{2gl\,[\cos (x - y) - \cos x]}.$$

Der Ausdruck $\cos (x - y) - \cos x$ läßt sich aber noch umformen. Nach einer bekannten trigonometrischen (Trigonometrie S. 16) Formel ist

$$\cos A - \cos B = 2 \sin \frac{A + B}{2} \cdot \sin \frac{B - A}{2}.$$

Setzt man in dieser Gleichung $x - y$ an die Stelle von A, und x anstatt B, so kommt

$$\cos (x - y) - \cos x = 2 \sin {}^1/_2 (2x - y) \sin {}^1/_2 y.$$

So lange die Winkel x und y klein genug sind, kann man den Bogen statt des Sinus setzen, es ist also für diesen Fall

$$\cos (x - y) - \cos x = (2x - y) \frac{y}{2},$$

und also auch

$$v = \sqrt{gl\,(2x - y)\,y} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und dies ist der Werth für die Geschwindigkeit, mit welcher die Pendelkugel in b ankommt.

Fig. 76.

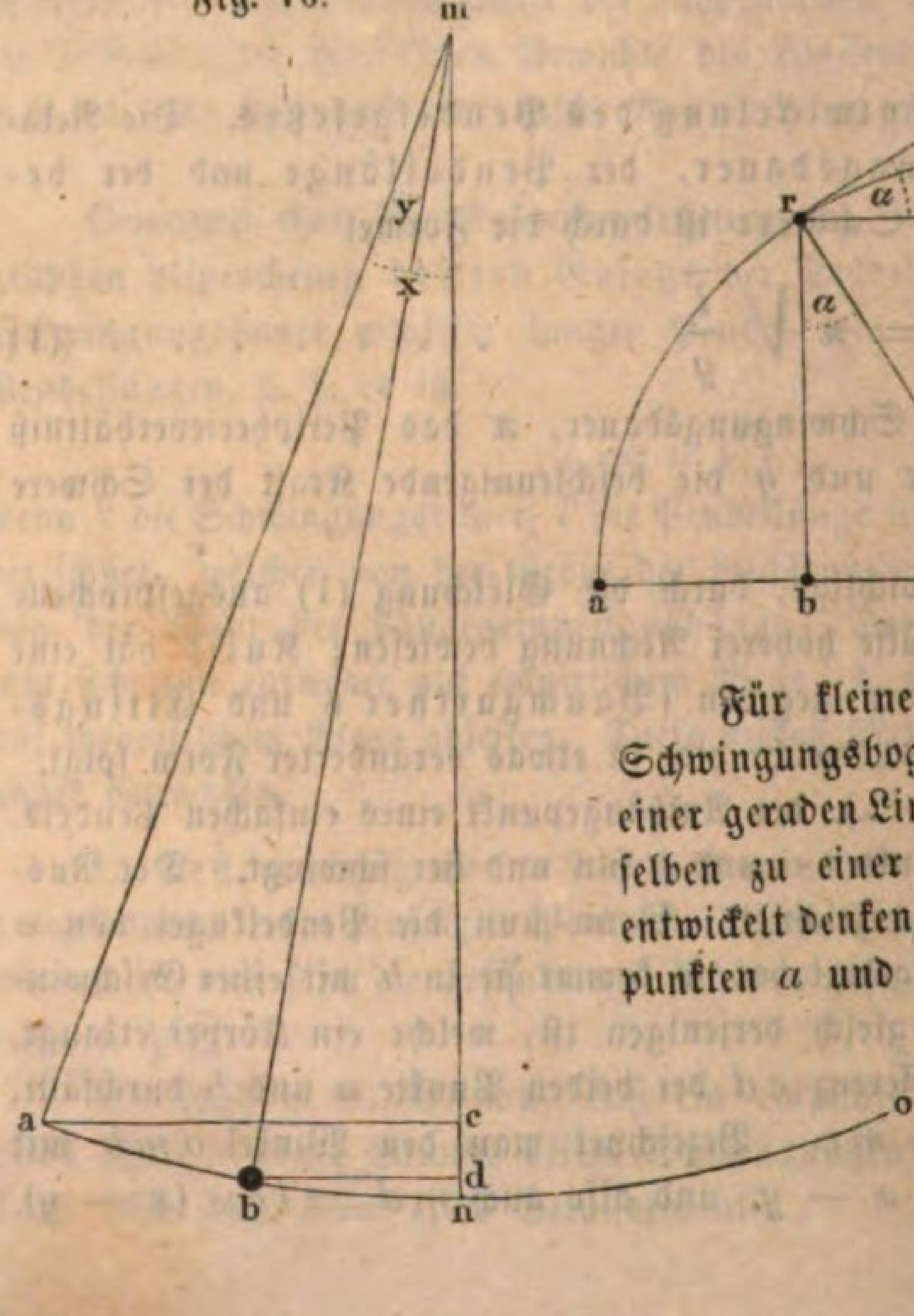
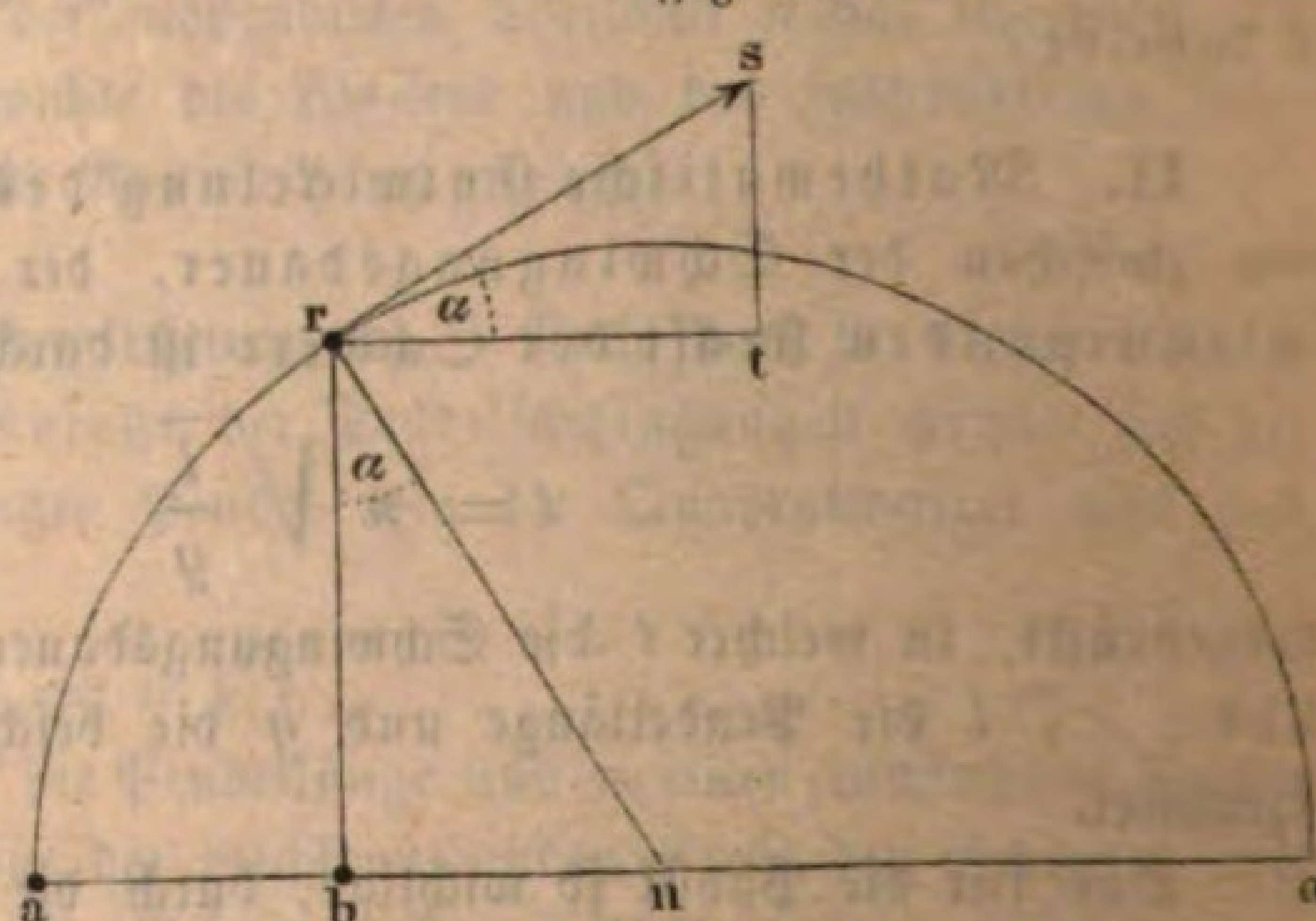


Fig. 77.



Für kleine Ausschlagswinkel weicht der Schwingungsbogen ao nur sehr wenig von einer geraden Linie ab und man kann sich denselben zu einer geraden Linie ao, Fig. 77, entwickelt denken, auf welcher zwischen den Endpunkten a und o ein Körper nach denselben Gesetzen oscillirt, wie die Pendelkugel auf dem Bogen ao, Fig. 76. Ist ab, Fig. 77, gleich dem Bogen ab,

Fig. 76, so kommt nach unserer Voraussetzung von a ausgehend der Körper in b, Fig. 77, mit derselben Geschwindigkeit an, wie die Pendelkugel in b, Fig. 76, nämlich mit einer Geschwindigkeit, welche durch die Gleichung (2) bestimmt ist.

Ueber $a\,o$, Fig. 77, als Durchmesser sei nun ein Halbkreis gezogen und in b ein Perpendikel auf $a\,o$ errichtet, welches denselben in r schneidet. Kommt nun ein Körper, welcher von a aus den Bogen $a\,r$ durchlaufen hat, in r mit der Geschwindigkeit $r\,s = c$ an, so ist der mit $a\,o$ parallele Antheil dieser Geschwindigkeit gleich $r\,t$ gleich $c \,.\, cos\,\alpha$, wenn α den Winkel $s\,r\,t$ bezeichnet. Es ist aber offenbar der Winkel $b\,r\,n$ auch gleich α, folglich

$$cos\,\alpha = \frac{r\,b}{r\,n};$$

$r\,b$ aber ist die mittlere Proportionale zwischen $a\,b$ und $b\,o$, also

$$r\,b = \sqrt{a\,b\,.\,b\,o}.$$

Da wir mit x den Ausschlagswinkel und mit l die Länge des Pendels, Fig. 76, bezeichnet haben, so ist $a\,n$ in Fig. 76 und in Fig. 77, also auch $r\,n$ gleich $l\,.\,x$; ferner aber ist $a\,b = l\,.\,y$ und $b\,o = l\,(2\,x - y)$, also

$$r\,b = \sqrt{l^2\,(2\,x - y)\,y},$$

und endlich

$$cos\,\alpha = \frac{\sqrt{l^2\,(2\,x - y)\,y}}{l\,.\,x},$$

und also

$$r\,t = \frac{c\,\sqrt{l^2\,(2\,x - y)\,y}}{l\,x} = c \cdot \frac{\sqrt{(2\,x - y)\,y}}{x};$$

nimmt man aber an, daß $c = x\,\sqrt{g\,l}$ sei, so ergiebt sich

$$r\,t = \sqrt{g\,l\,(2\,x - y)\,y}.$$

Dieser Werth ist aber dem Werthe von v in Gleichung (2) ganz gleich; wenn wir also annehmen, daß ein Körper mit der gleichförmigen Geschwindigkeit $x\,\sqrt{g\,l}$ den zum Durchmesser $a\,o$ gehörigen Kreis durchläuft, so wird für irgend einen Punkt r des Kreises der mit $a\,o$ parallele Antheil dieser Geschwindigkeit gerade eben so groß sein, wie die Geschwindigkeit, mit welcher der nach dem Pendelgesetze auf $a\,o$ sich bewegende Körper in dem Punkte b ankommt, welcher den Fußpunkt des von r auf $a\,o$ gefällten Perpendikels bildet. Daraus folgt aber, daß dieser fingirte im Kreise sich bewegende Körper den Halbkreis in derselben Zeit zurücklegen muß, in welchem die Pendelkugel den Durchmesser $a\,o$ beschreibt. Der Umfang des Halbkreises ist aber in unserem Falle $\pi\,l\,x$, und ein Körper, der sich mit der Geschwindigkeit $x\,\sqrt{g\,l}$ bewegt, braucht, um diesen Weg zurückzulegen, die Zeit

$$t = \frac{\pi\,l\,x}{x\,\sqrt{g\,l}} = \pi\,\sqrt{\frac{l}{g}},$$

und dies ist also auch die Zeit, welche ein Pendel von der Länge l braucht, um eine Schwingung zu vollenden, wie bereits zu Anfang dieses Paragraphen angeführt wurde.

Aus Gleichung (1) ergiebt sich

$$g = \frac{\pi^2 l}{t^2},$$

und für $t = 1$

$$g = \pi^2 l;$$

kennt man also die Länge l des Secundenpendels, so hat man dieselbe nur mit π^2 zu multipliciren, um den Zahlenwerth der beschleunigenden Kraft der Schwere mit weit größerer Genauigkeit zu erhalten, als man sie aus Fallversuchen abzuleiten im Stande wäre.

Die folgende kleine Tabelle enthält die Länge des Secundenpendels für Orte von verschiedener geographischer Breite.

Ort.	Geographische Breite.	Länge des Secundenpendels.
St. Thomas . . .	0° 24′ 41″	991,0mm
Trinidad	10 38 56	991,2
New-York	40 42 43	993,2
Paris	48 50 14	993,9
London	51 31 8	994,1
Drontheim	63 25 54	995,1
Spitzbergen	79 49 58	995,9

Aufgaben. 1. Wie groß ist für jeden dieser Orte die beschleunigende Kraft der Schwere (also der Werth von g)?

2. Die Auflösung der Aufgabe 1 giebt den Werth von g für die genannten Orte in Metermaaß ausgedrückt. Wie groß aber ist der Werth von g für Paris, wenn man den Pariser Fuß oder wenn man den preußischen Fuß zur Längeneinheit wählt?

3. Auf dem Monde ist der Fallraum der ersten Secunde $\left(\text{also } \frac{g}{2}\right)$ 2,4 Pariser Fuß, auf dem Jupiter ist er 38,5 Fuß; wie groß würde die Schwingungsdauer des Pariser Secundenpendels auf dem Monde und auf dem Jupiter sein?

§. 31. (Zu §. 82 d. Gr.) **Lebendige Kraft.** Wenn man die lebendige Kraft eines Körpers und die Weite des Weges kennt, den er zurückzulegen hat, ehe er zur Ruhe kommt, so kann man die Größe des Widerstandes berechnen, den er dabei zu überwinden hat, wie durch das folgende Beispiel erläutert wird.

Wenn ein 700 Pfund schwerer Rammkloß, 5 Fuß hoch herabfallend, in 20 Schlägen einen mit Eisen beschlagenen 400 Pfund schweren Pfahl 6 Zoll tief eintreibt, wie groß ist die Widerstandsfähigkeit des Bodens?

Wenn der Kloß 5 Fuß herabgefallen ist, so ist seine Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{2gs} = \sqrt{60 \,.\, 5} = \sqrt{300} = 17{,}3.$$

Der Klotz trifft den Pfahl und nach dem Stoße würde die gemeinschaftliche Geschwindigkeit sein

$$17{,}3 \times \frac{700}{700 + 400} = 17{,}3 \cdot \frac{7}{11} = 11.$$

Mit dieser Geschwindigkeit, $v = 11$ Fuß, würde Klotz und Pfahl zusammen auf eine Höhe $s = \frac{11^2}{2g} = \frac{121}{60} = 2$ Fuß hoch steigen.

In 20 Schlägen dringt aber der Pfahl nur 6 Zoll, in einem einzigen Schlage aber nur 0,025 Fuß tief ein, der Widerstand des Bodens ist also weit größer als der Widerstand der Schwere, und zwar im Verhältniß von 0,025 zu 2, d. h. der Widerstand, welchen der Boden dem Eintreiben des Pfahles entgegensetzt, ist 80mal so groß, als der, welchen die Schwere seiner und des Klotzes Hebung entgegensetzt. Zur Hebung des Pilots sammt Klotz sind 1100 Pfund nöthig, zum Niederdrücken des Pfahles also

$$1100 \times 80 = 88000 \text{ Pfund}.$$

Aufgaben. 1. Eine 6pfündige Kanonenkugel verläßt das Rohr mit einer Geschwindigkeit von 1200 Fuß, wie groß ist ihre lebendige Kraft?

2. Wie groß ist die lebendige Kraft eines $^1/_4$ Pfund schweren Hammers, welcher mit einer Geschwindigkeit von 25 Fuß auf den Kopf des Nagels aufschlägt?

3. Wie groß ist der Widerstand des Holzes, wenn der Nagel in sechs Schlägen 1 Zoll tief eindringt?

4. Wie tief dringt der Nagel mit einem Schlage ein, wenn der Widerstand des Holzes einem Druck von 12 Pfund gleich gesetzt werden kann?

5. Wie groß ist (in Kilogrammmetern ausgedrückt) die lebendige Kraft, mit welcher ein Gewicht von 50 Kilogramm auf den Boden aufschlägt, wenn es 7 Meter hoch frei herabgefallen ist ($g = 9{,}088$)?

6. Nehmen wir an, das Gewicht von 50 Kilogrammen sei an einem um eine Welle geschlungenen Seile befestigt, so daß durch das Niedersinken des Gewichtes die Welle umgedreht wird. Der Umdrehung der Welle wirkt aber irgend ein Widerstand, etwa Reibung, entgegen, weshalb der Fall des Gewichtes verzögert wird. Wenn nun das Gewicht, nachdem es 7 Meter herabgesunken ist, eine Geschwindigkeit von 5 Metern erlangt hat, wie groß ist die lebendige Kraft, die es noch besitzt?

7. Da nun aber das unter den angegebenen Verhältnissen 7 Meter hoch herabgefallene Gewicht nicht die volle lebendige Kraft besitzt, welche einer Fallhöhe von 7 Metern entspricht (Aufgabe 5), wie viel lebendige Kraft hat es verloren, was ist also die mechanische Arbeit, welche das Gewicht durch Umdrehung der Welle geleistet hat?

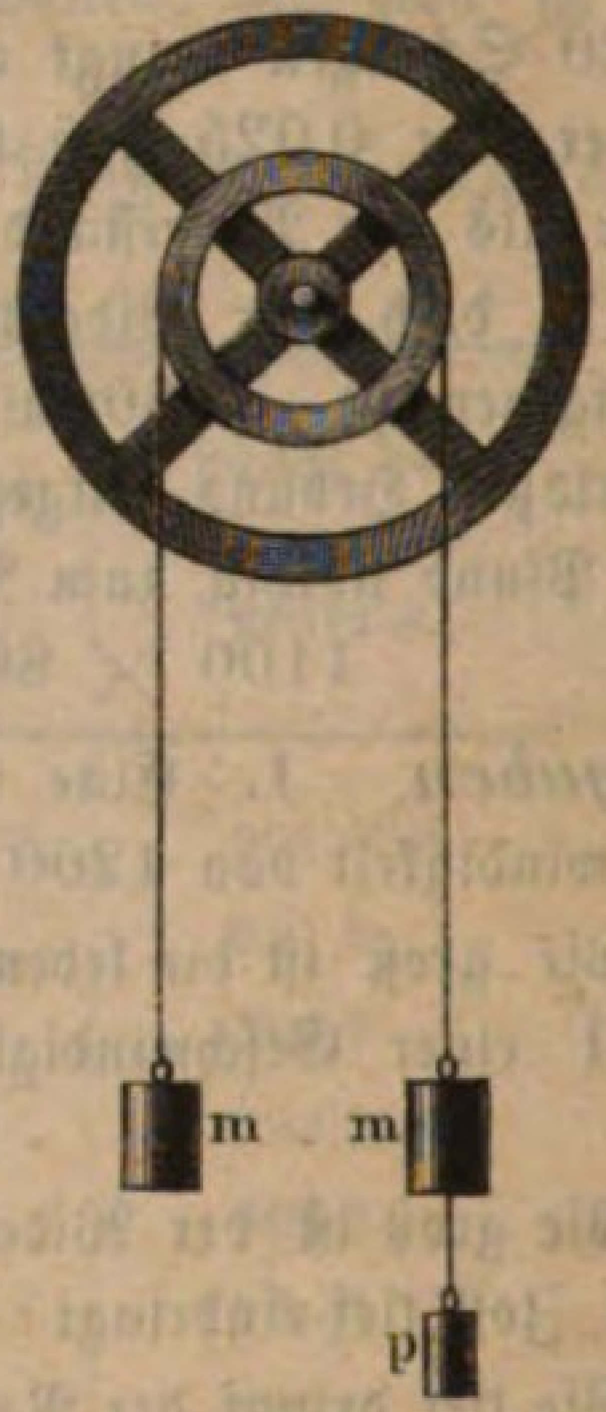
Von den Trägheitsmomenten. An einer möglichst leicht umdrehbaren Axe seien zwei Scheiben befestigt, Fig. 78 (a. f. S.), von denen die eine einen doppelt so großen Durchmesser hat als die andere. Diese Scheiben mögen §. 32.

dieselbe Einrichtung haben, wie das Rad an der Fallmaschine. Ueber die größere sei eine Schnur geschlungen und an beiden Enden der Schnur gleiche Gewichte m angehängt. Wird nun auf der einen Seite ein Uebergewicht p angebracht, so beginnt die Bewegung nach den Gesetzen, die wir schon oben kennen gelernt haben. Nehmen wir an, es sei Alles so eingerichtet, daß das Rad in der ersten Fallsecunde gerade eine Umdrehung macht.

Fig. 78.



Fig. 79.



Nun hänge man die Schnur mit den unveränderten Gewichten über die kleinere Rolle, Fig. 79; es wird alsdann (vorausgesetzt, daß man den Einfluß der Masse der Räder unbeachtet lassen kann) der Fall auf der Seite des Uebergewichtes eben so schnell erfolgen wie vorher, dabei aber die Umdrehungsgeschwindigkeit des Rades doppelt so groß sein, als sie vorher war.

Soll die Umdrehungsgeschwindigkeit gerade so groß sein, als sie vorher war, so muß das Uebergewicht halb so groß gemacht werden, es muß $\frac{1}{2}p$ sein.

Statt das Uebergewicht $\frac{1}{2}p$ am Umfange der kleinen Rolle wirken zu lassen, kann man, ohne an der Bewegung etwas zu ändern, die Kraft $\frac{1}{4}p$ am Umfange der großen Rolle wirken lassen, vorausgesetzt, daß man die Masse von p gegen $2m$ vernachlässigen könne; wir haben hier nur die von p ausgeübte beschleunigende Kraft im Auge.

Sind die Gewichte an den Rollen so angehängt wie in Fig. 80, so ist also die Umdrehungsgeschwindigkeit dieselbe wie bei dem in Fig. 79 dargestellten Falle.

Die Umdrehungsgeschwindigkeit bleibt aber auch ferner unverändert, wenn man sowohl die zu bewegenden trägen Massen als auch die beschleunigende Kraft 4mal so groß macht. Für den Fig. 81 dargestellten Fall ist also die Umdrehungsgeschwindigkeit der Rolle noch eben so groß wie im Fall Fig. 78.

Die an dem Umfange der größeren Rolle wirkende beschleunigende Kraft p bringt also ganz gleiche Umdrehungsgeschwindigkeit hervor, sie mag nun die

Fig. 80.



Fig. 81.



am Umfange der größeren Rolle befindliche Last $2m$ oder eine am halb so großen Radius wirkende 4mal so große träge Masse $8m$ in Bewegung setzen.

Bei unverändert angreifender beschleunigender Kraft p hätte man aber auch statt der trägen Masse $2m$, welche über der äußeren Rolle hängt, eine 9mal so große träge Masse über eine an derselben Axe befestigte 3mal kleinere Rolle hängen müssen, wenn die Umdrehungsgeschwindigkeit unverändert bleiben soll; am Umfang einer Rolle von n mal kleinerem Durchmesser hätte man eine n^2 mal größere träge Masse anbringen müssen.

Die Masse m in Fig. 78 und die Masse $4m$ in Fig. 81 könnte man aber auch, ohne die mindeste Aenderung in den Bewegungsverhältnissen hervorzubringen, in Form eines Ringes gleichförmig um den Umfang der entsprechenden Rolle (die wir bisher als gewichtlos betrachtet haben) vertheilen. Die Umdrehung der (gewichtlos gedachten) Rollen unter dem Einfluß der an der äußeren angreifenden beschleunigenden Kraft p würde also mit gleicher Geschwindigkeit erfolgen, mag nun an dem Umfange der äußeren die Masse $2m$ oder an dem Umfange der inneren die Masse $4 \cdot 2m = 8m$ gleichförmig vertheilt sein.

Was hier in speciellen Fällen nachgewiesen wurde, läßt sich leicht verallgemeinern: **Wenn bei unveränderter Stärke und bei unverändertem Angriffspunkte der beschleunigenden Kraft träge Massen um eine feste Axe umgedreht werden sollen, so müssen sich die trägen Massen umgekehrt verhalten wie die Quadrate ihrer Entfernung von der Umdrehungsaxe, wenn die Winkelgeschwindigkeit stets dieselbe bleiben soll.**

Das Product, welches man erhält, wenn man die träge Masse mit dem

Quadrate ihrer Entfernung vom Drehpunkte multiplicirt, wird das **Trägheitsmoment** derselben genannt; es ist die träge Masse, welche man statt der gegebenen in der Entfernung 1 vom Drehpunkte anbringen müßte, wenn bei ungeänderter Größe und bei ungeändertem Angriffspunkte der beschleunigenden Kraft durch diese Vertauschung die Winkelgeschwindigkeit nicht verändert werden soll.

Das eben entwickelte Gesetz gilt, es mag nun die beschleunigende Kraft eine ganze Umdrehung oder eine hin- und hergehende Bewegung hervorbringen, wie wir sie bei einem Pendel beobachten; eine Pendelvorrichtung ist aber besonders bequem, um die Richtigkeit unseres Gesetzes durch den Versuch zu prüfen.

Fig. 82 stellt einen geraden, eingetheilten Stab vor, welcher in der Mitte mit einer Schneide a versehen ist, wie die, welche den Drehpunkt eines Wagbalkens bildet. Wenn man nun 1 Decimeter weit unter und über dieser Schneide eine Bleilinse, z. B. jede 2 Pfund schwer, befestigt und die Schneide auf ihre Unterlage aufsetzt, so ist die Stange mit ihren Linsen im Zustande des indifferenten Gleichgewichtes, denn der Schwerpunkt des Systems fällt mit seinem Drehpunkte zusammen; sobald man aber am unteren Ende des Stabes ein kleines Uebergewicht anbringt, so ist nun das Ganze ein Pendel. Die Schwingungen dieses Pendels sind aber ungleich langsamer, als die Schwingungen eines einfachen Pendels von der Länge ab; denn die einzige Kraft, welche das ganze System in Bewegung setzt, ist die Schwere des unteren Bleigewichtes; diese hat aber nicht allein ihre eigene Masse in Bewegung zu setzen, wie es bei einem einfachen Pendel der Fall gewesen wäre, sondern sie hat auch noch die Massen der Linsen bei c und d zu bewegen.

Fig. 82.

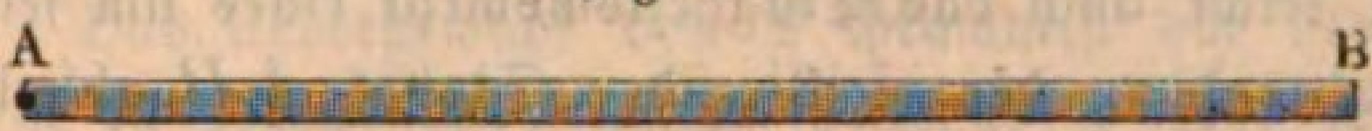


Nimmt man nun, nachdem man die Schwingungszeit dieses Pendels beobachtet hat, die zwei Linsen bei c und d weg und bringt man 2 Decimeter weit von der Schneide zwei Linsen von $\frac{1}{2}$ Pfund, also 4mal leichtere, an, so wird durch diese Vertauschung die Schwingungszeit durchaus nicht geändert; sie bleibt auch unverändert, wenn man 3 Decimeter über und unter dem Drehpunkte $\frac{2}{9}$ Pfund schwere Linsen anbringt, während natürlich die Linse b, welche hier allein als beschleunigende Kraft wirkt, stets an derselben Stelle angebracht bleibt.

§. 33. **Berechnung des Trägheitsmomentes.** Um das Trägheitsmoment eines Körpers, welcher um eine Axe gedreht werden soll, durch Rechnung zu bestimmen, muß man sich denselben in lauter kleine Theilchen zerlegt denken und für jedes Theilchen das Trägheitsmoment berechnen, indem man die Masse desselben mit dem Quadrate seiner Entfernung vom Drehpunkte multiplicirt; die Summe aller einzelnen so berechneten Trägheitsmomente ist das Trägheitsmoment des Körpers. Eine derartige Berechnung läßt sich ohne große Schwierigkeiten ausführen, wenn es sich um homogene Körper von einfach geometrischen Formen handelt.

Es sei z. B. das Trägheitsmoment eines Stabes AB, Fig. 83, zu berechnen, dessen Länge sehr groß ist im Vergleich zu seinem Querschnitt, und dessen Umdrehungsaxe an dem einen Ende desselben bei A liegt. Denken wir uns den Stab durch Querschnitte in eine große Zahl dünner Scheibchen zerlegt, deren jedes die Länge δ hat, so ist das Gewicht eines solchen Scheibchens

Fig. 83.



$$\frac{P}{L}\,\delta,$$

wenn P das Gewicht und L die Länge des ganzen Stabes bezeichnet. — Bezeichnen wir ferner mit a, b, c, d u. s. w. den Abstand des 1sten, 2ten, 3ten, 4ten u. s. w. Scheibchens vom Drehpunkt, so ist offenbar das Trägheitsmoment des ganzen Stabes

$$T = \frac{P}{L}\,(a^2\delta + b^2\delta + c^2\delta + d^2\delta + \ldots)$$

Nun ist aber $b = a + \delta$, $c = b + \delta$, $d = c + \delta$ u. s. w., es ist also auch

$$b^3 = a^3 + 3\,a^2\delta + 3\,a\,\delta^2 + \delta^3$$
$$c^3 = b^3 + 3\,b^2\delta + 3\,b\,\delta^2 + \delta^3$$
$$d^3 = c^3 + 3\,c^2\delta + 3\,c\,\delta^2 + \delta^3$$

u. s. w.,

und wenn man, was wegen der Kleinheit von δ erlaubt ist, diejenigen Glieder vernachlässigt, welche δ^2 und δ^3 enthalten, so ergiebt sich

$$a^2\delta = \frac{b^3 - a^3}{3}$$

$$b^2\delta = \frac{c^3 - b^3}{3}$$

$$c^2\delta = \frac{d^3 - c^3}{3}$$

u. s. w.,

es ist also

$$T = \frac{P}{L}\left(\frac{b^3 - a^3}{3} + \frac{c^3 - b^3}{3} + \frac{d^3 - c^3}{3} + \cdots \frac{y^3 - x^3}{3} + \frac{z^3 - y^3}{3}\right),$$

wenn mit x, y und z der Abstand der letzten Scheibchen bezeichnet wird. Die ganze unter der Klammer stehende Summe reducirt sich aber auf $\frac{z^3 - a^3}{3}$. Da aber $z = L$ ist und a wegen seiner Kleinheit vernachlässigt werden kann, so ergiebt sich

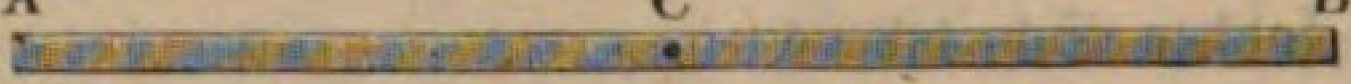
$$T = \frac{P}{L}\cdot\frac{L^3}{3} = \frac{PL^2}{3}\;\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

d. h. in Worten: das Trägheitsmoment eines Stabes, dessen einer Endpunkt

die Umdrehungsaxe bildet, ist dasselbe, als ob der ganze Stab gewichtlos und nur am anderen Ende eine Masse vereinigt wäre, welche $^1/_3$ von der Masse des gegebenen Stabes beträgt.

Darnach läßt sich nun leicht auch das Trägheitsmoment eines um seinen Mittelpunkt C, Fig. 84, rotirenden oder oscillirenden Stabes AB ableiten;

Fig. 84.

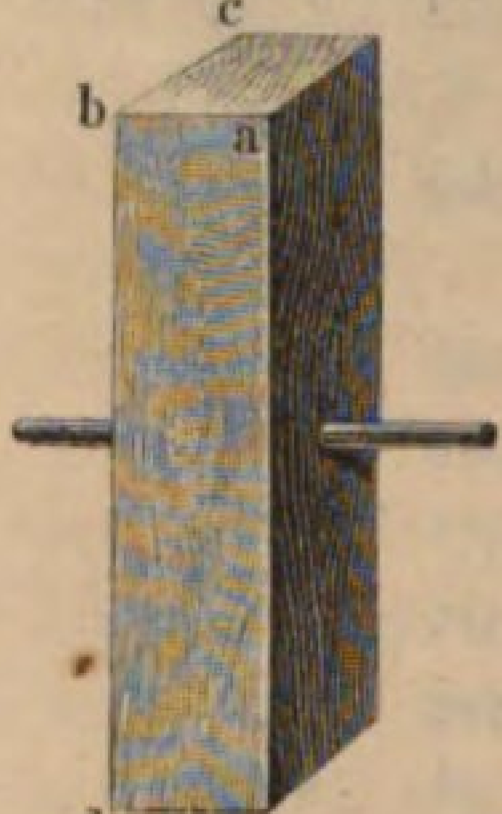


denn wenn p und l das Gewicht und die Länge von jeder der Hälften AC und BC bezeichnen, so ist das Trägheitsmoment von jeder dieser Hälften $\frac{p\,l^2}{3}$, folglich das Trägheitsmoment des ganzen Stabes $^2/_3\,p\,l^2$. Bezeichnet man aber mit L die Gesammtlänge, mit P das Gesammtgewicht des Stabes, so ist $p = \frac{P}{2}$ und $l = \frac{L}{2}$, und wenn man diesen Werth für l und p substituirt, so ergiebt sich für das gesuchte Trägheitsmoment der Werth

$$T = \frac{P\,.\,L^2}{12} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Das Trägheitsmoment eines prismatischen rectangulären Stabes, Fig. 85, welcher um eine durch seinen Schwerpunkt gelegte, mit der Kante ab parallele Axe schwingt oder oscillirt, ist

Fig. 85.



$$T = \frac{L^2 + B^2}{12}\,.\,P \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

wenn L und B die Länge der Kanten bd und bc bezeichnen, welche nicht mit der Umdrehungsaxe parallel sind.

Die Formel (3) geht in Gleichung (2) über, wenn B sehr klein ist im Vergleich zu L.

Aus Betrachtungen, welche den oben durchgeführten ähnlich sind, ergiebt sich, daß das Trägheitsmoment einer homogenen kreisförmigen Scheibe, welche um ihren Mittelpunkt rotirt,

$$T = {}^1/_2\,P R^2$$

ist, wenn P das Gewicht und R den Halbmesser der Scheibe bezeichnet.

Bei Körpern von complicirterer Gestalt ist die Berechnung des Trägheitsmomentes ohne Integralrechnung nicht ausführbar und wenn dieselben mehr oder weniger unregelmäßig gestaltet sind, ganz unmöglich; in solchen Fällen aber kann man das gesuchte Trägheitsmoment auf experimentellem Wege bestimmen. Zu diesem Zwecke braucht man nur den fraglichen Körper durch eine beschleunigende Kraft von bekannter Größe in Rotation zu versetzen und die Geschwindigkeit zu beobachten, welche er in einer gegebenen Zeit erlangt.

Ein erläuterndes Beispiel bietet die Fallmaschine. An einer derartigen Maschine mußte ein Uebergewicht r von 2 Gramm angewandt werden, um zu

bewirken, daß der Fallraum der ersten Secunde 1 Zoll, also $^1/_{192}$ des beim freien Fall in der ersten Secunde durchlaufenen Raumes betrage, während jede der Massen *m* und *n* 100 Gramm wog.

Das Uebergewicht von 2 Grammen hat hier offenbar die Trägheit einer Masse zu überwinden, welche 192mal so groß ist als seine eigene, also 384 Gramm beträgt; da nun die Gewichte *m*, *n* und *r* zusammen 202 Gramm wiegen, so bleiben für das Trägheitsmoment der Rolle noch 182 Gramm übrig, d. h. eine beschleunigende Kraft, welche die Rolle in Rotation zu setzen strebt, hat ein eben so großes Trägheitsmoment zu überwinden, als ob die Rolle gewichtlos und nur an ihrem Umfange eine Masse von 182 Grammen angebracht wäre.

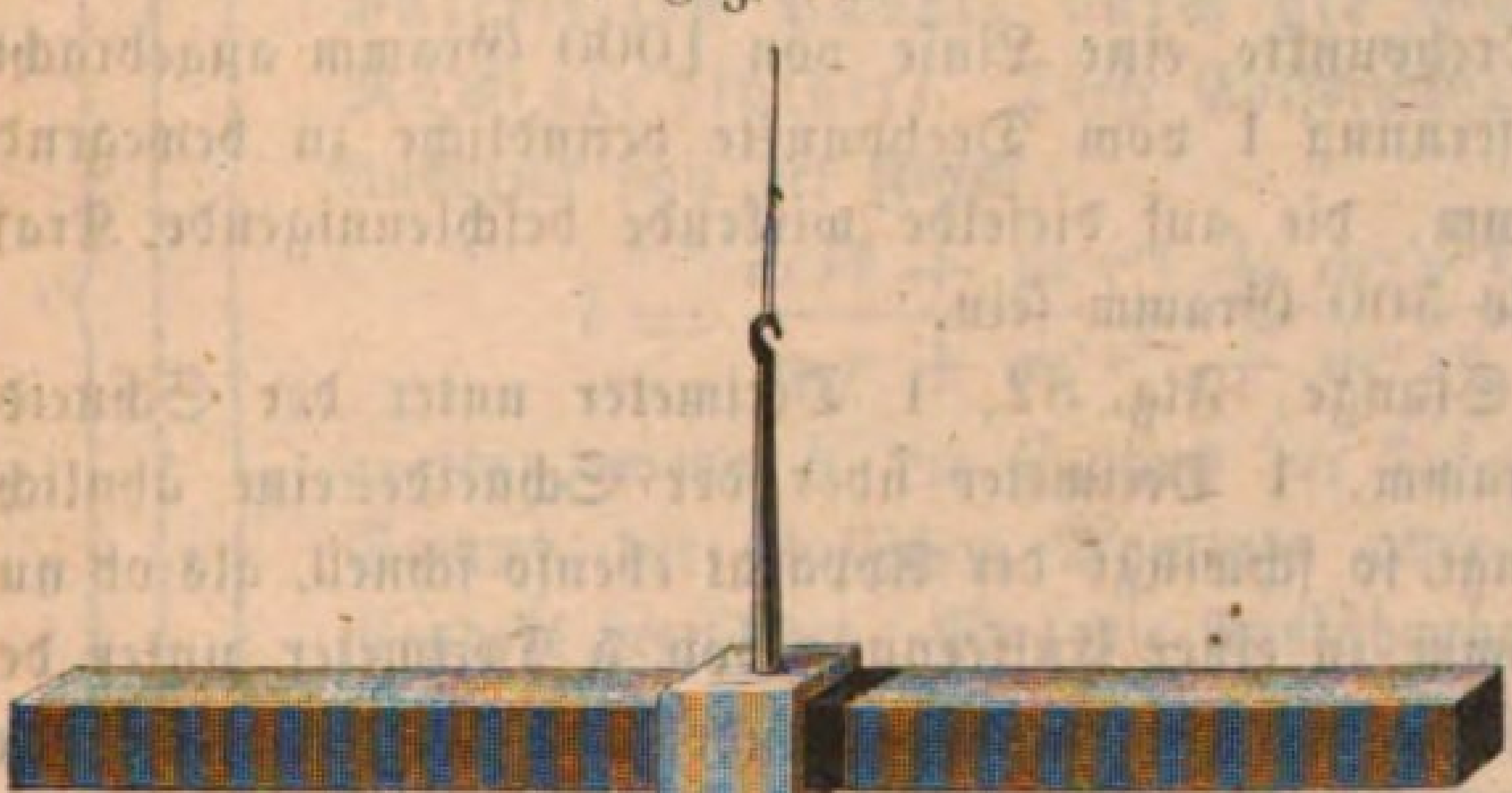
Aufgaben. 1. Wie groß ist das Trägheitsmoment einer 862 Gramm schweren, 75 Centimeter langen Eisenstange, welche um den einen ihrer Endpunkte gedreht wird oder um denselben oscillirt?

2. Was ist das Trägheitsmoment eines in gleicher Weise bewegten Holzstabes von 2 Pfund Gewicht und 5 Fuß Länge? — Die Bedeutung der berechneten Zahl in Worten auszudrücken.

3. Was sind die Trägheitsmomente der in (1) und (2) besprochenen Stäbe, wenn der Drehungspunkt durch ihren Schwerpunkt geht?

4. Ein Stahlstab, 18 Centimeter lang, 4 Centimeter breit und 3 Centimeter hoch, ist an einem Faden aufgehängt, wie Fig. 86 zeigt. Wie groß ist das Trägheitsmoment dieses Stabes, wenn er in horizontaler Ebene um die durch den Faden gebildete Umdrehungsaxe oscillirt (specifisches Gewicht des Stahls 7,8)?

Fig. 86.



5. Wie groß ist das Trägheitsmoment einer eisernen Scheibe von 3 Fuß Durchmesser und 43 Pfund Gewicht, wenn dieselbe um eine durch ihren Mittelpunkt gehende, rechtwinklig auf ihrer Ebene stehende Axe rotirt?

6. Wie groß ist das Trägheitsmoment eines um seine Axe rotirenden Messingcylinders von 25 Centimeter Länge und 15 Centimeter Durchmesser (specifisches Gewicht des Messings 8,4)?

Bestimmung des Schwingungspunktes an einem zusammengesetzten Pendel. §. 34. Wenn an einer gewichtlosen Stange in einer Entfernung *r* vom Aufhängepunkte eine träge Masse *m* angebracht ist, so bringt sie dieselbe Schwingungsgeschwindigkeit hervor, als ob man statt derselben bei unveränderten Angriffspunkte und unveränderter Größe der beschleunigenden Kraft in der

Entfernung 1 vom Drehpunkte eine träge Masse $m r^2$ angebracht hätte. Statt der in der Entfernung r vom Drehpunkte angreifenden Schwerkraft der Masse m könnte man aber, ohne die Schwingungsgeschwindigkeit zu ändern, in der Entfernung 1 die beschleunigende Kraft $m r$ wirken lassen.

Die Schwingungsgeschwindigkeit eines Pendels, welches aus einer gewichtlosen Stange besteht, an welcher in der Entfernung r vom Drehpunkte eine Masse m hängt, würde also dieselbe bleiben, wenn man statt derselben in der Entfernung 1 die träge Masse $m r^2$ anbrächte und auf dieselbe die beschleunigende Kraft $m r$ wirken ließe.

Hinge also 5 Decimeter unter der Schneide des gewichtlosen Stabes eine Linse von 100 Gramm, so würden die Schwingungen ebenso schnell sein, als ob 1 Decimeter vom Schwerpunkte eine träge Masse von $5^2 \times 100$, also 2500 Gramm, angebracht wäre und auf diese die beschleunigende Kraft der Schwere von 5 . 100, also 500 Gramm, wirkte.

Dies läßt sich nun im Versuch wirklich ausführen, nur kann man keine gewichtlose Stange anwenden und muß sich mit einer Stange begnügen, deren Gewicht gegen das der angehängten Linsen vernachlässigt werden darf.

Wenn man in gleichen Entfernungen über und unter dem Drehpunkte eines Stabes Gewichte anbringt, von denen das untere das schwerere ist, so ist die träge zu bewegende Masse gleich der Summe, die beschleunigende Kraft aber gleich den Differenzen der beiden Gewichte.

Hätte man also 1 Decimeter unter dem Drehpunkte eine Linse von 1500, ebenso weit über dem Drehpunkte eine Linse von 1000 Gramm angebracht, so würde die in der Entfernung 1 vom Drehpunkte befindliche zu bewegende träge Masse 2500 Gramm, die auf dieselbe wirkende beschleunigende Kraft aber 1500 — 1000, also 500 Gramm sein.

Wenn man an der Stange, Fig. 82, 1 Decimeter unter der Schneide eine Linse von 1500 Gramm, 1 Decimeter über der Schneide eine ähnliche von 1000 Gramm anbringt, so schwingt der Apparat ebenso schnell, als ob nur eine Linse von 100 Gramm in einer Entfernung von 5 Decimeter unter der Schneide angebracht wäre, oder wie ein einfaches Pendel von 5 Decimeter Länge.

Wenn über und unter dem Drehpunkte, um die Längeneinheit von demselben entfernt, zwei Massen angebracht sind, deren Summe S und deren Differenz D ist, so ist die Schwingungsgeschwindigkeit dieselbe, als ob man eine einzige Masse m in der Entfernung r so angehängt hätte, daß $m r^2 = S$ und $m r = D$; da nun aber $\frac{m r^2}{m r} = r$, so ist auch $\frac{S}{D} = r$, d. h. mit Worten, man findet die Länge des einfachen, gleich schnell schwingenden Pendels, wenn man die Summe der beiden Massen durch ihre Differenz dividirt.

Hätte man 1 Decimeter über der Schneide eine Linse von 300, 1 Decimeter unter derselben eine Linse von 700 Gramm angebracht, so schwingt der Apparat so schnell, wie ein einfaches Pendel, dessen Länge $\frac{1000}{400} = 2{,}5$ Decimeter ist.

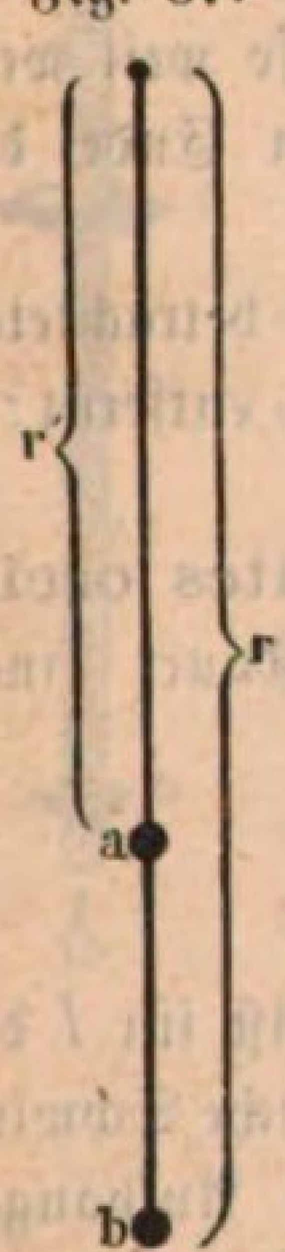
Nach diesen Betrachtungen können wir die Lage des Schwingungspunktes für ein aus zwei schweren Punkten zusammengesetztes Pendel berechnen. An einer unbiegsamen schweren Linie, Fig. 87, seien bei a und b die Massen m und m' angebracht, so ist das Trägheitsmoment der ersteren $m' r'^2$, das der anderen $m r^2$, wenn wir mit r' und r die Entfernung der Punkte a und b vom Drehpunkte bezeichnen; die statischen Momente der in den Punkten a und b hängenden Massen aber sind $m' r'$ und $m r$. Die Summe der Trägheitsmomente ist also $m r^2 + m' r'^2$, die Summe der statischen Momente ist $m r + m' r'$.

Brächte man nun in der Entfernung 1 über und unter dem Drehpunkte eines unbiegsamen, gewichtlosen Stabes zwei Massen, deren Summe $S = m r^2 + m' r'^2$, deren Differenz D aber gleich $m r + m' r'$ ist, so würde ein solcher Apparat eben so schnell schwingen wie das Pendel Fig. 87; nach den obigen Entwickelungen aber ist die Länge eines einfachen, gleich schnell schwingenden Pendels

$$\frac{S}{D} = \frac{m r^2 + m' r'^2}{m r + m' r'}.$$

Diese Betrachtung läßt sich auf ein aus 3, 4, 5 . . . unendlich vielen materiellen Punkten zusammengesetztes Pendel ausdehnen, und man kommt so zu dem wichtigen Satze: Man findet in einem zusammengesetzten Pendel die Entfernung des Schwingungspunktes vom Aufhängepunkte, wenn man die Summe der Trägheitsmomente aller materiellen Punkte durch die Summe ihrer statischen Momente dividirt. Diese Entfernung ist also stets durch einen Ausdruck von der Form

Fig. 87.



$$l = \frac{m r^2 + m' r'^2 + m'' r''^2 + \text{rc.}}{m r + m' r' + m'' r'' + \text{rc.}} = \frac{K}{C}$$

gegeben, wenn K die Summe der Trägheitsmomente und C die Summe der statischen Momente aller materiellen Punkte des Pendels bezeichnet. Was die Ausführung dieser Rechnung betrifft, so ist sie für einen wirklichen Körper ohne Integralrechnung nicht wohl mit voller Genauigkeit möglich, weil es sich um die Summation unendlich vieler kleiner Theilchen handelt.

Mit Hülfe dieser Betrachtung können wir nachweisen, daß der Schwingungspunkt einer Kugel, welche an einem langen Faden aufgehängt ist, nicht weit von ihrem Mittelpunkte liegen kann. Wäre die eine Hälfte der Kugelmasse in ihrem obersten, die andere Hälfte in ihrem untersten Punkte vereinigt, so könnten wir leicht die Lage des Schwingungspunktes berechnen. Es sei z. B. der Durchmesser der Kugel 1 Centimeter, ihr oberster Punkt 100, ihr unterster also 101 Centimeter vom Aufhängepunkte entfernt, so wäre die Entfernung des Schwingungspunktes vom Aufhängepunkte

$$x = \frac{100^2 + 101^2}{100 + 101} = 100{,}50248 \text{ Centimeter.}$$

Die Entfernung des Kugelmittelpunktes vom Aufhängepunkte ist aber 100,5, der berechnete Schwingungspunkt liegt also nur um 0,00248 Centimeter tiefer als der Mittelpunkt.

Wir haben aber diese Berechnung auf die Annahme gestützt, daß die eine Hälfte der Kugelmasse in dem obersten, die andere Hälfte in dem tiefsten Punkte vereinigt wäre. Der wirkliche Schwingungspunkt liegt aber offenbar noch nicht so tief, als der nach dieser Annahme berechnete: er liegt also bei Weitem noch nicht 0,0248 Millimeter unter dem Mittelpunkte der Kugel.

Aufgaben. 1. Wie groß ist die Länge eines einfachen Pendels, welches eben so schnell schwingt wie der Eisenstab der Aufgabe Nr. 1 Seite 69, wenn derselbe um eine an seinem oberen Ende angebrachte Schneide oscillirt?

2. Wie lang müßte man einen solchen Stab machen, wenn er Secunden schwingen sollte?

3. Eine Stange von Nußbaumholz (specif. Gewicht 0,66), deren Querschnitt ein Quadrat von 1,5 Centimeter Seite bildet, ist 1 Meter lang und trägt wie der Stab Fig. 88 in der Mitte ihrer Länge eine Schneide, welche als Oscillationsmittelpunkt dient. Wie groß ist die Schwingungsdauer dieses Stabes, wenn nahe am unteren Ende desselben, 48 Centimeter von der Schneide, eine 50 Gramm schwere Bleilinse befestigt ist?

4. Wie groß wird die Schwingungsdauer dieses Pendels werden, wenn man, ohne sonst etwas zu ändern, das obere Ende der Stange so weit wegschneidet, daß die Entfernung von der Schneide bis zum oberen Ende des Stabes nur noch 15 Centimeter beträgt?

5. Wie groß wird die Schwingungsdauer der unter Nr. 4 betrachteten Stange sein, wenn man die am unteren Ende hängende Linse ganz entfernt?

§. 35. **Experimentelle Bestimmung des Trägheitsmomentes oscillirender Körper.** Wir haben gesehen, daß die Schwingungsdauer eines einfachen Pendels

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

ist; wenn man aber mit einem materiellen Pendel zu thun hat, so ist für l die Länge des einfachen Pendels zu setzen, welches mit dem gegebenen gleiche Schwingungsdauer hat, d. h. der Abstand des Schwingungspunktes vom Aufhängepunkte. Dieser Abstand ist aber nach dem vorigen Paragraphen $\frac{K}{C}$, wenn man mit K das Trägheitsmoment des Pendels, mit C die Summe der statischen Momente aller auf das Pendel wirkenden beschleunigenden Kräfte bezeichnet. Wir haben also für ein materielles Pendel

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{Cg}} \qquad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Wird an den oscillirenden Körper eine Masse von bekanntem Trägheitsmoment Q so angebracht, daß die beschleunigende Kraft, welche das Pendel

oscilliren macht, ungeändert bleibt, so muß nun der Körper langsamer oscilliren. Bezeichnen wir jetzt seine Schwingungszeit mit t', so ist

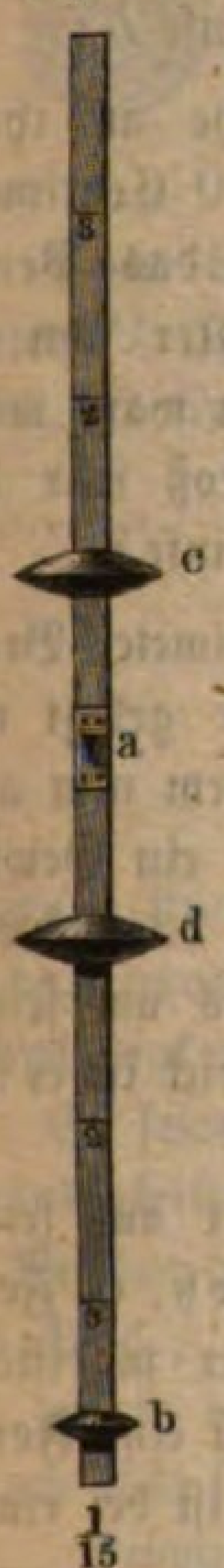
$$t' = \pi \sqrt{\frac{K + Q}{Cg}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Aus den Gleichungen (1) und (2) läßt sich aber K leicht durch Elimination berechnen.

Wir wollen dies durch einige Beispiele erläutern.

Ein Pendel von der Fig. 88 dargestellten Einrichtung, dessen Gesammtlänge 11 Decimeter betrug und welches unten eine Linse b trug, machte ohne die Linsen c und d 68 Schwingungen in der Minute; zu einer Schwingung wären also 0,882 Secunden erforderlich; wir haben demnach

Fig. 88.



$$0{,}882 = \pi \sqrt{\frac{K}{Cg}}.$$

Nachdem sowohl 20 Centimeter über als auch 20 Centimeter unter der Schneide eine Linse von 220 Gramm angebracht worden war, während die Linse b unverändert an ihrer Stelle blieb, so machte nun das Pendel 48 Schwingungen in der Minute, es ist also $t' = 1{,}25''$. Das Trägheitsmoment der beiden Linsen c und d zusammengenommen ist 400 . 220 . 2 = 176000, mithin ist

$$1{,}25 = \pi \sqrt{\frac{K + 176000}{Cg}},$$

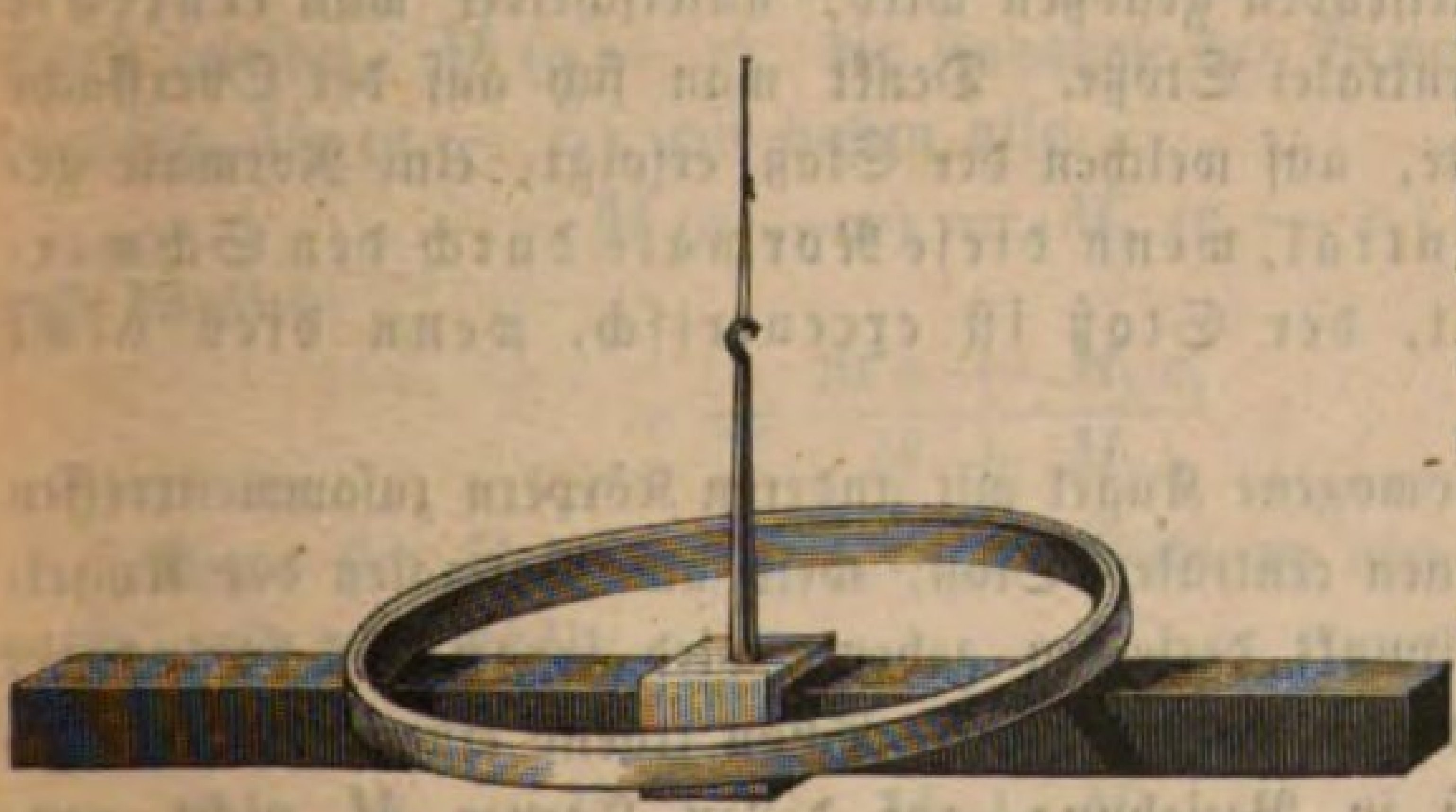
aus der Combination dieser Gleichung mit der vorhergehenden ergiebt sich aber

$$K = 174500,$$

und dies ist das Trägheitsmoment der fraglichen Pendelstange sammt der Linse b, aber ohne die Linsen c und d.

Ein in einer messingenen Hülse liegender an einem Faden aufgehängter 27 Centimeter langer Magnetstab brauchte 10 Secunden zu einer Schwingung. Um sein Trägheitsmoment zu ermitteln, wurde ein 130 Gramm schwerer Messingring von 6,6 Centimeter Radius in der Weise aufgelegt, wie Fig. 89 zeigt, und nun betrug die Schwingungsdauer 13 Secunden. Das Trägheitsmoment des Ringes ist hier offenbar

Fig. 89.



$$130 \,.\, 6{,}6^2 = 5663,$$

wir haben also

$$10 = \pi \sqrt{\frac{K}{Cg}},$$

$$13 = \pi \sqrt{\frac{K + 5663}{Cg}},$$

und aus diesen beiden Gleichungen ergiebt sich für das gesuchte Trägheitsmoment des Magnetstabes $K = 8207$.

Aufgaben. 1. Ein hölzerner Stab, wie der in Fig. 88 abgebildete, in der Mitte mit einer Schneide a, am unteren Ende mit einer Linse b versehen, macht 78 Schwingungen in der Minute; nachdem jedoch 20 Centimeter über und 20 Centimeter unter der Schneide noch Linsen von 500 Gramm angeschraubt worden waren, machte das Pendel nur noch 57 Schwingungen. Wie groß ist das Trägheitsmoment der Pendelstange sammt der Linse b?

2. Eine 150 Centimeter lange Stange von Holz ist nahe an ihrem oberen Ende mit einer Schneide versehen und trägt ungefähr 90 Centimeter von der Schneide eine Bleilinse. In diesem Zustande macht das Pendel 68 Schwingungen in der Minute. Nachdem nun 130 Centimeter von der Schneide noch eine 300 Gramm schwere Linse angeschraubt worden war, macht das Pendel nur noch 59 Schwingungen in der Minute. Wie groß war das Trägheitsmoment des Pendels vor dem Anschrauben der unteren Linse?

3. Ein Magnetstab von 29,5 Centimeter Länge und 2 Centimeter Breite wurde in ein durch Seidenfäden getragenes Schiffchen von Papier gelegt und machte auf diese Weise 16 Schwingungen in 3 Minuten. Nachdem nun aber 10 Centimeter von der Mitte des Stabes entfernt auf jeder Seite ein Gewicht von 50 Gramm aufgelegt worden war, machte der Stab nur noch 23 Schwingungen in 5 Minuten. Wie groß ist das Trägheitsmoment des um seinen Schwerpunkt oscillirenden Stabes? Was wiegt derselbe und wie dick ist er?

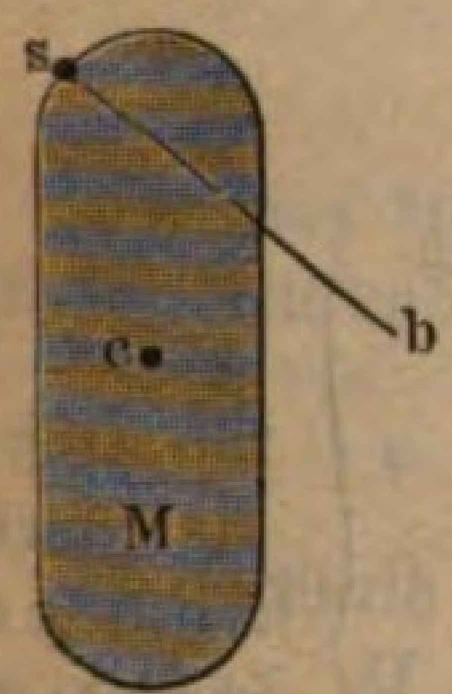
§. 36. **Vom Stoss.** Wenn ein in Bewegung begriffener Körper auf seiner Bahn mit irgend einem anderen zusammentrifft, so entsteht ein Stoß, in Folge dessen jeder den Bewegungszustand des anderen mehr oder weniger modificirt. Der nächste in sehr kurzer Zeit vollendete Erfolg des Stoßes ist eine Formveränderung der zusammentreffenden Körper, welche vorübergehend ist bei elastischen, bleibend bei nicht elastischen Substanzen.

In Beziehung auf die Lage des Punktes, in welchem ein Körper zuerst durch einen anderen ihn treffenden gestoßen wird, unterscheidet man centrale und excentrische (nicht centrale) Stöße. Denkt man sich auf der Oberfläche des Körpers in dem Punkte, auf welchen der Stoß erfolgt, eine Normale gezogen, so ist der Stoß central, wenn diese Normale durch den Schwerpunkt des Körpers geht, der Stoß ist excentrisch, wenn dies nicht der Fall ist.

Wie also auch eine homogene Kugel mit anderen Körpern zusammentreffen mag, so erleidet sie stets einen centralen Stoß, weil alle Normalen der Kugeloberfläche durch den Mittelpunkt derselben gehen; wird jedoch ein homogener Körper M von der Gestalt Fig. 90 im Punkte s von irgend einem anderen getroffen, so ist der Stoß in Beziehung auf diesen Körper M nicht cen-

tral, weil die Normale sb nicht durch den Schwerpunkt C des Körpers M geht.

Fig. 90.



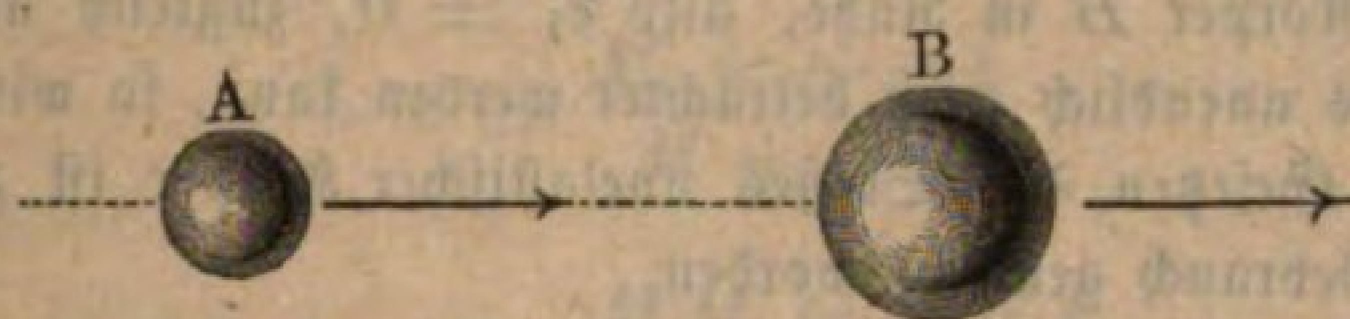
In Beziehung auf die Bewegungsrichtung unterscheidet man den geraden und den schiefen Stoß. Beim geraden Stoß fällt die Bewegungsrichtung mit der Normalen des Berührungspunktes zusammen, beim schiefen Stoß ist dies nicht der Fall.

Der Stoß zweier Kugeln wird also ein gerader sein, wenn sich beide in der Verbindungslinie der Mittelpunkte bewegen.

Wir können uns hier nur mit dem geraden centralen Stoß beschäftigen.

Vom Stoss unelastischer Körper. Wenn zwei unelastische Körper A und B (Fig. 91) mit verschiedenen Geschwindigkeiten behaftet zusammenstoßen, so findet zunächst eine gegenseitige Zusammendrückung, eine Formver- §. 37.

Fig. 91.



änderung statt, welche beendigt ist, wenn die Geschwindigkeit beider Körper die gleiche geworden ist. Es ist nun die Aufgabe, diese gemeinschaftliche Endgeschwindigkeit zu finden.

Es seien M und M_1 die Massen der beiden Körper, c und c_1 ihre Geschwindigkeiten, welche positiv bezeichnet werden sollen, wenn sie von der Linken zur Rechten gerichtet sind. Die Bewegungsgrößen der beiden Körper sind Mc und $M_1 c_1$; was der eine nach dem Stoß an Bewegungsquantität eingebüßt hat, um so viel hat die Bewegungsquantität des anderen zugenommen, und danach läßt sich die gemeinschaftliche Geschwindigkeit v nach dem Stoße berechnen. Nehmen wir an, daß bei gleichgerichteter Geschwindigkeit beider Körper die Geschwindigkeit c des Körpers A größer sei als die Geschwindigkeit c_1 des Körpers B, so ist der Verlust an Bewegungsquantität, welchen A durch den Stoß erleidet, $M(c - v)$, die Zunahme der Bewegungsquantität von B ist dagegen $M_1(v - c_1)$, wir haben also

$$M(c - v) = M_1(v - c_1),$$

und daraus

$$v = \frac{Mc + M_1 c_1}{M + M_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Wenn sich B in entgegengesetzter Richtung von A bewegt, so ist c_1 negativ, und man erhält

$$v = \frac{Mc - M_1 c_1}{M + M_1}.$$

Aufgaben. 1. Für B sei $M_1 = 10$ Pfund und $c_1 = 3$ Fuß, für A aber $M = 3$ Pfund und $c = 10$ Fuß, wie groß ist die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße?

Antwort: $$\frac{10\,.\,3 + 3\,.\,10}{10 + 3} = \frac{60}{13} = 4{,}6 \text{ Fuß.}$$

2.	Für B sei	$M_1 = 10$ Pfund,	$c_1 = 3$ Fuß	Wie groß ist die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße?
	A »	$M = 2$ »	$c = 5$ »	
3.	Für B »	$M_1 = 7$ »	$c_1 = 10$ »	
	A »	$M = 5$ »	$c = 20$ »	
4.	Für B »	$M_1 = 7$ »	$c_1 = -10$ »	
	A »	$M = 5$ »	$c = 8$ »	
5.	Für B »	$M_1 = 7$ »	$c_1 = -10$ »	
	A »	$M = 10$ »	$c = 7$ »	
6.	Für B »	$M_1 = 7$ »	$c_1 = 0$ »	
	A »	$M = 10$ »	$c = 7$ »	

Wenn der Körper B in Ruhe, also $c_1 = 0$, zugleich aber seine Masse M_1 gegen M als unendlich groß betrachtet werden kann, so wird $v = 0$.

Von diesen Gesetzen des Stoßes unelastischer Körper ist zum Theil schon oben in §. 31 Gebrauch gemacht worden.

Jeder Stoß unelastischer Körper ist mit einem Verlust an lebendiger Kraft verbunden. In dem Beispiele Nr. 1 z. B. ist die lebendige Kraft des Körpers A vor dem Stoße $3 \cdot \frac{100}{2\,.\,30} = 5$, die lebendige Kraft von B ist vor dem Stoße $10\,\frac{9}{2\,.\,30} = 1{,}5$, also die Summe der lebendigen Kräfte vor dem Stoße ist 6,5. — Nach dem Stoße ist die lebendige Kraft beider Körper zusammen
$$(10 + 3)\,\frac{4{,}6^2}{2\,.\,30} = 13\,\frac{21{,}16}{60} = 4{,}58$$
also der Verlust an lebendiger Kraft
$$6{,}5 - 4{,}58 = 1{,}92 \text{ Fußpfund.}$$

Wie groß ist für jedes der obigen Uebungsbeispiele die Summe der lebendigen Kräfte vor dem Stoß, wie groß ist sie nach demselben?

Betrachten wir die Sache allgemeiner. Die lebendige Kraft des Körpers A ist vor dem Stoß
$$M\,\frac{c^2}{2\,g},$$
die des Körpers B ist
$$M_1\,\frac{c_1^2}{2\,g},$$
also die Summe der lebendigen Kräfte vor dem Stoß
$$M\,\frac{c^2}{2\,g} + M_1\,\frac{c_1^2}{2\,g} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

wo für g der Zahlenwerth 30 zu setzen ist, wenn die Geschwindigkeit in Pariser Fußen, 9,8, wenn sie in Metern ausgedrückt ist.

Nach dem Stoß ist die lebendige Kraft

$$(M + M_1) \frac{v^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Zieht man den Werth (3) von (2) ab, so erhält man als Verlust an lebendiger Kraft durch den Stoß

$$\alpha = M \frac{c^2 - v^2}{2g} + M_1 \frac{c_1^2 - v^2}{2g}.$$

Dieser Werth läßt sich in folgender Weise umformen

$$\alpha = \frac{M}{2g} (c + v)(c - v) + \frac{M_1}{2g} (c_1 + v)(c_1 - v)$$

$$\alpha = \frac{M}{2g} (c + v)(c - v) - \frac{M_1}{2g} (v + c_1)(v - c_1) \quad . \quad . \quad (4)$$

Setzen wir in die Differenz $c - v$ für v seinen obigen Werth bei (1), so kommt

$$c - v = \frac{M_1 (c - c_1)}{M + M_1}$$

und

$$M (c - v) = \frac{M M_1 (c - c_1)}{M + M_1},$$

da aber $M (c - v) = M_1 (v - c_1)$, so ist auch

$$M_1 (v - c_1) = \frac{M M_1 (c - c_1)}{M + M_1},$$

setzt man diese Werthe für $M (c - v)$ und $M_1 (v - c_1)$ in Gleichung (4), so kommt

$$\alpha = \frac{M M_1 (c - c_1)}{M + M_1} \cdot \frac{(c + v - v - c_1)}{2g}$$

$$\alpha = \frac{M M_1}{M + M_1} \cdot \frac{(c - c_1)^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Die Größe $\frac{M M_1}{M + M_1}$ bezeichnet man als das harmonische Mittel der Massen M und M_1.

Nach Gleichung (4) ist aber $\frac{(c - c_1)^2}{2g}$ der Fallraum, welcher der Geschwindigkeitsdifferenz $(c - c_1)$ entspricht, d. h. die Höhe, welche ein Körper durchfallen muß, wenn er die Geschwindigkeit $c - c_1$ erlangen soll.

Nach diesen Bemerkungen läßt sich die Gleichung (5) in Worten so ausdrücken:

Wenn zwei unelastische Massen M und M_1, welche mit den Geschwindigkeiten c und c_1 behaftet sind, zusammenstoßen, so ist der auf die Formveränderung beider verwendete Verlust an lebendiger

Kraft das Product, welches man erhält, wenn man das harmonische Mittel der beiden Massen multiplicirt mit der Fallhöhe, welche der Differenz der Geschwindigkeiten entspricht, mit welcher die beiden Massen vor dem Stoß behaftet waren.

Wenn z. B. auf einer Eisenbahn zwei Züge von 120000 Pfund und 160000 Pfund in entgegengesetzter Richtung mit den Geschwindigkeiten $c = 20$ Fuß und $c_1 = -15$ Fuß sich bewegend zusammenstoßen, so entsteht ein auf die Zerstörung der Locomotiven und Wagen verwendeter Arbeitsverlust, welcher bei vollständigem Mangel an Elasticität aller zum Stoß gelangenden Theile sein würde

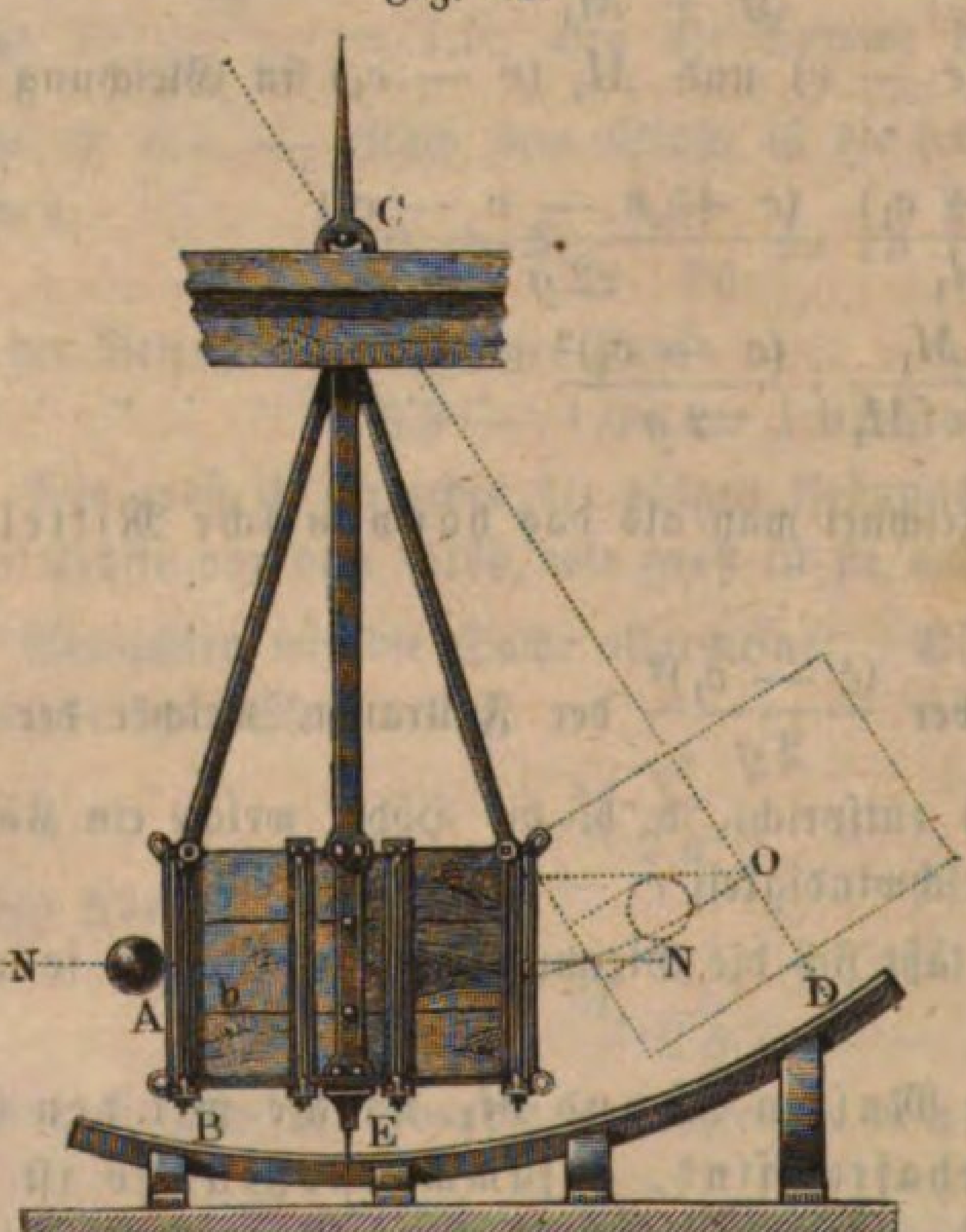
$$\frac{(20 + 15)^2}{2g} \cdot \frac{120000 \,.\, 160000}{280000} = \frac{35^2}{60} \cdot \frac{1920000}{28} = 1344000 \text{ Fußpfd.}$$

Aus den obigen Betrachtungen und Berechnungen geht hervor, wie nachtheilig Stöße in einer Maschine wirken müssen, welche nicht geradezu zur Ausübung von Stößen bestimmt ist, sondern in welcher dieselben nur in Folge mangelhafter Construction auftreten. Solche Stöße verzehren nicht allein ganz unnöthiger Weise einen großen Theil lebendiger Kraft, sondern sie führen auch die Maschine selbst einem raschen Ruine entgegen.

§. 38. **Das ballistische Pendel.** Eine interessante Anwendung der Gesetze des Stoßes bietet das ballistische Pendel, welches Fig. 92 dargestellt ist.

Ein mit Eisen beschlagener Holzblock von bedeutendem Gewichte hängt von mehreren Stangen getragen an einer Axe C. Eine Spitze E durchläuft, wenn die ganze Vorrichtung um die Axe C gedreht wird, die kreisförmige Rinne und zeichnet ihre Spur in weiches Wachs. Aus der Länge dieser Spur beurtheilt man die Größe der Ausweichung des Pendels. Das Pendel ist 3 bis 4 Meter lang und sein Totalgewicht beträgt ungefähr 4000 Kilogramm.

Fig. 92.



Wenn nun gegen diese bedeutende Masse aus einer nahe stehenden Kanone eine Kugel abgeschossen wird, so wird durch deren Stoß das ballistische Pendel in Bewegung gesetzt, und aus der Größe des Ausschlags kann man dann die Geschwindigkeit berechnen, mit welcher das Pendel seine Gleichgewichtslage verließ, woraus sich denn auch ferner

die Geschwindigkeit ergiebt, mit welcher die Kugel gegen den Holzkloß anschlug.

Um die Rechnung nicht zu compliciren zu machen, wollen wir annehmen, die ganze Masse des Pendels sei in seinem Schwerpunkt vereinigt, gegen welchen dann die Kanonenkugel gerichtet ist.

Bezeichnen wir die Länge des Pendels, d. h. die Entfernung von der Schneide bis zum Schwerpunkte, mit l, den Ausschlagwinkel, bis zu welchem es sich in Folge des von der Kanonenkugel erhaltenen Stoßes erhebt, mit α, so haben wir für den verticalen Höhenunterschied s zwischen der Gleichgewichtslage des Schwerpunktes und der größten Höhe, welche er erreicht,

$$s = l \,.\, \sin vers\, \alpha \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Die Geschwindigkeit v aber, welche der Fallhöhe s entspricht, ist

$$v = \sqrt{2gs} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

wo für g der Werth der beschleunigenden Kraft der Schwere in demjenigen Maße ausgedrückt zu setzen ist, nach welchem die Geschwindigkeit v gemessen werden soll. Die nach Gleichung (2) berechnete Geschwindigkeit v ist aber diejenige, welche dem ballistischen Pendel durch den Stoß der Kanonenkugel ertheilt werden muß, damit es um den Winkel α aus seiner Gleichgewichtslage abgelenkt wird. Für diese Geschwindigkeit v haben wir aber auch nach dem vorigen Paragraphen

$$v = \frac{Mc}{M + M_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

wenn mit M die Masse und mit c die Geschwindigkeit der Kanonenkugel, mit M_1 aber die Masse des ballistischen Pendels bezeichnet wird, dessen Anfangsgeschwindigkeit c_1 gleich Null war.

Setzen wir in Gleichung (3) für v seinen Werth bei (2), so kommt

$$\frac{Mc}{M + M_1} = \sqrt{2gs},$$

oder wenn man für s seinen Werth bei (1) setzt

$$\frac{Mc}{M + M_1} = \sqrt{2g \,.\, l \,.\, \sin vers\, \alpha},$$

also endlich

$$c = \frac{M + M_1}{M} \sqrt{2g \,.\, l \,.\, \sin vers\, \alpha} \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

Aufgaben. 1. Eine 12pfündige Kanonenkugel (also $M = 6$ Kilogramm) macht, gegen den Holzkloß anschlagend, das ballistische Pendel bis zu 5^0 (also $\alpha = 5^0$) steigen. Die Masse des Pendels M_1 sei 4000 Kilogramm, seine Länge l aber $= 4$ Meter. In Metern ausgedrückt ist $g = 9{,}8$. — Wie groß ist die Geschwindigkeit c, mit welcher die Kugel an den Kloß anschlug?

2. Eine 3 Kilogramm schwere Kanonenkugel trieb das in der ersten Aufgabe betrachtete ballistische Pendel um 3^0 aus seiner Gleichgewichtslage, wie groß war die Geschwindigkeit der Kugel vor dem Stoß?

3. Um wie viel Grade würde das eben betrachtete ballistische Pendel aus seiner Gleichgewichtslage getrieben werden, wenn die Geschwindigkeit, mit welcher die 3 Kilogramm schwere Kugel gegen den Kloß anschlägt, nur 200 Meter betragen hätte?

§. 39. **Stoss elastischer Körper.** Wenn zwei Körper im geraden centralen Stoß zusammentreffen, so ist der erste Effect eine gegenseitige Zusammendrückung, welche so lange fortdauert, bis die Geschwindigkeit der beiden Massen die gleiche geworden ist. Ist bis zu diesen Momenten die Verschiebung der Theilchen beider Körper über ihre Elasticitätsgränze hinausgegangen, so daß ihre Formveränderung (wenn nicht Zertrümmerung erfolgt) eine bleibende ist, so erfolgt die fernere Bewegung nach den im vorigen Paragraphen besprochenen Gesetzen. Ist jedoch durch Zusammendrückung der beiden zusammenstoßenden Körper in dem Augenblicke, in welchem ihre Geschwindigkeit die gleiche geworden ist, ihre Elasticitätsgränze noch nicht überschritten, so streben nun beide Körper, ihre ursprüngliche Gestalt wieder anzunehmen, wodurch sie, in dem Berührungspunkt gegen einander drückend, gleichsam einen abermaligen Stoß erleiden. Jede Kugel erhält durch die Wiederherstellung der Form gleichsam den Stoß zurück, welchen sie während der Zusammendrückung auf die andere ausgeübt hat.

Zur Construction der Formel wollen wir wieder wie im vorletzten Paragraphen von dem Fall ausgehen, daß sich beide Körper nach derselben Seite hin (nach der rechten) bewegen. Die links sich befindende Kugel A, deren Masse M ist, habe die größere Geschwindigkeit c; wenn sie gegen die andere Kugel B, deren Masse M_1 und deren Geschwindigkeit c_1 ist, anstößt, so verliert sie beim Anstoß während der Zusammendrückung bis zu dem Moment, in welchem beide Kugeln gleiche Geschwindigkeit haben, die Bewegungsquantität $M(c - v)$, wo v dieselbe Bedeutung hat wie in §. 37. Die Bewegungsquantität der Kugel B hat dabei aber um $M(c - v)$ zugenommen. Während nun beide Kugeln ihre ursprüngliche Gestalt wieder annehmen, erleidet jede Kugel einen Rückstoß, welcher dem Stoß gleich ist, den sie der anderen ertheilt hat; die Kugel A wird also abermals einen Verlust an Bewegungsquantität erleiden, welcher gleich ist $M(c - v)$; der Gesammtverlust an Bewegungsquantität, welchen die Kugel A nach Beendigung des elastischen Stoßes erlitten hat, ist also

$$2M(c - v).$$

In gleicher Weise ergiebt sich für den Gewinn an Bewegungsquantität, welchen die Kugel B bis zu dem Moment erfahren hat, wo beide Kugeln ihre ursprüngliche Gestalt wieder angenommen haben und aus einander zu fahren beginnen,

$$2M_1(v - c_1).$$

Die Geschwindigkeit von A wird also nach Beendigung des elastischen Stoßes sein

$$V = c - 2(c - v) = 2v - c \quad \ldots \ldots \ldots (1)$$

Die Geschwindigkeit von B wird aber geworden sein

$$V_1 = c_1 + 2(v - c_1) = 2v - c_1 \quad \ldots \ldots \ldots (2)$$

Setzen wir in diese Werthe von V und V' für v seinen Werth bei (1) auf Seite 75, so kommt

$$V = \frac{(M - M_1)\,c + 2\,M_1\,c_1}{M + M_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

und

$$V_1 = \frac{(M_1 - M)\,c_1 + 2\,M c}{M + M_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Für den in der ersten Aufgabe des §. 37 betrachteten Fall erhält man, wenn beide Kugeln vollkommen elastisch sind,

$$V = \frac{(3 - 10)\,10 + 2\,.\,10\,.\,3}{10 + 3} = \frac{-70 + 60}{13} = -\frac{10}{13}$$

$$V_1 = \frac{(10 - 3)\,3 + 2\,.\,3\,.\,10}{10 + 3} = \frac{21 + 60}{13} = \frac{81}{13}.$$

Da der Werth von V das Vorzeichen — hat, so bewegt sich A nach Beendigung des elastischen Stoßes in einer Richtung, welche derjenigen entgegengesetzt ist, welche er vor dem Stoß hatte.

Aufgaben. Wie groß ist die Geschwindigkeit der Kugeln A und B für die Aufgaben 2 bis 6 des §. 37 nach dem Stoß, wenn man annimmt, daß beide Kugeln vollkommen elastisch sind?

Betrachten wir noch einige specielle Fälle.

Wenn die Massen beider Kugeln gleich sind, so kommt

$$V = c_1$$

und

$$V_1 = c,$$

die beiden Kugeln vertauschen also ihre Geschwindigkeit beim elastischen Stoß.

Wenn z. B. eine elastische Kugel A, mit 6 Meter Geschwindigkeit sich bewegend, gegen eine andere ihr gleiche elastische Kugel B, welche sich nur mit 2 Meter Geschwindigkeit bewegt, anstieß, so wird nach dem Stoß A die Geschwindigkeit von 2 Metern, B aber die von 6 Metern haben.

Diese Vertauschung der Geschwindigkeiten findet auch noch statt, wenn die beiden Kugeln bei gleicher Masse mit entgegengesetzten Geschwindigkeiten behaftet sind.

Es sei z. B. bei gleicher Masse der Kugeln für A $c = 10$, für B $c_1 = -5$, so wird noch der Stoß A die Geschwindigkeit $V = -5$, B aber die Geschwindigkeit $V_1 = 10$ haben.

Wenn M_1 unendlich und $c_1 = 0$, wenn also die elastische Kugel A gegen ein festes Hinderniß anstößt, so geht der obige Werth (4) von V_1 über in

$$V_1 = 0,$$

dagegen wird, da man M in Vergleich zu M_1 gleich Null setzen kann, der Werth (1) für V

$$V = \frac{-M_1\,c}{M_1} = -c,$$

d. h. die elastische Kugel prallt mit derselben Geschwindigkeit zurück, mit welcher sie gegen das feste Hinderniß angestoßen war.

§. 40. **Bewegungsquantität und lebendige Kraft nach dem Stoss.** Die Bewegungsquantität der beiden Kugeln vor dem Stoß ist

$$Mc + M_1 c_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

Nach dem elastischen Stoß ist sie

$$MV + M_1 V_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (b)$$

Setzen wir für V und V_1 ihre Werthe (1) und (2) des §. 39, so kommt

$$MV + M_1 V_1 = M(2v - c) + M_1 (2v - c_1)$$
$$= 2(M + M_1) v - (Mc + M_1 c_1).$$

Nun aber ist nach §. 37, Gleichung (1)

$$(M + M_1) v = Mc + M_1 c_1.$$

Setzt man nun für $(M + M_1) v$ diesen Werth in obige Gleichung, so kommt

$$MV + M_1 V_1 = 2(Mc + M_1 c_1) - (Mc + M_1 c_1)$$
$$MV + M_1 V_1 = Mc + M_1 c_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (c)$$

Die Bewegungsquantität ist nach dem elastischen Stoß eben so groß wie vor demselben.

Gehen wir nun zur Bestimmung der lebendigen Kräfte nach dem elastischen Stoß über.

Zieht man Gleichung (2) des vorigen Paragraphen ab von Gleichung (1), so kommt

$$V - V_1 = c_1 - c,$$

und daraus

$$V + c = V_1 + c_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (d)$$

Aus der obigen Gleichung (c) ergiebt sich aber

$$M(V - c) = M_1 (c_1 - V_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (e)$$

Durch Multiplication der Gleichungen (e) und (d) erhält man aber

$$M(V^2 - c^2) = M_1 (c_1^2 - V_1^2),$$

und daraus endlich

$$MV^2 + M_1 V_1^2 = Mc^2 + M_1 c_1^2,$$

d. h. die Summe der lebendigen Kräfte nach dem elastischen Stoß ist eben so groß wie vor demselben, beim elastischen Stoß findet also kein Verlust an lebendiger Kraft statt.

Aus den obigen Uebungsbeispielen läßt sich leicht die Bestätigung dieses Satzes in einzelnen Fällen nachweisen.

Achtes Capitel.

Bewegungsgesetze der Flüssigkeiten.

Ausflussgeschwindigkeit. Nach §. 85 des Grundrisses ist die Geschwindigkeit v, mit welcher eine Flüssigkeit aus einer in der Seitenwand oder in dem Boden eines Gefäßes angebrachten Oeffnung hervorspringt, §. 41. (Zu §. 85 d. Gr.)

$$v = \sqrt{2gS},$$

wenn g die beschleunigende Kraft der Schwere und S die Druckhöhe, d. h. die Höhe des Flüssigkeitsspiegels über der Oeffnung bezeichnet. Diese Formel wird für Metermaß

$$v = 4{,}429\sqrt{S} \quad \text{oder} \quad S = 0{,}051\, v^2,$$

und für preußische Fuß

$$v = 7{,}906\sqrt{S} \quad \text{oder} \quad S = 0{,}016\, v^2.$$

Aufgaben. 1. Wie groß ist die Ausflußgeschwindigkeit, wenn die Druckhöhe der Reihe nach gleich ist 0,1 Meter, 0,5 Meter, 1,6 Meter u. s. w., oder wenn sie ist 2 Fuß, 7 Fuß, 36 Fuß preuß. Maß?

2. Wie groß muß die Druckhöhe S sein, um eine Ausflußgeschwindigkeit $v = 0{,}3$ Meter, $v = 1{,}2$ Meter, $v = 7{,}6$ Meter, oder um eine Ausflußgeschwindigkeit $v = 3$ Fuß, $v = 8$ Fuß, $v = 17$ Fuß zu erhalten?

Ausflussmenge. Nach §. 87 des Grundrisses ist das Quantum Wasser, welches durch eine in einer dünnen Wand gemachten Oeffnung vom Querschnitt F in einer Secunde ausfließt §. 42. (Zu §. 87 d. Gr.)

$$Q = \tfrac{2}{3} F\sqrt{2gS},$$

oder genauer

$$Q = 0{,}64 \,.\, F\sqrt{2gS}.$$

Für Metermaß geht diese Formel über in

$$Q = 2{,}835\, F\sqrt{S}.$$

Für eine kreisförmige Oeffnung vom Durchmesser d ist $F = \frac{\pi d^2}{4}$.
Setzt man für π seinen Werth 3,14, so kommt

$$Q = 2{,}225\, d^2 \sqrt{S}.$$

Da in dieser Formel d und S in Metern ausgedrückt sind, so erhält man Q in Kubikmetern; man hat das erhaltene Resultat mit 1000 zu multipliciren, um die Ausflußmenge in Kubikdecimetern (Litern) ausgedrückt zu erhalten.

Es sei $d = 0{,}005$ Meter, $S = 0{,}1$ Meter, so ergiebt sich

$$Q = 2{,}225 \,.\, 0{,}000025 \sqrt{0{,}1} = 0{,}0000176 \text{ Kubikmeter}$$
$$Q = 0{,}0176 \text{ Liter},$$

in der Minute also

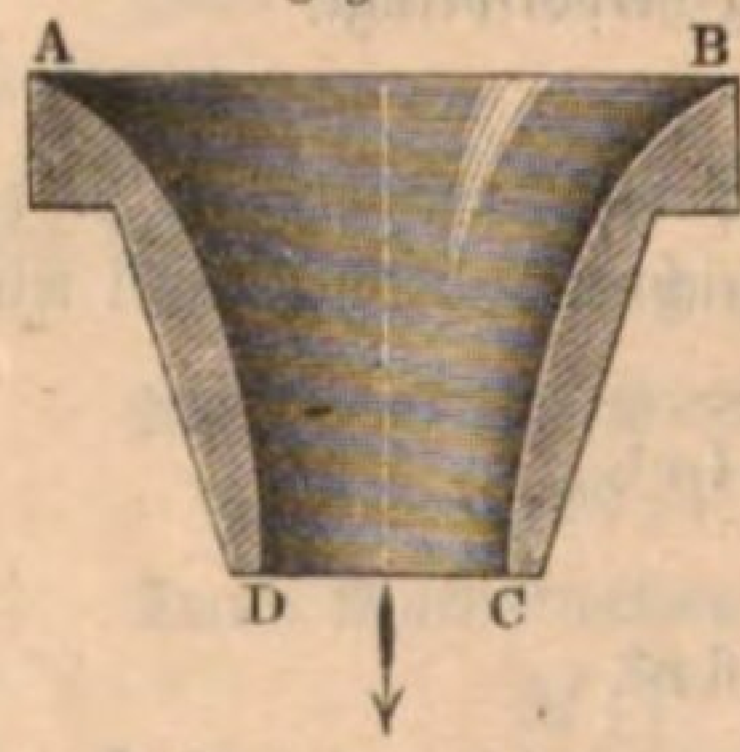
$$60 \,.\, 0{,}0176 = 1{,}056 \text{ Liter}.$$

Aufgaben. Wie groß ist die Ausflußmenge Q, wenn

$d = 0{,}02$ und $S = 0{,}3$ Meter
$d = 0{,}02$ » $S = 1$ »
$d = 0{,}04$ » $S = 7$ »

Wenn das Wasser nicht durch eine Oeffnung abfließt, welche in die dünne Gefäßwand gemacht ist, sondern durch ein kurzes Rohr von der Gestalt Fig. 93, so findet keine weitere Contraction des ausfließenden Strahles statt, und man hat die Ausflußmenge mit Hinweglassung des Contractionscoefficienten nach der Formel

Fig. 93.



$$Q = F\sqrt{2gS} = 4{,}429\, F \sqrt{S}$$
$$Q = 4{,}429 \cdot \frac{3{,}14}{4}\, d^2 \sqrt{S} = 3{,}477\, d^2 \sqrt{S},$$

wo d den Durchmesser DC der Ausflußöffnung bezeichnet.

§. 43. **Reibungswiderstand in langen Röhren.** In §. 89 des Grundrisses haben wir gesehen, daß ein mehr oder weniger bedeutender Theil der Druckhöhe für die Ausflußgeschwindigkeit verloren geht, wenn das Wasser aus einem Reservoir durch eine lange Röhrenleitung ausfließt. Dieser Verlust rührt von Reibungswiderständen her, welche das Wasser beim Durchströmen der Röhre zu überwinden hat. Wir wollen diesen Widerstand näher betrachten.

Es sei

S die wirkliche Druckhöhe, also die Höhendifferenz zwischen der Mündung der Röhre und dem Wasserspiegel im Behälter,

s der Antheil der Druckhöhe, welcher zur Ueberwindung der Reibungswiderstände in der Röhre verwendet wird,

s' der Rest der Druckhöhe, welcher die Beschleunigung für den an der Mündung des Rohres mit der Geschwindigkeit v hervortretenden Wasserstrahl abgiebt,

so haben wir zunächst

$$v = \sqrt{2 g s'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

oder

$$s' = \frac{v^2}{2 g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und

$$S = s + s' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Der Reibungswiderstand in der Röhre, also auch die Druckhöhe s, welche ihm das Gleichgewicht hält, ist proportional

1. der Länge l der Röhre,
2. umgekehrt dem Umfange, also auch umgekehrt dem Durchmesser d der Röhre und
3. dem Quadrat der Geschwindigkeit v, mit welcher das Wasser die Röhre durchläuft, es ist also

$$s = a v^2 \frac{l}{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

wenn a einen constanten Factor bezeichnet. Setzen wir in Gleichung (3) für s' und s ihre Werthe bei (2) und (4), so kommt

$$S = \frac{v^2}{2 g} + a v^2 \frac{l}{d},$$

oder, wenn man $a = \frac{b}{2 g}$ setzt,

$$S = \frac{v^2}{2 g} + \frac{b v^2}{2 g} \cdot \frac{l}{d}$$

$$S = \frac{v^2}{2 g} \left(1 + b \frac{l}{d}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

und daraus

$$v = \sqrt{\frac{2 g S}{1 + b \frac{l}{d}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

oder für Metermaß

$$v = 4{,}429 \sqrt{\frac{S}{1 + b \frac{l}{d}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Der Factor b ist jedoch keineswegs ganz constant, er nimmt ab, wenn die Geschwindigkeit zunimmt. Aus den in dieser Beziehung angestellten Versuchen ergab sich

$$b = 0{,}01439 + \frac{0{,}009471}{\sqrt{v}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Danach ergeben sich folgende zusammengehörige Werthe von v und b

v	b
0,1m	0,0443
0,2	0,0356
0,5	0,0278
1	0,0239
2	0,0211
3	0,0199
4	0,0191
5	0,0186

Die Gleichung (6) gilt jedoch nur für den Fall, daß die Röhrenleitung überall gleich weit und ziemlich gerade sei, daß namentlich kein besonderer Widerstand beim Eintritt aus dem Reservoir in die Röhre zu überwinden ist.

Aufgaben. 1. Gegeben S, l und d, gesucht v. Man berechnet zuerst die Ausflußgeschwindigkeit V, wie sie sein würde, wenn kein Reibungswiderstand zu überwinden wäre, setzt den erhaltenen Werth von V für v in Gleichung (8), den so erhaltenen Werth von b in Gleichung (6) oder (7), so erhält man eine erste Annäherung für b, die wir mit b' bezeichnen wollen. Setzt man diesen Werth von b' für b in Gleichung (6) oder (7), so erhält man einen noch mehr angenäherten Werth von v, den wir mit v' bezeichnen wollen, und welcher dann zur Berechnung eines der Wahrheit noch näher liegenden Werthes von b führt, der dann endlich möglich macht, einen von der Wahrheit nicht merklich abweichenden Werth von v zu berechnen.

Es sei z. B. $S = 4$ Meter, $l = 30$ Meter, $d = 0{,}04$ Meter. Ohne Reibungswiderstände hätte man die Ausflußgeschwindigkeit

$$V = 4{,}43 \sqrt{4} = 8{,}86.$$

Setzt man in Gleichung (8) die Zahl 8,86 an die Stelle von v, so kommt

$$b' = 0{,}0175.$$

Setzt man diesen Werth von b' an die Stelle von b in Gleichung (7), so erhält man

$$v' = 2{,}36.$$

Für diesen Werth der Ausflußgeschwindigkeit ergiebt sich

$$b = 0{,}0205,$$

welcher Werth von b, in Gleichung (7) gesetzt, endlich

$$v = 2{,}215$$

ergiebt. Diesen Werth von v könnte man zu einer neuen Berechnung von b benutzen und mit Hülfe des neuen Werthes von b den Werth von v nach Gleichung (7) abermals berechnen; man würde aber auf diesem Wege zu einem

Werthe von v gelangen, welcher von dem obigen nur sehr wenig abweicht, weshalb man bei demselben stehen bleiben kann.

Hat man einmal auf diesem Wege die Ausflußgeschwindigkeit v gefunden, so ist es leicht, den zugehörigen Werth von Q zu berechnen. Wie groß sind v und Q, wenn $S = 3$ Meter, $l = 50$ Meter, $d = 0{,}06$ Meter?

2. Es ist gegeben die Ausflußmenge Q, der Durchmesser d und die Länge l der Röhre, man soll den entsprechenden Werth der Druckhöhe S berechnen.

Da $Q = Fv = \frac{3{,}14}{4} d^2 . v$, so ist

$$v = \frac{4\,Q}{3{,}14 d^2},$$

hat man nach dieser Gleichung v berechnet, so ergiebt sich b nach Gleichung (8) und alsdann S aus Gleichung (6) oder (7).

Es sei z. B. $Q = 10$ Liter $= 0{,}01$ Kubikmeter pr. Secunde, $d = 0{,}05$ Meter und $l = 25$ Meter, wie groß ist S?

3. Gegeben Q, S und l; es soll d berechnet werden.

Zwischen v, Q und d besteht die Relation

$$v = \frac{4\,Q}{\pi\,d^2} \quad \text{. . . . . (9)}$$

wo π das Peripherieverhältniß bezeichnet. Nach Gleichung (6) ist aber auch

$$v = \sqrt{\frac{2\,g\,S}{1 + b\,\frac{l}{d}}}.$$

Setzen wir diese beiden Werthe von v einander gleich, so kommt

$$\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{Q^2}{d^4} = \frac{2\,g\,S}{1 + b\,\frac{l}{d}}$$

$$2\,g\,S \left(\frac{\pi}{4\,Q}\right)^2 = \frac{1 + b\,\frac{l}{d}}{d^4} = \frac{d + b\,l}{d^5}$$

$$2\,g\,S \left(\frac{\pi}{4\,Q}\right)^2 d^5 = d + b\,l$$

$$d = \sqrt[5]{\frac{d + b\,l}{2\,g\,S}\left(\frac{4\,Q}{\pi}\right)^2} \quad \text{. . . . . (10)}$$

Auch diese Formel ist nur, wie im ersten Falle, als Näherungsformel zu gebrauchen, weil in ihr nicht allein die Unbekannte d selbst unter dem Wurzelzeichen noch vorkommt, sondern auch der durch v auch von d abhängige Werth von b.

Aufgabe. Wie weit muß man eine 30 Meter lange Röhrenleitung machen, wenn sie bei 2 Meter Druckhöhe in jeder Secunde 12 Liter Wasser geben soll (12 Liter $= 0{,}012$ Kubikmeter)?

Auflösung. Behufs einer ersten Annäherung kann man in Gleichung (10) für b einen Mittelwerth 0,02 setzen und in dem unter dem Wurzelzeichen stehenden Ausdruck d gegen $b\,l$ vernachlässigen. Der Ausdruck (10) reducirt sich alsdann auf

$$d' = \sqrt[5]{\frac{0{,}02\ .\ 30}{9{,}8\ .\ 2} \cdot \left(\frac{4\ .\ 0{,}012}{3{,}14}\right)^2}$$

$$d' = \sqrt[5]{\frac{0{,}6}{19{,}6} \cdot 0{,}01528^2}$$

$$d' = \sqrt[5]{0{,}03\ .\ 0{,}0002335}$$

$$d' = 0{,}0933.$$

Setzt man diesen Werth von d' an die Stelle von d in die Gleichung (9), so kommt, wenn man auch für Q seinen Werth 0,012 Kubikmeter substituirt,

$$v = \frac{4\ .\ 0{,}012}{3{,}14\ .\ 0{,}0933^2} = \frac{0{,}048}{3{,}14\ .\ 0{,}0087}$$

$$v = 1{,}75 \text{ Meter.}$$

Diesem Werth von v entspricht nach Gleichung (8) der Werth

$$b = 0{,}0216,$$

und endlich finden wir

$$d = \sqrt[5]{\frac{0{,}0933 + 0{,}0216\ .\ 30}{9{,}8\ .\ 2} \cdot 0{,}0002335}$$

$$d = \sqrt[5]{\frac{0{,}7413}{19{,}6} \cdot 0{,}0002335}$$

$$d = 0{,}0971.$$

Wie groß muß d sein, wenn $Q = 3$ Liter, $l = 50$ Meter, $S = 3$ Meter?

Neuntes Capitel.

Bewegung der Gase.

Ausflussgesetze der Gase. Um die Geschwindigkeit v zu berechnen, mit welcher Gase aus einem Gasometer durch eine Oeffnung in dünner Wand ausströmen, dient die Formel §. 44.

$$v = \sqrt{2gS},$$

welche wir schon zur Berechnung der Ausflußgeschwindigkeiten der Flüssigkeiten benutzt haben; hier ist aber S nicht eine unmittelbar gemessene, sondern eine erst zu berechnende Größe.

Die Druckhöhe S ist die Höhe, welche eine Gassäule von der Dichtigkeit des eingeschlossenen Gases haben müßte, um der Expansion des eingeschlossenen Gases das Gleichgewicht halten zu können.

Gewöhnlich ist das Gas in Gasometern durch Wasser abgesperrt und der Druck, welchen es auszuhalten, ist durch eine Wassersäule gemessen. Die Druckhöhe S ist nun die Höhe einer Gassäule von der Dichtigkeit des Gases im Gasometer, welche der absperrenden Wassersäule das Gleichgewicht hält.

Bezeichnen wir mit h die Höhe der absperrenden Wassersäule, mit 1 das specifische Gewicht des Wassers, mit γ' das specifische Gewicht des eingeschlossenen Gases (das specifische Gewicht des Wassers zur Einheit genommen), so haben wir

$$S : h = 1 : \gamma',$$

also

$$S = \frac{h}{\gamma'}.$$

Bezeichnen wir mit b die Höhe einer Wassersäule, welche dem mittleren Atmosphärendruck (einem Barometerstand von 760 Millimeter entsprechend) das Gleichgewicht hält, so ist der Druck, welchem das abgesperrte Gas ausgesetzt ist, $b + h$. Ist nun γ das specifische Gewicht der eingeschlossenen Gasart, wenn sie nur dem mittleren Atmosphärendruck ausgesetzt ist, so haben wir

$$\gamma : \gamma' = b : b + h$$

$$\gamma' = \frac{b + h}{b} \cdot \gamma$$

$$S = \frac{h\,b}{(b + h)\,\gamma}$$

$$v = \sqrt{2\,g\,\frac{b\,h}{\gamma\,(b + h)}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Für atmosphärische Luft ist $\gamma = 0{,}001299$; ferner ist b in Metermaß ausgedrückt gleich 10,4. Setzen wir diese Werthe für b und γ und ferner für g seinen in Metern ausgedrückten Werth, so kommt

$$v = 4{,}429 \sqrt{\frac{10{,}4}{0{,}001299} \cdot \frac{h}{10{,}4 + h}} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Für kleine Werthe von h kann man im Nenner dieses Ausdruckes h gegen 10,4 vernachlässigen, und erhält so die Näherungsformel

$$v = 4{,}429 \sqrt{\frac{h}{0{,}00129}},$$

oder

$$v = 123 \sqrt{h} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Für ein Gas, welches n mal schwerer ist als atmosphärische Luft, haben wir

$$v = 123 \sqrt{\frac{h}{n}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Unter sonst gleichen Umständen verhalten sich also die Ausströmungsgeschwindigkeiten verschiedener Gasarten umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus ihren specifischen Gewichten.

Aufgaben. 1. Wie groß ist die Ausströmungsgeschwindigkeit für atmosphärische Luft, wenn sie durch eine Wassersäule von 0,2 Metern abgesperrt ist, wenn also $h = 0{,}2$ Meter? (Nach Gleichung 3.)

2. Wie groß ist für den gleichen Werth von h die Ausströmungsgeschwindigkeit der Kohlensäure ($n = 1{,}524$) und des Wasserstoffgases ($n = 0{,}0688$)? (Nach Gleichung 4.)

3. Wie groß ist v, wenn $h = 3$ Meter? (Nach Gleichung 2.)

Beim Ausströmen der Gase findet die Contraction des ausfließenden Gasstrahles in ähnlicher Weise statt, wie beim Ausfluß tropfbarer Flüssigkeiten. Bezeichnen wir also mit F den Querschnitt der Oeffnung, mit μ den Contractionscoefficienten, so ist die Ausflußmenge

$$Q = \mu F v.$$

Es ist nun

a. für Mündungen in dünner Wand . . . . $\mu = 0{,}60$
b. für kurze cylindrische Ansätze . . . . $\mu = 0{,}80$
c. für kurze, nach Außen sich verengernde konische Ansatzröhren von 5 bis 15° Seitenconvergenz . . . . . $\mu = 0{,}90$
d. für gut abgerundete konoidische Mundstücke, ungefähr von der Form Fig. 93 Seite 84 . . . . $\mu = 0{,}98$

Beim Ausströmen der Gase durch lange Röhren findet ein Reibungswiderstand statt, zu dessen Ueberwindung ein Theil der Druckhöhe verwendet werden muß. Ist v die Geschwindigkeit, mit welcher das Gas sich in der Röhre fortbewegt, so ist die Höhe s' einer Gassäule von derselben Natur und Dichtigkeit, welche dieser Geschwindigkeit entspricht,

$$s' = \frac{v^2}{2g},$$

die Höhe s einer Gassäule aber, welche dem dabei zu überwindenden Leitungswiderstand das Gleichgewicht hält, ist

$$s = b v^2 \frac{l}{d},$$

wenn l die Länge und d den Durchmesser der Röhre bezeichnet. Der mittlere Werth des constanten Factors ist nach den besten Versuchen

$$b = 0{,}024,$$

also

$$s = 0{,}024 \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Es ist aber

$$s' + s = S,$$

wo mit S die Höhe der Gassäule bezeichnet wird, welche einer Wassersäule von der Höhe h das Gleichgewicht hält.

Schaltcapitel.

Elemente der Bewegungslehre mit Anwendung höherer Rechnung.

Differentialgleichungen der Bewegung. Um die fortschreitende Bewegung eines materiellen Punktes oder eines Körpers zu verfolgen, welcher unter dem Einfluß irgend einer beschleunigenden Kraft steht, wollen wir annehmen, die beschleunigende Kraft wirke nicht continuirlich, sondern gleichsam stoßweise in unendlich kleinen Intervallen, deren Dauer wir mit dt bezeichnen. Die Geschwindigkeit des Körpers bleibt alsdann während eines solchen Zeittheilchens constant, ändert sich aber von einem Zeitdifferential zum nächsten nach einem Gesetze, welches von der Natur der beschleunigenden Kraft abhängt. §. 45.

Es sei s der Weg, welchen der Körper in der Zeit t zurückgelegt hat, so ist ds der Weg, welchen er in dem nächsten Zeittheilchen dt zurücklegen wird.

Wenn nun v die Geschwindigkeit ist, welche der Körper am Ende der Zeit t erlangt hat, also die Geschwindigkeit, mit welcher er sich, vom Ende der Zeit t an gezählt, im nächsten dt bewegen wird, so haben wir

$$ds = v\,dt,$$

und daraus

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Die Geschwindigkeit eines bewegten Körpers ist der erste Differentialquotient des Weges in Beziehung auf die Zeit.

Die Geschwindigkeit des Körpers, welcher vom Ende der Zeit t an während des nächsten Zeitdifferentials dt den Werth v hatte, wird zu Ende des Zeittheilchens dt einen Zuwachs dv erfahren, also in $v + dv$ übergehen.

Als Maß für die beschleunigende Kraft, welche in einem bestimmten Moment auf einen Körper wirkt, nimmt man die Zunahme φ der Geschwindigkeit, welche er während der nächsten Zeiteinheit (Secunde) erfahren würde, wenn während der ganzen Dauer dieser Zeiteinheit die beschleunigende Kraft unverändert dieselbe bliebe, wie zu Anfang derselben. Wenn aber während der Zeit dt die Geschwindigkeit um dv zunimmt, so ergiebt sich der Werth von φ aus der Proportion

$$dt : dv = 1 : \varphi,$$

woraus

$$\varphi = \frac{dv}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Die beschleunigende Kraft ist also gleich dem ersten Differentialquotienten der Geschwindigkeit in Beziehung auf die Zeit.

Setzen wir in Gleichung (2) für v seinen Werth aus (1), so kommt

$$\varphi = \frac{d^2 s}{dt^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

d. h. die beschleunigende Kraft ist gleich dem zweiten Differentialquotienten des Weges in Beziehung auf die Zeit.

Durch Combination der Gleichungen (1) und (2) erhält man ferner die Gleichung

$$v\,dv = \varphi\,ds \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Mit Hülfe dieser Gleichungen kann man nun die Gesetze jeder Art geradliniger Bewegung, d. h. die Beziehungen zwischen t, s und v ermitteln, wenn φ als Function von v oder von s gegeben ist.

Einige Beispiele mögen die Anwendung dieser Formeln erläutern.

§. 46. **Gleichförmige Bewegung.** Ein materieller Punkt bewege sich in gerader Linie, ohne daß eine beschleunigende Kraft auf ihn wirkt, so ist $\varphi = 0$. Für diesen Fall aber ist nach Gleichung (2)

$$dv = 0,$$

woraus sich durch Integration

$$v = a$$

ergiebt, wenn a die Constante der Integration bezeichnet. **Ein Körper also, welcher sich bewegt, ohne unter dem Einflusse einer beschleunigenden Kraft zu stehen, hat eine constante Geschwindigkeit.**

Gleichförmig beschleunigte Bewegung. Die beschleunigende Kraft, welche auf den Körper wirkt, sei eine gleichförmige, d. h. sie habe einen constanten Werth g, so wird Gleichung (3) §. 47.

$$\frac{d^2 s}{d t^2} = g,$$

oder

$$\frac{d \cdot \frac{d s}{d t}}{d t} = g,$$

also auch

$$d \cdot \frac{d s}{d t} = g\, d t,$$

und daraus durch Integration

$$\frac{d s}{d t} = g t + a \quad \text{. . . . . (n)}$$

Setzt man diesen Werth von $\frac{ds}{dt}$ in Gleichung (1) §. 45, so kommt

$$v = g t + a \quad \text{. . . . . (o)}$$

Aus Gleichung (n) folgt ferner

$$d s = g t\, d t + a\, d t,$$

und daraus durch Integration

$$s = \frac{g}{2} t^2 + a t \quad \text{. . . . . (p)}$$

Die Gleichungen (o) und (p) enthalten nun die uns schon bekannten Gesetze der gleichförmig beschleunigten oder verzögerten Bewegung.

Wenn dem unter dem Einfluß der beschleunigenden Kraft sich bewegenden Körper keine Anfangsgeschwindigkeit mitgetheilt worden ist, wenn also $a = 0$, so gehen die Gleichungen (o) und (p) über in

$$v = g t$$

und

$$s = \frac{g}{2} t^2,$$

Gleichungen, welche, wie wir wissen, die Gesetze des freien Falls im luftleeren Raume darstellen.

Ist die Anfangsgeschwindigkeit eines aufrecht geworfenen Körpers gleich a, so haben wir g negativ zu setzen, weil jetzt die Schwere der Anfangsgeschwindigkeit a entgegenwirkend hier als verzögernde Kraft auftritt. Die Gleichungen (o) und (p) werden alsdann

$$v = a - g\,t$$

und

$$s = a\,t - \frac{g}{2}\,t^2,$$

Gleichungen, nach welchen man bekanntlich die Geschwindigkeit und die Höhe berechnen kann, welche ein mit der Geschwindigkeit a vertical in die Höhe geworfener Körper nach t Secunden erlangt hat.

§. 48. **Oscillirende Bewegung.** Ein materieller Punkt bewege sich auf der geraden Linie AB, Fig. 94, unter dem Einfluß einer beschleunigenden Kraft, welche ihn stets gegen den Punkt c hintreibt und deren Intensität proportional ist dem Abstande des bewegten Körpers von dem Punkte c.

Fig. 94.



Nennen wir x den Abstand des Körpers o vom Punkte c, so ist demnach die beschleunigende Kraft

$$\varphi = m\,x.$$

Wäre φ als Function von t gegeben, so würde die Integration der Gleichung (2) §. 45 uns zu einer Relation zwischen v und t führen; in unserem Falle ist jedoch φ als Function von s gegeben, man muß deshalb von der Gleichung (4) §. 45 Gebrauch machen, deren Integration zu einer Beziehung zwischen x (welches an der Stelle von s steht) und v führt. Setzt man nämlich obigen Werth von φ in Gleichung (4), so kommt

$$v\,d\,v = -\,m\,x\,d\,x,$$

da mit wachsendem Abstande von c offenbar die Geschwindigkeit des bewegten Körpers abnehmen muß. Durch Integration dieser Gleichung aber erhält man

$$v^2 = -\,m\,x^2 + Const \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{a}$$

Der Werth der Integrationsconstanten ergiebt sich, wenn man bedenkt, daß für einen bestimmten Abstand r des bewegten Körpers von c die Geschwindigkeit v gleich Null werden müsse. Setzen wir in Gleichung (a) $v = 0$ und $x = r$, so kommt

$$Const = m\,r^2,$$

und demnach ist

$$v^2 = m\,(r^2 - x^2),$$

oder

$$v = \pm\sqrt{m\,(r^2 - x^2)}.$$

Jedem speciellen Werth von x entspricht also ein doppelter Werth von v, jeden Punkt seiner Bahn passirt also der bewegte Körper zwar stets mit der gleichgroßen, aber bald positiven, bald negativen Geschwindigkeit, d. h. sich bald vom Punkte c entfernend, bald sich ihm nähernd.

Der Werth von v wird ein Maximum für $x = 0$, er wird alsdann

$$V = \pm\,r\sqrt{m},$$

während v gleich Null wird, wenn $x = r$.

Der Körper bewegt sich also von c aus mit abnehmender Geschwindigkeit gegen B hin, bis seine Geschwindigkeit in einem bestimmten Punkte D (welcher wie E in Fig. 94 nicht bezeichnet ist) erlischt, von welchem aus er sich dann dem Punkte c wieder mit wachsender Geschwindigkeit nähert. Nachdem er aber mit dem Maximum seiner nach A hin gerichteten Geschwindigkeit den Punkt c passirt hat, nimmt seine Geschwindigkeit wieder bis zu dem Punkte E ab, welcher ebenso weit von c entfernt ist wie D; kurz der Körper bewegt sich nun stets mit bald wachsender, bald abnehmender Geschwindigkeit zwischen den Punkten D und E hin und her.

Um die Zeit zu ermitteln, welche der Körper zu einer ganzen Oscillation braucht, d. h. um von dem einen Ende D seiner Bahn bis zum anderen Ende E, und von E wieder zurück nach D zu gelangen, muß man vor allen Dingen eine Gleichung zwischen x und t ableiten. Setzen wir den oben erhaltenen Werth von v in Gleichung (1) §. 45, so kommt

$$\sqrt{m\,(r^2 - x^2)} = \frac{dx}{dt}$$

oder

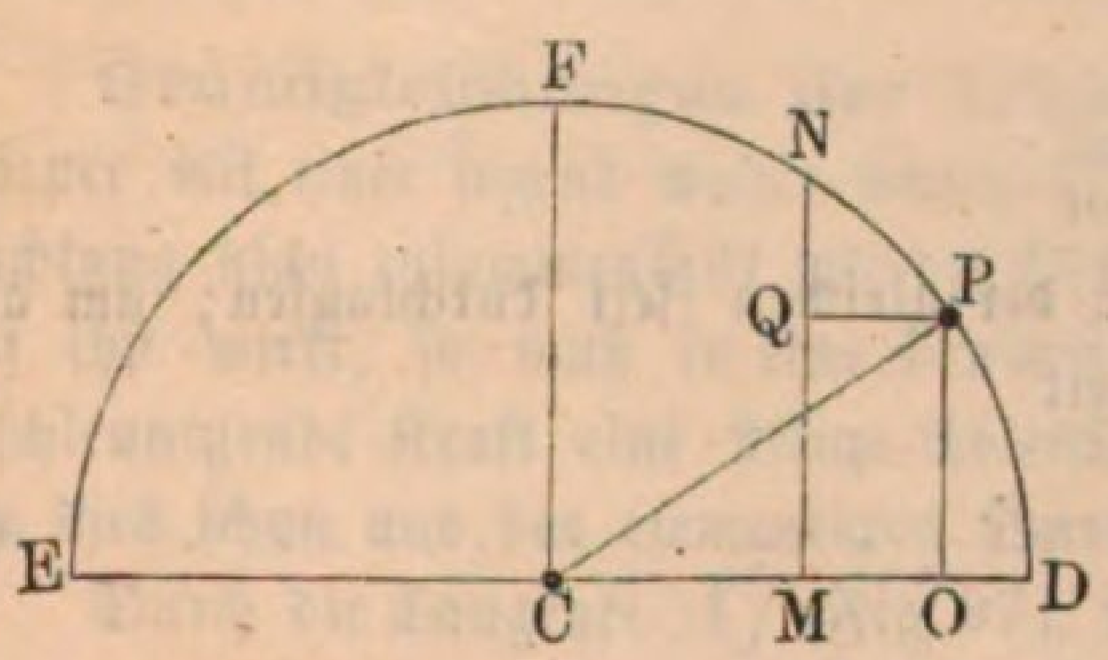
$$dt = \frac{dx}{\sqrt{m\,(r^2 - x^2)}},$$

und daraus endlich

$$t = \int \frac{dx}{\sqrt{m\,(r^2 - x^2)}}.$$

Die Ausführung dieser Integration läßt sich durch die Einführung einer geometrischen Betrachtung erleichtern. Denken wir uns nämlich über ED (Fig. 95) als Durchmesser einen Halbkreis gezogen, und dann in dem Punkte O, dessen Abstand von C mit x bezeichnet ist, ein Perpendikel errichtet, welches in P den Kreis trifft und die Ordinate OP mit y bezeichnet, so ist

Fig. 95.



$$y^2 = r^2 - x^2$$

oder

$$y = \sqrt{r^2 - x^2},$$

folglich ist

$$t = \int \frac{dx}{y\sqrt{m}},$$

oder vielmehr

$$t = -\int \frac{dx}{y\sqrt{m}},$$

weil für wachsende t der Werth von x abnimmt, wenn man die Zeit von dem Moment an zählt, in welchem der Körper von D aus seine Bewegung gegen C hin beginnt.

Nimmt nun x um dx (OC um OM) ab, so wird der entsprechende Bogen s um ds (FP um NP) abnehmen. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke PNQ und COP folgt aber

$$PN : PC = QP : OP$$
$$ds : r = dx : y,$$

oder

$$\frac{dx}{y} = \frac{ds}{r},$$

folglich auch

$$t = -\int \frac{ds}{r\sqrt{m}} = -\frac{s}{r\sqrt{m}} + Const.$$

Um den Werth der Integrationsconstanten zu bestimmen, bedenke man, daß für den Punkt D der Bogen s ein Viertelskreis, also $^1/_2\, \pi r$ ist; da wir aber die Zeit von dem Augenblicke an zählen, wo der bewegliche Körper den Punkt D verläßt, so sind $t = 0$ und $s = {}^1/_2\, \pi r$ zusammengehörige Werthe von t und s, folglich ist

$$0 = \frac{-\pi r}{2r\sqrt{m}} + Const$$

$$Const = \frac{\pi}{2\sqrt{m}},$$

folglich

$$t = -\frac{s}{r\sqrt{m}} + \frac{\pi}{2\sqrt{m}}.$$

Für den Augenblick, in welchem der Körper den Punkt C erreicht, wird $s = 0$, folglich

$$t = \frac{\pi}{2\sqrt{m}}.$$

Der Weg von C nach E wird in der gleichen Zeit durchlaufen; um also von D nach E zu gelangen, ist die Zeit

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{m}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (q)$$

nöthig.

§. 49. **Pendelschwingungen.** Nach dieser Theorie kann man nun auch die Schwingungsdauer eines einfachen Pendels berechnen, wenn der Ausschlagwinkel klein genug ist, um den Bogen des Ausschlagwinkels statt des Sinus zu setzen, denn in dem flachen Bogen bewegt sich die Pendelkugel genau nach demselben Gesetze, nach welchem die eben betrachtete Oscillationsbewegung vor sich geht, d. h. die Kraft, welche die Pendelkugel gegen ihre Gleichgewichtslage hintreibt, ist stets dem Bogen proportional, um welchen sie von dem Gleichgewichtspunkte C, Fig. 95, absteht. Um das Gesetz der Pendelschwingungen zu erhalten, kommt es nur noch darauf an, den dieser Art von Oscillationsbewegung zukommenden Werth des Factors m zu ermitteln.

Die Kraft, welche die in O befindliche Pendelkugel gegen C hintreibt, ist bekanntlich $g . sin\,\alpha$, wenn g die beschleunigende Kraft der Schwere und α den Winkel OBC bezeichnet. Nun ist aber, so lange der Bogen OC hinlänglich klein bleibt,

Fig. 96.



$$sin\,\alpha = \frac{OC}{OB},$$

oder, wenn wir den Bogen OC mit x, die Pendellänge OB mit l bezeichnen,

$$sin\,\alpha = \frac{x}{l},$$

mithin ist die Kraft, welche die Kugel gegen C hintreibt,

$$\varphi = \frac{g}{l}\,x.$$

Der Factor m erhält also in diesem Falle den speciellen Werth $\frac{g}{l}$; wir erhalten also die Schwingungsdauer des Pendels, wenn wir in Gleichung (q) diesen Werth für m substituiren. Es ergiebt sich alsdann

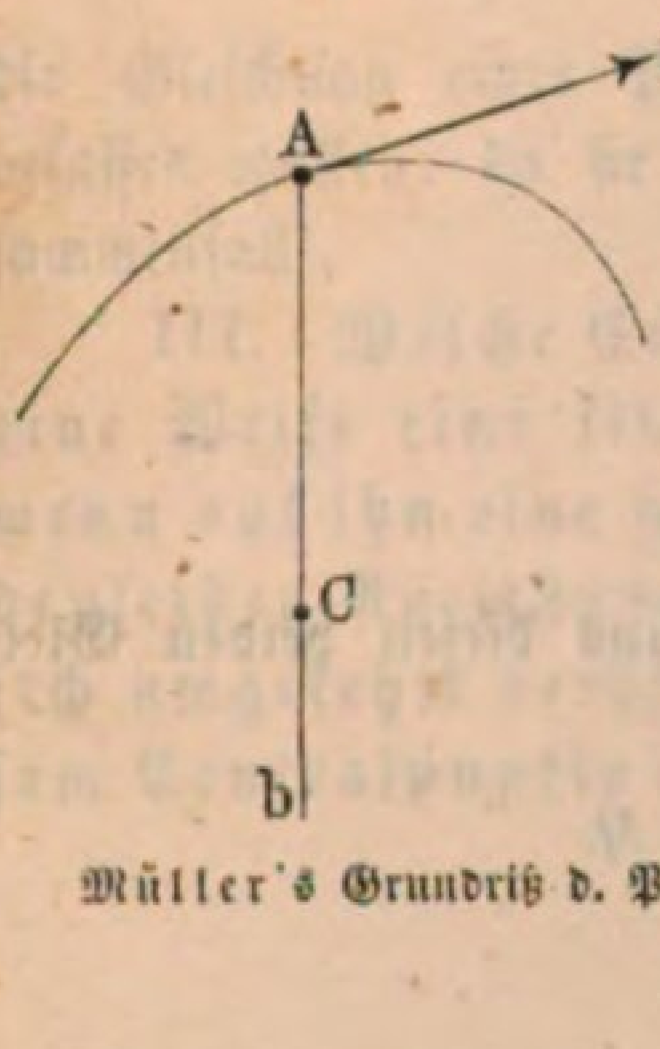
$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

eine Formel, welche wir bereits kennen lernten.

Grundgleichungen der krummlinigen Bewegung. Wenn ein Körper mit einer irgend woher stammenden Geschwindigkeit behaftet ist, deren Richtung nicht zusammenfällt mit der Richtung der beschleunigenden Kraft, welche auf ihn wirkt, so muß er eine krummlinige Bahn beschreiben, indem die beschleunigende Kraft eine stetige Ablenkung vom geraden Wege bewirkt, wie wir dies schon aus den elementaren Betrachtungen des Grundrisses wissen. §. 50.

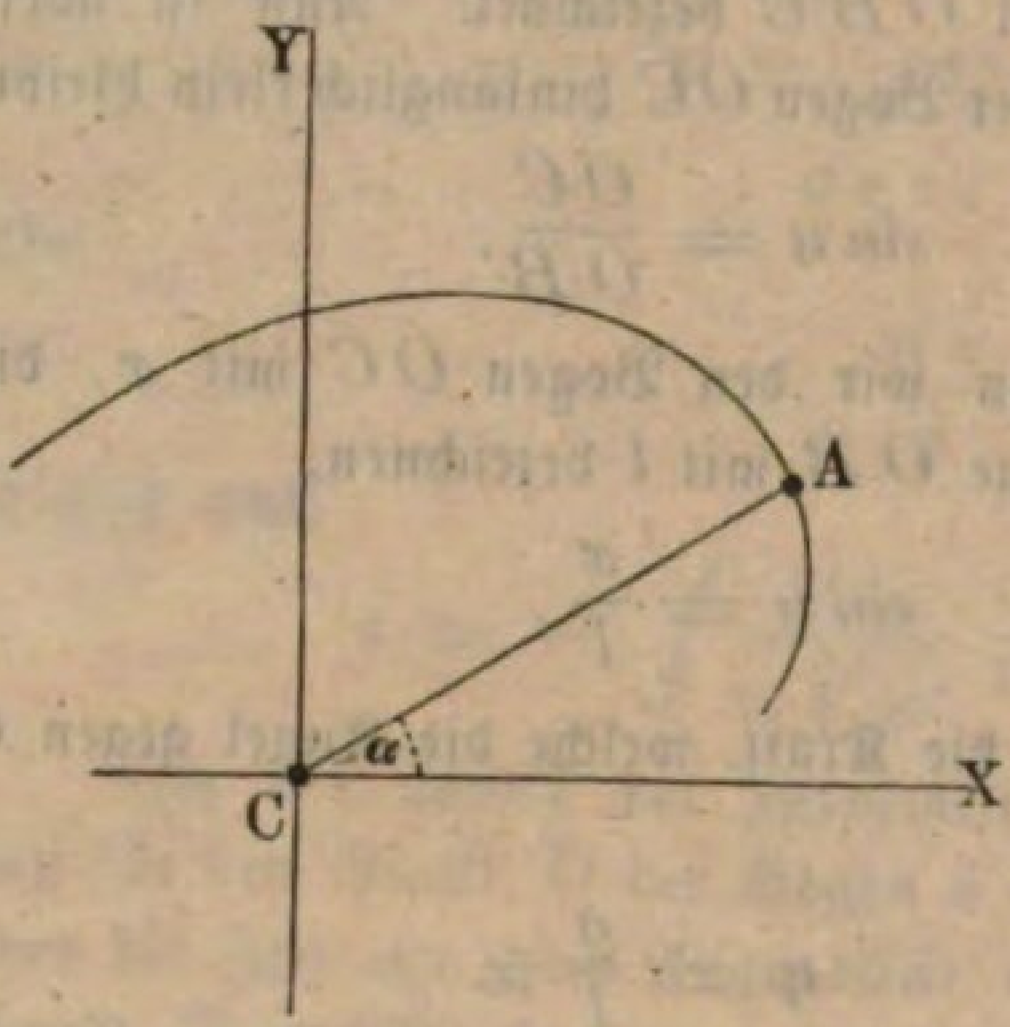
Durch die Tangente Af (Fig. 97), welche man sich in irgend einem Punkte A an die krummlinige Bahn des Körpers gezogen denken kann, und die Richtung Ab, nach welcher die beschleunigende Kraft auf den Körper einwirkt, wenn er sich in A befindet, kann man sich eine Ebene gelegt denken; wenn nun die Richtung der beschleunigenden Kraft in dieser Ebene enthalten bleibt, wie es der Fall ist, wenn die beschleunigende Kraft stets gegen einen in dieser Ebene liegenden Punkt C gerichtet ist, wenn also keine Kraft vorhanden ist, welche den Körper aus dieser Ebene herauszubringen sucht, so wird die beschriebene Curve eine ebene sein müssen.

Fig. 97.



Wenn ein Körper sich in einer Ebene bewegt, so kann man seine Bahnelemente, seine Geschwindigkeit und die auf ihn wirkende beschleunigende Kraft stets nach zwei zu einander rechtwinkligen, in dieser Ebene gelegenen Coordinatenaxen zerlegt denken, und wenn die beschleunigende Kraft stets gegen einen festen Punkt C (Fig. 98) gerichtet ist, so ist es zweckmäßig, diesen Punkt zum Anfangspunkt des Coordinatensystems zu wählen.

Fig. 98.



Bezeichnen wir mit x und y die Coordinaten des Punktes A, so sind

$$\frac{d^2 x}{dt^2} \text{ und } \frac{d^2 y}{dt^2}$$

die nach der Axe der X und der Axe der Y gerichteten Composanten der beschleunigenden Kraft, welche auf den in A befindlichen Körper wirkt; wir haben also

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2 x}{dt^2} &= \varphi \cos \alpha \\ \frac{d^2 y}{dt^2} &= \varphi \sin \alpha\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

wenn φ die in der Richtung AC wirkende beschleunigende Kraft und α den Winkel bezeichnet, welchen AC mit der Axe der X macht.

Ist φ auf irgend eine Weise gegeben, so kann man durch Integration der Gleichungen (1) und durch Elimination von t eine Gleichung zwischen x und y ableiten, und dies ist die Gleichung der krummen Linie, welche der Körper unter den gegebenen Umständen beschreibt.

Wir wollen diese allgemeine Theorie auf einige specielle Fälle anwenden und dabei mit dem einfachsten beginnen.

I. Welche Bahn beschreibt ein Körper, wenn gar keine beschleunigende Kraft auf ihn wirkt?

Für diesen Fall haben wir $\varphi = 0$, also auch

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = 0 \text{ und } \frac{d^2 y}{dt^2} = 0,$$

daraus durch Integration

$$\frac{dx}{dt} = a \text{ und } \frac{dy}{dt} = b$$

oder $\qquad dx = a\,dt$ und $dy = b\,dt,$

wenn a und b die Constanten der Integration sind. Aus diesen beiden Gleichungen folgt aber durch abermalige Integration

$$x = at + n \text{ und } y = bt + q,$$

und wenn man t eliminirt,

$$y = \frac{b}{a}(x - n) + q$$

oder

$$y = cx + \varkappa$$

wenn $\frac{b}{a} = c$ und $q - \frac{b}{a} n = \varkappa$ gesetzt wird.

Es ist dies aber (Analytische Geometrie Seite 8) die Gleichung einer geraden Linie, deren Richtung von den Umständen abhängt, durch welche dem Körper die Geschwindigkeit ertheilt wurde, mit der er sich nun ohne alle Richtungsänderung fortbewegt.

II. Welches ist die Curve, welche ein schief aufwärts geworfener Körper beschreibt? Nehmen wir die Verticale zur Axe der y, die Horizontale zur Axe der x, so wirkt auf den geworfenen Körper in der Richtung der x keine beschleunigende Kraft, in der Richtung der y aber die Schwere, wir haben also

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0 \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = -g$$

wenn die nach Oben, also der Richtung der Schwerkraft entgegengesetzt gezählten Werthe von y als positiv betrachtet werden; daraus dann

$$\frac{dx}{dt} = a \qquad \frac{dy}{dt} = -gt + c$$

$$dx = a\,dt \qquad dy = -gt\,dt + c\,dt$$

$$x = at + b \qquad y = -\frac{g}{2}t^2 + ct + f.$$

Soll die Bewegung im Anfangspunkte der Coordinaten beginnen (d. h. soll für $t = 0$ auch $x = 0$ und $y = 0$ sein), so müssen wir $b = 0$ und $f = 0$ setzen, wodurch sich die beiden letzten Gleichungen reduciren auf

$$x = at \qquad y = -\frac{g}{2}t^2 + ct.$$

Aus der ersten dieser Gleichungen folgt $t = \frac{x}{a}$, und wenn man diesen Werth von t in die zweite Gleichung setzt,

$$y = -\frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{a^2} + c\frac{x}{a},$$

die Gleichung einer Parabel, mit deren Discussion wir uns nicht weiter befassen wollen, da sie mit der schon auf Seite 55 besprochenen Gleichung zusammenfällt.

III. Welche Curve beschreibt ein Körper, welchem auf irgend eine Weise eine seitliche Geschwindigkeit mitgetheilt worden ist, wenn auf ihn eine beschleunigende Kraft wirkt, die ihn stets gegen denselben Anziehungsmittelpunkt hintreibt, und deren Intensität sich umgekehrt verhält wie das Quadrat seiner Entfernung von diesem Centralpunkte?

Bezeichnen wir den Abstand des Körpers vom Centralpunkte für einen bestimmten Moment mit r, mit m die Intensität der beschleunigenden Kraft für den Abstand 1, so ist $\frac{m}{r^2}$ die beschleunigende Kraft, welche den in A, Fig. 98, befindlichen Körper gegen C hintreibt. Diese beschleunigende Kraft können wir aber in zwei Seitenkräfte zerlegen, von denen die eine nach der Axe der x, die andere nach der Axe der y wirkt, und demnach haben wir

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2 y}{d t^2} &= -\frac{m}{r^2} \sin \alpha \\ \frac{d^2 x}{d t^2} &= -\frac{m}{r^2} \cos \alpha \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

wenn mit α der Winkel bezeichnet wird, welchen der Leitstrahl AC mit der Axe der x macht, und wenn ferner angenommen wird, daß mit x und y die Coordinaten des Punktes A bezeichnet werden.

Das Vorzeichen des zweiten Theils dieser Gleichungen ist negativ, weil die beschleunigende Kraft von der Art ist, daß sie den Abstand zwischen A und C, folglich auch die Werthe von x und y zu vermindern strebt.

Nun aber ist

$$\sin \alpha = \frac{y}{r} \qquad \cos \alpha = \frac{x}{r},$$

folglich

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2 y}{d t^2} &= -\frac{m y}{r^3} \\ \frac{d^2 x}{d t^2} &= -\frac{m x}{r^3} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Multiplicirt man die erste dieser Gleichungen mit $2\,dy$, die zweite mit $2\,dx$, so kommt, wenn man sie addirt,

$$2 \frac{d^2 x}{d t^2} dx + 2 \frac{d^2 y}{d t^2} dy = -\frac{2 m}{r^3} (x\,dx + y\,dy),$$

da nun aber

$$x^2 + y^2 = r^2,$$

so ist

$$x\,dx + y\,dy = r\,dr,$$

also

$$2 \frac{d^2 x}{d t^2} dx + 2 \frac{d^2 y}{d t^2} dy = -\frac{2 m}{r^2} dr,$$

und durch Integration

$$\frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} = +\frac{2 m}{r} - b,$$

oder

$$\frac{dx^2 + dy^2}{dt^2} - \frac{2 m}{r} + b = 0 \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

Multiplicirt man die erste der beiden Gleichungen bei (2) mit x, die zweite mit $- y$ und addirt man dann dieselben, so kommt

$$x \frac{d^2 y}{d t^2} - y \frac{d^2 x}{d t^2} = 0,$$

und durch Integration

$$x \frac{d y}{d t} - y \frac{d x}{d t} = c$$

oder

$$x d y - y d x = c d t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Elliptische und parabolische Bahn der Himmelskörper. §. 51. Durch Integration der Gleichungen (3) und (4), durch Elimination von t und Substitution von $x^2 + y^2$ für r^2 würde man zu einer Gleichung zwischen x und y gelangen, welche die gesuchte Gleichung der vom Körper beschriebenen Curve ist. Die Rechnung wird aber in unserem Falle dadurch bedeutend erleichtert, daß man Polarcoordinaten statt der rechtwinkligen Coordinaten einführt. Ist r der Leitstrahl (radius vector) und v der Winkel, welchen er mit der Axe der x macht, so ist, wie wir schon oben gesehen haben,

$$x = r \,.\, \cos v \qquad y = r \,.\, \sin v$$

$$d x = d r \,.\, \cos v - r \,.\, \sin v \, d v$$

$$d y = d r \,.\, \sin v + r \,.\, \cos v \, d v,$$

daraus

$$d x^2 + d y^2 = d r^2 + r^2 d v^2,$$

und demnach wird Gleichung (3)

$$\frac{d r^2 + r^2 d v^2}{d t^2} - \frac{2 m}{r} + b = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

aus Gleichung (4) aber wird

$$r^2 d v = c d t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

wenn man in Gleichung (4) die obigen Werthe von x, y, $d x$ und $d y$ substituirt.

Da $d v$ der Winkel ist, um welchen der radius vector im Zeitelement $d t$ sich dreht, so ist $r d v$ der Bogen, welchen der bewegte Körper in diesem Zeitelement zurücklegt. Multiplicirt man diesen Bogen mit $\frac{r}{2}$, so erhält man den Inhalt des vom Leitstrahl in der Zeit $d t$ beschriebenen Flächenraumes, und dieser Flächenraum ist der Gleichung (6) zufolge dem Zeitelement $d t$ proportional, woraus der uns schon bekannte Satz folgt, daß bei der Centralbewegung der Leitstrahl in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume zurücklegt.

Durch Elimination von $d t$ aus den Gleichungen (5) und (6) ergiebt sich

$$\frac{c^2 (d r^2 + r^2 d v^2)}{r^4 d v^2} = \frac{2 m}{r} - b$$

$$\frac{c^2 d r^2}{r^4 d v^2} + \frac{c^2}{r^2} = \frac{2 m}{r} - b \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Setzt man $\frac{1}{r} = z$, so ist

$$dz = -\frac{dr}{r^2},$$

also

$$dz^2 = \frac{dr^2}{r^4}.$$

Setzt man diese Werthe von $\frac{1}{r}$ und $\frac{dr^2}{r^4}$ in Gleichung (7), so kommt

$$\frac{c^2 dz^2}{dv^2} = 2mz - c^2 z^2 - b$$

$$dv = \frac{c\,dz}{\sqrt{2mz - b - c^2 z^2}}.$$

Um diese Formel integrabel zu machen, muß man noch einige Umwandlungen mit derselben vornehmen. Multiplicirt man zunächst Zähler und Nenner mit c, so kommt

$$dv = \frac{c^2 dz}{\sqrt{2mc^2 z - bc^2 - c^4 z^2}}.$$

Im Nenner unter dem Wurzelzeichen m^2 addirt und subtrahirt, giebt

$$dv = \frac{c^2 dz}{\sqrt{m^2 - bc^2 - m^2 + 2mc^2 z - c^4 z^2}}$$

$$dv = \frac{c^2 dz}{\sqrt{m^2 - bc^2 - (m - c^2 z)^2}}.$$

Zähler und Nenner durch $\sqrt{m^2 - bc^2}$ dividirt,

$$dv = \frac{\frac{c^2}{\sqrt{m^2 - bc^2}} \cdot dz}{\sqrt{1 - \left(\frac{m - c^2 z}{\sqrt{m^2 - bc^2}}\right)^2}},$$

und durch Integration dieser Gleichung

$$v = arc\left(cos = \frac{m - c^2 z}{\sqrt{m - bc^2}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Wir lassen hier die Constante der Integration weg, weil deren Werth davon abhängt, welche Richtung man zum Ausgangspunkt für die Zählung der Winkel v nimmt, und man diese Richtung stets so wählen kann, daß die Integrationsconstante gleich Null wird. Aus Gleichung (8) folgt

$$cos\, v = \frac{m - c^2 z}{\sqrt{m - bc^2}}$$

oder

$$c^2 z = m - cos\, v \sqrt{m^2 - bc^2}$$

und wenn man für z wieder seinen ursprünglichen Werth $\frac{1}{r}$ substituirt, findet man

$$r = \frac{c^2}{m - \cos v \sqrt{m^2 - b c^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

als Polargleichung der gesuchten Curve. Um besser zu übersehen, welche Curve Gleichung (9) darstellt, wollen wir mit derselben einige Umwandlungen vornehmen. Zunächst folgt aus derselben

$$r = \frac{\frac{c^2}{m}}{1 - \cos v \sqrt{1 - \frac{b c^2}{m^2}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Setzen wir $\sqrt{1 - \frac{b c^2}{m^2}} = e$, so ist

$$e^2 = 1 - \frac{b c^2}{m^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (n)$$

$$1 - e^2 = \frac{b c^2}{m^2}$$

$$\frac{c^2}{m} = \frac{m}{b}(1 - e^2).$$

Setzen wir diese Werthe für $\sqrt{1 - \frac{b c^2}{m^2}}$ und $\frac{c^2}{m}$ in Gleichung (10), so kommt

$$r = \frac{\frac{m}{b}(1 - e^2)}{1 - e \cos v},$$

oder, wenn $\frac{m}{b} = A$,

$$r = \frac{A(1 - e^2)}{1 - e \cos v} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Die Gleichung (11) ist aber die Polargleichung eines Kegelschnittes, dessen große Axe gleich A und dessen Excentricität gleich e ist, und zwar ist es die Gleichung einer Ellipse, Parabel oder Hyperbel, je nachdem e kleiner, gleich oder größer als 1 ist. (Analytische Geometrie Seite 55.)

Ob aber $e < 1$, oder $e = 1$, oder $e > 1$ ist, hängt lediglich davon ab, ob b positiv, Null oder negativ ist.

Die Größe von b ist aber endlich abhängig von dem Verhältniß der Geschwindigkeit des Körpers in irgend einer Stelle seiner Bahn zu der Intensität der beschleunigenden Kraft, welche ihn an dieser Stelle gegen den Anziehungsmittelpunkt hintreibt, wie dies sogleich gezeigt werden soll.

Bezeichnen wir mit ds ein Bahnelement des bewegten Körpers, so ist die entsprechende Geschwindigkeit bekanntlich

$$V = \frac{ds}{dt}.$$

Nun ist aber $ds^2 = dx^2 + dy^2$, folglich

$$V^2 = \frac{dx^2 + dy^2}{dt^2},$$

also auch

$$V^2 = \frac{dr^2 + r^2 dv^2}{dt^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

und nach Gleichung (5)

$$V^2 = \frac{2m}{r} + b = 0$$

oder

$$b = \frac{2m}{r} - V^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

b ist also positiv, Null oder negativ, je nachdem

$$V^2 < \frac{2m}{r}$$

oder

$$V^2 = \frac{2m}{r}$$

oder

$$V^2 > \frac{2m}{r}.$$

Da nun der Werth von b nur durch die Größen V, m und r, durch b allein aber der Charakter der Curve bedingt ist, so hängt es also nur von dem Verhältniß der Tangentialgeschwindigkeit V zum Abstande r des bewegten Körpers vom Centralpunkt und der Größe m der beschleunigenden Kraft ab, ob die Bahn eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel ist; die Richtung der Geschwindigkeit V, der Winkel, welchen diese Richtung mit dem Leitstrahl macht, hat darauf keinen Einfluß.

Ebenso ist der Werth der großen Axe $A = \frac{m}{b}$ nur von V, m und r abhängig.

In der Gleichung (10) kommt aber noch eine weitere Integrationsconstante c vor, deren Beziehung und deren Bedeutung noch ermittelt werden muß.

Bezeichnen wir mit α den Winkel, welchen die Richtung der Tangentialgeschwindigkeit V mit dem Leitstrahl r macht, so ist der Geschwindigkeitsantheil in der Richtung von r offenbar $V . \cos\alpha$. Da aber dieser Geschwindigkeitsantheil auch $\frac{dr}{dt}$ ist, so haben wir

$$\frac{dr}{dt} = V . \cos\alpha.$$

Durch Combination dieser Gleichung mit Gleichung (12), die man auch

$$\frac{dr^2}{dt^2} + r^2 \frac{dv^2}{dt^2} = V^2$$

schreiben kann, ergiebt sich

$$V^2 . \cos \alpha^2 + r^2 \frac{dv^2}{dt^2} = V^2$$

$$r^2 \frac{dv^2}{dt^2} = V^2 . \sin \alpha^2$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{V . \sin \alpha}{r}.$$

Nach Gleichung (6) ist aber

$$\frac{dv}{dt} = \frac{c}{r^2},$$

also auch

$$\frac{c}{r^2} = \frac{V . \sin \alpha}{r},$$

und endlich

$$c = r . V . \sin \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Von dem Winkel α ist also zunächst die Constante c und durch sie die Größe der Excentricität e abhängig.

Wenden wir nun die gefundenen Resultate auf einige specielle Fälle an.

I. Man soll berechnen, welche Bahn ein 420 Millionen Meter von dem Mittelpunkte der Erde (also ungefähr so weit wie der Mond) entfernter ponderabeler Körper beschreiben wird, wenn er mit einer rechtwinklig zum Leitstrahl gerichteten Geschwindigkeit von 1300 Metern in der Secunde behaftet ist.

Für diesen Fall haben wir

$$\alpha = 90^0$$

$$r = 420\,000\,000 \text{ Meter}$$

$$V = 1300 \text{ Meter.}$$

Für m haben wir die beschleunigende Kraft der Schwere zu setzen, wie sie auf einen 1 Meter vom Mittelpunkte der Erde entfernten Körper wirken würde, wenn die ganze anziehende Kraft, welche die Erde in die Ferne ausübt, in ihrem Mittelpunkte vereinigt wäre. Bezeichnen wir mit h den Halbmesser der Erde, mit g die beschleunigende Kraft der Schwere auf der Erdoberfläche, so ist offenbar $m = gh^2$. In Metern ausgedrückt ist aber $g = 9{,}8$ und h in runder Zahl 7 000 000, und demnach

$$m = 480\,200\,000\,000\,000.$$

Setzt man die eben angegebenen Werthe von m, r und V in Gleichung (13), so ergiebt sich

$$b = 596\,700$$

und

$$A = \frac{m}{b} = 804\,750\,000 \text{ Meter.}$$

Die gesuchte Bahn ist in diesem Falle eine Ellipse, deren halbe große Axe 804 750 000 Meter ist. Man könnte nun die Excentricität der Ellipse nach Gleichung (n) S. 103 berechnen, nachdem man mittelst Gleichung (14) den Werth

von c gefunden hat. In diesem Falle aber kann man einfacher zum Ziele kommen. Da nämlich die Tangentialgeschwindigkeit von 1300 Meter rechtwinklig zum Leitstrahl steht, so befindet sich der Körper in dem entsprechenden Augenblicke gerade an dem einen Endpunkte der großen Axe. Es sei in Fig. 99 T die Erde, L die Stelle, welche der um die Erde kreisende Körper in dem fraglichen Momente einnimmt, C der Mittelpunkt der Ellipse, so haben wir

Fig. 99.



$$TC = LC - LT,$$

in unserem Falle

$$TC = 804\,750\,000 - 420\,000\,000 = 384\,750\,000,$$

daraus ergiebt sich

$$e = 0{,}473,$$

und die halbe kleine Axe der Ellipse

$$B = 706\,830\,000 \text{ Meter.}$$

II. Wäre in L die Geschwindigkeit des Körpers 1500 Meter gewesen, so hätte sich ergeben $A = 13\,084\,000\,000$ Meter

$$e = 0{,}9679$$

$$B = 3\,292\,400\,000 \text{ Meter,}$$

die Ellipse wäre also schon eine sehr lang gestreckte geworden.

III. Damit die Bahn ein Kreis würde, müßte $A = r$ sein, also $\frac{m}{b} = r$ oder $b = \frac{m}{r}$. Setzt man aber diesen Werth in Gleichung (13), so kommt

$$V^2 = \frac{m}{r}.$$

In unserem Falle würde also die Bahn ein Kreis werden von

$$V^2 = \frac{480\,200\,000\,000\,000}{420\,000\,000}$$

oder

$$V = 1069 \text{ Meter.}$$

Wird V kleiner als 1069, so wird A auch kleiner als 420000000 Meter.

IV. Für $V = 1000$ Meter findet man

$$A = 373\,200\,000 \text{ Meter}$$

$$B = 370\,000\,000 \text{ »}$$

$$e = 0{,}1251.$$

V. Für $V = 500$ Meter ist

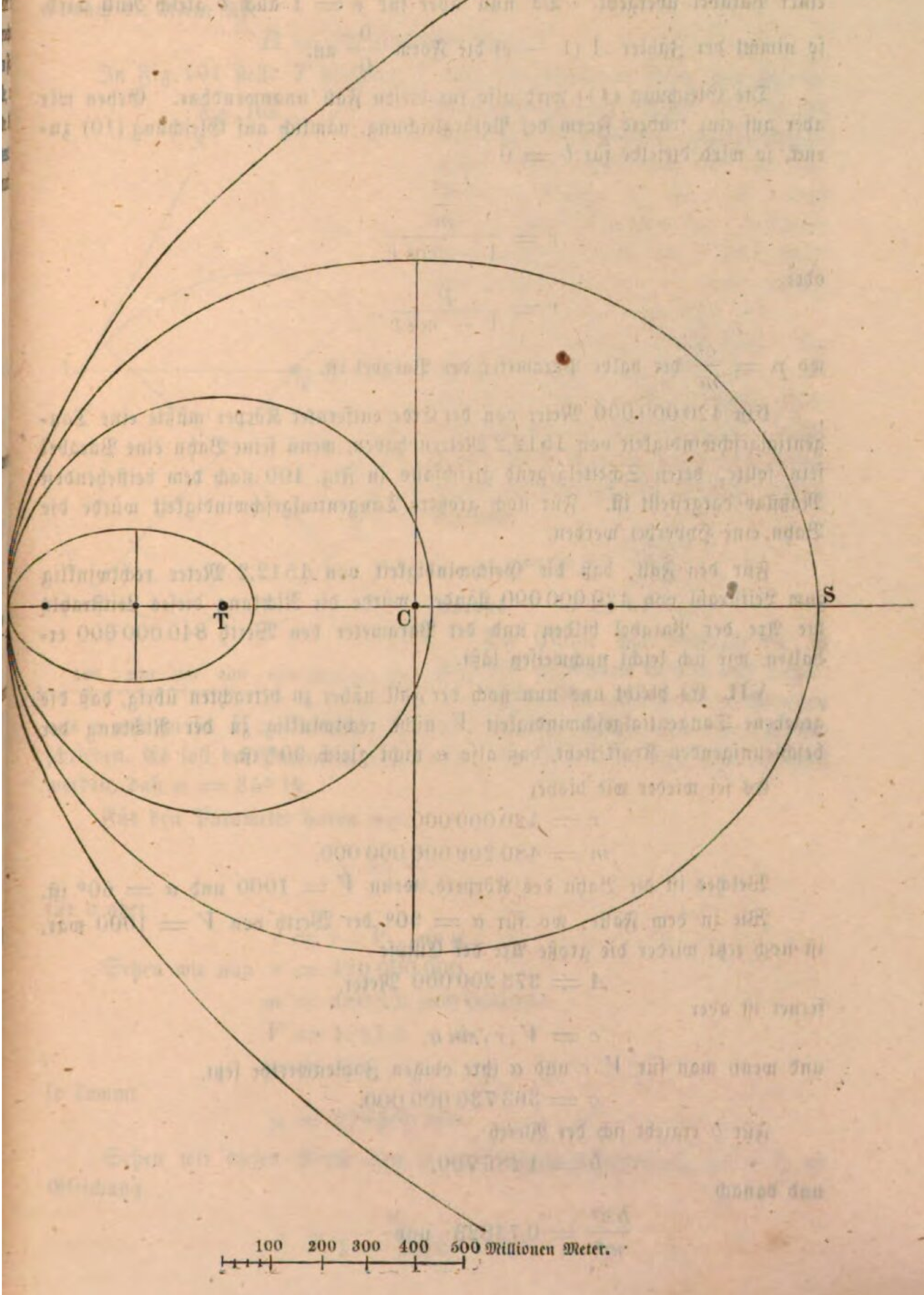
$$A = 235\,780\,000 \text{ Meter}$$

$$B = 145\,020\,000 \text{ »}$$

$$e = 0{,}438.$$

In Fig. 100 sind die Ellipsen zusammengestellt, welche den Werthen $V = 1300$ Meter, $V = 1069$ Meter und $V = 500$ Meter entsprechen.

Fig. 100.



VI. Es ist gesagt worden, daß für $e = 1$ die Gleichung (1) in die Gleichung einer Parabel übergeht. Da nun aber für $e = 1$ auch b gleich Null wird, so nimmt der Zähler $A\ (1 - e)$ die Form $\frac{0}{0}$ an.

Die Gleichung (11) wird also für diesen Fall unanwendbar. Gehen wir aber auf eine frühere Form der Polargleichung, nämlich auf Gleichung (10) zurück, so wird dieselbe für $b = 0$

$$r = \frac{\frac{c^2}{m}}{1 - \cos v}$$

oder

$$r = \frac{p}{1 - \cos v},$$

wo $p = \frac{c^2}{m}$ der halbe Parameter der Parabel ist.

Ein 420 000 000 Meter von der Erde entfernter Körper müßte eine Tangentialgeschwindigkeit von 1512,2 Metern haben, wenn seine Bahn eine Parabel sein sollte, deren Scheitelgegend gleichfalls in Fig. 100 nach dem beistehenden Maßstab dargestellt ist. Für noch größere Tangentialgeschwindigkeit würde die Bahn eine Hyperbel werden.

Für den Fall, daß die Geschwindigkeit von 1512,2 Meter rechtwinklig zum Leitstrahl von 420 000 000 stände, würde die Richtung dieses Leitstrahls die Axe der Parabel bilden und der Parameter den Werth 840 000 000 erhalten, wie sich leicht nachweisen läßt.

VII. Es bleibt uns nun noch der Fall näher zu betrachten übrig, daß die gegebene Tangentialgeschwindigkeit V nicht rechtwinklig zu der Richtung der beschleunigenden Kraft steht, daß also α nicht gleich 90^0 ist.

Es sei wieder wie bisher

$$r = 420\,000\,000$$
$$m = 480\,200\,000\,000\,000.$$

Welches ist die Bahn des Körpers, wenn $V = 1000$ und $\alpha = 60^0$ ist.

Wie in dem Falle, wo für $\alpha = 90^0$ der Werth von $V = 1000$ war, ist noch jetzt wieder die große Axe der Ellipse

$$A = 373\,200\,000 \text{ Meter},$$

ferner ist aber

$$c = V \,.\, r \,.\, \sin \alpha,$$

und wenn man für V, r und α ihre obigen Zahlenwerthe setzt,

$$c = 363\,730\,000\,000.$$

Für b ergiebt sich der Werth

$$b = 1\,286\,700,$$

und danach

$$\frac{b\,c^2}{m^2} = 0{,}73823 \quad \text{und}$$

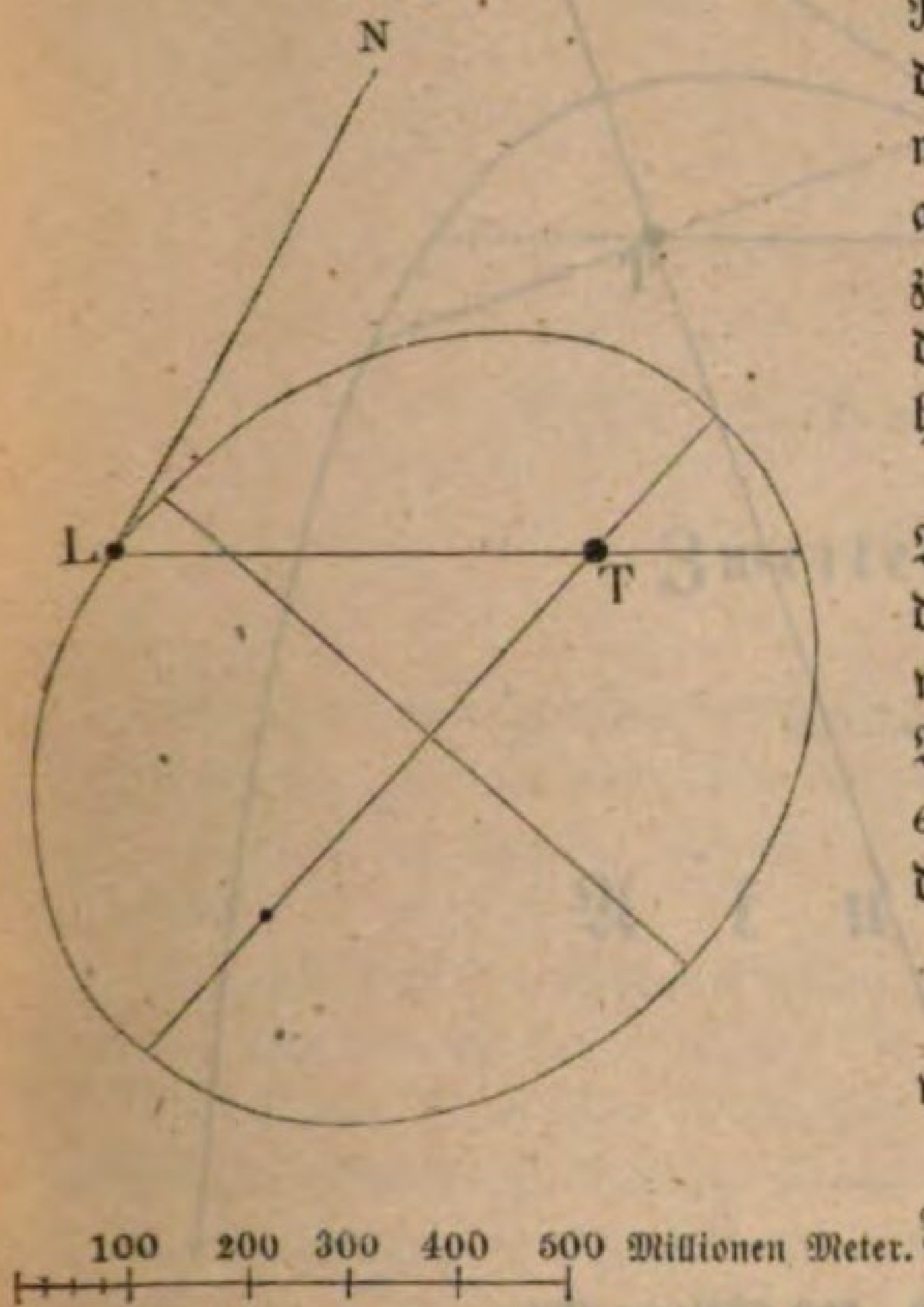
$$e = \sqrt{1 - 0{,}73823} = 0{,}58,$$

wonach die kleine Axe

$$B = 320\,660\,000 \text{ Meter.}$$

In Fig. 101 stelle T die Erde, L den 420 Millionen Meter von ihr entfernten Körper dar, dessen eben in die Richtung LN fallende Tangentialgeschwindigkeit einen Winkel von 60° mit TL macht, so kommt es nur noch darauf an, die Lage der großen Axe der Ellipse zu ermitteln, welche der Körper unter dem Einfluß der von der Erde ausgehenden Anziehung beschreiben wird.

Fig. 101.



In Gleichung (11) bezeichnet v den Winkel, welchen der Leitstrahl r mit der großen Axe der Ellipse macht; setzen wir nun in jene Gleichung für r den Werth 420 000 000; ferner für A und e die eben berechneten Werthe, so findet man

$$\cos v = \frac{0{,}3441}{0{,}58},$$

woraus $v = 47^0\ 45'$.

Die Ellipse hat demnach die in Fig. 101 gezeichnete Gestalt und Lage.

VIII. Bei unveränderten Werthen von r und m sei $V = 1512{,}2$, so wird, wie wir wissen, eine Parabel beschrieben. Es soll der Parameter und die Lage der Parabel für den Fall bestimmt werden, daß $\alpha = 35^0$ ist.

Für den Parameter haben wir

$$p = \frac{c^2}{m},$$

für c aber

$$c = r \,.\, V \,.\, \sin\alpha.$$

Setzen wir nun

$$r = 420\,000\,000$$
$$m = 480\,200\,000\,000\,000$$
$$V = 1512{,}2$$
$$\alpha = 35^0,$$

so kommt

$$p = 276\,300\,000.$$

Setzen wir diesen Werth von p und obigen Zahlenwerth von r in die Gleichung

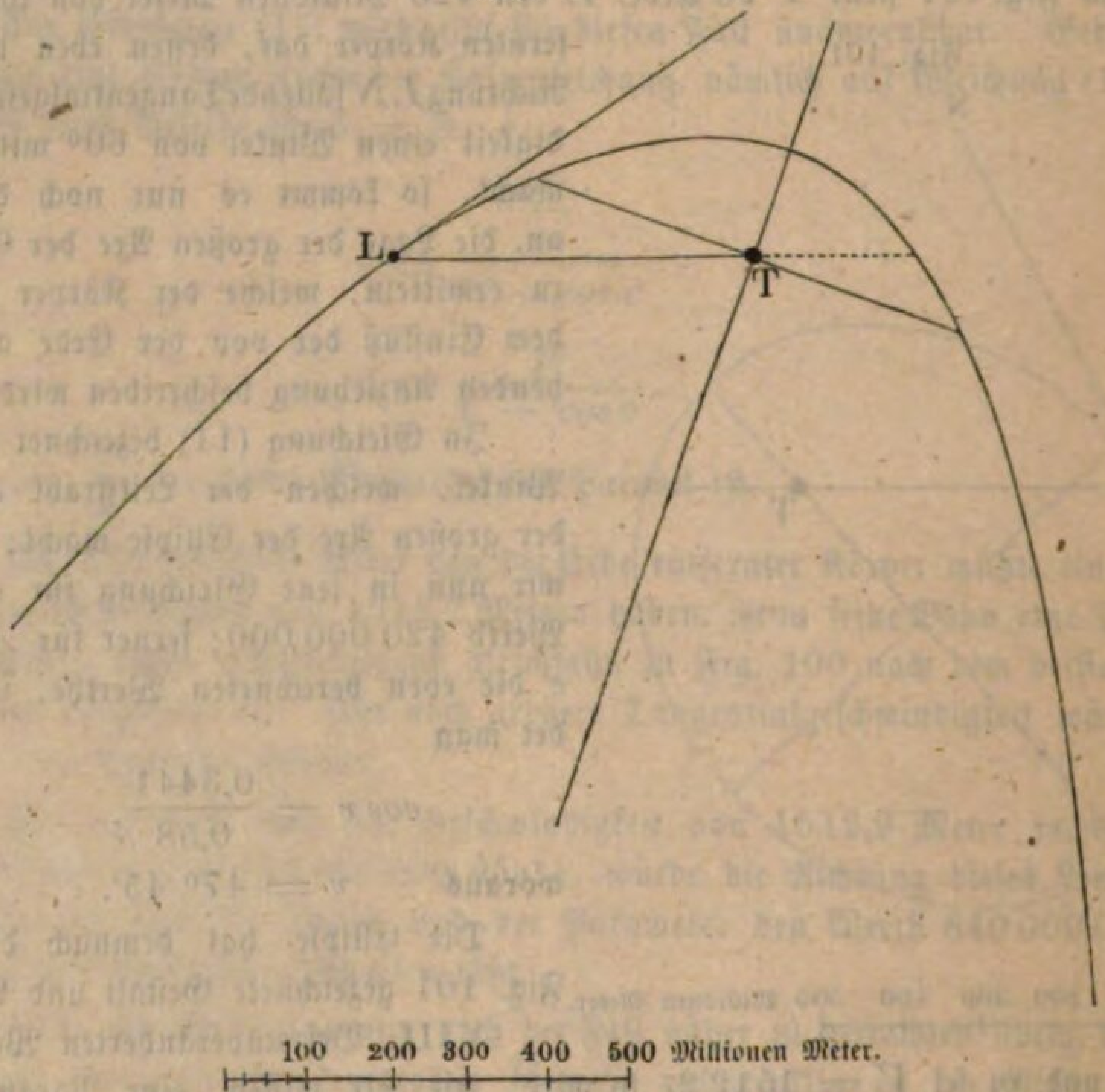
$$r = \frac{p}{1 - \cos v},$$

so ergiebt sich

$$v = 70^0.$$

Die Parabel hat also die in Fig. 102 dargestellte Lage.

Fig. 102.



Zweites Buch.

Akustik.

Erstes Capitel.

Die Schallwellen.

Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft. §. 52. (Zu §. 104 d. Gr.)

Aufgaben. 1. Zwischen der Wahrnehmung des Feuers und des Knalles einer abgefeuerten Kanone vergehen $7\frac{1}{2}$ Secunden; wie weit ist die Kanone entfernt?

2. Zwischen der Wahrnehmung von Blitz und Donner vergehen 25 Secunden; wie weit ist das Gewitter entfernt?

3. Einem Beobachter in A (Fig. 103) erscheint die von einem Blitzstrahl durchlaufene Strecke CB unter einem Winkel von 30^0; 10 Secunden nach der Wahrnehmung des Blitzes beginnt das Rollen des Donners, welches 7 Secunden lang anhält; wie groß ist die Länge BC des Blitzes?

4. Man läßt einen Stein in einen 475 Fuß tiefen Brunnen fallen; welche Zeit vergeht zwischen dem Augenblick, in welchem man den Stein losläßt, und dem Moment, in welchem man ihn ins Wasser fallen hört?

Fig. 103.

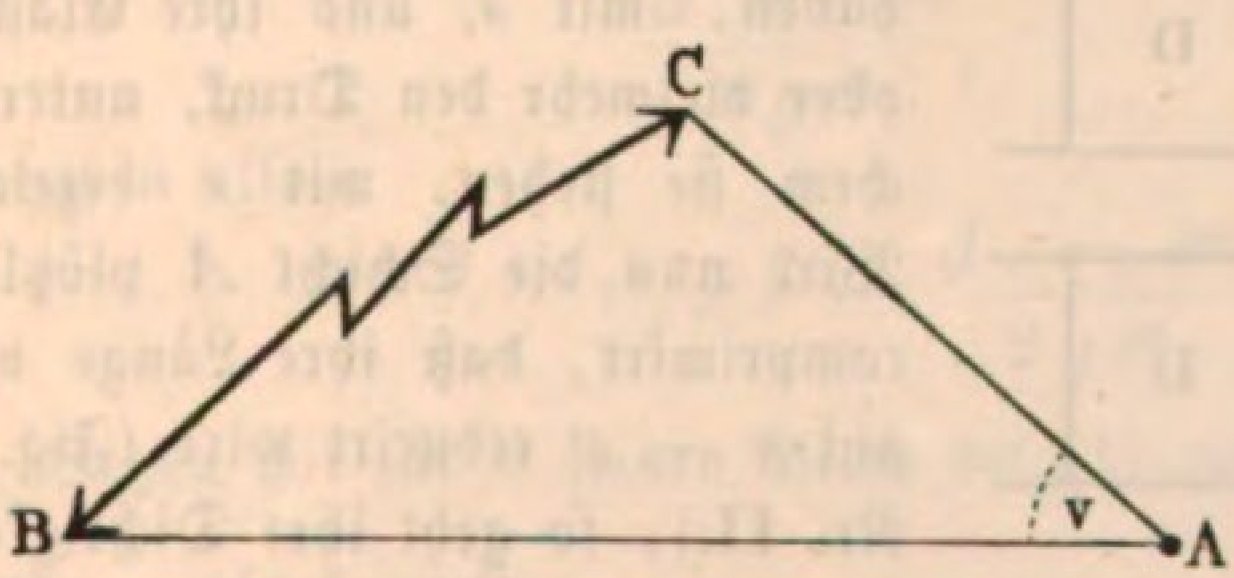
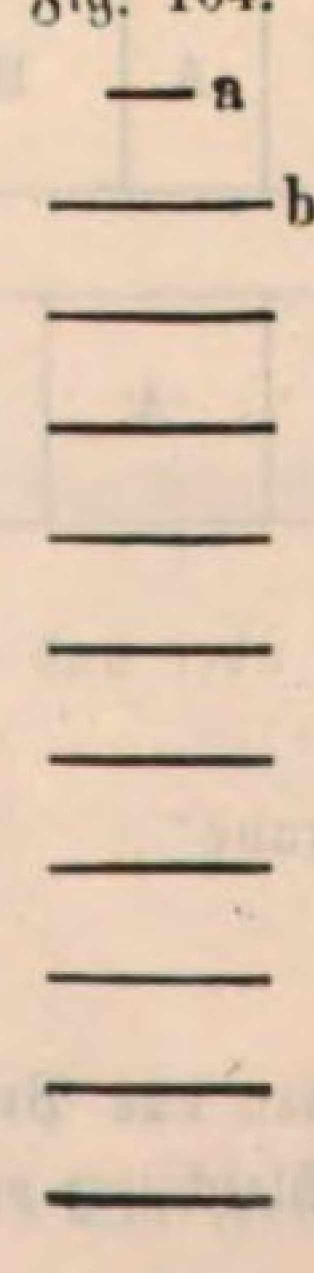


Fig. 104.



5. Zwischen dem Augenblick, in welchem man einen Stein losläßt, und demjenigen, in welchem man ihn auf den Boden eines Schachtes aufschlagen hört, vergehen $5\frac{1}{2}$ Secunden; wie tief ist der Schacht?

6. Ein Regiment ist in Colonnen aufgestellt, wie Fig. 104 andeutet. Der Zwischenraum zwischen je zwei

auf einander folgenden Colonnen beträgt 15 Fuß. Wenn nun in einem bestimmten Moment die Tambouren bei a zu schlagen beginnen und jede Colonne in demselben Augenblick mit dem linken Fuß antritt, in welchem sie den ersten Trommelschlag hört, so müssen offenbar die hinteren Reihen später antreten, als die vorderen. Es ist nun die Frage, die wievielte Colonne beginnt den ersten Schritt in demselben Moment, in welchem die Mannschaft der ersten Reihe b den ersten Schritt vollendet hat, also den linken Fuß zum ersten Mal wieder aufsetzt, vorausgesetzt, daß die Schrittdauer $^1/_2$ Secunde beträgt?

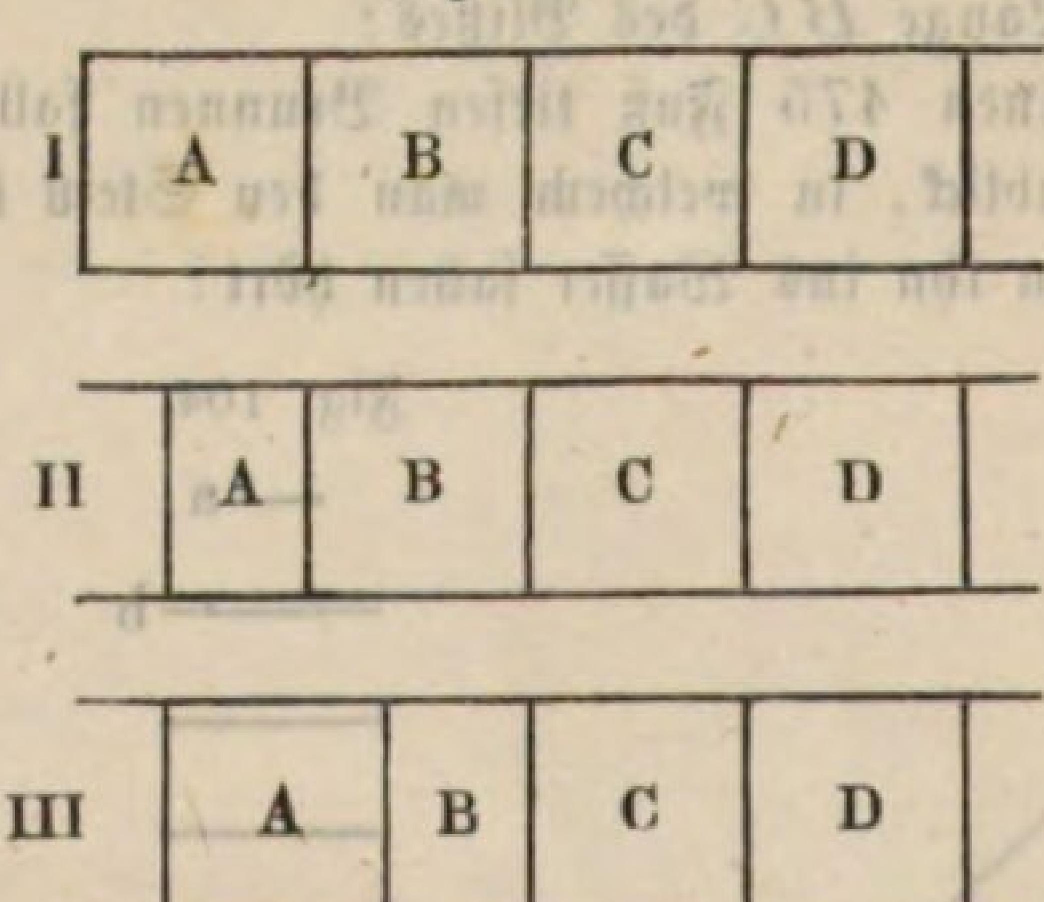
§. 53. **Theoretische Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft.** Für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft hat Newton die Formel

$$v = \sqrt{g\,\frac{e}{d}}$$

aufgestellt, in welcher v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles, g die beschleunigende Kraft der Schwere, e die Spannkraft oder Elasticität der Luft und d ihre Dichtigkeit (specifisches Gewicht) bezeichnet. Diese Formel läßt sich am einfachsten auf folgende Weise entwickeln.

Wie in §. 103 d. Gr., welcher die Art und Weise behandelte, in welcher sich die Schallwellen in der Luft bilden und fortpflanzen, wollen wir auch hier zunächst eine in einer Röhre eingeschlossene Luftsäule ins Auge fassen. Denken wir uns dieselbe wie früher in eine Reihe gleicher Schichten A, B, C u. s. w. Nr. I. in Fig. 105 eingetheilt, so wird eine Compression, welche die erste Schicht A erleidet, sich von Schicht zu Schicht fortpflanzen und dadurch eben die Welle sich verbreiten. Wir wollen die Länge einer jeden der Schichten A, B, C u. s. w., so lange dieselben noch ihre ursprüngliche Dichtigkeit haben, mit s, und ihre Elasticität oder vielmehr den Druck, unter welchem sie stehen, mit e bezeichnen. Wird nun die Schicht A plötzlich so comprimirt, daß ihre Länge von s auf $s - s'$ reducirt wird (Fig. 105 Nr. II.), so geht ihre Dichtigkeit in $e + e'$ über und nach dem Mariotte'schen Gesetze hat man

Fig. 105.



$$(e + e')\,(s - s') = e \,.\, s,$$

und daraus

$$e' = e\,\frac{s'}{s} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wenn man das Product $e'\,s'$ als verschwindend klein gegen die übrigen Glieder dieser Gleichung vernachlässigt.

Die Schicht B (Fig. 105, Nr. II.) hat nun einerseits von der comprimirten Schicht A den Druck $e + e'$, von der anderen Seite den Druck e auszuhalten, der Ueberschuß des Druckes e' ist also die beschleunigende Kraft, welche die Bewegung fortpflanzt.

Nach einer kurzen Zeit t wird nun die Schicht A wieder in ihren natürlichen Zustand zurückgekehrt und die Compression auf die Schicht B übergegangen sein (Fig. 105, Nr. III.); die Verdichtung ist also in der Zeit t um die Länge s fortgerückt, es ist also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v der Welle

$$v = \frac{s}{t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Während die Compression von der Schicht A auf die Schicht B übergeht, nimmt die bewegende Kraft, welche auf B wirkt, von e' bis 0 ab, denn für den in Nr. II. dargestellten Moment ist sie e', für den in Nr. III. dargestellten Moment ist sie 0, weil für diesen Augenblick die Dichtigkeit der Schichten A und C zu beiden Seiten von B gleich ist. Der mittlere Werth der beschleunigenden Kraft, welche die Compression der Schicht B bewirkt hat, ist also $\frac{e'}{2}$. Da aber durch diese Kraft die links liegende Gränze der Schicht B um den Weg s' vorgeschoben wurde, so ist die dabei verrichtete mechanische Arbeit gleich $\frac{1}{2} e' s'$. Für diese mechanische Arbeit läßt sich aber noch ein anderer Ausdruck finden. Durch die Compression der Schicht B (deren Masse $d . s$, wenn man mit d die Dichtigkeit der Luft bezeichnet und den Querschnitt der Röhre, was bisher schon stillschweigend geschehen ist, als 1 annimmt) ist der Schwerpunkt derselben um $\frac{1}{2} s'$ verschoben. Betrachten wir diese in der Zeit t hervorgebrachte Verschiebung als durch eine gleichförmig wirkende Kraft erzeugt, so erlangt er dabei eine Geschwindigkeit $\frac{s'}{t}$, und die lebendige Kraft, welche dadurch der Schicht B ertheilt wird, ist demnach (§. 74)

$$\frac{d . s . s'^2}{2 g t^2},$$

wir haben also

$$\frac{1}{2} e' s' = \frac{d . s . s'^2}{2 g t^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Setzen wir für e' seinen Werth bei (1) und für t nach Gleichung (2) seinen Werth $\frac{s}{v}$, so kommt

$$e = \frac{d . v^2}{g}$$

oder

$$v = \sqrt{g \frac{e}{d}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

also die zu Anfang dieses Paragraphen aufgeführte **Newton**'sche Formel.

Setzen wir in (4)

$e = 1033$ d. h. den mittleren Druck der Atmosphäre auf 1 Quadratcentimeter in Grammen ausgedrückt,

$d = 0{,}0013$ d. h. die Dichtigkeit der Luft für 0° Temperatur und 76 Centimeter Barometerstand,

$g = 980$ d. h. die beschleunigende Kraft der Schwere in Centimetern ausgedrückt, weil ja auch bei dem obigen Zahlenwerth von e das Centimeter als Längeneinheit zu Grunde gelegt ist,

so erhält man 27938 Centimeter oder (mit Hinweglassung der Decimalstellen) 279 Meter für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft unter den angegebenen Umständen.

Dies Resultat weicht bedeutend von den durch Beobachtungen gefundenen ab, nach welchen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft bei 0° Temperatur und 0,76 Centimeter Barometerstand 333 Meter beträgt. Die Ursache dieser Differenz hat Laplace aufgefunden; sie liegt in dem Umstande, daß die Luft durch eine rasche Compression erwärmt und dadurch ihre Elasticität erhöht wird, und zwar im Verhältniß von 1 zu 1,42, wie wir später bei der Besprechung der specifischen Wärme der Luft sehen werden. Der Werth von e in der Newton'schen Formel muß deshalb noch mit 1,42 multiplicirt werden, wenn dieselbe mit der Erfahrung in Uebereinstimmung gebracht werden soll; es ist also

$$v = \sqrt{980 \frac{e}{d} \cdot 1{,}42} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

wonach sich in der That für 0° Temperatur und 76 Centimeter Barometerstand eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 333 Meter ergiebt.

Bei wachsender Temperatur nimmt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles zu, weil bei einer Temperaturerhöhung von t^0 der Werth von e im Verhältniß von 1 zu $1 + 0{,}00366\,t$ wächst. Für t^0 ist demnach die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft

$$v = 333 \sqrt{1 + 0{,}00366\,t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Vom Barometerstand ist dagegen der Werth von v unabhängig, weil bei verändertem Luftdruck e und d in gleichem Verhältniß sich ändern. In der That fanden Bravais und Martins die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in einer Höhe von 6300 Fuß eben so groß wie in der Ebene.

Aufgaben. Wie groß ist nach Gleichung (6) die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft bei + 16°, bei + 36° und bei — 40° Celsius.

§. 54. **Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in tropfbarflüssigen und festen Körpern.** Die im vorigen Paragraphen discutirte Formel

$$v = \sqrt{\frac{g e}{d}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

bedarf nur einer einfachen Umwandlung, um auch die Fortpflanzungsgeschwin-

digkeit des Schalles in tropfbarflüssigen und in festen Körpern darstellen zu können; wir haben nämlich nur für den Quotienten $\frac{d}{e}$ in obiger Formel seinen Werth l zu setzen, dessen Bedeutung sogleich entwickelt werden soll.

Denken wir uns eine Luftsäule von dem specifischen Gewicht d (das specif. Gewicht des Wassers zur Einheit genommen), dem Querschnitt 1 und der Höhe 1, so ist d das absolute Gewicht dieser Luftsäule. Die Elasticität dieser Luftsäule, also der Druck, welchem sie ausgesetzt ist, wollen wir mit e bezeichnen.

Wird nun dieser Druck um die Größe d vermehrt, so wird dadurch die Höhe der fraglichen Luftsäule (bei unverändertem Querschnitt) um eine Größe l vermindert, welche sich leicht aus der Proportion

$$e + d : e = 1 : 1 - l$$

ergiebt. Statt dieser Proportion kann man auch schreiben

$$\frac{e + d}{e} = \frac{1}{1 - l}$$

oder

$$1 + \frac{d}{e} = 1 + l - l^2 + \text{ꝛc.},$$

wenn man den zweiten Theil der letzten Gleichung nach dem Binomi'schen Lehrsatz entwickelt. So lange l eine kleine Größe ist, kann man die höheren Potenzen derselben vernachlässigen und somit ergiebt sich

$$1 + \frac{d}{e} = 1 + l,$$

also

$$\frac{d}{e} = l.$$

Für den Quotienten $\frac{d}{e}$ kann man also die Länge setzen, um welche eine Luftsäule von der Höhe 1 durch ihr eigenes Gewicht comprimirt wird. Durch diese Substitution geht aber die Gleichung (1) über in

$$v = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

und in dieser Gestalt ist sie nicht allein für luftförmige, sondern auch für tropfbarflüssige und feste Körper anwendbar. Man hat nur für l die Länge zu setzen, um welche eine Säule des fraglichen Körpers von der Länge 1 durch einen Druck verkürzt wird, welcher ihrem eigenen Gewicht gleich ist.

Wenden wir diese Gleichung zunächst auf die Berechnung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Wasser an.

Nach den Versuchen von Colladon und Sturm wird das Wasser durch den Druck einer Atmosphäre um 0,0000496 oder in runder Zahl um 0,00005 seines Volumens zusammengedrückt; bei unveränderlichem Querschnitt würde also eine Wassersäule von 1 Meter Höhe durch diesen Druck um 0,00005 Meter

comprimirt werden. Der Druck einer Atmosphäre ist aber gleich dem Druck einer 10,336 oder in runder Zahl einer 10 Meter hohen Wassersäule. Eine 1 Meter hohe Wassersäule wird also durch den Druck einer gleichfalls 1 Meter hohen Wassersäule (bei unverändertem Querschnitt) um $\frac{0{,}00005}{10}$, also um 0,000005 Meter comprimirt, für Wasser ist also $l = 0{,}000005$. Setzen wir diesen Werth von l in Gleichung (2), so kommt, wenn wir für g seinen Werth 9,8 setzen,

$$v = \sqrt{\frac{9{,}8}{0{,}000005}} = \sqrt{1960000} = 1400 \text{ Meter.}$$

Durch directe Versuche im Genfer See fand Colladon für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Wasser 1435 Meter.

Aufgaben. Durch den Druck einer Atmosphäre wird
Quecksilber um 0,0000034,
Weingeist » 0,000095

seines Volumens comprimirt. Wie groß ist demnach der Werth von l für Quecksilber und Weingeist? Wie groß ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in diesen Flüssigkeiten?

Für feste Körper muß der Werth von l aus dem Elasticitätsmodulus berechnet werden. Der Elasticitätsmodulus ist bekanntlich das Gewicht, welches man an einen Stab von einem zur Einheit genommenen Querschnitt anhängen müßte, um ihn bis zur doppelten Länge auszuziehen (vorausgesetzt, daß er bis dahin seine Elasticitätsgränze noch nicht überschritten hätte). Bezeichnen wir den Elasticitätsmodulus mit K, so wird also durch das Gewicht K ein Stab von 1 Meter Länge auf 2 Meter ausgezogen, also um 1 Meter verlängert.

Ein Stab von 1 Meter Länge und 1 Quadratcentimeter Querschnitt wiegt $\varkappa$ Gramme; die Zahl $\varkappa$ findet man aber, wenn man das specifische Gewicht der Substanz mit 100 multiplicirt.

Wird nun an einen Stab von 1 Meter Länge und 1 Quadratcentimeter Querschnitt eine seinem eigenen Gewichte $\varkappa$ gleiche Last angehängt, so erfährt er eine Verlängerung l, welche sich aus der Proportion

$$K : 1 = \varkappa : l$$

ergiebt; es ist nämlich

$$l = \frac{\varkappa}{K}.$$

Wenn man den Stab mit einem seinem eigenen Gewichte $\varkappa$ gleichen Gewichte belastet, so erleidet er eine Verkürzung, welche der eben berechneten Verlängerung gleich ist.

Für 1 Quadratcentimeter Querschnitt ist z. B. der Elasticitätsmodulus des Tannenholzes, 150 000 000 Gramm.

Das specifische Gewicht des trockenen Tannenholzes ist 0,45, also $\varkappa = 45$;

für diese Holzart ist also $l = \frac{45}{150\,000\,000}$, mithin die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Tannenholz

$$v = \sqrt{\frac{9,8\ .\ 150\,000\,000}{45}} = 5715 \text{ Meter.}$$

Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Luft 340 Meter beträgt, so ist sie im Tannenholz $\frac{5715}{340} = 16,8$ mal größer als in Luft, während sie nach directen Versuchen 18 mal größer sein sollte. Diese kleine Differenz ist leicht erklärlich, wenn man bedenkt, daß die Bestimmungen des Elasticitätsmodulus und des specifischen Gewichtes nicht an demselben Holzstück gemacht wurden, an welchem man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles ermittelte.

Aufgabe. Nach der Formel (2) ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Eisen zu berechnen, für welches $K = 2000000000$ Gramm, und das specifische Gewicht 7,82 ist.

Zweites Capitel.

Die Vibrationen musikalischer Töne.

Beziehungen zwischen Schwingungsdauer, Wellenlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles. Bezeichnen wir die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles mit v, die Wellenlänge eines bestimmten Tones mit l und die Schwingungsdauer desselben mit t, so bestehen zwischen diesen Größen folgende Beziehungen §. 55. (Zu §. 103 u. 110 d. Gr.)

$$v = l\,.\,t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$l = \frac{v}{t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$t = \frac{v}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Aufgaben. 1. Wie groß ist die Wellenlänge des Grundtones einer offenen 18 Pariser Zoll langen Röhre?

2. Wie groß ist die Schwingungsdauer dieses Tones? (v gleich 1050 Pariser Fuß.)

3. Welches ist die musikalische Bezeichnung dieses Tones, wenn das Stimmgabel *a*, also $\overline{a}$ 440 Schwingungen in der Secunde macht?

4. Wie groß ist danach die Schwingungszahl der Töne $\overline{c}$, $\overline{e}$, $\overline{g}$ und $\overline{\overline{c}}$?

5. Wie lang muß eine offene Pfeife sein, wenn ihr Grundton $\overline{a}$ sein soll?

6. Wie lang muß eine gedeckte Pfeife sein, deren Grundton C sein soll?

7. Der höchste noch hörbare Ton wird durch 36000 Schwingungen in der Secunde erzeugt. Wie groß ist die Wellenlänge dieses Tones?

8. Für den tiefsten aller hörbaren Töne ist nach Savart's Versuchen $t = 1/7$ Secunde. Wie groß ist die Wellenlänge dieses Tones?

§. 56. **Töne gespannter Saiten.** Bezeichnet
(Zu §. 111 d. Gr.)

l die Länge einer Saite,
p das Gewicht derselben,
s die Kraft, welche sie spannt,
g die beschleunigende Kraft der Schwere (also 981, wenn man das Centimeter zur Längeneinheit nimmt, wobei dann das Gramm zur Gewichtseinheit genommen werden muß),
t die Schwingungsdauer der Saite, d. h. die Zeit, welche sie zu einem Hingang braucht, so ist

$$t = \sqrt{\frac{p \cdot l}{g \cdot s}}.$$

Bezeichnet φ das specifische Gewicht der Substanz, aus welcher die Saite verfertigt ist, r aber den Halbmesser derselben, so ist $p = \pi r^2 l \varphi$, also auch

$$t = rl \sqrt{\frac{\pi \cdot \varphi}{g \cdot s}}.$$

Bezeichnet ferner n die Anzahl der Schwingungen, welche die Saite in einer Secunde vollendet, so ist $n \cdot t = 1$ oder $n = \frac{1}{t}$, folglich auch

$$n = \frac{1}{rl} \sqrt{\frac{g \cdot s}{\pi \cdot \varphi}}.$$

Unter übrigens gleichen Umständen verhält sich also die Schwingungszahl einer Saite:

1. Umgekehrt wie ihre Länge.

2. Direct wie die Quadratwurzel aus dem spannenden Gewichte.

3. Es verhalten sich unter übrigens gleichen Umständen die Schwingungszahlen zweier aus demselben Stoff verfertigten Saiten umgekehrt wie ihre Durchmesser.

4. Die Schwingungszahlen zweier aus verschiedenen Stoffen verfertigten Saiten verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den specifischen Gewichten dieser Stoffe.

Aufgaben. 1. Eine Stahlsaite von 1 Meter Länge ist so gespannt, daß sie den Ton c giebt; wie lang müßte dieselbe Saite bei unveränderter Spannung sein, um die Töne d, e, f, g, a, h und $\bar{c}$ zu geben.

2. Eine Stahlsaite giebt durch eine Kraft von 4 Kilogramm gespannt den Ton c, durch welche Kräfte müßte man diese Saite bei unveränderter Länge spannen, wenn sie die Töne d, e, f, g, a, h und c geben sollte?

3. Eine Stahlsaite von 1,2 Millimeter Durchmesser ist so gespannt, daß sie den Ton c giebt; wie dick müßte die Saite sein, um bei gleicher Länge und gleicher Spannung die große Terz, die Quint und die Octav von c zu geben.

4. Eine Stahlsaite ist so gespannt, daß sie den Ton c giebt; welche Töne werden bei gleicher Länge, gleichem Durchmesser und gleicher Spannung eine Saite von Kupferdraht und eine Darmsaite geben? (Specifisches Gewicht des Stahldrahtes ist 7,8, das des Kupferdrahtes ist 8,8, das der Darmsaite ist 0,9.)

5. Eine Stahlsaite ist 75 Centimeter lang, 0,08 Centimeter dick (also $r = 0{,}04$ Centimeter) und durch eine Kraft von 3 Kilogramm (3000 Gramm) gespannt; wie viel Schwingungen macht diese Saite in einer Secunde?

6. Durch welches Gewicht müßte man diese Saite spannen, damit sie den Ton c giebt?

7. Wie dick muß eine Stahlsaite von 50 Centimeter Länge sein, wenn sie bei einer Spannung von 10 Kilogramm den Ton c geben soll?

8. Wie lang muß eine Stahlsaite von 0,5 Millimeter Dicke sein, wenn sie bei einer Spannung von 10 Kilogramm den Ton c geben soll?

Transversalschwingungen elastischer Stäbe. Die Beziehungen zwischen der Schwingungszahl eines Stabes und seinen Dimensionen sind durch die Formel §. 57. (Zu §. 112 d. Gr.)

$$n = C \frac{e}{l^2} \sqrt{\frac{g K}{\varphi}} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (1)$$

ausgedrückt, in welcher n die Schwingungszahl, l die Länge des Stabes, e dessen Dicke in der Richtung der Schwingungen und C einen constanten Factor bezeichnet, welcher von der Art abhängt, in welcher der Stab unterstützt oder eingeklemmt ist, sowie auch von der Anzahl der Schwingungsknoten, durch welche er sich abtheilt. Es bezeichnet ferner g die beschleunigende Kraft der Schwere, K den Elasticitätsmodulus und φ das specifische Gewicht der Platte, aus welcher der Stab verfertigt ist.

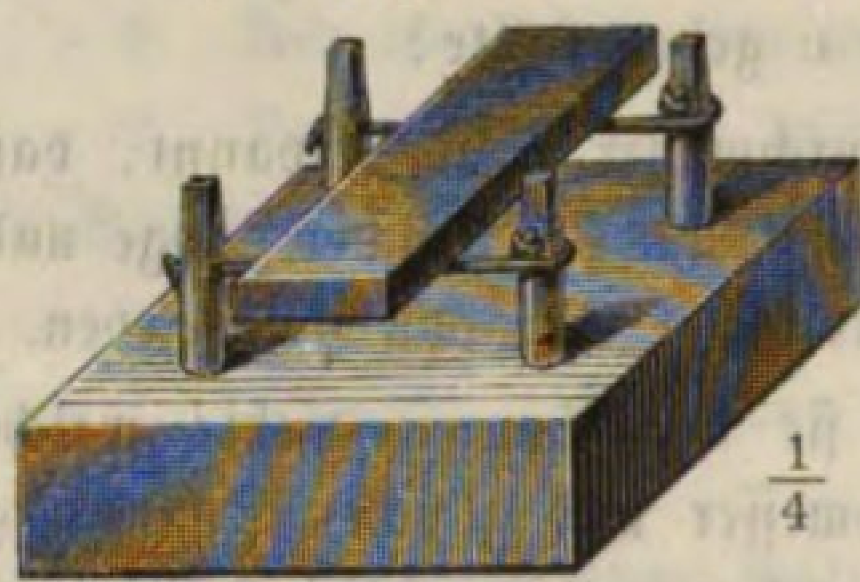
Nach Gleichung (1) ist also die Schwingungszahl eines Stabes

1. direct proportional der Dicke,
2. umgekehrt proportional dem Quadrat der Länge,
3. direct proportional der Quadratwurzel aus dem Elasticitätsmodulus der Substanz und
4. umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus dem specifischen Gewichte der Substanz.

Von der Breite des Stabes ist die Schwingungszahl unabhängig.

Aufgaben. 1. Ein Stahlstab von der Fig. 106 dargestellten Form, 15 Centimeter lang und 7 Millimeter dick, giebt den Ton gis; wie groß ist demnach für solche frei auf gespannten Schnüren aufgelegte Stäbe der Factor C? (Für Stahl ist $K = 2000000000$ und $\varphi = 7{,}8$.)

Fig. 106.



$\frac{1}{4}$

2. Wie dick müßte der Stahlstab bei unveränderter Länge sein, um die große Terz, die Quint und die Octav von gis zu geben?

3. Wie lang müßte man einen 7 Millimeter dicken Stahlstab machen, wenn er die große Terz, die Quint oder die Octav von gis geben sollte?

4. Eine Glasplatte, 14,9 Centimeter lang, 4,3 Centimeter breit, 6 Millimeter dick und auf Schnüre gelegt, wie Fig. 106 zeigt, giebt mit einem hölzernen Hämmerchen angeschlagen, den Ton f; welches ist der Elasticitätsmodulus des Glases? (Specifisches Gewicht = 2,4.)

5. Welchen Ton giebt ein Stab von Glockenmetall, welcher mit dem in der ersten Aufgabe besprochenen Stahlstab gleiche Dimensionen hat? (Für Glockenmetall ist $K = 320000000$ und $\varphi = 8{,}8$.)

6. Welchen Ton giebt eine Glasplatte von 1 Decimeter Länge, 1,5 Millimeter Dicke und 3 Centimeter Breite, wenn sie wie der Stahlstab Fig. 106 auf gespannte Schnüre gelegt und durch ein Hämmerchen angeschlagen wird?

7. Die Stimmgabel gehört auch in die Kategorie vibrirender Stäbe und annähernd kann man jeden Schenkel betrachten als einen an dem einen Ende festgeklemmten Stab. Welchen Einfluß hat es nun auf die Tonhöhe, wenn man die Schenkel der Stimmgabel verkürzt?

8. Welchen Einfluß hat es auf die Tonhöhe einer Stimmgabel, wenn man ihre Schenkel durch Abfeilen der einander zugekehrten Flächen dünner macht?

Drittes Buch.

Optik, oder die Lehre vom Lichte.

Erstes Capitel.

Verbreitung des Lichtes.

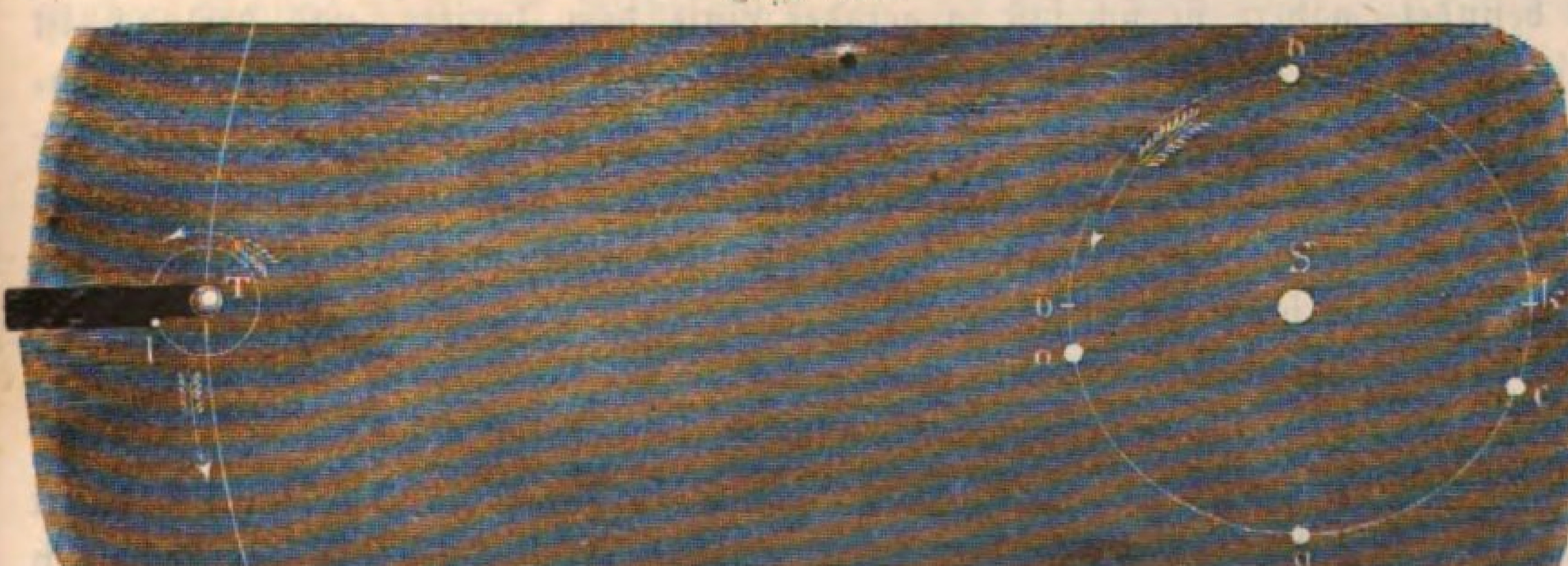
Geschwindigkeit des Lichtes. Vergeblich hatten die Mitglieder der Florentinischen Akademie durch Versuche auf der Erde die Geschwindigkeit des Lichtes zu ermitteln versucht. Erst dem dänischen Astronomen Römer gelang es durch seine fleißigen Beobachtungen der Jupiterstrabanten, die er in den Jahren 1675 und 1676 mit Cassini dem Aelteren auf der Sternwarte zu Paris anstellte, dieselbe zu bestimmen. §. 58. (3 u §. 117 d. Gr.)

Ueber die Erscheinungen der Jupiterstrabanten überhaupt, sowie über ihre Verfinsterungen findet man die zum Verständniß des Folgenden nöthigen Angaben in der kosmischen Physik, Seite 168.

Die Geschwindigkeit, mit welcher sich das Licht im Weltraume fortpflanzt, ergiebt sich in folgender Weise aus einer genauen Beobachtung der Momente des Eintrittes oder des Austrittes der Trabanten in oder aus dem Schatten des Jupiter.

In Fig. 107 stelle S die Sonne, der um S gezogene Kreis die Erdbahn und T den Jupiter mit der Bahn eines seiner Trabanten dar. Während die

Fig. 107.



Erde die Hälfte ihrer Bahn, also den Weg von o über g bis k, durchläuft, vollendet der Jupiter nur etwa $^1/_{24}$ seiner Bahn; der einfacheren Betrachtung

wegen wollen wir jetzt von dieser Bewegung des Jupiter ganz abstrahiren und annehmen, er stände ganz still. Während sich die Erde von *o* bis *k* bewegt, also während der Zeit von der Opposition des Jupiter bis zur Conjunction, können wir von der Erde aus sehen, wie die Trabanten auf der Ostseite des Schattens aus demselben austreten; von der Zeit der Conjunction aber bis zur nächsten Opposition können wir nur die Eintritte des Trabanten in den Jupitersschatten beobachten; während dieser Zeit sehen wir den Trabanten westlich vom Jupiter verschwinden.

Ermittelt man die Zeit, welche zwischen zwei auf einander folgenden Austritten eines und desselben Trabanten, etwa des ersten, vergeht, während Sonne und Jupiter in Quadratur sind, die Erde sich also ungefähr in *g* befindet, so findet man diese Zeit größer; ermittelt man dagegen die Zeit, welche zwischen zwei auf einander folgenden Eintritten bei der nächsten Quadratur verfließt, wenn die Erde ungefähr in *h* steht, so findet man sie kleiner, als wenn man dieselbe Bestimmung kurz vor oder nach der Opposition oder Conjunction macht.

Dies ist nun eine Folge davon, daß sich das Licht nicht momentan fortpflanzt, sondern daß es zur Durchlaufung größerer Räume eine namhafte Zeit gebraucht.

Zur Zeit der Opposition oder der Conjunction bewegt sich die Erde in Beziehung auf den Jupiter in einer Weise, daß sie sich demselben nicht merklich nähert oder von demselben entfernt; in diesen Perioden ist also die zwischen zwei auf einander folgenden Ein- oder Austritten vergehende Zeit nahezu die Umlaufszeit des Trabanten um den Jupiter.

In der Nähe der Quadratur bei *g* entfernt sich die Erde in gerader Linie von dem Jupiter und die zwischen zwei auf einander folgenden beobachteten Austritten vergehende Zeit ist also gleich der Umlaufszeit des Trabanten + der Zeit, welche das Licht zur Durchlaufung des Weges gebraucht, um welchen sich unterdessen die Erde vom Jupiter entfernt hat.

Zur Zeit derjenigen Quadratur, in welcher man die Eintritte der Trabanten in den Jupitersschatten sehen kann, also wenn sich die Erde ungefähr in *h* befindet, nähert sie sich fast in gerader Linie dem Jupiter, und demnach ist die Zeit, welche zwischen den beiden Momenten vergeht, in welchen man während dieser Periode zwei auf einander folgende Eintritte beobachtet, gleich der Umlaufszeit des Trabanten — der Zeit, welche das Licht zum Durchlaufen des Weges gebraucht, um welchen sich während dieses Umlaufs die Erde dem Jupiter genähert hat.

Ein Beispiel mag dies erläutern.

Im Jahre 1851 wurde alsbald nach der Opposition ein Austritt des ersten Trabanten beobachtet am 11. April um $15^h\ 6'\ 36{,}3''$; der nächste am 13. April um $9^h\ 35'\ 3{,}0''$ Zieht man die erstere Zeit von der letzteren ab, so ergiebt sich für die Umlaufszeit des ersten Trabanten

42 Stunden 28 Minuten 26,7 Secunden.

Zur Zeit der nächsten Quadratur wurde ein Austritt beobachtet am

14. Juli um $10^h\,21'\,50{,}3''$ und ein anderer, und zwar von diesem an gerechnet der neunte, am 30. Juli um $8^h\,39'\,42''$. Zieht man die erstere Zeit von der letzteren ab und dividirt man durch 9, so ergiebt sich für die zwischen zwei auf einander folgenden Austritten liegende Zeit

42 Stunden 28 Minuten 39 Secunden.

Zieht man davon die Umlaufszeit ab, wie sie aus den Aprilbeobachtungen abgeleitet wurde, so ergiebt sich 12,3 Secunden als die Zeit, welche das Licht gebraucht, um den Raum zu durchlaufen, um welchen sich in der Periode der Quadratur die Erde von dem Jupiter entfernt, während der erste Trabant einen Umlauf vollendet.

In einer Secunde geht die Erde in ihrer Bahn um 4 geographische Meilen vorwärts; während $42\frac{1}{2}$ Stunden, der Umlaufszeit des ersten Trabanten, durchläuft sie also einen Raum von 612000 Meilen, und diesen Raum durchläuft das Licht in 12,3 Secunden, in 1 Secunde also einen Weg von 49700 Meilen.

Dies Resultat ist jedoch nicht genau, wie sich denn überhaupt in der angegebenen Weise aus einzelnen Beobachtungen deshalb keine genaueren Resultate ziehen lassen, weil die Trabanten nicht immer genau durch die Mitte des Jupitersschatten gehen und deshalb die Aus- und Eintritte bald etwas früher, bald etwas später erfolgen, als wenn die Trabanten stets an derselben Stelle den Jupitersschatten passirten.

Die genaue Umlaufszeit der Trabanten kann nur aus einer größeren Reihe von Beobachtungen mit Genauigkeit ermittelt werden. Sie ist für den ersten Trabanten 42 Stunden 28 Minuten 35 Secunden.

Kennt man einmal die Umlaufszeit des Trabanten, kennt man ferner den Moment, in welchem kurz nach der Opposition, als sich etwa die Erde in *a* befand, ein Austritt desselben beobachtet wurde, so kann man berechnen, in welchem Momente, von dem erwähnten an gerechnet, der 100ste Austritt desselben Trabanten beobachtet werden müßte, vorausgesetzt, daß sich das Licht momentan fortpflanzte. (Bei dieser Berechnung darf aber natürlich die Fortbewegung des Jupiter und also auch die Veränderung in der Lage seines Schattens nicht unberücksichtigt bleiben.) Während dieser 100 Umläufe hat sich aber die Erde ungefähr bis *c* fortbewegt, und wenn man nun den Austritt beobachten will, so findet man, daß derselbe später, und zwar ungefähr um 15 Minuten nach dem berechneten Moment, stattfindet. Die Zeit nun, welche zwischen dem berechneten Moment und dem Zeitpunkte vergeht, in welchem der Austritt wirklich beobachtet wird, ist die Zeit, welche das Licht nöthig hat, um die Entfernung zu durchlaufen, um welche die Erde jetzt, da sie sich in *c* befindet, weiter von dem Jupiter absteht, als da sie noch in *a* war.

Man findet nun die Geschwindigkeit des Lichtes, wenn man die Differenz der Entfernungen durch beobachtete Verspätung dividirt. Es ergiebt sich auf diese Weise, daß das Licht in einer Secunde ungefähr einen Weg von 42000 Meilen zurücklegt, und daß es, um von der Sonne zur Erde zu gelangen, 8 Minuten 13 Secunden bedarf.

Auf der anderen Hälfte der Erdbahn, zwischen einer Conjunction und der nächsten Opposition, werden die Eintritte vor den Momenten eintreten, welche man in obiger Weise von einem Eintritt unmittelbar nach der Conjunction ausgehend berechnet hat.

Für einige Fixsterne hat man bereits ihre Entfernung von der Erde bestimmt (Kosmische Physik, Seite 220); da wir nun auch die Geschwindigkeit kennen, mit welcher sich das Licht im Weltraume fortpflanzt, so läßt sich leicht berechnen, welche Zeit das Licht gebraucht, um von einem dieser uns zunächst gelegenen Fixsterne auf die Erde zu gelangen. Es ergiebt sich für

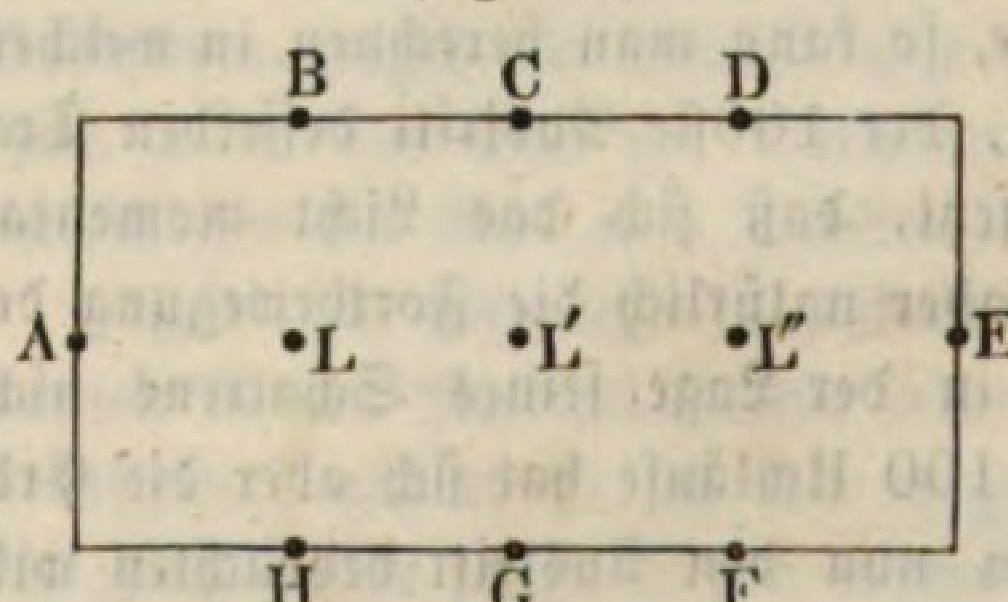
α Centauri	3,5	Jahre
61 cygni	8,7	»
Sirius	14,1	»
Wega	15,3	»
Arcturus	24,3	»

Wenn also plötzlich das Licht des Arcturus verlöschen würde, so würden wir ihn doch noch 24 Jahre nach diesem Ereigniß am Himmel glänzen sehen.

§. 59. (Zu §. 119 d. Gr.) **Photometrie.** *Aufgaben.* 1. Der Fleck des Bunsen'schen Photometers, Fig. 427 des Grundrisses, verschwindet, wenn eine Stearinkerze auf der einen Seite des Schirmes 1,8 Fuß, eine Argand'sche Lampe aber auf der anderen Seite des Schirmes 7 Fuß von demselben entfernt ist; in welchem Verhältniß stehen die Leuchtkräfte der Stearinkerze und der Argand'schen Lampe?

2. In einem Saale von 20 Fuß Breite und 40 Fuß Länge sind drei Argand'sche Lampen auf der Längsaxe des Saales bei L, L' und L'', Fig. 108, so angebracht, daß der Abstand AL sowohl wie der Abstand EL'' und $L'L$ gleich 10 Fuß ist. Nimmt man nun die Erleuchtung, welche eine Argand'sche Lampe in 10 Fuß Entfernung hervorbringt, zur Einheit, wie groß ist alsdann die durch die drei Lampen in den Punkten $A, B, C, D \ldots H$ hervorgebrachte Erleuchtung?

Fig. 108.



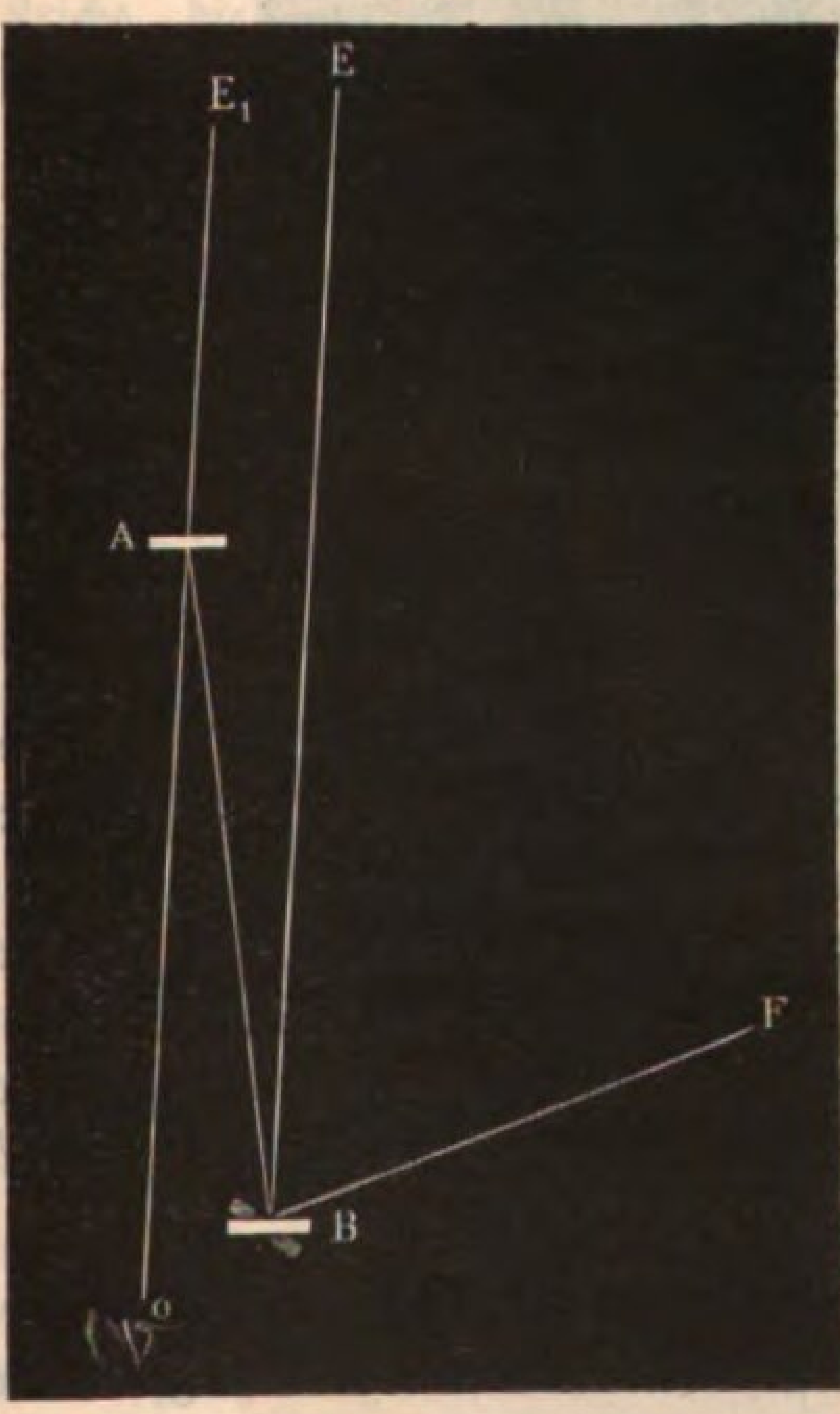
3. Wie groß würde die Erleuchtung in den Punkten $A, B, C, D \ldots H$ sein, wenn man die drei Lampen in der Mitte des Saales bei L' vereinigte?

Zweites Capitel.

Die Reflexion oder Spiegelung des Lichtes.

Der Spiegelsextant. Zu den wichtigsten Anwendungen der Reflexionsgesetze ebener Spiegel gehört der Spiegelsextant, ein für den Seefahrer unentbehrliches Winkelmaßinstrument. Das Princip, auf welchem die Construction des Spiegelsextanten beruht, ist folgendes: Es sei A, Fig. 109, ein kleiner Spiegel, an dessen oberer Hälfte die Belegung abgenommen ist, so daß ein in O befindliches Auge durch den freien Theil der Glasplatte hindurchsehen kann; in B befinde sich nun ein zweiter Spiegel, der um eine Axe drehbar ist, welche rechtwinklig auf der Ebene der Figur steht. Man kann nun dem Spiegel B eine solche Stellung geben, daß ein von einem fernen Gegenstande herkommender Strahl EB, welcher neben dem Spiegel A vorbeigeht, durch den Spiegel B nach A und dann vom Spiegel A nach O reflectirt wird; das Auge in O wird in diesem Falle durch die unbelegte Hälfte des Spiegels A in der Richtung OE_1 den ferneren Gegenstand direct, im belegten Theile aber das Bild desselben Gegenstandes sehen. Wir wollen diese Stellung des Spiegels B die Anfangsstellung nennen. §. 60. (Zu §. 120 d. Gr.)

Fig. 109.



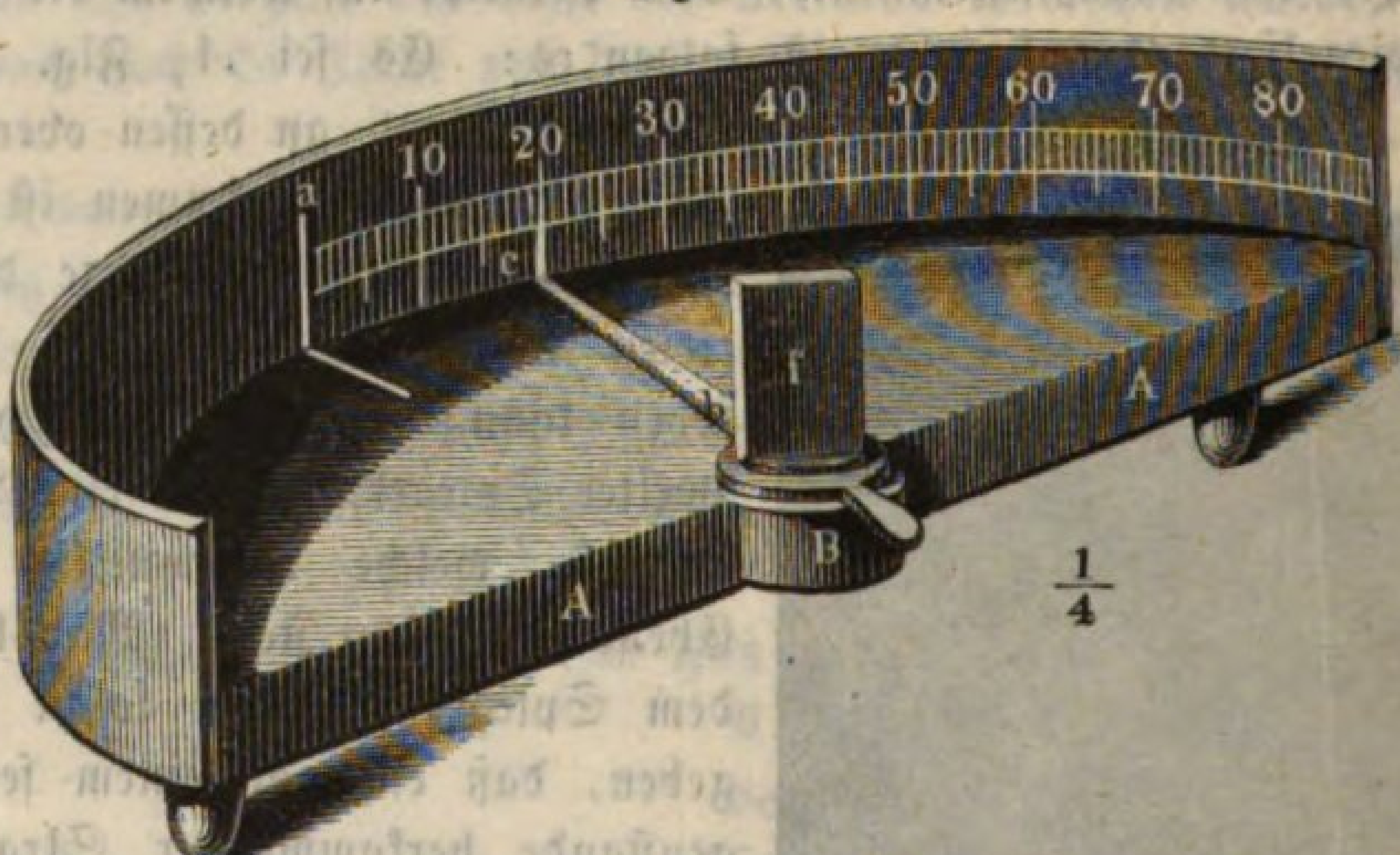
Wenn aber nun der Spiegel B um seine Axe gedreht wird, wenn er etwa in die durch Schraffirung angedeutete Lage gebracht ist, so kann der Strahl EB nicht mehr nach A reflectirt werden, man wird also in dem unteren Theile des Spiegels A nicht mehr das Bild desselben Gegenstandes sehen, den man durch die obere Hälfte erblickt, sondern das Bild eines anderen Gegenstandes, von welchem der Strahl FB herkommt.

Des kürzeren Ausdruckes wegen wollen wir den Gegenstand, von welchem der Strahl EB herkommt, mit L, den Gegenstand, von welchem der Strahl FB herkommt, mit R bezeichnen.

Die Winkelmessung mit dem Sextanten beruht nun darauf, daß der Winkel, um welchen man den Spiegel B aus seiner Anfangsstellung drehen muß, um im unteren Theile des Spiegels A das Bild des Gegenstandes R zu sehen, während man durch die obere Hälfte immer noch L erblickt, halb so groß ist als der Winkel, welchen die nach L und R gerichteten Visirlinien BE und BF mit einander machen.

Die Richtigkeit dieser Behauptung läßt sich leicht mit Hülfe des schon betrachteten Apparates Fig. 110 darthun. Wenn der Spiegel f so gestellt ist, daß der Zeiger c vor die Spalte a zu stehen kommt, so wird ein durch diese Spalte nach dem Spiegel schauendes Auge das Bild des Zeigers und der

Fig. 110.

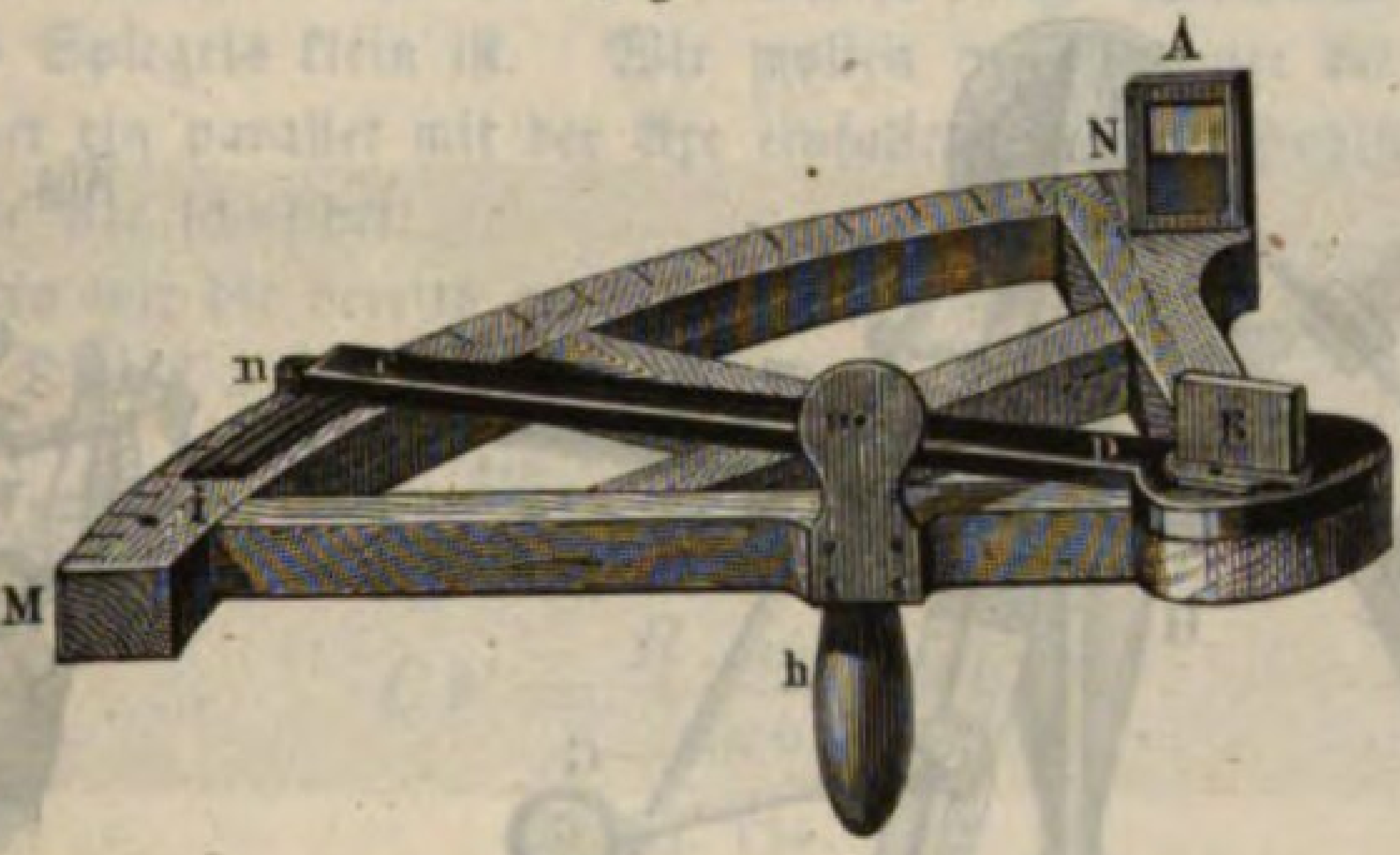


Spalte selbst erblicken; wird aber jetzt der Spiegel um 10°, 20°, 30° u. s. w. gedreht, so sieht das Auge bei a das Bild der Theilstriche 20°, 40°, 60° u. s. w. Kurz, wenn man den Spiegel f um einen Winkel n aus seiner Anfangsstellung gedreht hat, so sendet er nun das Bild eines um den Winkel $2n$ von der Spalte abstehenden Theilstrichs nach a hin. — Ebenso beim Spiegelsextant. Wird der Spiegel B um n Grad nach der Rechten gedreht, so sendet er in der Richtung BA Strahlen nach dem Spiegel A, die von einem Gegenstande R kommen, welcher um $2n$ Grade rechts von L liegt.

In Fig. 111 ist ein Spiegelsextant abgebildet, und zwar ein Sextant von der einfachsten Einrichtung. A ist der feste oben durchsichtige Spiegel. Der Spiegel B, den unsere Figur von der Rückseite zeigt, ist um den Mittelpunkt des getheilten Kreises MN drehbar. Dem Spiegel A gegenüber ist an das Gestell eine Messingplatte angeschraubt, in welcher sich ein kleines Loch o befindet, an welches man das Auge hält, um nach dem Spiegel A zu sehen. Der Spiegel B ist auf einer um ihren Mittelpunkt drehbaren Scheibe befestigt, von welcher wie ein Radius die Schiene DC ausgeht; wenn also der Spiegel B

um seine Axe gedreht wird, so durchläuft das Ende C dieser Schiene die Theilung des Kreises; um genauer ablesen zu können, ist bei C an der Schiene

Fig. 111.



CD ein Nonius Ci befestigt. Die Theilung ist so eingerichtet, daß der Nonius auf den Nullpunkt der Theilung zeigt, wenn die beiden Spiegel parallel sind. Jeder halbe Grad der Theilung ist für einen ganzen gezählt, d. h. die Theilstriche, die von dem Nullpunkte der Theilung um 10, 20, 30 u. s. w. Grade abstehen, sind mit 20, 40, 60 bezeichnet, weil man ja doch den Winkel, um welchen der Spiegel B gedreht wird, mit 2 multipliciren muß, um den verlangten Winkel zu erhalten.

Gewöhnlich ist der getheilte Kreisbogen nur etwas mehr als $1/6$ des Kreisumfanges, daher der Name Sextant. Das Instrument bedarf keines Statifs, man nimmt es an dem Handgriffe h in die Hand und hält das Instrument dann so vor das Auge, daß man durch die Oeffnung o und den oberen Theil des Spiegels A denjenigen der beiden einzuvisirenden Gegenstände sieht, welcher links liegt, und dreht dann an der Schiene CD, bis in dem unteren Theile des Spiegels A das Bild des anderen rechts gelegenen Gegenstandes gerade unter dem anderen Bilde erscheint. Ist dies erreicht, so stellt man die drehbare Schiene mit Hülfe einer Schraube bei n fest und liest dann den Nonius ab.

An Spiegelsextanten, welche zu genaueren Messungen dienen sollen, ist statt der kleinen Oeffnung o ein nach dem Spiegel A gerichtetes Fernrohr angebracht. Wenn man durch ein Fernrohr beobachtet, so sieht man nicht mehr, wie bei der Beobachtung mit bloßem Auge, den Spiegel A in zwei Felder getheilt, d. h. man unterscheidet durch das Fernrohr sehend nicht mehr den belegten und den unbelegten Theil des Spiegels A, sondern die beiden Bilder fallen ganz über einander.

Fig. 112 (a. f. S.) stellt einen aufs Vollständigste ausgestatteten Spiegelsextanten dar. Die Figur ist nach den bisherigen Erklärungen wohl leicht zu verstehen. C ist der feste, B der drehbare Spiegel; ED ist das eben besprochene Fernrohr. H ist der Handgriff, welcher hier parallel mit der Ebene des Instrumentes angebracht ist. G ist eine Loupe, welche man über den Nonius stellt, um besser ablesen zu können.

Bei L und bei K sind dunkelfarbige Gläser, sogenannte **Blendgläser**, angebracht, welche man in den Weg der einfallenden Strahlen bringt, wenn

Fig. 112.

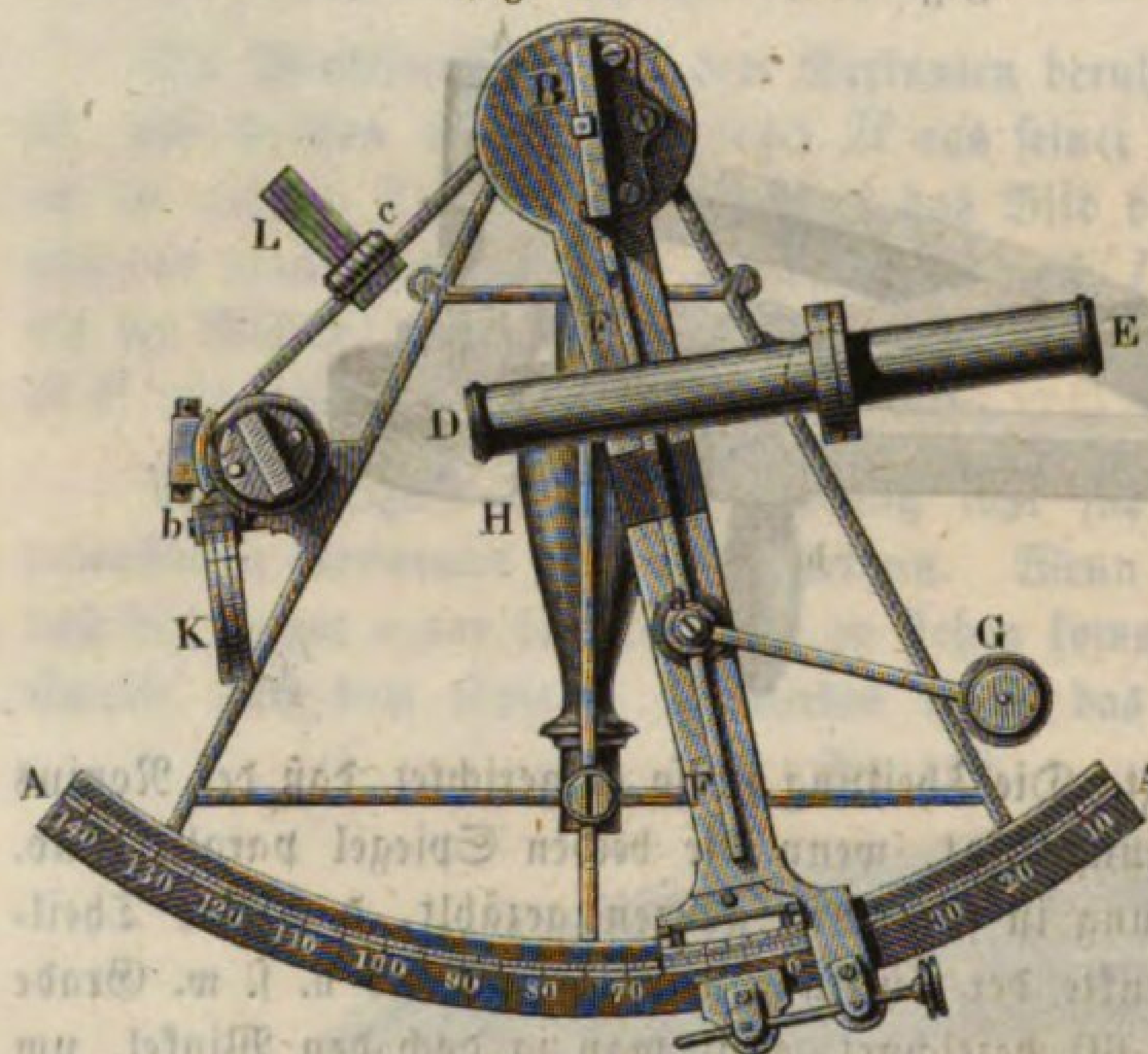


Fig. 113.

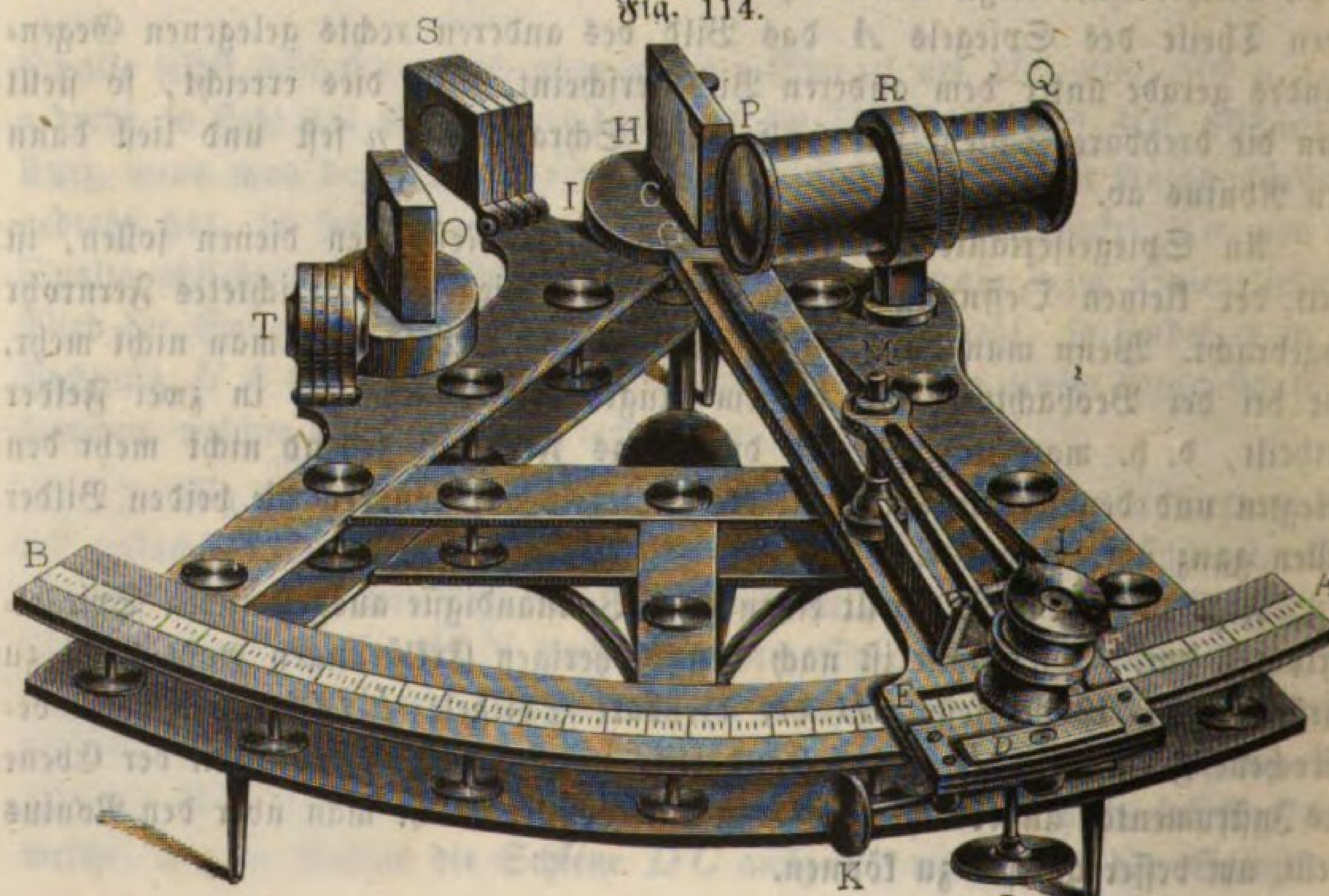


man Sonnenhöhen messen will, weil das Sonnenlicht viel zu hell ist, als daß man ohne ein solches Hülfsmittel die Sonne visiren könnte.

Die Ebene des getheilten Kreises muß immer in die Ebene der Visirlinien fallen, deren Winkel man messen will. Um z. B. die Höhe eines Gestirnes über dem Horizonte zu messen, muß die Ebene des Kreises vertical gehalten werden, wie dies Fig. 113 erläutert.

Eine andere Construction des Spiegelsextanten zeigt Fig. 114.

Fig. 114.



Hohlspiegel. Der Satz, daß alle parallel mit der Axe auf einen Hohl- §. 61. (Zu §. 123 u. 124 d. Gr.)
spiegel fallenden Strahlen im Brennpunkte vereinigt werden, ist, wie bereits in §. 123 des Grundrisses bemerkt wurde, nur so lange annähernd wahr, als die Oeffnung des Spiegels klein ist. Wir wollen nun genauer die Stelle bestimmen, in welcher ein parallel mit der Axe einfallender, vom Hohlspiegel reflectirter Strahl die Axe schneidet.

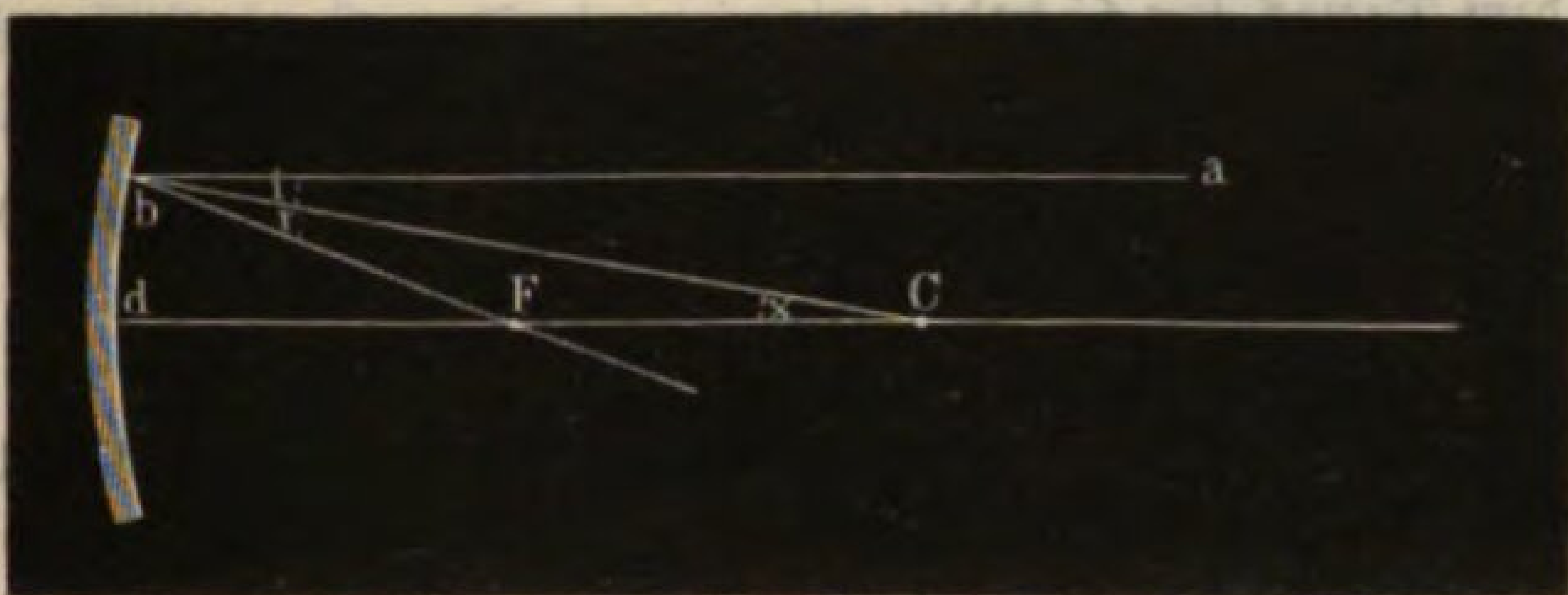
Betrachten wir die bereits aus dem Grundriß bekannte Fig. 115, so haben wir aus dem Dreieck $b\,F\,C$ die Proportion

$$\sin v : \sin r = R : CF,$$

wenn der Winkel $b\,F\,C$ mit v bezeichnet wird, und daraus

$$CF = \frac{R \, . \sin r}{\sin v}.$$

Fig. 115.



Nun aber ist $r = i$, $v = 180 - r - x = 180 - 2i$, mithin $\sin v = \sin 2i$; substituirt man diese Werthe, so kommt

$$FC = R \cdot \frac{\sin i}{\sin 2i}.$$

Je kleiner nun i wird, desto mehr nähert sich FC dem Werthe $0{,}5\,R$. Folgendes sind die Werthe von FC, welche verschiedenen Werthen von i entsprechen:

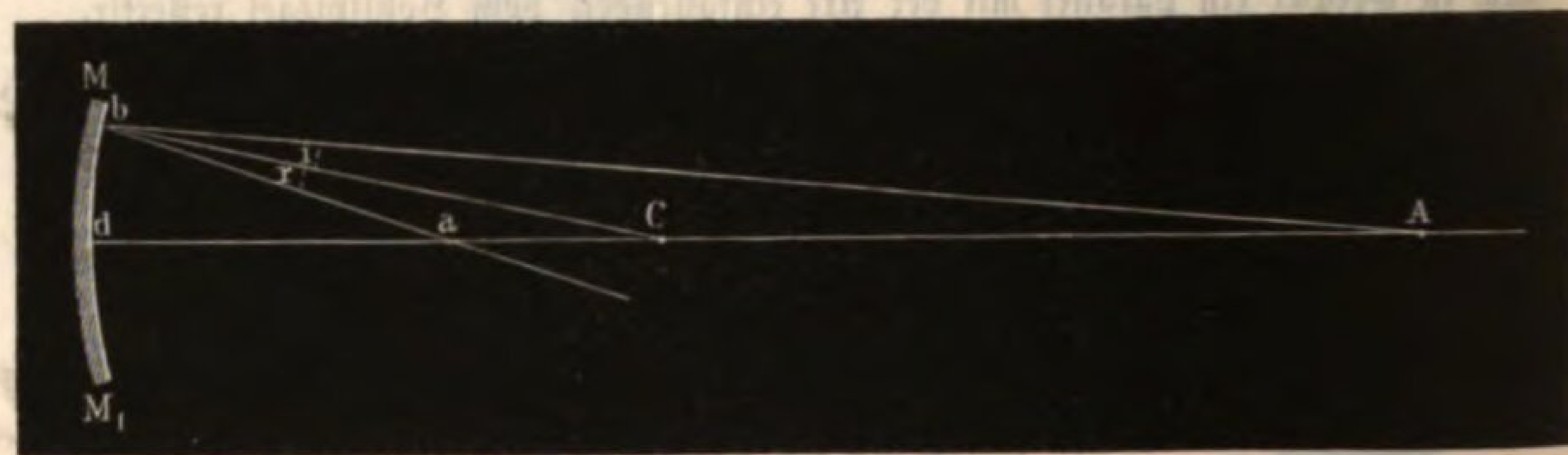
i	FC
1^0	$R \, . \, 0{,}50006$
2	$R \, . \, 0{,}50031$
5	$R \, . \, 0{,}50191$
10	$R \, . \, 0{,}50771$
15	$R \, . \, 0{,}51764$
20	$R \, . \, 0{,}54448$

Man sieht, daß für Werthe von i bis 5^0 hin FC nur wenig von $R \, . \, 0{,}5$ abweicht. Selbst für $i = 10^0$ ist diese Abweichung noch nicht bedeutend, über diesen Werth von i hinaus wird aber der Ueberschuß von FC über $^1/_2\,R$ hinaus alsbald sehr merklich.

Wir haben gesehen, daß, wenn ein leuchtender Punkt A, Fig. 116 (a. f. S.), auf der Axe des Hohlspiegels sich immer mehr demselben nähert, daß alsdann der

Vereinigungspunkt a der vom Hohlspiegel reflectirten Strahlen sich von dem Hohlspiegel entfernt. Wir wollen nun die genaueren Beziehungen zwischen der Vereinigungsweite da und der Gegenstandsweite dA entwickeln.

Fig. 116.



Aus dem Dreieck baC haben wir

$$ba : aC = \sin v : \sin i \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

wenn wir mit v den Winkel bCa bezeichnen, da ja Winkel r gleich Winkel i ist. Ebenso haben wir für das Dreieck bCA

$$bA : CA = \sin v : \sin i \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

da ja der Sinus des Winkels bCA gleich ist dem Sinus seines Nebenwinkels bCd. Aus der Combination der Gleichungen (1) und (2) folgt aber

$$ba : aC = bA : CA \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Nun aber ist ohne merklichen Fehler ba gleich der Vereinigungsweite da, die wir mit h bezeichnen wollen, und bA gleich der Gegenstandsweite dA, die mit g bezeichnet werden mag, wir haben also

$$h : aC = g : CA \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Bezeichnen wir die Brennweite des Spiegels mit f, so ist $Cd = 2f$ und $aC = 2f - h$; CA aber ist gleich $g - 2f$, die Gleichung (4) geht also über in

$$h : 2f - h = g : g - 2f,$$

woraus endlich

$$h = \frac{gf}{g - f} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Nach dieser Formel kann man die Vereinigungsweite h berechnen, wenn die Brennweite f des Hohlspiegels und die Gegenstandsweite g bekannt sind.

Die Gleichung (5) läßt sich in folgende verwandeln

$$h = \frac{f}{1 - \frac{f}{g}};$$

in dieser Form übersieht man leicht, daß h um so größer wird, je mehr g abnimmt. Für $g = \infty$ wird $h = f$; für $g = 2f$ wird $h = 2f$. Sobald g kleiner wird als $2f$, wird h größer als $2f$ und für $g = f$ wird h gleich $\frac{f}{o}$, also gleich

unendlich. Wenn g kleiner ist als f, so ist $\frac{f}{g}$ größer als 1, folglich wird der Werth von h negativ, was andeutet, daß in diesem Falle die von dem Spiegel reflectirten Strahlen nicht mehr nach einem Punkte vor dem Spiegel convergiren, sondern daß sie divergiren, als ob sie von einem Punkte hinter dem Spiegel kämen.

Aufgaben. 1. Die Brennweite eines Hohlspiegels sei 8 Decimeter. Wie groß ist der Abstand des Bildes vom Spiegel, wenn ein Gegenstand 60, 15, 12, 9, 7, 5 Decimeter weit vom Spiegel entfernt ist?

2. Für einen Brennspiegel sei $f = 7$ Zoll. Wie weit muß der Gegenstand entfernt sein, wenn das scharfe Bild 8, 11, 14, 18, 36, 60 Zoll vom Spiegel entfernt sein soll?

3. Von einem 10 Fuß entfernten Gegenstande entwirft ein Hohlspiegel ein deutliches Bild in einer Entfernung von 3 Fuß. Wie groß ist die Brennweite des Spiegels?

Drittes Capitel.

Die Brechung des Lichtes.

Das Brechungsgesetz. *Aufgaben.* 1. Wenn ein Lichtstrahl so auf eine ebene Wasseroberfläche fällt, daß er einen Winkel von 60° mit dem Einfallsloth macht, so wird er nach dem Uebergange in Wasser einen Winkel von 40° 14′ mit dem Einfallsloth machen. Wie groß ist demnach der Brechungsexponent für den Uebergang eines Lichtstrahles aus Luft in Wasser? §. 62. (Zu §. 127 d. Gr.)

2. Für den Uebergang aus Luft in Glas hat man als zusammengehörige Werthe des Einfalls- und Brechungswinkels gefunden $i = 60°$ und $r = 34° 28′$. Wie groß ist demnach der Brechungsexponent des Glases?

3. Wie groß müssen beim Uebergang eines Lichtstrahles aus Luft in Wasser die Einfallswinkel sein, wenn die zugehörigen Brechungswinkel 10, 20, 30 und 40° sein sollen?

4. Wie groß sind beim Uebergang aus Luft in Wasser die Brechungswinkel, welche den Einfallswinkeln 10, 20, 30 u. s. w. bis 90° entsprechen?

5. Ein Lichtstrahl fällt so auf eine ebene Glasfläche, daß der Einfallswinkel $i = 42^0$ ist; wie groß ist der zugehörige Brechungswinkel?

6. Wie groß ist beim Uebergang aus Luft in Glas der Werth des Brechungswinkels r, welcher den Einfallswinkeln i gleich 5, 15, 25 u. s. w. bis 85^0 entspricht?

NB. Die Aufgaben 3 bis 6 können sowohl durch Rechnung als auch durch Construction gelöst werden. Im ersteren Falle nehme man für den Brechungsexponenten aus Luft in Wasser $n = 1{,}34$ und für den Brechungsexponenten aus Luft in Glas $n = 1{,}53$. Wenn man aber die Aufgaben durch Construction lösen will, so kann man die angenäherten Brechungsexponenten $n = 1{,}33 \ldots = {}^4/_3$ und $n = 1{,}5 = {}^3/_2$ in Anwendung bringen.

7. Für den Uebergang aus Luft ist der Brechungsexponent für

Wasser	1,34
Alkohol	1,37
Benzol	1,50
Crownglas	1,53
Flintglas	1,64
Schwefelkohlenstoff	1,68
Diamant	2,47

Wie groß ist für diese Substanzen der Werth des Gränzwinkels?

Wenn n der Brechungsexponent ist für den Uebergang aus Luft in eine Substanz A, n' der Brechungsexponent für den Uebergang eines Lichtstrahles aus Luft in eine Substanz B, so ist $\frac{n'}{n}$ der Brechungsexponent für den Uebergang des Lichtstrahles aus der Substanz A in die Substanz B.

So ist z. B. der Brechungsexponent für Luft und Wasser also $n = 1{,}34$; für Luft und Glas ist er $n' = 1{,}53$; demnach ist der Brechungsexponent für den Uebergang aus Wasser in Glas gleich $\frac{1{,}53}{1{,}34} = 1{,}14$. Nach dieser Notiz sind die folgenden Aufgaben leicht zu lösen.

8. Wie groß ist der Brechungsexponent für den Uebergang eines Lichtstrahles aus Wasser in Benzol?

9. Wie groß ist der Brechungsexponent für den Uebergang eines Lichtstrahles aus Wasser in Schwefelkohlenstoff?

10. Wie groß ist der Werth des Gränzwinkels für den Uebergang eines Lichtstrahles aus Wasser in Benzol?

11. Wie groß ist der Gränzwinkel für den Uebergang eines Lichtstrahles aus Wasser in Schwefelkohlenstoff?

§. 63. **Grösse der Ablenkung.** Die Größe der durch die Brechung hervorgebrachten Ablenkung wird gefunden, wenn man den Brechungswinkel vom

Einfallswinkel abzieht. Wir wollen nun untersuchen, in welchem Verhältnisse die Ablenkung wächst, wenn der Brechungswinkel zunimmt; fassen wir bei dieser Betrachtung einen bestimmten Fall ins Auge, etwa den Uebergang der Strahlen aus Luft in Glas: in diesem Falle ist der Brechungsexponent $^3/_2$ oder 1,5; es ist also

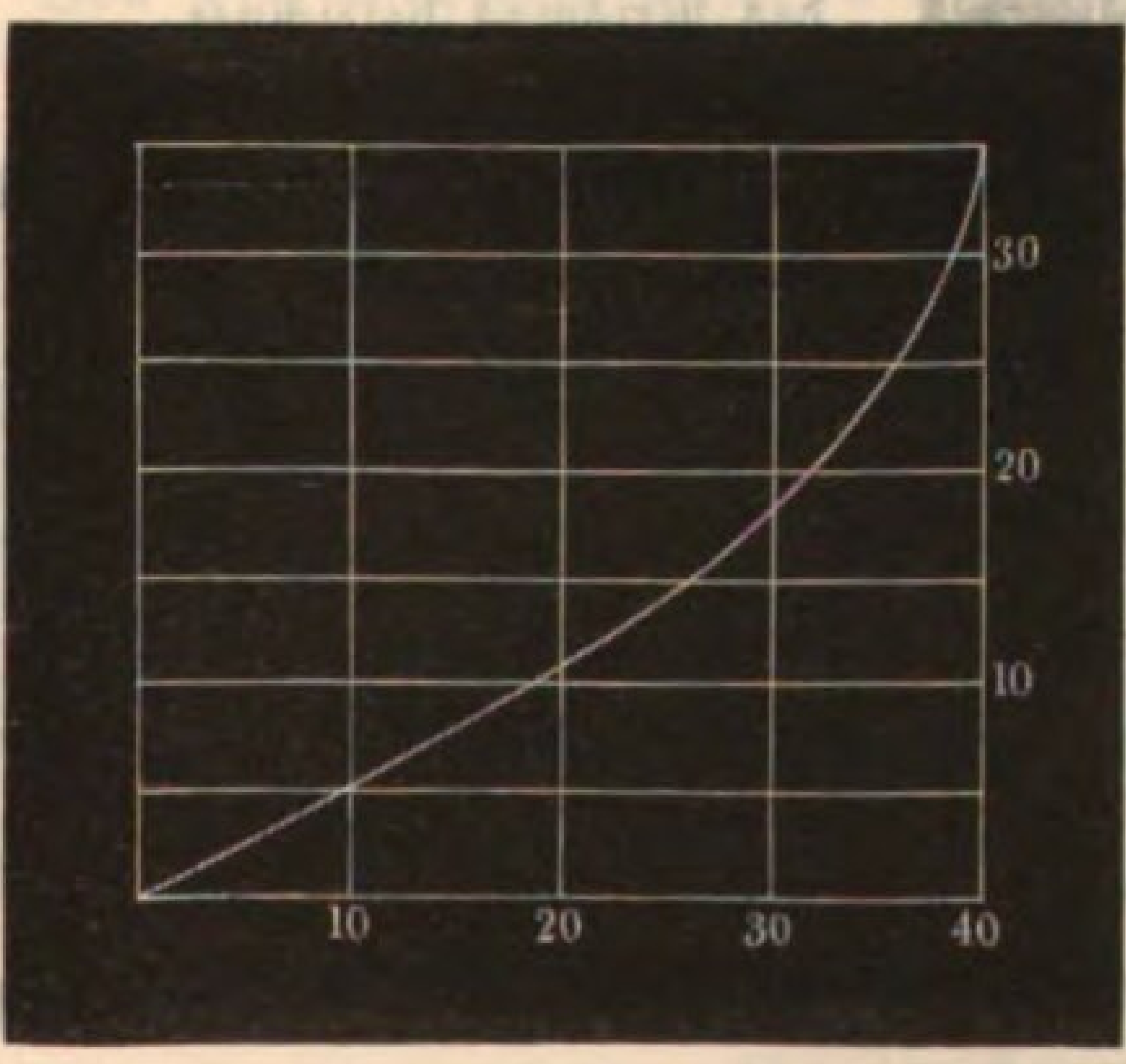
$$\sin i = 1{,}5 \,.\, \sin r.$$

Nach dieser Formel kann man nun leicht für jeden beliebigen Brechungswinkel den zugehörigen Einfallswinkel und die Ablenkung finden; die folgende kleine Tabelle enthält für die von 5 zu 5 Grad fortschreitenden Brechungswinkel die entsprechenden Einfallswinkel und Ablenkungen:

r	i	Ablenkung	Zunahme der Ablenkung
5°	7° 30′	2° 30′	2° 30′
10	15 5	5 5	2 35
15	22 50	7 50	2 45
20	30 52	10 52	3 2
25	39 21	14 21	3 29
30	48 35	18 35	4 14
35	59 12	24 12	5 37
40	74 34	34 34	10 22

Aus dieser Tabelle sieht man, daß die Ablenkung nicht dem Brechungswinkel proportional wächst, sondern daß diese Ablenkung für kleine Einfallswinkel gering ist, für größere aber in einem weit rascheren Verhältnisse zunimmt als die Brechungswinkel. Beistehende Figur 117 stellt dieses graphisch dar; die Abscissen sind den Brechungswinkeln, die Ordinaten den entsprechenden Ablenkungen proportional aufgetragen.

Fig. 117.



Dem Brechungswinkel 30° entspricht die Ablenkung 18° 35′; wächst der Brechungswinkel um 5°, so nimmt die Ablenkung um 5° 37′ zu; nimmt aber der Brechungswinkel um 5° ab, so wird die Ablenkung nur um 4° 14′

abnehmen, oder allgemein, wenn man, von einer bestimmten Richtung des gebrochenen Strahles ausgehend, den Brechungswinkel wachsen läßt, so nimmt die Ablenkung mehr zu, als sie abnehmen würde, wenn der Brechungswinkel eben so viel verkleinert würde.

Aufgaben. 1. Um wie viel muß man den Einfallswinkel von 50^0 vergrößern, damit beim Uebergang aus Luft in Glas der entsprechende Brechungswinkel um 2^0 zunehme? Um wie viel ist dabei die Ablenkung gewachsen?

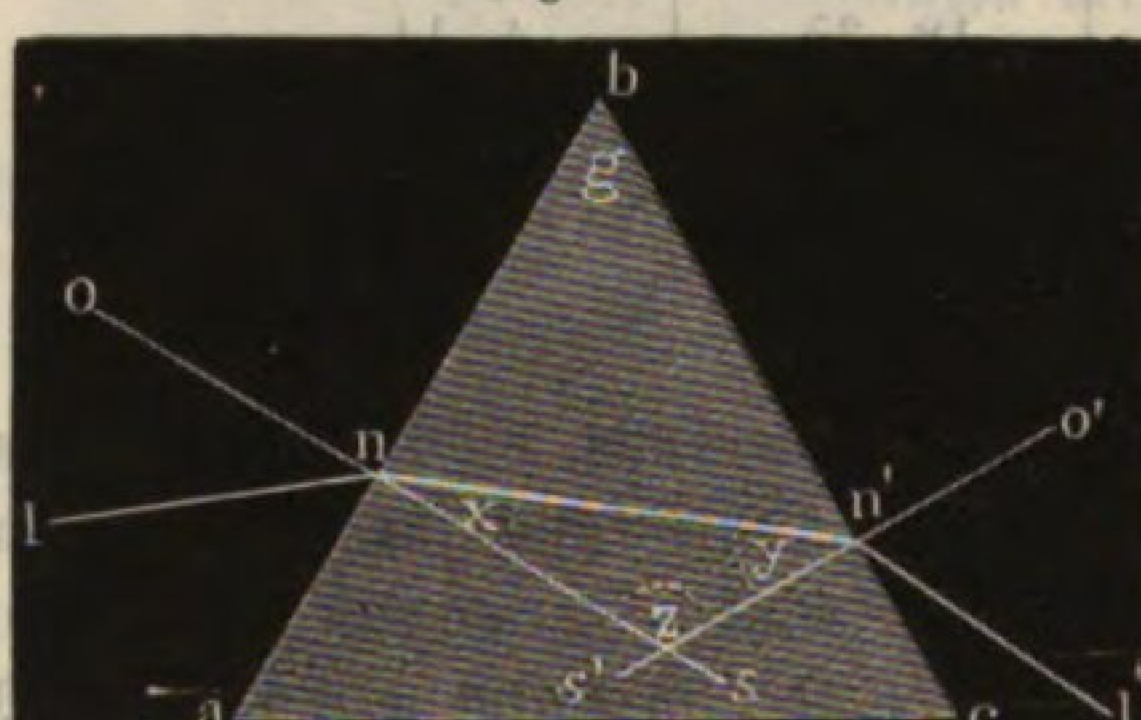
2. Um wie viel müßte man aber den Einfallswinkel von 50^0 verkleinern, damit beim Uebergang aus Luft in Glas der Brechungswinkel um 2^0 abnehme? Um wie viel ist dabei die Ablenkung kleiner geworden?

3. Was ist größer, die Zunahme der Ablenkung im ersten oder die Abnahme der Ablenkung im zweiten Beispiele?

4. Um wie viel nimmt beim Uebergang aus Glas in Luft die Ablenkung zu, wenn der Brechungswinkel von 38^0 um 1^0 zunimmt, und wie viel nimmt sie ab, wenn der Brechungswinkel um 1^0 abnimmt? Was ist größer, die Zunahme oder die Abnahme?

§. 64. (Zu §. 128 d. Gr.) **Ablenkung der Lichtstrahlen durch Prismen.** In Fig. 118 sei abc der Querschnitt eines Prismas; es sei ferner n der Punkt, wo ein Lichtstrahl ln in das Prisma eintritt, n' der Punkt, in welchem er aus dem Prisma austritt. In n sowohl als in n' denke man sich nun die Einfallslothe errichtet, so machen diese Einfallslothe einen Winkel z mit einander, welcher gleich ist $180 - g$, wenn man mit g den brechenden Winkel des Prismas bezeichnet.

Fig. 118.



Bezeichnen wir nun ferner mit x und y die Winkel, welche der gebrochene Strahl nn' mit den in n und n' errichteten Einfallslothen macht, so sieht man leicht, daß x, y und z die drei Winkel eines Dreiecks sind, daß also $y = 180^0 - z - x$. Setzt man für z seinen Werth $180 - g$, so kommt

$$y = g - x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

oder

$$x + y = g \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Nachdem man diese Relation zwischen den Brechungswinkeln x und y an den beiden brechenden Flächen des Prismas gefunden hat, ist es nun auch leicht, die totale Ablenkung zu berechnen, welche das Prisma hervorbringt.

Bezeichnen wir den Einfallswinkel lno mit i, so ist die Ablenkung d, welche der Lichtstrahl bei n erleidet,

$$d = i - x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

zwischen i und x besteht aber die Relation

$$\sin i = n . \sin x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

wenn n den Brechungsexponenten der Substanz bezeichnet, aus welchem das Prisma verfertigt ist. Bei n' erleidet der austretende Lichtstrahl eine Ablenkung

$$d' = i' - y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

wenn mit i' der Winkel $o' n' l'$ bezeichnet wird, wo dann zwischen i' und y wieder die Relation

$$\sin i' = n . \sin y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

besteht. Für die Gesammtablenkung haben wir aber endlich

$$D = d + d'$$

$$D = i - x + i' - y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Ist i gegeben, so kann man mit Hülfe der Gleichung (4) den Zahlenwerth von x, nach Gleichung (1) den Werth von y, nach Gleichung (6) den Werth von i' und nach Gleichung (7) endlich den Werth der ganzen durch das Prisma bewirkten Ablenkung berechnen.

Aufgaben. 1. Der brechende Winkel eines Glasprismas (also g) ist 60^0. Wie groß ist die durch das Prisma hervorgebrachte Ablenkung, wenn für den eintretenden Strahl der Einfallswinkel i gleich 52^0 ist?

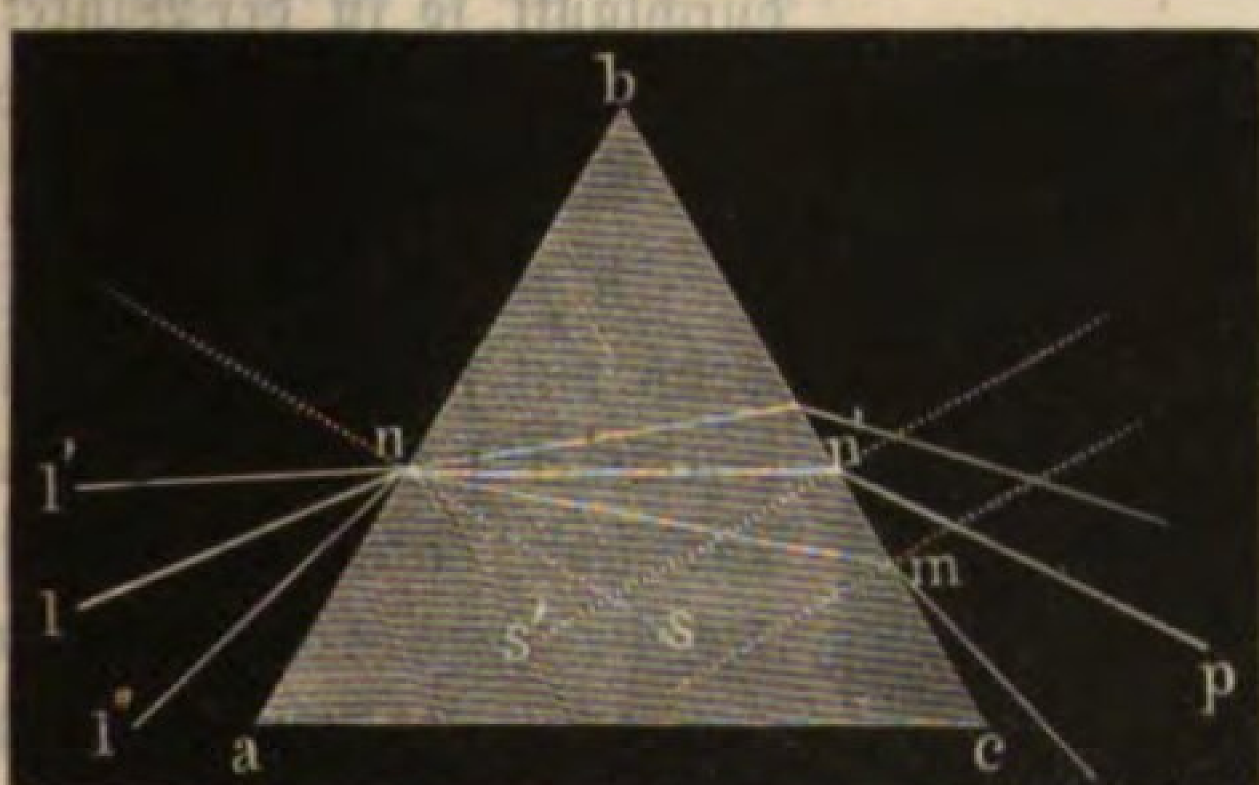
2. Wie groß ist für dasselbe Prisma die Ablenkung D, wenn i gleich $48^0\ 35'$ und wenn i gleich 42^0 ist?

3. Für ein Glasprisma sei $g = 45^0$; wie groß wird D für $i = 39^0$, für $i = 31^0$ und für $i = 28^0$?

Das Minimum der durch ein Prisma hervorgebrachten Ablenkung. Wenn ein Lichtstrahl so durch ein Prisma geht, daß er mit den beiden Flächen gleiche Winkel macht, so ist die Totalablenkung, welche der Strahl durch das Prisma erleidet, kleiner als bei jeder anderen Lage des gebrochenen Strahles. §. 65.

Von der Wahrheit dieses wichtigen Satzes kann man sich leicht überzeugen. Der Strahl ln, Fig. 119, sei so gebrochen, daß der gebrochene Strahl nn' gleiche Winkel mit den Flächen ba und bc macht, so ist auch der Brechungswinkel snn' gleich dem Winkel $s'n'n = x$, und die Ablenkung d, die der Strahl bei n erfährt, ist gleich der Ablenkung bei n'; folglich ist die totale Ablenkung, d. h. der Winkel, welchen der einfallende Strahl ln mit dem austretenden $n'p$ macht,

Fig. 119.



$$D = 2d.$$

Wenn nun die Richtung des einfallenden Strahles verändert wird, wenn

er etwa in der Richtung $l'n$ einfiele, so würde der gebrochene Strahl die Richtung nm haben, der Brechungswinkel snm wäre also jetzt kleiner als x, während der Winkel, den nm mit dem in m errichteten Einfallslothe macht, um eben so viel größer ist als x; die Ablenkung bei n hat also abgenommen, auf der anderen Seite aber hat sie zugenommen. Bezeichnen wir die Abnahme der Ablenkung bei n mit α, so ist jetzt hier die Ablenkung $d - \alpha$. Nach der auf Seite 137 angestellten Betrachtung muß aber die Ablenkung bei m um mehr als α zugenommen haben; wir können also die bei m stattfindende Ablenkung mit $d + \alpha + \beta$ bezeichnen. Die Totalablenkung D' ist aber die Summe der an beiden Flächen stattfindenden Ablenkungen, also

$$D' = d - \alpha + d + \alpha + \beta$$

oder

$$D' = 2d + \beta,$$

sie ist also größer als die Ablenkung D.

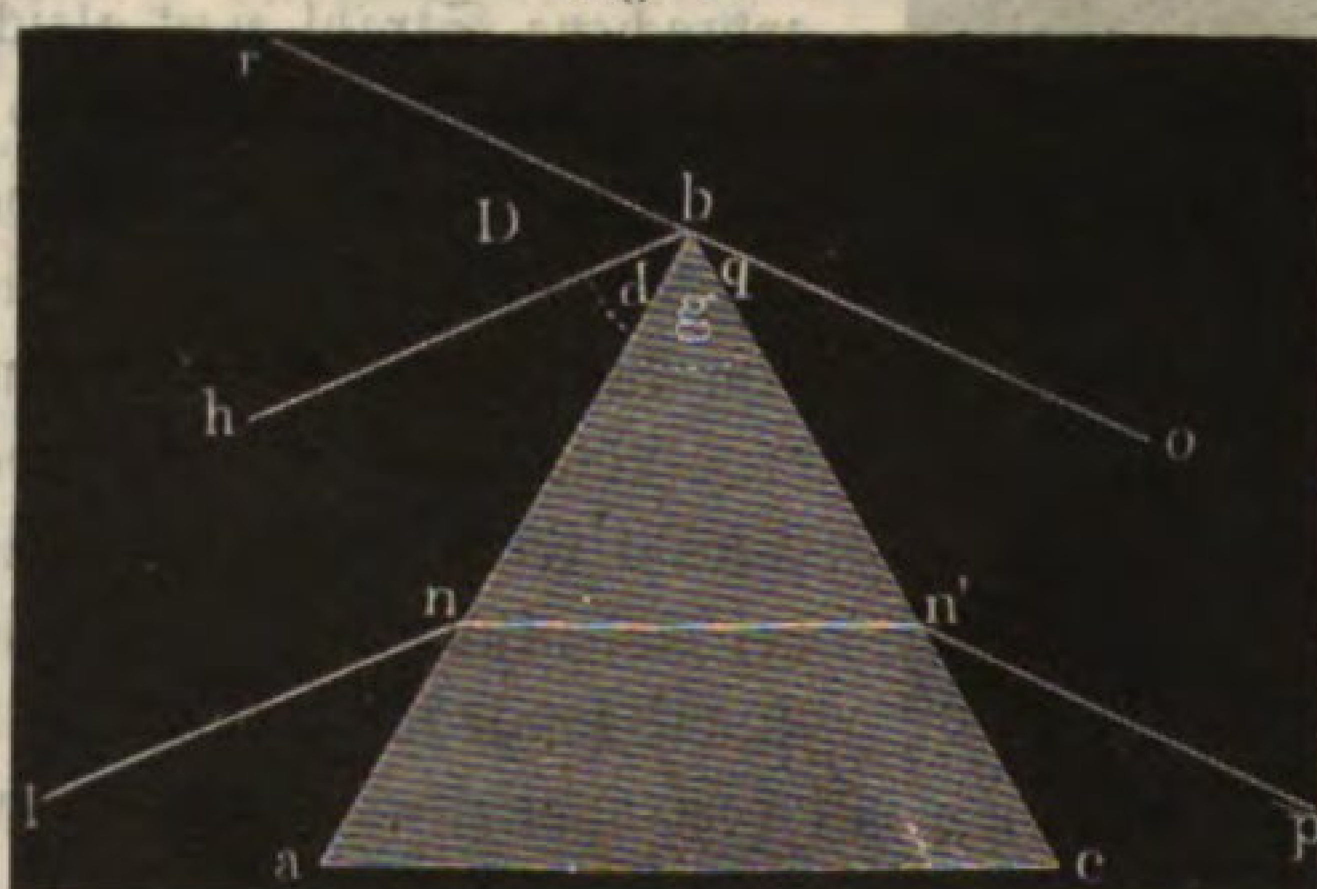
Hätte der einfallende Strahl die Richtung $l''n$ gehabt, so wäre die Ablenkung an der ersten Fläche größer als d, an der zweiten kleiner als d geworden; die Zunahme der Ablenkung an der ersten Fläche ist aber bedeutender als die Abnahme an der zweiten, folglich ist auch in diesem Falle die Totalablenkung größer als bei symmetrischem Durchgange des Strahles.

Wenn man durch ein Prisma das Bild eines Gegenstandes betrachtet, so kann man durch Drehung des Prismas leicht die Stellung ausmitteln, für welche die Ablenkung ein Minimum ist; hat man das Prisma so gestellt, so macht auch der gebrochene Strahl im Prisma gleiche Winkel mit den Seitenflächen, oder, mit anderen Worten, er steht rechtwinklig auf der Halbirungslinie des brechenden Winkels.

Kennt man den brechenden Winkel g eines Prismas und das Minimum der Ablenkung, welches durch dasselbe hervorgebracht wird, so reichen diese Data hin, um den Brechungsexponenten des Stoffes zu bestimmen, aus welchem das Prisma gemacht ist.

In Fig. 120 sei $lnn'p$ ein Lichtstrahl, welcher das Prisma symmetrisch durchläuft, so ist der Winkel d, den ln mit ab macht, gleich dem Winkel

Fig. 120.



$$cn'p = 90^0 - i,$$

wenn mit i der Einfallswinkel bezeichnet wird. Denken wir uns nun durch die Spitze b des Prismas ro parallel mit dem austretenden und hb parallel mit dem eintretenden Strahle gezogen, so ist hbr der Ablenkungswinkel D. Nun aber ist

$$D = 180^0 - d - g - q;$$

ferner ist $d = q = 90^0 - i$, also

$$D = 2i - g,$$

und daraus

$$i = \frac{D + g}{2}.$$

Der Brechungsexponent n wird bekanntlich gefunden, wenn man den Sinus des Einfallswinkels durch den Sinus des Brechungswinkels dividirt, es ist also

$$n = \frac{\sin i}{\sin x}.$$

Im vorigen Paragraphen haben wir gesehen, daß

$$x + y = g,$$

wenn x und y die Winkel bezeichnen, welche der Strahl im Glase mit den auf der Eintritts- und Austrittsfläche errichteten Einfallslothen macht. In unserem Falle ist aber $x = y$, folglich $x = \frac{g}{2}$, und wenn man für i und x die eben ermittelten Werthe in obigen Werth von n setzt:

$$n = \frac{\sin \frac{D + g}{2}}{\sin \frac{g}{2}}.$$

Nach dieser wichtigen Formel kann man also stets den Brechungsexponenten n für ein Prisma berechnen, wenn man das Minimum der Ablenkung beobachtet hat, welche es hervorbringt, und wenn sein brechender Winkel g gemessen worden ist.

Aufgaben. 1. Welches ist das Minimum der Ablenkung für ein Glasprisma ($n = 1,53$), dessen brechender Winkel 60^0 ist?

2. Welches ist das Minimum der Ablenkung für ein Prisma derselben Substanz, wenn $g = 45^0$ ist?

3. Welches ist die kleinste Ablenkung, welche ein Wasserprisma von 60^0 hervorbringt?

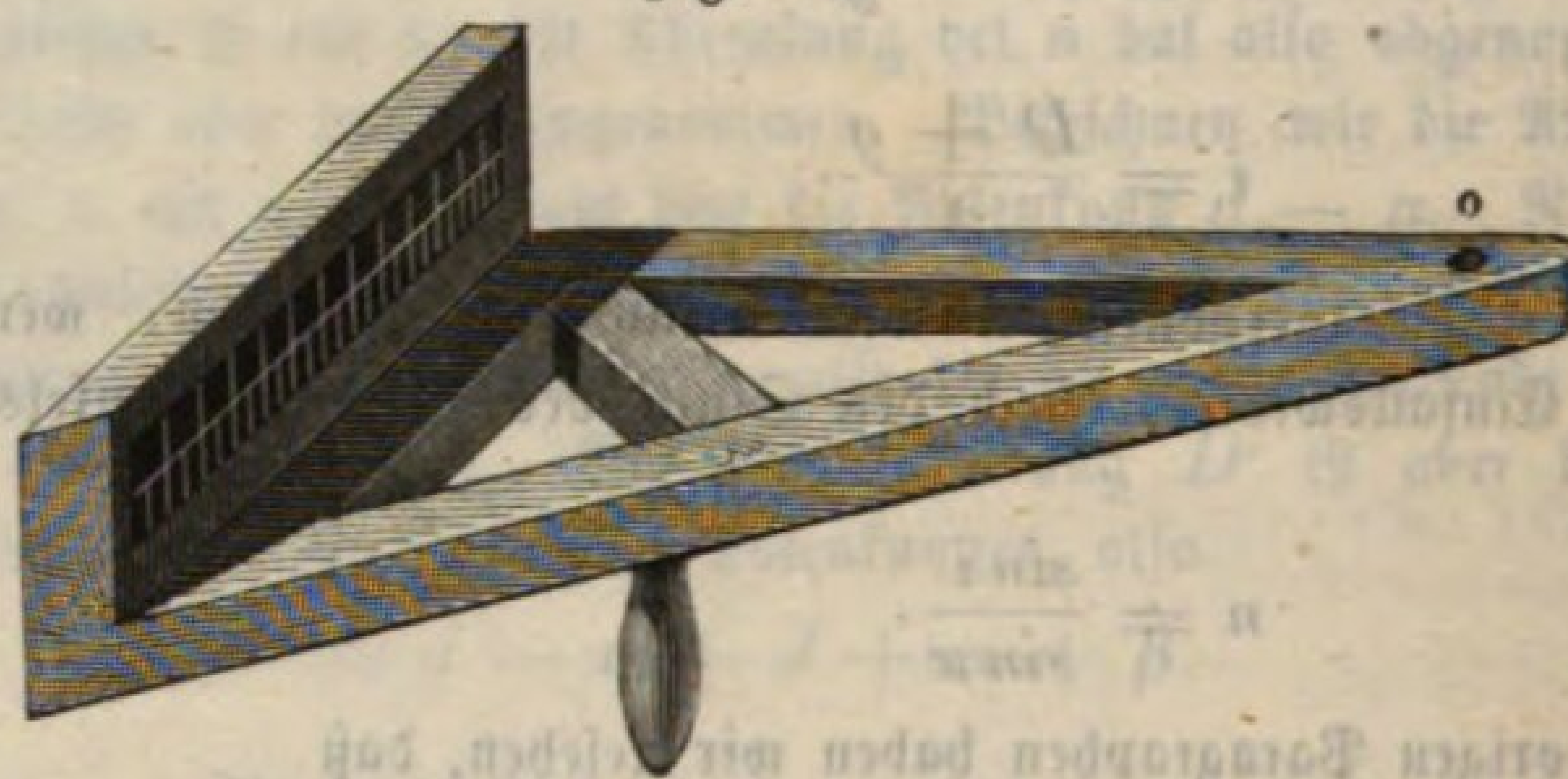
4. Welches ist das Minimum der Ablenkung für ein Wasserprisma von 45^0?

5. Welches sind die kleinsten Ablenkungen, welche zwei Flintglasprismen ($n = 1,63$) hervorbringen, wenn ihre brechenden Winkel 60^0 und 45^0 betragen?

Bestimmung des Brechungsexponenten fester und flüssiger Körper. Um den Brechungsexponenten fester Körper zu finden, muß man ein Prisma aus denselben verfertigen. Den brechenden Winkel dieses Prismas kann man mit Hülfe eines Goniometers, das Minimum der Ablenkung aber, wenn es nicht auf äußerste Genauigkeit ankommt, mit Hülfe des Apparates Fig. 121 finden. §. 66.

Dieser Apparat besteht aus einem hölzernen Dreieck, an welchem unten ein Griff befestigt ist, so daß man es wie einen Spiegelsextanten bequem horizontal

Fig. 121.



halten kann. An einer Seite des rechten Winkels steht ein Brettchen vertical, und auf diesem befindet sich eine in Millimeter getheilte Scala. Bei *o* befindet sich ein Loch, und ein von demselben auf das verticale Brettchen gefälltes Perpendikel trifft den Nullpunkt der Theilung. In dieses Loch wird nun das Prisma eingesetzt; für Flüssigkeiten ein kleines Hohlprisma.

Wenn das Hohlprisma bis zur Hälfte mit einer Flüssigkeit gefüllt ist, so erblickt man durch den unteren Theil desselben das gebrochene, nach der linken Seite hin verschobene Bild des Nullpunktes der Scala, während man durch den oberen Theil die Scala direct sieht. Die Stelle, an welcher das gebrochene Bild des Nullpunktes erscheint, ist veränderlich, je nachdem man das Prisma um seine verticale Axe etwas mehr nach der einen oder der anderen Seite dreht; es läßt sich aber durch ein solches Drehen stets leicht eine Stellung des Prismas ausfindig machen, für welche die Ablenkung ein Minimum ist. Wenn z. B. Wasser in das Prisma gefüllt worden ist, so giebt es eine bestimmte Stellung, für welche (vorausgesetzt, daß der brechende Winkel 45° ist und der Abstand des Prismas vom Nullpunkte der Theilung 200 Millimeter beträgt) das Bild des Nullpunktes mit dem durch den oberen Theil des Prismas gesehenen Theilstriche 58 zusammenfällt; für jede andere Stellung des Prismas wird das Bild des Nullpunktes noch weiter abgelenkt erscheinen.

Wenn das Prisma so gestellt ist, daß das Bild des Nullpunktes ein Minimum von Ablenkung erfährt, so läßt sich, wie im vorigen Paragraphen gezeigt wurde, der Brechungsexponent der Flüssigkeit im Prisma leicht aus dem beobachteten Ablenkungswinkel und dem brechenden Winkel des Prismas berechnen.

Der brechende Winkel des Prismas ist für unser Instrument 45°.

Der Ablenkungswinkel ergiebt sich aus der Beobachtung des Theilstriches, mit welchem das Bild des Nullpunktes zusammenfällt; man hat nämlich nur die Zahl dieses Theilstriches durch die Entfernung des Prismas von der Scala zu dividiren, um die Tangente des Ablenkungswinkels zu finden. Die Entfernung des Prismas von der Scala beträgt in unserem Instrumente 200 Milli-

meter. Wenn nun das Prisma mit Wasser gefüllt ist, so erscheint das Bild des Nullpunktes um 58 Millimeter nach der Linken gerückt, die Tangente des Ablenkungswinkels ist also in diesem Falle

$$\frac{58}{200} = 0{,}29.$$

Der Ablenkungswinkel selbst ist also in diesem Falle 16° 10′ 20″.

Den Brechungsexponenten der zu untersuchenden Flüssigkeit berechnet man nun nach der Formel

$$n = \frac{\sin\frac{D+g}{2}}{\sin\frac{g}{2}},$$

in welcher g den brechenden Winkel des Prismas und D das Minimum des Ablenkungswinkels bezeichnet; für unser Instrument ist $g = 45^0$ und bei dem eben besprochenen Beispiele $D = 16^0\ 10'\ 20''$.

Um die jedesmalige Berechnung des Brechungsexponenten zu ersparen, sind in der folgenden Tabelle die Brechungsexponenten zusammengestellt, welche den einzelnen Theilstrichen der Scala von 10 zu 10 entsprechen.

Scalentheile.	Entsprechende Brechungsexponenten.	Differenzen des Brechungsexponenten für einen Scalentheil.
50	1,2875	0,00525
60	1,3400	0,00504
70	1,3904	0,00481
80	1,4385	0,00459
90	1,4844	0,00435
100	1,5279	0,00411
110	1,5690	0,00385
120	1,6081	0,00368
130	1,6449	0,00347
140	1,6796	0,00325
150	1,7121	0,00309
160	1,7430	0,00292
170	1,7715	0,00270
180	1,7985	0,00255
190	1,8240	0,00232
200	1,8572	

Erschiene z. B. für eine bestimmte Flüssigkeit beim Minimum der Ablenkung das Bild des Nullpunktes beim Theilstriche 80, so wäre der Brechungsexponent dieser Flüssigkeit 1,4385.

Um auch leicht die Brechungsexponenten für die Zwischenabtheilungen der Scala finden zu können, sind in der letzten Columne der Tabelle die Differenzen der Brechungsexponenten angegeben, welche den einzelnen Theilstrichen entsprechen. Hätte man z. B. den Nullpunkt beim Theilstriche 113 beobachtet, so hätte man zu dem Brechungsexponenten, welcher dem Theilstriche 110 entspricht, also zu 1,5690, noch dreimal die Differenz 0,00385 zu addiren; der Brechungsexponent, welcher dem Theilstriche 113 entspricht, ist also

$$1,5690 + 0,00385 \times 3 = 1,5690 + 0,01155 = 1,58055.$$

Um mit annähernder Genauigkeit den Brechungsexponenten einer Substanz für verschiedene Farben zu bestimmen, hat man nur die angegebene Beobachtung in der Art auszuführen, daß man ein rothes, grünes, blaues u. s. w. Glas vor das Auge hält.

Weiter unten werden wir sehen, wie nach diesem Princip die Brechungsexponenten für verschiedenfarbige Strahlen mit größerer Genauigkeit bestimmt werden können.

Eine für Vorlesungen sehr zweckmäßige Abänderung des Apparates, Fig. 121, besteht darin, daß man ihn in größerem Maßstabe ausführen läßt, etwa so, daß der Abstand vom Prisma zum Nullpunkte 1 Meter beträgt, während die Scala in Centimeter getheilt ist; man kann alsdann mit den in horizontaler Richtung durch ein Heliostat in ein dunkles Zimmer geworfenen Strahlen experimentiren.

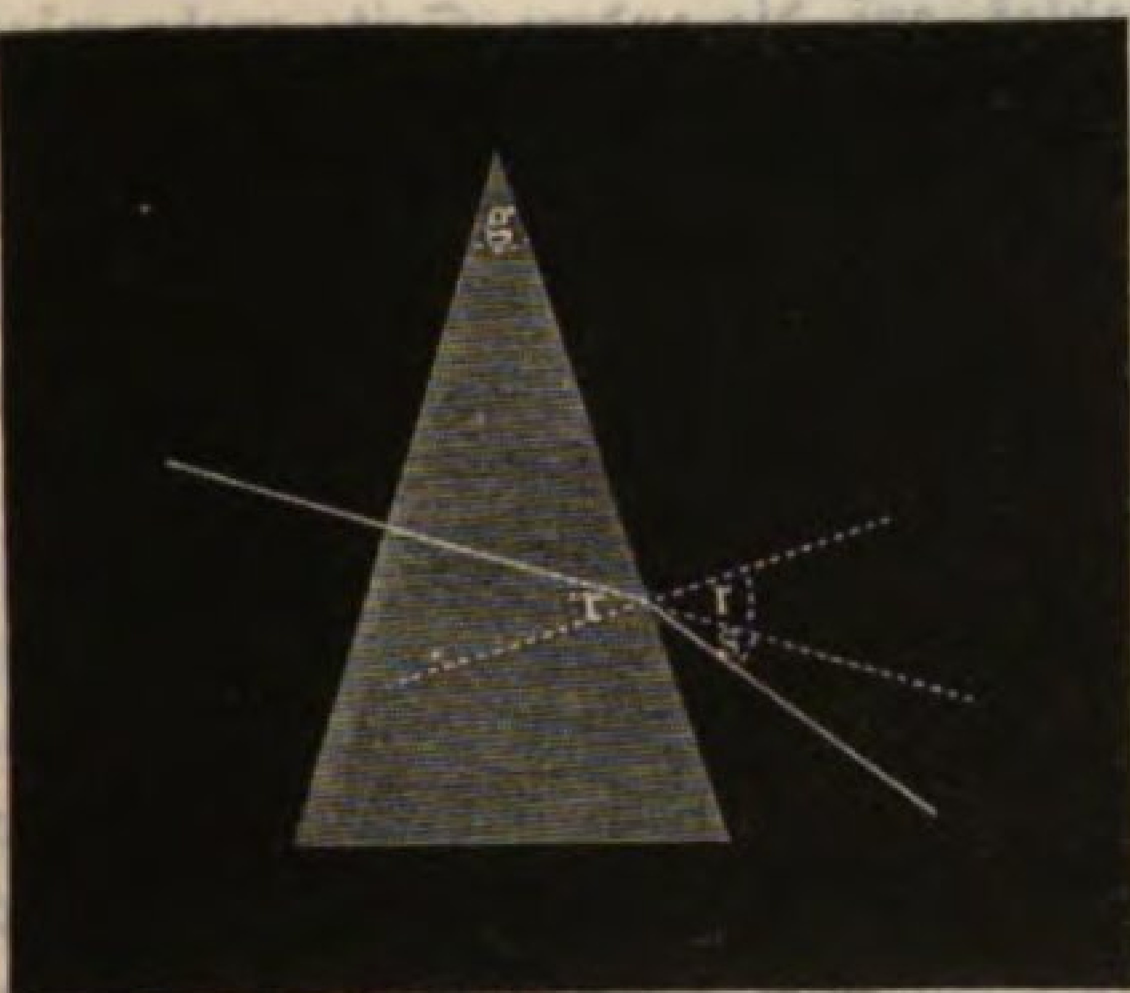
Vor der Oeffnung *o* wird dann ein Blech angebracht, in welchem sich ein 2 bis 3 Millimeter weiter Spalt befindet, und nun das Ganze so aufgestellt, daß die vom Spiegel des Heliostaten kommenden Strahlen durch den fraglichen Spalt gerade auf den Nullpunkt der Theilung fallen. Bringt man darauf das Prisma an seine Stelle, so werden die Strahlen, welche vorher auf den Nullpunkt fielen, nun abgelenkt, und man beobachtet, auf welchen Punkt der Scala sie fallen, wenn das Prisma das Minimum der Ablenkung hervorbringt.

Ein solcher Apparat läßt sich auch zu manchen anderen optischen Demonstrationsversuchen anwenden.

Wenn es auf große Genauigkeit ankommt, so hat es manche Schwierigkeit, das Prisma in die Stellung zu bringen, welche dem Minimum der Ablenkung entspricht. — Meyerstein wendet deshalb zur genauen Bestimmung der Brechungsexponenten eine andere Methode an, bei welcher das Prisma so gestellt wird, daß der Strahl nur bei seinem Eintritte in dasselbe eine Ablenkung erleidet, die zweite Fläche aber ohne weitere Ablenkung passirt, indem er rechtwinklig zu derselben austritt. In Fig. 122 ist dieser Gang des Strahles dargestellt. Es ist klar, daß in diesem Falle der Brechungswinkel r gleich ist dem brechenden Winkel g des Prismas, und daß ferner der Einfallswinkel i gleich ist $r + s$, also auch gleich $g + s$, wenn wir mit s die Ablenkung be-

zeichnen, welche der Strahl bei ſeinem Eintritte in das Prisma erleidet. Da nun der Brechungsexponent

Fig. 122.



$$n = \frac{\sin i}{\sin r},$$

ſo haben wir auch

$$n = \frac{\sin (g + s)}{\sin g},$$

wenn für i und r die eben angeführten Werthe geſetzt werden. Die Beſchreibung des ausgezeichneten Apparates, welchen **Meyerſtein** conſtruirt hat, um nach dieſem Princip die Brechungsexponenten zu beſtimmen, findet man in **Poggendorff's** Annalen (Bd. XCVIII).

Aufgaben. 1. Das Minimum der Ablenkung, welches ein **Flintglasprisma** von 60° hervorbringt, iſt 48,5 Grad; welches iſt der Brechungsexponent dieſer Flintglasſorte?

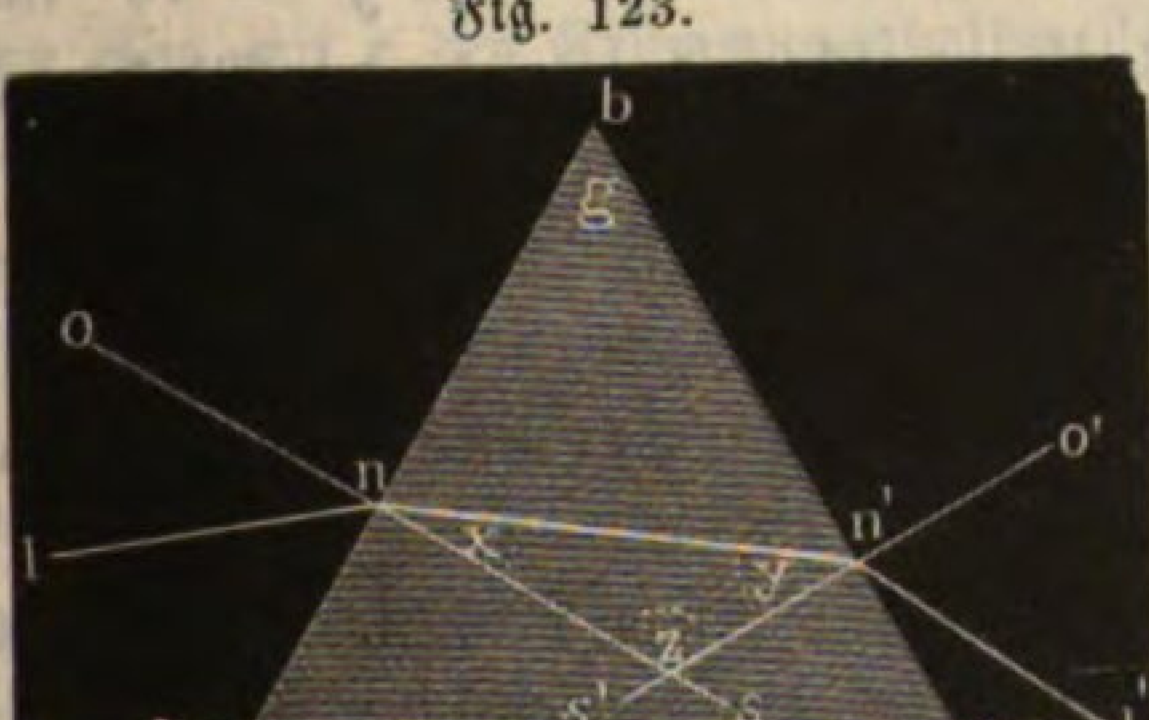
2. Ein **Crownglasprisma**, deſſen brechender Winkel 45° beträgt, bringt als Minimum eine Ablenkung von 26 Grad hervor; wie groß iſt der Brechungsexponent dieſer Glasſorte?

3. Als die untere Hälfte des zu dem Apparate Fig. 121 gehörigen Hohlprismas ($g = 45^0$) mit **Benzol** gefüllt war, beobachtete man, daß für den Fall der geringſten Ablenkung das Bild des Nullpunktes beim Theilſtriche 93 erſchien; welches iſt der Brechungsexponent des Benzols?

4. Als daſſelbe Hohlprisma zur Hälfte mit **Weingeiſt** (ſpecifiſches Gewicht 0,84) gefüllt wurde, beobachtete man, daß für die geringſte Ablenkung, welche das Weingeiſtprisma hervorbrachte, das Bild des Nullpunktes der Scala beim Theilſtrich 65 erſchien; welches iſt der Brechungsexponent dieſes Weingeiſtes?

Austritt der Strahlen aus dem Prisma. Wenn der Strahl, welcher bei n, Fig. 123, in das Prisma eintritt, bei n' austreten ſoll, ſo muß der Winkel y kleiner ſein als der Gränzwinkel v der Subſtanz, oder §. 67.

Fig. 123.



$$y < v;$$

da nun aber

$$y = g - x,$$

ſo hat man auch für die Bedingung des Austrittes

$$g - x < v$$
$$g < v + x$$
$$g - v < x.$$

Es ist kein Austritt des Strahles auf die andere Seite mehr möglich, sobald x gleich oder kleiner ist als $g - v$.

Wenn $g = 2v$, so erhält man für den Gränzwerth von x den Werth $x = v$; da nun aber andererseits der Brechungswinkel x immer kleiner ist als der Gränzwinkel v, so ist bei einem solchen Prisma der Austritt der Strahlen nie möglich; ebenso wenig ist er möglich, wenn der brechende Winkel des Prismas den doppelten Werth des Gränzwinkels v noch übersteigt.

Je mehr der brechende Winkel g des Prismas abnimmt, desto kleiner wird auch der Gränzwerth von x, für welchen noch ein Austritt möglich ist, desto mehr darf auch der einfallende Strahl ln, Fig. 123, sich dem Einfallslothe nähern. Wenn $g = v$, so ist der Gränzwerth für x gleich Null, es können also alle Strahlen austreten, welche in einer Richtung ln einfallen, die innerhalb des Winkels ona liegt. Wenn $g < v$, so können auch noch Strahlen austreten, deren Eintrittsrichtung innerhalb des Winkels onb liegt.

Aufgaben. 1. Welches ist der Gränzwerth für den brechenden Winkel eines Flintglasprismas, welcher nicht überschritten werden darf, wenn für den auf der einen Seite eintretenden Strahl der Austritt an der zweiten Fläche noch möglich sein soll?

2. Welches ist in gleichem Sinne der Gränzwerth von g für ein Crownglasprisma?

3. Welches ist der Gränzwerth von g für ein Wasserprisma?

4. Der brechende Winkel g eines Flintglasprismas beträgt 60°. Bis zu welcher Größe darf der Brechungswinkel x an der Eintrittsfläche ab abnehmen, wenn an der Fläche bc noch ein Austritt des Strahles möglich sein soll?

5. Dieselbe Aufgabe zu lösen für ein Crownglasprisma, dessen brechender Winkel 60° beträgt.

6. Dieselbe Aufgabe zu lösen für ein Wasserprisma von 60°.

7. Dieselbe Aufgabe zu lösen, a. für ein Flintglasprisma, b. für ein Crownglasprisma und c. für ein Wasserprisma, wenn $g = 45°$ ist.

8. Welches ist der größte Werth, welchen der brechende Winkel eines Flintglasprismas haben darf, wenn der auf der Vorderfläche rechtwinklig einfallende Strahl (also $x = 0$) auf der zweiten Fläche des Prismas noch austreten soll?

9. Dieselbe Aufgabe zu lösen, a. für ein Crownglasprisma und b. für ein Wasserprisma?

10. Welches ist für ein Wasserprisma, dessen brechender Winkel 40° beträgt, die äußerste Lage des einfallenden Strahles, für welchen noch ein Austritt an der zweiten Fläche des Prismas möglich sein soll?

11. Dieselbe Aufgabe zu lösen für ein Crownglasprisma, für welches $g = 34^0$ und

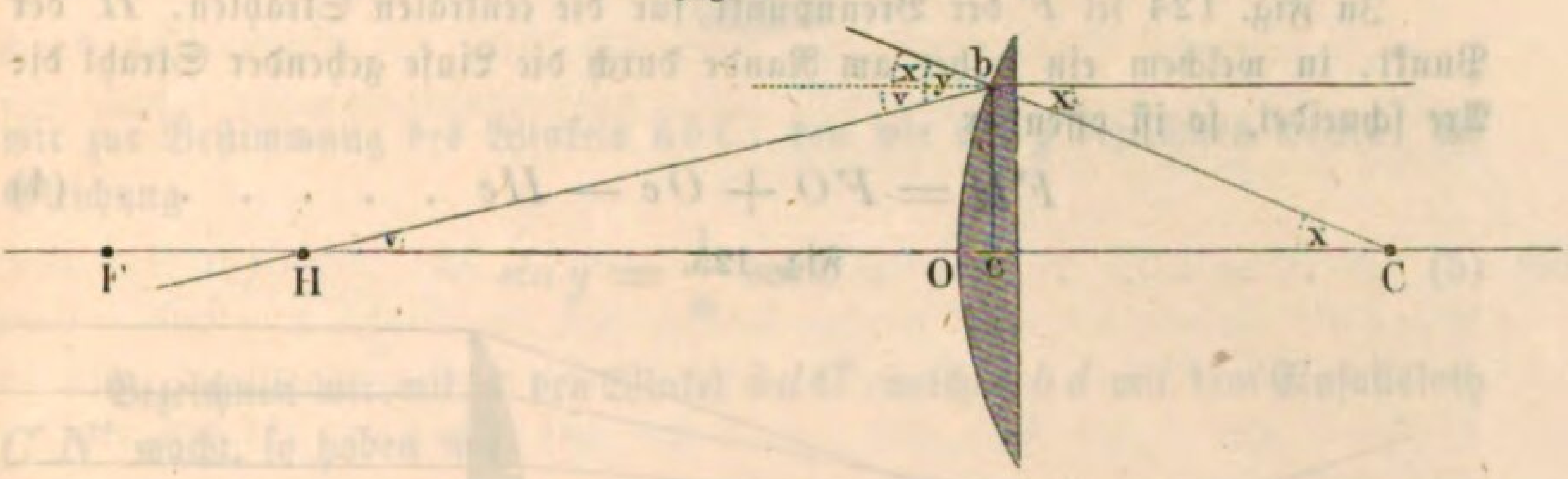
12. für ein Flintglasprisma, für welches $g = 25^0$ ist.

Es ist sehr zu rathen, den Lauf der Lichtstrahlen für die in diesem Paragraphen enthaltenen Aufgaben auch durch Zeichnung anschaulich zu machen.

Sammellinsen. Am Schlusse des §. 130 ist bemerkt worden, daß der Vereinigungspunkt für die Randstrahlen einer Linse näher liege als der Vereinigungspunkt für die centralen Strahlen. Um sich von dieser Abweichung genügend Rechenschaft zu geben, muß man den Weg eines durch die Linse gehenden Strahles verfolgen, ohne dabei (was eben nur für ganz kleine Winkel annähernd wahr ist) das Verhältniß der Sinus mit dem Verhältniß der Winkel selbst zu vertauschen. §. 68. (Zu §. 130 d. Gr.)

Gehen wir wieder von dem in Fig. 124 dargestellten Falle aus. Wie wir bereits in §. 130 gesehen haben, ist

Fig. 124.



$$\sin y = n \cdot \sin x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

und

$$v = y - x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Nun ist aber ferner

$$Hc = \frac{bc}{tang\, v},$$

und da

$$bc = bC \cdot \sin x = r \cdot \sin x,$$

wenn man mit r den Krümmungshalbmesser bC bezeichnet, so ist endlich

$$Hc = \frac{r \cdot \sin x}{tang\, v} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Diese Gleichung giebt also den Werth von Hc, wenn man vorher mit Hülfe der Gleichungen (1) und (2) den einem bestimmten Winkelwerth von x entsprechenden Werth von v berechnet hat.

Setzen wir $n = 1{,}5$ und $r = 1$, so ergeben sich folgende zusammengehörige Werthe von x und B, wenn wir unter B die Entfernung Hc verstehen:

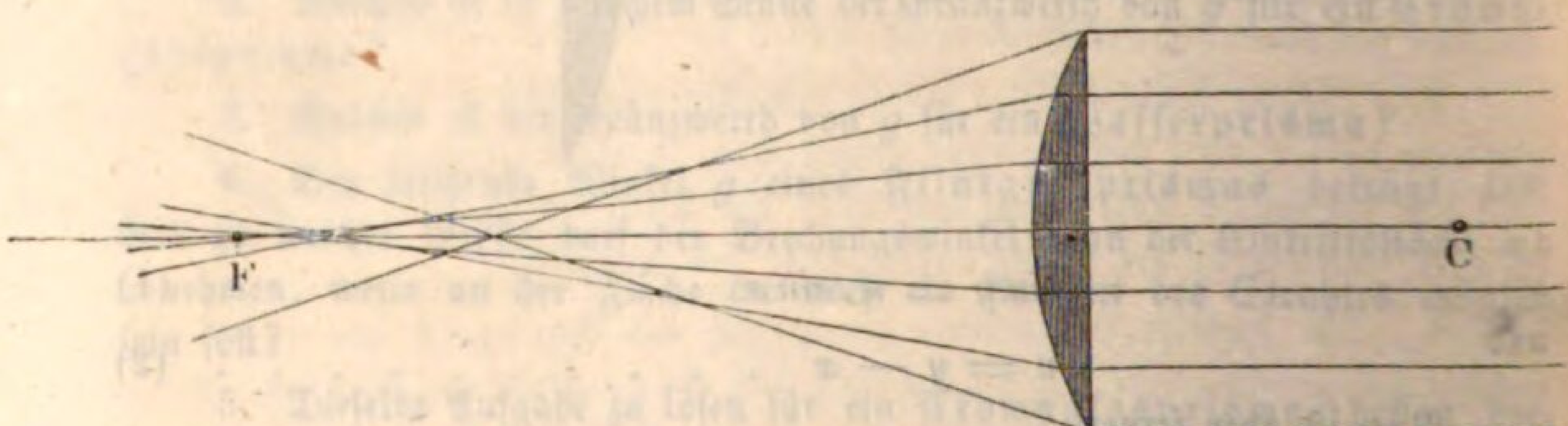
x	B	D
1°	1,9998	0,0004
5	1,9829	0,0209
10	1,9457	0,0695
15	1,8813	0,1528
20	1,7816	0,2787
30	1,4871	0,6468

Wir sehen also, daß die parallel mit der Axe einfallenden Strahlen durch die Linse keineswegs alle in demselben Hauptbrennpunkte vereinigt werden. Solche Strahlen, welche die Linse näher am Rande passiren, schneiden die Axe in Punkten, welche der Linse näher liegen als der Brennpunkt für die centralen Strahlen, wie dies auch Fig. 125 anschaulich macht.

In Fig. 124 sei F der Brennpunkt für die centralen Strahlen, H der Punkt, in welchem ein näher am Rande durch die Linse gehender Strahl die Axe schneidet, so ist offenbar

$$FH = FO + Oc - Hc \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Fig. 125.



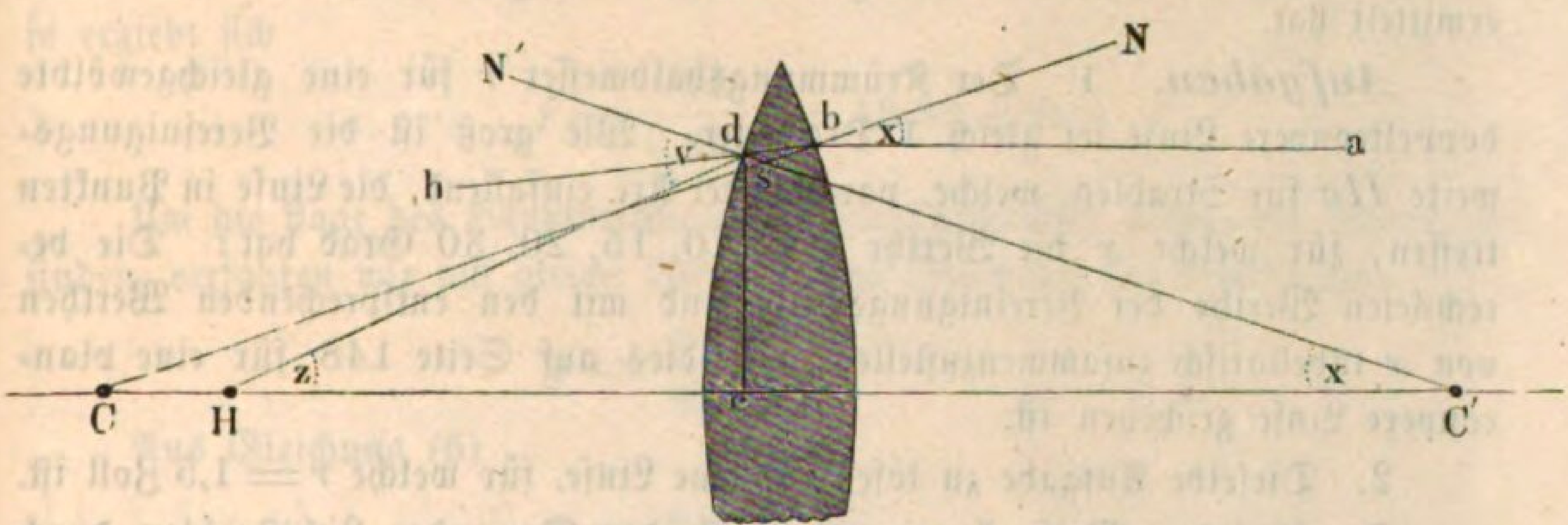
Oc ist offenbar gleich $sin.vers\,x$, wenn wir den Halbmesser $b\,C$ mit 1 bezeichnen, in welchem Fall denn auch $FO = 2$ ist. Setzen wir nun der Reihe nach in Gleichung (4) für Oc den Zahlenwerth des *Sinus versus* von 1°, 5°, 10°, 20° und 30°, und ferner für Hc die diesen Winkelwerthen von x entsprechenden Werthe dieser Länge, wie sie in obiger kleinen Tabelle unter B stehen, so erhält man die Zahlenwerthe für den Abstand HF, wie sie in jener Tabelle unter D verzeichnet sind.

Diesen Zahlenwerthen entsprechend ist in Fig. 125 der Verlauf der Strahlen verzeichnet, welche eine Planconvexe in Punkten treffen, die 10, 20, 30 Grad von der Mitte der Linse abstehen. Man sieht aus dieser Construction ebenso wie aus obiger Tabelle, wie bedeutend der Vereinigungspunkt der Randstrahlen vom Vereinigungspunkt der centralen Strahlen absteht, wenn die Krümmung der Linse von der Mitte bis zum Rande nur einigermaßen bedeutend ist.

Für eine Linse, welche reine Bilder geben soll, darf deshalb die **Oeffnung**, d. h. der Winkel, unter welchem die Linse von ihrem Brennpunkte aus gesehen erscheint, nicht mehr als 5⁰, höchstens 10⁰ betragen.

In Fig. 126 sei ab ein Strahl, welcher parallel mit der Axe auf eine gleichgewölbte biconvexe Linse fällt; x der Winkel, welchen er mit dem Einfallslothe CN macht. Der Strahl wird nach bd hin gebrochen, und zwar haben

Fig. 126.



wir zur Bestimmung des Winkels hbC, den wir mit y bezeichnen wollen, die Gleichung

$$\sin y = \frac{1}{n} \sin x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Bezeichnen wir mit y' den Winkel bdC', welchen bd mit dem Einfallsloth $C'N'$ macht, so haben wir

$$y + y' = 2x,$$

denn Winkel sCC' ist ohne merklichen Fehler gleich Winkel $sC'C$, also gleich x. Nun aber ist Winkel NsC' Außenwinkel an dem Dreieck sCC', folglich ist Winkel $NsC' = 2x$. Derselbe Winkel NsC' ist aber auch Außenwinkel am Dreieck sdb, folglich ist Winkel $NsC' = y + y'$, also endlich

$$y + y' = 2x$$

oder

$$y' = 2x - y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Es ist aber ferner

$$\sin v = n . \sin y' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

wenn wir mit v den Winkel $N'dH$ bezeichnen, welchen der in d aus der Linse austretende Strahl dH mit dem Einfallslothe $N'C'$ macht. Nennen wir ferner z den Winkel, welchen derselbe austretende Strahl dH mit der Axe macht, so haben wir

$$v = z + x,$$

weil v ein Außenwinkel am Dreieck dHC' ist, mithin auch

$$z = v - x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Bezeichnen wir den Krümmungshalbmesser der Linse mit r, so ist

$$dc = r \sin x,$$

und

$$dc = Hc \,.\, tang\, z,$$

folglich

$$Hc = \frac{r \sin x}{tang\, z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

wonach man den Abstand Hc berechnen kann, nachdem man vorher mit Hülfe der Gleichungen (1), (2), (3) und (4) den Werth von z für ein bestimmtes x ermittelt hat.

Aufgaben. 1. Der Krümmungshalbmesser r für eine gleichgewölbte doppeltconvexe Linse sei gleich 1 Decimeter. Wie groß ist die Vereinigungsweite Hc für Strahlen, welche, parallel der Axe einfallend, die Linse in Punkten treffen, für welche x die Werthe 1, 5, 10, 15, 20, 30 Grad hat? Die berechneten Werthe der Vereinigungsweite sind mit den entsprechenden Werthen von x tabellarisch zusammenzustellen, wie dies auf Seite 148 für eine planconvexe Linse geschehen ist.

2. Dieselbe Aufgabe zu lösen für eine Linse, für welche $r = 1{,}5$ Zoll ist.

In ähnlicher Weise kann man auch den Gang der Lichtstrahlen durch Linsen verfolgen, deren Flächen nicht gleiche Krümmungshalbmesser haben, nur werden die Formeln etwas complicirter.

§. 69. **Brennpunkt für centrale Strahlen.** Für diejenigen Strahlen, welche als centrale betrachtet werden können, sind die Winkel x, y und z klein genug, um die Sinus und Tangenten dem Winkel selbst proportional setzen zu können. Für diesen Fall aber ergiebt sich aus Gleichung (1) des vorigen Paragraphen

$$y = n \,.\, x;$$

Gleichung (3) aber wird

$$Hc = \frac{r x}{v},$$

und wenn man für v seinen Werth bei (2) setzt,

$$Hc = \frac{r x}{y - x}$$

$$Hc = \frac{r x}{n x - x}$$

also endlich

$$Hc = \frac{r}{n - 1}.$$

Für centrale Strahlen fällt aber der Durchschnittspunkt H, Fig. 124, mit dem Hauptbrennpunkte F zusammen, wir haben also für den Abstand Fc des Brennpunktes einer planconvexen Linse von dem Glase

$$Fc = f = \frac{r}{n - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wenn wir mit f die Brennweite bezeichnen.

Wäre $n = 1{,}5$, so ergäbe sich

$$f = 2\,r.$$

Der Brechungsexponent einer bestimmten Sorte von Flintglas sei z. B. für gelbe Strahlen 1,635, so ist für gelbe Strahlen die Brennweite einer aus dieser Glassorte geschliffenen planconvexen Linse

$$f = \frac{r}{0{,}635};$$

wenn also der Krümmungshalbmesser der gewölbten Seite $r = 12$ Zoll ist, so ergiebt sich

$$f = \frac{12}{0{,}635} = 18{,}89 \text{ Zoll}.$$

Um die Lage des Hauptbrennpunktes gleichgewölbter biconvexer Linsen zu finden, verfahren wir auf gleiche Weise. Aus Gleichung (5) ergiebt sich

$$y = \frac{x}{n}.$$

Aus Gleichung (6)

$$y' = 2\,x - \frac{x}{n}$$

oder

$$y' = \frac{2\,n\,x - x}{n}.$$

Aus Gleichung (7)

$$v = n\,y' = 2\,n\,x - x.$$

Aus Gleichung (8)

$$z = v - x = 2\,n\,x - 2\,x$$

oder

$$z = 2\,x\,(n - 1),$$

und endlich aus Gleichung (9) für die Brennweite der Werth

$$f = \frac{r}{2\,(n - 1)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

für $n = 1{,}5$ ergiebt sich danach $f = r$. Für $n = 1{,}635$ ergiebt sich

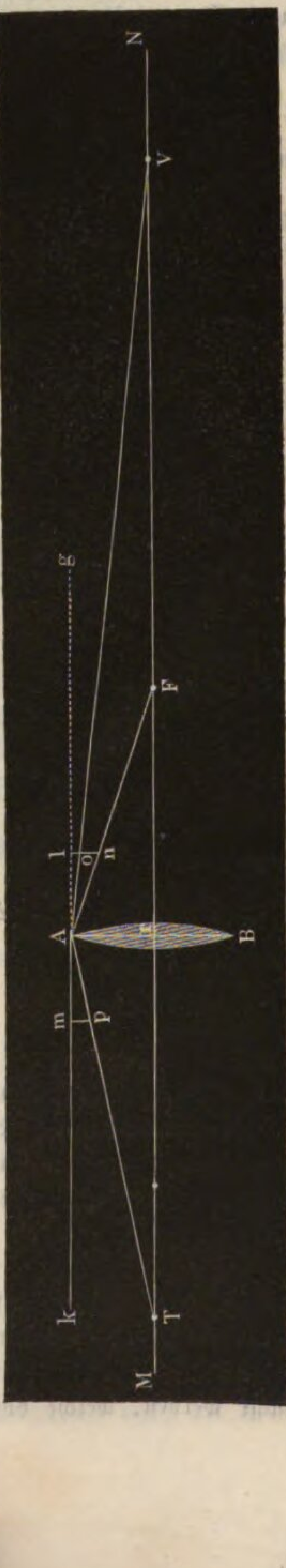
$$f = \frac{r}{2\,.\,0{,}635} = \frac{r}{1{,}270} = 0{,}787\,r.$$

Vergleichen wir die Werthe von f bei (1) und bei (2), so übersieht man leicht, daß ersterer doppelt so groß ist als letzterer. Die Brennweite einer gleichgewölbten biconvexen Linse ist also halb so groß als die Brennweite einer planconvexen Linse von gleichem Krümmungshalbmesser.

Berechnung der Bildweite. Ist einmal die Brennweite einer Linse bekannt, so kann man, wie wir schon in §. 130 des Grundrisses gesehen haben, durch Construction die Entfernung des Punktes von der Linse bestimmen, in welchem alle Strahlen durch die Linse wieder vereinigt werden, welche von §. 70. (Zu §. 130 d. Gr.)

irgend einem auf der Axe liegenden leuchtenden Punkte ausgehen. Es ist aber in den meisten Fällen wünschenswerth, die Entfernung dieses Vereinigungspunktes vom Glase auch durch Rechnung bestimmen zu können; eine Formel zur Berechnung dieser Entfernung läßt sich aber aus denselben Principien ableiten, auf welche wir die Construction gegründet haben.

Fig. 127.



In Fig. 127 sei AB eine Linse, deren Brennpunkt in F liegt. Ein parallel mit der Axe einfallender Strahl kA wird nach F hin gebrochen; die Richtung, nach welcher ein von T ausgehender Strahl TA gebrochen wird, findet man leicht, wenn man den Winkel $FAV =$ dem Winkel TAk macht. Wird nun $lA = Am = Ar$ gemacht (r ist der Mittelpunkt der Linse) und in l das Perpendikel lon, in m aber das Perpendikel mp errichtet, so wird mp jedenfalls sehr nahe gleich on sein, weil die Winkel TAk und FAV gleich sind und der Winkel gAV so klein ist, daß on sehr nahe rechtwinklig auf AV steht; es ist also

$$ln = lo + on = lo + mp \quad . \quad . \quad (1)$$

Wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke FAr und Aln haben wir

$$Fr : rA = Al : ln$$

oder

$$f : 1 = 1 : ln,$$

wenn wir die Brennweite rF mit f und den Halbmesser der Linse $rA = Al$ gleich 1 setzen; es ist demnach

$$ln = \frac{1}{f}.$$

Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke VAr und Alo folgt

$$Vr : Ar = Al : lo$$

$$a : 1 = 1 : lo,$$

also

$$lo = \frac{1}{a},$$

wenn wir die Entfernung Vr (also die Vereinigungsweite) mit a bezeichnen.

Ebenso ergiebt sich aus der Aehnlichkeit der Dreiecke Amp und ATr

$$mp = \frac{1}{b},$$

wenn man die Entfernung rT, also die Entfernung des leuchtenden Punktes von der Linse, mit b bezeichnet.

Setzt man die eben für ln, lo und mp gefundenen Werthe in die Gleichung (1), so kommt

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

oder

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Nach dieser Formel kann man jederzeit berechnen, wie groß die Entfernung a des Punktes V von der Linse ist, in welchem die Strahlen vereinigt werden, welche von einem Punkte T vor der Linse ausgehen, dessen Abstand von der Linse gleich b ist.

Es sei z. B. die Brennweite einer Linse, also $f = 1$ Fuß, der Abstand des leuchtenden Punktes $b = 10$ Fuß, so hat man zur Bestimmung der Entfernung a des Vereinigungspunktes vom Glase die Gleichung

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{1} - \frac{1}{10},$$

woraus

$$a = 1{,}111 \ldots$$

Für dieselbe Linse ergeben sich auf diese Weise folgende zusammengehörige Werthe der Entfernung b des Gegenstandes und der Entfernung a des Vereinigungspunktes von der Linse:

b	a
Unendlich	1
100′	1,01
10	1,11
5	1,25
3	1,50
2	2,00
1,5	3,00
1,25	5,00
1,00	Unendlich

Aufgaben. 1. Durch eine Linse von 1 Centimeter Brennweite soll auf einem 3 Meter entfernten Schirme das vergrößerte Bild eines kleinen Gegenstandes entworfen werden; wie weit muß der Gegenstand von der Linse abstehen?

2. Dieselbe Aufgabe zu lösen für eine Linse von 3^{mm} Brennweite.

3. Wie stark ist in den beiden oben besprochenen Fällen die Vergrößerung?

4. Durch eine Linse von 1 Fuß (preuß.) Brennweite soll das Bild eines 30 Fuß entfernten Gegenstandes entworfen werden; wie weit ist das Bild von der Linse entfernt? in welchem Verhältniß steht die Größe des Bildes zur Größe des Gegenstandes?

5. Dieselbe Aufgabe zu lösen für eine Linse von 2 Zoll Brennweite?

6. Eine Linse von 6 Zoll Brennweite soll das Bild eines 4 Fuß und eines 6 Fuß entfernten Gegenstandes entwerfen. Wie verhält sich in beiden Fällen die Größe des Bildes zur Größe des Gegenstandes?

Die Lösung dieser Aufgabe macht die Ursache der bei Daguerreotypportraits so häufig vorkommenden Verzerrungen verständlich.

7. Der Gegenstand ist 3 Meter, das Bild ist 0,8 Meter von der Linse entfernt, wie groß ist ihre Brennweite?

8. Der Gegenstand ist 1 Centimeter, das Bild ist 1,5 Meter von der Linse entfernt, wie groß ist die Brennweite?

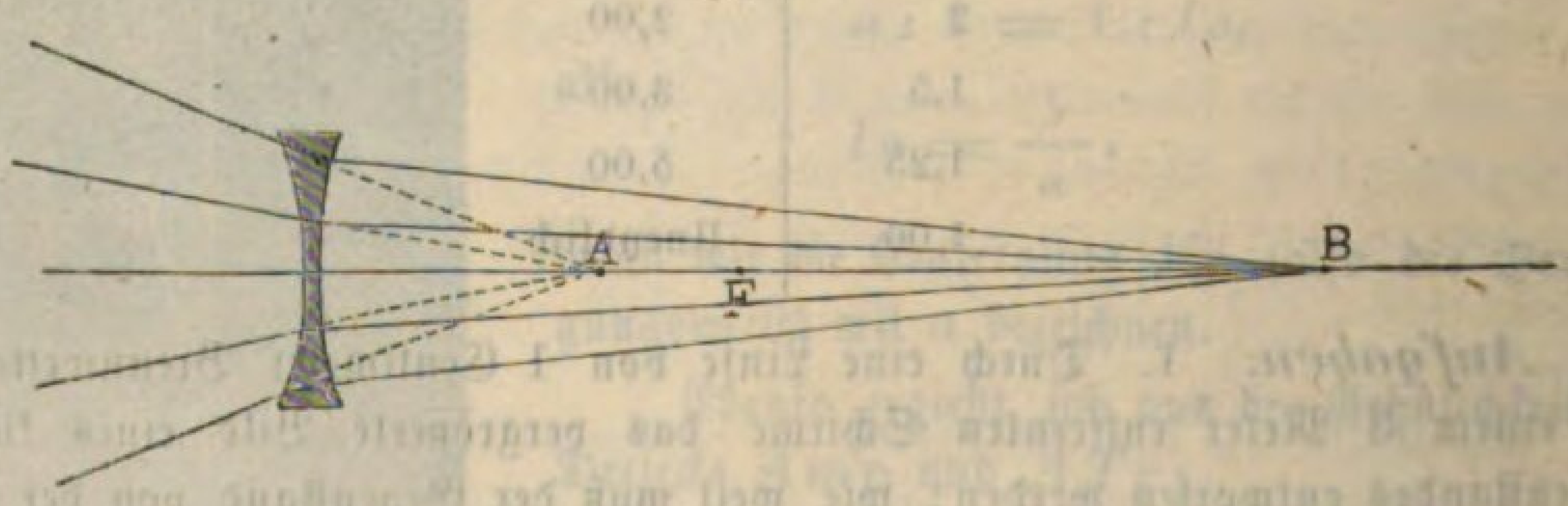
Wenn der Gegenstand der Linse näher liegt als der Brennpunkt, wenn also $b < f$, so wird der Werth von a in Gleichung (2) negativ, d. h. es liegt alsdann das **virtuelle** Bild mit dem Gegenstande auf derselben Seite der Linse.

9. Die Brennweite einer Linse, also f, sei 2″; ein leuchtender Gegenstand liege 1 Zoll von demselben entfernt, d. h. es sei $b = 1$; wie groß ist a, oder in Worten, wie weit liegt das virtuelle Bild von der Linse entfernt? Wie verhält sich die Größe des Bildes zur Größe des Gegenstandes?

10. Für eine Linse sei $f = 0{,}8$ Centimeter. Ein kleiner Gegenstand ist innerhalb der Brennweite so angebracht, daß sein virtuelles Bild 30 Centimeter von dem Glase absteht; wie weit ist der Gegenstand von der Linse entfernt? (Siehe Grundriß Fig. 293.)

§. 71. (Zu §. 131 d. Gr.) **Hohllinsen.** Die Gleichung (2) des vorigen Paragraphen kommt auch in Anwendung, wenn die Lage des Punktes A, Fig. 128, bestimmt werden soll, von welcher aus die Strahlen nach ihrem Durchgang durch eine **Hohllinse** divergiren, welche, von irgend einem Punkte B auf der Axe der Hohllinse ausgehend, auf dieselbe fallen, nur muß man f negativ setzen, weil man ja

Fig. 128.



nicht mit einem jenseits des Glases gelegenen Hauptbrennpunkte, sondern mit einem diesseits der Linse gelegenen Hauptzerstreuungspunkte zu thun hat. Es ergiebt sich demnach zur Bestimmung der Zerstreuungsweite a der Werth

$$\frac{1}{a} = -\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{b}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

a wird also immer negativ, d. h. der Zerstreuungspunkt liegt mit dem leuchtenden Punkte stets auf derselben Seite des Glases. Je kleiner b wird, desto kleiner wird auch a, je näher also der leuchtende Punkt der Hohllinse rückt, desto mehr nähert sich derselben auch der entsprechende Zerstreuungspunkt.

Aufgaben. 1. Es seien $f = 2{,}5$ Centimeter, $b = 6$ Centimeter; wie groß ist a?

2. Es seien $f = 5$ Zoll, $b = 20$ Zoll; wie groß ist a?

Bestimmung der Zerstreuungsweite von Hohllinsen. Da die Hohllinsen keine Sammelbilder geben, so kann man auch die Zerstreuungsweite derselben nicht nach der Methode ermitteln, welche zur Bestimmung der Brennweite von Sammellinsen angewendet wird. §. 72.

Wenn ein Bündel paralleler Strahlen auf eine Hohllinse fällt, so divergiren sie nach dem Durchgang durch die Linse; der Durchmesser des aus der Linse austretenden Strahlenkegels wird also um so größer werden, je weiter man sich von der Linse entfernt, und zwar wird, wie sich leicht übersehen läßt, der Durchmesser des Strahlenkegels doppelt so groß sein wie der Durchmesser der Linse an einer Stelle, welche ebenso weit von der Linse entfernt ist als der Hauptzerstreuungspunkt.

Um also die Zerstreuungsweite einer Hohllinse zu ermitteln, läßt man ein Bündel Sonnenstrahlen auf dieselbe fallen (am besten ein Bündel Sonnenstrahlen, welches durch den Spiegel eines Heliostaten in horizontaler Richtung ins dunkle Zimmer tritt) und bringt hinter der Linse einen Schirm von weißem Papier an. Auf diesem wird sich ein Lichtkreis bilden, welcher größer wird, wenn man den Schirm von der Linse entfernt. Man verschiebt nun den Schirm, bis der Durchmesser des Lichtkreises doppelt so groß ist als der Durchmesser der Linse. Der nun gemessene Abstand des Schirmes von der Linse ist gleich der gesuchten Zerstreuungsweite.

Zur Ausführung dieser Versuche ist die Fig. 247 des Grundrisses dargestellte optische Bank sehr geeignet.

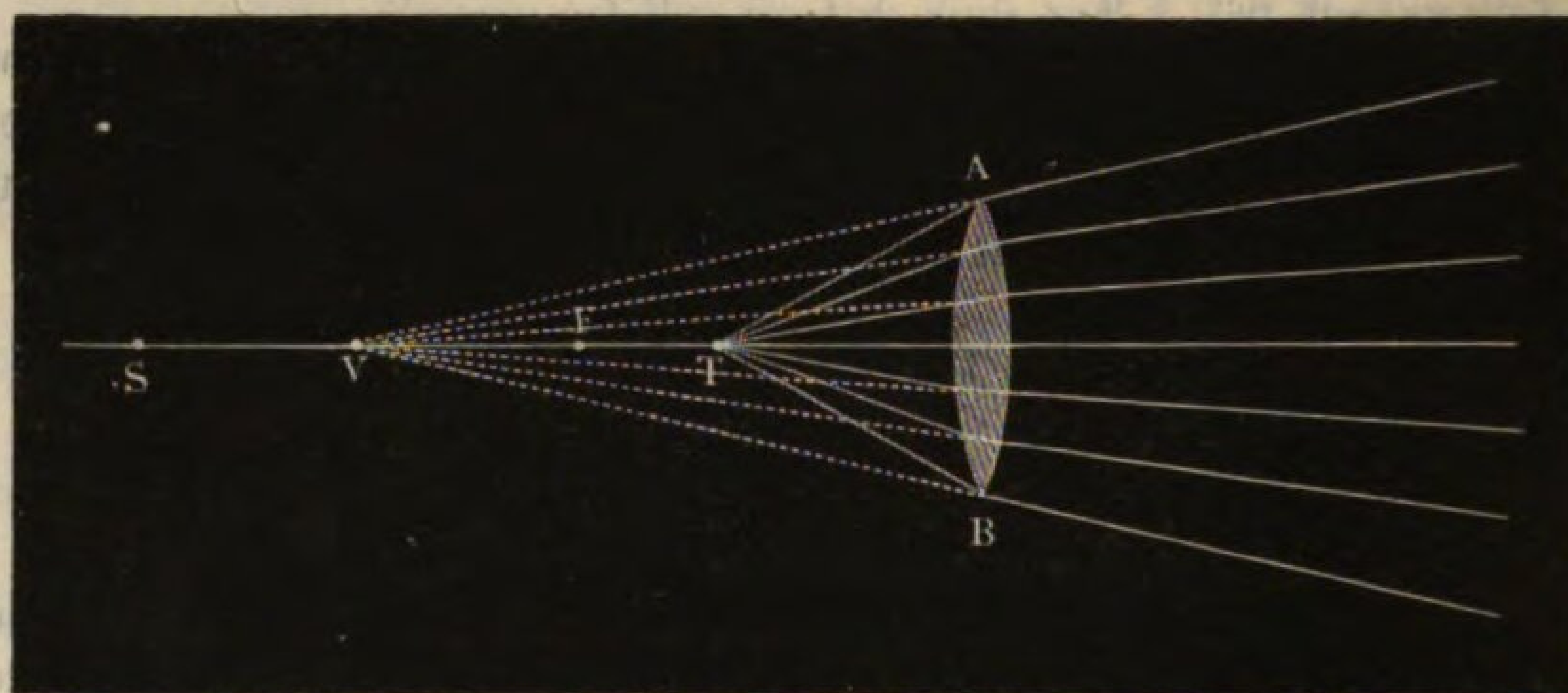
Wirkung der Linsen auf convergirende Strahlen. Zum richtigen Verständniß verschiedener optischer Instrumente ist es von Wichtigkeit, zu untersuchen, wie der Lauf eines convergirenden Strahlenbündels durch Linsen modificirt wird. §. 73.

Da ein Bündel paralleler Strahlen, welches mit der Axe parallel auf eine Convexlinse fällt, nach dem Hauptbrennpunkte gebrochen wird, so muß ein schon

convergirendes Strahlenbündel nach einem noch näher beim Glase liegenden Punkte hin gebrochen werden.

Ein nach V, Fig. 129, convergirendes Strahlenbündel wird offenbar durch die Linse in T vereinigt werden, da ein von T divergirendes nach dem Durchgange

Fig. 129.



durch die Linse so divergirt, als ob die Strahlen von V ausgegangen wären.

Die Lage des Vereinigungspunktes T läßt sich nach Gleichung (2) S. 153 berechnen, wenn man die Entfernung b des Punktes V von der Linse, nach welcher die Strahlen ursprünglich convergirten, mit negativem Zeichen in die Gleichung einführt.

Ist z. B. die Brennweite des Glases gleich 3 Zoll, die Entfernung des Punktes V von demselben 6 Zoll, so ergiebt sich demnach

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2},$$

der Vereinigungspunkt T liegt also in diesem Falle 2 Zoll weit von der Linse.

Wenn ein nach einem Punkte convergirendes Strahlenbündel durch eine Hohllinse aufgefangen wird, deren Mitte um die Länge b von jenem Convergenzpunkte absteht, so erhält man die Entfernung a des Punktes, von welchem das Strahlenbündel nach seinem Durchgange durch die Linse divergirt, wenn man b mit negativem Zeichen in die Gleichung (3) Seite 155 einführt. So lange b größer ist als f, so lange also die Strahlen nach einem Punkte t, Fig. 130, convergiren, welcher um mehr als die Zerstreuungsweite von dem

Fig. 130.



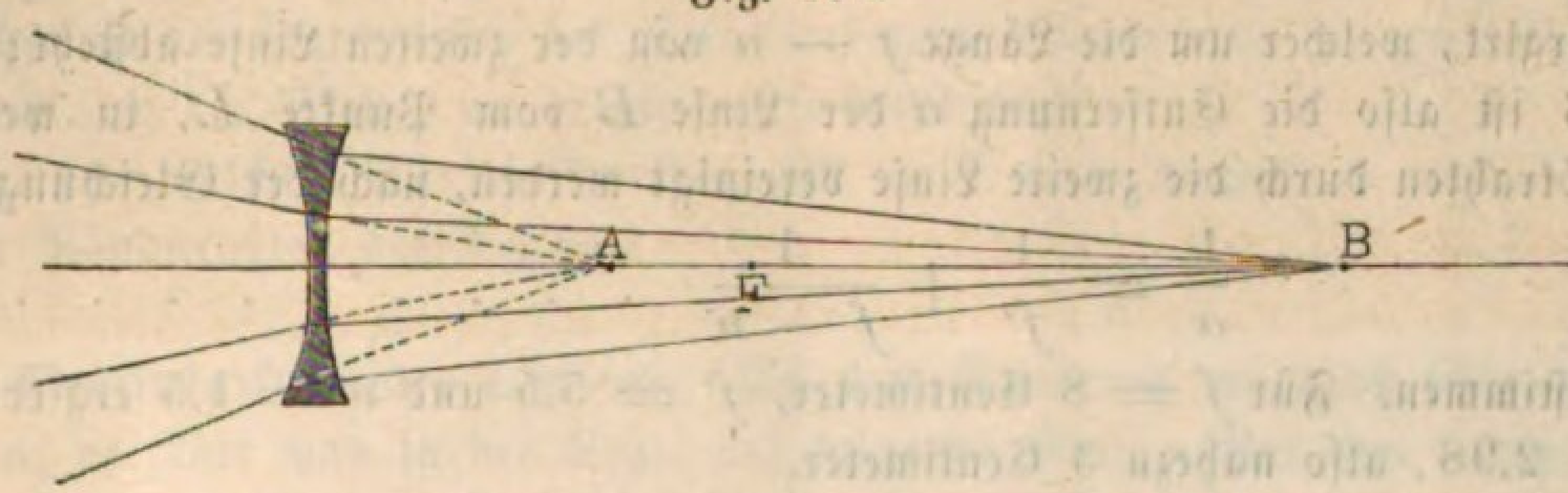
Glase absteht, erhält man für a einen negativen Werth, der größer ist als f, nach dem Durchgange durch die Linse divergiren also die Strahlen so, als ob

sie von einem Punkte vor dem Glase kämen, der um mehr als die Zerstreuungsweite von demselben absteht.

Ist $b = f$, so wird $a = \infty$, die austretenden Strahlen sind also alsdann der Axe parallel, und wenn $b < f$, wenn also das Strahlenbündel nach einem Punkte convergirt, welcher innerhalb der Zerstreuungsweite liegt, so wird a positiv, das Strahlenbündel wird also nicht mehr divergent austreten, sondern auch nach dem Durchgange durch die Linse noch convergiren, wenn auch weniger als vorher.

Ein nach dem Punkte A, Fig. 131 (welcher der Hohllinse näher liegt als der Hauptzerstreuungspunkt F) convergirendes Strahlenbündel wird z. B. nach dem Durchgange durch die Linse nach B convergiren.

Fig. 131.



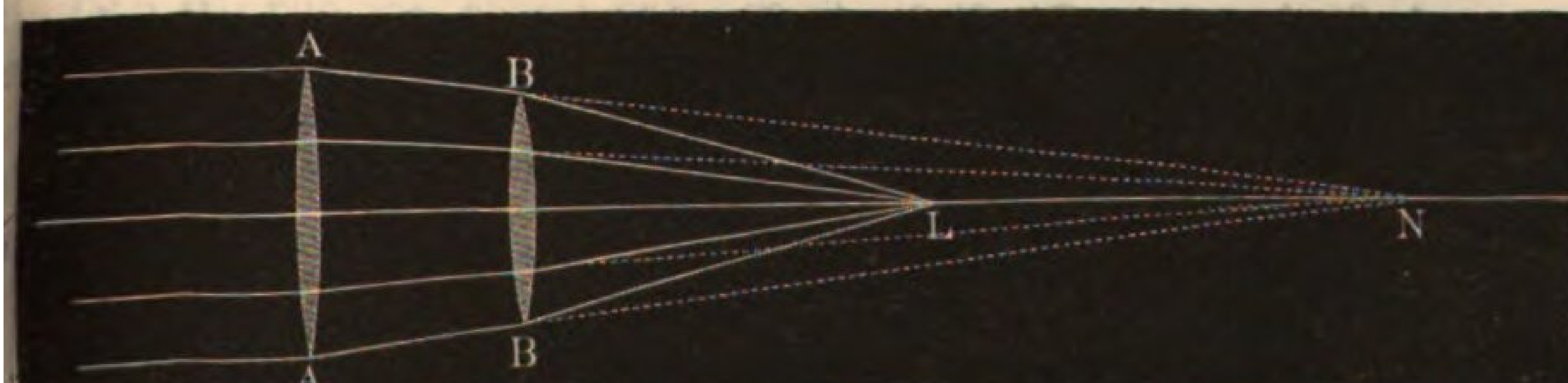
Aufgaben. 1. Für eine Sammellinse von 3,5 Centimeter Brennweite liege der Convergenzpunkt 100, 50, 20, 7, 2 Centimeter von der Linse (von dem Mittelpunkt der Linse) entfernt; wo liegt der Vereinigungspunkt?

2. Die Zerstreuungsweite einer Hohllinse sei 6 Centimeter; wenn nun ein Strahlenkegel die Linse trifft, welcher nach einem auf der Axe liegenden Punkte convergirt, dessen Abstand b von der Linse 60, 25, 8, 6, 5 oder 3 Centimeter beträgt, wie groß ist a?

(So weit es die Größe des Papiers zuläßt, sind die Auflösungen auch durch Zeichnung zu erläutern.)

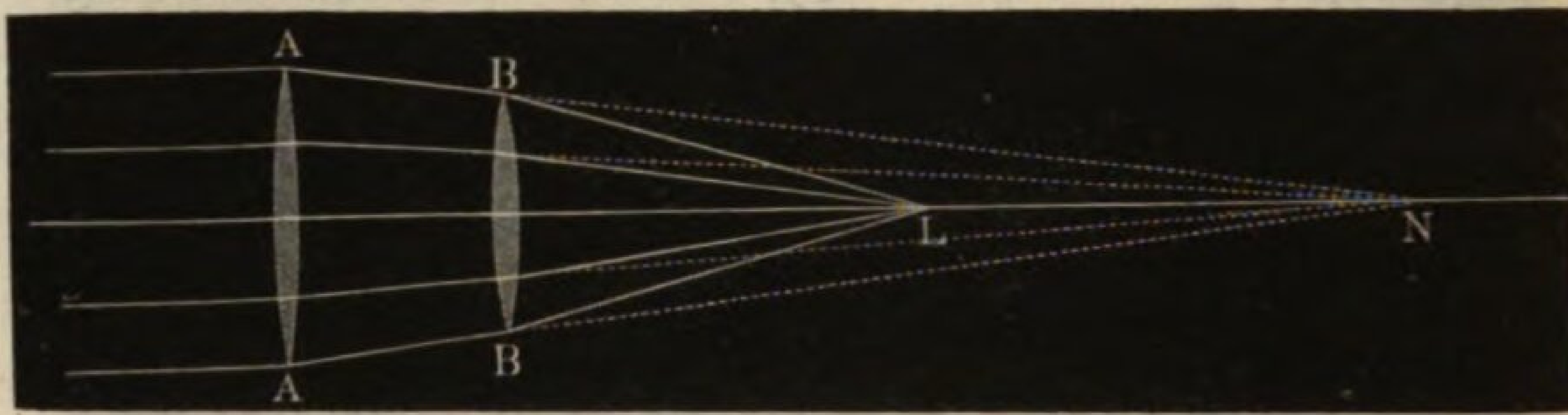
Combinirte Linsen. Nach den gegebenen Formeln kann man auch die Lage des Vereinigungspunktes berechnen, wenn statt einer Linse eine Combination von mehreren in Anwendung kommt, welche eine gemeinschaftliche Axe haben, wie durch folgendes Beispiel klar werden wird. Es sei f die Brennweite der Linse A, Fig. 132, f' die in der Linse B und n die Entfer- §. 74.

Fig. 132.



nung derselben, so ist klar, daß ein mit der Axe paralleles Strahlenbündel nach seinem Durchgange durch die Linse A nach dem Brennpunkte N derselben

Fig. 132.



convergirt, welcher um die Länge $f - n$ von der zweiten Linse absteht; nach §. 73 ist also die Entfernung a der Linse B vom Punkte L, in welchem die Strahlen durch die zweite Linse vereinigt werden, nach der Gleichung

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f - n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

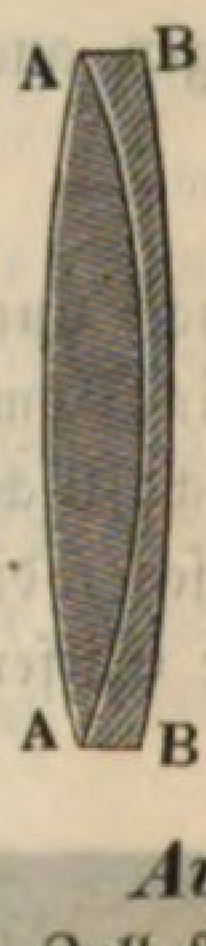
zu bestimmen. Für $f = 8$ Centimeter, $f' = 5{,}5$ und $n = 1{,}5$ ergiebt sich $a = 2{,}98$, also nahezu 3 Centimeter.

Wenn beide Linsen nahe auf einander liegen, wenn also $n = o$, so ergiebt sich

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Sind die Brennweiten f und f' gleich, so ist also, wenn die Linsen unmittelbar auf einander liegen und man von ihrer Dicke abstrahiren kann, die Brennweite der Combination halb so groß, als die Brennweite jeder einzelnen Linse.

Fig. 133.



Wenn die zweite Linse eine Hohllinse von der Zerstreuungsweite f' ist, so geht die Gleichung (1) über in

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f - n} - \frac{1}{f'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

und wenn beide Linsen unmittelbar auf einander liegen, wie bei Fig. 133, wenn also $n = o$, so geht sie über in

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

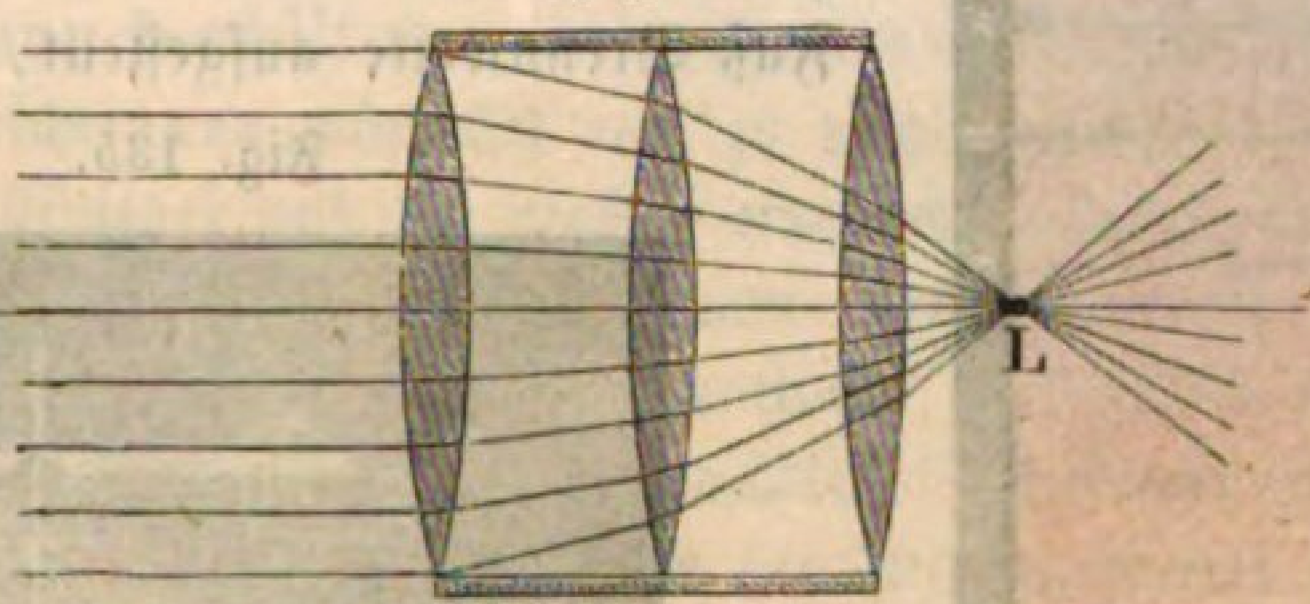
Aufgaben. 1. Die Linse A, Fig. 132 habe 6, die Linse B habe 4 Zoll Brennweite. Wie weit liegt der Punkt a von der Linse B entfernt, wenn der Abstand der beiden Linsen 3 Zoll beträgt?

Wie weit, wenn der Abstand der beiden Linsen 5 Zoll ist?

2. In einer Röhre, Fig. 134, sind drei Linsen, deren jede 5 Centimeter Brennweite hat, so gefaßt, daß jede von der folgenden um 1 Centimeter entfernt ist. Der Durchmesser jeder Linse sei 2,4 Centimeter. Wo liegt der

Vereinigungspunkt L für ein parallel mit der Axe auf die erste Linse fallendes Strahlenbündel? Welches ist der Durchmesser des aus der ersten Linse

Fig. 134.



austretenden Strahlenkegels an der Stelle, wo er die zweite Linse trifft? Welches ist der Durchmesser des Strahlenkegels, welcher aus der zweiten Linse austritt, an der Stelle, wo er die dritte Linse trifft?

Unter welchem Winkel schneiden sich in L zwei diametral gegenüberstehende Randstrahlen des Kegels?

Fraunhofer'sche Linien. Um das Spectrum möglichst schön zu erhalten, verfährt man in der Regel auf folgende Weise: Vor dem Laden, welcher das Fenster des dunklen Zimmers verschließt, in dem man experimentiren will, ist ein Spiegel angebracht, welcher so gerichtet werden kann, daß er die Sonnenstrahlen in horizontaler Richtung durch eine Oeffnung des Ladens ins Zimmer wirft. Als Oeffnung dient eine verticale Spalte von ungefähr $\frac{1}{2}$ bis 1 Zoll Höhe und 1 bis 2 Millimeter Breite. Das durch diesen Spalt eingedrungene Lichtbündel wird in einer Entfernung von 4 bis 6 Schritten durch ein Prisma von Flintglas oder Schwefelkohlenstoff aufgefangen und in dem Wege des durch das Prisma abgelenkten Strahlenbündels in geeigneter Entfernung ein Schirm von weißem Papier aufgestellt. §. 75.

Das auf diese Weise erzeugte Spectrum zeigt jedoch die einzelnen Farben noch keineswegs vollkommen rein, denn die Sonne hat einen namhaften Durchmesser, und jeder Verticalstreifen im Spiegelbilde der Sonne erzeugt sein eigenes Spectrum, und alle die den verschiedenen Partien der Sonne entsprechenden Farbenspectra fallen in unserem Farbenbilde theilweise übereinander.

Ein ganz reines Spectrum kann man dadurch erhalten, daß man unmittelbar vor das Prisma einen zweiten, mit dem ersten parallelen Spalt setzt, wie dies Fig. 135 (a. f. S.) angedeutet ist.

In einem so erzeugten Spectrum erscheint nun eine Reihe von schwarzen Streifen, welche zur Längenrichtung des Spectrums rechtwinklig sind, wie man Fig. 137 sieht. Stellt man den Versuch auf die beschriebene Weise an, so erhält man immer nur ein lichtschwaches Spectrum, auf welchem die Streifen keineswegs scharf hervortreten.

Um das Spectrum auf dem Schirme lichtstärker und die Streifen schärfer zu erhalten, kann man verfahren wie Fig. 136 angedeutet ist. Der Schirm

Fig. 137.



mit dem zweiten Spalte, der in Fig. 135 vor dem Prisma stand, wird entfernt und dicht hinter dem Prisma eine Linse von 3 bis 10 Fuß Brennweite aufgestellt, welche das von

Fig. 135.

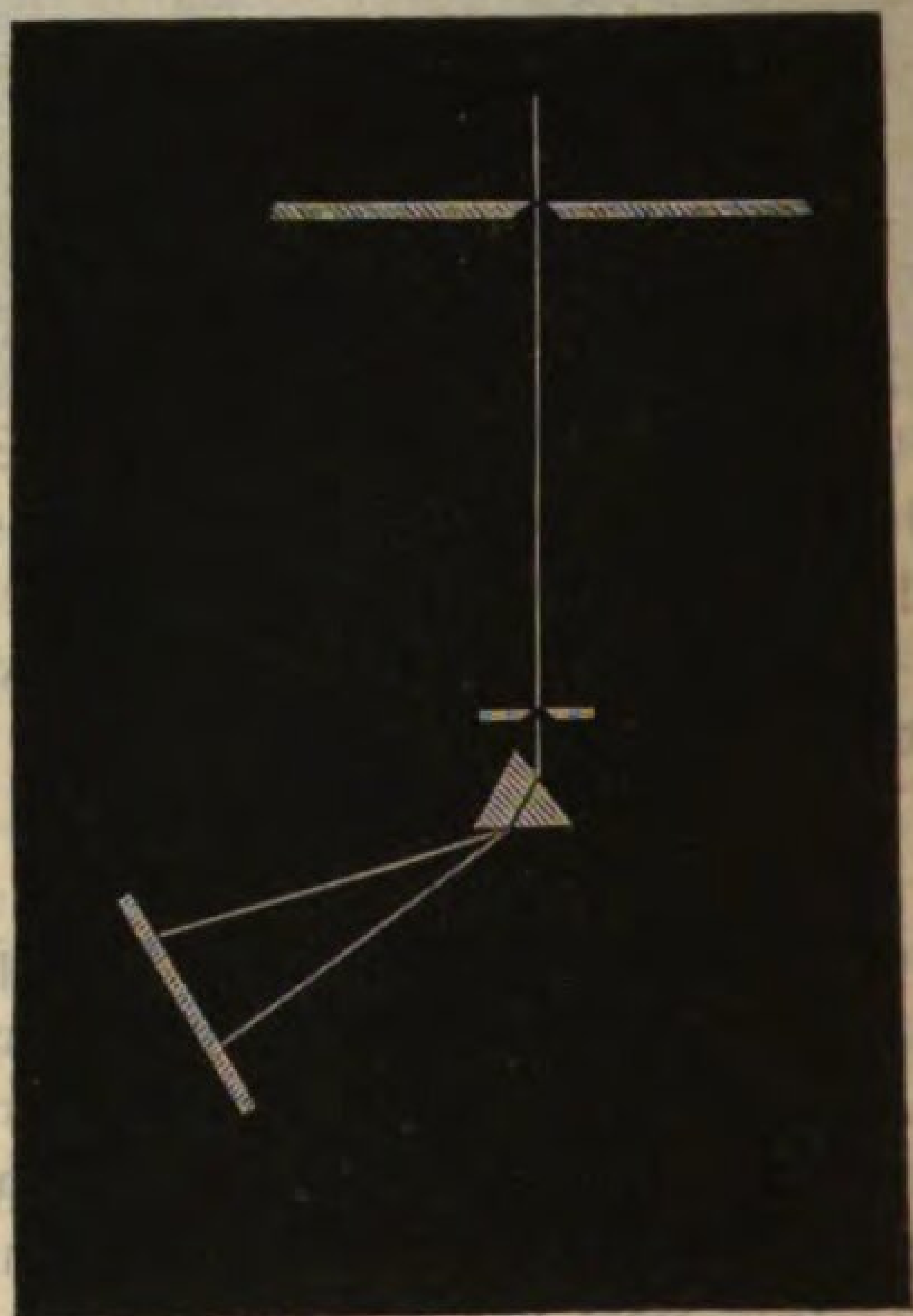
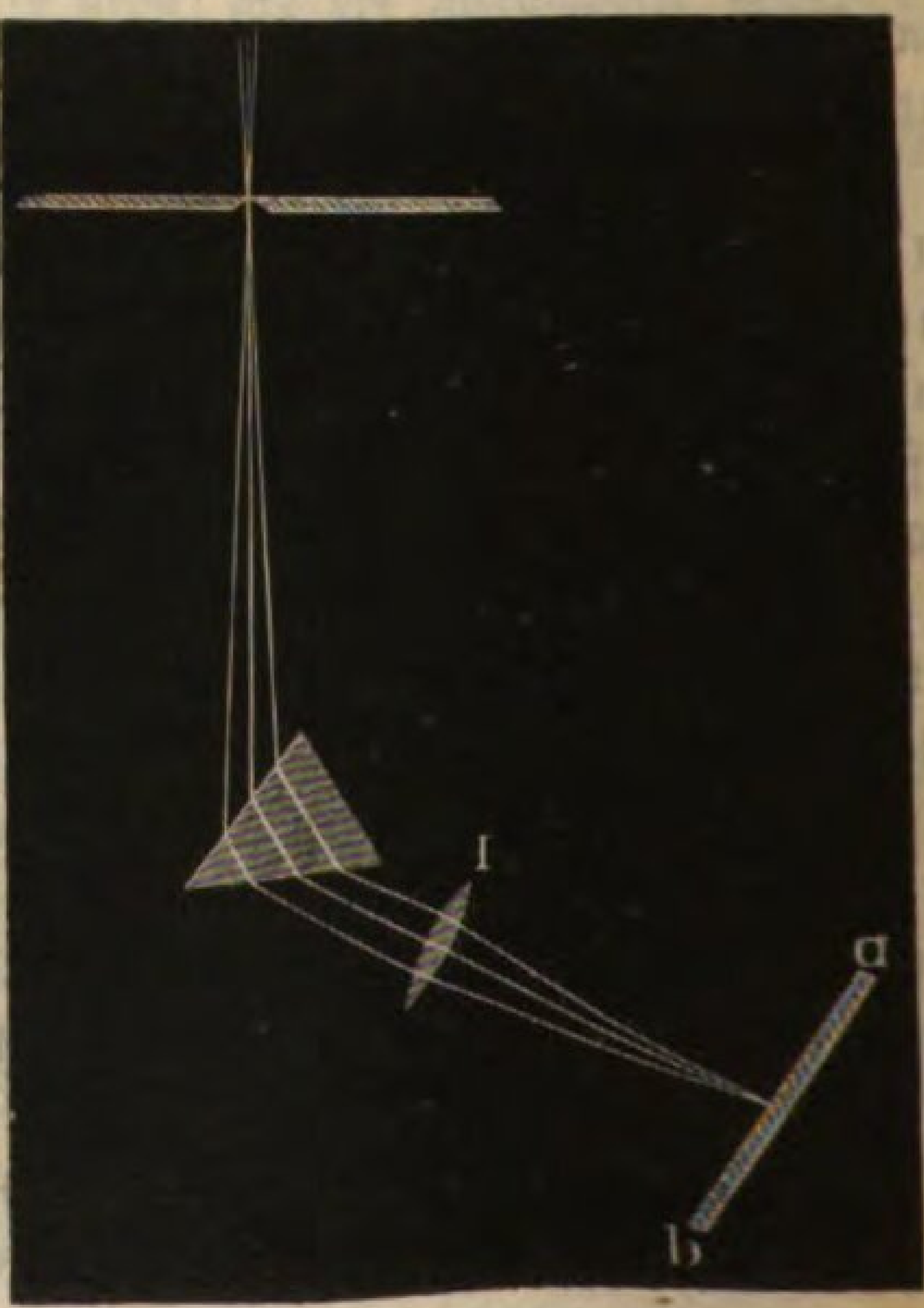


Fig. 136.



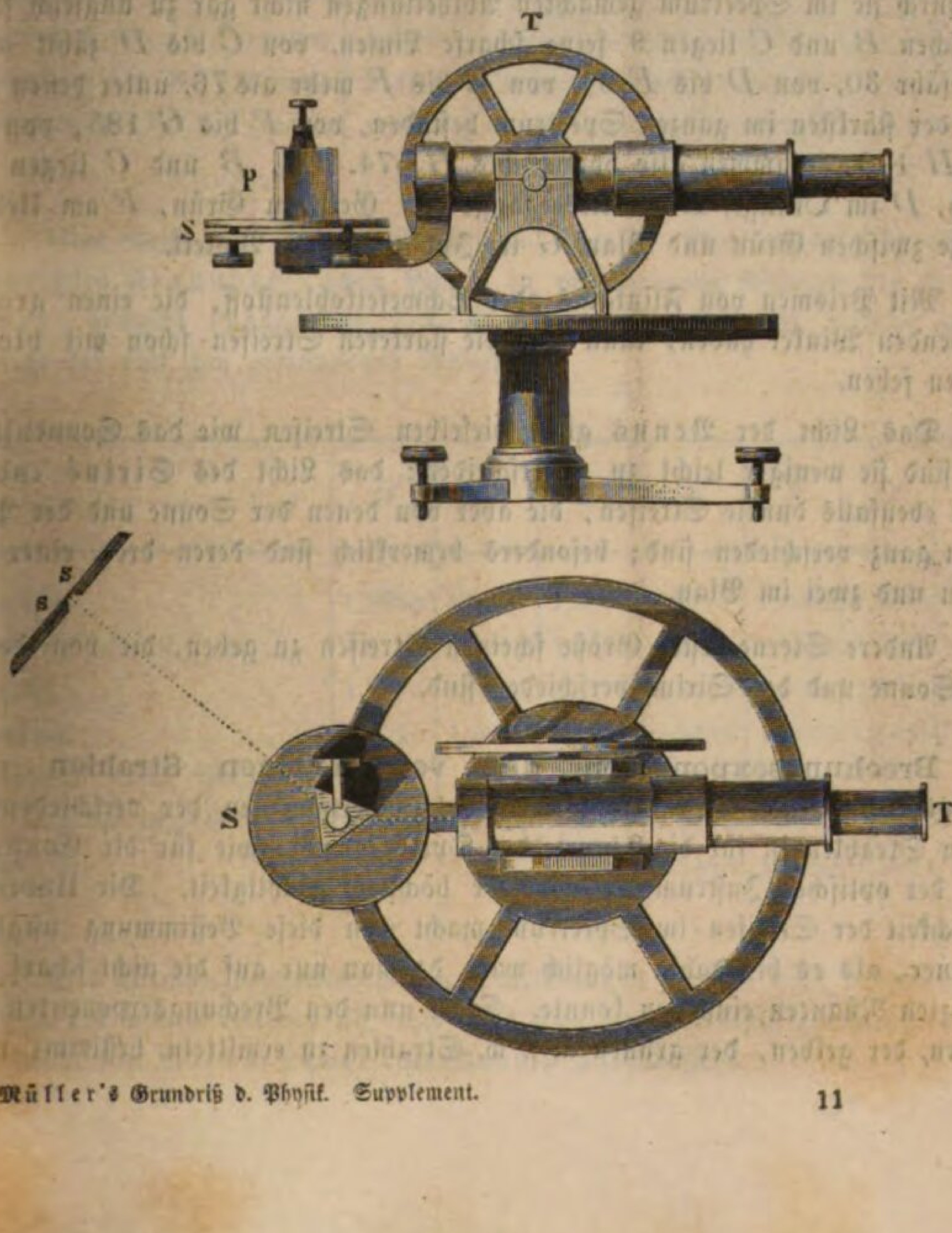
dem Prisma divergirende Strahlenbündel auffängt. Stellt man nun den Schirm ab in solcher Entfernung von der Linse auf, daß ein scharfes Bild des Spaltes entstehen würde, wenn nur vollkommen homogenes Licht durch denselben eindränge, so erhält man ein brillantes Spectrum mit scharfen Linien.

Um die Erscheinung möglichst rein zu zeigen, müßte der Spiegel vor dem Laden ein Metallspiegel und die Linse l eine achromatische Linse sein.

Die dunklen Streifen im Spectrum wurden zuerst von Wollaston beobachtet und in den Philos. Transactions von 1802 beschrieben, später aber von Fraunhofer, dem jene Beobachtung unbekannt geblieben war, genauer untersucht; nach Letzterem werden die dunklen Linien im Spectrum gewöhnlich die Fraunhofer'schen Linien genannt.

Fraunhofer beobachtete die dunklen Linien auf folgende Weise: In möglichster Entfernung von der Spalte wurde ein Theodolith aufgestellt und das Fernrohr soweit ausgezogen, daß man den Spalt deutlich durch dasselbe sehen konnte. Nun wurde vor dem Fernrohre ein Prisma angebracht, wie Fig. 138 zeigt, und das Ganze in eine solche Stellung gebracht, daß ein

Fig. 138.



Theil des aus dem Prisma austretenden Strahlenbündels auf das Objectiv des Fernrohrs fiel; man sieht nun durch dasselbe einen Theil des Farbenspectrums mit einer Menge von Verticalstreifen durchschnitten. Man muß, um zu einem anderen Theile des Spectrums überzugehen, das Fernrohr etwas um die verticale Axe des Theodolithen drehen.

Wie bemerkt, übersieht man bei dieser Beobachtungsweise freilich nicht das ganze Spectrum, die dunklen Linien erscheinen aber in bedeutend größerer Zahl und bei Weitem deutlicher, als man sie bei der objectiven Darstellung auf dem Papierschirme beobachtet.

Die dunklen Linien sind unregelmäßig über das ganze Spectrum verbreitet. Einige dieser Streifen sind sehr fein und erscheinen als isolirte, kaum sichtbare schwarze Linien, andere hingegen liegen einander sehr nahe und gleichen eher einem Schatten als getrennten Linien; endlich giebt es einige, welche bei etwas bedeutenderer Ausdehnung sehr scharf und bestimmt erscheinen. Um mitten in dieser Verwirrung einige feste Punkte zu haben, hat Fraunhofer acht Streifen ausgewählt, die er mit *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* und *H* bezeichnete, welche den doppelten Vortheil bieten, daß sie leicht zu erkennen und daß die durch sie im Spectrum gemachten Abtheilungen nicht gar zu ungleich sind. Zwischen *B* und *C* liegen 9 feine scharfe Linien, von *C* bis *D* zählt man ungefähr 30, von *D* bis *E* 84, von *E* bis *F* mehr als 76, unter denen sich drei der stärksten im ganzen Spectrum befinden, von *F* bis *G* 185, von *G* bis *H* 190, zusammen also von *B* bis *H* 574. *A*, *B* und *C* liegen im Roth, *D* im Orange, *E* am Uebergange von Gelb in Grün, *F* am Uebergange zwischen Grün und Blau, *G* im Indigo, *H* im Violett.

Mit Prismen von Flintglas oder Schwefelkohlenstoff, die einen großen brechenden Winkel haben, kann man die stärkeren Streifen schon mit bloßen Augen sehen.

Das Licht der Venus giebt dieselben Streifen wie das Sonnenlicht, nur sind sie weniger leicht zu unterscheiden; das Licht des Sirius endlich giebt ebenfalls dunkle Streifen, die aber von denen der Sonne und der Planeten ganz verschieden sind; besonders bemerklich sind deren drei, einer im Grün und zwei im Blau.

Andere Sterne erster Größe scheinen Streifen zu geben, die von denen der Sonne und des Sirius verschieden sind.

§. 76. **Brechungsexponenten der verschiedenen Strahlen des Spectrums.** Die Bestimmung des Brechungsexponenten der verschiedenfarbigen Strahlen ist für die Theorie der Optik sowohl, wie für die Construction der optischen Instrumente von der höchsten Wichtigkeit. Die Unveränderlichkeit der Streifen im Spectrum macht nun diese Bestimmung ungleich genauer, als es bis dahin möglich war, da man nur auf die nicht scharf begränzten Nüancen einstellen konnte. Statt nun den Brechungsexponenten der rothen, der gelben, der grünen u. s. w. Strahlen zu ermitteln, bestimmt man

jetzt die Brechungsexponenten der mit *B, C, D, E, F, G* und *H* bezeichneten Streifen nach den oben erläuterten Methoden.

Die folgende Tabelle enthält die Resultate einiger sehr genauen Versuche von Fraunhofer.

Brechende Substanzen.	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
Flintglas Nr. 13 .	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062
Crownglas Nr. 9 .	1,525832	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566
Wasser	1,330935	1,331712	1,333577	1,335851	1,337818	1,341293	1,344177
Kali	1,399629	1,400515	1,402805	1,405632	1,408082	1,412579	1,416368
Terpentinöl . . .	1,470496	1,471530	1,474434	1,478353	1,481736	1,488198	1,493874
Flintglas Nr. 3 .	1,602042	1,603800	1,608494	1,614532	1,620042	1,630772	1,640373
Flintglas Nr. 30 .	1,623570	1,625477	1,630585	1,637356	1,643466	1,655406	1,666072
Crownglas Nr. 13	1,524312	1,525299	1,527982	1,531372	1,534337	1,539908	1,544684
Crownglas Lit. M.	1,554774	1,555933	1,559075	1,563150	1,566741	1,573535	1,579470
Flintglas Nr. 23 .	1,626596	1,628469	1,633667	1,640945	1,646756	1,658848	1,669686

Eine Reihe sehr genauer Messungen über die Brechungsverhältnisse der wichtigsten Fraunhofer'schen Linien in verschiedenen Körpern hat Baden-Powel gemacht (Pogg. Ann. LXIX, 110). Die folgende Tabelle enthält einige der von ihm gewonnenen Resultate.

	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
Cassiaöl	1,5945	1,5979	1,6073	1,6207	1,6358	1,6671	1,7025
Schwefelkohlenstoff . . .	1,6182	1 6219	1,6308	1,6439	1,6555	1,6799	1,7020
Anisöl	1,5486	1,5508	1,5572	1,5659	1,5743	1,5912	1,6084
Kreosot	1,5320	1,5335	1,5383	1,5452	1,5515	1,5639	1,5744
Alkohol, specif. Gewicht 0,815 bei 18,6° C. . .	1,3628	1,3633	1,3654	1,3675	1,3696	1,3733	1,3761
Steinsalz	1,5403	1,5415	1,5448	1,5498	1,5541	1,5622	1,5691

Die Brechungsexponenten von Salzlösungen weichen nicht bedeutend von denen des reinen Wassers ab, wie man aus der folgenden, ebenfalls den Resultaten von Baden-Powel entnommenen Tabelle sieht.

	B	C	D	E	F	G	H
Wasser	1,3310	1,3320	1,3336	1,3357	1,3380	1,3412	1,3448
Lösung von Salmiak . .	1,3499	1,3508	1,3529	1,3552	1,3575	1,3617	1,3650
» » Salpeter . .	1,3457	1,3468	1,3487	1,3510	1,3533	1,3586	1,3608
» » Bittersalz .	1,3434	1,3442	1,3462	1,3486	1,3504	1,3540	1,3570
» » Glaubersalz .	1,3392	1,3398	1,3419	1,3442	1,3462	1,3499	1,3528
» » salpetersaurem Bleioxyd .	1,3455	1,3461	1,3482	1,3506	1,3528	1,3568	1,3600

Die obigen Brechungsexponenten von Wasser gelten für eine Temperatur von 18,75° C. Die übrigen Brechungsexponenten dieser Tabelle beziehen sich auf (wahrscheinlich gesättigte) Lösungen bei einer Temperatur von 22° C.

Mit steigender Temperatur nimmt die Dichtigkeit und der Brechungsexponent der verschiedenen Substanzen ab. So ist z. B. für Cassiaöl

	B	F	H
bei 10° C.	1,5963	1,6389	1,7093
bei 22,5° C	1,5895	1,6314	1,6985

§. 77. **Verhältniss der Dispersion in verschiedenen Mitteln.** Wenn man mit Aufmerksamkeit die Spectra untersucht, welche durch Prismen verschiedener Substanzen erzeugt werden, so sieht man bald, daß die Farben, obgleich in derselben Ordnung auf einander folgend, doch nicht proportionale Längen einnehmen. Ein Flintglasprisma z. B. giebt verhältnißmäßig weniger Roth und mehr Violett, als ein Prisma von Crownglas.

Die Trennung der verschiedenfarbigen Strahlen durch die Brechung wird mit dem Namen der Dispersion, der Zerstreuung des Lichtes, bezeichnet; ein Stoff ist um so mehr zerstreuend, je größer die Differenz zwischen dem Brechungsexponenten der rothen und der violetten Strahlen ist. So ist z. B. nach der vorhergehenden Tabelle Folgendes die Differenz zwischen den Brechungsexponenten der Streifen B und H:

Flintglas Nr. 13	0,043313
Crownglas Nr. 9	0,020734
Wasser	0,013242
Kali	0,016739
Terpentinöl	0,023378
Flintglas Nr. 3	0,038331
Flintglas Nr. 30	0,042502
Crownglas Nr. 13	0,020372
Crownglas Lit. M.	0,024696
Flintglas Nr. 23	0,043090

Das Wasser besitzt also unter allen diesen Substanzen die schwächste Dispersion, das Flintglas die größte. Man kann dies dem Auge leicht sichtbar machen, wenn man ein Prisma von Wasser und eins von Flintglas so aufstellt, daß die rothen Strahlen durch beide gleiche Ablenkung erleiden; das Spectrum des Flintglases wird alsdann noch bedeutend länger sein als das des Wasserprismas.

Die folgende Tabelle enthält noch die Differenzen der Brechungsexponenten der rothen und violetten Strahlen für einige andere interessante Substanzen:

Alkohol	0,011
Aether	0,012
Anisöl	0,044
Tolubalsam	0,065
Peruvianischer Balsam	0,058
Cassiaöl	0,089
Diamant	0,056
Olivenöl	0,018
Phosphor	0,156
Realgar, geschmolzen	0,394
Steinsalz	0,029
Schwefelkohlenstoff	0,031

Diese Resultate sind nach Brewster's Messungen von Young berechnet.

Eine für Vorlesungsversuche sehr geeignete Flüssigkeit von stark zerstreuender Kraft ist auch das Benzol; sein Brechungsexponent ist ungefähr 1,48 für die äußersten rothen und 1,52 für die äußersten violetten Strahlen.

Wenn man die totale Dispersion, d. h. den Unterschied zwischen den Brechungsexponenten der äußersten Strahlen oder der Streifen B und H, für irgend eine Substanz kennt, so sind damit die übrigen Verhältnisse des Spectrums noch nicht gegeben; um diese zu kennen, muß man noch wissen, welches der Unterschied zwischen den Brechungsexponenten der Streifen B und C, C und D u. s. w. ist. So sind z. B. die Unterschiede zwischen dem Bre-

chungsexponenten von B und C für Flintglas 0,001932, für Crownglas 0,001017, für Wasser 0,000777.

Wenn man die partielle oder totale Dispersion einer Substanz durch die entsprechende Dispersion einer anderen Substanz dividirt, so erhält man das Verhältniß der Dispersion für diese beiden Substanzen. Auf diese Weise ist aus der Tabelle Seite 163 die folgende berechnet.

Tabelle des Verhältnisses der partiellen Dispersion für mehrere Substanzen.

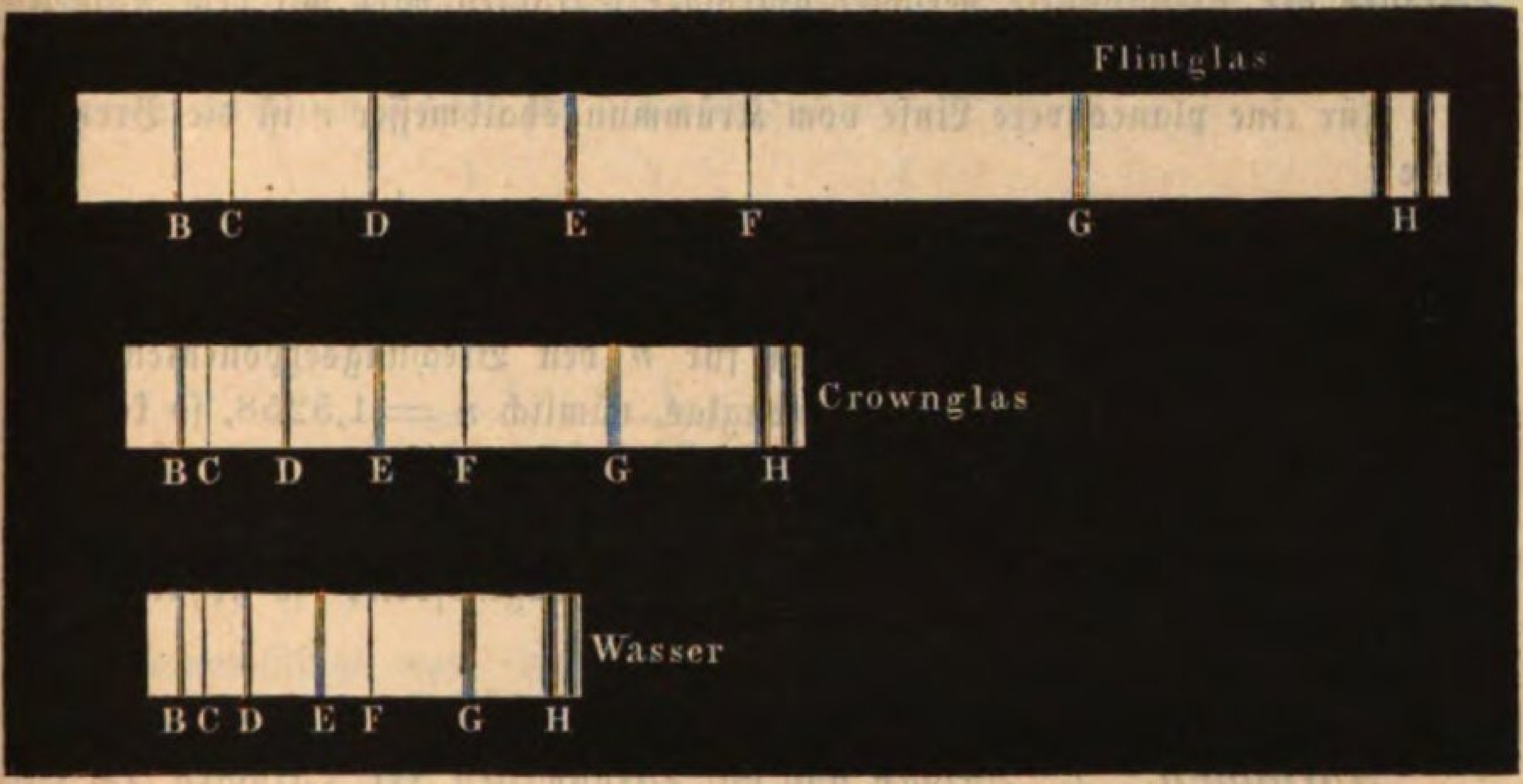
Brechende Substanzen.	$\frac{C-B}{C'-B'}$	$\frac{D-C}{D'-C'}$	$\frac{E-D}{E'-D'}$	$\frac{F-E}{F'-E'}$	$\frac{G-F}{G'-F'}$	$\frac{H-G}{H'-G'}$
Flintglas Nr. 13 und Wasser . . .	2,562	2,871	3,073	3,193	3,640	3,726
Flintglas Nr. 13 und Crownglas Nr 9	1,900	1,956	2,044	2,047	2,145	2,195
Crownglas Nr. 9 und Wasser . . .	1,349	1,468	1,503	1,560	1,613	1,697
Terpentinöl und Wasser	1,371	1,557	1,723	1,732	1,860	1,963
Flintglas Nr. 13 und Terpentinöl .	1,868	1,844	1,883	1,843	1,861	1,899
Flintglas Nr. 13 und Kali	2,181	2,388	2,472	2,545	2,674	3,844
Kali und Wasser	1,175	1,228	1,243	1,254	1,294	1,310
Terpentinöl und Kali	1,167	1,268	1,386	1,381	1,437	1,498
Flintglas Nr. 3 und Crownglas Nr. 9 .	1,729	1,714	1,767	1,808	1,914	1,957
Crownglas Nr. 13 und Wasser . . .	1,309	1,436	1,492	1,518	1,604	1,651
Crownglas Lit. M und Wasser . . .	1,537	1,682	1,794	1,839	1,956	2,052
Crownglas Lit. M u. Crownglas Nr. 13	1,174	1,171	1,202	1,211	1,220	1,243
Flintglas Nr 13 u. Crownglas Lit. M	1,667	1,704	1,715	1,737	1,770	1,816
Flintglas Nr. 3 und Crownglas Lit. M	1,517	1,494	1,482	1,534	1,579	1,618
Flintglas Nr. 30 u. Crownglas Nr. 13	1,932	1,904	1,997	2,061	2,143	2,233
Flintglas Nr. 23 u. Crownglas Nr. 13	1,904	1,940	2,022	2,107	2,168	2,268

Aus dieser Tabelle ersieht man, daß nicht allein die zerstreuenden Kräfte verschiedener Körper sehr ungleich sind, sondern auch, daß die entsprechenden partiellen Dispersionen verschiedener Substanzen nicht für alle Theile des Spectrums in gleichem Verhältniß stehen. So ist z. B. die Differenz der Brechungsexponenten von B und C im Flintglas 2,562mal, die Differenz der Brechungsexponenten von G und H aber 3,726mal so groß als die entsprechende Differenz für Wasser.

Um von der Verschiedenheit der zerstreuenden Kräfte eine recht klare Vorstellung zu erhalten, müssen wir die Spectra verschiedener Substanzen mit einander vergleichen. In Fig. 139 mag der unterste Streifen das Spectrum eines Wasserprismas vorstellen. Um die Vertheilung der Farben in diesem

Spectrum anzudeuten, ist die Lage der Fraunhofer'schen Hauptlinien angegeben, von F bis B ist hier so weit, als von F bis H. Ein Prisma aus

Fig. 139.



Crownglas verfertigt, würde nun bei gleicher Ablenkung der Linie B ein breiteres, durch den mittleren Streifen der Figur 139 dargestelltes Spectrum geben; aber nicht alle einzelnen Abtheilungen dieses Spectrums stehen in gleichem Verhältnisse zu den entsprechenden Abtheilungen des Wasserspectrums. Während beim Wasserspectrum $FB = FH$, ist beim Crownglasprisma FB etwas kleiner als FH; bei dem Crownglasprisma ist also das rothe und gelbe Ende des Spectrums im Vergleich gegen das blaue und violette weniger ausgebreitet als beim Wasserprisma. In der That ist die Entfernung von C bis D, also ungefähr die Breite des Orange, beim Glasprisma 1,349mal so groß als beim Wasserprisma, während die Entfernung von G bis H für Glas 1,697mal so groß ist als für Wasser.

Noch auffallender sind die Unterschiede zwischen dem Spectrum eines Wasser- und Flintglasprismas bei gleicher Ablenkung der Linie B. In unserer Figur stellt der oberste Streifen das Spectrum des Flintglasprismas dar; man sieht, daß es bedeutend länger ist als das Spectrum des Wasserprismas, daß aber auch hier, wie bei Crownglas, die Entfernung von F bis zum rothen Ende im Vergleiche zu der Entfernung von F bis zum violetten Ende kleiner ist als beim Wasser. Die Entfernung BC ist für Flintglas 2,562mal, GH aber 3,726mal so groß als die entsprechende Entfernung für das Wasserprisma.

Die zerstreuende Kraft einer Substanz ist der Quotient, welchen man erhält, wenn man seine Dispersion durch den um 1 verminderten Brechungsexponenten der mittleren Strahlen dividirt. Man nimmt für den mittleren Brechungsexponenten gewöhnlich den des Streifens E.

§. 78. **Chromatische Aberration.** Die ungleiche Brechbarkeit verschiedenfarbiger Strahlen hat zur Folge, daß dieselbe Linse verschiedene Brennweiten hat für rothe, gelbe, grüne, blaue und violette Strahlen. Dieses Auseinanderfallen der Brennpunkte verschiedenfarbiger Strahlen wird mit dem Namen der chromatischen Aberration bezeichnet.

Für eine planconvexe Linse vom Krümmungshalbmesser r ist die Brennweite

$$F = \frac{r}{n-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

(Nach §. 69). Setzt man nun für n den Brechungsexponenten der Fraunhofer'schen Linie B für Crownglas, nämlich $n = 1{,}5258$, so kommt

$$F_b = 1{,}9018\ r.$$

Setzt man dagegen $n = 1{,}5465$, nämlich den Brechungsexponenten der Fraunhofer'schen Linie H für dieselbe Crownglassorte, so erhält man für die Brennweite der violetten Strahlen

$$F_h = 1{,}8280\ r.$$

Aufgaben. 1. Welches sind die Brennweiten der Strahlen B, C, D, E, F, G und H für eine planconvexe Linse, welche aus dem Crownglas Nr. 13 geschliffen ist (siehe die Tabelle auf Seite 163), wenn r den Radius der gewölbten Seite bezeichnet?

2. Dieselbe Aufgabe zu lösen für eine planconvexe Linse von Flintglas Nr. 13 (siehe Tabelle auf S. 163).

3. Dieselbe Aufgabe zu lösen für eine gleichgewölbte Linse von Crownglas Nr. 9, wenn r der Krümmungshalbmesser jedes der beiden Kugelsegmente ist (siehe §. 69).

4. Dieselbe Aufgabe zu lösen für eine gleichgewölbte Linse von Flintglas Nr. 13.

§. 79. **Achromatische Linsen.** Für den Fall, daß, was in der That nahezu stattfindet, das Dispersionsvermögen des Flintglases genau doppelt so groß wäre als das des Crownglases, ließe sich der Nachweis, daß durch die Combination einer Sammellinse von Crownglas und einer Hohllinse von Flintglas ein System gebildet werden kann, welches gleiche Brennweite für rothe und für violette Strahlen hat, leicht auf folgende Weise führen.

Die Brennweite einer Sammellinse A von Crownglas für violette Strahlen sei f; diese Sammellinse sei mit einer Hohllinse B combinirt, deren Zerstreuungsweite für violette Strahlen $2f$ ist, so ist für violette Strahlen die Brennweite F der Combination nach §. 74 durch die Gleichung

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} - \frac{1}{2f} = \frac{1}{2f},$$

bestimmt, also

$$F = 2f.$$

Wenn nun die Brennweite der Crownglaslinse für rothe Strahlen $f + x$

ist, so würde die Zerstreuungsweite der Linse B $2f + 2x$ sein, wenn das Dispersionsvermögen des Flintglases dem des Crownglases gleich wäre; da nun aber das Dispersionsvermögen des Flintglases ungefähr doppelt so groß ist als das des Crownglases, so ist $2f + 4x$ die Zerstreuungsweite der Flintglashohllinse B für rothe Strahlen. Die Brennweite F' des ganzen Systems für rothe Strahlen ergiebt sich demnach aus der Gleichung

$$\frac{1}{F'} = \frac{1}{f+x} - \frac{1}{2f+4x}.$$

Nach dem binomischen Lehrsatz ist nun

$$\frac{1}{f+x} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f^2}x + \frac{1}{f^3}x^2 + \ldots.$$

$$\frac{1}{2f+4x} = \frac{1}{2f} - \frac{1}{4f^2}\,4x + \frac{1}{8f^3}\,16\,x^2 + \ldots$$

Vernachlässigt man, was wegen der Kleinheit von x ohne merklichen Fehler geschehen kann, alle Glieder, welche mit höheren Potenzen von x multiplicirt sind, so bleibt

$$\frac{1}{f+x} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f^2}\,x$$

$$\frac{1}{2f+4x} = \frac{1}{2f} - \frac{1}{f^2}\,x$$

und demnach

$$\frac{1}{F'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{2f} = \frac{1}{2f}$$

oder

$$F' = 2f$$

folglich auch

$$F' = F;$$

für das besprochene Linsensystem ist also die Brennweite der rothen Strahlen eben so groß wie die der violetten, die Linse ist achromatisch.

Genauere Betrachtung achromatischer Linsen. Nach §. 69 ist die Brennweite f einer planconvexen Linse §. 80.

$$f = \frac{r}{n-1},$$

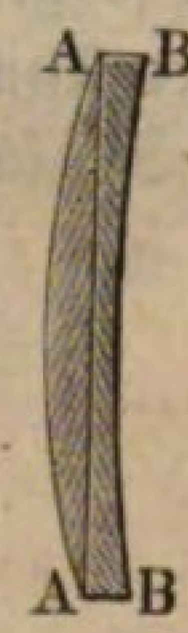
wenn r der Halbmesser der gewölbten Seite und n der Brechungsexponent der Substanz ist. Ebenso haben wir für die Zerstreuungsweite f' einer planconcaven Linse

$$f' = \frac{R}{n'-1},$$

wenn R der Radius der hohlen Seite und n' der Brechungsexponent der Substanz ist.

Bezeichnen wir mit F die Brennweite einer solchen Linsencombination wie sie in Fig. 140 dargestellt ist, so haben wir nach §. 74

Fig. 140.



$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f'}$$

oder wenn wir für f und f' ihre obigen Werthe setzen:

$$\frac{1}{F} = \frac{n-1}{r} - \frac{n'-1}{R}.$$

Nehmen wir nun an, die Sammellinse A sei aus dem von Fraunhofer als Nr. 9 bezeichneten Crownglase, die Hohllinse B aber aus dem Flintglase Nr. 13 verfertigt. Für die Fraunhofer'sche Linie B ist alsdann $n = 1{,}52583$ und $n' = 1{,}62775$, also

$$\frac{1}{F_b} = \frac{0{,}52583}{r} - \frac{0{,}62775}{R}.$$

Für dieselben Glassorten sind aber die Werthe der Brechungsexponenten der Fraunhofer'schen Linie H: $n = 1{,}54657$ und $n' = 1{,}67106$, wir haben also zur Bestimmung der Brennweite F_h unsers Systems für violette Strahlen

$$\frac{1}{F_h} = \frac{0{,}54657}{r} - \frac{0{,}67106}{R}.$$

Für einen jeden Werth von r läßt sich nun ein Werth von R auffinden, für welchen $F = F'$, also auch $\frac{1}{F_b} = \frac{1}{F_h}$. Setzen wir die obigen Werthe für $\frac{1}{F_b}$ und $\frac{1}{F_h}$ einander gleich, so kommt

$$\frac{0{,}52583}{r} - \frac{0{,}62775}{R} = \frac{0{,}54657}{r} - \frac{0{,}67106}{R}$$

$$\frac{1}{r}(0{,}54657 - 0{,}52583) = \frac{1}{R}(0{,}67106 - 0{,}62775)$$

$$\frac{r}{0{,}02075} = \frac{R}{0{,}04331}$$

$$R = 2{,}09\ r.$$

Wenn man also eine planconvexe Crownglaslinse vom Krümmungshalbmesser r und eine planconcave Flintglaslinse vom Krümmungshalbmesser $2{,}09\,r$ so combinirt, wie Fig. 140 zeigt, so hat diese Combination gleiche Brennweite für rothe und für violette Strahlen (für B und H).

Setzen wir $2{,}09\ r$ an die Stelle von R in den Werth von $\frac{1}{F}$, so kommt

$$\frac{1}{F_b} = \frac{0{,}52583}{r} - \frac{0{,}62775}{2{,}09\ r}$$

woraus sich ergiebt
$$\frac{1}{F_b} = \frac{1}{r}\,0{,}2255$$
$$F_b = \frac{r}{0{,}2255} = r\,.\,4{,}435$$
als Brennweite unserer Linsencombination für rothe und violette Strahlen.

Die eben besprochene Linsencombination würde nun vollkommen achromatisch sein, wenn die Farbenvertheilung im Crownglasspectrum der im Flintglasspectrum vollkommen gleich, wenn also die durch die Fraunhofer'schen Linien gebildeten Abtheilungen der beiden Spectra einander proportional wären, was nach §. 77 nicht der Fall ist.

Setzen wir in die Gleichung
$$\frac{1}{F} = \frac{n-1}{r} - \frac{n'-1}{2{,}09\,r}$$
für n und n' die dem Fraunhofer'schen Streifen D entsprechenden Brechungsexponenten 1,5296 und 1,6350 für Crownglas und Flintglas, so kommt
$$\frac{1}{F_d} = \frac{0{,}5296}{r} - \frac{0{,}6350}{2{,}09\,r}$$
und daraus
$$F_d = r\,.\,4{,}428;$$
die Brennweite unsers Linsensystems für die Strahlen, welche an der Grenze zwischen Orange und Gelb liegen, ist also kleiner als die Brennweite für die rothen und violetten Strahlen.

Dasselbe ist der Fall für die dem Streifen G benachbarten Strahlen, für welchen $n = 1{,}5416$ und $n' = 1{,}6603$, woraus sich ergiebt:
$$F_g = r\,.\,4{,}430.$$

Für den Fraunhofer'schen Streifen F ist $n = 1{,}53605$ und $n' = 1{,}64826$, wonach sich die Brennweite F_f des besprochenen Linsensystems für die hellblauen gegen Grün hinliegenden Strahlen des Spectrums
$$F_f = r\,.\,4{,}427$$
ergiebt.

Für die Fraunhofer'sche Linie C findet man
$$F_c = r\,.\,4{,}432.$$

Die eben berechnete Linsencombination wollen wir als Objectiv Nr. 1 bezeichnen.

Da nun, wie wir eben gesehen haben, ein absoluter Achromatismus mit diesen beiden Glassorten nicht erreicht werden kann, so muß man bei der Berechnung des Krümmungshalbmessers R vorzugsweise dahin streben, daß das Objectiv für die leuchtenderen Strahlen des Spectrums möglichst gleiche Brennweite habe. Die leuchtendste Partie des Spectrums ist nun das Gelb und zwar die Partie zwischen den Streifen D und E. Das Maximum der Lichtstärke befindet sich an einer Stelle, welche ungefähr um $^1/_4$ des Abstandes DE

von D gegen E hin entfernt liegt. — Das äußerste Roth sowie Violett und ein Theil des Indigo sind verhältnißmäßig wenig leuchtend, so daß man sie bei der Berechnung achromatischer Objective, wenn nur ihre optische Wirkung in Betracht kommt, unberücksichtigt lassen kann.

Berechnet man von diesem Gesichtspunkte ausgehend ein achromatisches Objectiv, für welches die Brennweite der Fraunhofer'schen Linien F und C vollkommen gleich sein soll, ganz nach der Methode, nach welcher R für das Objectiv Nr. 1 berechnet worden ist, so findet man

$$R = 2{,}02\ r$$

und für dieses Objectiv ergiebt sich alsdann die Brennweite der Fraunhofer'schen Linien B, C, D, F, G und H wie folgt:

$$F_b = 4{,}649\ r$$
$$F_c = 4{,}648\ r$$
$$F_d = 4{,}646\ r$$
$$F_f = 4{,}648\ r$$
$$F_g = 4{,}655\ r$$
$$F_h = 4{,}667\ r$$

Dieses Objectiv Nr. 2 ist für die leuchtenderen Strahlen des Spectrums von F bis C und B ziemlich gut achromatisirt, wenn auch nicht merklich besser als das Objectiv Nr. 1; es wird also dieses Objectiv ein optisch reines Bild geben, obgleich die Brennweite desselben für die dunkelblauen (G) und violetten Strahlen bedeutend größer ist als für die hellblauen grünen, gelben, orangefarbenen und rothen.

Bei solchen Objectiven, welche zur Herstellung photographischer Bilder dienen sollen, genügt es aber keineswegs, daß sie ein optisch reines Bild geben; wenn das photographirte Bild scharf ausfallen soll, so muß der Brennpunkt der chemisch wirksamsten Strahlen mit dem Brennpunkt der leuchtendsten möglichst nahe zusammenfallen.

Die chemisch wirksamsten Strahlen sind aber, wie uns die Photographie des Spectrums lehrt, diejenigen, welche zwischen die Fraunhofer'schen Linien G und H fallen.

Weder bei dem Objectiv Nr. 1 noch bei dem Objectiv Nr. 2 fällt nun der Brennpunkt der chemischen Strahlen mit dem der leuchtendsten zusammen; beide haben, wie man sich auszudrücken pflegt, einen chemischen Focus. Als Maß für den Abstand des chemischen und des optischen Brennpunktes können wir die Differenz der Brennweiten $F_h - F_d$ nehmen. Für das Objectiv Nr. 1 ist

$$F_h - F_d = 4{,}435\,r - 4{,}428\,r = 0{,}007\,r,$$

für das Objectiv Nr. 2

$$F_h - F_d = 4{,}667\,r - 4{,}646\,r = 0{,}021\,r;$$

für das Objectiv Nr. 2 liegt also der Brennpunkt der chemisch wirksamsten Strahlen viel weiter von dem Brennpunkt der leuchtendsten entfernt als beim Objectiv Nr. 1. Die Entfernung des chemischen Focus vom optischen ist für das Objectiv Nr. 2 dreimal so groß als für das Objectiv Nr. 1.

Ein Objectiv, welches für photographische Apparate verwendet werden soll, muß die Bedingung erfüllen, daß der chemische Focus mit dem optischen möglichst nahe zusammenfällt, was man wohl am besten dadurch erreicht, daß man die Streifen H und D als diejenigen wählt, für welche das System vollkommen gleiche Brennweite haben soll. Das vollkommene Zusammenfallen der Brennpunkte für H und D wird, vorausgesetzt, daß man die bisher besprochenen Glassorten anwendet, erreicht von

$$R = 2{,}12 \cdot r,$$

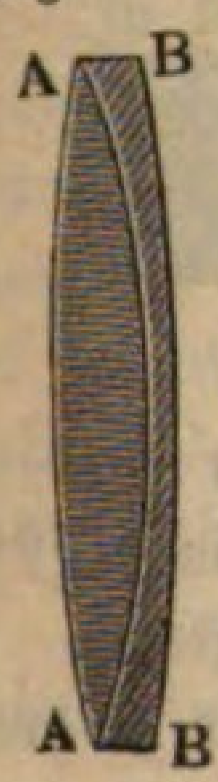
(die Ausführung der Rechnung nach der oben durchgeführten Methode müssen wir dem Leser überlassen). Es ergeben sich für dieses Linsensystem, welches wir als **Objectiv Nr. 3** bezeichnen wollen, folgende Brennweiten für die verschiedenen Partien des Spectrums:

$$F_b = 4{,}353$$
$$F_c = 4{,}351$$
$$F_d = 4{,}347$$
$$F_f = 4{,}342$$
$$F_g = 4{,}343$$
$$F_h = 4{,}347$$

Vergleichen wir diese Zahlen, so sehen wir, daß sowohl die Brennpunkte der leuchtendsten Strahlen wie die der chemisch wirksamsten zwischen die Grenzen 4,343 r und 4,347 r fallen, daß also der optische und der chemische Focus für das Objectiv Nr. 3 wirklich zusammenfallen, daß es also zur Construction photographischer Apparate sehr geeignet ist, während der chemische Focus des Objectivs Nr. 2, obgleich dasselbe ein gutes optisches Bild giebt, um eine namhafte Größe vom optischen Focus desselben entfernt ist. Für das Objectiv Nr. 2 beträgt der Abstand des chemischen Focus vom optischen ungefähr 0,02 r. Für ein achromatisches Linsensystem, für welches r gleich 1 Decimeter, beträgt also dieser Fehler schon 2 Millimeter und derselbe wird noch um so merklicher, je näher der zu photographirende Gegenstand dem Objectiv gerückt wird.

Wir haben der einfacheren Rechnung wegen nur achromatische Linsen betrachtet, welche aus einer planconvexen Crownglaslinse und aus einer planconcaven Flintglaslinse zusammengesetzt sind. Die für ein solches System erhaltenen Resultate lassen sich aber im Wesentlichen auch auf eine Linsencombination von der Form Fig. 141 übertragen, wenn die (Crownglas-) Sammellinse A gleiche Brennweite und die (Flintglas-) Zerstreuungslinse B gleiche Zerstreuungsweite mit den oben besprochenen hat.

Fig. 141.



Für eine einfache Linse ist die Brennweite der rothen Strahlen stets größer als die der blauen; wenn nun bei einer achromatischen Linse noch ein kleiner Ueberschuß der Brennweite der rothen Strahlen übrig bleibt, so nennt man sie **untercorrigirt**; während sie **übercorrigirt** ist, wenn die Brennweite der blauen

und violetten Strahlen größer ist als die der rothen. Nach dieser Definition ist das oben besprochene Objectiv Nr. 2 übercorrigirt, während das Objectiv Nr. 3 untercorrigirt ist.

§. 81. (Zu §. 145 d. Gr.) **Das Optometer.** Das Optometer ist ein auf den Scheiner'schen Versuch gegründetes Instrument, um bei verschiedenen Personen die Weite des deutlichen Sehens zu ermitteln und die Brenn- oder Zerstreuungsweite der Gläser zu bestimmen, durch welche der Fehler der Fern- oder Kurzsichtigkeit zu heben ist.

Das Stampfer'sche Optometer besteht aus zwei Röhren, von denen sich eine in der anderen bequem aus- und einschieben läßt; das eine Ende der äußeren ist durch eine dünne Metallplatte geschlossen, in welcher zwei ganz nahe neben einander stehende Spalten angebracht sind; das entsprechende Ende der inneren Röhre ist ebenfalls durch ein solches Blättchen geschlossen, in welchem nur ein feiner Spalt eingeschnitten ist. Die beiden Spalten am Ende der äußeren Röhre entsprechen den bei den Löchern im Kartenblatt des Scheiner'schen Versuchs; die Spalte am inneren Ende der verschiebbaren inneren Röhren bildet das Object, welches durch jene beiden Spalten betrachtet wird. Wenn man durch die beiden Spalten hindurchsieht, so wird man die Spalte der inneren Röhre einfach sehen, wenn sie um die Weite des deutlichen Sehens ausgezogen wird.

Bei den Stampfer'schen Optometern sind die Röhren von Messing; die innere wird mit Hülfe einer gezahnten Stange, in welche ein Trieb eingreift, in ähnlicher Weise aus- und eingeschoben, wie dies bei der Ocularröhre an besseren Fernrohren der Fall ist. Dadurch wird auch der Parallelismus der Spalte an der inneren Röhre mit den beiden Spalten der äußeren Röhre erhalten.

Mit geringen Mitteln läßt sich ein Optometer von Holz construiren, welches im Wesentlichen dasselbe leistet, wie ein ziemlich kostspieliges von Messing; ich lasse hier die vollständige Beschreibung eines ganz einfachen Instrumentes der Art folgen, an welchem sich auch die Theorie des Optometers leichter verfolgen läßt, als an dem mit Linsen versehenen Stampfer'schen. Fig. 142 stelle zwei in einander geschobene vierseitige Röhren dar. Die äußere ist im

Fig. 142.



Lichten 3,5 Centimeter breit, 5 Centimeter hoch und 75 Centimeter lang, die innere paßt genau in die erstere und ist etwa um 3 Centimeter länger. Die Wanddicke jeder der beiden Röhren kann 4 bis 5 Millimeter betragen.

An dem einen (in unserer Figur dem rechten) Ende der äußeren Röhre ist

eine Platte von (nicht zu dickem) Spiegelglas eingesetzt, dessen Außenseite mit Stanniol beklebt ist; in dieses Stanniolblättchen sind nun neben einander zwei verticale Spalten eingeschnitten, welche 1 Millimeter von einander abstehen und $1/2$ bis $3/4$ Millimeter breit sind; ihre Höhe kann etwa 1 bis 1,5 Centimeter betragen.

Die innere Röhre ist an derselben Seite ebenfalls mit einer Glasplatte verschlossen, die auch mit einem Stanniolblättchen beklebt ist, in dessen Mitte eine ganz schmale, $1/2$ bis $3/4$ Millimeter breite, ebenfalls verticale Spalte ausgeschnitten ist. Diese Spalte muß möglichst genau auf die Mitte der beiden zuerst besprochenen passen.

Wenn die innere Röhre möglichst weit eingeschoben ist, so sind die Glasplatten beider Röhren in Berührung; zieht man sie aus, so entfernt sich die feine Spalte der inneren Röhre mehr und mehr von den beiden vorderen, sie bleibt ihnen jedoch stets parallel. Dieser Parallelismus ist hier durch die viereckige Form der Röhren gesichert.

Das andere (in unserer Figur das linke) Ende der inneren Röhre ist mit einer matten Glastafel oder einem durchscheinenden Papier verschlossen.

Wenn man die Röhre gegen den hellen Himmel richtet und durch die beiden Spalten hineinsieht, so erblickt man im Allgemeinen den feinen Spalt der inneren Röhre doppelt; nur wenn er um die Weite des deutlichen Sehens von den beiden Spalten der äußeren Röhre entfernt ist, sieht man ihn einfach.

Nehmen wir an, ein Auge, dessen Sehweite 10 Zoll beträgt, schaue durch die beiden Spalten in die Röhre, während die innere Röhre 5 Zoll weit ausgezogen ist, so sieht es den feinen Spalt doppelt, die beiden Bilder sind durch einen schwarzen Zwischenraum getrennt. Wird nun die innere Röhre weiter und weiter ausgezogen, so nähern sich die beiden Bilder immer mehr, um ganz zusammenzufallen, wenn die innere Röhre 10 Zoll weit ausgezogen ist.

Um jederzeit gleich ablesen zu können, wie weit die feine Spalte von den beiden vorderen entfernt ist, befindet sich auf der inneren Röhre eine Theilung. Der Punkt, von welchem an die innere Röhre noch hervorragt, wenn sie möglichst weit eingeschoben ist, wenn also die feine Spalte gerade mit dem Glase in Berührung ist, auf welchem sich die beiden Ocularspalten befinden, ist der Nullpunkt dieser Theilung; von da aus geht die Theilung nach Innen hin in Zollen und Linien fort, so daß man auf derselben unmittelbar ablesen kann, wie weit die feine Spalte von den Ocularspalten entfernt ist.

In unserer Figur sieht man einen Theil der auf der inneren verschiebbaren Röhre angebrachten Scala. Die unteren Zahlen sind es, welche dem Abstande der Ocularspalten von der Objectspalte entsprechen, und zwar ist der Theilstrich abzulesen, welcher gerade an der Mündung des äußeren Rohres steht. Bei der in unserer Figur dargestellten Lage der beiden Röhren ist die Objectspalte $4^3/_4$ Zoll von den Objectivspalten entfernt. Die Bedeutung der oberen Zahlenreihe der Skale wird weiter unten erläutert werden.

Beim Gebrauch dieses Instrumentes wird man finden, daß sich die Sehweite keineswegs mit mathematischer Genauigkeit bestimmen läßt, daß man

vielmehr, wenn man ein einfaches Bild des Objectspaltes sieht, die innere Röhre innerhalb gewisser Gränzen verschieben kann, ehe das Bild wieder doppelt wird.

Nehmen wir an, die innere Röhre sei so weit eingeschoben, daß man zwei Bilder der Objectspalte sieht; nun werde sie allmälig so weit ausgezogen, bis beide Bilder zusammenfallen, so muß man meist noch einige Zoll weiter ausziehen, ehe sie wieder auseinandertreten. In diesem Falle kann man die Mitte der ganzen Strecke, innerhalb welcher man das Bild der inneren Spalte einfach sieht, als der Weite des deutlichen Sehens entsprechend annehmen. Jedenfalls hat man das Brillenglas so zu wählen, daß man durch dasselbe die Objectspalte einfach sieht, wenn das innere Rohr 10 Zoll ausgezogen ist.

Die Ermittelung der Sehweite ist nicht der letzte Zweck des Optometers, sondern die Bestimmung der Brenn- oder Zerstreuungsweite der Linse, welche den Fehler der Fern- oder Kurzsichtigkeit eines Auges heben soll; man kann aber für jede Sehweite leicht berechnen, welches die Brennweite einer Linse sein müsse, damit durch dieselbe die erwähnten Fehler gehoben werden.

Durch eine Loupe, deren Brennweite f ist, sieht ein Auge, dessen Sehweite d ist, einen Gegenstand deutlich, welcher sich in der Entfernung x befindet, wenn zwischen den Größen f, d und x die Beziehung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} - \frac{1}{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

besteht. Für ein normales Auge ist die Weite des deutlichen Sehens 10 Zoll, für ein fern- oder kurzsichtiges Auge soll man nun die Linse so wählen, daß durch dieselbe die Weite des deutlichen Sehens ebenfalls 10 Zoll wird, d. h. daß man durch das Glas einen in der Entfernung von 10 Zoll gehaltenen Gegenstand deutlich sieht; in obiger Gleichung ist also für unseren Zweck beständig für x der Werth 10 zu setzen. Ist nun die Sehweite d eines Auges bekannt, so läßt sich nach obiger Gleichung leicht der Werth von f, d. h. die Brennweite des Glases, welches für das Auge paßt, berechnen; es ist nämlich

$$f = \frac{d \cdot x}{d - x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

wo für x immer der Werth 10 zu setzen ist.

Es sei z. B. für ein fernsichtiges Auge die Weite des deutlichen Sehens 20 Zoll, so giebt jene Formel

$$f = \frac{20 \cdot 10}{20 - 10} = \frac{200}{10} = 20,$$

d. h. dieses Auge bedarf einer Linse von 20 Zoll Brennweite, um auf die Entfernung von 10 Zoll deutlich zu sehen.

Ebenso finden wir für ein Auge, dessen Sehweite 15 Zoll ist,

$$f = \frac{15 \cdot 10}{15 - 10} = \frac{150}{5} = 30,$$

d. h. eine für dieses Auge passende Linse muß 30 Zoll Brennweite haben.

Für $d = 10$ wird $f =$ unendlich, d. h. für ein Auge, dessen Sehweite ohnehin schon 10 Zoll ist, müßte man ein ebenes Glas anwenden, welches gerade so wirkt wie gar kein Glas, um auf 10 Zoll deutlich zu sehen.

Für kurzsichtige Augen wird d kleiner als 10 Zoll; in diesem Falle wird aber der Nenner des Bruches (2), und folglich auch der Werth von f negativ, d. h. man hat hier keine Sammellinsen, sondern Zerstreuungslinsen anzuwenden.

Für ein kurzsichtiges Auge, dessen Sehweite 5 Zoll beträgt, ist

$$f = \frac{5 . 10}{5 - 10} = \frac{50}{5} = - 10,$$

d. h. ein solches Auge bedarf eines Hohlglases, dessen Zerstreuungsweite 10 Zoll beträgt.

Man kann also nach Gleichung (2) für jede beliebige Sehweite leicht die entsprechende Brenn- oder Zerstreuungsweite des Brillenglases berechnen.

Um nicht immer die Rechnung erst vornehmen zu müssen, kann man ein- für allemal eine Tabelle zusammengehöriger Werthe von f und d berechnen. Die folgende Tabelle giebt die Werthe von f an, welche den von Zoll zu Zoll fortschreitenden Werthen von d entsprechen.

Für Kurzsichtige		Für Weitsichtige	
d	f	d	f
1	− 1,1	11	+ 110
2	2,5	12	60
3	4,3	13	43,3
4	6,6	14	35
5	10	15	30
6	15	16	26,6
7	23	17	24,3
8	40	18	22,5
9	90	19	21
10	∞	20	20
		25	16,6
		30	15
		40	13,3
		50	12,5

Man kann diese Werthe von f den einzelnen Zollstrichen der Scala gleich beischreiben, wie dies auch bei der Scala in Fig. 142 geschehen ist, und alsdann auf der Scala gleich ablesen, welches die Brennweite, welches also die Nummer des zu wählenden Glases sei, denn die Nummern der Gläser geben die Brenn-

oder Zerstreuungsweite der Gläser an. Ein Hohlglas Nr. 10 ist ein solches, dessen Zerstreuungsweite 10 Zoll beträgt, ein Sammelglas Nr. 20 ist ein solches, dessen Brennweite 20 Zoll ist.

Gewöhnlich sind die Scalen der Optometer nicht in Zoll und Linien getheilt, sondern es sind die Punkte bezeichnet, welche den verschiedenen Nummern der Gläser entsprechen; diese Punkte sind aber auch leicht durch Rechnung zu finden, d. h. man kann leicht nach der Formel (1) den Werth von d berechnen, welcher zu jedem Werth von f gehört, denn es ist

$$d = \frac{fx}{f - x}.$$

Setzt man nun für x den Werth 10, so erhält man folgende zusammengehörige Werthe von f und d:

Für Kurzsichtige		Für Weitsichtige	
f	d	f	d
— 50	8,33	50	12,5
25	7,14	40	13,3
20	6,66	30	15,0
15	6,00	25	16,6
14	5,83	20	20,0
13	5,65	18	22,5
12	5,45	16	26,6
11	5,24	15	30,0
10	5,00	12	60,0
9	4,74		
8	4,44		
7	4,12		
6	3,75		

Ein Hohlglas Nr. 15 paßt also für ein Auge, dessen Sehweite 6 Zoll, ein Hohlglas Nr. 9 für ein Auge, dessen Sehweite $4^3/_4$ Zoll beträgt. Statt der in Zolle und Linien getheilten Scala könnte man also auch eine solche machen, auf welche bloß die Punkte markirt sind, welche den in der vorigen Tabelle angeführten Werthen von d entsprechen und diese Punkte mit den correspondirenden Werthen von f bezeichnen.

Ein Optometer der angegebenen Art ist für sehr fernsichtige Personen nicht mehr brauchbar, wenn man das Instrument nicht gar zu lang macht; durch Einsetzung einer Ocularlinse läßt sich aber seine Länge bedeutend verkürzen, wie dies bei den gewöhnlichen Optometern der Fall ist.

Es sei in dem Apparate dicht hinter die Ocularspalten eine Linse von

5 Zoll Brennweite eingesetzt, so würde durch dieselbe einem normalen Auge die feine Spalte der verschiebbaren Röhre in einer Enfernung von 3,33 Zollen einfach erscheinen, denn ein normales Auge sieht, wie sich aus Gleichung (1) ergiebt, wenn man $d = 10$, $f = 5$ setzt, durch eine Linse von 5 Zoll Brennweite einen Gegenstand deutlich, welcher sich in einer Entfernung von 3,33 Zollen vom Auge befindet. Aus Gleichung (1) ergiebt sich

$$x = \frac{df}{f + d};$$

setzt man nun in dieser Gleichung $f = 5$ und für d der Reihe nach 3, 4 u. s. w. bis 30, 40 . . ., so findet man, in welcher Entfernung vom Auge der Spalt der verschiebbaren Röhre gebracht werden muß, wenn er durch die beiden Ocularspalten und die Linse von 5 Zoll Brennweite einem Auge einfach erscheinen soll, dessen Sehweite 3, 4, 5 ... 30 Zoll ist; man findet auf diese Weise

für $d =$	3	1,87
	4	2,22
	5	2,50
	6	2,73
	7	2,97
	8	3,08
	9	3,21
	10	3,33
	12	3,53
	15	3,75
	20	4
	25	4,16
	30	4,28
	40	4,44
	50	4,54

Wenn man auf der Auszugröhre diejenigen Punkte bezeichnet haben will, welche den Nummern der Gläser entsprechen, so hat man in der Gleichung

$$x = \frac{df}{f + d}$$

für f den Werth 5, für d aber der Reihe nach die Werthe 8,33 — 7,14 u. s. w. bis 60 zu setzen, welche, wie man aus der Tabelle auf Seite 178 ersieht, diejenigen Sehweiten sind, welche den Gläsern Nr. — 50, — 25 u. s. w. bis Nr. 12 entsprechen; es ergiebt sich durch diese Rechnung, daß Folgendes die zusammengehörigen Nummern der Gläser und der Ausziehweiten sind, wenn gleich hinter den Ocularspalten eine Loupe von 5 Zoll Brennweite angesetzt ist.

Nummer des Glases.	Ausziehweite.
— 6	2,14
8	2,35
10	2,50
12	2,60
15	2,73
20	2,85
25	2,94
50	3,12
∞	3,33
+ 50	3,57
40	3,63
30	3,75
25	3,84
20	4,00
15	4,28
12	4,62

Ein solcher Apparat, in welchem eine Linse von 5 Zoll Brennweite angebracht ist, kann also für alle Kurzsichtigen und für Fernsichtige bis zu einer Sehweite von 60 Zoll gebraucht werden, wenn seine Länge nicht ganz 5 Zoll beträgt, während man ohne Linse schon eine Röhre von 60 Zoll für so fernsichtige Personen in Anwendung bringen müßte.

Aufgabe. Man berechne die zusammengehörigen Werthe der Linsennummern und der Ausziehweiten für den Fall, daß dicht bei den Ocularspalten eine Ocularlinse von 6 Zoll Brennweite eingesetzt ist.

Viertes Buch.

Die elektrischen Erscheinungen.

Erstes Capitel.

Vom Magnetismus.

Tragkraft der Stahlmagnete. Nach Häcker's Versuchen besteht zwischen Masse und Tragkraft stählerner Hufeisenmagnete die Relation §. 82.

$$M = a \sqrt[3]{P^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wenn M die Tragkraft, P das Gewicht des Magneten und a einen constanten Factor bezeichnet, dessen Werth mit der Stahlsorte und ihrer Bearbeitungsart sich ändert. Für Häcker's ausgezeichnete Stahlmagnete ergab sich für a der Werth 12,6, wenn P und M in Pfunden ausgedrückt sind.

Aufgaben. 1. Wie groß wird demnach die Tragkraft Häcker'scher Stahlmagnete sein, welche $^3/_4$, 1, 2, 5, 10, 25 und 50 Pfund wiegen?

2. Welches müßte das Gewicht eines Häcker'schen Stahlmagneten sein, dessen Tragkraft 60 Pfund betragen sollte?

3. Ein aus einer schlechteren Stahlsorte verfertigter 3 Pfund schwerer Hufeisenmagnet, der durch Anlassen zu viel von seiner Härte verloren hat, trägt 10 Pfund. Wie groß ist für diese Stahlsorte der Factor a?

4. Wie schwer müßte ein aus dieser Stahlsorte verfertigter Magnet sein, wenn seine Tragkraft seinem Gewichte gleich sein sollte?

5. Die kräftigsten aller bis jetzt bekannten Magnete sind die von Logeman und Wetteren in Harlem, für welche $a = 25$ ist. Was würde ein dreipfündiger Hufeisenmagnet dieser Sorte zu tragen im Stande sein?

Messung magnetischer Kräfte. Das erste Mittel, welches sich darbietet, die Stärke natürlicher und künstlicher Magnete zu vergleichen, besteht darin, sie mit einem Stück Eisen in Verbindung zu bringen, welches man mehr und mehr mit Gewichten belastet, bis es endlich abreißt, und auf diese Weise also die Tragkraft des Magneten ermittelt. Dieses Mittel kann nur eine rohe Annäherung geben, es war jedoch das einzige, welches man bis 1780 anwandte. §. 83.

In dieser Zeit brach Coulomb durch seine schönen Entdeckungen eine neue Bahn in der Wissenschaft. Er gab Methoden an, um die magnetischen Kräfte mit äußerster Genauigkeit zu messen.

Coulomb wandte zwei verschiedene Mittel an, um die Stärke der Magnete zu messen. 1. Die Oscillationen einer an einem Seiden- oder Platinfaden aufgehängten Nadel; 2. die Drehung von Kupfer- oder Silberfäden in der Torsionswage, welche man nach ihm die Coulomb'sche Drehwage nennt.

I. Methode der Oscillationen. Eine Magnetnadel, welche unter dem Einflusse des Erdmagnetismus oscillirt, kann als ein zusammengesetztes Pendel betrachtet werden, und die absolute Größe und Kraft, welche sie in Bewegung setzt, läßt sich ausmitteln, wenn man das Trägheitsmoment der Nadel in Beziehung auf die Anhängungsaxe und die Zahl der Schwingungen kennt, welche sie in einer gegebenen Zeit macht. Wir werden auf diesen Punkt weiter unten zurückkommen, wo von der Bestimmung der Intensität des Erdmagnetismus die Rede sein wird. Die absolute Kraft aber, unter deren Einfluß die Nadel oscillirt, ist ein zusammengesetztes Element, welches zugleich von der Intensität des Erdmagnetismus und dem magnetischen Zustande der Nadel abhängt.

Auf eine oscillirende Magnetnadel lassen sich alle Gesetze der Pendelbewegungen anwenden, woraus sich ergiebt, daß die magnetischen Kräfte, welche auf eine Magnetnadel einwirken, sich umgekehrt verhalten wie die Quadrate der Schwingungszeiten.

Nehmen wir zwei ganz gleiche, aber ungleich stark magnetisirte Nadeln, so werden diese unter dem Einflusse des Erdmagnetismus nicht gleich schnell oscilliren. Bezeichnen wir mit f die Kraft, welche auf die eine Nadel wirkt, mit t die Anzahl der Secunden, während welcher eine Oscillation vollendet wird, ferner mit f' und t' die entsprechenden Größen für die andere Nadel, so verhalten sich die Kräfte f und f' umgekehrt wie die Quadrate von t und t', es ist also

$$\frac{f}{f'} = \frac{t'^2}{t^2}.$$

Hätte z. B. die eine Nadel 6 Secunden, die andere aber nur 4 Secunden zu einer Oscillation gebraucht, so könnte man nach diesem Gesetze schließen, daß die magnetische Kraft, welche die letztere beschleunigt, sich zu der ersteren verhält wie 36 zu 16.

Die Schwingungszeit verhält sich offenbar umgekehrt wie die Zahl der Schwingungen, die in einer gegebenen Zeit, etwa in einer Minute, gemacht werden. Bezeichnet man mit n die Anzahl der Schwingungen, welche die erste der beiden Nadeln in einer Secunde macht, mit n' die entsprechende Zahl für die zweite Nadel, so hat man

$$\frac{f}{f'} = \frac{n^2}{n'^2}.$$

Wenn außer dem Erdmagnetismus noch ein anderer Magnet auf eine oscillirende Nadel einwirkt, so können dadurch, je nach den Umständen, die Oscillationen schneller oder langsamer werden, als es unter dem alleinigen Einflusse des Erdmagnetismus der Fall gewesen wäre, immer aber läßt sich aus der beobachteten Schwingungsdauer auf das Verhältniß der beschleunigenden Kräfte schließen.

Nehmen wir an, man habe eine an einem ungedrehten Seidenfaden aufgehängte Nadel nur unter dem Einflusse des Erdmagnetismus schwingen lassen, ihre Schwingungsdauer t beobachtet, und nähere dann der Nadel einen Magneten in der Art, daß dem Nordpol der Nadel der Südpol des Magneten zugekehrt ist, so werden offenbar die Oscillationen schneller werden, die jetzt beobachtete Schwingungsdauer t' ist kleiner als t. Wenn f die Kraft bezeichnet, welche die Nadel beschleunigt, wenn nur der Erdmagnetismus wirkt, f' aber die durch die Annäherung des zweiten Magneten modificirte Kraft, so haben wir wieder

$$\frac{f}{f'} = \frac{t'^2}{t^2}.$$

II. Die Drehwage. Wenn ein Metallfaden durch ein angehängtes Gewicht in verticaler Richtung gespannt ist, so nimmt er eine bestimmte Gleichgewichtslage an. Wenn man das Gewicht durch Drehung aus seiner Gleichgewichtslage herausbringt, so erleidet der Faden seiner ganzen Länge nach eine Torsion, eine Windung, in Folge welcher er ein Bestreben hat, das Gewicht wieder in seine Gleichgewichtslage zurückzuführen.

Coulomb hat zuerst die Torsionskraft studirt und gefunden, daß die Kraft, mit welcher der Draht in die Gleichgewichtslage zurückzukehren strebt, der Größe der Torsion proportional sei.

Die Coulomb'sche Drehwage ist Fig. 143 (a. f. S.) dargestellt. Fig. 144 zeigt den oberen Theil in einem größeren Maßstabe. Der verticale Cylinder, in welchem der Faden herabhängt, ist oben mit einer Messingfassung versehen, welche mit einem Ringe $s s'$ endet. Darauf paßt eine in der Mitte durchbrochene Messingplatte $m m'$, welche sich mit sanfter Reibung um die verticale Axe des Cylinders drehen läßt. Der Ring $s s'$ ist an seinem äußeren Umfange in Grade getheilt, und die Scheibe $m m'$ hat einen Index, mittelst dessen man die Größe der vorgenommenen Drehungen ablesen kann.

Am unteren Ende des Fadens hängt eine Art Bügel von Messing oder eine Hülse, in welche man die Magnetstäbe hineinlegt. Am Umfange des Kastens ist ein Papierstreifen aufgeklebt, welcher mit einer Theilung versehen ist. Der Faden muß genau im Mittelpunkte dieser Theilung hängen.

Wenn das Instrument gehörig justirt ist, bestimmt man die Gleichgewichtslage des Fadens, indem man einen nicht magnetischen Stab in die Hülse steckt und den Kopf des Apparates so lange dreht, bis dieser Stab genau in dem magnetischen Meridian liegt; wenn man nun eine magnetisirte Nadel in den Bügel legt, so wird sie durch zwei Kräfte in dieser Lage zurückgehalten, durch

die richtende Kraft des Erdmagnetismus und durch den Faden, welcher bei dieser Lage ohne Torsion ist.

Wenn nun der Kopf des Apparates aus dieser Lage herausgedreht wird, so würde auch der Stab dieser Drehung folgen, wenn er nicht magnetisch wäre.

Fig. 143.

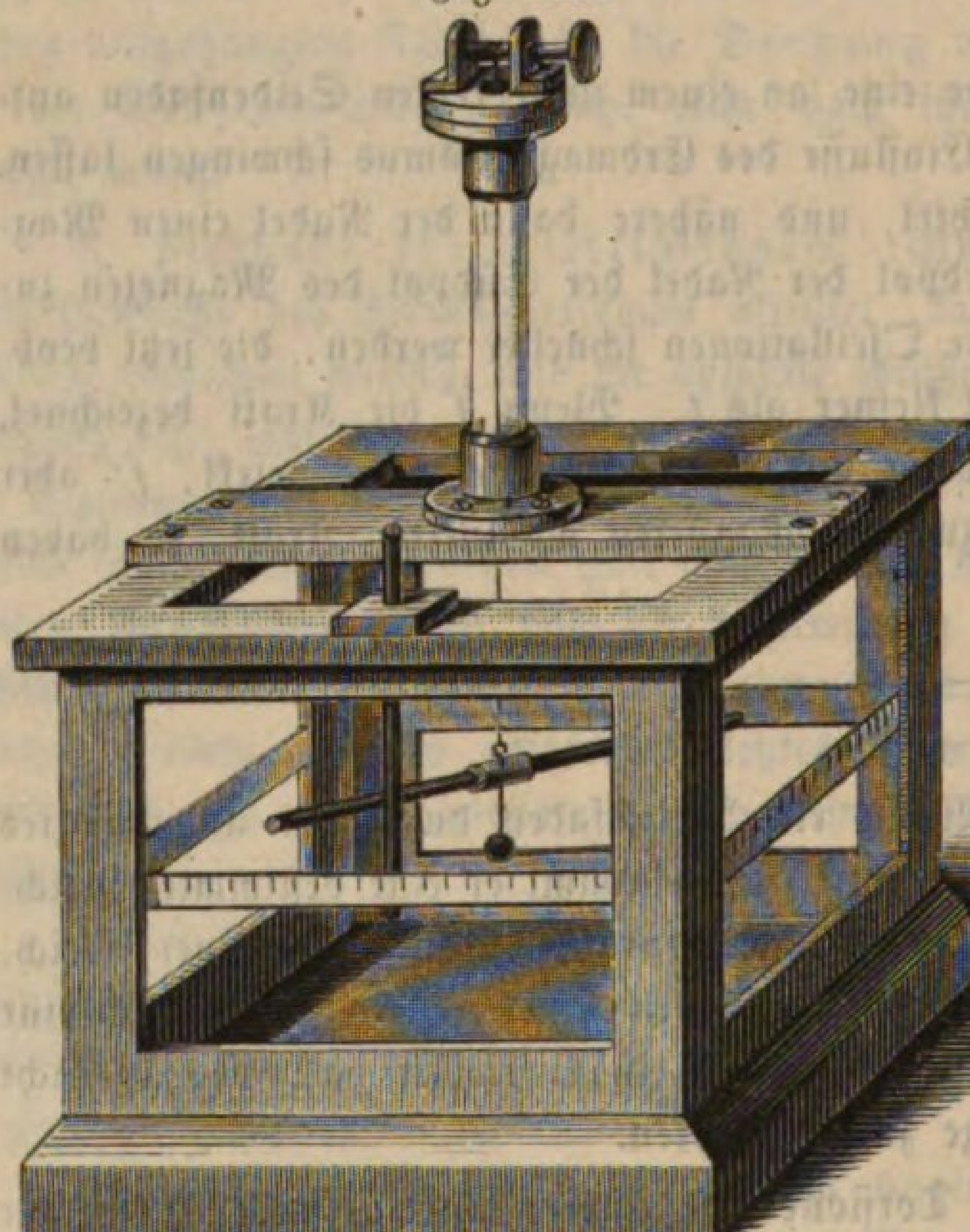


Fig. 144.

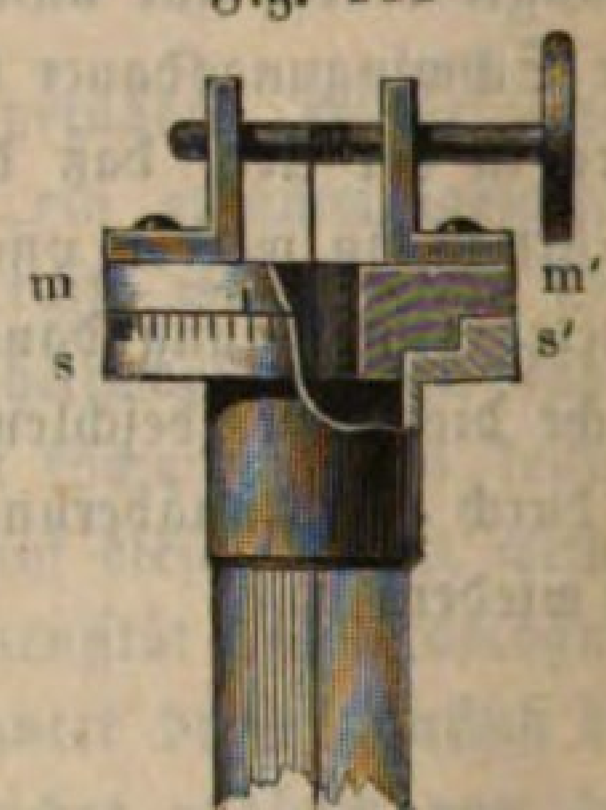


Fig. 145.



Der Faden strebt den Stab in diejenige Lage zu bringen, bei welcher er ohne Torsion sein würde, der Erdmagnetismus aber zieht ihn in den magnetischen Meridian zurück; unter dem Einflusse dieser beiden Kräfte nun muß der Stab irgend eine Zwischenlage annehmen, welche von dem Verhältnisse der beiden Kräfte abhängt.

Das Mikrometer, d. h. die Platte $m m'$, sei um 180° gedreht und dadurch die Nadel um 20° vom magnetischen Meridian abgelenkt worden, so beträgt die Torsion des Fadens $180 - 20 = 160°$. Wenn V die Drehung des Mikrometers, v die Ablenkung der Nadel ist, so ist die Torsion des Fadens $V - v$.

In Fig. 145 sei $a b$ die Richtung des magnetischen Meridians, $c d$ die Lage der aus dem magnetischen Meridian abgelenkten Nadel, so ist leicht zu ermitteln, mit welcher Kraft der Erdmagnetismus die Nadel in die Lage des magnetischen Meridians zurückzuführen strebt. Denken wir uns die ganze auf die Nadel wirkende magnetische Kraft in d

applicirt. Die Richtung dieser Kraft ist die des magnetischen Meridians, wir können also die Kraft der Größe und Richtung nach durch eine Linie dn darstellen. Diese Kraft läßt sich aber in zwei andere zerlegen, deren eine dg, in der Richtung der Nadel wirkend, keinen Effect hervorbringen kann, während die andere Composante dh, welche rechtwinklig auf die Richtung der Nadel angreift, dieselbe zu drehen strebt.

Bezeichnet m die Kraft dn und v den Winkel, welchen sie mit der Axe der Nadel macht, so ist die Composante dh gleich $m \sin v$, und dieser Kraft muß die Torsionskraft des Fadens, welche die Nadel nach der anderen Seite zu drehen strebt, das Gleichgewicht halten.

Wenn v klein, d. h. wenn es unter 20° ist, so kann man ohne merklichen Fehler den Bogen für den Sinus setzen.

Dividirt man den Torsionswinkel des Fadens $V - v$ durch den Ablenkungswinkel v, so erhält man einen Quotienten $\frac{V - v}{v}$, dessen Werth angiebt, wie viel Grade die Torsion des Fadens betragen müsse, um den Stab um 1° abzulenken. Für den vorhin betrachteten Fall ist $V - v = 160$ und $v = 20$, mithin jener Quotient $\frac{160}{20} = 8$, d. h. bei dem magnetischen Zustande des Stabes ist die Torsionskraft des Fadens für eine Drehung von 8° gerade hinreichend, um der Kraft das Gleichgewicht zu halten, mit welcher der Erdmagnetismus den Stab in den magnetischen Meridian zurückzuführen strebt, wenn er einen Winkel von 1° mit diesem Meridian macht.

Nehmen wir an, derselbe Stab, mit welchem der vorige Versuch angestellt worden war, sei stärker magnetisirt worden, man hätte das Mikrometer um 495° drehen müssen, damit der Stab um 15° abgelenkt wird, so wäre die Torsion des Fadens $495 - 15 = 480°$. Für diesen Fall ist die Torsion des Fadens, welche einer Ablenkung von 1° entspricht, $\frac{480}{15} = 32°$. In dem letzteren Falle war also die magnetische Kraft des Stabes viermal so groß als im ersteren.

Aufgaben. 1. Ein Magnetstab, welcher, wie der Fig. 146 dargestellte, in einer Papierhülse liegend, an einem ungedrehten Seidenfaden aufgehängt ist, macht fünf Schwingungen in der Minute; nachdem man ihn frisch magnetisirt hat, macht er aber in jeder Minute sieben Schwingungen. In welchem Verhältniß ist die magnetische Kraft des Magnetstabes gesteigert worden?

Fig. 146.



2. Von zwei sonst ganz gleichen Magnetnadeln, welche aber ungleich stark magnetisirt sind, macht die eine 12, die andere 17 Schwingungen in der Minute. In welchem Verhältnisse stehen die magnetischen Kräfte der beiden Nadeln?

3. Ein Magnetstab, welcher ähnlich wie der in Fig. 146 dargestellte zu Wien 4 Schwingungen in der Minute macht, macht bei unveränderter Stärke seines Magnetismus zu Panama 9 Schwingungen in der Secunde. In welchem Verhältniß steht die horizontale Intensität des Erdmagnetismus zu Wien und zu Panama?

4. Wie viel Schwingungen wird derselbe Stab zu Christiania in einer Minute machen, da die horizontale Intensität des Erdmagnetismus zu Wien sich zu der zu Christiania verhält wie 1,995 zu 1,547?

5. Bezeichnen wir mit f die Kraft, mit welcher der Erdmagnetismus einen horizontalen Magnetstab zurückzudrehen strebt, wenn er um 90° aus dem magnetischen Meridian entfernt worden ist, wie groß wird alsdann die Kraft sein, welche den Magnetstab zurückdreht, wenn er 20, 40, 60 und 80 Grad aus dem magnetischen Meridian entfernt ist?

§. 84. **Die magnetischen Anziehungen und Abstossungen stehen im umgekehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernungen.** Für alle von einem Punkte ausgehenden Fernewirkungen läßt sich wohl a priori annehmen, daß ihre Intensität im umgekehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernungen steht, man konnte dieses Gesetz also auch von vornherein für den Magnetismus postuliren; eine experimentelle Bestätigung desselben hat aber erst Coulomb, und zwar mit Hülfe der im vorigen Paragraphen erläuterten Methoden, gegeben.

1. Durch Oscillationen. Eine kleine Magnetnadel wird an einem Coconfaden so aufgehängt, daß sie in horizontaler Ebene frei oscilliren kann, aber vor störenden Luftströmungen hinlänglich geschützt ist. Diese Nadel läßt man zuerst unter dem alleinigen Einflusse des Erdmagnetismus oscilliren. Es sei n die beobachtete Zahl der Schwingungen in einer Minute, m der horizontale Theil der magnetischen Erdkraft, welche auf sie wirkt.

Nun läßt man den einen Pol eines möglichst stark magnetisirten Stahlstabes auf die Nadel wirken. Dieser Stahlstab wird in den magnetischen Meridian der Nadel ns, Fig. 147, gebracht, und zwar in verticaler Stellung, so daß dem Pol s der Nadel derjenige Pol N des Stabes zugekehrt ist, auf welchen er anziehend wirkt.

Der Stab NS muß so groß sein, daß die Entfernung sN sehr klein ist im Vergleich zur Entfernung sS, daß man also die Wirkung des Pols S auf s ohne merklichen Fehler vernachlässigen kann.

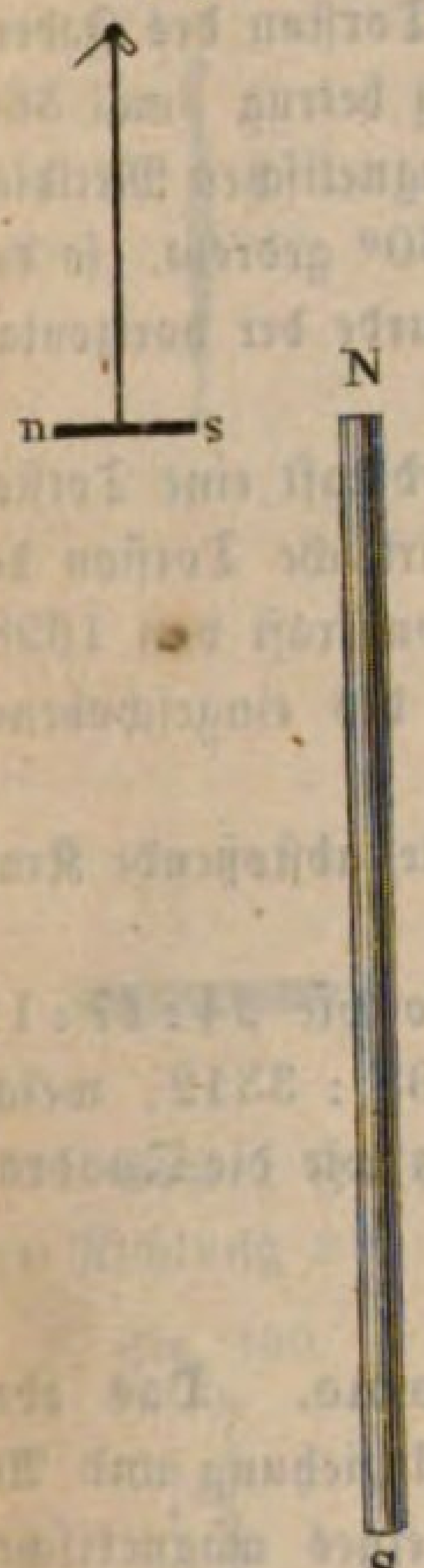
Bezeichnen wir mit n' die Zahl der Schwingungen der Nadel für den Fall, daß der Pol N des Stabes NS aus einer bestimmten Entfernung auf die Nadel wirkt, und mit f' die Kraft, welche nun die oscillirende Nadel beschleunigt, so hat man im Vergleich mit dem vorigen Versuche

$$\frac{f'}{f} = \frac{n'^2}{n^2}.$$

Hätte die Nadel unter dem alleinigen Einflusse des Erdmagnetismus

15 Schwingungen in einer Minute gemacht, hingegen 41, wenn der Pol N des Stabes sich 4 Zoll weit von der Nadel befindet, so hätte man

Fig. 147.



$$\frac{f'}{f} = \frac{41^2}{15^2}.$$

Man bringt nun den Stab in die doppelte Entfernung, so daß N 8 Zoll weit von der Nadel ist, und beobachtet alsdann die Zahl der Oscillationen; gesetzt, man fände ihre Anzahl in einer Minute $n'' = 24$, so ist, wenn man mit f'' die in diesem Falle auf die Nadel wirkende Kraft bezeichnet,

$$\frac{f''}{f} = \frac{24^2}{15^2}.$$

Die Größe f' ist offenbar die Summe der erdmagnetischen Kraft und der anziehenden Kraft, welche der Pol N aus einer Entfernung von 4 Zoll auf die Nadel ausübt; letztere ist also offenbar $f' - f$. Ebenso ist die anziehende Kraft, welche der Stab aus einer Entfernung von 8 Zoll auf die Nadel ausübt, $f'' - f$. Durch die Combination der beiden letzten Gleichungen ergiebt sich aber ganz leicht

$$\frac{f' - f}{f'' - f} = \frac{41^2 - 15^2}{24^2 - 15^2} = \frac{1456}{351} = 4{,}1.$$

Dieser Versuch zeigt also, daß die anziehende Kraft eines magnetischen Pols in doppelter Entfernung wirklich nahe viermal schwächer wird.

2. Mit der Drehwage. Auch für diese Versuche muß man lange magnetische Stahlstäbe oder Drähte anwenden, damit die Wirkung des einen Pols gegen die des anderen verschwindend werden könne. Coulomb's Stäbe waren 24 Zoll lang, hatten $^1/_2$ bis 1 Linie Durchmesser und waren möglichst stark magnetisch. Ein solcher Stab wurde in den Bügel der Drehwage Fig. 143 gebracht, also horizontal aufgehängt; ein vorläufig angestellter Versuch ergab, daß eine Torsion von 35° nöthig war, um den Stab um 1° von dem Meridian abzulenken. Nun wurde ein zweiter Stab von oben in verticaler Richtung in den Kasten hineingesteckt, und zwar so, daß der nach unten gekehrte Pol den zunächst liegenden des horizontalen Stabes abstieß. Der horizontale Magnetstab kam nun in einer Lage zur Ruhe, welche einen Winkel von 24° mit dem magnetischen Meridian machte.

Bei dieser Lage des hängenden Stabes sind es zwei Kräfte, welche ihn in den magnetischen Meridian zurückzuführen streben, die Erdkraft und eine Torsion des Fadens von 24°. Da aber für jeden Grad Ablenkung die Kraft, welche den Stab in den Meridian zurückzuführen strebt, einer Torsionskraft von 35° gleich ist, so ist die Composante der Erdkraft, welche bei einer Ablenkung von 24° die Nadel zurückzuführen strebt, einer Torsionskraft von 24 . 35

oder 840° gleich, wozu noch die 24°, d. h. die Torsion, welche der Faden wirklich hat, addirt werden müssen. Die Totalkraft ist also 864°.

Nun wurde das Mikrometer so gedreht, daß durch die Torsion des Fadens die horizontale Nadel dem Stabe näher kam. Die Drehung betrug 3mal 360, also 1080°, und dadurch wurde die Nadel auf 17° dem magnetischen Meridian genähert. Dann wurde das Mikrometer noch um 5mal 360° gedreht, so daß also jetzt die Totalumdrehung 2880° betrug. Dadurch wurde der horizontale Stab dem verticalen auf 12° genähert.

Für die zweite Stellung war das Aequivalent der Erdkraft eine Torsion von 17 . 35 = 595 Graden. Addirt man dazu die wirkliche Torsion des Fadens 1080 + 17 = 1097°, so erhält man eine Torsionskraft von 1698° als Maß für die abstoßende Kraft, welche der untere Pol des eingeschobenen Magneten ausübt.

Auf dieselbe Weise findet man für die dritte Lage die abstoßende Kraft gleich der Torsionskraft von 3312°.

Die Entfernungen in diesen Versuchen verhalten sich also wie 24 : 17 : 12, die entsprechenden abstoßenden Kräfte aber wie 864 : 1698 : 3312, welche letztere Zahlen sich zu einander sehr nahe umgekehrt verhalten wie die Quadrate der ersteren.

§. 85. **Totalwirkung eines Magnetstabes in die Ferne.** Das eben bewiesene Gesetz bezieht sich streng genommen nur auf die Anziehung und Abstoßung der magnetischen Elemente. Die Gesammtwirkung eines magnetischen Körpers verhält sich aber ganz anders. Die eben angeführten Versuche stellten auch nur deshalb das Gesetz wenigstens annäherungsweise heraus, weil die Anordnung so getroffen war, daß der eine Pol des zu prüfenden Magnets in so großer Entfernung war, daß er die Wirkung des anderen nicht wesentlich modificiren konnte. Ist jedoch diese Bedingung nicht erfüllt, so stellen sich ganz andere Resultate heraus, und wenn die Entfernungen groß genug sind gegen die Dimensionen des Magnets, so verhalten sich die Totalwirkungen desselben sehr nahe umgekehrt wie die dritten Potenzen der Entfernungen.

Dieses Gesetz der Totalwirkung eines Magnets ergiebt sich als nothwendige Folge daraus, daß die Wirkung der magnetischen Elemente auf einander im Verhältniß des Quadrates der Entfernung abnimmt. Gauß hat diesen Gegenstand ganz allgemein entwickelt und Formeln gegeben, nach welchen sich die gegenseitige Einwirkung zweier Magnete für jede beliebige gegenseitige Lage berechnen läßt. Für uns sind jedoch nur zwei specielle Lagen von besonderer Wichtigkeit, und wir wollen deshalb auch nur diese betrachten.

Ein Magnetstab und eine nur um eine verticale Axe drehbare Magnetnadel sollen sich in derselben Horizontalebene befinden, und zwar liege

1. der Drehpunkt der Nadel auf derjenigen Linie, welche, durch die Mitte des Magnetstabes gehend, rechtwinklig auf seiner Längenaxe steht, wie dies Fig. 148 dargestellt ist. In diesem Falle wird der Stab NS die Nadel parallel mit seiner Richtung zu stellen streben; oder

2. es liege der Mittelpunkt der drehbaren Nadel in der Verlängerung

Fig. 148.

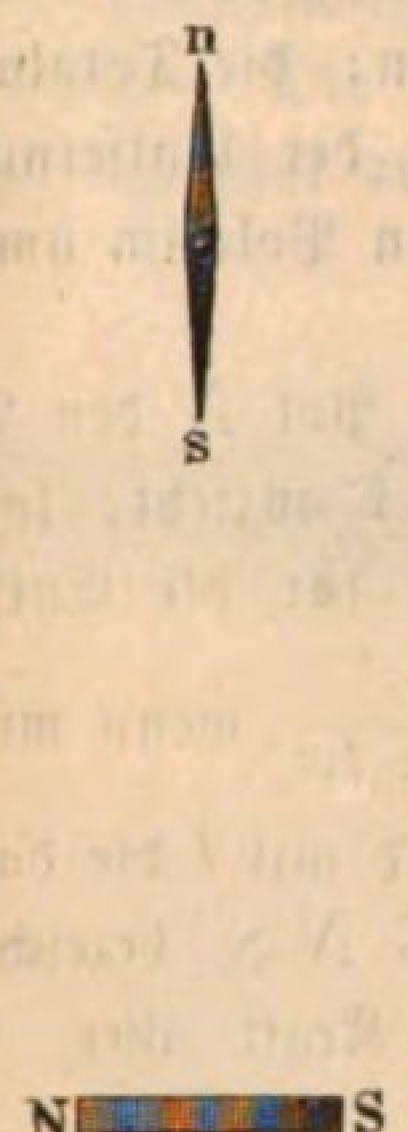
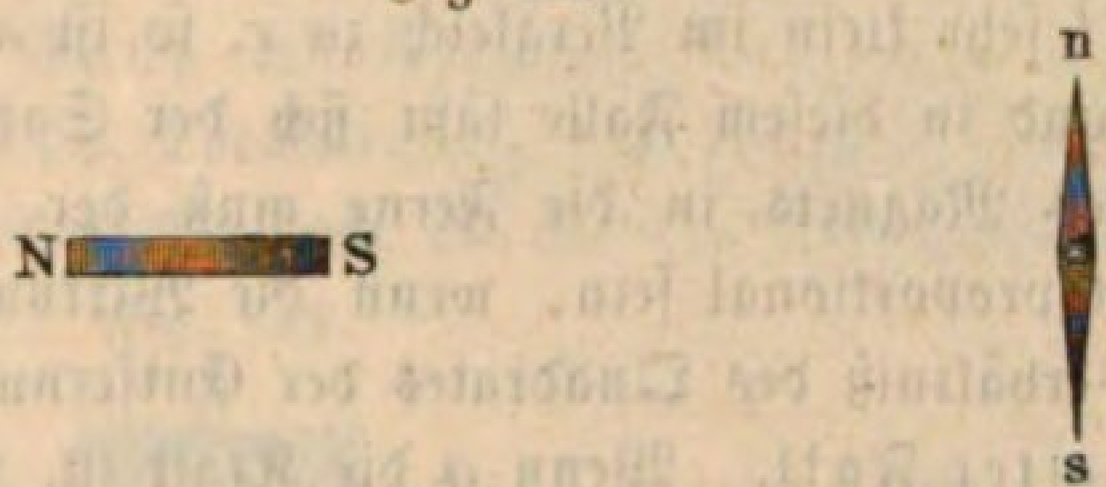


Fig. 149.

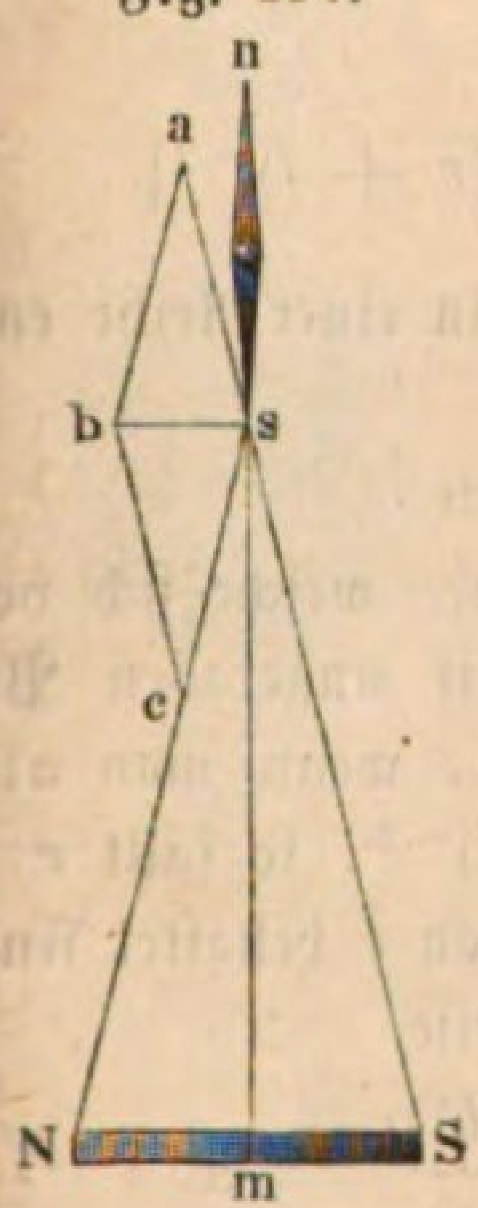


des Stabes, wie Fig. 149; in diesem Falle geht die Wirkung des Stabes dahin, die Nadel so zu stellen, daß ihre Längenaxe in die Verlängerung des Stabes fällt.

In Fig. 148 sowohl als in Fig. 149 sind die Nadeln rechtwinklig zu der durch den Magnetstab bedingten Gleichgewichtslage dargestellt. Wir wollen für beide Fälle die Kraft berechnen, mit welcher der Magnetstab die Nadel zu drehen strebt, wenn diese rechtwinklig zu der durch den Magnetstab bedingten Gleichgewichtslage steht.

Erster Fall. Der Pol S, Fig. 150, stößt den Pol s ab, und zwar in der Richtung sa. Bezeichnen wir mit q die abstoßende Kraft, welche diese beiden Pole in der Entfernung 1 auf einander ausüben, so ist $\frac{q}{r^2}$ die abstoßende Kraft, welche sie wirklich auf einander ausüben, wenn ihre Entfernung mit r bezeichnet wird.

Fig. 150.



Die Kraft $\frac{q}{r^2}$, mit welcher der Pol S den Pol s abstößt, kann durch die Linie sa dargestellt werden.

Der Pol N wirkt anziehend auf s, und zwar zieht er ebenso stark an, wie S abstößt, weil S und N gleich weit von s entfernt sind; die anziehende Kraft kann also durch die Linie sc dargestellt werden. Nach dem Gesetze des Parallelogramms der Kräfte ergiebt sich sb als Resultirende der beiden Kräfte sa und sc. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke NSs und bsa aber ergiebt sich die Proportion

$$Ss : SN = as : bs.$$

Da nun $Ss = r$, $sa = \frac{q}{r^2}$ ist, so geht jene Proportion über in

$$r : 2l = \frac{q}{r^2} : f,$$

wenn wir mit f den Werth der Resultirenden bs, d. h. die Totalwirkung des Magneten SN auf den Pol s, und mit l die halbe Länge des Magneten bezeichnen; daraus ergiebt sich

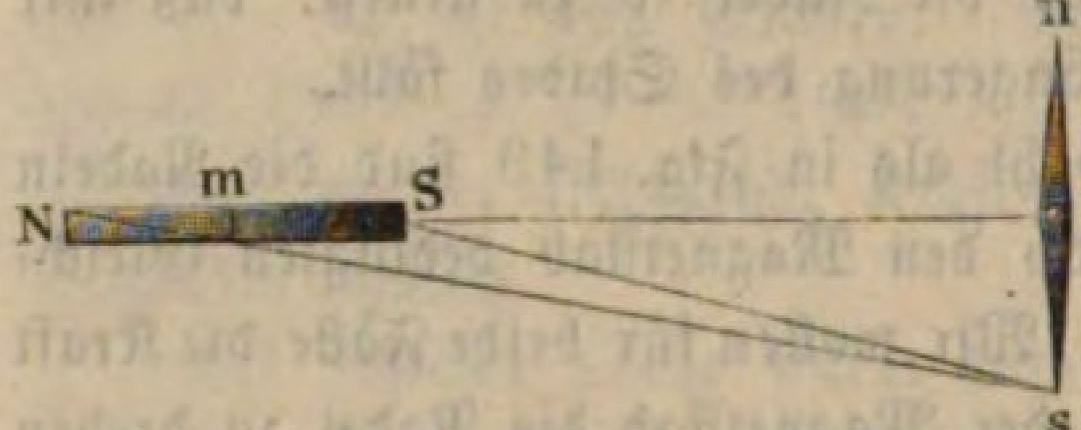
$$f = \frac{2lq}{r^3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Der Werth f, d. h. die Totalwirkung des Magnets NS auf den anderen steht also im umgekehrten Verhältnisse der dritten Potenz von r.

Ist l sehr klein im Vergleich zu r, so ist sm nicht wesentlich von sS verschieden, und in diesem Falle läßt sich der Satz so aussprechen: die Totalwirkung eines Magnets in die Ferne muß der dritten Potenz der Entfernung umgekehrt proportional sein, wenn die Wirkung der einzelnen Pole im umgekehrten Verhältniß des Quadrates der Entfernung abnimmt.

Zweiter Fall. Wenn q die Kraft ist, mit welcher der Pol N den Pol s aus der Entfernung 1 anzieht, so ist seine anziehende Kraft für die Entfernung Ns gleich $\frac{q}{(r+l)^2}$, wenn mit r die Entfernung ms und mit l die halbe Länge des Magnets NS bezeichnet wird; die abstoßende Kraft aber, mit welcher S auf s wirkt, ist demnach gleich $\frac{q}{(r-l)^2}$. Wenn ns klein ist im Vergleich zu der Entfernung des Magnetstabes NS, so kann man ohne merklichen Fehler die Richtung der beiden auf s wirkenden Kräfte als gleich und rechtwinklig auf ns annehmen. Demnach ist die Totalkraft, mit welcher der Magnet NS auf s wirkt,

Fig. 151.



$$F = \frac{q}{(r-l)^2} - \frac{q}{(r+l)^2} = q\,[(r-l)^{-2} - (r+l)^{-2}].$$

Wenn man $(r-l)^{-2}$ nach dem binomischen Lehrsatze in einer Reihe entwickelt, so kommt

$$r^{-2} + 2r^{-3}l + 3r^{-4}l^2 + 4r^{-5}l^3 + \text{ꝛc.}$$

Der Ausdruck $(r+l)^{-2}$ giebt eine ganz ähnliche Reihe, welche sich von dieser nur dadurch unterscheidet, daß alle Glieder, welche mit ungeraden Potenzen von l behaftet sind, das entgegengesetzte Zeichen haben, wenn man also die Reihe für $(r+l)^{-2}$ abzieht von der Reihe für $(r-l)^{-2}$, so fällt r^{-2} weg, und ebenso alle Glieder, welche mit geraden Potenzen von l behaftet sind, während sich die anderen summiren; man erhält auf diese Weise

$$F = 4lqr^{-3} + 8l^3qr^{-5} + \text{ꝛc.} = \frac{4lq}{r^3} + \frac{8l^3q}{r^5} = \text{ꝛc.}$$

Wenn man alle folgenden Glieder der Reihe gegen das erste vernachläßigt, was um so mehr erlaubt ist, als r im Vergleich zu l wächst, so hat man also

$$F = \frac{4lq}{r^3}.$$

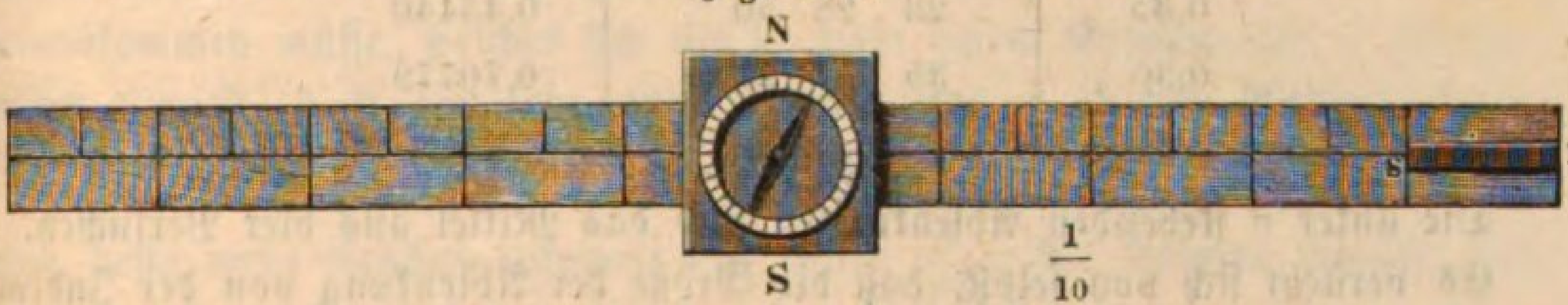
Vergleichen wir diesen Werth F mit dem für die erste Lage gefundenen Werthe von f, so ergiebt sich

$$F = 2f.$$

Alle vernachläßigten Glieder haben zum Nenner eine Potenz von r, welche höher ist als die dritte.

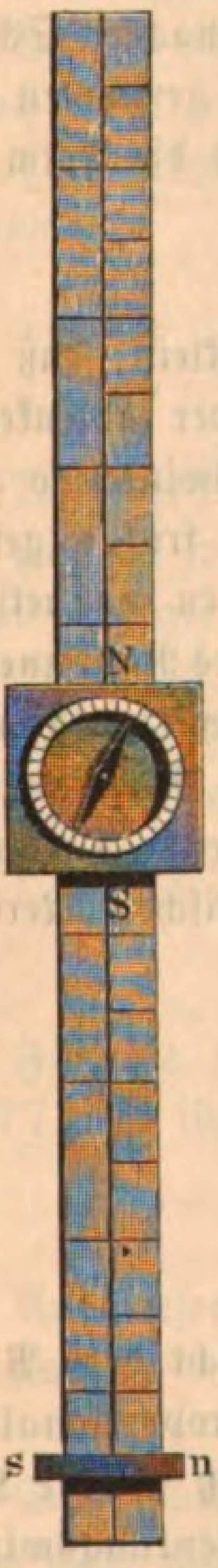
Die Richtigkeit dieser Schlußfolgerungen, nach welchen sich die Totalwirkung eines Magneten in die Ferne wirklich umgekehrt wie die dritte Potenz seiner Entfernung verhält, hat **Gauß** mit Hülfe des **Magnetometers** nachgewiesen. Die Versuche über die Totalwirkung der Magnete in die Ferne lassen sich aber auch ohne Magnetometer nach **W. Weber's** Angaben mit einer

Fig. 152.



gewöhnlichen Bussole, die nur in ganze Grade getheilt ist, anstellen, da man noch 10tel Grade schätzen kann. Die Bussole wird auf die Mitte eines etwas breiten Maßstabes gesetzt, der nur in Decimeter getheilt zu sein braucht. Der Maßstab ist 1 Meter lang. Bei einer Versuchsreihe wird der Maßstab rechtwinklig auf den magnetischen Meridian gelegt, wie Fig. 152 zeigt. Der ablenkende Magnetstab *ns* ist 1 Decimeter lang. In der Stellung Fig. 152 ist die Entfernung seiner Mitte vom Mittelpunkte der Nadel 450 Millimeter; außerdem beobachtete **Weber** noch die Ablenkung für die Entfernungen 350 Millimeter und 300 Millimeter. Für die gleiche Entfernung kann man vier Ablenkungsversuche machen. Hat man z. B. die Ablenkung für die in Fig. 152 dargestellte Lage beobachtet, so wird einfach der Magnetstab umgekehrt, so daß *s* dahin kommt, wo *n* war und umgekehrt. Man erhält dann nahezu die gleiche Ablenkung wie vorher, nur nach entgegengesetzter Richtung. Nun bringt man den Magnetstab, der bei diesen beiden Versuchen auf der Ostseite der Bussole lag, in gleicher Entfernung auf die Westseite und macht hier wieder zwei Beobachtungen. Aus den so gemachten vier Beobachtungen wird das Mittel genommen.

Fig. 153.



Für die zweite Versuchsreihe, Fig. 153, legt man den Maßstab in die Richtung des magnetischen Meridians und den ablenkenden Magneten rechtwinklig auf denselben. Wiederholt man nun die Versuche, so wird man finden, daß die Ablenkungen jetzt sehr nahe halb so groß sind, als man in der ersten Versuchsreihe für dieselbe Entfernung gefunden hatte.

Zum Behufe magnetischer Intensitätsbestimmungen hat **Weber** die Ablenkungen für die in Fig. 152 dargestellte Anordnung und die Entfernungen 450, 350 und 300 Millimeter bestimmt. Die Versuche gaben die in folgender Tabelle zusammengestellten Resultate:

r	v	$tang\, v$
0,45m	11° 24′ 0″	0,29163
0,35	23 28 50	0,43440
0,30	35 17 25	0,70779

Die unter v stehenden Ablenkungen sind das Mittel aus vier Versuchen.

Es versteht sich von selbst, daß die Größe der Ablenkung von der Individualität des Ablenkungsmagnets abhängt. Wäre der Magnet ns schwächer magnetisirt gewesen, so wären die Ablenkungen geringer ausgefallen.

Diese Resultate bestätigen nun vollkommen unsere oben gemachten Schlüsse über die Totalwirkung von Magneten. Nach den auf S. 192 gemachten Entwickelungen hat der Werth für die Totalwirkung eines Magnets die Form

$$F = \frac{x}{r^3} + \frac{y}{r^5} + \text{etc.}$$

Bei den Gauß'schen Versuchen war die Ablenkung so klein, daß man ohne merklichen Fehler den Ablenkungswinkel für das Maß der ablenkenden Kraft nehmen kann, bei diesen Versuchen aber ist der Ablenkungswinkel so groß, daß man diese Annahme nicht mehr machen darf. Wie wir früher gesehen haben, ist die Kraft, womit der Erdmagnetismus die Nadel in den magnetischen Meridian zurückzudrehen strebt, $c\,.\,sin\,v$; durch ein ganz ähnliches Raisonnement ergiebt sich aber auch, daß, wenn F das Drehungsmoment ist, mit welchem der Ablenkungsstab auf die Nadel wirkt, wenn sie im magnetischen Meridian steht, daß alsdann $F\,.\,cos\,v$ das vom Stabe her auf die Nadel wirkende Drehungsmoment sei, wenn die Nadel einen Winkel v mit dem magnetischen Meridian macht. Für den Fall des Gleichgewichtes aber ist

$$c\,.\,sin\,v = F\,.\,cos\,v,$$

und daraus

$$\frac{F}{c} = tang\,v$$

$$F = c\,.\,tang\,v,$$

woraus man ersieht, daß die ablenkende Kraft des Magnets nicht dem Ablenkungswinkel, sondern der Tangente des Ablenkungswinkels proportional ist; wir können also die Tangente des Ablenkungswinkels als Maß für die Kraft des ablenkenden Magnets ansehen; für die Tangente des Ablenkungswinkels gilt also auch Alles, was von der ablenkenden Kraft selbst gesagt wurde, und wir haben also

$$tang\,v = \frac{x}{r^3} + \frac{y}{r^5} + \text{etc.}$$

Je mehr nun r wächst, desto mehr nähert sich der Werth von $tang\,v$ dem

Werthe $\frac{x}{r^3}$. Multiplicirt man auf beiden Seiten mit r^3, so kommt

$$r^3 \, tang \, v = x + \frac{y}{r^2} + \text{etc.}$$

Aus dieser Gleichung sieht man, daß, wenn man die Tangente des Ablenkungswinkels mit der dritten Potenz der Entfernung multiplicirt, ein Product herauskommen müsse, welches sich um so mehr einem Gränzwerthe x nähert, je größer r wird, d. h. für sehr große Werthe von r ist das Product $r^3 tang\, v$ stets gleich, wie sich der Werth von r auch ändern mag. Je kleiner aber r wird, desto mehr Einfluß bekommt das Glied $\frac{y}{r^2}$; für kleinere Werthe von r wird also auch der Werth des Productes $r^3 tang\, v$ den Gränzwerth x um so mehr übertreffen, je kleiner r ist.

Bei den eben angeführten Weber'schen Versuchen ist nun r so klein, daß es noch einen sehr merklichen Einfluß auf das Product $r^3 tang\, v$ ausübt. Aus den angeführten Weber'schen Versuchen berechnet man folgende Werthe von $r^3 tang\, v$:

0,018374000	für die Entfernung	0,45	Meter
0,018625000	» » »	0,35	»
0,019110000	» » »	0,30	»

Wir sehen also, daß für kleinere r jenes Product immer größer wird.

Für die folgenden Bestimmungen der Intensität des Erdmagnetismus ist es von der größten Wichtigkeit, den Gränzwerth zu ermitteln, dem sich das Product $r^3 tang\, v$ immer mehr nähert, je größer r wird.

Für die Entfernung 450 Millimeter ist der Werth von $tang\, v$ gleich 0,20163; wenn wir nur die beiden ersten Glieder im Werthe von $tang\, v$ berücksichtigen, so hat man die Gleichung

$$0{,}20163 = \frac{x}{0{,}45^3} + \frac{y}{0{,}45^5} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Für die Entfernung 300 Millimeter ist der Werth von $tang\, v$ gleich 0,70779, es ist also

$$0{,}70779 = \frac{x}{0{,}3^3} + \frac{y}{0{,}3^5} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Aus diesen beiden Gleichungen läßt sich nun der Werth von x bestimmen; man findet

$$x = 0{,}017784.$$

Dies würde genau der Gränzwerth sein, dem sich das Product $r^3 tang\, v$ um so mehr nähert, je größer r wird, wenn die Versuche ganz frei von Beobachtungsfehlern wären. In diesem Falle müßte man auch genau denselben Werth von x finden, wenn man den ersten und zweiten Versuch in der Weise verbindet, wie wir es eben für den ersten und dritten gethan haben. Für die Entfernung 0,35 Meter ist der Werth von $tang\, v$ gleich 0,4344; dies giebt die Gleichung

$$0{,}4344 = \frac{x}{0{,}35^3} + \frac{y}{0{,}35^5}.$$

Combinirt man diese Gleichung mit der Gleichung (1), so kommt

$$x = 0{,}01799.$$

Combinirt man auf dieselbe Weise den zweiten und dritten Versuch, so kommt

$$x = 0{,}01731.$$

Den wahrscheinlichsten Werth von x erhält man, wenn man aus jenen drei Werthen das Mittel nimmt; man findet auf diese Weise

$$x = 0{,}017667.$$

Weber hat nach der Methode der kleinsten Quadrate auf eine genauere Weise diesen Werth berechnet und 0,01753 gefunden, was mit unserem Resultate nahe zusammenfällt.

Der Gränzwerth von $r^3 \, tang \, v$, den wir das reducirte Drehungsmoment nennen wollen, ist die Tangente des Ablenkungswinkels, um welchen die bewegliche Nadel durch den festen Stab abgelenkt wird, wenn die Mitte der Nadel von der Mitte des Stabes um die Längeneinheit, für welche wir hier das Meter nehmen, von einander entfernt sind, vorausgesetzt, daß die Dimensionen der beiden Magnete im Vergleich zu dieser Entfernung klein genug sind.

Bei der Fig. 152 dargestellten gegenseitigen Lage ist das reducirte Drehungsmoment, also die Tangente des Winkels, um welchen die Nadel durch den um 1 Meter entfernten Stab abgelenkt wird, 0,01753; bei der Fig. 153 dargestellten gegenseitigen Lage aber nur 0,00876; im ersten Falle ist der entsprechende Ablenkungswinkel 1° 0′ 43″, im letzteren 30′ 21″.

§. 86. **Bestimmung der Intensität des Erdmagnetismus nach absolutem Maass.** Nachdem wir die Gesetze, welchen die Wirkung der Magnete in die Ferne folgt, kennen gelernt haben, können wir uns auch zu den Untersuchungen über die Bestimmung der Intensität des Erdmagnetismus wenden.

Die Gesammtkraft, welche auf eine in horizontaler Ebene schwingende Magnetnadel wirkt, läßt sich aus den beobachteten Schwingungszeiten nach den Gesetzen der Pendelbewegung berechnen. Wie wir oben Seite 59 gesehen haben, ist für ein einfaches Pendel

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

wo die Buchstaben t, π, l und g die dort angegebene Bedeutung haben.

Wenn man mit einem physischen, also zusammengesetzten Pendel zu thun hat, so muß für l die Länge des einfachen Pendels gesetzt werden, welches mit dem fraglichen physischen gleiche Schwingungsdauer hat. Wie Seite 72 gezeigt wurde, findet man aber diese Länge, d. h. die Entfernung des Aufhängepunktes vom Schwingungspunkte des physischen Pendels, wenn man die

Summe der Trägheitsmomente aller materiellen Punkte durch die Summe der statischen Momente der Kräfte dividirt, welche auf die einzelnen Punkte wirken. Bezeichnen wir die Summe der Trägheitsmomente mit K, die jener statischen Momente mit C, so ist

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{Cg}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

Um die Sache recht anschaulich zu machen, wollen wir die Bedeutung der Buchstaben K und C noch von einer anderen Seite betrachten. Die Summe K der Trägheitsmomente der einzelnen materiellen Theilchen, das Trägheitsmoment des Körpers, ist in der That nichts anders als die träge Masse, die in der Entfernung 1 vom Drehpunkte concentrirt sein müßte, um der Gesammtheit der beschleunigenden Kräfte, welche die Oscillationen bewirken, denselben Widerstand entgegenzusetzen, wie es die träge Masse des Körpers wirklich thut. Die Summe C der statischen Momente ist aber ebenso die Kraft, die in der Entfernung 1 vom Drehpunkte angreifen müßte, um denselben Effect hervorzubringen, wie die Gesammtheit aller Kräfte, die in verschiedenen Entfernungen angreifen.

Wenden wir nun unsere Formel auf einen Magnetstab an, welcher in horizontaler Ebene um eine verticale Axe unter dem Einflusse des Erdmagnetismus oscillirt, so ergiebt sich t aus der Beobachtung und K läßt sich nach Principien der Mechanik berechnen, wenn der Stab eine einfache reguläre Gestalt hat. Aus Gleichung (a) ergiebt sich für C der Werth

$$C = \frac{\pi^2 K}{g \, . \, t^2} \, .$$

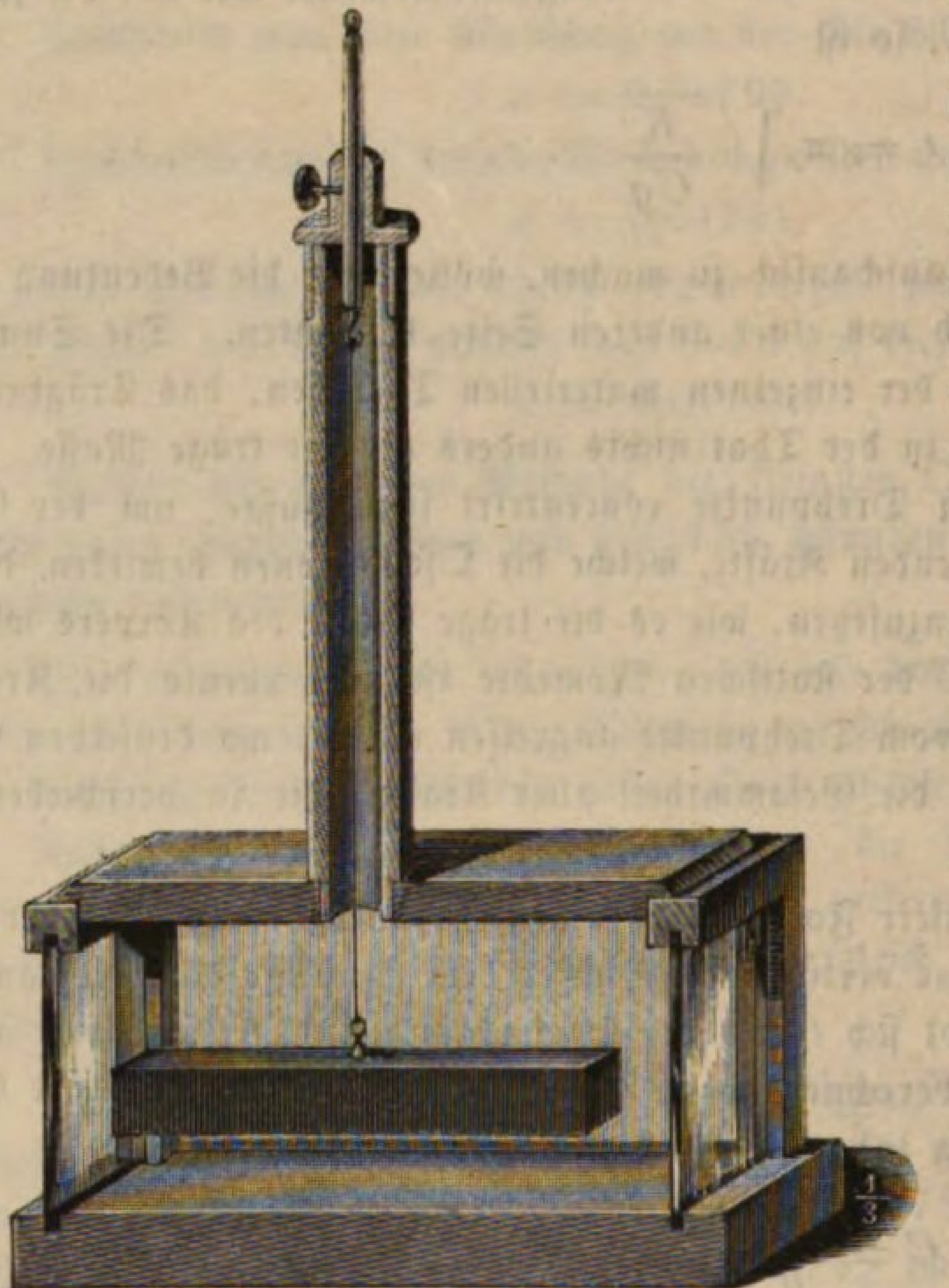
Gauß wandte zu den Schwingungsversuchen, die er zur Bestimmung der erdmagnetischen Kraft anstellte, ein Magnetometer an, bei welchem der Magnetstab in einem messingenen Schiffchen liegt, welches mitschwingt. Dadurch ist nun eine genaue Berechnung des Trägheitsmomentes K unmöglich, und es ist deshalb nöthig, diese Größe durch den Versuch auszumitteln, was nach den in §. 35, Seite 72 entwickelten Grundsätzen leicht auszuführen ist.

W. Weber hat einen ganz einfachen Apparat angegeben, um nach der Gauß'schen Methode die Intensität der erdmagnetischen Kraft zu bestimmen, der besonders Reisenden und solchen zu empfehlen ist, die ein Magnetometer mit allem Zubehör nicht anschaffen und aufstellen können. Der Magnetstab, den Weber anwendet, ist ein möglichst genau gearbeitetes Parallelepiped von quadratischem oder fast quadratischem Querschnitt. In dem Mittelpunkte der oberen Fläche befindet sich ein Loch, welches mit einem Schraubengewinde versehen ist, damit man ein Messingöhr einschrauben kann, wie Fig. 154 (a. f. S.) zeigt.

Das Trägheitsmoment dieses Messingöhrs ist so gering, daß es ohne Weiteres gegen das Trägheitsmoment des Magnetstabes selbst, welches aus dessen Dimensionen und seinem Gewichte leicht berechnet werden kann (§. 33, S. 68),

vernachlässigt werden darf. Um störende Luftströmungen abzuhalten, wird der Magnetstab an einem Bündel ungedrehter Seidenfäden in einem mit Glaswänden versehenen Kästchen aufgehängt, wie unsere Figur zeigt. Der hölzerne Deckel mit dem hölzernen Rohre, in welchem der Faden herabhängt, kann abgehoben werden.

Fig. 154.



Der Magnetstab, wie ihn Weber anwandte, war 10,1 Centimeter lang, 1,75 Centimeter breit und wog 142 Gramm (es ist bequem, wenn er genau 10 Centimeter lang ist). Wie uns die Mechanik lehrt, findet man das Trägheitsmoment eines vierseitigen Prismas in Beziehung auf eine feste Axe, welche durch den Schwerpunkt des Prismas geht und der einen Kante parallel ist, nach der Formel $K = \frac{a^2 + b^2}{12} p$, wo a und b die Längen derjenigen Kanten bezeichnen, welche nicht mit der Umdrehungsaxe parallel sind; p ist das Gewicht des Stabes. Für Weber's Magnet war $a = 10{,}1$ Centimeter, $b = 1{,}75$ Centimeter, $p = 142$ Gramm, es ist demnach

$$K = \frac{10{,}1^2 + 1{,}75^2}{12}\ 142 = 1243{,}36,$$

wenn man das Gramm zur Gewichtseinheit nimmt. Der fragliche Magnetstab setzt also einer jeden beschleunigenden Kraft, die ihn um seine verticale Axe zu drehen strebt, einen eben so großen Widerstand entgegen, wie eine träge Masse von 1243,36 Grammen, die von der Drehungsaxe um 1 Centimeter entfernt ist.

Die Dauer einer Oscillation, also t, war für den Stab 6,67 Secunden, es ergiebt sich demnach

$$C = \frac{1243{,}36\ .\ \pi^2}{g\ .\ 6{,}67^2} = 0{,}2812,$$

wenn man für π^2 seinen Werth 9,8696 und für g seinen Werth 980,88 (Centimeter) setzt.

Die Zahl 0,2812 drückt die Menge der Gramme aus, deren Druck unter der Wirkung der Schwere auf einen 1 Centimeter langen Hebel gleich ist der Kraft, mit welcher der Erdmagnetismus den Stab um seine verticale Axe zu drehen strebt, wenn er rechtwinklig auf dem magnetischen Meridian steht.

Auf diese Weise ist schon die magnetische Kraft, welche den Stab beschleunigt, auf ein bekanntes Maß zurückgeführt. Damit ist aber der Zweck noch nicht erreicht, man hat noch keinen Werth für die magnetische Erdkraft, denn das Drehungsmoment $C = 0{,}2812$ ist noch von der Natur des Stabes abhängig. Wäre der Magnetismus des Stabes stärker oder schwächer entwickelt gewesen, so würde der Werth von C größer oder kleiner geworden sein; außerdem ist aber auch C der magnetischen Erdkraft proportional, es ist also

$$C = T \,.\, M,$$

wenn T die magnetische Erdkraft und M den Stabmagnetismus bezeichnet; es ist also für unser Beispiel

$$T \,.\, M = 0{,}2812;$$

allgemein ausgedrückt

$$T \,.\, M = \frac{\pi^2 K}{g t^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Wenn es nun gelingt, noch eine andere Relation zwischen den Größen T und M zu finden, wonach man eine zweite Gleichung zwischen T und M bilden kann, so läßt sich M, also gewissermaßen die magnetische Individualität des Stabes, eliminiren und ein absoluter Werth für T finden.

Eine solche weitere Beziehung zwischen M und T ergiebt sich aber, wenn wir die Wirkung des Erdmagnetismus auf eine bewegliche Nadel mit derjenigen vergleichen, welche der horizontale Magnetstab auf dieselbe hervorzubringen im Stande ist.

Den horizontalen Theil der Wirkung, welchen der Erdmagnetismus auf eine horizontale Magnetnadel ns, Fig. 155, ausübt, können wir uns ersetzt denken durch die Wirkung eines Magnetstabes ns, der parallel dem magnetischen Meridian mit der Nadel in gleicher Horizontalebene liegt und zwar so, daß die Verbindungslinie der Mittelpunkte des Stabes und der Nadel rechtwinklig auf dem magnetischen Meridian steht und daß der Abstand dieser Mittelpunkte 1 Meter beträgt.

Fig. 155.



Die Wirkung dieses idealen Magnetstabes auf die Nadel können wir nun vergleichen mit der Wirkung, welche derjenige Magnetstab auf dieselbe hervorbringt, dessen Drehungsmoment wir

soeben kennen gelernt haben, vorausgesetzt, daß dieser Magnetstab unter gleichen Verhältnissen auf die Nadel wirkt wie der ideale Magnet, was der Fall ist, wenn sein gleichfalls 1 Meter von der Mitte der Nadel ns abstehender Mittelpunkt in dem magnetischen Meridian derselben liegt und seine Axe rechtwinklig zum magnetischen Meridian ist, denn jetzt strebt jeder der beiden Magnete **NS** und NS die Nadel mit seiner Richtung parallel zu stellen; NS strebt sie rechtwinklig auf den magnetischen Meridian zu stellen, **NS** strebt sie in denselben zurückzuführen, und die trigonometrische Tangente des Ablenkungswinkels giebt uns das Verhältniß der Kräfte an, mit welchen beide Stäbe auf die Nadel wirken.

Der horizontale Theil des Erdmagnetismus oder der denselben vertretende Magnetstab **NS** dreht die Nadel mit der Kraft mT, der Stab NS wirkt auf dieselbe, nach entgegengesetzter Richtung drehend, mit der Kraft mM, wenn m das magnetische Moment der Nadel ns bezeichnet, M und T aber die soeben besprochene Bedeutung haben. Nun aber ist

$$\frac{mM}{mT} = \frac{M}{T} = r^3 \operatorname{tang} v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

denn das reducirte Drehungsmoment $r^3 \operatorname{tang} v$ ist ja die Tangente des Ablenkungswinkels, welche der Stab in der bezeichneten Lage bei 1 Meter Entfernung von der Nadel bewirkt. Aus der Combination der Gleichungen

$$TM = \frac{\pi^2 K}{g t^2}$$

und

$$\frac{M}{T} = r^3 \operatorname{tang} v$$

ergiebt sich aber

$$T = \frac{\pi}{t} \sqrt{\frac{K}{g r^3 \operatorname{tang} v}}.$$

Suchen wir nun für T einen Zahlenwerth zu erhalten. Für den Magnetstab, mit welchem Weber die schon besprochenen Ablenkungs- und Schwingungsversuche gemacht hat, ergab sich, wie wir wissen,

$$T \, . \, M = 0{,}2812 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

und das reducirte Drehungsmoment

$$r^3 \operatorname{tang} v = 0{,}00876,$$

folglich auch

$$\frac{M}{T} = 0{,}00876 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (b)$$

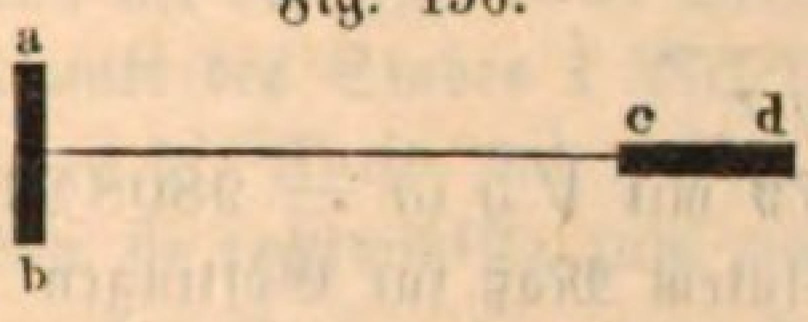
Aus der Combination der beiden Gleichungen (a) und (b) ergiebt sich aber

$$T = 5{,}65.$$

Wir haben jetzt für T einen numerischen Werth gefunden, und nun kommt es darauf an, die Einheit genauer zu definiren, auf welche sich dieser Zahlenwerth bezieht.

Wenn in einem Magnetstabe ab, Fig. 156, die Einheit des freien Magnetismus entwickelt ist, so wird er einen gleich stark magnetischen Stab cd, welcher sich auf dem in der Mitte von ab errichteten Perpendikel befindet und dessen Mittelpunkt 1 Meter weit vom Mittelpunkte des Stabes ab entfernt ist, aus der in der Figur 156 angedeuteten Stellung mit einer Kraft zu drehen streben, welche gleich ist dem statischen Moment von 1 Gramm, welches an einen Hebelarm von 1 Centimeter angreift.

Fig. 156.



Wenn die Intensität des horizontalen Theils des Erdmagnetismus $T = 5{,}65$ ist, so heißt das, der Erdmagnetismus wird einen Magnetstab, welcher rechtwinklig zum magnetischen Meridian steht, und in welchem die Einheit des freien Magnetismus entwickelt ist, mit einer Kraft drehen, welche gleich ist dem statischen Momente von 5,65 Gramm, den Hebelarm 1 Centimeter angreifend.

Wir haben oben gesehen, daß für den Weber'schen Versuchsstab $MT = 0{,}2812$ ist. Da nun $T = 5{,}65$, so ist für diesen Stab $M = 0{,}0495$; der in demselben entwickelte freie Magnetismus beträgt also $^{495}/_{10000}$ von demjenigen, welchen wir zur Einheit der magnetischen Kraft genommen haben.

Die eben gemachte Bestimmung der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus bezieht sich auf Göttingen. Für andere Orte wird man andere Werthe von T erhalten, und zwar wächst die Stärke des horizontalen Theils des Erdmagnetismus um so mehr, je mehr man sich dem magnetischen Aequator nähert.

Gauß und Weber legten bei der numerischen Bestimmung der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus nach absolutem Maße andere Einheiten zu Grunde, als es eben, des leichteren Verständnisses wegen, geschehen ist. Zunächst nehmen sie das Milligramm zur Gewichtseinheit und nehmen den Angriffspunkt 1 Millimeter weit von der Drehungsaxe; ferner beziehen sie das reducirte Drehungsmoment $r^3 \, tang \, v$ nicht auf die Entfernung von 1 Meter, sondern auf die von 1 Millimeter. Dadurch wird der Werth von T $1000\sqrt{10}$mal kleiner, es ergiebt sich alsdann für Göttingen nach der Formel

$$T = \frac{\pi}{t}\sqrt{\frac{K}{g r^3 \, tang \, v}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

der Werth

$$T = 0{,}0179.$$

Nun aber ist die Intensität der Schwerkraft nicht für alle Orte der Erde dieselbe, oder, mit anderen Worten, der in obiger Gleichung vorkommende Werth von g ist selbst eine variable Größe. Um nun T auf ein durchaus absolutes Maß zurückzuführen, muß man statt der Schwere eine andere Krafteinheit substituiren, und zwar nehmen jene Physiker als eine Einheit der Kraft diejenige an, unter deren Einfluß der Fallraum der ersten Secunde nicht g, sondern 1 Millimeter wäre. Um den Werth von T auf diese Krafteinheit zu

reduciren, hat man nur die Gleichung (3) noch mit $\sqrt{g}$ zu multipliciren; es ergiebt sich alsdann

$$T = \frac{\pi}{t}\sqrt{\frac{K}{r^3 \, tang \, v}}.$$

Multiplicirt man den Werth $T = 0{,}0179$ mit $\sqrt{g}$ ($g = 9808$ Millimeter für Göttingen), so ergiebt sich nach absolutem Maß für Göttingen

$$T = 1{,}774.$$

Nach derselben Einheit war die horizontale Intensität des Erdmagnetismus im Jahre 1845 für

München . . .	1,94
Genf	1,98.

Die bisher besprochene von Weber vereinfachte Beobachtungsmethode zur Bestimmung der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus giebt Resultate, welche bis auf die Größe der täglichen Variationen genau sind.

Der oben ermittelte Werth von T ist nicht der Werth der totalen Intensität der magnetischen Erdkraft, sondern nur der ihrer horizontalen Composante. Die Intensität der totalen magnetischen Erdkraft ist

$$J = \frac{T}{cos \, i},$$

wo für i der Inclinationswinkel zu setzen ist.

Aufgaben. 1. Wie groß ist in Grammen ausgedrückt der Werth von C für den in der dritten Aufgabe Seite 74 besprochenen Magnetstab?

Die Bedeutung der gefundenen Zahl ist mit Worten auszudrücken.

2. Ein Magnetstab von der Fig. 154, Seite 198 dargestellten Form und Einrichtung, 10 Centimeter lang, 1,5 Centimeter breit und hoch, 168,5 Grammen schwer, machte im Juni 1852 zu Freiburg 30,5 Schwingungen in 5 Minuten. Wie groß ist in diesem Falle der Werth von C in Grammen ausgedrückt?

3. Als mit demselben Magnetstabe die Ablenkungsversuche in der Fig. 153 auf Seite 193 angedeuteten Weise angestellt wurden, ergaben sich folgende zusammengehörige Werthe von r und v:

r	v
0,45^{m}	5^{0}
0,35	10,6
0,30	16,4

Was ist für diesen Fall das reducirte Drehungsmoment f des Stabes? Welche Ablenkung würde der Magnetstab hervorbringen, wenn sein Mittelpunkt, sein Abstand vom Mittelpunkte der Nadel gleich 1 Meter wäre?

4. Welche Ablenkung würde derselbe Magnetstab hervorbringen, wenn für die Fig. 152, S. 193 dargestellte Lage $r = 0{,}4$ Meter oder $r = 0{,}5$ Meter oder endlich $r = 1$ Meter wäre?

Welches ist für diese gegenseitige Stellung des Stabes und der Nadel das reducirte Drehungsmoment F des Stabes?

5. In welchem Verhältniß steht die Kraft, mit welcher unser Magnetstab die Magnetnadel aus dem magnetischen Meridian herauszudrehen strebt, wenn bei der Fig. 153, Seite 193 angedeuteten gegenseitigen Lage der Mittelpunkt des Stabes 1 Meter weit von dem Mittelpunkt der Nadel entfernt ist, zu der Kraft, mit welcher der Erdmagnetismus die Nadel drehen würde, wenn sie rechtwinklig zum magnetischen Meridian stände?

6. Wie groß ergiebt sich nach diesen Versuchen (in Grammen ausgedrückt) die horizontale Intensität T des Erdmagnetismus für Freiburg, wie groß ist das magnetische Moment M des Magnetstabes?

7. Welches ist, in Worten ausgedrückt, die Bedeutung der Zahlenwerthe von T und M, welche man als Auflösung der sechsten Aufgabe erhalten hat?

8. Wie groß ist die horizontale Intensität des Erdmagnetismus für Freiburg nach absolutem Maß?

9. Wie groß ist die ganze Intensität des Erdmagnetismus für Freiburg, da die Inclination daselbst 65° 30′ beträgt? (Siehe Grundriß §. 176.)

Sättigungspunkt. Je stärker die magnetisirenden Kräfte sind, welche man zur Magnetisirung eines Stahlstabes anwendet, desto stärker wird auch im Allgemeinen der erzeugte Magnetismus sein. Bei sehr starker Magnetisirung findet man aber, daß der anfangs sehr starke Magnetismus des Stabes nach und nach wieder bis zu einer gewissen Gränze abnimmt. — Die Gränze nun, über welche hinaus ein Stahlstab nicht bleibend magnetisirt werden kann, nennt man den Sättigungspunkt. §. 87.

Ein Maß für die Stärke des Magnetismus in einem Stahlstabe liefert uns die Ablenkung, welche er an einer Magnetnadel aus gegebener Entfernung hervorzubringen vermag, oder auch die Schwingungsdauer desselben. Häcker in Nürnberg, welchem es gelungen ist, äußerst kräftige Magnetstäbe herzustellen, hat zahlreiche Versuche über die Schwingungsdauer von Stäben angestellt, welche bis zu ihrem Sättigungspunkte magnetisirt sind, und gefunden, daß sie sich nach der empirischen Formel

$$T = c \sqrt[3]{P} \sqrt[6]{L}$$

berechnen läßt, in welcher T die Schwingungsdauer in Secunden, P das Gewicht in Lothen, und L die Länge der Magnetstäbe in Zollen, c aber einen constanten Factor bezeichnet, welcher von der Stärke des Magnetismus abhängt. Für die von ihm gemachten Magnetstäbe fand er $c = 2{,}67$. Liegt der Sättigungspunkt tiefer, so wird der Factor c größer. Bei später gemachten Magnetstäben brachte Häcker den Factor c bis auf 2,35 herunter.

Diese Formel giebt uns einen Anhaltspunkt, um die Stärke des Magnetismus in einem Stahlstabe zu beurtheilen. Für einen 12 Zoll langen, 11 Loth schweren Magnetstab berechnet man aus obiger Formel für den Factor $c = 2{,}67$ den Werth $T = 8{,}95$ Secunden. Gesetzt nun, man habe für einen Stab der angegebenen Dimensionen die Schwingungsdauer gleich 12 Se-

cunden gefunden, so folgt daraus, daß sein Magnetismus noch ziemlich weit von dem von Häcker erreichten Sättigungspunkte entfernt ist.

Man sieht aus obiger Formel, daß die Schwingungsdauer von Magnetstäben, welche bis zum Sättigungspunkte magnetisirt sind, bei gleichen Längen noch von der Masse, also vom Durchmesser, abhängt. Je dicker sie sind, desto langsamer schwingen sie. — Wäre in einem dicken Stabe in jedem Punkte der Magnetismus eben so stark entwickelt, als in einem dünnen, so müßte die Schwingungsdauer von den Dimensionen des Querschnittes des Stabes unabhängig sein. Da nun aber die dicken Stäbe langsamer schwingen, so folgt, daß in einem dünnen Stahlstabe eine verhältnißmäßig weit stärkere Entwickelung des freien Magnetismus möglich ist, als in einem dickeren.

Damit steht nun auch folgende Erscheinung in Zusammenhang. Ein Magnetstab *sn*, Fig. 152, bringt eine bestimmte Ablenkung der Bussolennadel hervor. Wird nun noch ein zweiter, dem ersteren ganz gleicher und gleich magnetischer Stahlstab ans andere Ende des Maßstabes gelegt, so wird die Ablenkung nahezu verdoppelt (die Tangente des Ablenkungswinkels ist jetzt doppelt so groß als vorher). Die Wirkung der beiden Magnetstäbe ist hier die zweifache von der eines einzigen.

Legt man aber den zweiten Magnetstab auf den ersten, so daß die gleichnamigen Pole auf einander fallen, daß man also gewissermaßen einen Magnetstab von doppeltem Querschnitt hat, so ist nun die Wirkung der beiden Stäbe zusammen bei weitem nicht doppelt so groß als die eines einzigen.

Der Grund davon ist sehr leicht zu übersehen. Jeder Stab hat, wenn beide mit gleichnamigen Polen auf einander gelegt werden, ein Bestreben, die Polarität des anderen umzukehren. Eine solche Umkehrung findet nun freilich nicht statt, jeder der beiden Stäbe schwächt aber wenigstens den Magnetismus des anderen.

Wie sich aber hier die beiden Magnetstäbchen gegen einander verhalten, so verhalten sich in einem Magnetstabe zwei neben einander liegende Längsstreifen, es ist also klar, daß man einen Stahlstab von größerem Querschnitte nicht bis zu derselben Gränze magnetisiren kann, wie einen dünneren.

Aufgaben. 1. Wie groß ergiebt sich der Factor *c* für den in der 2ten Aufgabe S. 202 besprochenen Magnetstab? Welches würde die Schwingungsdauer dieses Stahlstabes sein, wenn er aus Häcker'schen Stahl verfertigt und bis zum Sättigungspunkte magnetisirt wäre?

2. Welches würde die Schwingungsdauer eines bis zum Sättigungspunkte magnetisirten Häcker'schen Magneten sein, wenn seine Dimensionen dieselben wären, wie die des in der 3ten Aufgabe Seite 74 besprochenen Magnetstabes?

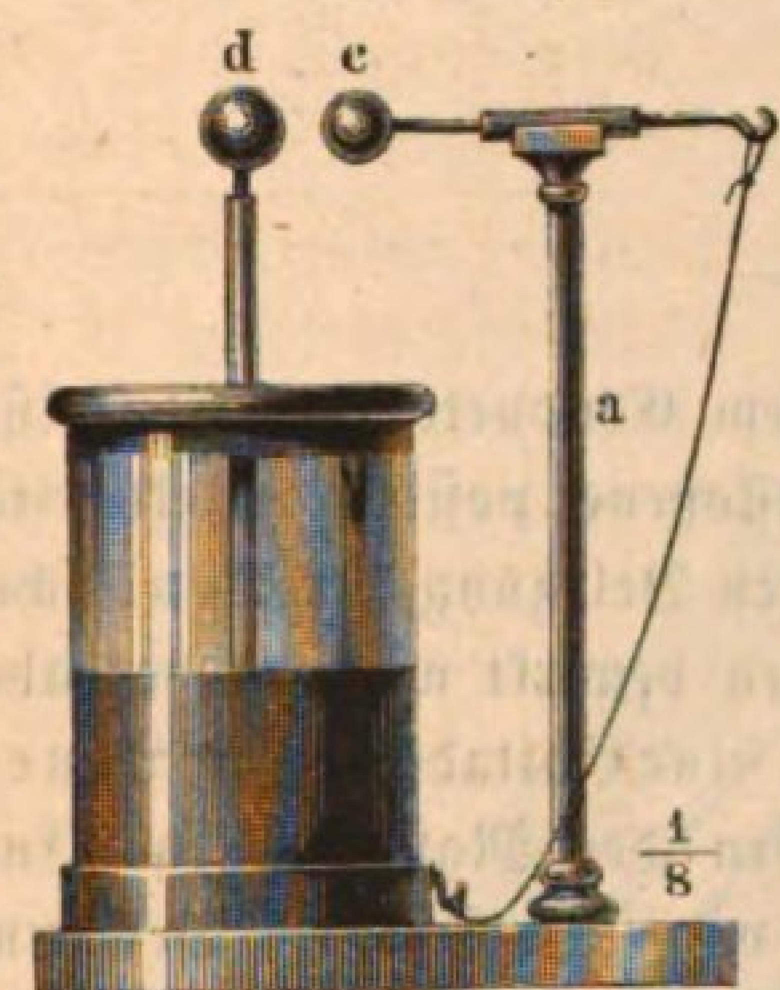
3. Wie groß ist der Factor *c* für den in der 3ten Aufgabe Seite 74 besprochenen Magnetstab?

Zweites Capitel.

Reibungselektricität.

Die Maassflasche. Eine für quantitative Untersuchungen vortreffliche Vorrichtung hat Lane angegeben. Auf demselben Fuße, Fig. 157, auf welchem die Leydener Flasche steht, ist ein verticaler Stab *a* befestigt, durch dessen oberes Ende ein horizontales, an einem Ende mit einer Kugel *c* endigendes Messingstäbchen hindurchgeht. Man kann dieses Stäbchen beliebig vor- und rückwärts schieben und die Kugel *c* in beliebige Entfernung von der Kugel *d* der Flasche bringen. Das Stäbchen ist mit einer Theilung versehen, welche es möglich macht, die Entfernung der beiden Kugeln genau zu messen. Das Stäbchen wird durch einen Messingdraht mit der äußeren Belegung der Flasche metallisch verbunden. §. 88.

Fig. 157.



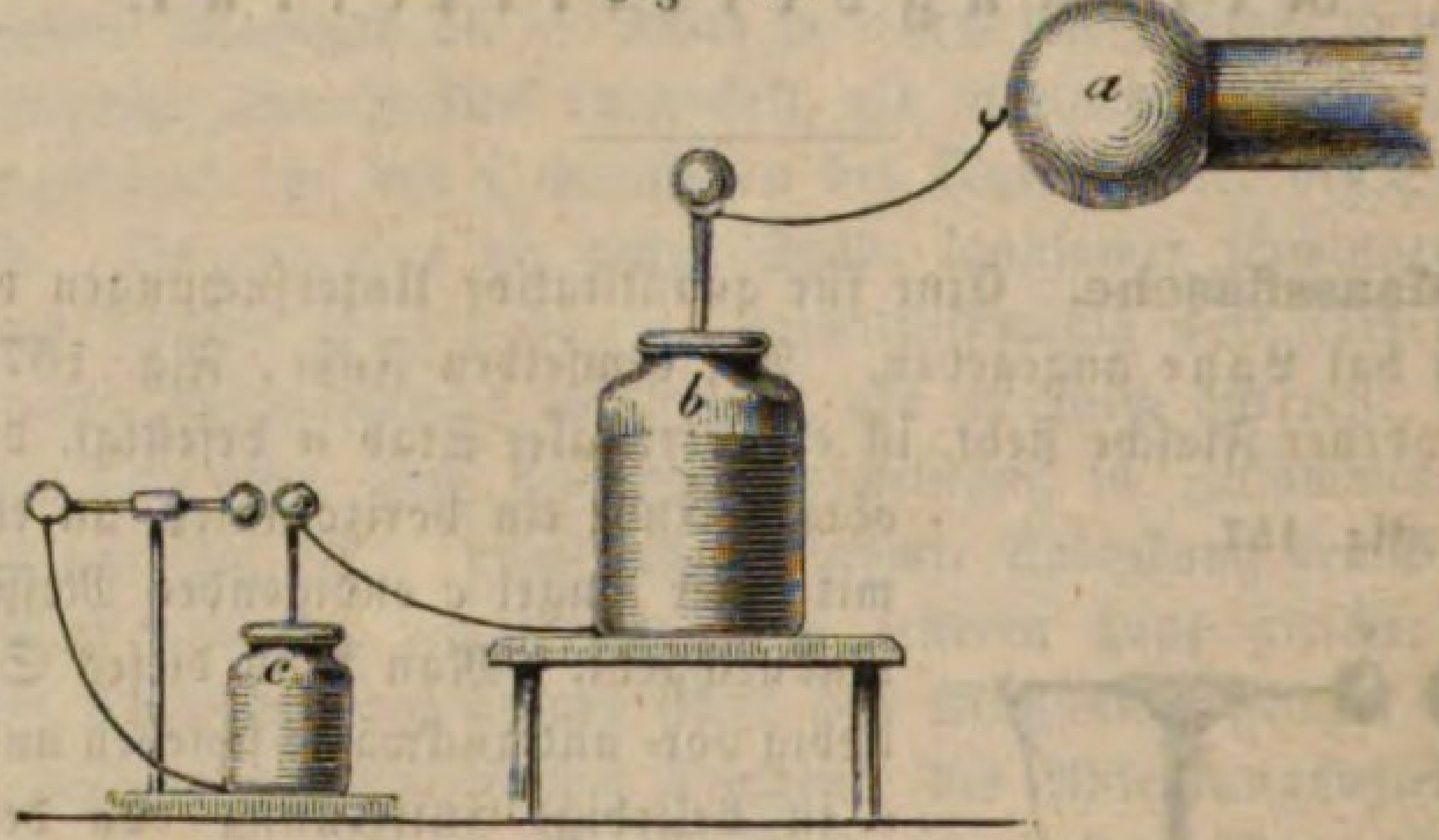
Wenn man die Kugel des Drahtes *c* in einer bestimmten Lage festgestellt hat, so wird der Funken überspringen, wenn die Ladung der Flasche eine gewisse Größe erreicht hat; so oft nun bei unveränderter Entfernung der Kugeln eine Entladung der Flasche stattfindet, kann man überzeugt sein, daß sie bis zu derselben Gränze geladen war.

Die Entfernung, auf welche der Entladungsfunken überspringt, die Schlagweite, ist ein Maß für die Ladung der Flasche. Lane fand, daß bei gleichmäßigem Drehen der Elektrisirmaschine, welche die Flasche ladet, die Entladungen noch einmal so häufig sind, wenn die Kugel *c* nur $^1/_2$''' weit von der Kugel *d* entfernt ist, als wenn diese Entfernung 1''' beträgt. Harris und Rieß bestätigten dies und fanden ferner, daß die Schlagweite einer Flasche oder einer Batterie überhaupt der Dichtigkeit der angehäuften Elektricität proportional sei, daß also für eine Batterie von 2, 3, 4 u. s. w. ganz gleichen Flaschen eine 2-, 3-, 4mal so große Elektricitätsmenge zugeführt werden muß, als einer einzigen dieser Flaschen, wenn die Schlagweite unverändert bleiben soll.

Rieß wendet die Lane'sche Flasche an, um die Quantität der Elektricität zu messen, mit welcher eine Batterie geladen wird. Zu diesem Zwecke stellte er die Batterie auf ein durch Glasfüße isolirtes Gestell und setzte die äußere Belegung der Batterie mit der inneren der Lane'schen Flasche, die äußere Belegung der Lane'schen Flasche aber mit einer großen nicht isolirten

Metalloberfläche, den Gasleitungsröhren des Hauses, in leitende Verbindung. Dieses Arrangement ist durch Fig. 158 anschaulich gemacht, wo *a* den Conductor der Maschine, *b* die zu ladende Flasche oder Batterie, *c* die Maß-

Fig. 158.



flasche darstellt. Wird nun der Batterie von dem Conductor der Elektrisirmaschine Elektricität zugeführt, so wird die abgestoßene positive Elektricität von der äußeren Belegung der Batterie zur inneren Belegung der Lane'schen Flasche wandern und dadurch eine Ladung derselben bewirkt werden; hat aber diese Ladung eine gewisse Gränze erreicht, so folgt eine Entladung der Lane'schen Flasche. So oft nun bei fortgesetztem Drehen der Maschine eine Entladung der Lane'schen Flasche erfolgt, so oft ist von der äußeren Belegung der Batterie dieselbe Menge positiver Elektricität zu der Maßflasche übergegangen, so oft ist also auch die Ladung der Batterie um eine gleiche Elektricitätsmenge vermehrt worden, die Ladung der Batterie ist also der Anzahl der Selbstentladungen der Maßflasche proportional.

Nachdem sich Rieß auf diese Weise ein genaues Maß für die Ladung der Batterie verschafft hatte, konnte er auch über die Wirkungen des Entladungsschlages genauere Versuche anstellen.

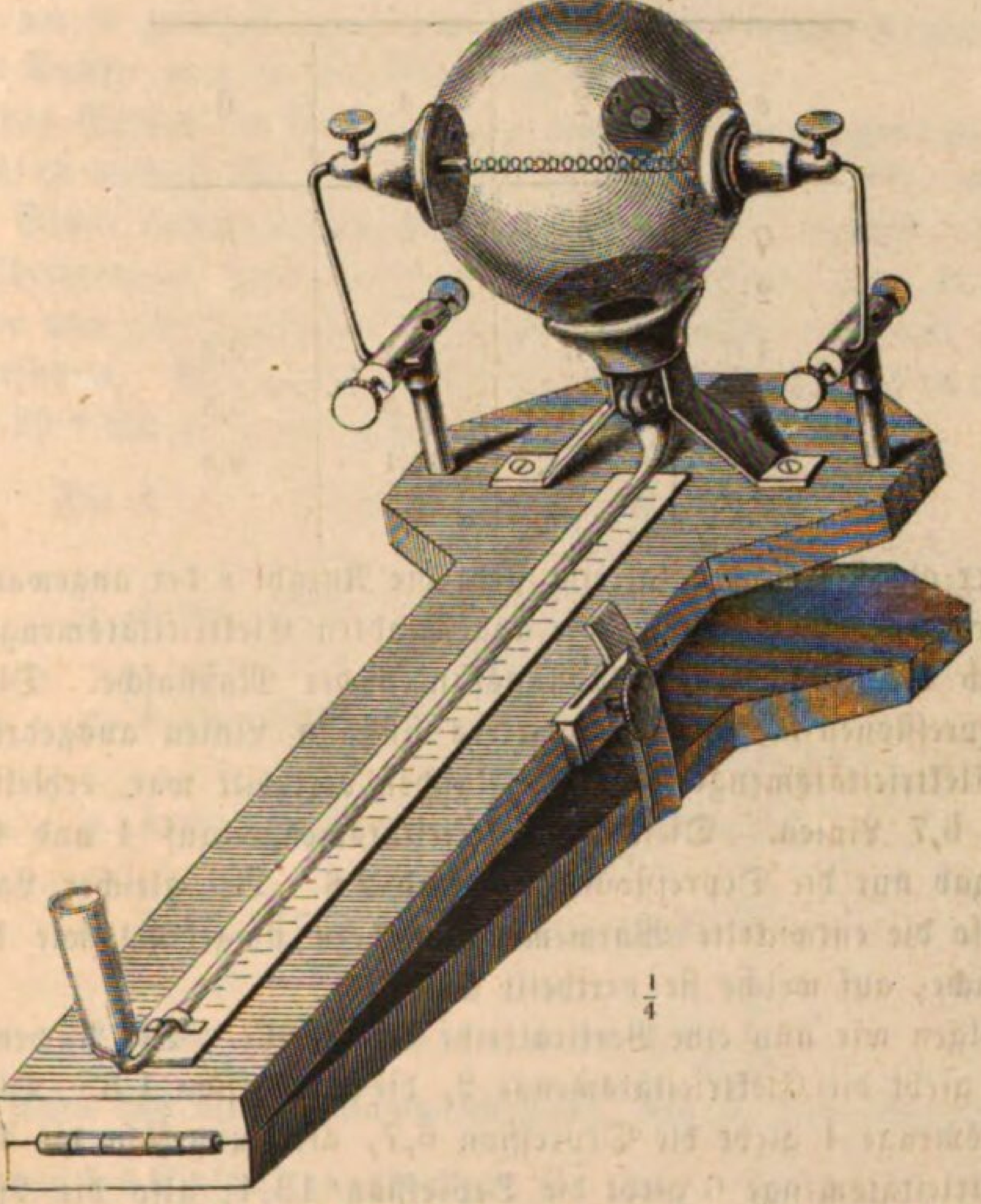
§. 89. **Gesetze der Wärmeentwickelung durch den Entladungsschlag der Batterie.** Um die Gesetze der Erwärmung dünner Drähte durch den Entladungsschlag zu ermitteln, wandte Rieß, wie schon früher Harris, ein Luftthermometer an, durch dessen Kugel ein dünner Platindraht hindurchging, welcher in den Weg des Entladungsschlages eingeschaltet wurde.

Fig. 159 stellt ein Rieß'sches elektrisches Luftthermometer in $^1/_4$ der natürlichen Größe dar. Die Glaskugel, welche ungefähr 3 Zoll im Durchmesser hat, ist an drei Stellen durchbohrt. Die Oeffnungen bei *a* und *b* stehen einander diametral gegenüber und sind mit durchbohrten Metallfassungen versehen, zwischen welchen der Platindraht ausgespannt wird; die dritte Oeffnung *c* ist ebenfalls mit einer Metallfassung versehen, deren Oeffnung durch einen Messingstöpsel verschlossen ist. Durch Oeffnen dieses Stöpsels unmittel-

bar vor dem Versuch kann man die Luft im Inneren der Kugel mit der äußeren ins Gleichgewicht setzen, worauf dann der Stöpsel wieder eingesetzt wird.

Der in der Kugel befindliche spiralförmig gewundene Platindraht hatte

Fig. 159.



$\frac{1}{4}$

bei den meisten Rieß'schen Versuchen eine Länge von 60‴ und einen Durchmesser von nahe 0,04 Linien.

An die Kugel ist eine Glasröhre von ungefähr $^1/_2$ Linie Weite im Lichten angeschmolzen, welche auf einem mit einer Theilung versehenen Brette befestigt ist und mit einem trichterförmigen Gefäße endigt. Man kann die Röhre nach Belieben mehr oder weniger stark gegen die Horizontale neigen.

Gießt man in das trichterförmige Gefäßchen eine gefärbte Flüssigkeit, etwa gefärbtes Wasser, so wird es bis zu einer gewissen Stelle in der Röhre aufsteigen. Wenn nun, nachdem alles im Gleichgewicht ist, die Oeffnung bei c wieder geschlossen wird, so ist die Luft in der Kugel vollständig abgesperrt. Geht ein Entladungsschlag durch den Platindraht, so wird er erwärmt, er theilt diese Wärme der Luft in der Kugel mit, sie wird ausgedehnt und treibt die Flüssigkeit in der Röhre um so weiter herab, je stärker die Erwärmung war. Diese Depression ist also ein Maß für die Erwärmung, welche durch den Entladungsschlag im Platindrahte bewirkt wird.

Der Apparat ist so eingerichtet, daß man ihn bequem in den Schlie-

ßungsbogen der Batterie einschalten kann. In dieser Beziehung bedarf jedoch die Figur keiner weiteren Erläuterung.

Eine Versuchsreihe mit diesem Apparate gab unter anderen die in folgender Tabelle zusammengestellten Resultate:

s	2	4	6
q	h	h	h
2	1,5	—	—
4	6,7	3,2	2,6
6	13,4	7,3	5,5
8		14,1	9,3

In der obersten Horizontalreihe steht die Anzahl s der angewandten Flaschen, in der ersten Verticalreihe die angewandten Elektricitätsmengen q, gemessen durch die Zahl der Entladungsfunken der Maßflasche. Die entsprechenden Depressionen h des Thermometers sind in Linien ausgedrückt. Als z. B. die Elektricitätsmenge 4 auf 2 Flaschen vertheilt war, erhielt man die Depression 6,7 Linien. Dieselbe Elektricitätsmenge auf 4 und 6 Flaschen vertheilt, gab nur die Depressionen 3,2 und 2,6. Bei gleicher Ladung verhält sich also die entwickelte Wärmemenge nahezu umgekehrt wie die Größe der Oberfläche, auf welche sie vertheilt wird.

Verfolgen wir nun eine Verticalreihe der Tabelle. Bei Anwendung von 2 Flaschen giebt die Elektricitätsmenge 2, die Depression 1,5. Die doppelte Elektricitätsmenge 4 giebt die Depression 6,7, also ungefähr die 4fache, die 3fache Elektricitätsmenge 6 giebt die Depression 13,4, also die 9fache Wirkung. Bei unveränderter Oberfläche der Batterie verhält sich also die Erwärmung im Platindraht wie das Quadrat der Elektricitätsmenge oder es ist

$$h = n\,\frac{q^2}{s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

wenn h die Depression der Flüssigkeitssäule, q die durch Funken der Maßflasche gemessene Ladung der Batterie und s die Anzahl der (unter sich gleichen) Flaschen bezeichnet, welche zur Batterie vereinigt sind. n ist ein constanter Factor, für welchen sich aus der obigen Versuchsreihe der Mittelwerth 0,88 ergiebt.

Rieß fand ferner, daß die Temperaturerhöhungen verschiedener gleich langer Drähte desselben Metalls sich umgekehrt verhalten wie die Biquadrate ihrer Halbmesser oder, daß die in den Drähten frei gewordenen Wärmemengen den Quadraten der Querschnitte umgekehrt proportional sind. In einem 2mal, 3mal u. s. w. dickeren Drahte wird also derselbe Entladungsschlag eine 16mal, 81mal u. s. w. geringere Temperaturerhöhung hervorbringen; da aber die Massen dieser Drähte 4mal, 9mal größer sind, so ist klar, daß die in den-

selben frei werdende Wärmemenge 4mal, 9mal u. s. w. geringer ist als in einem Drahte von einfacher Dicke.

Wenn der Draht in der Thermometerkugel unverändert bleibt, so wird bei Entladung derselben Elektricitätsmenge die Erwärmung des Drahtes in der Kugel um so geringer, je länger man den Schließungsbogen macht und je dünnere Drähte man in denselben einschaltet.

Um den Einfluß der Verlängerung des Schließungsbogens zu untersuchen, schaltete Rieß mittelst des Henley'schen Ausladers der Reihe nach verschieden lange Stücke desselben Kupferdrahtes in den Schließungsbogen ein, während im Thermometer stets derselbe Platindraht blieb. Mit jeder Einschaltung wurde nun eine Versuchsreihe in der Art gemacht, wie die auf voriger Seite angeführte. Wir wollen die Länge des eingeschalteten Kupferdrahtes (welcher 0,29‴ dick war) mit λ bezeichnen.

Für $\lambda = 0$ ergab sich $h = 0{,}78\,\frac{q^2}{s}$

» $\lambda = 9{,}6'$ » » $h = 0{,}69\,\frac{q^2}{s}$

» $\lambda = 49{,}0$ » » $h = 0{,}48\,\frac{q^2}{s}$

» $\lambda = 98{,}4$ » » $h = 0{,}34\,\frac{q^2}{s}$

» $\lambda = 147{,}7$ » » $h = 0{,}27\,\frac{q^2}{s}$

» $\lambda = 246{,}4$ » » $h = 0{,}21\,\frac{q^2}{s}$

Wir sehen aus dieser Zusammenstellung, daß die Erwärmung mit zunehmender Länge des Einschaltungsdrahtes für gleiche Werthe von $\frac{q^2}{s}$ fortwährend abnimmt.

Die Werthe von h sind offenbar den Factoren von $\frac{q^2}{s}$ proportional. Für $\frac{q^2}{s} = 1$ besteht zwischen h und λ folgende Beziehung:

$$h = \frac{0{,}78}{1 + 0{,}013\,\lambda} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Für $\lambda = 0$ giebt diese Gleichung $h = 0{,}78$; für $\lambda = 49$ giebt sie $h = 0{,}476$; für $\lambda = 147{,}7$ giebt sie 0,267 u. s. w., also lauter Werthe, die mit den oben mitgetheilten Beobachtungsresultaten sehr gut stimmen, so daß wir diese Gleichung wirklich für den Ausdruck der Beziehung zwischen h und λ nehmen können.

Die Gleichung (2) auf allgemeine Form gebracht, heißt

$$h = \frac{a}{1 + b\,\lambda},$$

woran Rieß folgende Betrachtung anschließt.

Durch Verlängerung des Schließungsbogens wird die Erwärmung vermindert. Schaltet man aber nun statt eines Metalldrahtes ein Stück feuchten Holzes, oder eine mit Wasser gefüllte Glasröhre als Zwischenleitung ein, so sind die stärksten Ladungen der Batterie nicht mehr im Stande, auch nur eine Senkung von 0,1‴ zu bewirken. Hier aber ist die Entladung der Batterie nicht mehr momentan, wie bei der Einschaltung des längsten Kupferdrahtes, sie erfordert eine wahrnehmbare Zeit. Daraus läßt sich schließen, daß wir auch einen Unterschied in der Entladungszeit beobachten würden, je nachdem ein kurzer oder ein langer Kupferdraht eingeschaltet ist, wenn wir mit schärferen Sinnen begabt wären. Die Erwärmung des Platindrahtes im Thermometer scheint mit der Zeit, welche die Entladung dauert, im einfachen umgekehrten Verhältniß zu stehen. Ist eine Erwärmung a beobachtet worden, indem eine gewisse Elektricitätsmenge von gewisser Dichtigkeit in der Zeit 1 entladen wurde, so wird die Entladungszeit um $b\lambda$ vergrößert, wenn ein Draht von der Länge λ eingeschaltet wird, und die Erwärmung ist nun

$$h = \frac{a}{1 + b\lambda}$$

oder die Erwärmung eines Drahtes durch die Entladung der elektrischen Batterie ist der Dauer der Entladung umgekehrt proportional; die Dauer der Entladung wird durch Verlängerung des Schließungsdrahtes um eine Zeit verzögert, welche der zugesetzten Drahtlänge proportional ist.

Wenn in den Schließungsbogen der Reihe nach mittelst eines Henley'schen Ausladers gleich lange und gleich dicke Drähte verschiedener Metalle eingeschaltet werden, so wird durch Entladung gleicher Ladungen der Batterie der Draht in der Thermometerkugel sehr ungleiche Erwärmungen erfahren, die eingeschalteten Drahtstücke verzögern also die Entladung nicht gleich stark. Hat man einmal einen Kupferdraht, dann einen Platindraht von gleicher Länge und Dicke eingeschaltet, so wird für den Kupferdraht eine stärkere Erwärmung in der Thermometerkugel wahrgenommen werden; wenn man aber bei gleicher Dicke den Platindraht im Auslader 6,44mal kürzer macht als den Kupferdraht, so beobachtet man unter sonst gleichen Umständen für beide eine gleiche Temperaturerhöhung des Platindrahtes in der Thermometerkugel; ein Platindraht verzögert also die elektrische Entladung gerade eben so stark, wie ein gleich dicker, 6,44mal längerer Kupferdraht, das Platin hat also eine 6,44mal stärkere Verzögerungskraft als das Kupfer, oder auch die Leitungsfähigkeit des Platins ist 6,44mal geringer als die des Kupfers.

Rieß hat den specifischen Leitungswiderstand verschiedener Metalle durch zahlreiche Versuche ermittelt, welche sich auf das eben angedeutete Princip stützen.

Als im Thermometer sich ein Platindraht von 59‴ Länge und 0,041‴ Radius, im Auslader aber ein Kupferdraht von 142‴ Länge und 0,042‴ Halbmesser befand, gab eine den obigen ähnliche Beobachtungsreihe

$$h = 1{,}51\, \frac{q^2}{s}.$$

Wurden nun die Drähte vertauscht, so daß der Kupferdraht im Thermometer, der Platindraht aber im Auslader war, so kam

$$h = 0{,}46\, \frac{q^2}{s}.$$

Derselbe Entladungsschlag bringt also in beiden Drähten sehr ungleiche Erwärmungen hervor. Aus diesen und ähnlichen mit anderen Metallen angestellten Versuchen gelangte Rieß, alle hier influirenden Umstände in Rechnung ziehend, zu dem Resultat, daß die durch den elektrischen Entladungsschlag caeteris paribus in den Drähten frei werdende Wärmemenge der verzögernden Kraft dieser Metalle proportional ist.

Es sind schon in §. 192 des Grundrisses im Allgemeinen die Wirkungen angeführt worden, welche ein starker Entladungsschlag hervorbringt, wenn er durch einen dünnen Metalldraht hindurchgeführt wird. Auch diese Effecte hat Rieß einer genaueren Prüfung unterworfen und hat gezeigt, daß die Schmelzung nicht eine directe Wirkung der Erwärmung durch den Entladungsschlag sein kann. Von seinen Beobachtungen der Temperaturerhöhung etwas dickerer Drähte für schwächere Ladungen ausgehend, konnte Rieß die Temperaturerhöhung eines dünnen Drahtes bei stärkerer Ladung berechnen, es ergab sich durch diese Rechnung 211° C. für die Temperaturerhöhung eines Platindrahtes bei einem Entladungsschlage, welcher den Draht schmolz. Eine solche Temperatur ist aber nicht zum Glühen, viel weniger zum Schmelzen des Platins hinreichend; das Metall schmilzt also schon, ehe es durch Steigerung seiner Temperatur schmelzen würde, in der Schmelzung erkennt deshalb Rieß eine elektrische Wirkung, die von der Erwärmung durch Elektricität getrennt ist.

Bei fortgesetzter Steigerung der Ladung treten noch vor dem Eintreten des Glühens eine Reihe von Erscheinungen am Drahte auf, welche auf ein gewaltsames Eindringen, auf eine mechanische Wirkung der Elektricität hindeuten. Der Draht wird sichtbar erschüttert, es treten kleine Funken an seinen Enden auf, es werden von seiner Oberfläche Theilchen losgerissen, die sich in Gestalt eines dichten Dampfes von ihm erheben, der Draht erhält scharfe Einbiegungen, die mit der Stärke der Ladung an Zahl und Stärke zunehmen, endlich bei immer mehr gesteigerter Ladung wird er rothglühend, weißglühend, er wird zerrissen und zersplittert. Bei Platindrähten zeigen die Stücke oft noch gar keine Schmelzung, die erst bei noch stärkeren Ladungen auftritt; die Zerreißung geht also der Schmelzung voran. Bei leicht oxydirbaren Metallen steigert sich die Temperatur noch durch Aufnahme von Sauerstoff, und diese erhöhte Temperatur erleichtert dann auch die Schmelzung. Ueberall, wo die elektrische Schmelzung eintritt, ist eine mechanische Trennung der geschmolzenen Masse sichtbar, die Schmelzung kann daher nur als Wirkung der Hitze auf sehr fein zertheiltes Metall betrachtet werden. Die Elektricität schmilzt die Metalle durch gleichzeitige Zersplitterung und Erhitzung.

Aufgaben. 1. Wie groß ist nach Gleichung (1), Seite 208 die durch die Depression h gemessene Erwärmung für eine auf sechs Flaschen ($s = 6$) vertheilte Ladung von 25 Funken der Maßflasche ($q = 25$), wenn, wie es bei dem Rieß'schen Apparat der Fall war, $n = 0{,}88$ ist?

2. Wie groß müßte die Ladung q sein, welche auf drei Flaschen ($s = 3$) vertheilt durch das elektrische Luftthermometer entladen, dieselbe Depression h hervorbringen sollte, wie die, welche als Resultat der ersten Aufgabe gefunden wurde?

3. Bezeichnen wir mit Q die Gränze der Ladung, welche eine Flasche aufnehmen kann, so wird man auf 2, 3, 4 . . . . 10 u. s. w. Flaschen die Ladung $2Q$, $3Q$, $4Q$ . . . $10Q$ u. s. w. anhäufen können. Wenn nun H_1 die im elektrischen Luftthermometer beobachtete Depression ist, welche durch die Entladung der auf einer Flasche angehäuften Elektricitätsmenge Q hervorgebracht wurde, wie groß wird dann die Depression H_2, H_3, H_4 . . . H_{10} u. s. w. sein, welche durch die Entladung der auf 2 Flaschen vertheilten Elektricitätsmenge $2Q$ oder durch die auf 3 Flaschen vertheilte Elektricitätsmenge $3Q$ u. s. w. hervorgebracht wird?

4. Zu welchem allgemeinen Gesetz führen die durch Lösung der vorigen Aufgabe erhaltenen Resultate?

5. Außer dem elektrischen Luftthermometer wurde noch ein 200 Linien langer Kupferdraht in den Schließungsbogen der Batterie eingeschaltet, und bei Entladung einer bestimmten Elektricitätsmenge eine Depression h im Thermometer beobachtet. Man fand nun, daß man dieselbe Depression h erhielt, wenn man bei unveränderter Batterie und völlig gleicher Ladung den 200 Linien langen Kupferdraht mit einem gleich dicken aber nur 35 Linien langen Eisendraht vertauschte. In welchem Verhältniß steht der specifische Leitungswiderstand des Kupfers zu dem des Eisens?

Drittes Capitel.

Vom Galvanismus.

Die Tangentenbussole. Der am Schlusse des §. 219 erwähnte Zu- §. 90.
sammenhang zwischen der Stärke des Stromes, welcher den Ring der Tan- (Zu §. 219 d. Gr.)
gentenbussole durchläuft und der Ablenkung der in ihrem Mittelpunkt angebrachten Magnetnadel ergiebt sich aus folgender Betrachtung.

In Fig. 160 stelle der schattirte Streifen den Ring von oben gesehen, *am* die durch den Strom abgelenkte Nadel dar, welche hier freilich etwas zu groß gezeichnet ist, um die Figur nicht undeutlich zu machen. Wenn die Nadel klein ist gegen den Durchmesser des Kreises, so ist die Spitze der abgelenkten Nadel nicht merklich weiter vom Kupferringe entfernt, als wenn sie gar nicht abgelenkt wäre, man kann also diese Zunahme dieser Entfernung ganz unberücksichtigt lassen.

Fig. 160.



Es greifen nun aber an der Spitze der Nadel zwei Kräfte an; die magnetische Erdkraft *ab*, in der Richtung des Meridians wirkend, strebt die Nadel in die Ebene des Ringes zurückzuführen, der Strom aber hat ein Bestreben, die Nadel rechtwinklig auf den magnetischen Meridian zu stellen, er wirkt in der Richtung *ac* auf die Spitze der Nadel. Die rechtwinklig auf die Richtung der Nadel wirkenden Seitenkräfte von *ab* und *ac* sind nun *ad* und *af*, die Nadel wird in Ruhe sein, wenn $ad = af$. Nun ist Winkel $caf =$ dem Ablenkungswinkel v der Nadel, weil *ca* auf dem magnetischen Meridian, *af* auf der Nadel rechtwinklig steht, folglich ist $af = ac . cos\, v$. Ferner ist auch der Winkel $abd = v$, weil *ab* mit dem magnetischen Meridian und *bd* mit der Nadel parallel ist, und demnach ist $ad = ab . sin\, v$; da aber für den Fall des Gleichgewichtes $ad = af$, so ist $ac . cos\, v = ab . sin\, v$ oder $ac = ab . tang\, v$, oder endlich

$$S = R . tang\, v,$$

wenn man mit S die Stromkraft ac, mit R die magnetische Erdkraft ab bezeichnet. Es ist also bei diesem Instrumente in der That die Stromkraft der Tangente des Ablenkungswinkels proportional.

Die Magnetnadel kann etwa 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll lang sein und der Durchmesser des Ringes 8 bis 16 Zoll betragen.

Die Länge der Nadel darf höchstens $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{5}$ des Ringdurchmessers betragen; je kleiner sie im Vergleich zu diesem ist, desto genauer ist die Stromkraft der Tangente des Ablenkungswinkels proportional. Je kleiner aber die Nadel wird, desto kleiner wird auch die Theilung, auf welcher man die Ablenkung abliest, wenn der Radius des getheilten Kreises der halben Länge der Nadel gleich ist. Um aber, wenn große Genauigkeit gefordert wird, eine kleine Nadel mit einem großen Theilkreise zu verbinden, befestigt man an die Nadel feine Glasfäden, wo möglich von dunkelfarbigem Glase, so daß sie in der Verlängerung der magnetischen Axe der Nadel liegen und bis zu der Theilung hinreichen.

Was die Richtung betrifft, nach welcher die Magnetnadel in der Tangentenbussole abgelenkt wird, so ist sie stets durch das folgende einfache Gesetz bestimmt: Das Südende der Nadel tritt stets nach der Seite der Ebene des stromleitenden Ringes hervor, von welcher aus gesehen der Strom in gleicher Richtung kreist, wie der Zeiger einer Uhr.

Ist durch einen Strom im Ringe der Tangentenbussole die Nadel nach einer Seite hin abgelenkt worden, so wird mit dem Umkehren der Stromesrichtung im Ringe der Tangentenbussole auch die Nadel nach einer der ersteren entgegengesetzten Seite abgelenkt werden.

Aufgaben. 1. Nehmen wir als Einheit der Stromstärke diejenige, welche an der Tangentenbussole eine Ablenkung von 45° hervorbringt, wie groß ist alsdann die Stromstärke, welche den Ablenkungswinkeln 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70°, 80° und 85° entspricht?

2. Welche Ablenkung wird bei Zugrundelegung der in der vorigen Aufgabe definirten Stromeinheit ein Strom hervorbringen, dessen Stromstärke $\frac{1}{2}$, 2, 5, 10, 20 ist?

§. 91. **Vergleichung der Tangentenbussole mit dem Voltameter.** Der Leitungswiderstand der Tangentenbussole ist so gering, daß sie fast immer ohne merkliche Schwächung des Stromes in den Schließungsbogen eingeschaltet werden kann. Dagegen sind die Angaben verschiedener Instrumente der Art nicht direct mit einander vergleichbar. Die Ablenkung, welche ein durch den Ring einer Tangentenbussole geleiteter Strom hervorbringt, ändert sich mit dem Durchmesser dieses Ringes, sie variirt also von einem Instrumente zum anderen, wenn die Ringe derselben ungleiche Durchmesser haben. Ja, ein und dasselbe Instrument wird an verschiedenen Orten bei gleicher Stromstärke nicht gleiche Ablenkung geben, weil von einem Orte der Erdoberfläche

zum anderen die Kraft sich ändert, mit welcher der Erdmagnetismus die Nadel in den magnetischen Meridian zurückzuziehen strebt, wenn sie aus demselben entfernt worden ist. Diesem Uebelstande kann aber auf eine höchst einfache Weise abgeholfen werden, indem man die Angaben der Bussole direct mit denen eines Voltameters vergleicht, wenn man die Bussole gleichsam auf Wasserzersetzung aicht.

Um die Ablenkungen einer Tangentenbussole mit der chemischen Wirkung des Stromes zu vergleichen, muß man in den Schließungsbogen einer Säule gleichzeitig die Tangentenbussole und das Voltameter einschalten und die durch den Strom in beiden Instrumenten hervorgebrachten Wirkungen mit einander vergleichen. Eine solche Versuchsreihe, bei welcher als Rheomotor eine aus Bunsen'schen Bechern gebildete Säule angewendet wurde, gab folgende Resultate:

Zahl der Erregungszellen.	Ablenkung.	Entwickelte Gasmengen in 3 Minuten.
12	28,5	125 Kub.-Cent.
8	24,8	106 »
6	22,0	92,5 »
4	18,75	78 »
3	13,75	56 »
2	5,9	23,7 »

Während eines jeden Versuches, d. h. während der drei Minuten, innerhalb welcher das Gas aufgefangen wurde, schwankte die Nadel nur sehr wenig; sie ging regelmäßig zurück, doch war der Rückgang in 3′ höchstens $^1/_2$ Grad; die Gradzahlen der obigen Tabelle sind stets das Mittel aus den zu Anfang und zu Ende der drei Minuten abgelesenen Winkeln.

Der Quotient, welchen man erhält, wenn man die Tangente des Ablenkungswinkels in die entsprechende Gasmenge einer Minute dividirt, sollte eigentlich eine constante Größe sein, welche angiebt, wie viel Gas in der Minute durch einen Strom entwickelt wird, der an der Tangentenbussole eine Ablenkung von 45^0 hervorbringt (weil $tang\ 45^0 = 1$). Aus den verschiedenen der oben mitgetheilten Versuche ergiebt sich nun folgender Werth dieses Quotienten:

Nummer der Beobachtung.	Quotient.
1	76,7
2	76,5
3	76,2
4	76,6
5	76,3
6	76,6
Mittel	76,5

Während dieser Versuche war die Temperatur im Zimmer 15° C. und der Barometerstand betrug 744 Millimeter. Als das Volumen des Gases an der graduirten Röhre abgelesen wurde, stand der Wasserspiegel in der Röhre ungefähr 10 Centimeter höher als außen, was einer Druckhöhe von 7 Millimeter Quecksilber entspricht. Das Gas stand also unter einem Drucke von 737 Millimeter. Auf die Temperatur von 0° und einen Druck von 760 Millimeter reducirt, beträgt demnach die einer Ablenkung von 45° entsprechende Gasmenge gleich 70 Kubikcentimeter.

Nach chemischem Maß ist also die Stärke eines Stromes, welcher an jener Tangentenbussole eine Ablenkung von v^0 hervorbringt,

$$S = 70 \ . \ tang\, v.$$

Gesetzt also z. B. ein Strom brächte an unserer Tangentenbussole eine Ablenkung von 54° hervor, so würde dieser Strom, wenn er in gleicher Stärke durch ein Voltameter ginge, in einer Minute $70 . tang\, 54^0 = 70 \times 1{,}376 = 96{,}32$ Kubikcentimeter Knallgas von 0° und einen Druck von 760 Millimeter geliefert haben.

Hat man einmal nach der eben erwähnten Methode den Reductionsfactor einer Tangentenbussole ermittelt, so kann man mittelst desselben jede an derselben gemachte Beobachtung leicht in chemischen Effect umsetzen oder, mit anderen Worten, nach dem an der Tangentenbussole abgelesenen Winkel die Stromstärke in chemischem Maße ausgedrückt angeben.

Es versteht sich von selbst, daß dieser Reductionsfactor immer nur für ein specielles Exemplar einer Tangentenbussole gelten kann, und daß er selbst für dieses specielle Instrument nur so lange gilt, als man die Versuche an demselben Orte anstellt. Brächte man z. B. die Bussole von Freiburg nach Marburg, so würde der Reductionsfactor einen geringeren Werth erhalten, weil die horizontale Intensität des Erdmagnetismus in Marburg geringer ist als in Freiburg.

In gleicher Weise, wie dies eben für die Tangentenbussole geschehen ist,

kann man auch jedes andere elektromagnetische Rheometer, z. B. eine Sinusbussole, mit den Angaben des Voltameters vergleichen.

Die oben angeführten Zahlen machen keinen Anspruch auf große Genauigkeit, sie sollen nur als Erläuterungsbeispiele dienen. Da das Wasser mehr oder weniger von den im Voltameter entwickelten Gasen absorbirt, so ist nur dann ein vollkommen genaues Resultat zu erwarten, wenn das gesäuerte Wasser ungefähr bis 100° C. erwärmt ist und man die entwickelten Gase über Quecksilber auffängt.

Das Ohm'sche Gesetz. *Aufgaben.* 1. Sechs Zinkkohlenbecher sind zur Säule verbunden. Nach den in §. 224 des Grundrisses definirten Einheiten sei die elektromotorische Kraft eines einzelnen Bechers 840, der wesentliche Leitungswiderstand für jeden Becher sei gleich 12 und der Leitungswiderstand des gesammten Schließungsbogens sei 40. Wie groß ist die Stromstärke, welche der Apparat unter diesen Umständen liefert? §. 92. (Zu §. 221 d. Gr.)

2. Ein einzelner Becher von der in der Aufgabe 1 besprochenen Art ist durch einen Schließungsbogen geschlossen, dessen Leitungswiderstand gleich 6 ist; wie groß ist die Stromstärke?

3. Eine Säule von 10 solchen Bechern und eine Säule von 50 Bechern wird durch denselben Schließungsbogen geschlossen, dessen Leitungswiderstand gleich 6 ist; wie groß ist in diesen beiden Fällen die Stromstärke?

4. Welche Stromstärke wird eine Säule von 1, von 10, von 50 Zinkkohlenbechern erzeugen, wenn der Leitungswiderstand im Schließungsbogen gleich 400 ist?

5. Dieselben Aufgaben 1 bis 4 unter der Voraussetzung zu lösen, daß Daniell'sche Becher an die Stelle der Zinkkohlenbecher gesetzt werden und die elektromotorische Kraft e eines solchen Bechers gleich 470, sein wesentlicher Leitungswiderstand aber gleich 20 ist?

Leitungswiderstand der Metalle. Auf Seite 404 der 6ten Auflage des Grundrisses ist der Leitungswiderstand des Platins durch einen Druckfehler falsch angegeben. Nach Pouillet ist er 4,54, nach Rieß aber 6,66. §. 93. (Zu §. 222 d. Gr.)

Nehmen wir den elektrischen Leitungswiderstand eines Kupferdrahtes von 1 Meter Länge und 1 Millimeter Durchmesser zur Einheit, so hat man für den Leitungswiderstand W irgend eines andern Metalldrahtes von der Länge l (in Metern ausgedrückt) und dem Durchmesser d (in Millimetern ausgedrückt)

$$W = n \frac{l}{d^2},$$

wenn n den specifischen Leitungswiderstand des Metalls bezeichnet, aus welchem der Draht gefertigt ist.

Aufgaben. 1. Wie groß ist der Leitungswiderstand eines 50 Meter langen und 3 Millimeter dicken Eisendrahtes?

2. Wie groß ist der Leitungswiderstand eines 20 000 Meter langen Kupferdrahtes von 2,5 Millimeter Durchmesser?

3. Wie dick müßte man einen Eisendraht machen, wenn er bei gleicher Länge den gleichen Leitungswiderstand haben soll, wie der in der zweiten Aufgabe besprochene Kupferdraht?

4. Wie lang müßte ein Neusilberdraht von 0,75 Millimeter Durchmesser sein, wenn sein elektrischer Leitungswiderstand gleich dem des in der zweiten Aufgabe besprochenen Kupferdrahts sein sollte?

5. Um den Leitungswiderstand s einer Magnetisirungsspirale durch den Versuch zu bestimmen, wurde in folgender Weise verfahren:

a. Sechs große Zinkkohlenbecher wurden zu einem einzigen Plattenpaare verbunden und durch eine etwas lange Leitung von dickem Kupferdraht mit der Tangentenbussole (deren Reductionsfactor = 70) verbunden. Der Ausschlag der Tangentenbussole war 53°.

b. Als nun in den Schließungsbogen ein Draht eingeschaltet wurde, dessen Leitungswiderstand gleich 50 war, sank die Ablenkung auf 11,5°.

c. Nach Entfernung des Leitungswiderstandes 50 wurde die Magnetisirungsspirale eingeschaltet und nun stellte sich die Nadel der Tangentenbussole auf 20°.

Es sind nun folgende Fragen zu beantworten:

α. Wie groß ist der Leitungswiderstand L des Elektromotors sammt der Kupferdrahtleitung, welche ihn mit der Tangentenbussole verbindet?

β. Wie groß ist der Leitungswiderstand s der Magnetisirungsspirale?

6. Ein zweiter Versuch zur Bestimmung des Leitungswiderstandes derselben Magnetisirungsspirale wurde in der Weise angestellt, daß die erwähnten sechs Zinkkohlenbecher zur Säule combinirt wurden. Als die Säule nur durch die Kupferdrahtleitung mit der Tangentenbussole verbunden wurde, war der Ausschlag 63°; durch Einschaltung des Leitungswiderstandes 50 sank er auf 39°; als aber statt des Leitungswiderstandes 50 die Magnetisirungsspirale eingeschaltet wurde, ergab sich die Ablenkung 48°. Es ist nun die Frage

α. Wie groß ist der Leitungswiderstand L' der Säule sammt der Kupferdrahtleitung, welche sie mit der Bussole verbindet?

β. Wie groß ist der Leitungswiderstand s der Magnetisirungsspirale?

Der Werth von s, wie er sich als Resultat der Aufgabe 6. herausstellt, wird mit dem aus 5. erhaltenen nicht ganz übereinstimmen. Der wahrscheinlichere Werth des fraglichen Leitungswiderstandes ist das Mittel aus den beiden für s erhaltenen Werthen.

7. Bezeichnen wir mit l den Leitungswiderstand der Drahtleitung, welche den Elektromotor mit der Tangentenbussole verbindet, mit r den Leitungswiderstand eines Bechers, so haben wir für den in der Aufgabe 5. betrachteten Leitungswiderstand L

$$L = l + \frac{r}{6},$$

für den in der Aufgabe 6. vorkommenden Widerstand L' aber haben wir

$$L' = l + 6\,r.$$

Wie groß ergeben sich l und r, wenn man für L und L die oben berechneten Zahlenwerthe einführt?

Der specifische Leitungswiderstand eines Metalldrahtes ist keineswegs eine unveränderliche Größe, sondern er ist von der Temperatur abhängig.

Bei steigender Temperatur wächst der Leitungswiderstand der Metalle.

Bei einer Temperaturerhöhung von 100° C. wächst der Leitungswiderstand eines Platindrahtes im Verhältniß von 1 : 1,3, der Leitungswiderstand eines Eisendrahtes aber im Verhältniß von 1 : 1,6. Durch eine Temperaturerhöhung von 1000° C. wird demnach der Leitungswiderstand des Platins ungefähr auf das 13fache, der des Eisens auf das 16fache des specifischen Leitungswiderstandes bei gewöhnlicher Temperatur gesteigert. Der Leitungswiderstand eines glühenden Drahtes ist also namhaft größer als der Leitungswiderstand desselben Drahtes bei niederer Temperatur.

Zur Bestimmung des Leitungswiderstandes eines glühenden Eisendrahtes wurde folgender Versuch angestellt:

Sechs Stöhrer'sche Zinkkohlenbecher zur Säule verbunden gaben an der Tangentenbussole 67° Ausschlag. Die elektromotorische Kraft eines Bechers gleich 800 gesetzt haben wir also

$$\frac{4800}{r} = 70 . tang\, 67 = 165,$$

wenn mit r der Leitungswiderstand der Säule und des Schließungsbogens bezeichnet wird. Aus dieser Gleichung ergiebt sich

$$r = 29.$$

Nun wurde ein Eisendraht von 0,1 Meter Länge und 0,63 Millimeter Durchmesser in den Schließungsbogen eingeschaltet und dabei ging die Nadel der Bussole auf 56,5° zurück. Danach ergiebt sich

$$\frac{4800}{29 + x} = 70 . tang\, 56{,}5 = 106,$$

und daraus der Widerstand x des nun stark rothglühend gewordenen Drahtes

$$x = 16.$$

Der Leitungswiderstand desselben Drahtes für gewöhnliche Temperatur ist

$$x' = 6 \cdot \frac{0{,}1}{0{,}63^2} = 1{,}5,$$

der Leitungswiderstand des glühenden Eisendrahtes ist also $\frac{16}{1{,}5} = 10{,}7$ mal so groß als der Widerstand desselben Drahtes bei gewöhnlicher Temperatur.

Zweckmässigste Combination rheomotorischer Becher. Ein Maximum der Stromstärke erhält man von einer gegebenen Anzahl galvanischer Becher, wenn man sie so ordnet, daß der wesentliche Widerstand im Rheomotor dem Widerstande im Schließungsbogen gleich ist. §. 94.

Dieser Satz soll erst erläutert, dann bewiesen werden.

Wir haben bereits gesehen, daß man eine bestimmte Anzahl galvanischer Becher in verschiedener Weise combiniren kann, so daß sie bald eine Säule von vielen, aber kleineren, bald eine solche von wenigen, aber größeren Plattenpaaren darstellt. Für jede dieser Combinationen ist natürlich auch der Gesammtwiderstand ein anderer. Bezeichnen wir den Leitungswiderstand eines einzelnen Bechers mit 1, so ist der Gesammtwiderstand der Combination, Fig. 161, gleich 8; der Widerstand der Combinationen Fig. 162 bis 164 ist

Fig. 161.



Fig. 162.

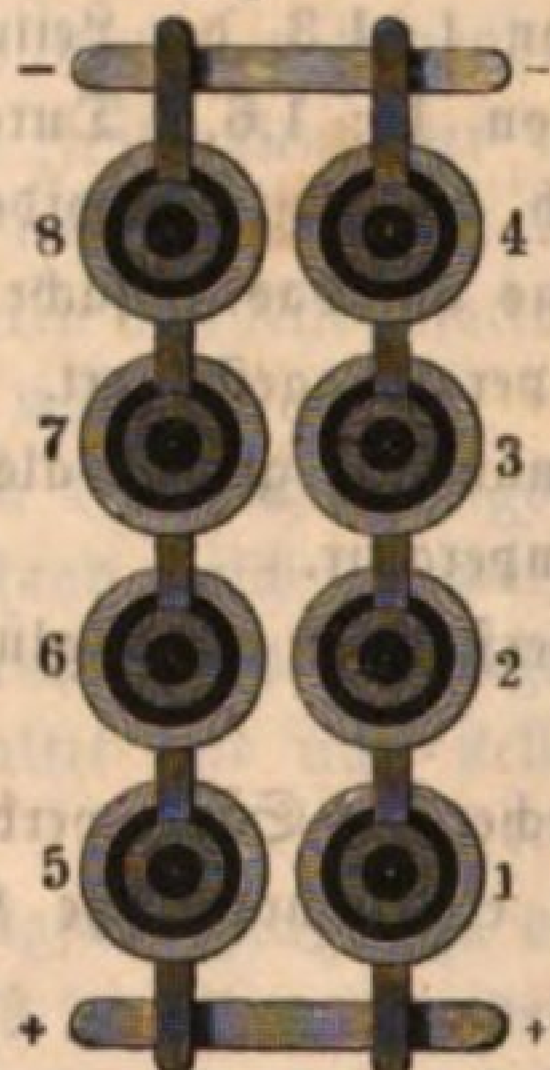


Fig. 163.

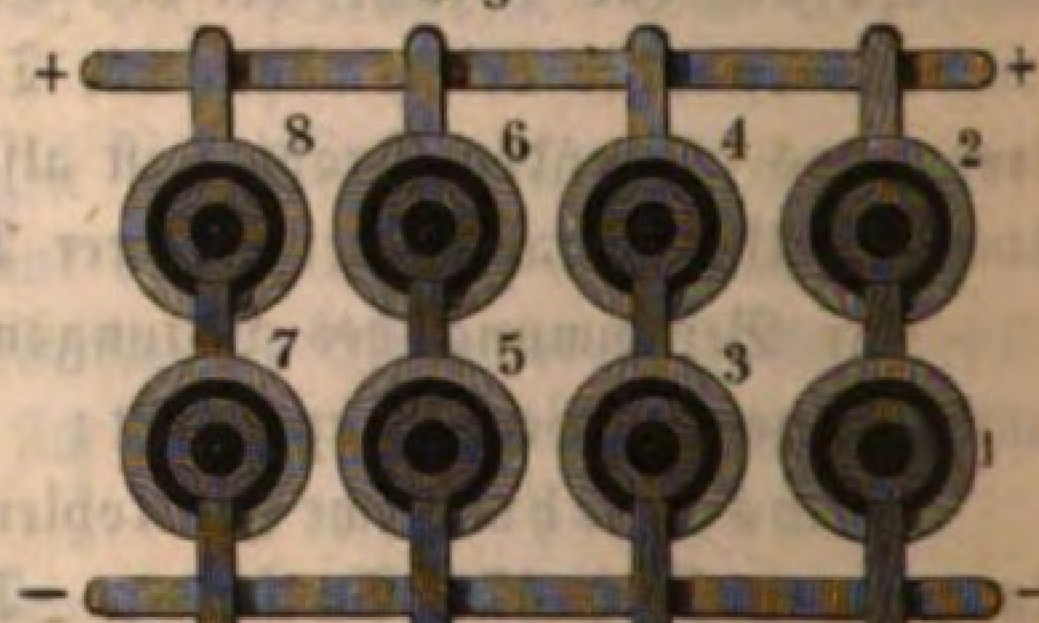
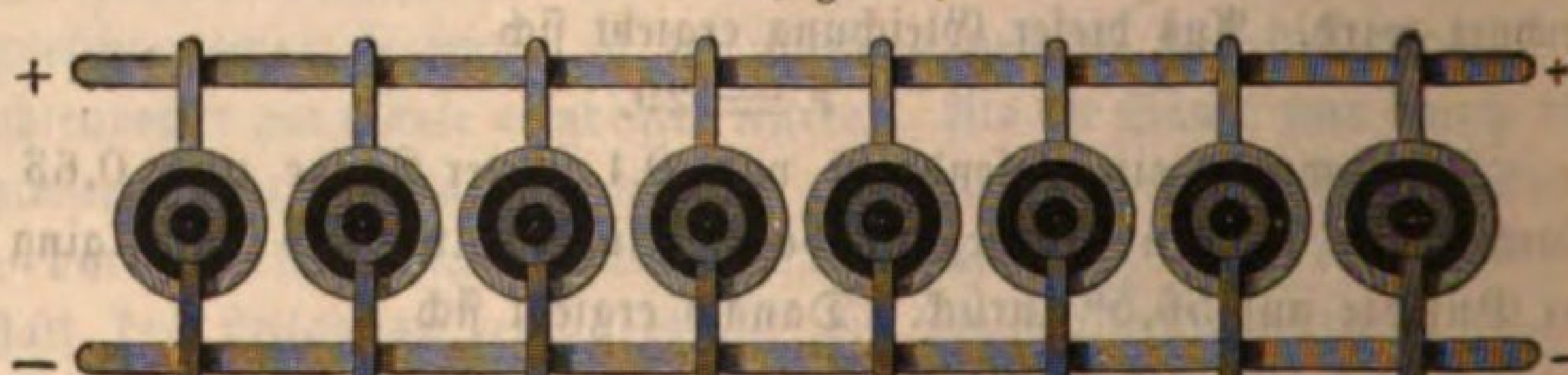


Fig. 164.



dann der Reihe nach 2, $^1/_2$ und $^1/_8$. Eine Anzahl von 24 Bechern kann man auf acht verschiedene Arten combiniren, nämlich:

1. Zu einer Säule von 24 einzelnen Bechern,
2. » » » » 12 doppelten »
3. » » » » 8 dreifachen »
4. » » » » 6 vierfachen »
5. » » » » 4 sechsfachen »
6. » » » » 3 achtfachen »
7. » » » » 2 zwölffachen »
8. » » » » 1 vierundzwanzigfachen Becher.

Welche von diesen Combinationen in einem bestimmten Fall zu wählen sei, hängt vom Leitungswiderstande des Schließungsbogens ab. Man hat

diejenige Combination zu nehmen, deren Widerstand dem des gegebenen Schließungsbogens am nächsten steht. Bezeichnen wir mit 1 den Widerstand eines Bechers, so ist der Widerstand

für die	1.	Combination	24
» »	2.	»	6
» »	3.	»	2,666
» »	4.	»	1,5
» »	5.	»	0,666
» »	6.	»	0,375
» »	7.	»	0,166
» »	8.	»	0,0416

Ist der Widerstand des gegebenen Schließungsbogens kleiner als $^1/_{10}$ von dem Widerstande eines Bechers, so hat man die letzte Combination zu wählen, die erste aber, wenn der Leitungswiderstand des Schließungsbogens größer ist als der von 15 Bechern. Liegt der zu überwindende Widerstand zwischen 15 und 4,3 — zwischen 4,3 und 2 — zwischen 2 und 1,08 u. s. w., so hat man die zweite, dritte, vierte u. s. w. Combination zu wählen.

Der eben erläuterte Satz muß nun noch bewiesen werden.

Betrachten wir die verschiedenen Combinationen von 8 Bechern, wie sie in den Figuren 161 bis 164 dargestellt sind, so übersieht man leicht, daß, wenn man die Säule verkürzt, sie in demselben Verhältniß breiter wird, d. h. wenn man weniger Becher hinter einander setzt, so kann man bei Anwendung der gleichen Becherzahl in demselben Verhältniß mehr Becher neben einander setzen.

Gehen wir von der ersten Combination aus. Wir haben hier eine Säule von 8 einfachen Bechern. Reduciren wir die Länge der Säule auf die Hälfte, also auf 4, so können wir die Breite jedes Plattenpaares verdoppeln, wir haben jetzt 4 doppelte Becher, Fig. 162.

Macht man die Säule 4mal kürzer, so kann man 4mal soviel einzelne Becher zu einem Plattenpaare vereinigen: aus 8 einfachen Bechern erhält man 2 vierfache, Fig. 163. Kurz, wenn man die Säule $a$mal kürzer macht, so kann man $a$mal soviel Becher zu einem Plattenpaare vereinigen.

Wenn die Zahl der hinter einander zur Säule vereinigten Becher $a$mal kleiner wird, so wird die elektromotorische Kraft auch $a$mal kleiner; hätte man nun die Säule bloß $a$mal kürzer gemacht, ohne ihre Breite zunehmen zu lassen, so würde auch der Leitungswiderstand $a$mal kleiner geworden sein; wenn aber jedes Element der einen Säule aus $a$mal so vielen Einzelelementen besteht als früher, so wird nun der Widerstand in der That a^2mal kleiner als vorher.

So ist der Leitungswiderstand für die Combinationen Fig. 162 bis 164 4mal, 16mal und 64mal geringer als der Leitungswiderstand der Säule Fig. 161.

Nach dieser Auseinandersetzung ist nun der fragliche Beweis leicht zu führen. Es sei für irgend eine Combination mehrerer Becher die elektromo-

torische Kraft E, der wesentliche Leitungswiderstand l. Wird diese Säule durch einen Schließungsbogen geschlossen, dessen Widerstand ebenfalls l ist, so ist nach dem Ohm'schen Gesetze die Stromstärke

$$S = \frac{E}{l + l} = \frac{E}{2l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Wird nun die Säule $a$mal kürzer, die einzelnen Plattenpaare $a$mal breiter gemacht, so wird die elektromotorische Kraft $a$mal kleiner, sie wird $\frac{E}{a}$; der Leitungswiderstand der Kette wird aber $\frac{l}{a^2}$, die Stromstärke wird also jetzt bei gleichem Schließungsbogen

$$S' = \frac{\frac{E}{a}}{\frac{l}{a^2} + l} = \frac{E}{l\left(a + \frac{1}{a}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Die Summe $a + \frac{1}{a}$ ist nun aber unter allen Umständen größer als 2, was für einen ganzen oder gebrochenen Zahlenwerth man auch für a setzen mag; es ist also auch der Werth des Bruches (2) unter allen Umständen kleiner als der des Bruches (1). Da nun (1) den Werth der Stromstärke für den Fall bezeichnet, daß der Widerstand im Elektromotor dem Widerstande des Schließungsbogens gleich ist, der Bruch (2) aber den Werth der Stromstärke für den Fall, daß dieselbe Anzahl von Einzelelementen auf irgend eine andere Weise combinirt ist, so ist hiermit der fragliche Satz bewiesen.

Nach diesem Satze kann man nun leicht berechnen, welche Combination in einem gegebenen Falle gewählt werden müsse.

Es seien die n disponibeln Becher so combinirt, daß sie eine Säule von s Plattenpaaren bilden, deren jedes aus t Bechern gebildet ist, so ist $n = s \cdot t$. Bezeichnen wir den Widerstand eines Bechers mit r, so ist der Widerstand unserer Combination gleich $r \cdot \frac{s}{t}$. Die Becher sollen aber so combinirt sein, daß dieser Widerstand gleich ist dem Widerstande l des gegebenen Schließungsbogens, wir haben also

$$r \cdot \frac{s}{t} = l.$$

Da aber $t = \frac{n}{s}$, so ist auch

$$\frac{r \cdot s^2}{n} = l,$$

oder

$$s = \sqrt{\frac{l \cdot n}{r}}.$$

Zur Erzeugung des Stromes habe man z. B. 24 Zinkkohlenbecher, deren jeder einen Leitungswiderstand 15 ausübt. Der Schließungsbogen sei

durch einen spiralförmig gewundenen dicken Kupferdraht gebildet, dessen Widerstand 14 ist, so haben wir

$$s = \sqrt{\frac{14 \, . \, 24}{15}} = 4{,}7.$$

Es wird hier also eine Säule von 4 sechsfachen Elementen, die Combination 5 auf Seite 220, die größte Wirkung geben. In der That ist für diesen Fall die Stromstärke

$$S = \frac{4 \, . \, 800}{4 \cdot \frac{15}{6} + 14} = 133.$$

Hätte man bei demselben Schließungsbogen dieselben Becher zu einer Säule von 24 Plattenpaaren verbunden (die Combination 1 auf Seite 220), so wäre die Stromstärke nur

$$S = \frac{24 \, . \, 800}{24 \, . \, 15 + 14} = 51,$$

und für die Combination 8 wäre sie nur

$$S = \frac{800}{\frac{15}{24} + 14} = 54.$$

Hätte man 24 Daniell'sche Becher von gleichem Widerstande gehabt, so wäre für die zweckmäßigste Combination die Stromstärke

$$S = \frac{4 \, . \, 470}{4 \, . \, \frac{15}{46} + 14} = 78$$

gewesen. Eine Säule von 4 Wollaston'schen Plattenpaaren, deren jedes einen Leitungswiderstand gleich $\frac{15}{6}$ ausübt, würde in diesem Schließungsdraht eine Stromstärke

$$S = \frac{4 \, . \, 208}{4 \, . \, \frac{15}{6} + 14} = 34$$

gegeben haben.

Hat man einmal eine gegebene Anzahl von Bechern so combinirt, daß sie in einem gegebenen Schließungsbogen ein Maximum von Stromstärke geben, so wird eine Vermehrung der Becher die Stromstärke im günstigsten Falle nur im Verhältniß der Quadratwurzel aus der Becherzahl vergrößern; man muß also 4 mal, 9 mal, 16 mal so viel Becher anwenden, um die 2 fache, 3 fache, 4 fache Wirkung zu erhalten.

Suchen wir dies erst an einem speciellen Fall nachzuweisen. Es sei der Widerstand des Schließungsbogens gleich r, gleich dem Widerstande eines Bechers, dessen elektromotorische Kraft mit E bezeichnet werden soll, so ist die Stromstärke

$$S = \frac{E}{r + r} = \frac{E}{2r}.$$

Die Stromstärke soll nun durch Vermehrung der Becherzahl verdoppelt werden. Soll die neue Combination ein Maximum von Effect geben, so muß der Widerstand in der Kette so groß bleiben als der Widerstand des Schließungsbogens, der Widerstand der neuen Combination darf also nicht größer werden als der eines einzigen Bechers; wir werden also die doppelte Stromstärke erhalten, wenn wir bei unverändertem Widerstande die elektromotorische Kraft verdoppeln. Die elektromotorische Kraft wird verdoppelt dadurch, daß zwei Plattenpaare hinter einander gesetzt werden; wir müssen aber zwei Doppelelemente nehmen, wenn ihr Widerstand eben so groß sein soll wie der eines einzelnen Elementes; die Combination Fig. 165 wird also eine 2mal, die Combination Fig. 166 wird eine 3mal so große Stromstärke geben als ein einzelner Becher.

Fig. 165.

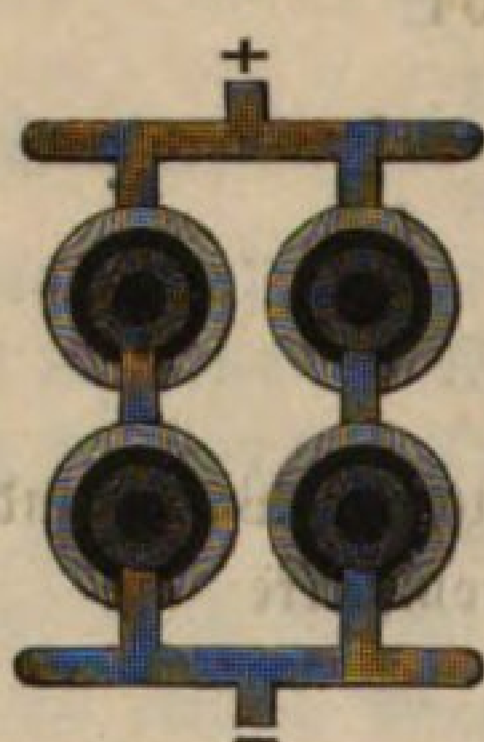
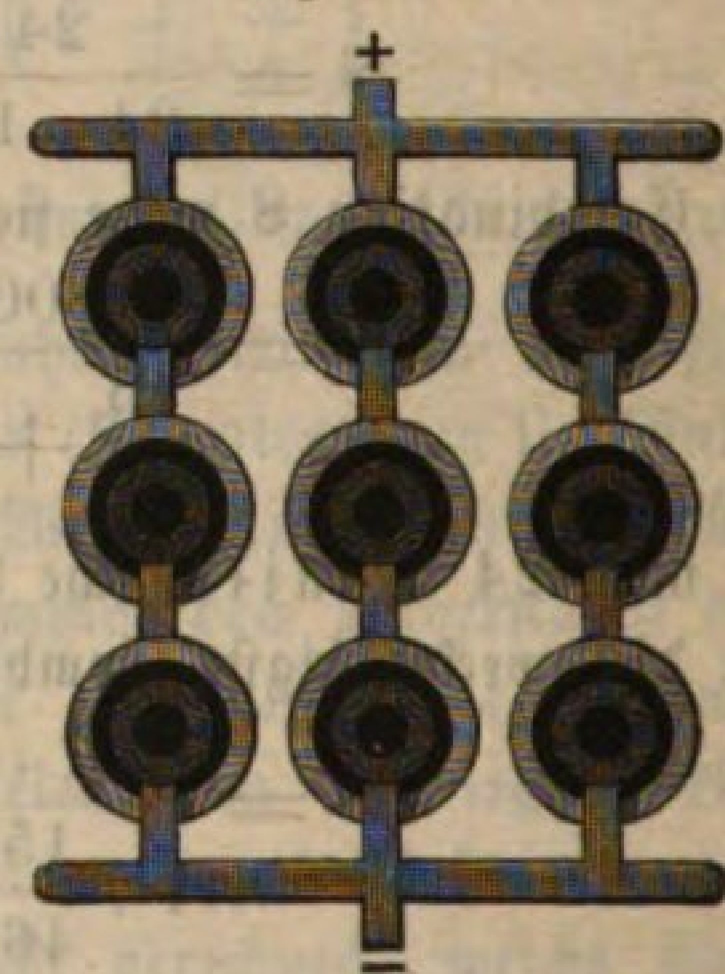


Fig. 166.



Aufgaben. 1. Die Umwindungen eines Elektromagneten sind durch einen 240 Meter langen Kupferdraht von 3 Millimeter Durchmesser gebildet. Um diesen Elektromagnet in Wirksamkeit zu setzen, sollen 12 Stöhrer'sche Zinkkohlenbecher angewendet werden. Die elektromotorische Kraft eines Bechers sei 800 und sein Leitungswiderstand gleich 6,2. Welche Combination der 12 Becher wird den größten Effect geben, und welches ist die durch die zweckmäßigste Combination erzielte Stromstärke?

2. Welches würde die zweckmäßigste Combination der 12 Becher sein, wenn der Umwindungsdraht des Elektromagneten bei unverändertem Durchmesser nur 95 Meter lang wäre?

3. Welches wäre für den in der Aufgabe Nr. 1 besprochenen Kupferdraht die zweckmäßigste Combination von 12 Deleul'schen Zinkkohlenbechern, für welche $E = 800$ und $R = 18$?

4. Wie muß man 6 Stöhrer'sche Zinkkohlenbecher combiniren, um in der Magnetisirungsspirale, welche in den Aufgaben 5. und 6. des §. 93 besprochen wurde, eine möglichst große Stromstärke zu erzeugen?

Wärmeentwickelung durch den galvanischen Strom. Nach den Versuchen von Joule und Lenz ist die Wärmemenge c, welche in einer gegebenen Zeit in einem Draht entwickelt wird, den ein elektrischer Strom von der Stärke s durchströmt, §. 95. (Zu §. 208 d. Gr.)

$$c = aw \cdot s^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wenn w den elektrischen Leitungswiderstand des Drahtes und a einen constanten Factor bezeichnet. In Worten ausgedrückt, heißt das durch diese Formel ausgesprochene Gesetz: Die durch einen galvanischen Strom in einem Metalldrahte entwickelte Wärme ist

1. dem Leitungswiderstand des Drahtes und
2. dem Quadrat der Stromstärke

proportional.

Nehmen wir, wie es gewöhnlich geschieht, als Wärmeeinheit diejenige Wärmemenge an, welche die Temperatur von 1 Gramm Wasser um 1° C. erhöht, so ergiebt sich aus den Versuchen von Lenz, daß die Einheit der Stromstärke, einen Draht von der Einheit des Leitungswiderstandes durchlaufend, in demselben in 1 Minute 0,0176 Wärmeeinheiten erzeugt.

Der Werth des constanten Factors a in Gleichung (1) ist also gleich 0,0176.

Setzen wir in Gleichung (1) für den Leitungswiderstand w seinen Werth $n \frac{l}{d^2}$, so kommt

$$c = 0{,}0176\, n \cdot \frac{l \cdot s^2}{d^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

wo n wie früher den specifischen Leitungswiderstand des Drahtes, l seine Länge in Metern und d seinen Durchmesser in Millimetern, s aber die Stärke des Stromes nach chemischem Maß bezeichnet, welcher ihn durchläuft.

Aufgaben. 1. Ein 0,5 Meter langer Kupferdraht von 0,5 Millimeter Durchmesser wird von einem Strom durchlaufen, für welchen $s = 10$. Wie viel Wärmeeinheiten werden in diesem Drahte in 1 Minute entwickelt?

2. Wie viel Wärmeeinheiten würden in 1 Minute entwickelt werden, wenn dieselbe Stromstärke einen Eisendraht durchströmte, welcher eben so lang und eben so dick ist, wie der unter 1 betrachtete Kupferdraht? (Für Eisen ist $n = 5{,}88$.)

3. Welche Stromstärke müßte man durch diesen Eisendraht hindurchsenden, wenn in demselben in 1 Minute 50 Wärmeeinheiten entwickelt werden sollten?

Galvanisches Glühen. Den Versuchen zu Folge, welche ich über das Erglühen von Metalldrähten durch den galvanischen Strom angestellt habe (Lehrbuch II, 231) ist die Stromstärke, welche erforderlich ist, um einen Draht erglühen zu machen, dem Durchmesser desselben proportional, d. h. es ist §. 96. (Zu §. 208 d. Gr.)

$$s = ad \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wenn s die Stromstärke, d den Durchmesser des Drahtes und a einen constanten Factor bezeichnet, dessen Größe von der Natur des Drahtes und dem Grade des Erglühens abhängig ist.

Um einen Eisendraht rothglühend zu machen, muß

$a = 135$ sein.

Für einen Platindraht ist

$a = 172$, wenn er rothglühend,

$a = 220$, wenn er anfangend weißglühend gemacht werden soll.

Für Kupferdraht ist

$a = 430$,

wenn er rothglühend gemacht werden soll, wobei vorausgesetzt ist, daß d in Millimetern ausgedrückt ist.

Aufgaben. 1. Welche Stromstärke ist erforderlich, um einen Platindraht von 0,5 Millimeter Dicke rothglühend zu machen?

2. Welche Stromstärke ist erforderlich, um einen Eisendraht von 1,2 Millimeter Durchmesser rothglühend zu machen?

3. Wie viel Stöhrer'sche Becher ($E = 800$, $R = 5$) hat man nöthig, um die zum Erglühen dieses Eisendrahts nöthige Stromstärke zu erhalten, wenn er 0,2, wenn er 0,5 oder wenn er 1 Meter lang ist, und welches wird die zweckmäßigste Combination der Becher sein?

4. Dieselbe Aufgabe zu lösen für den Fall, daß der Eisendraht nur 0,5 Millimeter dick ist.

5. Die Aufgabe 3 zu lösen, einmal für den Fall, daß man als stromerregenden Apparat Deleul'sche Zinkkohlenbecher ($E = 800$, $R = 10$) oder Daniell'sche Becher zur Disposition hat, für welche $E = 470$ und $R = 12$.

6. Welche Stromstärke ist erforderlich, um einen $0{,}5^{mm}$ dicken Kupferdraht rothglühend zu machen, welche Anzahl und welche Combination Stöhrer'scher Becher ist dazu nöthig, wenn der Draht 0,3 Meter lang ist?

7. Wird ein Eisendraht von 1 Decimeter Länge und 1 Millimeter Durchmesser glühend, wenn man ihn zum Schließungsbogen einer Säule von sechs Zinkkohlenbechern macht? (Für jeden Becher sei $E = 800$, $R = 5$.)

8. Dieselbe Frage zu beantworten für einen eben so langen aber 3 Millimeter dicken Eisendraht.

9. Dieselben sechs Becher, von welchen in der siebenten Aufgabe die Rede war, sollen zu einem einzigen Plattenpaare verbunden werden. Kann diese Combination den Draht der Aufgabe 7 glühend machen?

10. Wird ein Eisendraht von 1 Decimeter Länge und 3 Millimeter Durchmesser glühend, wenn er den Schließungsbogen eines Plattenpaares bildet, welches aus sechs der in der siebenten Aufgabe erwähnten Becher gebildet ist?

NB. Bei Auflösung der Aufgaben 3 bis 10 muß man für den Leitungswiderstand des glühend zu machenden Drahtes aus den in §. 93 besprochenen

Gründen mindestens den 12fachen Werth desjenigen Leitungswiderstandes in Rechnung bringen, welcher dem fraglichen Drahtstück bei gewöhnlicher Temperatur zukommt.

Das elektrolytische Gesetz. Es ist wahrscheinlich, daß kein elektrischer Strom durch eine chemisch zusammengesetzte Flüssigkeit hindurchgehen kann, ohne daß dieser Durchgang von einer chemischen Zersetzung begleitet ist, oder mit anderen Worten, die chemische Zersetzung vermittelt den Durchgang des Stromes durch einen Elektrolyten. — Absoluter Alkohol, Oel u. s. w. werden nicht elektrolysirt, sie leiten aber auch den Strom nicht. §. 97.

So kann denn auch der Strom einer galvanischen Säule nicht circuliren, ohne daß in jeder Zelle, in jedem Becher eine entsprechende Zersetzung stattfindet. In jeder Zelle geht der positive Strom vom Zink aus durch die Flüssigkeit zum Kupfer, in derselben Richtung wandern aber auch die Wasserstoffpartikelchen fort, sie sind die Träger der positiven Elektricität, welche durch sie zu der Kupferplatte übergeführt wird.

Es ist demnach klar, daß mit wachsender Stromstärke die Consumtion an Zink und Säure in jeder Zelle zunehmen müsse, und wenn außer der zur Stromleitung erforderlichen Zinkconsumtion keine weitere Auflösung dieses Metalles stattfände, so müßte die Zinkconsumtion der Stromstärke proportional sein.

Das gewöhnliche käufliche Zink wird aber schon aufgelöst, wenn es einfach in verdünnte Schwefelsäure eingetaucht wird. Wenn man solches Zink zur Construction einer Säule verwendet, so findet also schon eine Zinkconsumtion statt, ehe nur eine Schließung der Säule erfolgt ist. Diese Zinkauflösung, welche mit der Strombildung in gar keiner Verbindung steht, hat Faraday als locale Wirkung bezeichnet.

Die locale Wirkung kann dadurch bedeutend vermindert, ja für stark verdünnte Säure ganz aufgehoben werden, daß man die Oberfläche des Zinks amalgamirt, was dadurch geschieht, daß man das mit etwas verdünnter Schwefelsäure befeuchtete Zink mit Quecksilber einreibt.

Nehmen wir an, man hätte eine Säule construirt, in welcher gar keine locale Wirkung stattfindet, so findet in den Zellen einer solchen gar keine Wasserzersetzung statt, so lange sie nicht geschlossen ist. Wird aber die Kette geschlossen, so beginnt augenblicklich die Wasserzersetzung in jeder Zelle, es wird jedoch nur gerade so viel Wasser zersetzt und Zink aufgelöst, als zur Leitung des circulirenden Stromes nöthig ist; die Menge des aufgelösten Zinks muß also in einem ganz bestimmten Verhältnisse zu diesem Strome stehen. Faraday wandte den Strom einer solchen Kette zur Wasserzersetzung an und bestimmte genau die in einer gegebenen Zeit entwickelte Menge von Knallgas. Es fand sich nun, daß für jedes Gewichtstheil Wasserstoffgas, welches zwischen den Poldrähten oder vielmehr den Polplatten frei wurde, in jeder Zelle 32,3 Gewichtstheile Zink aufgelöst worden waren. Nun aber verhalten sich die

Gewichte der chemischen Aequivalente von Wasserstoff und Zink zu einander wie 12,48 zu 406,5 oder wie 1 zu 32,5. Für jedes Aequivalent Wasserstoff also, welches in der Zerlegungszelle entwickelt wird, muß in jeder Zelle der Kette 1 Aeq. Zink aufgelöst werden.

Folgender von Bunsen in Marburg angestellter Versuch mag dies erläutern. Die Thonzelle eines Zinkkohlenbechers wurde mit Kochsalzlösung gefüllt, damit gar kein directer Angriff des amalgamirten Zinkcylinders stattfände. Der Zinkcylinder wurde vor dem Versuche gewogen. Nach Einsetzung desselben in die Kochsalzlösung wurde die Kette mittelst einer Tangentenbussole geschlossen. Die Ablenkung betrug 40° 12′. Nach 5 Minuten wurde der Strom unterbrochen, und durch eine zweite Wägung des Zinkcylinders ergab sich, daß während dieser 5 Minuten 505 Milligramme Zink aufgelöst worden waren.

Der Reductionsfactor jener Tangentenbussole ist für Marburg 63, woraus sich die Stromstärke während jener 5 Minuten gleich 53,2 ergiebt.

Nun aber wiegt 1 Kubikcentimeter Knallgas unter den oben näher bezeichneten Bedingungen 0,52 Milligramm; wäre also jener Strom in unveränderter Stärke 5 Minuten lang durch ein Voltameter gegangen, so würde er $53{,}2 \times 5 \,.\, 0{,}52 = 138{,}3$ Milligramm Wasser zersetzt haben. Da sich aber das chemische Aequivalent des Wassers zu dem des Zinks verhält wie 112,5 zu 406, so entspricht der Zerlegung von 138,3 Milligrammen Wasser die Auflösung von $\frac{138{,}3 \,.\, 406}{112{,}5} = 499$ Milligrammen Zink, was mit der beobachteten Auflösung von 505 Milligrammen in der That sehr nahe übereinstimmt.

Nach diesen Bemerkungen ist man nun auch im Stande, die Kosten zu vergleichen, welche bei Säulen von verschiedener Construction nöthig sind, um einen Strom von bestimmter Stärke herborzubringen. Ist bei einem gegebenen Schließungsbogen z. B. eine Säule von sechs Bunsen'schen Bechern nöthig, so wird für jedes Aequivalent Wasser, welches einen Strom von dieser Stärke in einem Voltameter zu zersetzen vermag, in jedem Becher 1 Aequivalent Zink, 1 Aequivalent Schwefelsäure und 1 Aequivalent Salpetersäure, zusammen also in der ganzen Säule 6 Aequivalente Zink, 6 Aequivalente Schwefel- und 6 Aequivalente Salpetersäure verzehrt. Wollte man nun dieselbe Stromstärke in demselben Schließungsbogen mit Daniell'schen Bechern hervorbringen, so müßte man die Zahl der zur Säule verbundenen Becher im Verhältniß von 470 zu 800 vermehren, weil sich die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Bechers zu der eines Bunsen'schen verhält wie 470 zu 800, man müßte also eine Säule von 10 Daniell'schen Bechern anwenden und die Consumtion betrüge dann für die gleiche Stromstärke, wie sie die Bunsen'sche Kette lieferte, 10 Aequivalente Zink, 10 Aequivalente Schwefelsäure und 10 Aequivalente Kupfervitriol. Um denselben Strom mit einer Wollaston'schen Säule hervorzubringen, müßte man 24 Plattenpaare anwenden, deren

Gesammtwiderstand gleich ist dem Gesammtwiderstande der sechs Bunsen'schen Becher; in diesem Falle beträgt also die Consumtion 24 Aequivalente Zink + 24 Aequivalente Schwefelsäure.

Hier ist nur die Consumtion in Anschlag gebracht, welche zur Hervorbringung des Stromes erforderlich ist; außer dieser findet aber stets noch eine bedeutende locale Wirkung an den Zinkplatten statt, welche der Stromstärke nicht zu Gute kommt. Diese läßt sich natürlich nicht berechnen, sie ist um so größer, je stärker die Schwefelsäure ist. Der Nachtheil der localen Wirkung wächst natürlich mit der Zahl der Zellen, er wird also unter sonst gleichen Umständen bedeutender sein bei Anwendung einer Wollaston'schen Säule als bei einer Daniell'schen, und bei einer Daniell'schen bedeutender als bei einer Bunsen'schen.

Wenn derselbe Strom durch vier Zersetzungszellen geleitet wird, von denen die erste Wasser, die zweite Chlorsilber, die dritte Chlorblei, die vierte Chlorzinn, alle aber im flüssigen Zustande, enthält, so verhalten sich die Quantitäten Wasserstoffgas, Silber, Blei und Zinn, welche an den vier negativen Polen ausgeschieden werden, wie 1 : 108 : 103,6 : 57,9, während an den positiven Polen Sauerstoffgas und Chlor, und zwar im Verhältnisse von 8 : 35,4, ausgeschieden werden. Aehnliche Thatsachen sind für viele andere zusammengesetzte Körper dargethan worden.

Faraday hat den Satz ausgesprochen, daß binäre Verbindungen, d. h. solche, welche aus zwei Elementen zusammengesetzt sind, nur dann Elektrolyte seien, wenn 1 Aequivalent des einen Elementes immer nur mit 1 Aequivalent des anderen verbunden ist. Dies hat sich jedoch nicht bestätigt; Becquerel z. B. hat gezeigt, daß nicht allein Kupferchlorid ($CuCl$), sondern auch Kupferchlorür (Cu_2Cl) elektrolysirt werde. Dem elektrolytischen Gesetze zufolge zerlegt derselbe Strom, welcher 1 Aequivalent Kupferchlorid elektrolysirt, auch 1 Aequivalent Kupferchlorür. Wird derselbe Strom durch eine concentrirte Lösung des Chlorürs und eine concentrirte Lösung des Chlorids geleitet, so wird an den positiven Polplatten beider Zersetzungszellen gleichviel Chlor entwickelt, an den negativen Polplatten scheidet sich aber aus dem Chlorür doppelt so viel Kupfer ab, als aus dem Chlorid.

Aufgaben. 1. Eine Säule von 40 Zinkkohlenbechern bleibt eine Stunde lang geschlossen und liefert während dieser Zeit einen Strom, dessen Stärke gleich 30. Wie viel Zink wird während dieser Stunde, abgesehen von localer Wirkung, consumirt?

2. In einem galvanoplastischen Apparat wurden während 24 Stunden 16 Gramm Kupfer an der negativen Form niedergeschlagen; wie groß war die Stromstärke?

3. In einem galvanischen Versilberungsapparat sollen in 1 Stunde 10 Gramm Silber niedergeschlagen werden; wie groß muß die Stromstärke sein?

§. 98. **Gesetze des Elektromagnetismus.** Aus einer Versuchsreihe über
(Zu §. 225 d. Gr.) den Zusammenhang zwischen der Stärke M des in einem Eisenstabe erzielten Magnetismus und der magnetisirenden Kraft P der Spirale, in welche derselbe eingeschoben ist, habe ich folgende empirische Formel abgeleitet

$$P = 229\, d^{3/2}\, tang\, \frac{M}{8139\, d^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

in welcher P die magnetisirende Kraft der Spirale, d. h. die nach chemischem Maß gemessene, mit der Windungszahl der Spirale multiplicirte Stromstärke, d den in Millimetern ausgedrückten Durchmesser des Stabes und M das auf absolutes Maß reducirte magnetische Moment des Stabes (siehe S. 201) bezeichnet.

Die Versuchsreihe, deren Resultate durch die Gleichung 1 ausgedrückt sind, wurde mit Eisenstäben von 56 Centimeter Länge umgestellt, welche in eine um 3 Centimeter kürzere Spirale von 780 Windungen eingeschoben waren.

Aus Gleichung (1) folgt:

1. Für $P = \infty$ ist $\frac{M}{8139\, d^2} = 90^0$, also $M = 90 \,.\, 8139\, d^2$. Für eine unendliche Stromstärke würde demnach der Stabmagnetismus doch nur einen endlichen Werth erhalten; es giebt also für jeden Eisenstab ein absolutes Maximum des Magnetismus, und dieses magnetische Maximum ist dem Quadrate des Durchmessers, also dem Querschnitt des Stabes proportional.

2. Wenn der Magnetismus verschieden dicker (aber doch gleich langer) Stäbe denselben aliquoten Theil ihres absoluten magnetischen Maximums erreichen soll, so muß man für alle den Werth von $\frac{M}{8139\, d^2}$ gleich setzen. Soll z. B. der Stab auf $^1/_2$ des absoluten Maximums magnetisirt werden, so muß $\frac{M}{8139\, d^2} = {}^{90}/_2 = 45^0$, soll $^1/_3$ des absoluten Maximums erhalten werden, so muß $\frac{M}{8139\, d^2} = {}^{90}/_3 = 30^0$ gesetzt werden. Für gleiche Werthe von $\frac{M}{8139\, d^2}$ ist aber P stets $d^{3/2}$ proportional; d. h. um in verschieden dicken, gleich langen Stäben denselben aliquoten Theil ihres magnetischen Maximums zu erzeugen, muß man Ströme anwenden, welche sich verhalten wie die Quadratwurzel aus der dritten Potenz der Durchmesser. Wenn also z. B. eine bestimmte Stromstärke in einem Eisenstab einen Magnetismus erzeugt, welcher $^1/_3$ seines magnetischen Maximums beträgt, so wird man, um in einem doppelt so dicken Stab gleichfalls $^1/_3$ des magnetischen Maximums zu erreichen, caeteris paribus einen $\sqrt{2^3}$, also einen 2,83mal stärkeren Strom nöthig haben.

3. So lange $\frac{M}{8139\,d^2}$ nur einem kleinen Winkelwerthe entspricht, sind P und M ziemlich nahe proportional, und man kann ohne merklichen Fehler

$$P = 229\ d^{3/2} \cdot \frac{3{,}14}{180} \cdot \frac{M}{8139\,d^2}$$

setzen, woraus sich ergiebt

$$M = 35{,}5 \cdot \frac{180}{3{,}14}\,P\sqrt{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

so weit man also den Stabmagnetismus der Stromstärke proportional setzen kann, ist der durch gleiche Ströme und dieselbe Spirale in verschiedenen Eisenstäben erzeugte Magnetismus der Quadratwurzel aus dem Stabdurchmesser proportional.

Um die Bedeutung dieser Formeln recht anschaulich zu machen, folgen hier einige ***Aufgaben***, welche sich sämmtlich auf Eisenstäbe von 56 Centimeter Länge und die erwähnte Spirale von 780 Windungen beziehen.

1. Welches ist das absolute magnetische Maximum für einen Eisenstab von 3, 6, 10, 15, 20, 30 oder 50 Millimeter Durchmesser?

2. Welche Stromstärke S, $\left(P = 780\,S,\ \text{also}\ S = \frac{P}{780}\right)$ ist erforderlich, um Stäbe von den unter Nr. 1 genannten Durchmessern auf $^9/_{10}$, $^7/_{10}$, $^5/_{10}$, $^3/_{10}$, $^2/_{10}$ und $^1/_{10}$ des absoluten Maximums zu magnetisiren? Die erhaltenen Resultate sind in einer Tabelle zusammenzustellen.

3. Welches ist für die unter Nr. 1 bezeichneten Eisenstäbe der Werth von M, wenn die Stärke S des durch die 780 Windungen der Spirale circulirenden Stromes die Werthe 3, 6, 10, 15, 20, 30, 50 hat? Die erhaltenen Resultate sind zunächst in eine Tabelle zusammenzustellen, alsdann aber nach einem beliebigen Maßstab in der Weise graphisch aufzutragen, daß man die Stromstärken zu Abscissen, die entsprechenden Werthe von M als Ordinaten (Analytische Geometrie Seite 3) aufträgt. Ueber die so bestimmten Punkte ist dann für jeden Stab die Curve zu ziehen, welche das Gesetz ausdrückt, nach welchem sein Magnetismus mit der Stromstärke wächst.

Einfluss der Stablänge. Die Versuche, aus welchen die im vorigen Paragraphen besprochenen Formeln abgeleitet wurden, sind sämmtlich in Stäben von gleicher Länge (56 Centimeter) angestellt worden. Eine ähnliche Versuchsreihe mit Stäben von 33 Centimeter Länge, welche in eine Spirale von 30 Centimeter Länge eingeschoben waren, führten zu der Gleichung §. 99.

$$P = 425\,d^{3/2}\,tang\,\frac{M}{5860\,d^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Die allgemeine Form dieser Gleichung ist

$$P = a\,d^{3/2}\,tang\,\frac{M}{b\,.\,d^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Die Factoren a und b ändern sich nun allerdings mit der Stablänge, eine einfache Beziehung zwischen denselben ist aber aus den Gleichungen (1) und (3)

noch nicht zu entnehmen. Annähernd ist der Factor a aber der Stablänge umgekehrt, der Factor b aber der Stablänge direct proportional. Von dieser Voraussetzung ausgehend würde der Factor a nach Gleichung (1) den Werth $\frac{12824}{l}$ (wenn l die in Centimetern ausgedrückte Stablänge bezeichnet), nach Gleichung (3) aber den Werth $\frac{13925}{l}$ haben, im Mittel können wir also setzen

$$a = \frac{13374}{l}.$$

Nach Gleichung (1) ergiebt sich unter der Voraussetzung, daß b der Stablänge direct proportional ist, $b = 144\,l$, nach der Gleichung (3) aber $b = 177\,l$, im Mittel also

$$b = 160\,l.$$

Es wäre also allgemein

$$P = \frac{13374}{l}\, d^{3/2}\, tang\, \frac{M}{160\,l\,d^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

eine Gleichung, die man freilich nur als erste rohe Annäherung so lange in Anwendung bringen kann, bis neue Versuche den Einfluß der Stablänge besser ermittelt und die Aufstellung genauerer Formeln möglich gemacht haben.

Aufgaben. 1. Wie groß ist nach Gleichung (4) das magnetische Maximum eines Eisenstabes von 2 Decimeter Länge, wenn sein Durchmesser 2, 5, 10, 20 Millimeter ist?

2. Die Spirale, in welche diese Stäbe eingeschoben werden, habe 200 Windungen; welche Stromstärke ist nöthig, um die Stäbe auf $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ ihres magnetischen Maximums zu magnetisiren?

3. Wie groß ist für die genannten Stäbe der Werth von M, welcher der Stromstärke 4, 8, 16, 32 entspricht?

4. Die Aufgaben 1 bis 3 für Eisenstäbe zu lösen, welche nur 10 Centimeter lang und in eine Spirale von 150 Windungen eingeschoben sind.

Fünftes Buch.

Von der Wärme.

Erstes Capitel.

Ausdehnung.

Vergleichung der Thermometerscalen. Nach den in §. 241 des Grundrisses mitgetheilten Formeln kann man leicht die Angaben jeder der drei Thermometerscalen auf eine der beiden anderen reduciren. Zur Uebung dienen folgende **§. 100.** (Zu §. 241 d. Gr.)

Aufgaben. 1. Welcher Grad der Reaumur'schen Scale entspricht dem 23. Grade der Celsius'schen?

2. Welches ist die Temperatur von 78° C. nach dem Fahrenheit'schen Thermometer?

3. Wie viel Grad Celsius sind 61° R.?

4. Die Temperatur von 93° Fahrenheit nach der Celsius'schen Scale auszudrücken.

5. In §. 241 des Grundrisses sind zwei Gleichungen entwickelt worden, welche die Beziehungen zwischen der Celsius'schen und Fahrenheit'schen Scale angeben. In gleicher Weise soll nun eine Formel entwickelt werden, nach welcher man die Temperaturangaben der Reaumur'schen Scale auf die Fahrenheit'sche, und eine zweite, nach welcher man die Temperaturangaben der Fahrenheit'schen Scale auf die Reaumur'sche reduciren kann.

6. Welcher Grad der Reaumur'schen Scale entspricht der Temperatur von 105° Fahrenheit?

7. Welcher Grad der Fahrenheit'schen Scale entspricht der Temperatur — 12° R.?

Lineare Ausdehnung fester Körper. Mit dem Namen des Ausdehnungs-Coëfficienten bezeichnet man die Zahl, welche angiebt, um den wievielten Theil seiner Länge bei 0° sich ein Körper ausdehnt, wenn er sich von 0 bis 100° C. oder auch wenn er sich von 0 bis 1° C. ausdehnt. Nimmt man den Ausdehnungs-Coëfficienten im letzteren Sinne, so ist er nur $^1/_{100}$ **§. 101.** (Zu §. 242 d. Gr.)

von dem in der ersten Bedeutung genommenen. Wir nehmen im Folgenden den Ausdehnungs-Coëfficienten in der letzteren Bedeutung, also als die einer Temperaturerhöhung von 1° entsprechende Längenausdehnung.

Demnach wäre der Längenausdehnungs-Coëfficient

des Platins	0,0000086
des Eisens	0,0000122
des Zinks	0,0000294

u. s. w. Es sei nun die Länge eines Körpers bei 0° gleich L_0, sein Ausdehnungs-Coëfficient gleich a, so ist seine Länge bei einer Temperatur von t^0 Celsius

$$L_t = L_0 (1 + at)$$

vorausgesetzt, daß die Ausdehnung der fraglichen Substanz von 0 bis t Grad der Temperaturerhöhung proportional bleibt.

Aufgaben. 1. Eine eiserne Gitterbrücke hat bei 0° eine Länge von 200 Fuß; wie lang wird sie sein, wenn sie im Sommer durch den Einfluß der Sonnenstrahlen auf + 40° C. erwärmt wird?

2. Wie lang ist dieselbe Brücke bei einer Temperatur von — 20° C.

3. Ein Messingstab hat sich bei einer Temperaturerhöhung von 0 bis 90° C. um 2 Millimeter ausgedehnt; wie groß war seine Länge bei 0°?

4. Ein Kupferstab, welcher bei 0° 1,5 Meter lang war, hat sich bei einer Temperaturerhöhung von 100° C. um 2,6 Millimeter ausgedehnt; wie groß ist demnach der Ausdehnungs-Coëfficient des Kupfers?

5. Bezeichnen wir die Länge, welche ein Körper bei 0° einnimmt, mit L_0, seine Länge bei t^0 mit L_t; wie groß ist dann sein Ausdehnungs-Coëfficient?

6. Ein Messingstab hat bei 15° C. eine Länge von 1,8 Meter; wie lang wird er bei 75° C. sein?

7. Ein Eisenstab hat bei — 20° C. eine Länge von 15 Fuß; wie lang wird er bei + 36° C. sein?

8. Es sei L_t die Länge eines Stabes bei t^0, a der Ausdehnungs-Coëfficient der Substanz; wie groß ist seine Länge L bei einer Temperatur von τ^0?

§. 102. (Zu §. 243 d. Gr.) **Kubische Ausdehnung.** *Aufgaben.* 1. Wie groß ist der kubische Ausdehnungs-Coëfficient für die in der Tabelle auf Seite 444 des Grundrisses aufgeführten Körper? Die erhaltenen Resultate sind gleichfalls tabellarisch zusammenzustellen.

2. Ein Hohlwürfel von Zinkblech hat bei 0° einen Kubikinhalt von 1 badischen Kubikfuß oder 27 Kubikdecimetern; wie groß wird der Rauminhalt dieses Würfels bei 32° C. sein?

3. Ein Glasgefäß mit engem Halse faßt bei 0° bis zu einer Marke am Halse genau 1000 Kubikdecimeter; welches ist der Rauminhalt dieses Gefäßes bei 100° C.?

4. Bei 0° ist das specifische Gewicht des Bleies 11,352; wie groß wird das specifische Gewicht des Bleies bei 100° C. sein?

5. Durch einen directen Versuch (s. Lehrbuch II, Seite 489, 5. Aufl.) fand Kopp den kubischen Ausdehnungs-Coëfficienten für weiches Natronglas gleich 0,000026, für hartes Kaliglas aber gleich 0,000021; wie groß wäre demnach der Längenausdehnungs-Coëfficient dieser Glassorten?

6. Nach Kopp's Versuchen ist der kubische Ausdehnungs-Coëfficient des Quarzes gleich 0,000042; wie groß ist der Längenausdehnungs-Coëfficient dieses Minerals?

Scheinbare Ausdehnung der Flüssigkeiten. *Aufgaben.* §. 103.

1. Das Quecksilber, welches ein Glasgefäß von der Form Fig. 167 bei 0° (Zu §. 244 d. Gr.)

Fig. 167.



vollständig bis zur Spitze ausfüllt, wiegt 264 Gramm. Bis auf 100° C. erwärmt, tritt etwas Quecksilber tropfenweise aus der Spitze aus. Nachdem der Apparat so lange der Temperatur von 100° C. ausgesetzt war, daß das Ausfließen von Quecksilber aufgehört hat, daß man also überzeugt sein konnte, alles im Gefäße eingeschlossene Quecksilber sei auf 100° C. erwärmt, wurde abermals gewogen und nun findet man, daß das Gewicht des eingeschlossenen Quecksilbers nur noch 260 Gramm beträgt. Welches ist der Coëfficient der scheinbaren Ausdehnung des Quecksilbers? Wie groß ist die absolute Ausdehnung des Quecksilbers? (Das Gefäß bestand aus weichem Natronglas.)

2. Das Quantum Benzol, welches ein Glasgefäß von der Form Fig. 168 bei 0° bis zur Marke *a* füllt, wiegt 19,76 Gramm. Das Gefäß wird

Fig. 168.



sammt seinem Inhalt auf 60,5 erwärmt, alle Flüssigkeit entfernt, welche über *a* steht, und nun ergiebt eine abermalige Wägung, daß die noch im Gefäß enthaltene Flüssigkeit 18,47 Gramm wiegt. Welches ist der Ausdehnungs-Coëfficient für die scheinbare und welches für die absolute Ausdehnung des Benzols?

3. Welchen Raum nimmt bei 92° C. das Oelquantum ein, welches bei 0° C. genau 1 Liter füllt? (Ausdehnungs-Coëfficient 0,001.)

4. Man kauft bei — 10° C. 1 Liter Weingeist. Welchen Raum nimmt derselbe bei + 32° C. ein? (Ausdehnungs-Coëfficient 0,001.)

5. Bei 0° ist das specifische Gewicht des absoluten Alkohols gleich 0,793; wie groß ist es bei 20° C.?

6. Bei einer Temperatur von 25° C. hat man die Barometerhöhe gleich 752 Millimeter gefunden. Diese Barometerhöhe ist auf 0° zu reduciren

d. h. es ist zu berechnen, wie hoch die Barometersäule bei gleichem Luftdruck sein würde, wenn sie auf 0° erkaltet würde?

§. 104. **Ungleichförmigkeit der Ausdehnung der Flüssigkeiten.** Genauere Untersuchungen haben gezeigt, daß die meisten Flüssigkeiten sich nicht der Temperatur proportional ausdehnen, sondern daß im Allgemeinen für gleiche Temperaturdifferenzen die Ausdehnung bei höheren Temperaturen bedeutender ist.

Bezeichnen wir das Volumen einer Flüssigkeit bei 0° mit 1, so würde das Volumen bei t^0

$$V = 1 + at$$

sein, wenn die Ausdehnung der Temperatur proportional bliebe. Da aber diese Proportionalität nicht stattfindet, so genügt diese Formel nicht mehr und man muß Formeln von der Gestalt

$$V = 1 + at + bt^2 + ct^3$$

in Anwendung bringen. Die Zahlenwerthe der constanten Factoren a, b und c müssen natürlich für jede Substanz besonders aus zuverlässigen Versuchen berechnet werden.

Nach Kopp's Versuchen hat man für Alkohol (specif. Gewicht 0,8095):

$$V = 1 + 0{,}00104139\,t + 0{,}0000007836\,t^2 + 0{,}000000017618\,t^2.$$

Diese Formel ist jedoch nur bis 80° C. brauchbar.

Für Olivenöl:

$$V = 1 + 0{,}000789\,t + 0{,}0000007726\,t^2 - 0{,}000000008274\,t^3.$$

Für Terpentinöl:

$$V = 1 + 0{,}0009003\,t + 0{,}0000019595\,t^2 - 0{,}0000000045\,t^3.$$

Aufgaben. 1. Bezeichnen wir mit 1 das Volumen einer gegebenen Alkoholmasse bei 0°; wie groß wird ihr Volumen sein bei 10°, 20° u. s. w. von 10 zu 10 Grad bis 80° C.?

2. Die gleiche Aufgabe zu lösen für Olivenöl und zwar bis 100° C.

3. Desgleichen für Terpentinöl.

4. Das Volumen einer gegebenen Weingeistmenge sei bei 0° gleich 1, so ist es bei 80° C. gleich 1,097935. Welches wäre der Ausdehnungs-Coëfficient des Weingeistes, wenn die Ausdehnung desselben zwischen den angegebenen Grenzen eine gleichförmige wäre? Welches würde bei dieser gleichförmigen Ausdehnung das Volumen des Weingeistes bei 10°, 20°, 30° . . 70° C. sein? Die berechneten Resultate sind mit den unter 1 erhaltenen graphisch zusammenzustellen.

5. Nach den unter 2 erhaltenen Resultaten stelle man graphisch den Gang der Ausdehnung für Olivenöl dar. Verbindet man, nachdem dies geschehen ist, die Punkte, welche den Temperaturen 0° und 100° C. entsprechen, durch eine gerade Linie, so stellt diese den Gang der Ausdehnung des Olivenöls dar, wie er sein würde, wenn sie bei gleicher Totalausdehnung zwischen 0° und 100° C. gleichförmig wäre.

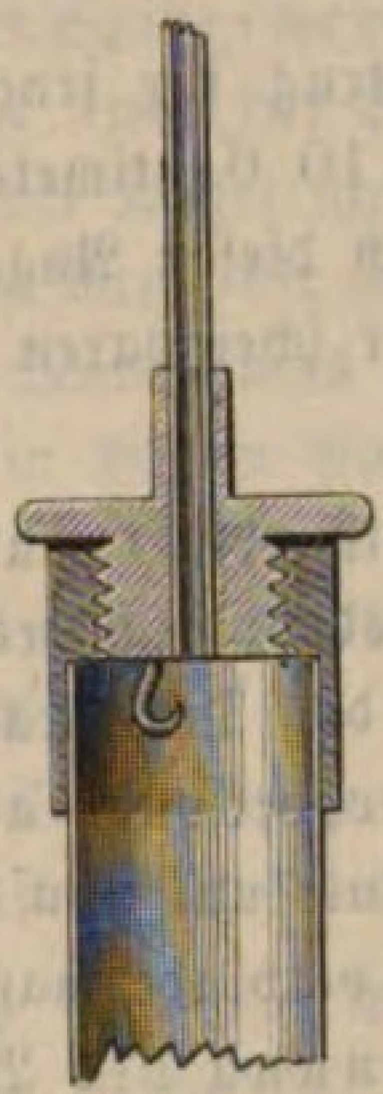
6. Die gleiche Construction für Terpentinöl auszuführen.

Dichtigkeitsmaximum des Wassers. Um das Dichtigkeitsmaximum des Wassers zu beobachten und den Gang der Ausdehnung dieser Flüssigkeit zwischen 0° und 20° C. verfolgen zu können, dient unter andern der Fig. 169 abgebildete Apparat. §. 105. (Zu §. 244 d. Gr.)

Fig. 169.



Fig. 170.



Ein Glasballon, welcher ungefähr 1 Liter enthält, ist mit einer messingenen Fassung versehen, in welche eine in Messing gefaßte Glasröhre aufgeschraubt werden kann, wie Fig. 170 deutlicher zeigt. Zwischen der oberen Fläche der Fassung des Ballons und der Fassung der Röhre ist eine mit Talg getränkte Lederscheibe eingelegt, so daß man überzeugt sein kann, daß bei gehörigem Anziehen der Schraube hier kein Wasser entweicht. Am unteren Ende der Schraube ist ein Häkchen angebracht, an welches man ein Thermometer hängen kann. Dieses Thermometer, ganz von dem Wasser des Ballons umgeben, zeigt die Temperatur desselben. An der Glasröhre ist ein getheilter Stab angebracht, um darauf die Variationen der Wassersäule im Rohre abzulesen. Zum Nullpunkte der Theilung kann man den untersten Punkt des getheilten Stabes nehmen.

Mit einem Apparate dieser Art wurden folgende Beobachtungen gemacht:

Temperatur des Wassers.	Stand des Wassers in der Röhre.
0° C.	48,75cm
1,56	39,25
3,5	31,25
4	30,3
5,25	29,17
5,75	29,12
8	32,25
9	36,25
12	56,25
16,25	89,25

Während also bei einer Temperatur von 0° das Wasser in der Röhre $48^3/_4$ Centimeter über dem Nullpunkte stand, sank es bis auf 29,12 Centimeter, also um 19,63 Centimeter, während die Temperatur um 5,75° C. stieg; bei noch mehr wachsender Temperatur stieg aber das Wasser in der Röhre wieder.

Der Inhalt des Ballons betrug für jenen Apparat 1016 Kubikcentimeter bei 0°; ein Röhrenstück von 10 Centimeter Länge hatte eine Capacität von 0,118 Kubikcentimetern. Nach diesen Angaben läßt sich der Einfluß der Glasausdehnung auf den Gang der scheinbaren Ausdehnung des Wassers berechnen.

Aufgaben. 1. Nach den in obiger Tabelle enthaltenen Daten stelle man den Gang der scheinbaren Ausdehnung des Wassers im Glasgefäß graphisch dar und zwar die Abscissen der Temperatur die Ordinaten der Höhe der Wassersäule in der Röhre proportional auftragend, sowie der Raumersparniß wegen die Höhen der Säule nur von 20 Centimetern an zählend.

Die so aufgetragenen Punkte verbinde man durch eine Curve, welche den Gang der scheinbaren Ausdehnung des Wassers darstellt.

2. Nach den oben angegebenen Daten berechne man, welches der Inhalt des Ballons bei 2, 4, 6, 8, 12 und 16 Graden ist. Danach läßt sich nun auch berechnen, um wie viel Centimeter das Wasser bei 2, 4, 6, 8, 12 und 16 Graden in der Röhre höher stehen würde, wenn keine Glasausdehnung stattfände und also der Ballon unverändert das Volumen behielte, welches er bei 0° hat.

3. Nach den in der vorigen Aufgabe enthaltenen Resultaten ist nun an die Curve der scheinbaren Ausdehnung anlehnend die Curve zu construiren, welche den wahren Gang der Ausdehnung des Wassers darstellt. Wo liegt nach dieser Curve das Dichtigkeitsmaximum des Wassers?

4. Die folgende Tabelle enthält die Volumina des Wassers, welche einer Reihe von Temperaturen zwischen 0° und 100° C. entsprechen.

t	*V*	*t*	*V*
0° C.	1,000000	50° C.	1,011766
5	0,999883	60	1,016590
10	1,000124	70	1,022246
20	1,001567	80	1,028581
30	1,004064	90	1,035397
40	1,007531	100	1,042986

Nach dieser Tabelle ist der Gang der Ausdehnung des Wassers zwischen 0° und 100° C. graphisch darzustellen (wobei jedoch die drei letzten Decimalstellen unberücksichtigt bleiben können).

Ausdehnungs-Coëfficient der Luft. Folgendes sind die Data eines nach der in §. 245 des Grundrisses angedeuteten Methode von Rudberg angestellten Versuches, nach welchen man den Ausdehnungs-Coëfficienten der Luft bestimmen kann. §. 106. (Zu §. 245 d. Gr.)

a. Beim Zuschmelzen der Spitze, wodurch die auf 100° C. erwärmte Luft in der Kugel abgesperrt wurde, war der Barometerstand 763 Millimeter.

b. Nach dem Erkalten der Kugel auf 0° und dem Abbrechen der Spitze unter Quecksilber stieg dasselbe durch die Röhre in die Kugel so hoch, daß der Spiegel des eingedrungenen Quecksilbers 38,1 Millimeter über dem äußeren Quecksilberspiegel stand; der in diesem Augenblick herrschende Barometerstand betrug 775,8 Millimeter.

c. Das Gewicht des in die auf 0° erkaltete Kugel eingedrungenen Quecksilbers betrug 41,722 Gramm.

d. Das Gewicht des Quecksilbers, welches bei 0° das ganze Gefäß (Kugel sammt Röhre) füllt, ist 173,443 Gramm.

Aufgaben. 1. Nach den eben mitgetheilten Daten ist der Ausdehnungs-Coëfficient der Luft zu berechnen, wobei jedoch auch die Ausdehnung des Glasgefäßes nicht unberücksichtigt bleiben darf.

2. Es sei allgemein

b der Barometerstand in dem Augenblick, in welchem die Spitze zugeschmolzen wird,

b' der Barometerstand, bei welchem nach Abbrechen der Spitze das Quecksilber in die auf 0° erkaltete Kugel eindringt,

h die Höhe des inneren Quecksilberspiegels über dem äußeren,

p das Gewicht des eingedrungenen Quecksilbers,

P das Gewicht des Quecksilbers, welches das ganze Gefäß bei 0° aufnimmt,

so ist nun eine Gleichung zu entwickeln, nach welcher aus diesen Daten der Coëfficient der scheinbaren Ausdehnung der Luft berechnet werden kann, zu welchen dann noch der kubische Ausdehnungs-Coëfficient des Glases addirt werden muß, um den wahren Ausdehnungs-Coëfficienten der Luft zu erhalten.

Bestimmung des specifischen Gewichts der Luft. *Aufgaben.* §. 107.
1. Ein mit trockener Luft gefüllter Ballon von 10 Liter Inhalt wiegt bei einer Temperatur von 18° C. und bei einem Barometerstande von 754 Millimeter um 12,01 Gramm mehr als wenn er so weit leer gepumpt ist, daß die Barometerprobe noch 5 Millimeter zeigt. Nach diesen Daten soll berechnet werden, wie groß das specifische Gewicht der Luft bei 0° Temperatur und 760 Millimeter Barometerstand ist, das specifische Gewicht des Wassers gleich 1 genommen.

2. Wie viel wiegt 1 Kubikdecimeter trockene Luft bei 0° C. und 760 Millimeter Barometerstand?

3. Wie groß ist das Gewicht von 1 Kubikdecimeter trockener Luft bei einem Barometerstand von 760 Millimeter, wenn die Temperatur 20°, 40°,

60°, 100°, 150°, 200° C. beträgt? Die erhaltenen Resultate sind in einer kleinen Tabelle zusammenzustellen.

4. Ein Ballon, dessen Volumen v ist, wiegt bei t^0 C. und einem Barometerstand b von Millimetern um n Gramm mehr, als wenn er soweit leer gepumpt ist, daß die Barometerprobe einen inneren Druck von h Millimeter anzeigt. Der Ausdehnungs-Coëfficient der Luft soll mit α bezeichnet werden. Wie groß ist das specifische Gewicht der Luft bei 0° Temperatur und 760 Millimeter Barometerstand, das specifische Gewicht des Wassers zur Einheit genommen?

§. 108. **Dichtigkeit der Gase.** Wenn man die Dichtigkeit irgend eines Gases bei der Temperatur von 0° und einem Drucke von 760 Millimeter mit d bezeichnet, mit d' aber die Dichtigkeit desselben Gases bei einer Temperatur von t^0 C. und einem Drucke h, so ist es leicht, die Beziehung zu finden, welche zwischen den beiden Tensionen, den beiden Temperaturen und den beiden Dichtigkeiten stattfindet. Wenn bei unverändertem Drucke die Temperatur von 0° auf t^0 C. steigt, wird 1 Kubikcentimeter Gas sich bis zu $1 + 0{,}00366\,t$ ausdehnen; wenn außerdem noch der Druck von 760 Millimeter in h übergeht, so wird das Volumen jener Gasmenge

$$\frac{(1 + 0{,}00366\,t)\,760}{h}.$$

Die Dichtigkeit des Gases in beiden Fällen verhält sich aber umgekehrt wie die Volumina, also

$$\frac{d'}{d} = \frac{h}{760\,(1 + 0{,}00366\,t)}.$$

Es folgt daraus, daß die Dichtigkeiten zweier verschiedener Gase stets in demselben Verhältnisse zu einander stehen, so lange beide gleiche Temperaturen haben und gleichem Drucke ausgesetzt sind. Bei der Temperatur der Rothglühhitze also, wie bei 0°, bei einem Drucke von 10 Atmosphären wie bei dem einer einzigen, wird die Dichtigkeit des Wasserstoffgases immer 0,0688, also ungefähr $^1/_{15}$ von der Dichtigkeit der in gleichen Verhältnissen sich befindenden Luft sein. Es bleibt dies so lange wahr, als die Gase dem Mariotte'schen Gesetze folgen.

Dies giebt nun auch ein Mittel an die Hand, um die Dichtigkeit von Gasen zu bestimmen; man vergleicht nur ihr Gewicht mit dem Gewichte eines gleichen Volumens Luft von derselben Tension und derselben Temperatur.

Es sei z. B. das Gewicht eines Ballons mit trockener Luft	= 192 Gramme
Gewicht des ausgepumpten Ballons	= 181 »
Gewicht der ausgepumpten Luft	= 11 Gramme.
Es sei ferner das Gewicht des mit kohlensaurem Gase gefüllten Ballons	= 197,77 Gr.
Davon abgezogen das Gewicht des leeren Ballons .	= 181 »
Bleibt für das Gewicht des kohlensauren Gases, welches der Ballon faßt	= 16,77 Gr.

Die Dichtigkeit des kohlensauren Gases ist demnach $\frac{16,77}{11}$ oder 1,524, wenn die der Luft = 1 ist. Dies Resultat bedarf durchaus keiner Correction wegen der Wärme und des Drucks, vorausgesetzt, daß die Luft und das kohlensaure Gas den Ballon bei gleichem Barometerstande füllten und vollkommen gleiche Temperatur hatten.

Zweites Capitel.

Veränderung des Aggregatzustandes.

Bestimmung der gebundenen Wärme des Wassers. Um die Schmelzungswärme des Eises zu bestimmen, verfuhr Regnault so, daß er in eine gewogene Quantität Wasser, deren Temperatur genau bestimmt worden war, Eisstücke oder Schnee brachte, und dann die Temperaturerniedrigung beobachtete, welche durch die Schmelzung des Schnees oder des Eises in dem Wasser erzeugt wurde. Die Quantität des geschmolzenen Schnees oder Eises ergab sich dadurch, daß man das Gefäß mit Wasser, welches man vor dem Einbringen des Eises gewogen hatte, nach beendigter Schmelzung und nach der zweiten Thermometerablesung abermals wog. Die Differenz der beiden Wägungen giebt dann das Gewicht der eingebrachten Eis- oder Schneemasse. §. 109. (Zu §. 247 d. Gr.)

Folgendes sind die Beobachtungsresultate einiger nach dieser Methode angestellten Versuche, bei welchen Eisstücke von 0° C. in Anwendung gebracht wurden:

	Gewicht		Anfangs-temperatur.	End-temperatur.
	des geschmolzenen Eises.	des Wassers im Gefäß.		
1	88,75 Gr.	918,85 Gr.	23,8° C.	14,7° C.
2	110,00	927,75	20,3	9,9
3	130,90	934,35	20,1	8,0
4	120,25	935,70	20,6	9,3

Bei einer ähnlichen Versuchsreihe, bei welcher statt des Eises Schnee angewendet wurde, war die Temperatur des Schnees vor dem Eintauchen in das Wasser etwas unter dem Gefrierpunkt. Folgendes sind die Beobachtungsresultate einer solchen mit Schnee angestellten Versuchsreihe:

	Gewicht		Temperatur		
	des Schnees.	des Wassers.	des Schnees.	des Wassers vor der Schmelzung.	des Wassers nach der Schmelzung.
1	46,81 Gr.	461,94 Gr.	— 0,61° C.	15,81° C.	7,00° C.
2	43,77	461,33	— 0,06	16,86	8,53
3	49,90	462,05	— 0,51	15,76	6,50
4	50,45	462,20	— 0,32	16,112	6,78

Aufgaben. 1. Es soll berechnet werden, wie groß nach jedem der vier in der ersten Tabelle dieses Paragraphen aufgeführten Versuche die Schmelzungswärme des Eises ist, d. h. wie viel Wärmeeinheiten (Calorien) erforderlich sind, um 1 Gramm Eis zu schmelzen, d. h. um 1 Gramm Eis von 0° in Wasser von 0° zu verwandeln.

NB. Eine Wärmeeinheit ist die Menge Wärme, welche erforderlich ist, um die Temperatur von 1 Gramm Wasser um 1° C. zu erhöhen. (Siehe §. 95.)

2. Dieselbe Aufgabe zu lösen für die vier mit Schnee angestellten Versuche, deren Beobachtungsresultate in der zweiten Tabelle dieses Paragraphen aufgeführt sind.

3. Welches ist das Mittel aus den vier unter 1., aus den vier unter 2. erhaltenen Werthen für die latente Wärme des Wassers (Schmelzungswärme des Eises)?

NB. Die nach den Aufgaben 1. und 2. berechneten Werthe der Schmelzungswärme des Eises sind nicht ganz genau; sie bedürfen noch mehrerer Correctionen, von denen hier nicht weiter die Rede sein kann. Der genaue Werth der latenten Wärme des Wassers ist, wie bereits in §. 247 des Grundrisses angeführt wurde, gleich 79.

4. Es sei

m das Gewicht eines Eisstücks von 0°,

M das Gewicht } einer Wassermasse, in welche das Eisstück geworfen wird,
T die Temperatur }

t die Temperatur des Wassers nach der Schmelzung des Eisstückes.

Wie groß ist dann die latente Wärme l des Wassers?

5. In eine Wassermasse von 1200 Gramm, welche eine Temperatur von 22° C. hat, wird ein 92 Gramm schweres Stück Eis von 0° geworfen.

Wie hoch wird die Temperatur des Wassers noch sein, wenn die Schmelzung des Eisstücks vollendet ist?

(Vorausgesetzt, daß das Wasser nach außen weder Wärme abgiebt noch solche von außen empfängt.)

6. In eine Wassermasse von 2000 Gramm, welche eine Temperatur von 25° C. hat, werden 1000 Gramm Eisstücke von 0° geworfen. Wie viel Eis wird geschmolzen sein, bis das Wasser auf 0° erkaltet ist?

(Vorausgesetzt, daß das Wasser nach außen weder Wärme abgiebt noch solche von außen empfängt.)

Beziehungen zwischen der Temperatur, der Spannkraft und der Dichtigkeit des gesättigten Wasserdampfes. Auf Seite 41 haben wir gesehen, daß §. 110. (Zu §. 252 d. Gr.)

$$V_{no} = V_{pt} \frac{p}{760\,(1 + \alpha t)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wenn V_{no} das Volumen einer gegebenen Gas- oder Dampfmenge bei 0° C. und einem Druck von 760 Millimeter, V_{pt} aber das Volumen derselben Gas- oder Dampfmenge bei einer Temperatur von t Graden und unter einem Drucke p bezeichnet.

Da nun die Dichtigkeit eines Gases seinem Volumen umgekehrt proportional ist, so haben wir auch

$$d_{pt} = d_{no} \frac{p}{760\,(1 + \alpha t)}.$$

Der Quotient $\frac{760}{d_{no}}$ hat für jedes Gas oder jeden Dampf einen bestimmten constanten Werth, welchen wir mit $\varkappa$ bezeichnen wollen; danach geht die vorige Gleichung über in

$$d_{pt} = \frac{p}{\varkappa\,(1 + \alpha t)}$$

oder auch

$$D = \frac{p}{\varkappa\,(1 + \alpha t)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

wenn wir mit D die Dichtigkeit eines Gases oder Dampfes bei t^0 C. und einem Druck p bezeichnen. Danach ergiebt sich für den constanten Factor $\varkappa$ der Werth

$$\varkappa = \frac{p}{D\,(1 + \alpha t)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Nach den Versuchen von Gay-Lussac ist die Dichtigkeit des Wasserdampfes 0,6225 von der Dichtigkeit der atmosphärischen Luft bei gleicher Temperatur und Spannkraft.

Das specifische Gewicht der Luft bei 0° und unter einem Druck von 760 Millimeter ist

0,001293,

wenn man das specifische Gewicht des Wassers zur Einheit nimmt. Demnach

ist bei unverändertem Druck und einer Temperatur von 100° C. die Dichtigkeit der atmosphärischen Luft

$$\frac{0{,}001293}{1+0{,}00365\,.\,100}=\frac{0{,}001293}{1{,}365}=0{,}000946,$$

und die Dichtigkeit D des Wasserdampfes bei 100° C. und einem Druck von 760 Millimeter

$$D = 0{,}000946\;.\;0{,}6225 = 0{,}0005896$$

oder

$$D = 0{,}0005892,$$

wenn man für α den genaueren Werth 0,003665 in Rechnung bringt.

Setzen wir nun in Gleichung (3) die zusammengehörigen Zahlenwerthe

$$t = 100$$
$$D = 0{,}0005892$$
$$p = 760,$$

so kommt

$$\varkappa = 943940$$

oder, wenn die Spannkraft p in Atmosphären ausgedrückt ist,

$$\varkappa = \frac{943940}{760} = 1242.$$

Setzen wir den ersteren dieser Werthe von $\varkappa$ in Gleichung (2), so kommt

$$D = \frac{p}{943940\,(1+0{,}00365\,t)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

und wenn man für $\varkappa$ den zweiten der obigen Zahlenwerthe setzt

$$D = \frac{p}{1242\,(1+0{,}00365\,t)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Nach Gleichung (4) kann man die Dichtigkeit des gesättigten Wasserdampfes für eine gegebene Temperatur berechnen, wenn die entsprechende Spannkraft p in Millimetern, nach Gleichung (5) aber, wenn sie in Atmosphären ausgedrückt ist.

Nach Gleichung (4) auf Seite 3 findet man das Volumen eines Körpers, wenn man sein absolutes Gewicht durch sein specifisches Gewicht oder durch seine Dichtigkeit dividirt. Demnach ist das Volumen V, welches 1 Gramm Wasserdampf einnimmt,

$$V = \frac{1}{D} \text{ Kubikcentimeter,}$$

und wenn man für D seinen Werth aus Gleichung (5) setzt

$$V = \frac{1242\,(1+0{,}00365\,t)}{p} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Der nach Gleichung (6) berechnete Zahlenwerth von V giebt an, wie viel Kubikcentimeter 1 Gramm oder wie viel Kubikdecimeter 1 Kilogramm Wasserdampf von der Temperatur t und der Spannkraft p einnimmt.

Aufgaben. 1. Man berechne nach Gleichung (4) die Dichtigkeiten des gesättigten Wasserdampfes, welche den in der ersten Tabelle auf Seite 460 des Grundrisses angegebenen zusammengehörigen Temperaturen und der Spannkraft entsprechen und stelle sie tabellarisch zusammen.

2. Dieselbe Aufgabe ist mit Hülfe der Gleichung (5) für die in der zweiten Tabelle auf Seite 460 des Grundrisses aufgeführten zusammengehörigen Werthe der Spannkraft und der Temperatur auszuführen.

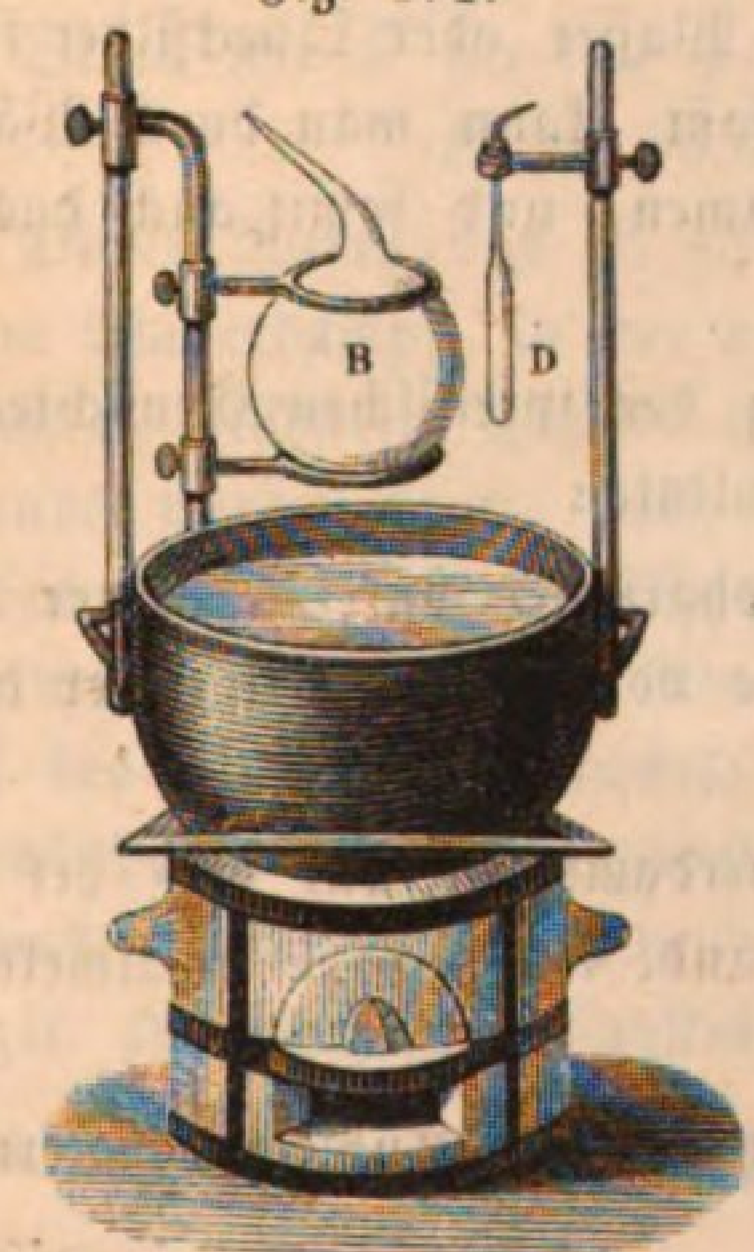
3. Welches Volumen V nimmt 1 Kilogramm gesättigten Wasserdampfes bei dem in den beiden Tabellen der Seite 460 des Grundrisses angeführten Temperaturen und Spannkräften ein? Die berechneten Werthe von V sind mit den entsprechenden Werthen der Spannkraft p in einer Tabelle zusammenzustellen.

4. Wie viel Gramm gesättigten Wasserdampfes kann ein Raum von 1 Kubikmeter bei den in den oben angeführten Tabellen genannten Temperaturen aufnehmen?

5. Ein Quantum gesättigten Wasserdampfes von 100° C. wird, abgesperrt von allem Wasser, welches weitere Dämpfe liefern könnte, bis auf 130° C. erwärmt. Wie hoch wird die Spannkraft des nun überhitzten Wasserdampfes steigen, wenn eine Ausdehnung desselben nicht stattfinden kann?

Bestimmung des specifischen Gewichtes der Dämpfe. Zur Bestimmung des specifischen Gewichtes der Dämpfe beliebiger Flüssigkeiten wendet man nach Dumas folgendes Verfahren an. In einen Glasballon *B*, Fig. 171, von 5 bis 8 Centimeter Durchmesser bringt man eine hinreichende Menge der zu untersuchenden Flüssigkeit. Der Ballon wird nun, je nachdem der Siedepunkt der Flüssigkeit höher oder tiefer liegt, in einem Bade von Wasser, Oel oder Chlorzink erhitzt. Der Ballon wird an einem Halter befestigt und durch diesen im Bade festgehalten. Durch Erhitzung des Bades bringt man die Flüssigkeit bald ins Kochen, die Dämpfe strömen mit Gewalt aus der feinen Spitze hervor. Man erhält das Bad unterdessen auf einer Temperatur, welche die des Siedepunktes der Flüssigkeit im Ballon ungefähr um 30° C. übersteigt. Die Temperatur des Bades wird an einem Thermometer abgelesen, welches auf die dargestellte Weise befestigt ist. Sobald alle Flüssigkeit verdampft ist, was man daran sieht, daß das Ausströmen des Dampfes aus der feinen Spitze aufhört, schmilzt man diese vor dem Löthrohre zu. In dem Augenblicke des Zuschmelzens notirt man sich den Stand des Thermometers im Bade und den Barometerstand. §. 111.

Fig. 171.



Der nun mit Dampf gefüllte Ballon wird gewogen, nachdem man früher schon denselben, mit trockener Luft gefüllt, gewogen hatte. Die Differenz dieser beiden Wägungen, die wir mit P bezeichnen wollen, giebt an, wie viel der

im Ballon enthaltene Dampf mehr wiegt als die trockene Luft, die ihn vorher füllte. Das Gewicht dieser Luftmenge aber kann man berechnen, wenn man das Volumen V des Ballons kennt. Es ist nämlich Vn, wenn n das Gewicht von 1 Cubikcentimeter trockener Luft für die Temperatur und den Barometerstand bezeichnet, bei welchem die erste Wägung vorgenommen wurde, V aber in Cubikcentimetern ausgedrückt ist. Das Gewicht des Dampfes im Ballon ist demnach $P + Vn$.

Um aber die Dichtigkeit des Dampfes zu erhalten, muß man sein absolutes Gewicht durch das Gewicht eines gleichen Volumens Luft von gleicher Temperatur und gleicher Tension dividiren. Bezeichnen wir mit n' das Gewicht von 1 Cubikcentimeter trockener Luft für die Temperatur und den Barometerstand, welche man im Augenblicke des Zuschmelzens der Spitze ablas, so ist Vn' das Gewicht einer Luftmenge von dem Volumen, der Temperatur und der Tension, welche der Dampf im Ballon in dem Augenblicke hatte, in welchem die Spitze zugeschmolzen wurde. Das specifische Gewicht des Dampfes ist demnach

$$s = \frac{P + Vn}{Vn'},$$

wenn das der Luft gleich 1 gesetzt wird.

Um das Volumen des Ballons zu bestimmen, taucht man die zugeschmolzene Spitze des Ballons in Wasser oder Quecksilber und bricht sie dann ab. Da sich die Dämpfe während des Erkaltens verdichtet haben, so ist im Ballon ein Vacuum entstanden, er wird sich also mit Wasser oder Quecksilber füllen. Die Menge der Flüssigkeit, welche der Ballon faßt, kann man durch Wägung oder durch Messung in graduirten Röhren bestimmen, und somit auch das Volumen des Ballons ermitteln.

Aufgabe. Ein Versuch zur Bestimmung des specifischen Gewichtes des Aetherdampfes lieferte folgende Beobachtungsresultate:

a. Das Gewicht des Ballons voll atmosphärischer Luft bei einer Temperatur von 10° C. und einem Barometerstande von 752,3 Millimeter betrug 19,515 Gramm.

b. Das Gewicht des Ballons mit Aetherdampf gefüllt und bei einer Temperatur von 60° C. und einem Barometerstande von 753,4 Millimeter zugeschmolzen betrug 19,745 Gramm.

c. Das Volumen des Ballons wurde gleich 60 Kubikcentimetern gefunden.

Wie groß ist nach diesen Daten das specifische Gewicht des Aetherdampfes?

§. 112. (Zu §. 257 d. Gr.) **Berechnung des Effectes der Dampfmaschinen.** Die älteste und einfachste Theorie zur Berechnung der Kraft einer Dampfmaschine ist die von Poncelet und Morin aufgestellte.

Für Maschinen, welche ohne Expansion arbeiten, bei welchen also der Cylinder während des ganzen Kolbenlaufes mit dem Kessel in Verbindung bleibt, berechnet man den Effect auf folgende Weise:

Bezeichnet

p die Spannung des Dampfes im Kessel, welcher nach dieser Theorie auch die Spannung des Dampfes im Cylinder gleich ist in Atmosphären,

Q den Querschnitt des Kolbens in Quadratdecimetern,

L die Länge des Kolbenhubes in Decimetern, so ist

der wirksame Druck des Dampfes im Cylinder gegen 1 Quadratdecimeter . . . $103,3\,p$ Kilogramm

der wirksame Druck gegen den ganzen Kolben . . . . $103,3\,p\,Q$ Kilogramm

die Kraftquantität, welche bei einem Kolbenschlage entwickelt wird . . . . . . $10,33\,p\,.\,Q\,.\,L$ Kilogrammometer.

Demnach ergiebt sich für die Kraftquantität E, welche bei n Kolbenschlägen entwickelt wird,

$$E = 10,33\,p\,.\,n\,.\,Q\,L \text{ Kilogrammometer} \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Das vom Kolben beschriebene Volumen ist für 1 Kolbenschlag gleich $Q\,L$, für n Kolbenschläge ist es also gleich $n\,Q\,L$ Kubikdecimeter.

Macht nun der Kolben n Kolbenschläge, während 1 Kilogramm Dampf verbraucht wird, so ist der vom Kolben unterdessen beschriebene Raum $n\,Q\,L$ gleich dem Volumen V, welches 1 Kilogramm gesättigten Wasserdampfes von der Spannkraft p einnimmt, d. h. es ist

$$V = n\,Q\,L.$$

Setzen wir V für das Product $n\,Q\,L$ in Gleichung (1), so kommt

$$E = 10,33\,p\,.\,V \text{ Kilogrammometer} \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Dieser Werth von E ist die volle mechanische Arbeit, welche 1 Kilogramm Wasserdampf, in der angedeuteten Weise in einer Dampfmaschine verwendet, zu leisten im Stande ist, welche aber durchaus nicht vollständig nutzbar verwendet werden kann. Ein Theil dieser mechanischen Arbeit wird verwendet, um den auf der anderen Seite des Kolbens lastenden Druck (bei Hochdruckmaschinen der Druck der Atmosphäre, bei Niederdruckmaschinen ein aliquoter Theil des Atmosphärendruckes) zu bewältigen, ein anderer Theil wird durch Ueberwindung der Reibungswiderstände consumirt. Wie groß der zu nutzbarer Verwendung noch übrigbleibende Theil von E ist, hängt von der mehr oder weniger zweckmäßigen Construction der Maschine ab. In den folgenden Beispielen wollen wir die nutzbar verwendbare Kraft der Maschine gleich $\frac{E}{2}$ annehmen.

Aufgaben. 1. Wie groß ist nach Gleichung (2) die absolute mechanische Kraft, welche 1 Kilogramm Wasserdampf an den Kolben einer Dampfmaschine übertragen kann, wenn die Spannkraft des Dampfes gleich 2, 3, 4, 6, 8 oder 10 Atmosphären ist?

2. Der Kolben einer Dampfmaschine hat 3 Decimeter Durchmesser, der Kolbenhub ist 9 Decimeter. Wenn nun der Kolben in 3 Secunden einen Auf- und einen Niedergang vollendet, und die Spannkraft des Dampfes, welche

ihn treibt, gleich dem Druck von 4 Atmosphären ist; wie viel Kilogrammometer nutzbare Arbeit vollbringt dann die Maschine in 1 Minute? Wie viel Pferdekräften ist die Maschine unter den genannten Umständen gleichzusetzen? (1 Pferdekraft gleich 75 Kilogrammometer pr. Secunde.)

3. Wie viel Kilogramm Wasser consumirt eine Dampfmaschine von 10 Pferdekräften (nutzbarer Arbeit) während einer Stunde, wenn der Dampf, welcher den Kolben treibt, eine Spannkraft von 6 Atmosphären hat?

4. Die Gleichungen (1) und (2) sind mit Zugrundelegung des neuen französischen Maß- und Gewichtssystems entwickelt worden; man entwickele die entsprechenden Formeln für Fußmaß und Pfundgewicht.

Gehen wir nun zur Berechnung des Effectes solcher Dampfmaschinen über, welche mit Expansion arbeiten.

Es bezeichne

Q wie vorher den Querschnitt des Kolbens,

p den Druck, welchen der Dampf bis zum Momente der Absperrung des Dampfes gegen den Kolben ausübt, und

L den Theil des Kolbenhubes, welchen der Kolben mit vollem Dampfdruck zurücklegt,

so ist die Kraftquantität, welche von Beginn eines Kolbenschlages bis zum Moment der Absperrung des Dampfes entwickelt wird, gleich

$$10{,}33\, p\, Q\, L \text{ Kilogrammometer} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Die Arbeit, welche der Dampf im Kolben nun noch verrichtet, nachdem ein weiterer Dampfzufluß abgesperrt ist und der im Cylinder schon vorhandene Dampf sich bis zu Ende des Kolbenschlages expandirt, läßt sich annähernd wenigstens nach folgender Betrachtung ableiten:

Denken wir uns den ganzen Weg, welchen der Kolben noch nach der Absperrung des Dampfes zu durchlaufen hat, in lauter gleiche Theile getheilt, von denen jeder gleich ist dem 10ten Theile des mit vollem Dampfdruck durchlaufenen Weges, also gleich $\frac{1}{10}\, L$, so können wir ohne merklichen Fehler annehmen, daß die Größe des Dampfdruckes unverändert bleibt, während der Kolben eine solche Abtheilung durchläuft, daß er nur von einer Abtheilung zur anderen abnehme.

Im Moment der Absperrung ist die Spannkraft des Dampfes gleich p und mit diesem Dampfdruck wird das nächste kleine Wegstück von $\frac{1}{10}\, L$ Länge durchlaufen, die dabei verrichtete Arbeit ist also

$$10{,}33\ \tfrac{1}{10}\, L\, Q\, p.$$

Nun aber füllt der Dampf, welcher im Moment der Absperrung 10 Raumtheile einnahm, 11 solcher Raumtheile aus, die Spannkraft des Dampfes ist also nur noch $\frac{10}{11}\, p$, und mit dieser Spannkraft wird der Kolben auf der nächsten Abtheilung fortgedrückt; die dabei geleistete Arbeit ist also

$$10{,}33\, \tfrac{1}{10}\, L\, Q\, p \,.\, \tfrac{10}{11}.$$

Der Dampf, welcher im Moment der Absperrung 10 Raumtheile einnahm, füllt aber jetzt 12 derselben aus, seine Spannkraft ist also nur noch $\frac{10}{12}\, p$,

und die mechanische Arbeit, welche der Dampf leistet, während er den Kolben mit der Spannkraft $^{10}/_{12}\,p$ durch die nächste Abtheilung hindurchdrückt, ist

$$^{1}/_{10}\,L\,Q\,p\,.\,^{10}/_{12}.$$

Auf diese Weise kann man fortschließen, daß die mechanische Arbeit, welche der sich expandirende Dampf verrichtet, während der Kolben die folgenden Abtheilungen durchläuft, sein wird

$$10{,}33\,^{1}/_{10}\,L\,Q\,p\,^{10}/_{13};\; 10{,}33\,^{1}/_{10}\,L\,Q\,p\,^{10}/_{14};\; 10{,}33\,^{1}/_{10}\,L\,Q\,p\,^{10}/_{15} \text{ u. s. w.}$$

Die während der Expansion des Dampfes geleistete Arbeit ist also

$$10{,}33\,^{1}/_{10}\,L\,Q\,p\left(1 + {}^{10}/_{11} + {}^{10}/_{12} + {}^{10}/_{13} + \cdots \frac{10}{a-1}\right)$$

oder

$$10{,}33\,L\,Q\,p\left({}^{1}/_{10} + {}^{1}/_{11} + {}^{1}/_{12} + {}^{1}/_{13} + \cdots \frac{1}{a-1}\right)\;.\;.\;.\; (4)$$

wenn wir mit a die Anzahl der besprochenen Abtheilungen bezeichnen, welche der Kolben während der Expansion des Dampfes zu durchlaufen hat.

Bezeichnen wir die in der Klammer der Gleichung (4) stehende Summe mit N, so ist also die während der Expansion des Dampfes für einen Kolbenschlag geleistete Arbeit

$$10{,}33\,L\,Q\,p\,N\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (5)$$

und die Gesammtarbeit, welche der Dampf während eines Kolbenschlages leistet, die Summe der Ausdrücke bei (3) und bei (5) ist

$$10{,}33\,p\,Q\,L\,(1 + N) \text{ Kilogrammometer.}$$

Bei n Kolbenschlägen wird also eine Kraftquantität von

$$10{,}33\,p\,n\,Q\,L\,(1 + N) \text{ Kilogrammometern}$$

entwickelt. Wenn aber durch n Kolbenschläge gerade 1 Kilogramm Wasserdampf consumirt wird, dessen Volumen wir mit V bezeichnen wollen, so ist die durch 1 Kilogramm Wasserdampf geleistete Arbeit

$$E = 10{,}33\,p\,V\,(1 + N) \text{ Kilogrammometer}\;.\;.\;.\; (6)$$

Aufgaben. 5. Wie groß ist die ganze durch 1 Kilogramm Wasserdampf geleistete Arbeit in einer Expansionsmaschine, wenn der Dampf bis zur Absperrung eine Spannkraft von 5 Atmosphären hat und wenn der Dampf in der Hälfte des Kolbenhubes abgesperrt wird? (Für diesen Fall ist a im Ausdruck (4) gleich 20.)

6. Wie groß ist E, wenn $p = 6$ Atmosphären und wenn der Dampf abgesperrt wird, wenn der Kolben $^{1}/_{3}$ des ganzen Hubes zurückgelegt hat, wenn also a im Ausdrucke bei (4) gleich 30 ist?

7. Wie groß ist E, wenn $p = 6$ Atmosphären und wenn der Kolben $^{1}/_{4}$ des ganzen Hubes mit vollem Dampfdruck zurücklegt, wenn also $a = 40$ ist?

8. Wie groß ist für die in den Aufgaben 5, 6 und 7 besprochenen Fälle die nutzbare Kraft der Maschine in Pferdekräften ausgedrückt?

Die Berechnung des Effectes einer Expansionsdampfmaschine nach der eben besprochenen Weise ist ziemlich umständlich und giebt doch nur angenäherte

Resultate. Die genauere Formel, welche man nach der Theorie von Poncelet und Morin zur Berechnung des Effectes von Expansionsmaschinen anzuwenden hat, ist

$$E = 10{,}33\, p\, V \left(1 + log\ nat\ \frac{L'}{L}\right) \text{ Kilogrammometer} \ . \quad . \quad (7)$$

wenn mit L' die Länge des ganzen Kolbenhubes, mit L die Länge desjenigen Theils des Kolbenhubes bezeichnet wird, welcher mit vollem Dampfdruck durchlaufen wird.

Aufgaben. 9. Nach Gleichung (7) berechne man den Werth von E für die in den Aufgaben 5, 6 und 7 angegebenen Fälle.

Die Ableitung der Gleichung (7) ist ohne höhere Rechnung nicht wohl möglich; wir wollen dieselbe hier für geübtere Leser folgen lassen.

In einem bestimmten Momente nach der Absperrung habe der Kolben von Anfang des Hubes an gerechnet den Weg x zurückgelegt, so ist für diesen Augenblick die Spannkraft des Dampfes gleich

$$p\, \frac{L}{x},$$

wenn man mit p die Größe des Dampfdruckes bis zur Absperrung und mit L den bei vollem Dampfdruck zurückgelegten Weg bezeichnet. Mit diesem Druck wird nun der Kolben auf dem folgenden kleinen Wegstückchen dx (Wegdifferential) fortgeschoben und die dabei geleistete Arbeit ist

$$10{,}33\, Q p\, \frac{L}{x}\, dx.$$

Die Arbeit F, welche während der ganzen Expansion entwickelt wird, ist demnach gleich dem Integral dieses Ausdruckes für die Gränzen $x = L$ und $x = L'$, wenn wir mit L' den ganzen Kolbenhub, mit L aber den Theil des Kolbenhubes bezeichnen, welcher mit vollem Dampfdruck zurückgelegt wird; wir haben also

$$F = 10{,}33\, Q p\, L \int_{x=L}^{x=L'} \frac{dx}{x}$$

$$F = 10{,}33\, Q L p \,.\, log\ nat\ \frac{L'}{L}\,.$$

Wird hierzu die Arbeit G addirt, welche der Dampf bis zum Moment der Absperrung geleistet hat, und welche ist

$$G = 10{,}33\, Q L p,$$

so kommt

$$F + G = 10{,}33\, Q L p \left(1 + log\ nat\ \frac{L'}{L}\right),$$

woraus sich dann nach der bereits oben durchgeführten Schlußweise für 1 Kilogramm Wasserdampf die mechanische Arbeit

$$E = 10{,}33\, p\, V \left(1 + log\ nat\ \frac{L'}{L}\right) \text{ Kilogrammometer}$$

ergiebt, die Gleichung, welche bereits oben bei (7) aufgeführt wurde.

Die Pambour'sche Theorie. Die nach der besprochenen Theorie von Poncelet und Morin berechneten Effecte stimmen nicht mit der Erfahrung überein, sie sind entschieden zu groß, wie sich aus folgender Betrachtung entnehmen läßt. §. 113.

Die Poncelet-Morin'sche Theorie nimmt an, daß bei Maschinen, welche ohne Expansion wirken, die Spannung im Cylinder der Spannung im Kessel gleich sei. Dies ist nie der Fall. Spannkraft und Temperatur des Dampfes im Cylinder sind stets geringer als im Kessel. Je mehr der Kolben belastet, je langsamer also seine Bewegung ist, desto mehr nähern sich Spannkraft und Temperatur im Cylinder den entsprechenden Größen im Kessel; je rascher aber der Kolben läuft, um so mehr bleibt Spannkraft und Temperatur im Cylinder hinter der Spannkraft und der Temperatur im Kessel zurück.

Die Spannkraft des Dampfes im Cylinder läßt sich leicht aus dem Volumen ermitteln, welches der Kolben beschreibt, während 1 Kilogramm Wasser durch die Maschine verzehrt wird.

Es sei z. B. die Spannkraft des Dampfes im Kessel gleich 4 Atmosphären, so ist die entsprechende Temperatur 145° C., und das Volumen, welches unter diesen Umständen 1 Kilogramm Wasserdampf einnimmt, ist 474 Kubikdecimeter. (Siehe Aufgabe 3 in §. 110.)

Nehmen wir nun aber an, daß der Kolben einen Raum von 894 Kubikdecimetern beschrieben habe, während im Kessel 1 Kilogramm Wasser verdampft worden ist, so nimmt 1 Kilogramm Wasserdampf von der Spannkraft und Dichtigkeit, wie er sich im Cylinder befindet, einen Raum von 894 Kubikdecimetern ein. 894 Kubikdecimeter ist aber das Volumen von 1 Kilogramm gesättigten Wasserdampfs bei einer Spannkraft von 2 Atmosphären. Vorausgesetzt also, was die Erfahrung bestätigt, daß der Dampf als gesättigter Dampf die Maschine durchläuft, so würde sich aus dem Vorhergehenden ergeben, daß die Spannkraft des Dampfes im Cylinder nur 2 Atmosphären betragen hätte, es würde sich also für den Effect von 1 Kilogramm Wasserdampf ergeben

$$E = 10{,}33 \,.\, 2 \,.\, 894 = 18470 \text{ Kilogrammometer,}$$

während er

$$E' = 10{,}33 \,.\, 4 \,.\, 474 = 19586 \text{ Kilogrammometer}$$

sein müßte, wenn der Dampf mit derselben Spannkraft im Cylinder wirkte, welche er in dem Kessel besitzt.

Noch stärker treten die Unrichtigkeiten der älteren Theorie bei solchen Maschinen vor, welche mit Expansion wirken, weil hier eben angenommen wird, daß sich der Dampf nach der Absperrung einfach nach dem Mariotte'schen Gesetze ausdehne. Nun aber nimmt während der Expansion des Dampfes auch seine Temperatur ab und seine Spannkraft sinkt deshalb in einem rascheren Verhältniß, als es bei der Entwickelung der Poncelet-Morin'schen Theorie angenommen wurde.

Die Mängel der älteren Theorie hat Pambour nachgewiesen; er hat eine neue Theorie zur Berechnung des Effectes der Dampfmaschinen aufgestellt,

bei welcher die Umstände gehörig berücksichtigt werden, deren Vernachlässigung eben die ältere Theorie mangelhaft machen.

Wie nach Pambour der Effect solcher Maschinen zu berechnen sei, welche ohne Expansion wirken, haben wir zu Anfang dieses Paragraphen gesehen. Wenden wir uns nun zur Betrachtung der Expansionsmaschinen.

Zunächst nimmt Pambour an, daß der Dampf, so lange er in der Maschine wirkt, gesättigter Dampf bleibe, was schon deshalb der Fall sein muß, weil stets etwas Wasser mechanisch vom Dampfe mitgerissen wird, welches die Bildung von überhitztem Dampf verhindert. Für die Beziehungen zwischen Volumen und Spannkraft einer gegebenen Quantität gesättigten Dampfes nimmt Pambour die empirische Gleichung

$$v : v' = \frac{1}{a + p} : \frac{1}{a + p'} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

in welcher v und p zwei zusammengehörige Werthe von Volumen und Spannkraft des gesättigten Wasserdampfes für eine, v' und p' die entsprechenden Größen für eine andere Temperatur sind; a ist ein constanter Factor, dessen Bestimmung weiter unten näher besprochen werden soll.

Innerhalb derjenigen Gränzen, zwischen welchen Spannkraft und Volumen des Dampfes in einer Dampfmaschine variiren, schließt sich das durch Gleichung (1) ausgedrückte Gesetz hinlänglich gut den Beobachtungen an.

Das durch Gleichung (1) ausgedrückte Gesetz würde mit dem Mariotte'schen zusammenfallen, wenn a gleich Null wäre.

Bezeichnen wir nun mit p die Spannkraft des Dampfes bis zum Moment der Absperrung, und mit L den Theil des Kolbenhubes, welchen der Kolben mit vollem Dampfdruck zurücklegt; bezeichnen wir ferner mit x den Theil des Hubes, welchen der Kolben einige Zeit nach der Absperrung zurückgelegt hat, und mit p' die Spannkraft des Dampfes für diesen Moment, so hat man der Gleichung (1) entsprechend

$$L : x = \frac{1}{a + p} : \frac{1}{a + p'},$$

und daraus

$$p' = \frac{L}{x}(a + p) - a.$$

Mit dem Drucke p' wird nun das nächste Wegdifferential dx zurückgelegt und das dabei entwickelte Arbeitsdifferential ist

$$10{,}33\, p' . Q\, dx,$$

wenn Q dieselbe Bedeutung hat wie im vorigen Paragraphen. Setzen wir für p' seinen obigen Werth, so kommt für das Arbeitsdifferential

$$10{,}33\, Q\, L\, (a + p)\, \frac{dx}{x} - 10{,}33\, a\, Q\, dx.$$

Wird dieser Ausdruck für die Gränzen $x = L$ und $x = L'$ (wo L' den ganzen Kolbenhub, L aber wie bisher den mit vollem Dampfdruck durchlaufenen

Theil des Hubes bezeichnet), so erhält man für die Arbeit, welche während der Expansion des Dampfes gewonnen wird,

$$10{,}33\, Q\, L\, (a + p)\, log\, nat\, \frac{L'}{L} - 10{,}33\, Q\, a\, (L' - L).$$

Addirt man dazu noch die Arbeit, welche bis zur Absperrung geleistet worden ist,

$$10{,}33\, p\, Q\, L,$$

so erhält man für die Arbeit eines Kolbenschlages

$$10{,}33\, Q \left(L p + L\, (a + p)\, log\, nat\, \frac{L'}{L} - a\, (L' - L) \right)$$

oder

$$10{,}33\, Q \left(L\, (a + p) + L\, (a + p)\, log\, nat\, \frac{L'}{L} - a L' \right),$$

oder endlich

$$10{,}33\, Q\, L\, (a + p) \left(1 + log\, nat\, \frac{L'}{L} \right) - 10{,}33\, a\, Q\, L'.$$

Wenn nun in n Kolbenschlägen 1 Kilogramm Dampf verzehrt wird, so ergiebt sich für die durch 1 Kilogramm Dampf geleistete Arbeit

$$E = 10{,}33\, V\, (a + p) \left(1 + log\, nat\, \frac{L'}{L} \right) - 10{,}33\, a\, V' \quad . \quad . \quad (2)$$

wenn man V für $n\,Q\,L$ und V' für $n\,Q\,L'$ setzt. Es bezeichnet aber V das Volumen von 1 Kilogramm Wasserdampf von derjenigen Dichtigkeit, welche derselbe im Cylinder bis zur Absperrung, V' aber das Volumen von 1 Kilogramm Wasserdampf von derjenigen Dichtigkeit, welche er im Cylinder zu Ende des Kolbenhubes hat.

Sind L, L' und Q bekannt, weiß man, in wie viel Kolbenschlägen 1 Kilogramm Dampf verzehrt wird, so kann man aus diesen Daten die Werthe von V und V' berechnen, welche in Gleichung (2) einzuführen sind.

Den Werth des constanten Factors a kann man auf folgende Weise ermitteln. Es sei P die Spannkraft des Dampfes im Kessel, p'' der ihm zunächst kommende Spannkraftswerth und V'' das zugehörige Volumen der Tabelle, welche als Resultat der Aufgabe 3, §. 110, erhalten wurde; in gleicher Weise sei V''' dasjenige Volumen der besagten Tabelle, welches V' zunächst liegt und p''' die dem Volumen V''' entsprechende Spannkraft, so haben wir

$$V'' : V''' = \frac{1}{a + p''} : \frac{1}{a + p'''},$$

und da in dieser Proportion alle Größen bekannt sind außer a, so läßt sich aus derselben der Werth des Factors a berechnen.

Es sei z. B. für eine Maschine, bei welcher die Absperrung erfolgt, wenn der Kolben $1/3$ des ganzen Hubes zurückgelegt hat, $P = 6{,}5$ Atmosphären, so ist $p'' = 6$ und $V'' = 328$. Ferner sei $V' = 970$, so ist nach der citirten Tabelle (welche man übrigens auch unter den Auflösungen zu den in diesem

Supplementband gegebenen Aufgaben finden wird), $V''' = 894$ und $p''' = 2$, wir haben also

$$328 : 894 = \frac{1}{a + 6} : \frac{1}{a + 2},$$

und daraus

$$a = 0{,}317.$$

Nachdem a bekannt ist, läßt sich auch p berechnen, da ja der Werth von V durch die Expansionsverhältnisse bestimmt ist. Man hat zur Bestimmung von p die Gleichung

$$V : V''' = \frac{1}{a + p} : \frac{1}{a + p'''},$$

in welcher alle Größen außer p bekannt sind.

Für obiges Beispiel ist $V = \frac{1}{3} V'$, also $= 323$. Wird dieser Werth von V nebst den schon bekannten Zahlenwerthen für V''', a und p''' in die letzte Gleichung gesetzt, so ergiebt sich

$$p = 6 \ldots$$

Demnach ergiebt sich die Arbeit, welche 1 Kilogramm Dampf in dieser Maschine verrichtet,

$$E = 10{,}33 \,.\, 323\ (0{,}317 + 6)\ (1 + log\ nat\ {}^3/_1) - 10{,}33 \,.\, 0{,}317 \,.\, 970$$

$$E = 21079\ (1 + log\ nat\ 3) - 3170$$

$$E = 41096 \text{ Kilogrammometer.}$$

Nach der älteren Theorie würde man für E den Werth 42700 gefunden haben.

Aufgaben. 1. Wie groß ergiebt sich der Werth von E für die eben besprochene Maschine, wenn dieselbe, unter sonst gleichen Umständen, so weit entlastet wird, daß der Raum V', welchen der Kolben während der Comsumtion von 1 Kilogramm Wasserdampf beschreibt, gleich 1700 Kubikdecimeter ist?

2. Welches ist der kleinste Werth, welchen V' für diese Maschine möglicher Weise haben kann, und welches ist der ihm entsprechende Werth von E?

3. Eine Dampfmaschine ist so construirt, daß der Dampf abgesperrt wird, wenn der Kolben $\frac{1}{4}$ des Hubes zurückgelegt hat, daß also $\frac{L'}{L} = 4$. Die Spannkraft des Dampfes im Kessel betrage 7,5 Atmosphären, das Volumen V' aber, welches der Kolben während der Consumtion von 1 Kilogramm Dampf beschreibt, sei 1200 Kubikcentimeter; wie groß ist für diese Maschine unter den angegebenen Verhältnissen der Werth von E nach der Pambour'schen und wie groß ist er nach der älteren Theorie?

4. Das Expansionsverhältniß einer Dampfmaschine sei $\frac{L'}{L} = 2$, V' sei gleich 950. Die Spannkraft des Dampfes im Kessel aber gleich 5 Atmosphären; wie groß ist E nach der Pambour'schen, wie groß nach der älteren Theorie?

5. Bei der unter 3. besprochenen Maschine sei $Q = 14$ Quadratdecimeter, die ganze Länge des Kolbenhubes L' sei 9 Decimeter, und zwei Kolbenschläge (ein Aufgang und ein Niedergang) werden in einer Secunde gemacht; wie viel Pferdekräften ist die nutzbare Arbeit dieser Maschine gleichzusetzen? Wie viel Wasserdampf consumirt sie in einer Stunde?

6. Dieselben Fragen sind für die unter 4. besprochene Maschine zu beantworten, vorausgesetzt, daß $Q = 20$ Quadratdecimeter, $L' = 18$ Decimeter und daß drei Kolbenschläge in 2 Secunden gemacht werden.

NB. Bei Auflösung der beiden letzten Aufgaben ist der nach der Pambour'schen Theorie berechnete Werth von E zu Grunde zu legen.

NB. Die in diesem Paragraphen gegebenen Aufgaben können nach Gleichung (2) auch von Solchen gelöst werden, welche noch nicht genug mathematische Kenntnisse haben, um die Ableitung dieser Formel verstehen zu können.

Wir haben in den bisherigen Besprechungen über die Wirkung der Dampfmaschinen einen Umstand unberücksichtigt gelassen, welcher nothwendig mit in Rechnung gezogen werden muß, wenn es sich darum handelt, das Verhältniß des verbrauchten Wasserdampfes zum theoretischen Effect der Maschine mit größerer Genauigkeit zu bestimmen. Es wurde nämlich im Obigen stets angenommen, daß aller Dampf, welcher aus dem Kessel durch die Maschine geht, auch im Cylinder zur Wirkung komme. Dies ist nun in der That nicht der Fall. Aller Dampf, welcher die Zuleitungscanäle vom Vertheilungsschieber bis zum Cylinder füllt, entweicht beim Wechsel der Schieberstellung, ohne in den Cylinder eingetreten zu sein, in die Atmosphäre oder in den Condensator, er ist also für den Effect verloren, weshalb denn auch diese Zuleitungscanäle als schädlicher Raum bezeichnet werden. Will man den Einfluß des schädlichen Raumes in Rechnung ziehen, so muß man das Verhältniß seines Rauminhaltes zu dem des Cylinders kennen.

Abhängigkeit des Siedepunktes vom Drucke. Da der Siedepunkt des Wassers von dem Drucke abhängig ist, welcher auf seiner Oberfläche lastet, so ist klar, daß der Siedepunkt des Wassers auch mit den Schwankungen des Barometers variiren müsse; mit steigendem Barometer steigt der Siedepunkt des Wassers und umgekehrt. §. 114. (Zu §. 258 d. Gr.)

Die auf umstehender Seite folgende Tabelle enthält nach Regnault die zusammengehörigen Werthe des Siedepunktes des Wassers und des Barometerstandes.

Siedepunkt.	Barometer-stand.	Differenz.	Siedepunkt.	Barometer-stand.	Differenz.
85,0° C.	433,04mm	8,58	98,0° C.	707,26mm	2,56
85,5	441,62	8,72	1	709,82	2,57
86,0	450,34	8,87	2	712,39	2,58
86,5	459,21	9,01	3	714,97	2,59
87,0	468,22	9,16	4	717,56	2,59
87,5	477,38	9,31	5	720,15	2,60
88,0	486,69	9,46	6	722,75	2,60
88,5	496,15	9,61	7	725,35	2,61
89,0	505,76	9,77	8	727,96	2,62
89,5	515,53	9,92	9	730,58	2,63
90,0	525,45	10,08	99,0	733,21	2,64
90,5	535,53	10,25	1	735,85	2,65
91,0	545,78	10,41	2	738,50	2,66
91,5	556,19	10,57	3	741,16	2,67
92,0	566,76	10,74	4	743,83	2,67
92,5	577,50	10,91	5	746,50	2,68
93,0	588,41	11,08	6	749,18	2,69
93,5	599,49	11,25	7	751,87	2,70
94,0	610,74	11,43	8	754,57	2,71
94,5	622,17	11,61	9	757,28	2,72
95,0	633,78	11,79	100,0	760,00	2,73
95,5	645,57	11,97	1	762,73	2,73
96,0	657,54	12,15	2	765,46	2,74
96,5	669,69	12,34	3	768,20	2,75
97,0	682,03	12,53	4	771,95	2,76
97,5	694,56		5	773,71	
			101,0	787,63	

Man sieht aus dieser Tabelle, daß in der Nähe des Barometerstandes von 760 Millimeter im Durchschnitt einem Fallen des Barometers um 2,7 Millimeter eine Senkung des Siedepunktes um $^1/_{10}$ Grad Celsius entspricht, daß also das Barometer nahezu um 1 Pariser Linie fallen muß, wenn der Siedepunkt des Wassers um $^1/_{10}{}^0$ C. sinken soll.

Der Siedepunkt unserer Thermometer soll diejenige Temperatur angeben, bei welcher das Wasser siedet, wenn der Barometerstand 760 Millimeter beträgt.

Daraus ergiebt sich denn auch, daß man bei der Construction **genauer** Thermometer eine Correction des Siedepunktes anbringen muß, wenn man denselben bei einem anderen als dem normalen Barometerstande markirt hat.

Nehmen wir z. B. an, man habe auf der Thermometerröhre den Siedepunkt markirt, als das Barometer auf 741 Millimeter stand, so ersehen wir aus obiger Tabelle, daß die entsprechende Temperatur 99,3° C. betrug, also noch um 0,7° C. unter 100° C. war.

Es sei nun der Abstand zwischen dem Gefrierpunkte und dem der Temperatur 99,3° C. entsprechenden Punkte 230 Millimeter, so ergiebt sich die Länge für 1° C. aus der Proportion

$$99{,}3 : 230 = 1 : x,$$

daraus

$$x = 2{,}3.$$

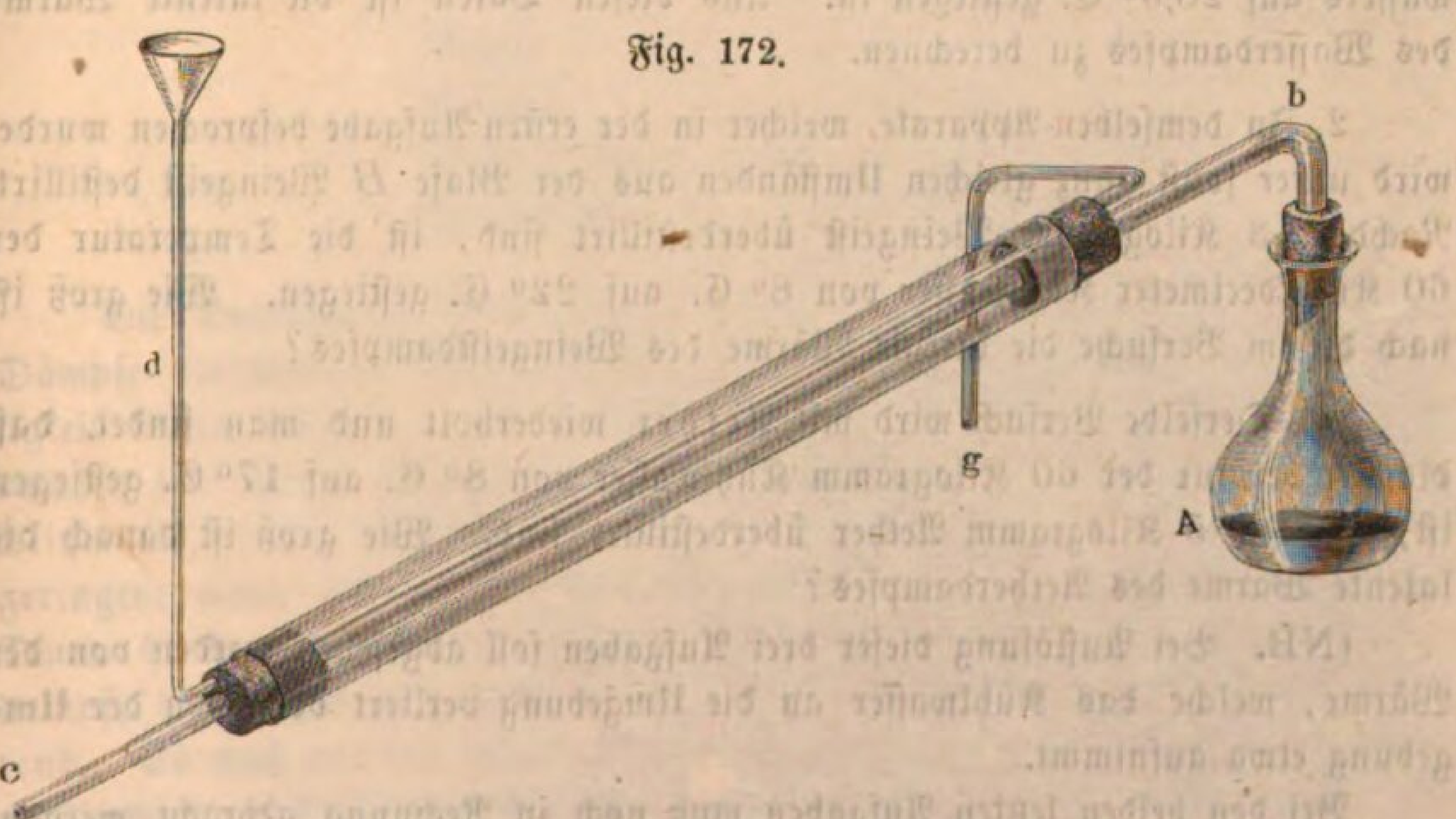
Der wahre Siedepunkt liegt aber um 0,7° C., also um 0,7 . 2,3 oder 1,6 Millimeter über dem markirten. Nachdem man nun den wahren Siedepunkt bestimmt hat, wird der Zwischenraum zwischen ihm und dem Gefrierpunkte in 100 gleiche Theile getheilt.

Aufgaben. 1. Man hat den Siedepunkt eines Thermometers bei dem Barometerstande von 749 Millimeter markirt. Der Abstand zwischen dem so markirten Siedepunkte und dem Gefrierpunkte betrage 315 Millimeter; wie viel Millimeter liegt der Punkt, welcher die Temperatur von 100° C. bezeichnen soll, über dem beobachteten Siedepunkte?

2. Als man den Siedepunkt eines Thermometers markirte, war der Barometerstand 768,2 Millimeter. Der Abstand zwischen dem markirten Siedepunkte und dem Gefrierpunkte beträgt 283 Millimeter; um wie viel Millimeter liegt der die Temperatur 100° C. bezeichnende Punkt unter dem markirten Siedepunkte?

Latente Wärme der Dämpfe. Fig. 172 stellt eine für chemische Laboratorien sehr zweckmäßige Form eines Destillirapparates dar. Die in *A* §. 115. (Zu §. 261 d. Gr.)

Fig. 172.

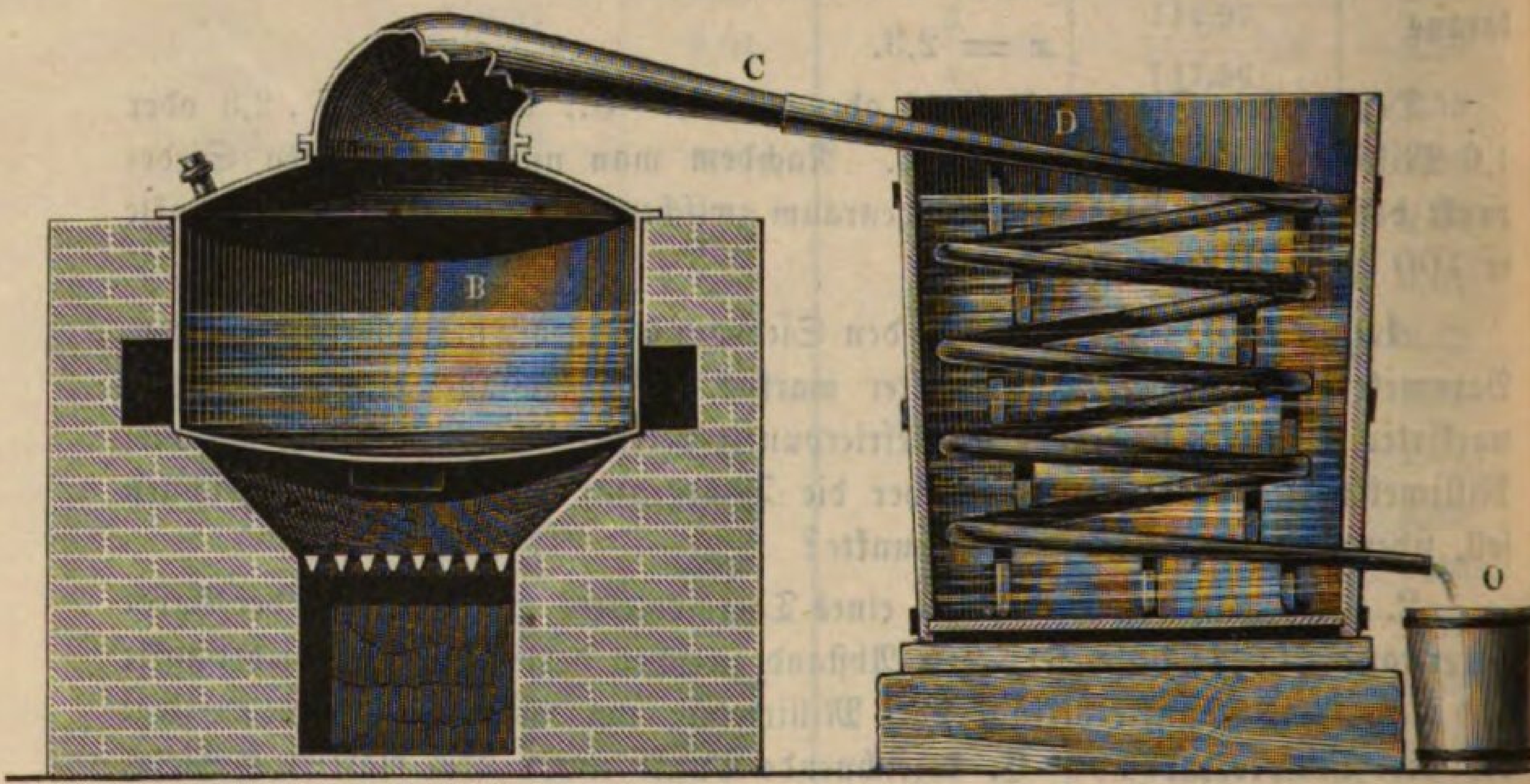


entwickelten Dämpfe entweichen durch das Glasrohr *bc*, dessen mittlerer Theil von einem weiteren, oben und unten durch Korke geschlossenen Glasrohre um-

geben ist, welches die Stelle des Kühlgefäßes vertritt. In dieses Kühlrohr läßt man das kalte Wasser durch das Rohr d eintreten, wogegen das mehr oder minder erwärmte Wasser bei g wieder aus dem Kühlrohre austritt.

Aufgaben. 1. In dem Kühlfaß eines Destillirapparates von der Form Fig. 173 sind 60 Kubikdecimeter Kühlwasser enthalten, welches zu Anfang der Operation eine Temperatur von 8° C. hatte. In der Blase B befindet sich Wasser,

Fig. 173.



welches überdestillirt werden soll. Nachdem aus dem Kühlrohre bei O 2 Liter destillirten Wassers abgeflossen sind, findet man, daß die Temperatur des Kühlwassers auf 28,5° C. gestiegen ist. Aus diesen Daten ist die latente Wärme des Wasserdampfes zu berechnen.

2. In demselben Apparate, welcher in der ersten Aufgabe besprochen wurde, wird unter sonst ganz gleichen Umständen aus der Blase B Weingeist destillirt. Nachdem 3 Kilogramm Weingeist überdestillirt sind, ist die Temperatur der 60 Kubikdecimeter Kühlwasser von 8° C. auf 22° C. gestiegen. Wie groß ist nach diesem Versuche die latente Wärme des Weingeistdampfes?

3. Derselbe Versuch wird mit Aether wiederholt und man findet, daß die Temperatur der 60 Kilogramm Kühlwasser von 8° C. auf 17° C. gestiegen ist, nachdem 5 Kilogramm Aether überdestillirt sind. Wie groß ist danach die latente Wärme des Aetherdampfes?

(NB. Bei Auflösung dieser drei Aufgaben soll abgesehen werden von der Wärme, welche das Kühlwasser an die Umgebung verliert oder von der Umgebung etwa aufnimmt.

Bei den beiden letzten Aufgaben muß noch in Rechnung gebracht werden, daß die specifische Wärme des Alkohols und des Aethers geringer ist als die des Wassers. Wir wollen den Werth für die specifische Wärme des Aethers

und des Alkohols gleich 0,5 setzen, also annehmen, daß die Wärmemenge, welche 1 Kilogramm Alkohol oder Aether bei einer Temperaturerniedrigung von 1° C. verliert, gerade hinreicht, um die Temperatur von 1 Kilogramm Wasser um 0,5° C. zu erhöhen.)

4. In einem Kühlapparate von der zu Anfang dieses Paragraphen beschriebenen Form sind 420 Gramm Kühlwasser von 10° C. enthalten. Wie hoch wird die Temperatur dieses Kühlwassers gestiegen sein, nachdem man a. 15 Gramm Wasser, oder b. 25 Gramm Weingeist, oder c. 35 Gramm Aether aus dem Gefäße *A* überdestillirt hat?

Beziehungen zwischen latenter Wärme und Dichtigkeit der Dämpfe. Bezeichnen wir den Werth für die latente Wärme des Wasserdampfes mit 1, so ergeben sich folgende Werthe für die latente Wärme der übrigen Dämpfe: §. 116.

	Nach Brix.	Nach Despretz.
Wasser	1	1
Alkohol	$\frac{1}{2,52}$	$\frac{1}{2,55}$
Schwefeläther	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5,47}$
Terpentinöl	$\frac{1}{7,3}$	$\frac{1}{7}$

Nimmt man die Dichtigkeit des Wasserdampfes zur Einheit, so sind folgendes die Dichtigkeiten der Dämpfe der eben besprochenen Flüssigkeiten:

Wasser	1
Alkohol	2,58
Schwefeläther	4,15
Terpentinöl	8,04

Die Betrachtung dieser Zahlen zeigt, daß sich die latente Wärme der Dämpfe verschiedener Flüssigkeiten sehr nahe umgekehrt verhält wie die Dichtigkeit dieser Dämpfe. So ist der Alkoholdampf 2,58mal dichter als Wasserdampf, die latente Wärme des Alkoholdampfes ist aber 2,52= bis 2,55mal kleiner als die des Wasserdampfes. Beim Terpentinöl ist die Uebereinstimmung geringer; wenn wir jedoch für die Dichtigkeit des Terpentinöldampfes, nach Dumas, den Werth 4,76 nehmen, so ist er 7,6mal dichter als der Wasserdampf, was schon weit besser paßt. Für den Aether ist die Differenz bedeutend. Es muß vor der Hand dahingestellt bleiben, ob der Mangel an Uebereinstimmung vielleicht den Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden muß, oder ob das angeführte Gesetz gar nicht stattfindet.

Wenn dies Gesetz richtig wäre, so würden gleiche Volumina gesättigten

Dampfes bei der Temperatur des Siedepunktes für alle Flüssigkeiten dieselbe Menge latenter Wärme enthalten.

Die bisher besprochenen Werthe für die latente Wärme der Dämpfe gelten natürlich nur für die bei der Temperatur des Siedepunktes unter einem Luftdrucke von 760 Millimeter gebildeten Dämpfe.

§. 117. **Latente Wärme des Wasserdampfes bei verschiedenem Druck.** Der oben besprochene Werth für die latente Wärme des Wasserdampfes gilt nur bei einem Drucke von 760 Millimeter.

Watt nahm an, daß die Wärmemenge, welche man einem Kilogramm flüssigen Wassers von 0° zuführen muß, um es in Dampf zu verwandeln, stets dieselbe sei, welches auch die Spannkraft des gesättigten Dampfes sein mag, daß also stets dieselbe Summe erhalten werden müsse, wenn man zur latenten Wärme des gesättigten Dampfes seine Temperatur addirt. Demnach wäre

für die Temperatur	die latente Wärme des gesättigten Dampfes
0° C.	640
50	590
100	540
200	440

Dieses Gesetz darf indeß nur als eine Hypothese des berühmten Mechanikers betrachtet werden, da Watt es nicht auf directe Versuche gründete. Er hatte nur einen einzigen Versuch unter geringerem Druck als dem einer Atmosphäre angestellt, dessen Mangelhaftigkeit er selbst zugiebt.

Southern stellte über den fraglichen Gegenstand Versuche an, nach welchen die latente Wärme des gesättigten Wasserdampfes für alle Spannkräfte dieselbe war.

Die Beobachtungen, welche Pambour an Locomotiven anstellte, ließen sich zwar mit dem Watt'schen, aber nicht mit dem Southern'schen Gesetze in Uebereinstimmung bringen.

Endlich hat Regnault, welcher sich schon so viele Verdienste um die Wärmelehre erworben hat, auch über diesen Gegenstand gründliche Untersuchungen angestellt, welche zeigten, daß weder das Watt'sche noch das Southern'sche Gesetz richtig sei, daß sich aber letzteres weit mehr von der Wahrheit entfernt als ersteres.

Regnault's zahlreiche Versuche über die latente Wärme des gesättigten Wasserdampfes gehen von 5° bis zu 195° C. Die Resultate derselben lassen sich sehr gut durch die Formel

$$\lambda = 606,5 + 0,305\, t$$

ausdrücken, wenn λ die Gesammtwärme des gesättigten Wasserdampfes und t die nach dem hunderttheiligen Thermometer gemessene Temperatur bezeichnet. Nach dieser Gleichung ist die folgende Tabelle berechnet.

Temperatur	Gesammt-wärme
des gesättigten Wasserdampfes	
0°	606,5
20	612,6
40	618,7
60	624,8
80	630,9
100	637,0
120	643,1
140	649,2
160	655,3
180	661,4
200	667,5
220	673,6

(Pogg. Annal. Bd. LXXVIII.)

Drittes Capitel.

Die specifische Wärme.

Numerische Werthe der specifischen Wärme einiger Körper. §. 118.

Den zahlreichen Bestimmungen der specifischen Wärme einfacher und zusammengesetzter Körper entnehmen wir die folgenden: (Zu §§. 263 u. 264 d. Gr.)

Einfache Körper			
Namen der Substanz	Specifische Wärme s	Atomgewicht a	$a.s$
Eisen	0,11379	329,21	38,597
Zink	0,09555	403,23	38,526
Kupfer	0,09515	395,70	37,849
Silber	0,05701	675,80	38,527
Quecksilber	0,0330	1250,00	41,250
Blei	0,03140	1294,5	40,647
Zinn	0,05623	735,29	41,345
Platin	0,03243	1233,5	39,993
Schwefel	0,20259	200,00	40,518

Die specifische Wärme des Kohlenstoffs ändert sich bedeutend mit dem Dichtigkeitszustande. Regnault fand für

Holzkohle	0,2415
Steinkohle	0,2009
Diamant	0,1469

Für die specifische Wärme einiger Flüssigkeiten fand Regnault folgende Werthe:

Terpentinöl		0,423
Alkohol, specif. Gewicht	0,807 . . .	0,602
» » »	0,833 . . .	0,665
» » »	0,902 . . .	0,843
» » »	0,932 . . .	0,968
Benzol		0,386
Aether		0,521
Schwefelkohlenstoff		0,218

Aufgaben. 1. Wie viel Wärmeeinheiten (1 Wärmeeinheit = 1 Calorie, gleich der Wärmemenge, welche nöthig ist, um die Temperatur von 1 Gramm Wasser um 1° C. zu erhöhen) sind nöthig, um die Temperatur von 793 Gramm Quecksilber um 45° C. zu erhöhen?

2. Wie viel Wärmeeinheiten sind erforderlich, um 60 Kilogramm Eisen von 10° C. auf 150° C. zu erwärmen?

3. Wie viel Calorien müssen einer Masse von 1523 Gramm Weingeist (specif. Gewicht 0,833) zugeführt werden, wenn seine Temperatur von 15° C. bis auf 63° C. erhöht werden soll?

4. In 180 Gramm Wasser von 19° C. werden einige Stückchen Eisen eingetaucht, welche zusammen 60 Gramm wiegen und welche auf 100° C. erwärmt waren. Nach vollständiger Ausgleichung der Temperatur findet man, daß die des Kühlwassers auf 22° C. gestiegen ist; wie groß wäre nach diesem Versuche die specifische Wärme des Eisens?

(Nach der Gleichung $c = \frac{m t}{m' t'}$, Grundriß Seite 490, ist $t = 22 - 19$ und $t' = 100 - 22$.)

5. Um die specifische Wärme des Quecksilbers zu ermitteln, wurden 80 Gramm dieses Metalls auf 98° C. erwärmt, in 112 Gramm Wasser von 10° C. gegossen, welches in einem Glaskolben enthalten war. Nach gehörigem Schütteln fand man, daß die Temperatur des Kühlwassers auf 12° C. gestiegen war. Wie groß ist nach diesem Versuch die specifische Wärme des Quecksilbers? (Ohne Rücksicht auf die Wärmezunahme des Glasgefäßes zu nehmen.)

6. Um die specifische Wärme des Benzols zu finden, wurde folgender Versuch angestellt. 43,5 Gramm Benzol von 65° C. wurden in ein Kölbchen gegossen, welches 100 Gramm Wasser von 8° C. enthielt. Nach tüchtigem Schütteln war die Temperatur der Mischung 15,5° C. Aus diesen Daten soll die specifische Wärme des Benzols berechnet werden.

7. Ein ganz ähnlicher Versuch wurde zur Bestimmung der specifischen Wärme des **Weingeistes** angestellt. 84 Gramm Weingeist von 0,84 specifischem Gewicht wurden auf 53° C. erwärmt, in 250 Gramm Wasser von $3^1/_4$° C. gegossen. Nachdem die Mischung rasch mit einem Glasstäbchen umgerührt worden war, fand man die Temperatur der Mischung gleich 19,5° C.

Wollte man nach diesen Angaben die specifische Wärme des Weingeistes ohne Weiteres nach der zur Lösung der Aufgabe 6. angewandten Methode berechnen, so würde man ein bedeutend unrichtiges Resultat erhalten, denn die Temperaturerhöhung des Kühlwassers auf 19,5° C. rührt nicht allein von der Abkühlung des Weingeistes her.

Es ist bekannt, daß beim Mischen von Wasser und Weingeist stets eine Contraction eintritt, und eine solche Contraction ist stets von einer Temperaturerhöhung begleitet. Um die aus dieser Quelle stammende Temperaturerhöhung zu bestimmen, wurden 84 Gramm des obigen Weingeistes von 4° C. in 250 Gramm Wasser von der gleichen Temperatur gegossen; nach gehörigem Umrühren mit einem Glasstäbchen war die Temperatur der Mischung auf 11° C. gestiegen. Der Contraction, welche bei einer Mischung von Wasser und Weingeist in den obigen Verhältnissen eintritt, hat man also eine Temperaturerhöhung von 7° C. beizumessen. Ohne die aus dieser Quelle stammende Temperaturerhöhung würde also, wenn man 84 Gramm Weingeist von 53° C. in 250 Gramm Wasser von $3^1/_4$° C. gießt, die Temperatur der Mischung nur auf 19,25 — 7, also auf 12,25° C. steigen, und diese letztere Zahl ist bei der Berechnung der specifischen Wärme des Weingeistes in Rechnung zu nehmen.

8. Es werden 250 Gramm Wasser von 5° C. und 250 Gramm Terpentinöl von 50° C. zusammengeschüttelt. Welches wird die Temperatur des Gemenges sein?

9. In einer Masse von 500 Gramm Wasser von 10° C. wird eine 83 Gramm schwere, auf eine Temperatur von 340° C. erwärmte **eiserne** Kugel eingetaucht. Wie hoch wird die Temperatur des Kühlwassers nach vollständiger Abkühlung der Kugel sein?

10. Eine 200 Gramm schwere **Platinkugel** war in dem Feuer eines Ofens stark erhitzt und dann in einer Wassermasse von 1000 Gramm abgelöscht worden; in Folge davon stieg aber die Temperatur des Wassers von 13° auf 20° C. Wie hoch war demnach die Temperatur der Platinkugel vor dem Eintauchen?

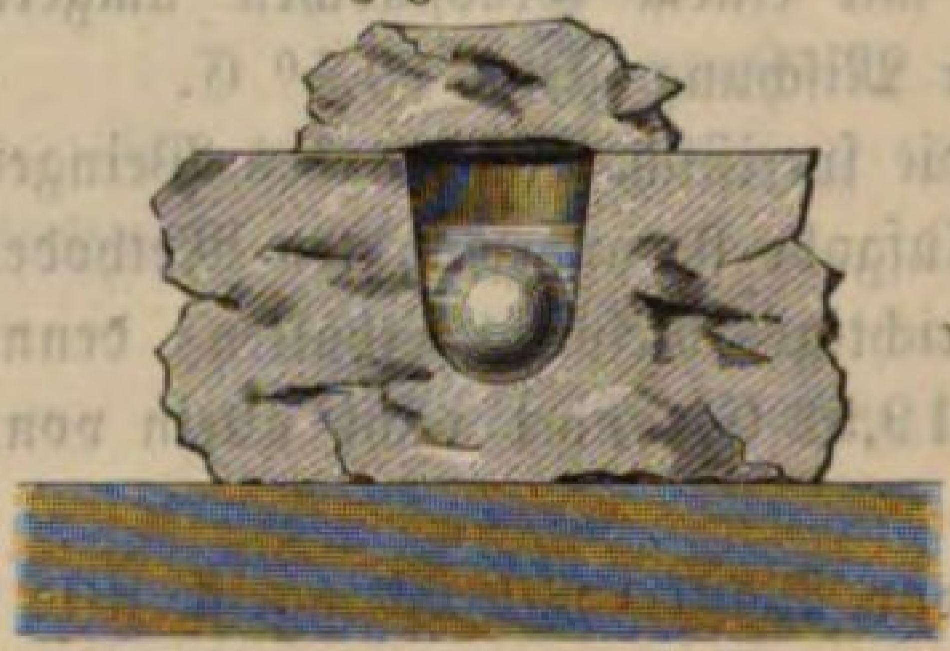
Zur Lösung dieser Aufgabe muß natürlich die specifische Wärme des Platins bekannt sein.

11. 200 Gramm geschmolzenen **Zinns** von 300° C. werden in 1000 Gramm Wasser von 12° C. gegossen. Wie hoch wird die Temperatur des Kühlwassers nach Erstarrung und vollständiger Abkühlung des Zinns gestiegen sein?

Zur Lösung dieser Aufgabe muß man die latente Wärme des geschmolzenen Zinns und die specifische Wärme dieses Metalles kennen. Erstere findet man auf Seite 452 des Grundrisses, letztere auf Seite 263 des Supplementbandes.

12. Ein Eisblock von 0°, in welchen man eine Höhlung gemacht hat, ungefähr wie Fig. 174 zeigt, befindet sich in einem Raume, dessen Temperatur noch etwas unter 0° ist, so daß ein Schmelzen des Eises durch den Einfluß der äußeren Umgebung nicht stattfinden kann. In diese Höhlung wird nun eine 200 Gramm schwere, auf 100° C. erwärmte eiserne Kugel gelegt und dann sogleich die Höhlung durch ein Eisstück zugedeckt. Nachdem die Kugel auf 0° erkaltet ist, findet sich, daß 293 Gramm Eis geschmolzen worden sind. Wie groß ist danach die specifische Wärme des Eisens?

Fig. 174.



Fünftes Capitel.

Die Quellen der Wärme.

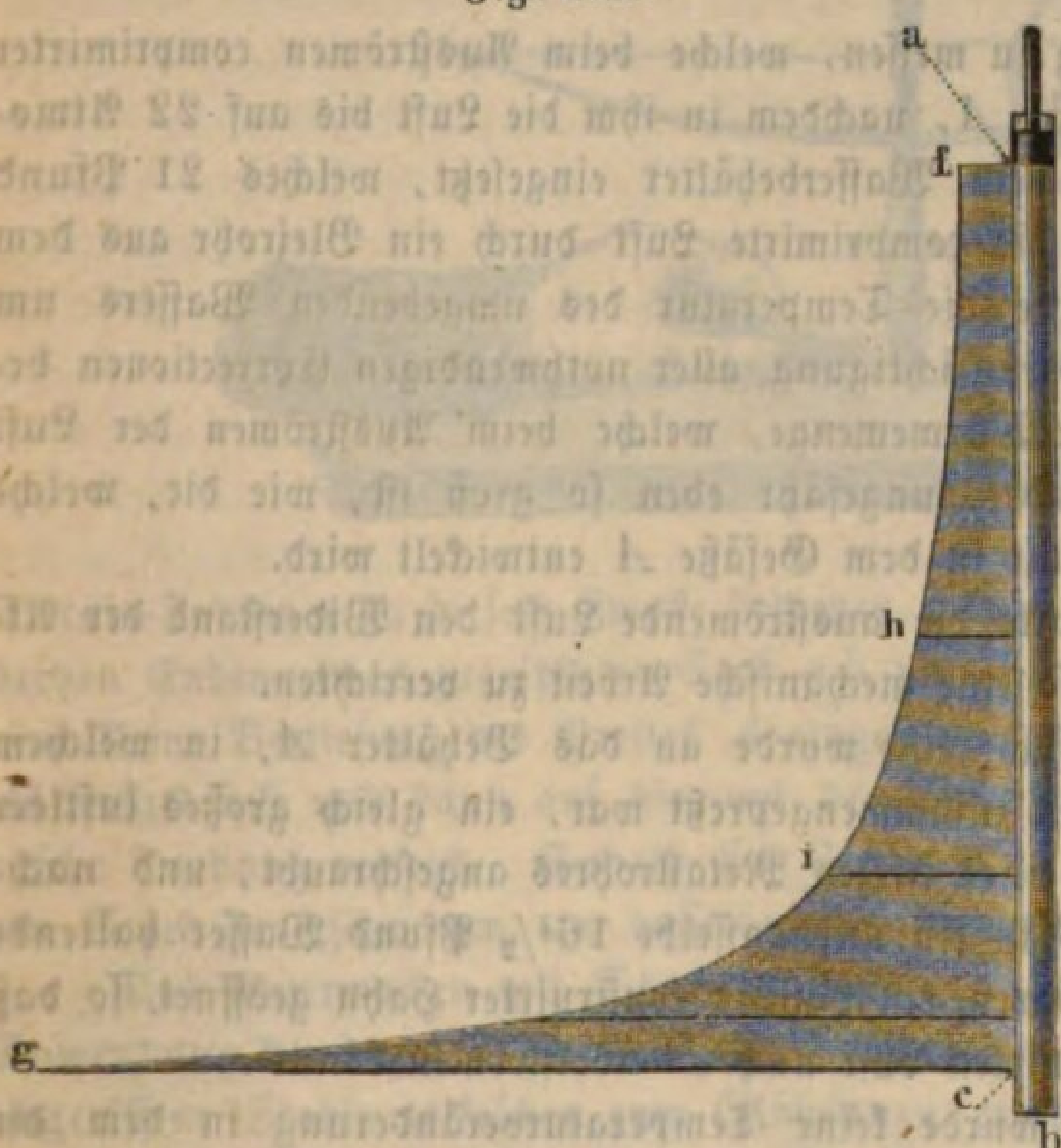
§. 119. (Zu §. 276 d. Gr.) **Wärmeentwickelung durch mechanische Mittel.** Die Temperaturerhöhung, welche durch Compression der Luft hervorgebracht wird, hat Joule zum Gegenstande einer höchst interessanten und wichtigen Untersuchung gemacht. In ein kupfernes Behälter *A* von 12 Zoll Länge, 136½ Kubikzoll Inhalt und ¼ Zoll Wanddicke wurde in ähnlicher Weise wie in den Kolben einer Windbüchse durch eine aufgeschraubte Druckpumpe Luft eingepreßt und zwar bis dieselbe nahezu eine Spannkraft von 22 Atmosphären erreicht hatte. Während dieser Operation war nun das kupferne Behälter *A* sammt der Druckpumpe in ein Gefäß eingetaucht, welches 45 Pfund 3 Unzen Wasser enthielt. Durch 300 Kolbenstöße wurde die Luft im Gefäße von 1 bis 21,654 Atmosphären verdichtet und dabei so viel Wärme entwickelt, daß die Temperatur des Kühlwassers um 0,643° F. stieg. Diese Temperaturerhöhung rührt aber nicht allein von der Compression der Luft, sondern auch von der Kolbenreibung her. Um letztere zu eliminiren, wurde das Rohr, durch welches die Luft eingetreten war, verschlossen, und nun fand sich, daß durch 300 Kolbenstöße, welche jetzt

nicht von einer Compression der Luft im Behälter begleitet waren, die Temperatur des Kühlwassers um 0,297° F. erhöht wurde. Auf Rechnung der Compression der Luft kommt also beim ersten Versuch eine Temperaturerhöhung von 0,346° F.

Nach Vornahme der nöthigen Reductionen und Correctionen ergab sich nun, daß durch das Zusammenpressen von 2956 Kubikzoll trockener Luft von atmosphärischer Dichtigkeit in einem Raume von 136,5 Kubikzoll so viel Wärme entwickelt wurde, als nöthig, um das Gewicht von 1 Pfd. Wasser um 13,628° F. zu erwärmen. Es ist dies gleich der Wärmemenge, welche nöthig ist, um die Temperatur von 3437 Gramm Wasser um 1° C. zu erhöhen.

Suchen wir nun die mechanische Kraft zu bestimmen, welche erforderlich ist, um 2956 Kubikzoll Luft von atmosphärischer Dichtigkeit bis zu einer 21,654fachen Dichtigkeit zu comprimiren. Zu diesem Zwecke wollen wir uns die genannte Luftmenge in einer 21,654 Fuß langen Röhre ab, Fig. 175, von solchem Querschnitt (11,376 Quadratzoll) enthalten denken, daß der Inhalt eines 1 Fuß langen Stückes dieser Röhre dem Inhalte des Gefäßes A gleich ist (136,5 Kubikzoll), so wird offenbar die besagte Compression erfolgen, wenn man einen Kolben von dem oberen Ende a bis zu dem Punkte c heruntertreibt, welcher noch 1 Fuß hoch über dem Boden der Röhre steht. Werden nun an verschiedenen Stellen des Rohres rechtwinklig zu seiner Axe Linien gezogen, deren Länge stets dem Drucke proportional ist, unter welchem die eingeschlossene Luft steht, wenn der Kolben bis zu dieser Stelle herabgedrückt ist (die Linie cg muß also 21,654mal so groß sein als af), so ist die Curve fhg, welche die Endpunkte dieser Linien verbindet, ein Stück einer gleichseitigen Hyperbel, und der hyperbolische Flächenraum $acghf$ stellt dann die Kraft dar, welche verwendet werden muß, um den Kolben von a bis c herabzudrücken. Bezeichnen wir gc mit y, bc mit x und ba mit x', so ist der fragliche Flächeninhalt

Fig. 175.



$$H = x \,.\, y \,.\, log\, nat \frac{x'}{x},$$

und wenn $x = 1$, $$H = y \; log \; nat \; x'$$

oder $$H = 2{,}3026 \, . \, y \, . \, log \, x' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1$$

wenn *log* gewöhnliche, auf die Basis 10 sich beziehende Logarithmen bezeichnet. Bei Anstellung der Versuche war der Barometerstand 30,2 englische Zoll, das macht auf den Querschnitt unserer Röhre 168,5 Pfund. Die Linie fa repräsentirt uns also den Druck 168,5, gc aber den Druck 21,654 × 168,5 = 3648,7. Setzen wir nun in Gleichung (1) $x' = 21{,}654$ und $y = 3648{,}7$, so kommt

$$H = 2{,}3026 \times 3648{,}7 \; log \; 21{,}654 = 11220 \text{ Fußpfund}$$

als der Kraftaufwand, welcher nöthig ist, um 2956 Kubikzoll Luft von atmosphärischer Dichtigkeit auf einen 21,654mal kleineren Raum zusammenzupressen, wobei, wie wir gesehen haben, 3437 Wärmeeinheiten entwickelt werden.

Diesen Versuchen zufolge sind also 3437 Wärmeeinheiten das thermische Aequivalent für einen Kraftaufwand von 11220 Fußpfund oder 1552 Kilogrammometer. Um 1 Wärmeeinheit durch Compression der Luft zu erzeugen, ist demnach ein Kraftaufwand von 0,451 Kilogrammometern nöthig.

Um die Wärmebindung zu messen, welche beim Ausströmen comprimirter Luft erfolgt, wurde das Gefäß A, nachdem in ihm die Luft bis auf 22 Atmosphären comprimirt war, in ein Wasserbehälter eingesetzt, welches 21 Pfund Wasser enthielt. Als nun die comprimirte Luft durch ein Bleirohr aus dem Gefäße A ausströmte, wurde die Temperatur des umgebenden Wassers um 4,1° F. erniedrigt. Mit Berücksichtigung aller nothwendigen Correctionen berechnet sich hieraus, daß die Wärmemenge, welche beim Ausströmen der Luft aus dem Gefäße A verschwindet, ungefähr eben so groß ist, wie die, welche durch die Compression der Luft in dem Gefäße A entwickelt wird.

Bei diesem Versuche hatte die ausströmende Luft den Widerstand der Atmosphäre zu überwinden, also eine mechanische Arbeit zu verrichten.

Bei einer anderen Versuchsreihe wurde an das Behälter A, in welchem Luft bis auf 22 Atmosphären zusammengepreßt war, ein gleich großes luftleer gemachtes Gefäß B mittelst eines kurzen Metallrohres angeschraubt, und nachdem beide Gefäße A und B in ein und dasselbe $16\frac{1}{2}$ Pfund Wasser haltende Behälter eingesetzt worden waren, ein passend construirter Hahn geöffnet, so daß die Hälfte der in A comprimirten Luft nach B überströmen konnte.

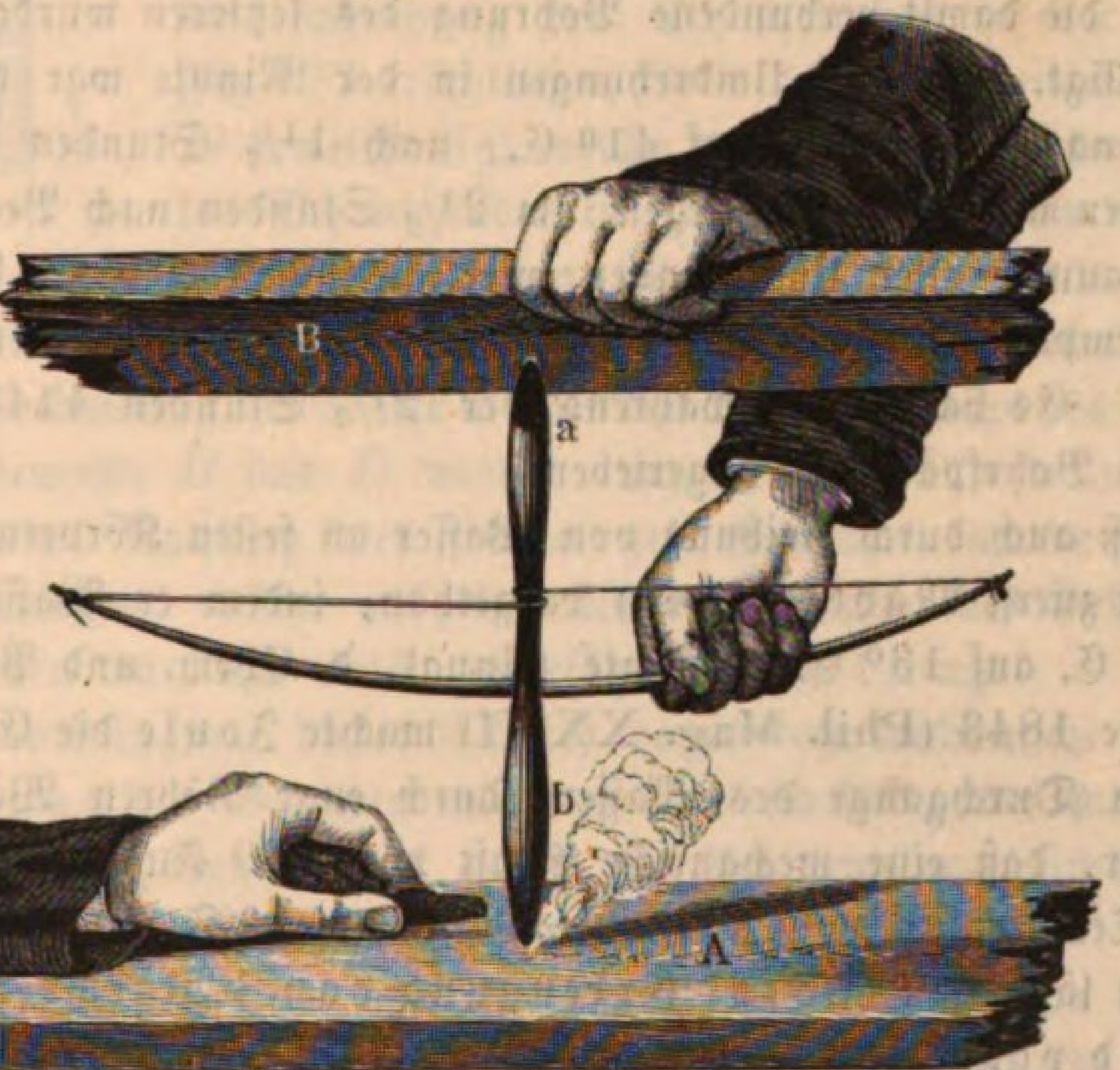
Bei diesem Vorgange wurde keine Temperaturveränderung in dem die Gefäße A und B umgebenden Wasser beobachtet, woraus Joule den Schluß zieht, daß keine Temperaturveränderung eintritt, wenn sich Luft in der Weise ausdehnt, daß sie keine mechanische Kraft erzeugt.

Als die beiden Behälter A und B in getrennte Wassergefäße gesetzt wurden, ergab sich in dem Gefäße, welches das Behälter A enthielt, aus welchem die comprimirte Luft ausströmte, eine Temperaturerniedrigung von 2,36° F., während das Wasser, welches das Behälter B umgab, in welches die Luft einströmte, eine fast gleiche Temperaturerhöhung erhielt.

Wärmeentwickelung durch Reibung. Auch feste Körper können §. 120. durch kräftige Compression bedeutend erhitzt werden, wie man dies beim Hämmern der Metalle und beim Prägen der Münzen beobachten kann; unter allen mechanischen Mitteln, Wärme zu erzeugen, ist aber keines von größerer Bedeutung als die Reibung, denn die Reibung ist es, welche man fast durchgängig benutzt, um sich Feuer zu verschaffen.

Es ist bekannt, daß die Wilden die Reibung zweier Holzstücke benutzen, um Feuer zu machen; Fig. 176 zeigt z. B. eine Vorrichtung, deren sich die

Fig. 176.



Dacota-Indianer zu diesem Zwecke bedienen. Ein ungefähr 6 Zoll langer, an beiden Enden etwas zugespitzter Stab *ab* von hartem trockenen Holz wird in eine kleine Vertiefung des Brettes *A* eingesetzt, auf das obere Ende das Brett *B* aufgedrückt und dann auf die aus der Figur ersichtliche Weise der Stab in rasche Drehung versetzt. Sobald sich Feuer zeigt, nähert eine zweite Person ein Stück Feuerschwamm, um dasselbe zu entzünden.

Das Feuermachen mit Stahl und Stein beruht gleichfalls nur auf der Anwendung der durch Reiben entwickelten Wärme, welche hinreicht, um einzelne abgerissene Stahlpartikelchen zum Glühen zu erhitzen, und die jetzt allgemein verbreiteten Streichzündhölzchen werden ebenfalls durch die Wärme entzündet, welche schon durch eine gelinde Reibung der Zündmasse entwickelt wird.

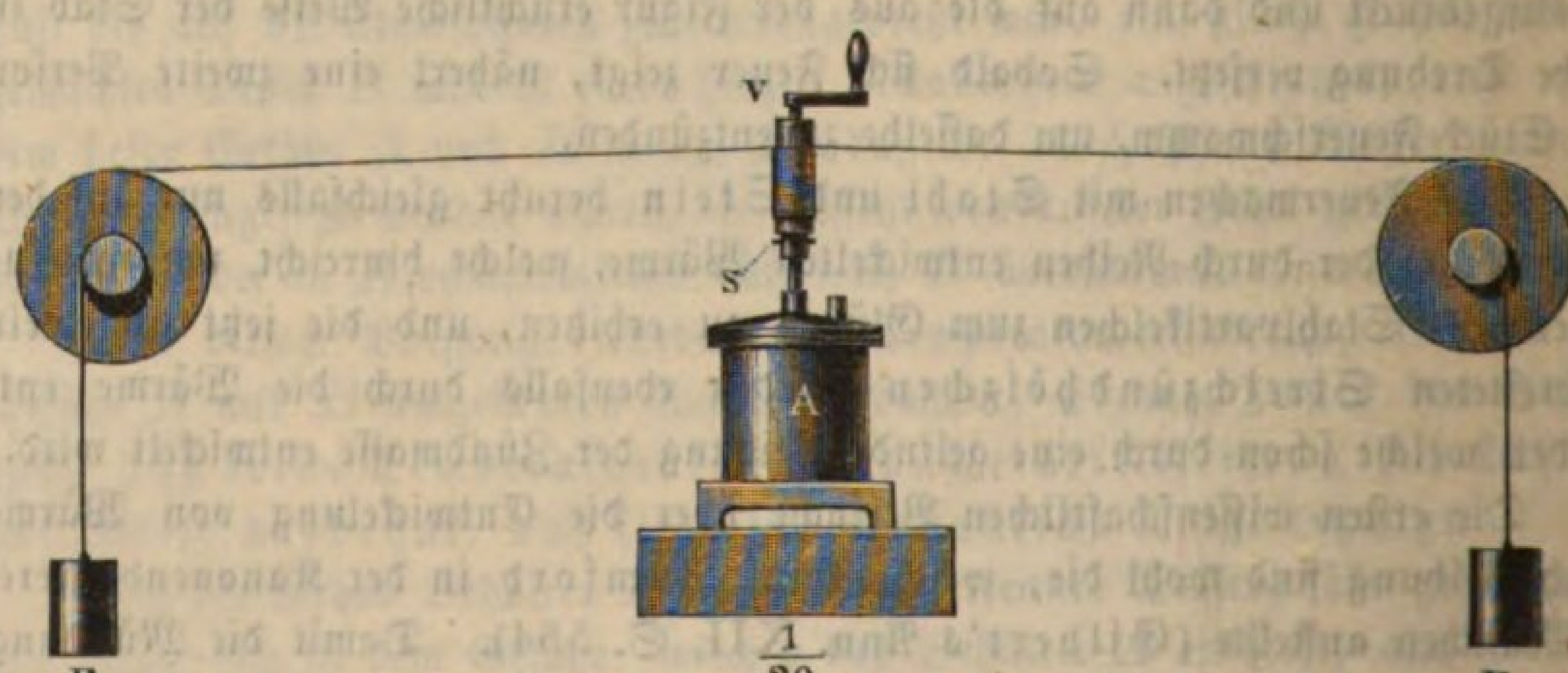
Die ersten wissenschaftlichen Versuche über die Entwickelung von Wärme durch Reibung sind wohl die, welche Graf Rumford in der Kanonenbohrerei zu München anstellte (Gilbert's Ann. XII, S. 554). Damit die Mündung der Kanone, welche beim Gusse oben ist, nicht porös werde, gießt man noch ein cylindrisches massives Metallstück darauf, welches man den verlorenen Kopf nennt. Aus dem verlorenen Kopfe eines metallenen Sechspfünders ließ

Rumford einen 9,8 Zoll langen und 7,75 Zoll dicken Cylinder drehen, welcher mit der Kanone nur noch durch einen kleinen Hals zusammenhing. Bei einem der von Rumford angestellten Versuche befand sich dieser Cylinder (dessen Axe gleich der Axe der Kanone und dem Bohrer, wie gewöhnlich, horizontal lag) in der Mitte eines hölzernen oben offenen Kastens; durch die eine Seitenwand des Kastens ging der erwähnte Hals wasserdicht hindurch, aber so, daß er sich darin drehen konnte. In der gegenüberstehenden Wand war die eiserne Bohrstange befestigt. In den Kasten wurden $18^3/_4$ Pfund Wasser gegossen. Die Umdrehung der Kanone und des mit Wasser umgebenen Cylinders, also auch die damit verbundene Bohrung des letzteren wurde durch Pferdekraft bewerkstelligt. Bei 32 Umdrehungen in der Minute war die Temperatur des Wassers nach 1 Stunde auf 41° C., nach $1^1/_2$ Stunden auf 61° C., nach 2 Stunden auf 81° C. gestiegen, um $2^1/_2$ Stunden nach Beginn des Versuches zum Erstaunen aller Umstehenden wirklich ins Kochen zu kommen. Zu derselben Temperatur wie das Wasser waren auch der Cylinder und die Bohrstange erwärmt. Es hatten sich während der $2^1/_2$ Stunden 4145 Gran (ungefähr 17 Loth) Bohrspähnchen abgerieben.

Daß auch durch Reibung von Wasser an festen Körpern Wärme entwickelt wird, hat zuerst Mayer (1842) dargethan, indem er Wasser durch Schütteln von 12° C. auf 13° C. erwärmte (Annal. d. Chem. und Pharm. Mai 1842). Im Jahre 1843 (Phil. Mag. XXIII) machte Joule die Erscheinung bekannt, daß beim Durchgange des Wassers durch enge Röhren Wärme erzeugt wird, und zwar, daß eine mechanische Kraft von 770 Fußpfunden verbraucht wird, um die Temperatur von 1 Pfund Wasser um 1° F. zu erhöhen, woraus sich berechnen läßt, daß hier zur Erzeugung von 1 Wärmeeinheit ein Kraftaufwand von 0,421 Kilogrammometern erforderlich ist, ein Resultat, welches von dem im vorigen Paragraphen besprochenen, durch Compression der Luft erhaltenen, nicht viel verschieden ist.

Auch noch auf anderem Wege versuchte Joule das Verhältniß der durch

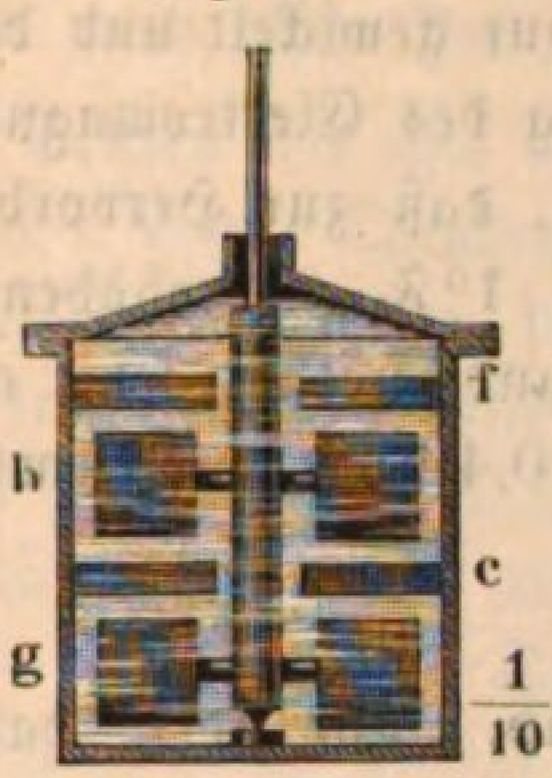
Fig. 177.



Reibung erzeugten Wärme zu der dabei aufgewendeten mechanischen Kraft zu ermitteln. In einem kupfernen Gefäße A, Fig. 177, war um eine verticale

Axe ein Schaufelrad drehbar, dessen Einrichtung aus Fig. 178 zu ersehen ist: acht Schaufeln von Messingblech, 45° von einander abstehend, befinden sich in der Höhe *h*, acht andere in der Höhe *g*. Sie bewegen sich zwischen Metallplatten, welche an der Wand des Gefäßes befestigt sind, und von denen vier, um einen rechten Winkel von einander abstehend, sich in der Höhe von *f*, vier andere in der Höhe von *c* befinden.

Fig. 178.



Das Gefäß *A*, welches auf einem Schemel von Holz stand, wurde mit Wasser gefüllt und dann die Umdrehung des Schaufelrades in der aus der Fig. 177 ersichtlichen Weise durch die Gewichte *B* und *D* bewerkstelligt, welche durch ihr Niedersinken die Axe des Schaufelrades in gleicher Richtung in Bewegung setzten und welche ungefähr eine Höhe von 63 Zoll zu durchfallen hatten. Nachdem dieselben auf dem Boden angekommen waren, wurde durch Ausziehen des Stiftes *S* die Verbindung der Walze *V* mit der Umdrehungsaxe des Schaufelrades gelöst, die Gewichte *B* und *D* wieder aufgewunden, und dann dieselbe Operation wiederholt. Nachdem dies 20mal geschehen war, wurde die Temperaturerhöhung gemessen, welche auf diese Weise im Wasser des Behälters *A* hervorgebracht worden war, und welche ungefähr 0,6° F. betrug.

Die zur Hervorbringung dieses Effectes verwendete mechanische Kraft ergiebt sich, wenn man die Gewichte mit dem Gesammtfallraume multiplicirt, welchen sie durchlaufen haben, wobei jedoch die Beschleunigung in Abzug zu bringen ist, mit welcher die Gewichte jedesmal am Boden ankommen.

In der erwähnten Weise hat nun Joule eine große Reihe von Versuchen angestellt, und berechnet aus ihnen, als Mittel nach Anbringung der nöthigen Correctionen, daß ein Kraftaufwand von 773,64 Fußpfund unter den erwähnten Umständen so viel Wärme entwickelt, als nöthig ist, um die Temperatur von 1 Pfund Wasser um 1° F. zu erhöhen, oder mit anderen Worten, daß 1 Wärmeeinheit das thermische Aequivalent eines mechanischen Kraftaufwandes von 0,425 Kilogrammometern ist.

Die Reibung eines eisernen Schaufelrades in Quecksilber ergab 776,3 Fußpfund, und die Reibung gußeiserner Platten an einander ergab 774,88 Fußpfund als Kraftaufwand, welcher nöthig ist, um die Temperatur von 1 Pfd. Wasser um 1° F. zu erhöhen.

Ein von diesem nicht sehr verschiedenes Resultat erhielt Joule, als er die Wärmemenge, welche in den Windungen eines Elektromagneten frei wird, wenn derselbe zwischen kräftigen Magnetpolen rotirt, mit der mechanischen Kraft verglich, welche zur Hervorbringung dieser Rotation nöthig ist (Phil. Mag. XXIII). Die in den Windungen des rotirenden Elektromagneten entwickelte Wärme wurde dadurch bestimmt, daß derselbe in der Weise in einer Glasröhre steckte, daß der Zwischenraum zwischen dem Elektromagneten und der Glaswand ein nach allen Seiten verschließbares Gefäß bildete, welches mit Wasser gefüllt wurde. Durch die bei der Rotation des Elektromagneten ent-

wickelte Wärme wurde die Temperatur des denselben umgebenden Wassers erhöht und diese Temperaturerhöhung gemessen. — Um die mechanische Kraft bestimmen zu können, welche zur Hervorbringung der Rotation erforderlich ist, wurde um die Verlängerung der Rotationsaxe eine Schnur gewickelt und durch ein an dieser Schnur hängendes Gewicht die Umdrehung des Elektromagneten bewerkstelligt. Aus diesen Versuchen berechnete Joule, daß zur Hervorbringung einer Wärmemenge, welche 1 Pfund Wasser um 1° F. zu erhöhen im Stande ist, eine mechanische Kraft von 838 Fußpfund nöthig sei, also 1 Wärmeeinheit ist einem Kraftaufwande von 0,460 Kilogrammometern entsprechend.

§. 121. **Das mechanische Aequivalent der Wärme.** Die Idee, daß es zwischen mechanischer Arbeit und Wärme, wie zwischen Ursache und Wirkung, ein Aequivalent geben muß, scheint zuerst von Mayer in dem bereits im vorigen Paragraphen angeführten Aufsatz ausgesprochen worden zu sein; genaue Versuche zur Ermittelung dieses Aequivalents hat aber bis jetzt nur Joule angestellt. Als Mittel aus den in den beiden letzten Paragraphen besprochenen Versuchen ergiebt sich das Resultat, daß zur Hervorbringung von einer Wärmeeinheit auf mechanischem Wege ein Kraftaufwand von 0,436 Kilogrammometern nöthig sei.

Wie man aber durch mechanische Arbeit Wärme erzeugen kann, so ist auch umgekehrt die Wärme im Stande, mechanische Effecte hervorzubringen, wie dies z. B. die Dampfmaschine beweist, und es ist wichtig, zu ermitteln, wie groß die mechanische Arbeit sei, welche durch Verbrauch einer Wärmeeinheit geleistet werden kann.

Aus dem Betriebe einer Dampfmaschine läßt sich dies Aequivalent nicht wohl ableiten, weil hier offenbar eine große Menge Wärme verloren geht, welche dem mechanischen Effect nicht zu gute kommt; allein man kann dieses Aequivalent auf theoretischem Wege berechnen, wenn man das Verhältniß der specifischen Wärme der Gase bei constantem Druck und bei constantem Volumen, sowie den Ausdehnungs-Coëfficienten der Gase als bekannt annimmt.

1 Liter Luft von 0° und atmosphärischer Pressung (1,293 Gramm Luft) muß um 271° C. erwärmt werden, wenn bei unverändertem Volumen seine Spannkraft auf 2 Atmosphären gesteigert werden soll. Dazu sind aber nöthig:

$$271 \times 1,293 \times 0,1686 = 59 \text{ Wärmeeinheiten,}$$

da 0,1686 die specifische Wärme der Luft bei constantem Volumen ist.

Wird aber 1 Liter Luft von 0° und atmosphärischer Pressung bis auf 271° C. erwärmt, während sie sich bei constantem Druck frei ausdehnen kann, so dehnt sie sich bis zum Volumen von 2 Litern aus, und die dazu nöthige Wärmemenge ist:

$$271 \times 1,293 \times 0,2377 = 83 \text{ Wärmeeinheiten,}$$

da 0,2377 die specifische Wärme der Luft bei constantem Drucke ist.

Die Differenz 83 — 59 = 24 Wärmeeinheiten ist also nöthig, um, abgesehen von der Temperaturerhöhung, das Gas bei constantem Druck auf das doppelte Volumen auszudehnen. Untersuchen wir nun, wie groß die dabei geleistete mechanische Arbeit ist.

Denken wir uns das besprochene Liter Luft eingeschlossen in einem hohlen Cylinder von 1 Quadratdecimeter Querschnitt und oben begränzt durch einen verschiebbaren Kolben, der sich in seiner Anfangsstellung 1 Decimeter hoch über dem festen Boden befindet. Auf diesem Kolben lastet die Atmosphäre mit einem Druck von 103,3 Kilogrammen. Soll nun die abgesperrte Luft bei unverändertem Druck auf das doppelte Volumen ausgedehnt werden, so muß sie den Kolben um 1 Decimeter (0,1 Meter) fortschieben, was einer mechanischen Arbeit von $103{,}3 \times 0{,}1 = 10{,}33$ Kilogrammometern entspricht.

Um eine mechanische Arbeit von 10,33 Kilogrammometern zu verrichten, sind also 24 Wärmeeinheiten nöthig; 1 Wärmeeinheit entspricht also einer mechanischen Arbeit von $\frac{10{,}33}{24} = 0{,}430$ Kilogrammometern, ein Resultat, welches mit dem auf dem umgekehrten Wege, nämlich durch Umsetzung mechanischer Arbeit in Wärme erhaltenen, so nahe übereinstimmt, daß wohl kein Zweifel über die vollständige Gegenseitigkeit zwischen mechanischer Arbeit und Wärme mehr stattfinden kann.

Vergleichen wir nun den mechanischen Effect, den wir mit unseren Dampfmaschinen erzielen, mit der Wärmeconsumtion, so finden wir freilich, daß nur ein sehr geringer Theil der verbrauchten Wärme dem mechanischen Effect zu gute kommt. Eine Dampfmaschine von 1 Pferdekraft leistet in 1 Stunde eine Arbeit von 27 000 Kilogrammometern. Um diesen Effect zu erhalten, müssen aber in der Stunde 15 Kilogramm Wasser im Kessel verdampft werden, wozu 810 000 Wärmeeinheiten erforderlich sind. Auf 1 Wärmeeinheit erhalten wir also mittelst der Dampfmaschine einen mechanischen Effect von 0,033 Kilogrammometern, also ungefähr nur $\frac{1}{13}$ des mechanischen Aequivalentes der Wärme.

Es erklärt sich dies vorzugsweise dadurch, daß nur ein geringer Theil der dem Wasser im Kessel zugeführten Wärme zur Hervorbringung mechanischer Effecte benutzt wird, während der größte Theil derselben als gebundene Wärme durch den entweichenden Dampf der Maschine wieder entführt wird.

Mechanische Theorie der Wärme. Zur Erklärung der Wärmephänomene sind zwei wesentlich verschiedene Hypothesen aufgestellt worden. §. 122.
Nach der ersten ist die Wärme als ein imponderabeles Fluidum zu betrachten, welches, die materiellen Molecüle gleichsam umhüllend, die Zwischenräume zwischen den Atomen mehr oder weniger erfüllt. Die Wärmeatmosphären, welche die einzelnen Atome nach dieser Ansicht umhüllen, üben eine abstoßende Wirkung auf einander aus, vermöge deren die Wärme der Cohäsion

der materiellen Moleküle entgegenwirkt. Um einen Körper zu erwärmen, muß man die Menge des in ihm enthaltenen Wärmestoffes vermehren. Nach dieser Hypothese wird gewöhnlich die Lehre vom Binden der Wärme beim Schmelzen und Verdampfen, sowie vom Freiwerden der Wärme bei der Rückkehr von Dämpfen in den tropfbar-flüssigen Zustand und beim Erstarren der Flüssigkeiten vorgetragen. Den Ausdrücken »gebundene oder latente Wärme« und »freie Wärme« liegt diese Anschauungsweise zu Grunde.

In der That können wir auch bei dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaft diese Hypothese bei der Darstellung der Wärmelehre noch nicht wohl entbehren, obgleich vielfache Thatsachen dagegen sprechen, daß es in dem oben bezeichneten Sinne einen Wärmestoff gebe und daß die Wärmeerscheinungen durch das bloße Vorhandensein der Wärmeatmosphären hervorgebracht würden.

Die intime Beziehung zwischen Licht- und Wärmestrahlen führt schon darauf hin, auch die Ursache der Wärmephänomene in Vibrationsbewegungen zu suchen. Was aber ganz besonders darauf hinweist, die Wärme als ein Phänomen der Molekularbewegung aufzufassen, ist die Wärmeproduction durch mechanische Mittel und namentlich durch Reibung.

Durch Bewegung, durch Reibung kann kein Wärmestoff erzeugt werden; woher also die bedeutende Wärmeentwickelung bei dem Rumford'schen Bohrversuch? H. Davy brachte durch Reibung zwei Eisstücke in einem luftleeren unter den Gefrierpunkt erkalteten Raume zum Schmelzen. Von einer Zuleitung der Wärme von außen kann hier so wenig wie beim Rumford'schen Versuch die Rede sein; woher soll also die zum Eisschmelzen nöthige Wärme in diesem Falle kommen, wenn sie nicht in Molekularvibrationen besteht, welche durch die Reibung angeregt wurden?

Schon Locke sagt: »Die Wärme ist eine sehr lebhafte Erschütterung der unmerkbar kleinen Theile eines Körpers, welche uns das Gefühl hervorbringt, wonach wir den Körper warm nennen; also was für unser Gefühl Wärme ist, ist in der Wirklichkeit nichts Anderes als Bewegung.« Die ersten Experimente zu Gunsten dieser Ansicht hat Graf Rumford angestellt, welcher denn auch in den bereits in §. 120 besprochenen Versuchen einen schlagenden Beweis dafür findet, daß die Wärme als Bewegungsphänomen aufzufassen sei, und ebenso schloß Humphry Davy aus der eben erwähnten durch Reibung bewirkten Schmelzung von Eis, daß die Bewegung die unmittelbare Ursache der Wärmeerscheinungen sei.

In neuester Zeit ist diese Ansicht von den ausgezeichnetsten Physikern wieder mit aller Entschiedenheit aufgenommen worden, und es steht zu hoffen, daß es bald gelingen werde, die Vibrationstheorie in der Wärmelehre eben so vollständig durchzuführen, wie in der Optik, also Ausdehnung, Schmelzung, Verdampfung, latente Wärme, specifische Wärme u. s. w. nicht allein der Art, sondern auch der Größe nach aus dieser Hypothese zu erklären.

Wenn man die Wärmeerscheinungen als Resultat einer Molekularbewegung betrachtet, so hat die Erklärung des mechanischen Aequivalents der Wärme

keine Schwierigkeit mehr. Die Umwandlung mechanischer Kraft in Wärme ist dann Nichts als eine Umsetzung von Massenbewegung in Molekularbewegung, während umgekehrt die Leistung mechanischer Arbeit durch die Wärme als eine Verwandlung der Molekularbewegung in Massenbewegung aufgefaßt werden muß.

Aus der mechanischen Wärmetheorie ergiebt sich als nothwendige Folgerung, daß immer eine entsprechende Menge Wärme als solche verschwindet, sobald durch Wärme eine mechanische Arbeit verrichtet wird. Wir haben oben (Seite 273) gesehen, daß, wenn 1,293 Gramm Luft von 0° bis 271° C. erwärmt werden, und sich dabei unter dem Druck der Atmosphäre auf das doppelte Volumen ausdehnen, daß dadurch eine mechanische Arbeit von 10,33 Kilogrammometern geleistet wird. Zur Hervorbringung dieses Effectes sind aber 24 Wärmeeinheiten mehr erforderlich, als wenn man das Liter Luft bei constantem Volumen auf 271° C. erwärmt hätte. Wenn nun wirklich die 10,33 Kilogrammometer das mechanische Aequivalent für 24 Wärmeeinheiten sind, so müssen diese 24 Wärmeeinheiten auch bei Hervorbringung jener mechanischen Arbeit vollständig verbraucht sein, sie können nicht mehr in der aufs doppelte Volumen ausgedehnten Luft enthalten sein, oder mit anderen Worten: wenn 1,293 Gramm Luft bei einer Temperatur von 271° C. das Volumen von 2 Litern einnehmen, so ist in dieser Luftmasse nicht mehr Wärme enthalten, als wenn sie bei gleicher Temperatur nur den Raum von 1 Liter erfüllte.

Daraus folgt aber dann ferner, daß, wenn Luft ohne Wärmezuführung sich ausdehnen kann, ohne daß dabei eine mechanische Arbeit verrichtet wird, keine Wärmebindung erfolgen darf, wofür auch der auf Seite 268 besprochene Versuch Joule's spricht.

Die Dynamiden. Die in den letzten Paragraphen besprochenen Thatsachen drängen unwiderstehlich darauf hin, die Wärme als ein mechanisches Phänomen aufzufassen, sie als das Resultat einer Vibrationsbewegung darzustellen. Will man die Wärmeerscheinungen auf Vibrationen zurückführen, so muß man sich vor allen Dingen eine bestimmte Vorstellung über das Wesen der Materie und des Stoffes bilden, durch dessen Oscillationsbewegung man die Wärme erklären will, und muß dann von dieser möglichst bestimmt formulirten Hypothese aus die Wärmelehre zu construiren suchen. §. 123.

Derartige Versuche sind von verschiedenen Physikern gemacht worden, namentlich aber von Krönig, Clausius und Redtenbacher.

Krönig und Clausius (Pogg. Annal. XCIX. und C.) nehmen an, daß die im Verhältniß zu den Zwischenräumen verschwindend kleinen Moleküle der Gase und Dämpfe sich in gerader Linie mit constanter Geschwindigkeit fortbewegen, bis sie gegen andere Gasmoleküle oder gegen eine für sie undurchdringliche Wand stoßen. Der Druck des Gases gegen eine feste Wand hat dann seinen Grund darin, daß die Moleküle fortwährend in großer Zahl gegen die Wand fliegen und von ihr abprallen. Durch wachsende Temperatur wird

die Geschwindigkeit gesteigert, mit welcher sich die Gasmoleküle bewegen, und zwar ist die Temperatur dem Quadrat dieser Geschwindigkeit proportional.

Bei den festen Körpern oscilliren die Moleküle um eine feste Gleichgewichtslage; bei den flüssigen findet zwar eine solche Gleichgewichtslage nicht mehr statt, allein die Moleküle sind doch trotz ihrer beständigen und mannigfaltigen Bewegungen an bestimmte Abstände gebunden, sie können nicht frei auseinander fahren wie bei den Gasen.

Während nun die oben genannten Gelehrten die Ursache der Wärmephänomene in einer Bewegung der Körperatome selbst suchen, betrachtet Redtenbacher die Oscillation der die Körperatome einhüllenden Aetheratome als Quelle der Wärmephänomene, wie er dies in seinem ausgezeichneten »Dynamidensystem« (Mannheim 1857) entwickelt. Er geht dabei von folgender Grundansicht über die Constitution der Materie aus:

Die Körpersubstanzen enthalten nebst den trägen und schweren Körperatomen noch den ebenfalls aus Atomen bestehenden Aether. Die Aetheratome sind gleichfalls träge, aber nicht schwer; sie sind sehr klein im Verhältniß zu den Körperatomen.

Die Körperatome ziehen sich einander an.

Die Aetheratome stoßen sich einander ab.

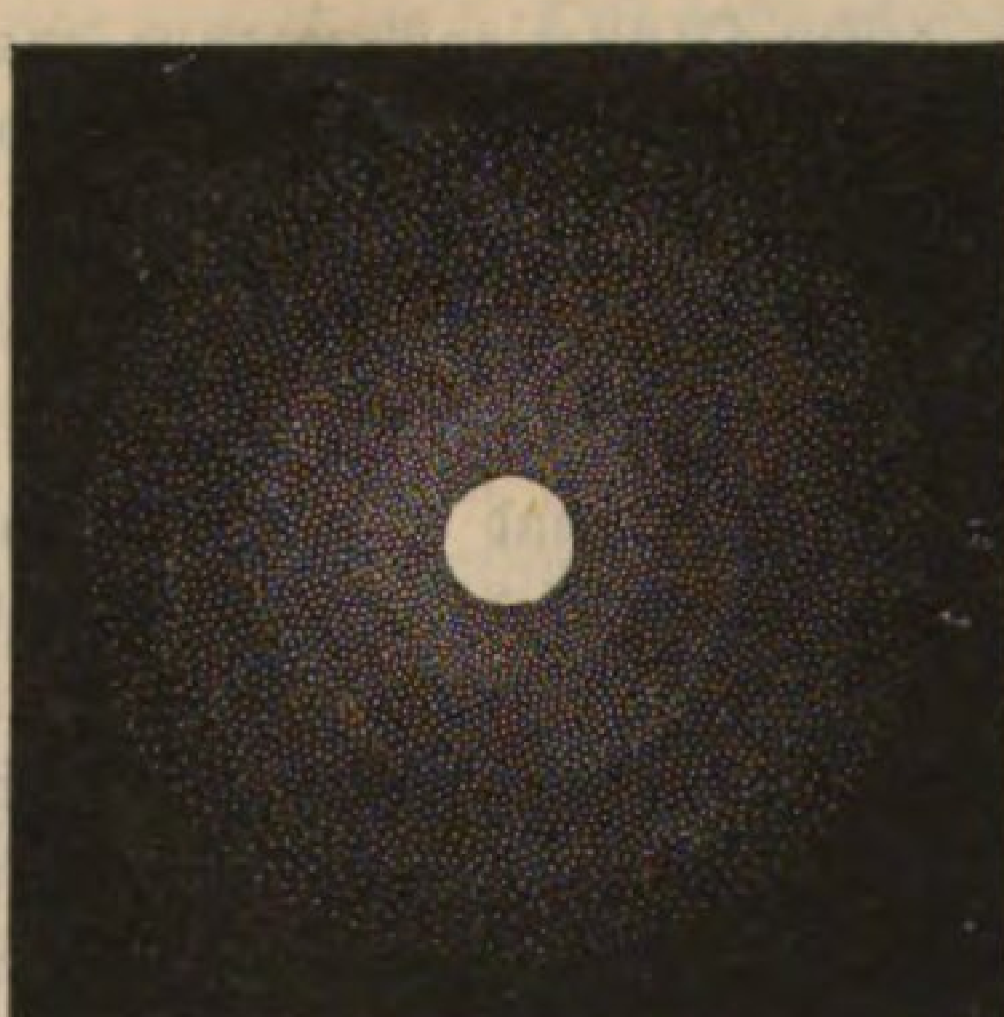
Zwischen den Körperatomen und den Aetheratomen findet Anziehung statt, jedoch nur auf kleine Entfernungen.

Vermöge der wechselseitigen Abstoßung der nicht schweren Aetheratome verbreitet sich der Aether in dem ganzen unendlichen Raum und durchdringt alle Körper. Durch die Körperatome angezogen muß sich der Aether um dieselben concentriren, ein jedes Körperatom ist also gleichsam von einer Aetheratmosphäre eingehüllt.

Ein Körperatom mit der dasselbe umgebenden Aetherhülle nennt Redtenbacher eine Dynamide. Eine Substanz aber, welche durch eine Gleichgewichtslagerung solcher Dynamiden besteht, nennt er ein Dynamidensystem.

Fig. 179 kann das Bild einer Dynamide darstellen. Was die Gestalt derselben anlangt, so muß man zur Erklärung der Krystallisation und der damit zusammenhängenden Erscheinungen annehmen, daß die Körperatome und die Dynamiden nicht nothwendig kugelförmig sind, sondern man wird zur Erklärung bestimmter Erscheinungen irgend anders gestaltete Körperatome und Dynamiden postuliren müssen.

Fig. 179.



Im vollkommenen Gleichgewichtszustande mit sich selbst und mit den Attractivkräften der Körperatome erscheint der Aether nur als repulsives Princip, welches die Körperatome in ge-

wissen Entfernungen und Gruppirungen erhält. In diesem Ruhezustande des Aethers sind die Körper absolut kalt. Befindet sich dagegen der Aether in den Körpern in einem Bewegungszustande, bei welchem die Aetheratome der Hüllen gegen die Kerne der Dynamiden nach normalen Richtungen schwingen, so sind die Körper erwärmt.

Die Temperatur eines Körpers hängt von dem Schwingungszustande des Aethers ab, und zwar ist sie der mittleren lebendigen Kraft des einzelnen Aetheratoms proportional und von der Dichte des Aethers in den Körpern unabhängig.

Nennen wir also ϱ die Masse eines Aetheratoms, u den wahren mittleren Werth der Schwingungsgeschwindigkeit des Aetheratoms, T die entsprechende Temperatur und k einen constanten Factor, so ist

$$kT = \varrho u^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Um die dem Schwingungszustande entsprechende Temperatur nach Graden einer gewöhnlichen Thermometerscala auszudrücken, muß der Ausdruck (1) modificirt werden. Nennen wir t die Gradzahl des hunderttheiligen Thermometers, welche der Schwingungsgeschwindigkeit u entspricht, bezeichnen wir mit u_0 die dem Nullpunkte des Celsius'schen Thermometers entsprechende Schwingungsgeschwindigkeit, so ist

$$kt = \varrho\,(u^2 - u_0^2).$$

Nach dieser Ansicht kann die specifische Wärme eines Stoffes nur noch durch die Anzahl der vibrirenden Aetheratome bedingt sein, welche in der Gewichtseinheit des Stoffes enthalten sind. Die Thatsache, daß das Product der specifischen Wärme eines Körpers mit dem Atomgewicht desselben eine constante Zahl ist, erklärt sich dann ganz einfach durch die Annahme, daß die Dynamiden aller einfachen Stoffe gleich viel Aetheratome enthalten.

Bei chemischen Processen wird Aether ausgeschieden und zwar nicht in ruhendem, sondern in bewegtem Zustande, und daher rühren, nach Redtenbacher's Ansicht, die Wärme-, Licht- und Elektricitätserscheinungen, von welchen die chemischen Processe begleitet sind.

Nennen wir p die Spannkraft einer abgesperrten Gasmasse bei 0^0, so ist ihre Spannkraft nach dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetz bei t^0 C. gleich $p\,(1 + 0{,}00365\,t)$; die Spannkraft des abgesperrten Gases wird also gleich Null, wenn $1 + 0{,}00365\,t = 0$, d. h. wenn $t = -\,273^0$ C. ist. Bei einer Temperatur, welche 273^0 C. unter dem Gefrierpunkte des Wassers liegt, verlieren also die Gase ihre Spannkraft, und diese Temperatur ist es, welche man als den absoluten Nullpunkt der Temperatur bezeichnet hat. Nach dem Redtenbacher'schen System ist diese Temperatur aber keine andere, als diejenige, für welche die Vibrationen der Aetheratome aufhören. Nach der Ansicht von Krönig und Clausius würde bei dieser Temperatur die Bewegung der Gasmoleküle vollständig aufhören und damit auch der Stoß der Gasmoleküle gegen die Gefäßwände und der dadurch bedingte Druck gegen dieselben verschwinden.

Ob nun die eine oder die andere dieser Ansichten die richtige ist, ob also die Wärme ein Bewegungsphänomen der Körperatome oder der Aetheratome ist, müssen zukünftige Untersuchungen lehren. Da aber die mechanische Theorie der Wärme gegenwärtig mit so großem Interesse ventilirt wird, da die ausgezeichnetsten Mathematiker und Physiker ihre Kräfte an diesem schwierigen Problem versuchen, so ist zu hoffen, daß seine Lösung nicht all zu lange auf sich warten läßt.

Als vollendet wird man eine mechanische Wärmetheorie erst dann betrachten können, wenn sich aus ihr auch das Phänomen der latenten Wärme, also der Schmelzungswärme und der Verdampfungswärme ungezwungen, nicht allein der Art, sondern auch der Größe nach ableiten läßt. Die Bindung der Wärme beim Uebergange eines Körpers aus dem festen in den flüssigen, sowie aus dem flüssigen in den gasförmigen Zustand lediglich als Bewegungsphänomen hinzustellen, ist aber meines Wissens nach nicht mit Erfolg versucht worden. Erst mit der Lösung dieser Frage dürfte der übrigens keineswegs zweifelhafte Sieg der mechanischen Wärmetheorie entschieden sein.

Schlußcapitel.

Ausgleichung der Beobachtungsfehler.

---

§. 124. **Beobachtungsfehler.** Alle Beobachtungen, welche wir anstellen, alle Messungen, welche wir machen, sind bei aller Sorgfalt, die wir auf Beobachtung und Messung verwenden mögen, doch mit Fehlern behaftet, welche theils von der Unvollkommenheit der sinnlichen Wahrnehmung, theils von der Fehlerhaftigkeit der gebrauchten Instrumente, theils auch von störenden äußeren Umständen herrühren, welche wir weder kennen noch sie zu beseitigen im Stande sind.

Es giebt eine Gränze der Wahrnehmbarkeit für das Auge wie für das Ohr, und dadurch schon ist eine Gränze für die Genauigkeit der Beobachtung gegeben, da Gesicht und Gehör vorzugsweise die Sinne sind, welche bei naturwissenschaftlichen Beobachtungen in Anspruch genommen werden. — Wenn wir durch künstliche Mittel die Sinne gleichsam schärfen, wie es z. B. durch das Fernrohr und das Mikroskop für das Auge geschieht, so wird dadurch die Gränze

der Wahrnehmbarkeit nur weiter hinausgerückt, die Genauigkeit der Beobachtung wird erhöht, die Größe der Beobachtungsfehler wird vermindert, aber fehlerfrei sind die so erlangten Resultate doch nicht, eine absolute Genauigkeit kann man durch solche Hülfsmittel doch nicht erreichen.

Die unvermeidlichen Fehler, welche alle unsere Beobachtungen und Messungen mehr oder weniger ungenau machen, zerfallen in zwei Hauptclassen; sie sind nämlich entweder constante oder zufällige Fehler.

Constante Fehler sind solche, welche von Ursachen herrühren, die, stets in gleicher Weise wirkend, die Resultate stets nach derselben Seite hin unrichtig machen. Solche Fehlerquellen wirken also nach einem Gesetz, welches man bald mehr bald minder genau zu erforschen im Stande ist, weshalb man auch diese constanten Fehler bis zu einem gewissen Grade durch Correctionen unschädlich machen kann.

Zu den constanten Fehlern gehört unter andern die atmosphärische Refraction, welche alle gemessenen Höhenwinkel zu groß macht; Temperaturschwankungen, welche die Länge der angewandten Maßstäbe verändern; die Verschiebung des Nullpunktes an Thermometern u. s. w.

Wie diese constanten Fehler zu ermitteln und wie ihr Einfluß möglichst zu beseitigen sei, darüber lassen sich keine allgemeinen Regeln aufstellen, weil sie lediglich von der Individualität der Umstände, der Eigenthümlichkeit der gebrauchten Instrumente und der Beobachtungsmethode abhängen; es kann deshalb hier auch nicht weiter die Rede von denselben sein.

Die zufälligen oder irregulären Fehler rühren von Ursachen her, welche von einem Versuche zum anderen wechseln, welche also das Resultat bald nach der einen, bald nach der anderen Seite unrichtig machen, welche man also nicht durch Correctionen eliminiren kann, wie die constanten Fehler.

Die Quellen der zufälligen Fehler sind sowohl in äußeren störenden Ursachen, als auch in Unregelmäßigkeiten des zu beobachtenden oder zu messenden Objectes, in der Mangelhaftigkeit der sinnlichen Wahrnehmung oder auch endlich in der unvermeidlichen Ungenauigkeit der Instrumente zu suchen.

Soll z. B. mit Hülfe des Reflexionsgoniometers der Winkel zweier Krystallflächen gemessen werden, so ist die Genauigkeit der Einstellung meist dadurch begränzt, daß die Krystallflächen nicht vollkommen eben sind, daß sie also kein reines Spiegelbild geben.

Will man mit Hülfe der Sirene die Schwingungszahl eines bestimmten Tones, etwa des Tones einer Stimmgabel, bestimmen, so hat man zunächst den Ton der Sirene dem der Gabel gleich zu stimmen (Lehrbuch I, 366). Wir können es aber mit der größten Sorgfalt nicht dahin bringen, daß die beiden Töne absolut gleich sind, weil unser Ohr Differenzen der Tonhöhe über eine gewisse, von einem Individuum zum andern variirende Gränze gar nicht mehr unterscheiden kann. Man wird also die Sirene bald unmerklich zu hoch, bald unmerklich zu tief stimmen, wodurch die unvermeidlichen Schwankungen in der Bestimmung der Schwingungszahl bestimmt sind.

Wenn man das Sammelbild einer Linse auf einem Schirme auffangen will,

so wird man den Schirm nie mit absoluter Genauigkeit an dem Orte feststellen können, für welchen das Bild die größte Schärfe hat; man wird den Schirm bald etwas mehr vor, bald etwas mehr zurückstellen, weil die Veränderungen in der Schärfe des Bildes für Verschiebungen des Schirmes innerhalb gewisser Gränzen ganz unmerklich sind.

Weder das Fadenkreuz im Fernrohr eines Theodoliten, noch der Gegenstand, auf welchen man dasselbe richten will, sind mathematische Linien; bei wiederholtem Einvisiren desselben Gegenstandes wird man deshalb die Axe des Fernrohres bald etwas mehr rechts, bald etwas mehr links einstellen, und in Folge dessen bei wiederholter Messung desselben Winkels mit dem Theodoliten denselben bald etwas größer, bald etwas kleiner finden.

Alle unsere Maßstäbe, Theilkreise u. s. w. sind mit unvermeidlichen zufälligen Fehlern behaftet, indem die Theilstriche, ganz abgesehen von den Fehlern, welche die namhafte Breite derselben mit sich bringt, bald etwas zu weit nach der einen, bald etwas zu weit nach der anderen Seite stehen.

§. 125. **Das arithmetische Mittel.** In Folge der im vorigen Paragraphen besprochenen zufälligen Fehler wird man nun auch für eine und dieselbe Größe stets etwas von einander verschiedene Werthe finden, wenn man sie nicht einmal, sondern wenn man sie mehrmals mißt.

Da nun aber in Folge der Natur der zufälligen Fehler anzunehmen ist, daß wiederholte Bestimmungen derselben Größe bald einen zu großen, bald einen zu kleinen Werth für dieselbe geben werden, so wird man offenbar einen der Wahrheit möglichst nahe kommenden Werth erhalten, wenn man aus den Resultaten verschiedener Messungen derselben Größe das arithmetische Mittel nimmt, d. h. wenn man alle die verschiedenen für dieselbe Größe erhaltenen Werthe addirt und in die Summe durch die Anzahl der Messungen dividirt.

Wir wollen dies durch einige Beispiele erläutern.

1. Im Jahre 1737 fand man zu Paris an verschiedenen Abenden des November und December für die Zenithdistanz des Polarsternes bei seiner oberen Culmination folgende Werthe (Maupertuis, la figure de la terre):

39°	2′	19,5″
39	2	22,0
39	2	30,0
39	2	33,0
39	2	34,0

Wir haben hier fünf Beobachtungen für denselben Winkel, welche für Grade und Minuten vollkommen übereinstimmen und nur in Betreff der Secunden differiren. Werden die Secunden der einzelnen Beobachtungen addirt, so erhält man die Summe 138,5, also das arithmetische Mittel $\frac{138,5}{5} = 27,7''$. Der wahrscheinlichste Werth für die gesuchte Zenithdistanz ist also

$$39^0\ 2'\ 27,7''$$

und jedenfalls liegt dieser Werth der Wahrheit näher, als irgend einer der unmittelbar beobachteten.

2. Ein anderes, vielfach angeführtes Beispiel entnehmen wir den Versuchen, welche Benzenberg anstellte, um durch den Fall von Kugeln in tiefen Schachten einen directen Beweis für die Umdrehung der Erde um ihre Axe zu erhalten (Benzenberg, Versuche über das Gesetz des Falles u. s. w., Dortmund 1804).

Wenn sich die Erde wirklich um ihre Axe dreht, so muß die Umdrehungsgeschwindigkeit eines Punktes an der Erdoberfläche größer sein, als für einen Punkt, welcher sich in einiger Tiefe unter der Erdoberfläche befindet. Wenn man also in einem tiefen Schacht, von welchem Luftströmungen und sonstige störende Ursachen möglichst abgehalten sind, eine Kugel frei herabfallen läßt, so wird sie ihre gegen Ost gerichtete Geschwindigkeit, welche sie am Ausgangspunkte ihrer Fallbewegungen hatte, während des ganzen Falles unverändert beibehalten, sie wird also östlich von dem Punkte aufschlagen müssen, welcher vertical unter demjenigen Punkte liegt, von welchem die Kugel herabfiel.

Bei Ausführung des Versuches ergab sich nun, daß die Kugeln sowohl östlich oder westlich, als auch nördlich und südlich von dem Punkte aufschlugen, welcher vertical unter dem Ausgangspunkte der Fallbewegung lag, und in welchem die Kugel hätte auffallen müssen, wenn die Erde sich weder um ihre Axe drehte noch irgend störende Ursachen auf die fallende Kugel einwirkten.

Für 29 derartige Fallversuche, bei welchen die Fallhöhe 262 Fuß betrug, ergab sich, daß die Summe der nördlichen Abweichungen fast genau eben so groß war, wie die Summe der südlichen. Daraus geht hervor, daß diese nördlichen und südlichen Abweichungen in der That nur das Resultat zufälliger Störungen waren. Anders verhält es sich mit den Abweichungen in östlicher und westlicher Richtung, welche in der folgenden Tabelle zusammengestellt sind, in welcher + eine östliche, — aber eine westliche Abweichung bezeichnet.

Versuch	1 . .	— 3,0‴	Versuch	16 . .	— 8,0‴
»	2 . .	+ 12,0	»	17 . .	+ 8,0
»	3 . .	+ 3,0	»	18 . .	+ 10,0
»	4 . .	+ 13,0	»	19 . .	+ 7,0
»	5 . .	+ 20,0	»	20 . .	+ 7,5
»	6 . .	— 2,0	»	21 . .	+ 6,0
»	7 . .	+ 11,5	»	22 . .	— 2,0
»	8 . .	— 4,0	»	23 . .	+ 11,0
»	9 . .	+ 2,0	»	24 . .	— 4,0
»	10 . .	+ 2,0	»	25 . .	— 9,0
»	11 . .	+ 12,0	»	26 . .	— 10,0
»	12 . .	+ 7,0	»	27 . .	+ 8,5
»	13 . .	+ 13,5	»	28 . .	+ 10,0
»	14 . .	+ 11,0	»	29 . .	+ 5,5
»	15 . .	+ 9,0			

Die Summe aller positiven Abweichungen ist 189,5, die Summe aller negativen ist 42,0, folglich ergiebt sich als **arithmetisches Mittel** aus allen 29 **Fallversuchen Benzenbergs** eine östliche Abweichung

$$\frac{189{,}5 - 42}{29} = 5{,}086 \text{ Linien.}$$

In den bis jetzt betrachteten Beispielen war die zu bestimmende Größe direct gemessen und der wahrscheinlichste Werth derselben als arithmetisches Mittel der durch wiederholte Messung gefundenen Resultate erhalten worden. In der Physik kommen aber auch vielfach Fälle vor, in welchen die zu bestimmende Größe nicht direct gemessen, sondern erst aus den durch einen entsprechenden Versuch ermittelten Zahlenwerthen anderer Größen berechnet werden muß.

Ein derartiges Beispiel liefert uns die Bestimmung der Länge des Secundenpendels aus der beobachteten Schwingungsdauer verschieden langer einfacher Pendel. Bezeichnen wir mit l und t die Länge und die Schwingungsdauer eines einfachen Pendels, mit L und T die eines zweiten, so verhalten sich die Pendellängen wie die Quadrate der Schwingungszeiten, d. h. es ist

$$\frac{l}{L} = \frac{t^2}{T^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Setzen wir $t = 1$, so ist der entsprechende Werth von l die Länge des Secundenpendels; es ergiebt sich aber für diesen Fall

$$l = \frac{L}{T^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Nach dieser Gleichung kann man stets die Länge des Secundenpendels finden, wenn man die Länge irgend eines einfachen Pendels durch das Quadrat seiner Schwingungsdauer dividirt. Bezeichnen wir mit L', L'', L''' u. s. w. die Längen verschiedener einfacher Pendel, mit T', T'', T''' u. s. w. die entsprechenden Schwingungszeiten, so sollte streng genommen

$$\frac{L'}{T'^2} = \frac{L''}{T''^2} = \frac{L'''}{T'''^2} \text{ u. s. w.}$$

sein. Da nun aber weder die Messung der Pendellänge noch die Messung der Schwingungsdauer fehlerfrei ist, so wird auch der fragliche Quotient für verschieden lange Pendel zwar sehr nahe, aber nicht absolut gleich ausfallen und man muß aus den verschiedenen Werthen des Quotienten das arithmetische Mittel nehmen, um einen möglichst genauen Werth für die Länge des Secundenpendels zu erhalten.

Gehen wir zu einem anderen Beispiele über. Bezeichnen wir mit f die Brennweite einer Linse, mit a den Abstand eines Gegenstandes von derselben, mit b die Entfernung der Linse von dem Orte, in welchem ein scharfes Bild des Gegenstandes entsteht, so sind die Größen f, a und b durch die Gleichung

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b}.$$

verknüpft, aus welcher folgt

$$f = \frac{ab}{a + b} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Wenn man nun durch den Versuch für verschiedene Abstände des Objects, also für verschiedene Werthe von a die entsprechenden Werthe von b ermittelt, so werden sich für die verschiedenen zusammengehörigen Werthe von a und b zwar sehr nahe, aber nicht vollkommen gleiche Werthe von f ergeben. Eine mit einer Glaslinse angestellte Versuchsreihe ergab z. B. für die in der ersten Verticalreihe der folgenden Tabelle eingetragenen Werthe von a die daneben verzeichneten Werthe von b; und aus den zusammengehörigen Werthen von a und b ergeben sich dann nach Gleichung (3) die in der gleichen Horizontalreihe eingetragenen Werthe von f:

a	b	f
936‴	139‴	121,0‴
648	148	120,4
504	159	120,8
360	181	120,3
288	208	120,7

Nimmt man aus den fünf in der letzten Verticalreihe stehenden berechneten Werthen von f das arithmetische Mittel, so erhält man 120,64 Linien als möglichst genauen Werth für die Brennweite der fraglichen Linse.

Mittelwerthe für mehrere gleichzeitig zu bestimmende Grössen. In allen bisher besprochenen Fällen handelt es sich nur um die Bestimmung einer einzigen Größe, sei es nun, daß dieselbe unmittelbar selbst gemessen oder aus anderen Daten berechnet werden konnte. Etwas umständlicher wird die Sache, wenn es sich um die gleichzeitige Bestimmung mehrerer Größen handelt, welche nicht unmittelbar gemessen werden können, sondern welche unter sich und mit anderen durch die Beobachtung gegebenen Größen durch ein bekanntes Gesetz verbunden sind. §. 126.

Ein solches Gesetz wird stets durch eine Gleichung dargestellt zwischen den zu bestimmenden, vor der Hand noch als Unbekannte zu behandelnden Größen x, y, z u. s. w. und anderen Größen a, b, c u. s. w., deren Zahlenwerthe durch entsprechende Versuche ausgemittelt worden sind. Wenn diese Gleichungen in Beziehung auf die Unbekannten x, y, z u. s. w. vom ersten Grade sind, so lassen sie sich stets auf die Form

$$ax + by + cz \cdots + k = 0$$

bringen, in welcher man für $a, b, c \dots n$ die Zahlenwerthe zu setzen hat, welche sich aus einem entsprechend angestellten Versuch ergeben. Bezeichnet man mit $a', b', c' \dots k'$ die Zahlenwerthe, welche sich aus einem ersten, mit $a'', b'', c'' \dots k''$ die Zahlenwerthe, wie sie sich aus einem zweiten, und mit $a''', b''', c''' \dots k'''$ die entsprechenden Zahlenwerthe, wie sie sich aus einem dritten Versuch ergeben, so haben wir die Gleichungen:

$$a' x + b' y + c' z \cdots + k = 0$$
$$a'' x + b'' y + c'' z \cdots + k' = 0$$
$$a''' x + b''' y + c''' z \cdots + k''' = 0$$

Wenn n unbekannte Größen zu bestimmen sind, muß man wenigstens n Gleichungen haben, und um diese aufstellen zu können, muß man n Versuche machen. Stellt man einen weiteren Versuch an, welcher eine weitere $n + 1$te Gleichung liefert, so würden die aus den n ersten Gleichungen erhaltenen Werthe für die n unbekannten der $n + 1$ten vollkommen Genüge leisten müssen, wenn alle Beobachtungen absolut fehlerfrei wären; in Folge der unvermeidlichen Beobachtungsfehler aber werden die Resultate der n ersten Gleichungen der $(n + 1)$ten nicht vollständig genügen.

Sind es nur zwei Unbekannte x und y, welche ermittelt werden sollen, so genügen zu ihrer Bestimmung die beiden Gleichungen:

$$a' x + b' y + k' = 0 \quad \dots\dots\dots \quad (1)$$
$$a'' x + b'' y + k'' = 0 \quad \dots\dots\dots \quad (2)$$

Sobald aber durch einen dritten Versuch die dritte Gleichung

$$a''' x + b''' y + k''' = 0 \quad \dots\dots\dots \quad (3)$$

geliefert wird, so werden die aus den Gleichungen (1) und (2) abgeleiteten Werthe von x und y der dritten Gleichung nicht mehr ganz Genüge leisten. Die Combination der Gleichungen (1) und (3), der Gleichungen (2) und (3) wird Werthe von x und y liefern, welche von den aus (1) und (2) abgeleiteten etwas differiren.

Ein Beispiel mag dies erläutern. Nach dem Ohm'schen Gesetze ist:

$$S = \frac{E}{R + l} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (4)$$

wenn S die Stromstärke bezeichnet, welche durch eine hydroelektrische Säule hervorgebracht wird, deren elektromotorische Kraft gleich E und deren wesentlicher Widerstand gleich R ist, wenn im Schließungsbogen ein Widerstand l eingeschaltet wurde.

In diesem Falle sind S und l die Größen, welche unmittelbar durch den Versuch ermittelt, E und R diejenigen, welche mit Hülfe der Gleichungen berechnet werden sollen; wir wollen deshalb, um die Gleichung (4) mehr auf die gewöhnliche Form zurückzuführen, x für R, y für E und a für S setzen, so geht die Gleichung (4) über in

$$a = \frac{y}{x + l}$$

woraus sich ergiebt:

$$ax - y + al = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Die Stromstärke a wird gemessen durch die Tangente des Ablenkungswinkels v, welchen der Strom in einer in den Schließungsbogen eingeschalteten Tangentenbussole hervorbringt; der Leitungswiderstand l aber wird gemessen durch die Länge eines stets gleich dicken Kupferdrahtes, welcher außer der Tangentenbussole noch in den Schließungsbogen der Tangentenbussole eingeschaltet ist und dessen Länge von einem Versuch zum andern variirt. Je größer die Länge l gemacht wird, desto kleiner wird der Ablenkungswinkel v. Die folgende Tabelle enthält die Resultate einer Versuchsreihe, welche mit einer aus sechs Daniell'schen Bechern bestehenden Säule angestellt wurden:

	l	v	a
1	0	68° 30′	2,54
2	5	63 20	1,99
3	10	58 30	1,63
4	40	39 0	0,81
5	70	28 0	0,53
6	100	21 30	0,39

Als außer den nothwendigen dicken Verbindungsdrähten kein weiterer Widerstand in den Schließungsbogen eingeschaltet war, wurde an der Tangentenbussole eine Ablenkung von 68° 30′ beobachtet, die entsprechenden Werthe von l und a sind also in diesem Versuche 0 und 2,54. Setzen wir diese Werthe für l und a in Gleichung (5), so kommt:

$$2{,}54\,x - y = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (I)$$

Wurde nun ein dünner Kupferdraht von 5 Meter Länge in den Schließungsbogen eingeschaltet, so ging die Nadel auf 63° 20′ zurück; aus diesem zweiten Versuch ergeben sich also $l = 5$ und $a = 1{,}99$ als zusammengehörige Werthe des Widerstandes und der Stromstärke, und wenn man diese Werthe für l und a in Gleichung (5) setzt, so kommt:

$$1{,}99\,x - y + 9{,}95 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (II)$$

Aus einem dritten Versuch, bei welchem $l = 10$ war, ergiebt sich:

$$1{,}63\,x - y + 16{,}30 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (III)$$

Die Combination der Gleichungen (I) und (II) ergiebt:

$$x = 18{,}1 \qquad y = 45{,}974 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (A)$$

Setzt man diese Werthe von x und y in Gleichung (III), so kommt:

$$1{,}63 \,.\, 18{,}1 + 16{,}3 - 45{,}974 = 45{,}803 - 45{,}974 = -\,0{,}171,$$

die aus Gleichung (I) und (II) gezogenen Werthe von x und y genügen also der Gleichung (III) nicht ganz. Durch Verbindung der beiden Gleichungen (I) und (III) findet man:

$$x = 17{,}9 \qquad y = 45{,}466 \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (B)$$

Aus den beiden Gleichungen (II) und (III) endlich leitet man ab:

$$x = 17{,}6 \qquad y = 44{,}974 \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (C)$$

Bleiben wir vor der Hand bei den drei ersten Versuchen der obigen Versuchsreihe stehen, indem wir die drei letzten gar nicht weiter in Betracht ziehen.

Einen Werth für x sowohl wie für y, welcher der Wahrheit jedenfalls näher liegt als die Werthe bei A, B und C, findet man nun dadurch, daß man aus den drei berechneten Werthen von x und y das arithmetische Mittel nimmt. Man findet auf diese Weise den Mittelwerth:

für x gleich 17,87
» y » 45,47.

Hätte man den 4ten Versuch der obigen Reihe noch mit in Betracht gezogen, so hätte dieser eine 4te Gleichung geliefert:

$$0{,}81\,x - y + 32{,}40 = 0 \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (IV)$$

durch die Combination dieser 4ten Gleichung mit (I) hätte man einen 4ten Werth für x und y erhalten, einen 5ten durch die Combination von (II) und (IV), einen 6ten durch die Verbindung von (III) und (IV), und würde also unter Berücksichtigung dieser vier Versuche als wahrscheinlichsten Werth von x und y das arithmetische Mittel aus sechs einzeln berechneten Zahlenwerthen erhalten haben. Es dürfte für weniger Geübte eine zweckmäßige Arbeit sein, die hier nur angedeuteten Rechnungen ganz durchzuführen und wohl auch noch den 5ten und 6ten Versuch mit in Betrachtung zu ziehen.

Gehen wir zu einem zweiten, der Chemie entnommenen Beispiel über.

Strecker hat die Analysen mehrerer Silbersalze, welche von Liebig und Redtenbacher veröffentlicht wurden, benutzt, um aus ihnen nach der Methode der kleinsten Quadrate das Aequivalent des Kohlenstoffs zu berechnen. Wir wollen dieses Beispiel etwas ausführlicher besprechen.

Die chemische Formel für das essigsaure Silberoxyd ist $C^4H^3O^3 + AgO$. Um diese Formel mehr auf die gewöhnliche Gestalt algebraischer Gleichungen zu bringen, wollen wir bezeichnen:

das Aequivalent des Kohlenstoffs mit z
» » » Wasserstoffs » y
» » » Silbers » x.

Setzen wir ferner das Aequivalent des Sauerstoffs gleich 100, so haben wir für das Aequivalent des essigsauren Silberoxyds:

$$4z + 3y + x + 400.$$

Nehmen wir nun an, die Analyse habe ergeben, daß in m Grammen

essigsauren Silberoxyds s Gramme Silber enthalten seien, so ergeben sich die Gleichungen:

$$n\,(4\,z + 3\,y + x + 400) = m$$

und

$$n\,x = s,$$

wenn wir mit n die Anzahl der Aequivalente essigsauren Silberoxyds bezeichnen, welche in m Grammen dieses Salzes enthalten sind. Eliminirt man n aus diesen beiden Gleichungen, so kommt:

$$4\,z + 3\,y - \left(\frac{m-s}{s}\right) x + 400 = 0,$$

in welche Gleichung für m und s die durch die Analyse gelieferten Zahlenwerthe zu substituiren sind.

Aus fünf Analysen des essigsauren Silberoxyds ergab sich für den Quotienten $\frac{m-s}{s}$ der Mittelwerth 0,54803, die obige Gleichung wird also:

$$4\,z + 3\,y - 0{,}54803\,x + 400 = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(a)}$$

In derselben Weise führten zehn Analysen von weinsaurem Silberoxyd zu der Gleichung:

$$4\,z + 2\,y - 0{,}68702\,x + 600 = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(b)}$$

und drei Analysen des apfelsauren Silberoxyds zu der Gleichung:

$$4\,z + 2\,y - 0{,}61304\,x + 500 = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(c)}$$

Wir haben also drei Gleichungen und drei unbekannte Größen, also gerade Gleichungen genug, um die Unbekannten zu bestimmen, ohne daß Gelegenheit geboten wäre, irgend eine Ausgleichungsrechnung vorzunehmen; also auch für die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate ist unter diesen Umständen keine Gelegenheit geboten.

Durch die Combination obiger drei Gleichungen ergiebt sich:

$$x = 1351$$
$$y = 12{,}23$$
$$z = 75{,}90.$$

Für das Aequivalent des Wasserstoffs, also für y, nimmt nun aber Strecker den von Dumas bestimmten Werth 12,51, und dadurch werden obige drei Gleichungen:

$$4\,z - 0{,}54803\,x + 437{,}53 = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$
$$4\,z - 0{,}68702\,x + 625{,}02 = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$
$$4\,z - 0{,}61304\,x + 525{,}02 = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Hier haben wir also nur noch zwei unbekannte Größen und drei Gleichungen, und somit tritt jetzt der Fall ein, wo Ausgleichungsrechnungen anzuwenden sind.

Aus den Gleichungen (1) und (2) ergiebt sich:

$$x = 1348{,}92 \qquad z = 75{,}44.$$

Aus der Verbindung der Gleichungen (1) und (3) erhält man:

$$x = 1346{,}00 \qquad z = 75{,}00.$$

Die Combination der Gleichungen (2) und (3) endlich liefert die Werthe:

$$x = 1352{,}72 \qquad z = 76{,}00.$$

Das arithmetische Mittel der drei für x gefundenen Werthe ist

1349,21,

das arithmetische Mittel der drei für z gefundenen Werthe ist

75,48.

Demnach wäre also 1349,21 der wahrscheinlichste Werth für das Aequivalent des Silbers und 75,48 der wahrscheinlichste Werth für das Aequivalent des Kohlenstoffs.

§. 127. **Die Methode der kleinsten Quadrate.** Wenn man auch nach dem im vorigen Paragraphen besprochenen ganz elementaren Verfahren der Wahrheit sehr genäherte Resultate erhält, so können dieselben doch nicht auf den Grad von Annäherung Anspruch machen, welche nach einem Verfahren erreicht wird, welches unter dem Namen der Methode der kleinsten Quadrate bekannt ist, und welches im Folgenden erläutert werden soll.

Nehmen wir den einfachsten Fall, daß es sich nur um zwei unbekannte Größen handelt, und daß zu ihrer Bestimmung mehr als zwei Gleichungen gegeben sind. Die Gleichungen seien:

$$a x + b y + c = 0 \quad \ldots \ldots \quad (1)$$
$$a' x + b' y + c' = 0 \quad \ldots \ldots \quad (2)$$
$$a'' x + b'' y + c'' = 0 \quad \ldots \ldots \quad (3)$$
$$a''' x + b''' y + c''' = 0 \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

u. s. w.

Wenn es möglich wäre, die Zahlenwerthe für a, b und c, a', b' und c', a'', b'' und c'' u. s. w. mit absoluter Genauigkeit aus den Versuchen abzuleiten, so müßte es einen Werth von x und einen von y geben, welcher den sämmtlichen Gleichungen zugleich Genüge leistet.

Da aber die Coëfficienten a, b und c, a', b' und c' u. s. w. sämmtlich mit den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern behaftet sind, so werden die aus (1) und (2) gezogenen Werthe von x und y den Gleichungen (3) und (4) nicht Genüge leisten. Die Werthe von x und y, welche den Gleichungen (1) und (3) genügen, passen nicht ganz in (2) und (4) u. s. w.

Nehmen wir an, daß die absolut genauen Werthe von x und y bekannt wären, so würden auch diese, in die obigen Gleichungen substituirt, ihnen keineswegs vollkommen Genüge leisten, eben weil a, b und c, a', b' und c' u. s. w. mehr oder weniger fehlerhaft sind.

Würden die wahren Werthe von x und y in die obigen Gleichungen substituirt, so würde also die auf der linken Seite des Gleichheitszeichens stehende Summe nicht ganz Null werden, sondern sie würde geben:

$$a x + b y + c = v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$
$$a' x + b' y + c' = v' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$
$$a'' x + b'' y + c'' = v'' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$
$$a''' x + b''' y + c''' = v''' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

in welchen v, v', v'', v''' 2c. sehr kleine, bald positive, bald negative Größen bezeichnen, die wir als Fehler bezeichnen wollen.

Als wahrscheinlichste Werthe von x und y sind nun diejenigen zu betrachten, welche den Gleichungen (1), (2), (3) u. s. w. wenigstens so nahe als möglich genügen, welche also die sämmtlichen Fehler v, v', v'' 2c. so klein wie möglich, oder mit anderen Worten, welche die Summe der absoluten Werthe der verschiedenen v, abgesehen von ihrem Vorzeichen, zu einem Minimum machen.

Da nun aber die Werthe v, v', v'' 2c. theils positiv, theils negativ sind, so können sich die positiven Fehler gegen die negativen beinahe vollständig aufheben, während die Summe aller Fehler, wenn man nur ihre absolute Größe und nicht ihr Vorzeichen in Betracht zieht, sehr bedeutend sein kann. Wollte man also die Summe

$$v + v' + v'' + v''' + \text{2c.}$$

zu einem Minimum machen, so würde man dadurch der Bedingung, daß die Summe aller Fehler, abgesehen von ihrem Vorzeichen, ein Minimum sein soll, durchaus nicht entsprechen.

Nun aber ist das Quadrat einer Größe v jederzeit positiv, mag v selbst positiv oder negativ sein. Wir werden also der Bedingung, daß die Summe der Fehler, abgesehen von der Verschiedenheit der Vorzeichen, ein Minimum werde, dadurch Genüge leisten, daß wir die Summe ihrer Quadrate zu einem Minimum machen. Unsere Aufgabe reducirt sich also darauf, diejenigen Werthe der Unbekannten x und y aufzusuchen, für welche

$$v^2 + v'^2 + v''^2 + v'''^2 + \text{2c.}$$

ein Minimum wird.

Bildung der Bedingungsgleichungen. Aus den Gleichungen (5), (6), (7) u. s. w. erhalten wir: §. 128.

$$v^2 = a^2 x^2 + 2 a b x y + b^2 y^2 + 2 a c x + 2 b c y + c^2$$
$$v'^2 = a'^2 x^2 + 2 a' b' x y + b'^2 y^2 + 2 a' c' x + 2 b' c' y + c'^2$$
$$v''^2 = a''^2 x^2 + 2 a'' b'' x y + b''^2 y^2 + 2 a'' c'' x + 2 b'' c'' y + c''^2$$

2c.

Setzen wir nun $V = v^2 + v'^2 + v''^2 + \text{2c.}$, so ist:

$$\left.\begin{aligned} V = (a^2 + a'^2 + a''^2 + \text{ꝛc.})\, x^2 + 2\,(ab + a'b' + a''b'' + \text{ꝛc.})\, xy \\ + (b^2 + b'^2 + b''^2 + \text{ꝛc.})\, y^2 + 2\,(ac + a'c' + a''c'' + \text{ꝛc.})\, x \\ + 2\,(bc + b'c' + b''c'' + \text{ꝛc.})\, y + c^2 + c'^2 + c''^2 + \text{ꝛc.} \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

V ist also eine Function von x und y, und es ist die Aufgabe, die Werthe der Unbekannten x und y auszumitteln, welche V zu einem Minimum machen.

Damit aber V ein Maximum oder Minimum sein könne, muß nun, wie die Differentialrechnung lehrt, der erste Differentialquotient von V in Beziehung auf x sowohl wie der erste Differentialquotient von V in Beziehung auf y gleich Null sein, oder in Formeln ausgedrückt, es muß sein:

$$\frac{dV}{dx} = 0 \text{ und } \frac{dV}{dy} = 0.$$

Führen wir nun die Differentiation der Gleichung (9) in Beziehung auf x aus, so kommt:

$$\frac{dV}{dx} = 2\,(a^2 + a'^2 + a''^2 + \text{ꝛc.})\, x + 2\,(ab + a'b' + a''b'' + \text{ꝛc.})\, y + 2\,(ac + a'c' + a''c'' + \text{ꝛc.}).$$

Und wenn wir diesen Differentialquotienten gleich Null setzen:

$$(a^2 + a'^2 + a''^2 + \text{ꝛc.})\, x + (ab + a'b' + a''b'' + \text{ꝛc.})\, y + (ac + a'c' + a''c'' + \text{ꝛc.}) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Aus Gleichung (9) ergiebt sich ferner:

$$\frac{dV}{dy} = 2\,(b^2 + b'^2 + b''^2 + \text{ꝛc.})\, y + (ab + a'b' + a''b'' + \text{ꝛc.})\, x + (bc + b'c' + b''c'' + \text{ꝛc.}),$$

und wenn wir $\frac{dV}{dy}$ gleich Null setzen:

$$(b^2 + b'^2 + b''^2 + \text{ꝛc.})\, y + (ab + a'b' + a''b'' + \text{ꝛc.})\, x + (bc + b'c' + b''c'' + \text{ꝛc.}) = 0 \quad . \quad (11)$$

Soll nun V in der That ein Maximum oder Minimum sein, so müssen x und y so bestimmt werden, daß den Gleichungen (10) und (11) Genüge geleistet wird.

Ob man mit einem Maximum oder mit einem Minimum zu thun hat, erkennt man am Vorzeichen des zweiten Differentialquotienten; er wird positiv für ein Minimum. Nun aber folgt aus obigen Gleichungen:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = 2\,(a^2 + a'^2 + a''^2 + \text{ꝛc.})$$

$$\frac{d^2V}{dy^2} = 2\,(b^2 + b'^2 + b''^2 + \text{ꝛc.});$$

und da eine Summe von Quadraten stets positiv sein muß, so ergiebt sich, daß hier in der That nur von einem Minimum die Rede sein kann.

Beispiele. Wenden wir die soeben abgeleiteten Formeln auf die bereits oben besprochenen Beispiele an!

Nach §. 126 hatte man aus mehreren Versuchen zur Bestimmung des wesentlichen Widerstandes x und der elektromotorischen Kraft y einer galvanischen Säule folgende Gleichungen abgeleitet:

$$2{,}54\,x - y = 0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; \text{(a)}$$
$$1{,}99\,x - y + 9{,}95 = 0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; \text{(b)}$$
$$1{,}63\,x - y + 16{,}3 = 0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; \text{(c)}$$

Es ist also
$$a = 2{,}54; \quad a' = 1{,}99; \quad a'' = 1{,}63,$$
also
$$a^2 = 6{,}4516; \; a'^2 = 3{,}9601; \; a''^2 = 2{,}6569,$$
und
$$a^2 + a'^2 + a''^2 = 13{,}0786.$$

Es ist ferner $b = b' = b'' = -1$, also auch
$$b^2 + b'^2 + b''^2 = 3$$
$$ab + a'b' + a''b'' = -a - a' - a'' = -2{,}54 - 1{,}99 - 1{,}63 = -6{,}16.$$

Endlich ist
$$c = 0; \; c' = 9{,}95; \; c'' = 16{,}3;$$
also
$$ac + a'c' + a''c'' = 46{,}3695$$
und
$$bc + bc' + b''c'' = -c' - c'' = -26{,}25.$$

Die Gleichungen (10) und (11) werden also:
$$13{,}0786\,x - 6{,}16\,y + 46{,}3695 = 0$$
$$-6{,}16\,x + 3\,y - 26{,}25 = 0;$$
und aus ihnen ergiebt sich:
$$x = 18{,}11$$
$$y = 45{,}935.$$

Setzen wir diese Werthe von x und y in die Gleichungen (a), (b) und (c), so erhält man für die Summe dieser drei Gleichungen, oder vielmehr für die Summe der Fehler:
$$v + v' + v'' = 0{,}0176.$$

Diese Fehlersumme ist in der That weit kleiner als die, welche man für die in §. 126 für x und y berechneten Mittelwerthe erhalten würde. Setzt man in den Gleichungen (a), (b) und (c) $x = 17{,}87$ und $y = 45{,}47$, so ergiebt sich:
$$v + v' + v'' = 0{,}51,$$
also ein weit größerer Werth für die Fehlersumme, als der eben gefundene, welcher sich ergiebt, wenn man für x und y die nach der Methode der kleinsten Quadrate berechneten Werthe setzt.

Nehmen wir nun zum zweiten Beispiel die bereits in §. 126 besprochene Bestimmung des Atomgewichts des Kohlenstoffs. Die Analysen von Liebig und Redtenbacher haben zu den drei Gleichungen (a), (b) und (c) §. 126 geführt, welche gerade so viel Unbekannte enthalten, als Gleichungen vorhanden sind. Von einer Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate kann also hier, wie schon bemerkt, keine Rede sein, wenn nicht durch weitere Versuche wenigstens eine vierte Gleichung zwischen x, y und z geliefert wird, oder, was eigentlich auf dasselbe hinauskommt, wenn nicht eine der Größen x, y und z aus anderen Bestimmungen substituirt wird.

Setzt man nach Dumas $y = 12{,}51$, so erhält man die drei Gleichungen (1), (2) und (3) auf S. 287, in welchen nur zwei Unbekannte vorkommen; hier kann also die Methode der kleinsten Quadrate in Anwendung gebracht werden.

Die Gleichungen (1), (2) und (3) auf Seite 287 stimmen in der Form mit den Gleichungen (5), (6) und (7) Seite 288 überein, wenn wir z an die Stelle von y gesetzt denken. Wir haben alsdann:

$$\begin{array}{lll} a = -\,0{,}54803 & b = 4 & c = 437{,}53 \\ a' = -\,0{,}68702 & b' = 4 & c' = 625{,}02 \\ a'' = -\,0{,}61304 & b'' = 4 & c'' = 525{,}02; \end{array}$$

also

$$\begin{array}{rl} a^2 + a'^2 + a''^2 = & 1{,}14815 \\ b^2 + b'^2 + b''^2 = & 48 \\ ab + a'b' + a''b'' = & -\,7{,}39236 \\ ac + a'c' + a''c'' = & -\,991{,}04 \\ bc + b'c' + b''c'' = & 6350{,}3. \end{array}$$

Setzen wir diese Zahlenwerthe an entsprechender Stelle in die Bedingungsgleichungen (10) und (11) Seite 290, so kommt:

$$\begin{array}{l} 1{,}14815\,x - 7{,}39236\,z - 991{,}04 = 0 \\ 7{,}39236\,x - 48\,z - 6350{,}3 = 0, \end{array}$$

und aus diesen Gleichungen ergeben sich dann als wahrscheinlichste Werthe für x und z:

$$\begin{array}{l} x = 1349{,}44 \\ y = 75{,}53. \end{array}$$

Setzt man diese Werthe von x und y in die Gleichungen:

$$\begin{array}{l} -\,0{,}54803\,x + 4\,y + 437{,}53 = v \\ -\,0{,}68702\,x + 4\,y + 625{,}02 = v' \\ -\,0{,}61304\,x + 4\,y + 525{,}02 = v'', \end{array}$$

so ergiebt sich:

$$v + v' + v'' = 0{,}01,$$

während diese Summe den Werth 0,34 erhält, wenn man für x und y die im §. 126 berechneten arithmetischen Mittel 1349,21 und 75,48 setzt.

Bei den eben besprochenen Beispielen waren zur Bestimmung der beiden Unbekannten drei Gleichungen gegeben. Wenn nun noch mehr überschüssige Gleichungen gegeben sind, so wird dadurch die Form der Bedingungsgleichungen (10) und (11) Seite 290 durchaus nicht geändert, es wird dadurch nur die Zahl der Posten vermehrt, durch deren Addition die Factoren von x, y 2c. gebildet werden, wie dies in jenen Formeln auch schon durch das $+$ 2c. bezeichnet ist. Immer ist die Anzahl der in einer Klammer stehenden Posten gleich der Anzahl der ursprünglich gegebenen Gleichungen.

Nach diesen Andeutungen berechne man nach der Methode der kleinsten Quadrate den Werth des Leitungswiderstandes x und der elektromotorischen Kraft y der galvanischen Säule, mit welcher die auf Seite 285 angeführten Versuche angestellt wurden, mit Berücksichtigung der Beobachtungsresultate aller sechs Versuche. (In dem ersten Beispiele dieses Paragraphen waren nur die drei ersten dieser Versuche berücksichtigt worden.)

Erweiterung der Formeln. Die Bedingungsgleichungen (10) und (11), nach welchen die wahrscheinlichsten Werthe der Unbekannten berechnet werden, sind nur für den Fall abgeleitet worden, daß es sich um nicht mehr als zwei Unbekannte handelt. Diese Gleichungen (10) und (11) sind aber so symmetrisch, daß man auch ohne neue Differentiation die Bedingungsgleichungen für den Fall ableiten kann, daß es sich um mehr als zwei Unbekannte handelt. §. 129.

Wenn drei Unbekannte zu bestimmen sind, so müssen wenigstens vier Gleichungen gegeben sein, wenn von einer Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate die Rede sein soll.

Es seien nun die gegebenen Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} a x + b y + c z + d &= 0 \\ a' x + b' y + c' z + d' &= 0 \\ a'' x + b'' y + c'' z + d'' &= 0 \\ a''' x + b''' y + c''' z + d''' &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

2c.

so ergeben sich die Werthe von x, y und z, welche der Gesammtheit der Gleichungen (1) am besten genügen, aus den drei Bedingungsgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} &(a^2 + a'^2 + a''^2 + a'''^2 + \text{2c.})\, x + (ab + a'b' + a''b'' + a'''b''' + \text{2c.})\, y \\ &+ (ac + a'c' + a''c'' + a'''c''' + \text{2c.})\, z + (ad + a'd' + a''d'' + a'''d''' + \text{2c.}) \end{aligned}\right\} = 0 \quad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} &(b^2 + b'^2 + b''^2 + b'''^2 + \text{2c.})\, y + (ab + a'b' + a''b'' + a'''b''' + \text{2c.})\, x \\ &+ (bc + b'c' + b''c'' + b'''c''' + \text{2c.})\, z + (bd + b'd' + b''d'' + b'''d''' + \text{2c.}) \end{aligned}\right\} = 0 \quad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} &(c^2 + c'^2 + c''^2 + c'''^2 + \text{2c.})\, z + (ac + a'c' + a''c'' + a'''c''' + \text{2c.})\, x \\ &+ (bc + b'c' + b''c'' + b'''c''' + \text{2c.})\, y + (cd + c'd' + c''d'' + c'''d''' + \text{2c.}) \end{aligned}\right\} = 0 \quad (4)$$

Wenden wir diese Formeln auf ein von Gauß gegebenes Beispiel an. Die vier gegebenen Gleichungen seien:

$$\begin{aligned} x - y + 2z - 3 &= 0 \\ 3x - 2y - 5z - 5 &= 0 \\ 4x + y + 4z - 21 &= 0 \\ -x + 3y + 3z - 14 &= 0; \end{aligned}$$

wir haben

$$a = 1, \quad a' = 3, \quad a'' = 4, \quad a''' = -1,$$

also

$$a^2 + a'^2 + a''^2 + a'''^2 = 27;$$

ferner

$$b = -1, \; b' = -2, \; b'' = 1, \; b''' = 3;$$

also

$$b^2 + b'^2 + b''^2 + b'''^2 = 15$$

und

$$ab + a'b' + a''b'' + a'''b''' = 6.$$

In den gegebenen Gleichungen sind die Factoren von z:

$$c = 2, \quad c' = -5, \quad c'' = 4, \quad c''' = 3;$$

also

$$\begin{aligned} c^2 + c'^2 + c''^2 + c'''^2 &= 54 \\ ac + a'c' + a''c'' + a'''c''' &= 0 \\ bc + b'c' + b''c'' + b'''c''' &= 1; \end{aligned}$$

und endlich

$$d = -3, \; d' = -5, \; d'' = -21, \; d''' = -14;$$

also

$$\begin{aligned} ad + a'd' + a''d'' + a'''d''' &= -88 \\ bd + b'd' + b''d'' + b'''d''' &= -70 \\ cd + c'd' + c''d'' + c'''d''' &= -107. \end{aligned}$$

Die drei Gleichungen (2), (3) und (4) werden demnach:

$$\begin{aligned} 27x + 6y - 88 &= 0 \\ 6x + 15y + z - 70 &= 0 \\ y + 54z - 107 &= 0, \end{aligned}$$

aus welchen man

$$\begin{aligned} x &= 2{,}470 \\ y &= 3{,}551 \\ z &= 1{,}916 \end{aligned}$$

als diejenigen Werthe der drei Unbekannten erhält, welche sich den gegebenen vier Gleichungen am besten anschließen.

Im Falle es sich nur um eine unbekannte Größe x handelt, lassen sich die ursprünglich gegebenen Gleichungen sämmtlich auf die Form

$$\begin{aligned} x &= c \\ x &= c' \\ x &= c'' \end{aligned}$$

bringen. Es ist in diesem Falle $a = 1$, $b = 0$ und danach reduciren sich die Bedingungsgleichungen (10) und (11) Seite 290 auf

$$(1 + 1 + 1 + \text{2c.})\, x = c + c' + c'' + \text{2c.} \quad . \quad . \quad . \quad (A)$$

Bezeichnen wir mit n die Zahl der gegebenen Gleichungen, so erhalten wir statt der Gleichung (A) die folgende:

$$n x = c + c' + c'' + \text{2c.}$$

oder

$$x = \frac{c + c' + c'' + \text{2c.}}{n},$$

d. h. der wahrscheinlichste Werth für x wird gefunden, wenn man die Summe aller einzelnen Werthe von x durch die Anzahl dieser Werthe dividirt, oder mit anderen Worten, wenn man aus den für x gegebenen Werthen das arithmetische Mittel nimmt. Im Falle es sich also nur um eine Unbekannte handelt, führt die Methode der kleinsten Quadrate zu keinem andern Resultate, als das in §. 125 besprochene Verfahren.

Der mittlere Fehler. So lange man für eine Größe nur eine einzige Bestimmung gemacht hat, sei es nun durch directe Messung oder durch Rechnung aus so viel Daten, als eben hinreichen, einen Werth für die gesuchte Größe zu finden, hat man durchaus keinen Anhaltspunkt, um über den Grad der Genauigkeit zu urtheilen, welchen wir der fraglichen Bestimmung beilegen dürfen. Erst durch Wiederholung der Messung, welche mehrere Werthe für dieselbe Größe liefern, durch Vervielfältigung der Versuche, wodurch man überschüssige Gleichungen erhält, ist es möglich, die Gränzen auszumitteln, innerhalb welcher die Fehler liegen, und die Größe des mittleren Fehlers zu bestimmen. §. 130.

Nehmen wir an, man habe für irgend eine zu bestimmende Größe x verschiedene Zahlenwerthe erhalten, die wir mit a, a', a'', a''' u. s. w. bezeichnen wollen, für den wahrscheinlichsten Mittelwerth dieser Größe aber nach einer der oben besprochenen Methoden den Werth b erhalten, so sind:

$$a - b = f$$
$$a' - b = f'$$
$$a'' - b = f''$$
$$a''' - b = f'''$$
$$\text{2c.}$$

die Abweichungen der aus den einzelnen Messungen oder Versuchen abgeleiteten Werthe der Größe x von ihrem Mittelwerth, und diese Differenzen f, f', f'', f''' 2c. wollen wir als die Fehler der einzelnen Bestimmungen bezeichnen. Den mittleren Fehler der ganzen Beobachtungsreihe erhält man aber, wenn man aus der Summe aller f das arithmetische Mittel nimmt, wobei jedoch noch zu bemerken ist, daß nur der absolute Werth der Fehler f in Betracht kommt und die Verschiedenheit der Vorzeichen unberücksichtigt bleiben

muß. In diesem Sinne erhalten wir also für den mittleren Fehler den Werth:

$$\frac{f + f' + f'' + f'''}{n},$$

wenn n die Anzahl der einzelnen Werthe von f ist, welche man addirt hat.

Für die in §. 125 besprochene Bestimmung der Zenithdistanz des Polarsterns erhalten wir folgende Werthe für die einzelnen Fehler:

$$19{,}5 - 27{,}7 = - 8{,}2''$$
$$22{,}0 - 27{,}7 = - 7{,}7$$
$$30{,}0 - 27{,}7 = + 2{,}3$$
$$33{,}0 - 27{,}7 = + 5{,}3$$
$$34{,}0 - 27{,}7 = + 6{,}3;$$

in diesem Falle ist also der mittlere Fehler:

$$\frac{8{,}2 + 7{,}7 + 2{,}3 + 5{,}3 + 6{,}3}{5} = \frac{29{,}8}{5} = 5{,}96''.$$

Für die Aequivalente des Kohlenstoffs und des Silbers haben wir in §. 128 nach der Methode der kleinsten Quadrate als wahrscheinlichsten Werth gefunden:

$$z = 75{,}53$$
$$x = 1349{,}44.$$

Setzen wir nun in den Gleichungen (1), (2) und (3) S. 287 $z = 75{,}53$, so ergiebt sich aus der ersten $x = 1349{,}65$, aus der zweiten $x = 1349{,}51$, und aus der dritten $x = 1349{,}25$. Wir haben also in diesem Falle die einzelnen Fehler der Werthe für das Atomgewicht des Silbers:

$$1349{,}65 - 1349{,}44 = 0{,}21$$
$$1349{,}51 - 1349{,}44 = 0{,}07$$
$$1349{,}25 - 1349{,}44 = 0{,}19,$$

woraus sich als mittlerer Fehler

$$\frac{0{,}21 + 0{,}07 + 0{,}19}{3} = 0{,}16$$

ergiebt.

Als weiteres Beispiel wollen wir die Versuche discutiren, aus welchen die Factoren von x in den Gleichungen (1), (2) und (3) Seite 287 abgeleitet wurden.

Fünf Analysen des essigsauren Silberoxyds geben folgende zusammengehörige Werthe von m und s, aus denen sich dann die Werthe von $\frac{m - s}{s}$ ergeben, wie sie in der vorletzten Verticalreihe der folgenden Tabelle eingetragen sind:

	m	s	$\frac{m-s}{s}$	f
1	4,8754	3,1493	0,54809	0,00006
2	7,5900	4,9035	0,54787	0,00016
3	6,4546	4,1699	0,54790	0,00013
4	5,7928	3,7419	0,54809	0,00006
5	4,1016	2,6493	0,54813	0,00015
			Mittel 0,54803	0,00011

Als arithmetisches Mittel ergiebt sich aus diesen fünf Versuchen $\frac{m-s}{s} = 0{,}54803$, und wenn man diesen Mittelwerth von den einzelnen Werthen des Quotienten $\frac{m-s}{s}$ abzieht, so erhält man die einzelnen Fehler, wie sie (ohne Rücksicht auf das Vorzeichen zu nehmen) in der letzten Verticalreihe unter f stehen. Das arithmetische Mittel aller Fehler, oder mit anderen Worten, der mittlere Fehler für diese Versuchsreihe ist demnach:

$$\frac{0{,}00056}{5} = 0{,}00011.$$

Von traubensaurem und weinsaurem Silberoxyd (welche derselben chemischen Formel entsprechen, und welche wir deshalb gleich zusammennehmen wollen) waren zehn Analysen gemacht worden, welche 0,68702 als Mittelwerth für $\frac{m'-s'}{s'}$ und 0,000096 als mittleren Fehler ergeben.

Drei Analysen des apfelsauren Silberoxyds ergeben den mittleren Werth von $\frac{m''-s''}{s''}$ gleich 0,61304 mit dem mittleren Fehler 0,00019.

Das Gewicht einer Beobachtungsreihe. Wir werden im Allgemeinen einer Beobachtungsreihe um so größeres Zutrauen schenken, ihr einen um so größeren Werth, ein um so größeres Gewicht beilegen, je kleiner der mittlere Fehler ist, welcher sich aus derselben ergiebt. Das Gewicht zweier entsprechenden Beobachtungsreihen wird sich demnach wenigstens angenähert umgekehrt verhalten, wie die mittleren Fehler derselben. Bezeichnen wir mit f und f' die mittleren Fehler zweier analoger Beobachtungsreihen, mit p und p' ihre Gewichte, so ist also: §. 131.

$$p : p' = f' : f$$

und daraus

$$p' = p\,\frac{f}{f'}.$$

Setzen wir $p = 1$, so ergiebt sich:

$$p' = \frac{f}{f'}.$$

Wenden wir dies auf das letzte Beispiel des vorigen Paragraphen an, um das Gewicht der aus den Analysen des essigsauren, weinsauren und apfelsauren Silberoxyds abgeleiteten Resultate zu vergleichen! Das Gewicht der Analysen des apfelsauren Silberoxyds (mittlerer Fehler $f = 0{,}00019$) zur Einheit nehmend, ergiebt sich nach obiger Formel für das Gewicht p' der aus den Analysen des essigsauren Silberoxyds ($f' = 0{,}00011$) gezogenen Resultate:

$$p' = \frac{0{,}00019}{0{,}00011} = \frac{19}{11} = 1{,}7\ldots$$

Für das Gewicht p'' der aus den Analysen des weinsauren Silberoxyds gezogenen Resultate ($f'' = 0{,}000096$) findet man:

$$p'' = \frac{0{,}00019}{0{,}000096} = \frac{190}{96} = 2{,}0\ldots$$

der Werth der aus den Analysen des weinsauren Silberoxyds gezogenen Resultate ist also ungefähr doppelt so hoch, der Werth der aus den Analysen des essigsauren Silberoxyds gezogenen Resultate ist ungefähr 1,7mal so hoch anzuschlagen, als der Werth der Resultate, welchen die Analysen des apfelsauren Silberoxyds geliefert haben.

Als oben Seite 292 nach der Methode der kleinsten Quadrate aus den Gleichungen (1), (2) und (3) Seite 287 die wahrscheinlichsten Werthe für das Aequivalent des Kohlenstoffs und des Silbers berechnet wurden, war stillschweigend angenommen worden, daß die drei Analysenreihen gleich genaue Resultate geliefert haben, daß ihr Gewicht gleich sei, und deshalb wurden auch die drei Gleichungen (1), (2) und (3) ohne weitere Veränderung gebraucht. Nun aber haben wir eben gesehen, daß die drei Versuchsreihen keineswegs gleiches Zutrauen verdienen; wir müssen deshalb auch bei ferneren Combinationen dieser drei Gleichungen derjenigen einen entsprechend bedeutenderen Einfluß gestatten, welche aus der zuverlässigeren Versuchsreihe hervorgegangen ist, und dies geschieht dadurch, daß man jede dieser drei Gleichungen mit dem Gewichte der entsprechenden Versuchsreihe multiplicirt. Statt der drei Gleichungen (1), (2) und (3) Seite 287 erhalten wir demnach die folgenden:

$$(4z - 0{,}54803\,x + 437{,}53)\,1{,}7 = 0$$
$$(4z - 0{,}68702\,x + 625{,}02)\,2 = 0$$
$$4z - 0{,}61304\,x + 525{,}02 = 0$$

oder

$$6{,}8z - 0{,}93165\,x + 743{,}80 = 0$$
$$8z - 1{,}37404\,x + 1250{,}04 = 0$$
$$4z - 0{,}61304\,x + 525{,}02 = 0.$$

Wendet man auf diese drei Gleichungen die Methode der kleinsten Quadrate an, so findet man als diejenigen Werthe von z und x, welche sich diesen drei Gleichungen am besten anschließen, d. h. also als die wahrscheinlichsten Werthe für die Aequivalente des Kohlenstoffs und des Silbers:

$$z = 75{,}46$$
$$x = 1349{,}29.$$

In mathematischen Werken, welche diesen Gegenstand behandeln, wird öfters eine complicirtere Definition des **mittleren Fehlers** und des **Gewichtes** zu Grunde gelegt, welche übrigens zu Resultaten führen, die nur wenig (und zwar um so weniger, je größer die Anzahl der Beobachtungen ist, aus denen das Mittel genommen wird) von denen abweichen, zu welchen man nach obigem Verfahren gelangt. So erhielt **Strecker** nach diesen complicirteren Methoden:

$$z = 75{,}415$$
$$x = 1348{,}79.$$

Gressler & Co., Berlin.

Fabrik und Lager

chemischer, physikalischer, pharmaceutischer, elektrischer, mineralogischer Apparate, Instrumente und Geräthschaften, chemischer Glaswaaren, Chemikalien, Reagentien und Mineralien.

Wir übernehmen die vollständige Einrichtung, resp. Completirung der Laboratorien von Apotheken, Universitäten, Gymnasien, Realschulen, Bergwerks- und Hüttenbetrieben, chemischen Fabriken, sowie für: Physikalische Kabinette, medicinische Heil-Anstalten etc.

Unsere vollständigen Preislisten können direct oder auf Buchhändlerweg gegen ¼ Thlr. Vergütung, bezogen werden. Wiederverkäufern entsprechender Rabatt.

Gressler & Co., Berlin.

Telegraphen-Bauanstalt,

Fabrik galvanischer Batterien und elektromagnetischer Apparate.

Kohlenzink-Batterien aller Constructionen, Kohlencylinder von 16 bis 2 Zoll Höhe, Kohlenrollen, Kohlenplatten, Kohlenspitzen, in grosser Auswahl auf Lager.

Thonzellen vorzüglicher Qualität, rund und viereckig, in 80 verschiedenen Grössen.

Telegraphen-Einrichtungen für Hotels und Fabriken, Morse'sche Schul-Telegraphen (Schreib-Apparate) zum Unterricht für Lehr-Anstalten, Regulatoren zum elektrischen Licht, Inductions- und Rotations-Apparate, Kupferdraht mit Seide besponnen, in 32 Nummern, Galvanometer und alle übrigen galvanischen Apparate.

Vollständige Preislisten werden auf Verlangen eingesandt.
Wiederverkäufern angemessener Rabatt.

Im Verlage von Friedrich Vieweg und Sohn in Braunschweig
ist erschienen:

Siebenstellige gemeine Logarithmen

der Zahlen von 1 bis 108000

und der

Sinus, Cosinus, Tangenten und Cotangenten

aller Winkel des Quadranten von 10 zu 10 Secunden

nebst einer

Interpolationstafel zur Berechnung der Proportionaltheile.

Von

Dr. Ludwig Schrön,

Director der Sternwarte und Professor zu Jena, Mitgliede der Kaiserlich Leopold. Carolin. deutschen Academie der Naturforscher und der gelehrten Gesellschaften zu Breslau, Frankfurt a. M., Halle und Jena.

Stereotyp-Ausgabe. Gesammt-Ausgabe in drei Tafeln. Imperial-Octav.
geh. Preis 1 Thlr. 22½ Sgr.

Um auch einfachere Zwecke mit geringerem Kostenaufwande zu befriedigen, sind aus folgenden Theilen des Werkes für sich verkäufliche Ausgaben gebildet:

die Tafel I mit den Logarithmen der Zahlen, für Solche, welche Tafeln für trigonometrische Rechnungen nicht nöthig haben (Preis 20 Sgr.),

die Tafeln I und II mit den Logarithmen der Zahlen und der trigonometrischen Functionen, für Solche, welche auch für trigonometrische Rechnungen der Interpolationstafel nicht bedürfen (Preis 1 Thlr. 7½ Sgr.),

die Interpolationstafel, Tafel III, für Solche, welche diese Tafel für die erste Ausgabe oder für andere Tafeln anzuwenden wünschen (Preis 15 Sgr.), und

das Gesammtwerk, bestehend aus Tafel I, II und III, für Solche, welche alle Tafeln vollständig besitzen wollen (Preis 1 Thlr. 22½ Sgr.).

Jedem, welcher mit siebenstelligen Logarithmen zu rechnen veranlasst ist, dürften diese Tafeln willkommen sein, da sie in mehrfacher Hinsicht wesentliche Fortschritte enthalten. Während nämlich alle Werke über Logarithmen, welche auf bequemere Weise zugleich schärfere Resultate liefern, einen grösseren Umfang zu haben pflegen, gewähren diese Tafeln, verglichen mit anderen für dieselben Zwecke bestimmten, bei geringerem Umfange eine grössere Genauigkeit und eine bequemere Interpolation, besonders in dem schwierigsten Theile derselben, bei den kleinen trigonometrischen Functionen, wo die schriftlichen Hülfsrechnungen ganz vermieden werden.

Durch die unter der letzten Decimalstelle der Logarithmen angebrachten Striche ist die Grenze des Fehlers, welchen das Abschneiden aller folgenden Stellen mit sich bringt, auf die Hälfte vermindert. In Folge dieser Einrichtung gestatten auch die in der Einleitung nachgewiesenen drei Methoden für die Vereinigung der Proportionaltheile mit den Logarithmen einen verschiedenen Gebrauch der Tafeln I. und II. je nach Gewohnheit und Bedürfniss, welcher Vortheil durch die Interpolationstafel (Tafel III.) noch weiter unterstützt wird.

Ferner gewähren diese Tafeln eine bequemere und schärfere Rechnung mit sechsstelligen Logarithmen als die sechsstelligen Tafeln anderer Logarithmenwerke.

Ausserdem zeichnen sich diese Tafeln vor vielen anderen durch Correctheit aus, und wird in dieser Hinsicht bemerkt, dass ihre Aufstellung zur Entdeckung und Vermeidung von 555 (fünfhundert fünfundfunfzig) Fehlern anderer Tafeln (einschliesslich der 31 Fehler in den Zahlen S und T der Callet'schen Tafeln) Veranlassung gegeben hat.

Endlich ist auf die Ausstattung die grösste Sorgfalt verwendet; insbesondere wird sich der Satz durch Ziffern von eigenthümlicher Klarheit und Schärfe, welche bei den lichten Zwischenräumen der Zeilen und Spalten dem Auge vollkommene Ruhe gewähren, sowie der sorgsame Druck auf sehr schönem und starkem Velin-Schreibpapier in bequemem Formate der Zustimmung des Publicums zu erfreuen haben. Kein Logarithmen-Werk irgend einer Nation, der Deutschen, Engländer oder Franzosen etc., dürfte hinsichtlich der Ausstattung und des billigen Preises die Vergleichung mit diesen Tafeln bestehen.

Um die in den Tafeln möglicherweise noch verbliebenen Fehler zu entfernen, sind Preise auf deren Entdeckung ausgesetzt worden.

Das Nähere ist aus der Vorrede und den Einleitungen zu entnehmen, welche der besonderen Beachtung der Leser empfohlen werden.

Für Diejenigen, welche viel mit Logarithmen arbeiten, aber an schwachen Augen leiden, sind eine Anzahl Exemplare auf meergrünem Velinpapier gedruckt, welche Färbung die Augen ausserordentlich schont. Diese Exemplare können für den gleichen Preis wie die auf weissem Papier bezogen werden.

Da wo Mehrere zum Ankaufe einer Anzahl von Exemplaren zusammentreten, für Anstalten etc. ist jede Buchhandlung in den Stand gesetzt auf 6 auf einmal bezogene ein Freiexemplar zu gewähren.

Verzeichniss neuerer Werke

aus dem Verlage von

FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN

in

Braunschweig.

Abich, Dr. H., Geologische Beobachtungen über die vulkanischen Erscheinungen und Bildungen in Unter- und Mittel-Italien. 1. Bd. 1. Liefrg. Auch unter dem Titel: Ueber die Natur und den Zusammenhang der vulkanischen Bildungen. Nebst 3 Karten und 2 lithograph. Tafeln als Atlas. gr. 4., der Atlas in Quer Imp.-Folio. geh. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

——— Erläuternde Abbildungen geologischer Erscheinungen, beobachtet am Vesuv und Aetna, in den Jahren 1833 und 1834. — Auch unter dem Titel: Vues illustratives de phénomènes géologiques, observés sur le Vesuve et l'Aetna, pendant les années 1833 et 1834. (Deutsch und Französisch.) Quer Imp.-Folio. geh. Auf Velinpapier 2 Thlr. 20 Sgr.
Auf chinesischem Papier 3 Thlr.
Colorirt 6 Thlr.

Andriessen, Dr. Adolph, Lehrbuch der unorganischen Chemie für Schulen. Mit 109 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.

Aristofanes, von J. H. Voss, mit erläuternden Anmerkungen von H. Voss. 3 Bde. gr. 8. Preis 5 Thlr. 20 Sgr.

Arnd, Eduard, Geschichte der französischen Revolution von 1789 bis 1799. In sechs Bänden. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 4 Thlr.

Assmann, Prof. Dr. W., Abriss der allgemeinen Geschichte in zusammenhangender Darstellung auf geographischer Grundlage. Ein Leitfaden für mittlere und höhere Lehranstalten. 4te Auflage. gr. 8. Velinpap. geh. Preis 25 Sgr.

Assmann, Prof. Dr. W., Handbuch der allgemeinen Geschichte. Für höhere Lehranstalten und zur Selbstbelehrung für Gebildete. Zwei Bände (4 Theile, jeder zu etwa 20 Bogen). Erschienen ist: Erster Theil. Geschichte des Alterthums. Zweiter Theil. Geschichte des Mittelalters; erste Abtheilung, bis zum Anfange der Kreuzzüge; zweite Abtheilung, das Zeitalter der Kreuzzüge. Vierter Theil. Geschichte der neuesten Zeit. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis jedes Theils und jeder Abtheilung 25 Sgr.

Assmann, Prof. Dr. W., Kleine Weltgeschichte oder Geschichts-Katechismus in Gedächtnissversen zu Assmann's Abriss und Handbuch der allgemeinen Geschichte. Schulausgabe mit Anmerkungen unter dem Texte. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis $7\frac{1}{2}$ Sgr.

——— Dasselbe Werk, Ausgabe in 12. geh. Preis 20 Sgr.

Assmann, Dr. Fr. Wilh., Quellenkunde der vergleichenden Anatomie als Vorläufer einer pragmatischen Geschichte der Zootomie. Für Naturforscher und Anatomen bearbeitet. gr. 8. geh. Preis 2 Thlr.

Bacmeister, Dr. G. F., Handbuch für Sanitäts-Soldaten. Mit 58 in den Text eingedruckten Holzschnitten. 8. geh. Preis 15 Sgr.

de la Beche, Sir Henry, Vorschule der Geologie. Eine Anleitung zur Beobachtung und zum richtigen Verständniss der noch jetzt auf der Erdoberfläche vorgehenden Veränderungen, sowie zum Studium der geolo-

gischen Erscheinungen überhaupt. Frei mit Zusätzen bearbeitet von Dr. E. Dieffenbach. Mit 312 in den Text eingedruckten Illustrationen in Holzstich. In 6 Lieferungen. gr. 8. Fein Velinpap. Geh. Compl. Preis 3 Thlr.

Beauties of the poets of Great Britain, with explanatory notes. Selected and arranged by T. Collins-Banfield. 8. Vol. I. Preis 1 Thlr. 15 Sgr.
Vol. II. Preis 1 Thlr. 10 Sgr.

Beer, Dr. A., Einleitung in die höhere Optik. Mit 212 in den Text eingedruckten Holzschnitten und 2 Tafeln mit 50 Abbildungen in Kupferstich. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 15 Sgr.

Beer, Dr. A., Grundriss des photometrischen Calcüles. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr.

Bergmann, Prof. Dr. Carl, Lehrbuch der Medicina forensis für Juristen. Mit 39 erläuternden Abbildungen in Holzstich. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 15 Sgr.

Bibra, Freiherr Ernst v., Dr. med. et phil., Chemische Fragmente über die Leber und die Galle. 8. Fein Velinpap. geh.
Preis 1 Thlr. 10 Sgr.

Bischoff, Prof. Dr. Th. L. W., Entwickelungsgeschichte des Kaninchen-Eies. Gekrönte Preisschrift, ausgesetzt von der physikalisch-mathematischen Klasse der Königl. Preuss. Akademie der Wissenschaften im Jahre 1840. Mit 16 Steintafeln. gr. 4. Fein Velinpap. geh. Preis 6 Thlr.

Bischoff, Prof. Dr. Th. L. W., Entwickelungsgeschichte des Hunde-Eies. Mit 15 Steintafeln. gr. 4. Fein Velinpap. geh. Preis 5 Thlr.

Bischoff, Prof. Dr. Th. L. W., Ueber Missbildungen nebst einer Einleitung über die Literatur-Geschichte der Entwickelungs-Geschichte. Aus R. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie, Bd. I., besonders abgedruckt. gr. 8. Velinpap. geh. Preis 15 Sgr.

Blasius, Prof. J. H., Fauna der Wirbelthiere Deutschlands und der angrenzenden Länder von Mitteleuropa. Erster Band: Säugethiere. Mit 209 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh.
Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

Blasius, Prof., und Graf A. Keyserling, Die Wirbelthiere Europas. Erstes Buch: Die unterscheidenden Charaktere. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 10 Sgr.

Blum, Wilhelm, Natürliche und künstliche Mineralwasser. Mit 17 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh.
Preis 20 Sgr.

Böcker, Dr. F. W., Ueber eine Ursache des Branntweingenusses, als Anmerkung zu Liebig's Thierchemie Seite 216 und 217, nebst Mitteln zur Beseitigung derselben und gerichtl. medicinische Beurtheilung der in der Trunkenheit verübten gesetzwidrigen Handlungen. gr. 8. geh. Preis 25 Sgr.

Bolley, Prof. Dr. P. A., Der Mist, seine chemische Zusammensetzung, seine Wirkung als Düngmittel und seine Zubereitungsweise. Für deutsche Landwirthe bearbeitet nach dem Plane von J. Girardin's Vorlesungen über diesen Gegenstand, gehalten an der Landwirthschaftsschule zu Rouen. 8. geh. Preis 15 Sgr.

Braun, E., Die Ruinen und Museen Roms. Für Reisende, Künstler und Alterthumsfreunde. 8. geh. Preis 3 Thlr.
Eleg. gebunden Preis 3 Thlr. 10 Sgr.

Braun, E., The ruins and museums of Rome. A guide book for travellers, artists and lovers of antiquity. In engl. Leinen gebunden.
Preis 3 Thlr.

Breislack, Scipio, Lehrbuch der Geologie. Nach der zweiten französischen Ausgabe, mit beständiger Zuziehung der ersten italienischen, übersetzt und mit Anmerkungen begleitet von F. K. v. Strombeck. In 3 Bänden, mit den Kupfern des Originals. Preis 9 Thlr.

Breusing, H., Ein Westfale. 3 Bände. 8. Fein Velinpap. geh.
Preis 3 Thlr. 15 Sgr.

Bruns, Prof. Dr. V., Lehrbuch der allgemeinen Anatomie des Menschen. Nach eigenen Untersuchungen zum Gebrauche bei Vorlesungen, sowie zum Selbstudium für praktische Aerzte und Wundärzte bearbeitet. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr.

Budge, Julius, Ueber die Bewegung der Iris. Für Physiologen und Aerzte. Mit 3 Tafeln Abbildungen und in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 15 Sgr.

Buff, Prof. Dr. H., Zur Physik der Erde. Vorträge für Gebildete über den Einfluss der Schwere und der Wärme auf die Natur der Erde. 8. Fein Velinpap. geh. Peis 1 Thlr. 5 Sgr.

Buff, Prof. Dr. H., **Kopp**, Prof. Dr. H. und **Zamminer**, Prof. Dr. F., Lehrbuch der physikalischen und theoretischen Chemie. Zugleich als erster Band zu Graham-Otto's ausführlichem Lehrbuch der Chemie. Mit 500 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpapier. geh. Preis 4 Thlr. 15 Sgr.

Bunsen, Robert, Gasometrische Methoden. Mit 60 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr.

———, Tabellen zur Berechnung gasometrischer Analysen. Besonderer Abdruck aus „Bunsen's gasometrischen Methoden.“ Zum Gebrauche in den Laboratorien. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 10 Sgr.

Byron, Mazeppa, a Poem. Mit Worterklärung und einer Lebensskizze des Dichters von Dr. H. M. Melford. Zweite verbesserte und vermehrte Auflage. 12. geh. Preis 7½ Sgr.

Callery und Yvan. Der Aufstand in China von seiner Entstehung bis zur Einnahme von Nanking. Aus dem Französischen von Reinhard Otto. Mit einer topographischen Originalkarte und dem Bildnisse des Thronprätendenten. gr. 8. Fein Velinpapier. geh. Preis 1 Thlr.

Celsus, Aulus Cornelius, über die Arzneiwissenschaft, in 8 Büchern, übersetzt und erläutert von Dr. Ed. Scheller. 2 Thle. gr. 8. geh. Preis 3 Thlr.

Ciceronis, M. T., de officüs libri tres. Ad solam priscorum exemplarium fidem recensuit, adiectisque I. M. Heusingeri, et suis adnotat. Explicatores editurus erat I. Fr. Heusinger. Editionem a Conr. Heusingero, Iac. Fr. filio, curatam repetivit suisque animadversionibus auxit Car. Timoth. Zumptius. gr. 8. geh. Preis 3 Thlr. 15 Sgr.

Ciceronis, M. T., de officiis libri tres, cum selectis I. M. et I. F. Heusingerorum suisque notis scholarum in usum iterum edidit C. T. Zumptius. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Cicero's Rede für Sextus Roscius aus Ameria. Mit Einleitung und Commentar von Hofrath u. Prof. Dr. E. Osenbrüggen. 8. geh. Preis 20 Sgr.

Claussen, Chevalier, Der Flachsbau, seine nationale Bedeutung und Vortheile nebst Anweisungen zur Bereitung von Flachsbaumwolle und zur Cultur des Flachses. Aus dem Englischen. gr. 8. Fein Velinpap. geh. (Siehe auch Ryan.) Preis 10 Sgr.

Corvinus, J., Ein Frühling. 8. Fein. Felinp. geh. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.

Curtii Rufi de gestis Alexandri magni regis Macedonum libri qui supersunt octo. Ad fidem codicum manuscriptorum et olim adhibitorum et recens collatorum Florentinorum et Bernensium recensuit et commentario instruxit Car. Timoth. Zumptius. Accedit tabula geographica expeditionum regis Alexandri. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 4 Thlr.

Curtii Rufi, Ausgabe zum Schulgebrauch mit einem deutschen erklärenden Commentar von C. G. Zumpt. Nebst einer Karte von den Zügen Alexanders des Grossen. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr.

Darvin, Charles, Naturwissenschaftliche Reisen nach den Inseln des grünen Vorgebirges, Südamerika, dem Feuerlande, den Falkland-Inseln,

Chiloe-Inseln, Galapagos-Inseln, Otaheiti, Neuholland, Neuseeland, Van Diemen's Land, Keeling-Inseln, Mauritius, St. Helena, den Azoren etc. Deutsch und mit Anmerkungen von Ernst Dieffenbach, Dr. med. 2 Thle. Mit 1 Karte (in Folio) und Holzschnitten. gr. 8. geh. Preis 3 Thlr. 10 Sgr.

Dienger, Prof. Dr. J., Ausgleichung der Beobachtungsfehler nach der Methode der kleinsten Quadratsummen. Mit zahlreichen Anwendungen, namentlich auf geodätische Messungen. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 5 Sgr.

Dienger, Prof. Dr. J., Abbildung krummer Oberflächen auf einander und Anwendung derselben auf höhere Geodäsie. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Dommerich, E., Sollen wir Milchvieh züchten oder kaufen? Ein Beitrag zur Rindviehzucht. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis $7\frac{1}{2}$ Sgr.

Duhamel, Lehrbuch der reinen Mechanik. Deutsch bearbeitet für Universitäten, polytechnische und Kriegsschulen, sowie zum Selbstunterrichte von Dr. Wilh. Wagner. Zwei Theile in einem Bande nebst Zusätzen nach der zweiten Auflage des Originals. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr.

Duhamel, Lehrbuch der Differential- und Integral-Rechnung mit vielen analytischen und geometrischen Anwendungen. Deutsch von Dr. Wilh. Wagner. In zwei Theilen. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr.

Ecker, Prof. Dr. Alex., Der feinere Bau der Nebennieren beim Menschen und den vier Wirbelthierclassen. Mit 2 Steintafeln. gr. 4. geh. Preis 2 Thlr.

Ellerbrock, Ignatz Joseph, Die holländische Rindviehzucht und Milchwirthschaft, die Zucht, Veredlung und Pflege des Rindviehes, Mastung der Kälber, Melken und Behandlung der Milch; die Bereitung der Butter und der verschiedenen Sorten des berühmten holländischen Käses für den Haus- und Handelsbedarf umfassend. Aus der Praxis beschrieben. Mit 71 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr.

Engelhardt, J. D. W. E., Sammlung von Erfahrungen, wie bürgerliche Wohngebäude dauerhaft zu construiren, bequem einzurichten, verständig zu verzieren und wohlfeil aufzuführen, sowie zu erhalten sind. Ein Hülfsbuch für Alle, die solche Gebäude aufführen, erwerben oder verbessern wollen. gr. 8. geh. Preis 1 Thlr. 10 Sgr.

Erläuternde Beispiele zur Unterrichtsmethode des königl. preussischen General-Lieutenants Grafen Waldersee in der kriegsmässigen Ausbildung der Infanterie für das zerstreute Gefecht, mit besonderer Bezugnahme auf die Vorschriften des Exercir-Reglements für die kaiserl. königl. österreichische Linien- und Gränz-Infanterie von M. v. D. Mit fünf Plänen. In engl. Leinen gebunden. Preis 1 Thlr.

Euripides, der Cyklop. Ein Satyrspiel. Deutsch in den Versmaassen der Urschrift von Adolph Schöll. kl. 8. geh. Preis 10 Sgr.

Falke, Dr. J. E. L., Compendium der Veterinär-Jurisprudenz. Ein Leitfaden bei Vorlesungen und zum Handgebrauche für Regierungs- und richterliche Beamte, Advokaten und Gerichtsthierärzte. gr. 8. geh. Preis 25 Sgr.

Feuerbach, Anselm, Nachgelassene Schriften. In 4 Bänden. Mit dem Portrait des Verfassers und 2 Tafeln Abbildungen. 8. Fein Velinpap. geh. Preis complet $4\frac{2}{3}$ Thlr.

Erster Band: Leben, Briefe und Gedichte von Anselm Feuerbach. Herausgegeben von Henriette Feuerbach. Mit dem Portrait des Verfassers. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 5 Sgr.

Zweiter und dritter Band: Geschichte der griechischen Plastik. Von Anselm Feuerbach. Herausgegeben von Hermann Hettner. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 10 Sgr.

Vierter Band: Kunstgeschichtliche Abhandlungen. Von Anselm Feuerbach. Herausgegeben von Hermann Hettner. Mit 2 Abbildungen. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 5 Sgr.

Fick, Prof. Dr. **Adolph**, Die medizinische Physik. Zugleich als Supplementband für Mediziner zu sämmtlichen Auflagen von Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. In sechs Lieferungen. Preis compl. 3 Thlr.

Fischer, J. G., Naturgeschichtliches Lesebuch für Schule und Haus, oder anschauliche leichtfassliche Belehrungen über die vornehmsten Gegenstände aus dem Thier-, Pflanzen- und Mineralreiche. Mit 66 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Zweite Auflage. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Fliedner, Dr. C., Aufgaben aus der Physik nebst ihren Auflösungen und einem Anhange, physikalische Tabellen enthaltend. Zum Gebrauche für Lehrer und Schüler in höheren Unterrichtsanstalten und besonders zum Selbstunterrichte. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. Zweite verbesserte und vermehrte Auflage. gr. 8. geh.

Erste Abtheilung: Die Aufgaben und physikalischen Tabellen enthaltend. Preis 15 Sgr.

Zweite Abtheilung: Die Auflösungen enthaltend. Preis 20 Sgr.

Frerichs, Prof. Dr. **Fried. Theod.**, Die Bright'sche Nierenkrankheit und deren Behandlung. Eine Monographie. Mit einer Kupfertafel. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.

Frerichs, Prof. Dr. **Fried. Theod.**, Klinik der Leberkrankheiten. Erster Band. Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzschnitten. — Auch unter dem Titel: Die medicinische Klinik. Erster Band. — Zweite Auflage. Royal-8. Satin. Velinpapier. geh. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

——— Atlas zu Frerichs' Klinik der Leberkrankheiten. Erstes Heft, enthaltend 12 sorgfältig colorirte Tafeln in Stahlstich. Zweite Auflage. Royal-Quart. geh. Preis 5 Thlr.

Fresenius, Prof. Dr. C. R., Anleitung zur quantitativen chemischen Analyse, oder die Lehre von der Gewichtsbestimmung und Scheidung der in der Pharmacie, den Künsten, Gewerben und der Landwirthschaft häufiger vorkommenden Körper in einfachen und zusammengesetzten Verbindungen. Für Anfänger und Geübtere bearbeitet. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. Vierte sehr vermehrte und verbesserte Auflage. gr. 8. geh. Preis 4 Thlr. 10 Sgr.

Fresenius, Prof. Dr. C. R., Anleitung zur qualitativen chemischen Analyse, oder die Lehre von den Operationen, von den Reagentien und von dem Verhalten der bekannteren Körper zu Reagentien, sowie systematisches Verfahren zur Auffindung der in der Pharmacie, den Künsten, Gewerben und der Landwirthschaft häufiger vorkommenden Körper in einfachen und zusammengesetzten Verbindungen. Für Anfänger und Geübtere bearbeitet. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten und einem Vorwort von Justus v. Liebig. Zehnte verbesserte Auflage. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 25 Sgr.

Fresenius, Prof. Dr. C. R., Lehrbuch der Chemie für Landwirthe, Forstmänner und Cameralisten, zum Gebrauche bei Vorlesungen und zum Selbstunterrichte. Mit zahlreichen Abbildungen in Holzstich. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

Frey, Dr. **Heinr.**, und Dr. **Rud. Leuckart**, Beiträge zur Kenntniss wirbelloser Thiere, mit besonderer Berücksichtigung der Fauna des norddeutschen Meeres. Mit 2 Kupfertafeln. gr. 4. Fein Velinpap. geh. Preis 4 Thlr.

Frick, Prof. Dr. J., Physikalische Technik oder Anleitung zur Anstellung von physikalischen Versuchen und zur Herstellung von physikalischen Apparaten mit möglichst einfachen Mitteln. Zweite vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 810 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 15 Sgr.

Frick, Prof. Dr. J., Die Feuerspritze. Anleitung zu deren Bau, Berechnung, Behandlung und Prüfung, für Spritzenfabrikanten, Spritzenmeister,

Polizei- und Gemeindebeamte, Löschvereine und Feuerversicherungsgesellschaften. Mit 263 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

Fries, Dr. K. F. E., Lehrbuch des Wiesenbaues. Für Landwirthe, Forstmänner, Cameralisten und Techniker. Zum Gebrauche bei Vorlesungen und zum Selbstunterrichte. Mit 207 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr.

Fries, Geh. Hofr. Prof. Dr. J. Fr., Versuch einer Kritik der Principien der Wahrscheinlichkeits-Rechnung gr. 8. geh. Preis 1 Thlr. 10 Sgr.

Für den Friedhof der evangelischen Gemeinde in Gratz in Steiermark. Erzählungen, vermischte Aufsätze und Gedichte von Einhundertsechsundzwanzig deutschen Gelehrten, Schriftstellern und Dichtern diesem Zwecke gewidmet. Mit einer musikalischen Beilage von G. Meyerbeer. 8. geh. Preis 2 Thlr.

Fürst zu Salm-Horstmar, Versuche und Resultate über die Nahrung der Pflanzen. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 10 Sgr.

Fürstenberg, S., Anleitung zum Unterricht im Freihandzeichnen mit Rücksicht auf die Methode der Brüder Ferdinand und Alexandre Dupuis nebst einem Anhange: „Vorschule der Perspective". Mit 30 in den Text eingedruckten Figuren und 2 Tafeln. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 25 Sgr.

——— , Vorschule der Perspective für den Schul- und Selbstunterricht. Mit 28 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 10 Sgr.

Gentele, J. G., Lehrbuch der Farbenfabrikation. Anweisung zur Darstellung, Untersuchung und Verwendung aller im Handel vorkommenden Malerfarben, zum Gebrauche für Farbenfabrikanten, Chemiker, Techniker, Kaufleute, Maler und Consumenten dieser Artikel. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh.

Gilly, D., Handbuch der Landbaukunst, vorzüglich in Rücksicht auf die Construction der Wohn und Wirthschaftsgebäude, für angehende Baumeister und Oekonomen. 4te sehr vermehrte Aufl., besorgt von F. Triest. 1r Thl. mit schwarzen Kupf. gr. 8. Preis 3 Thlr. Mit illumin. Kupf. 4 Thlr.

Goethe's Hermann und Dorothea. Neue Miniatur-Ausgabe. Mit einem Stahlstich nach L. Richter. Gebunden mit Goldschnitt. Preis 25 Sgr.
Dasselbe Werk. Neue Ausgabe mit einem Titelbilde in Holzschnitt. Cartonn. Preis 20 Sgr.

Gorup-Besanez, Prof. Dr. E. F. von, Lehrbuch der Chemie für den Unterricht auf Universitäten und mit besonderer Berücksichtigung des Standpunktes studirender Mediciner. In drei Bänden. gr. 8. Fein Velinpap. geh.
Erster Band: Anorganische Chemie. Mit 150 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Preis 2 Thlr. 10 Sgr.
Zweiter Band: Organische Chemie. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

Gottlieb, D. J., Lehrbuch der reinen und technischen Chemie. Zum Gebrauche an Real- und Gewerbeschulen, Lyceen, Gymnasien etc. und zum Selbstunterricht. Zweite verbesserte Auflage. Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr.

Grisebachii, Dr. med. et Prof. A., Spicilegium florae rumelicae et bithynicae exhibens synopsin plantarum quas aest. 1838 legit. 2 Bände. gr. 8. Velinpap. Preis 8 Thlr.

Groth, K., Quickborn. Volksleben in plattdeutschen Gedichten Ditmarscher Mundart. Ins Hochdeutsche übertragen von F. A. Hoffmann. geh. Preis 1 Thlr.

Groth, K., Verteln. Plattdeutsche Erzählungen. Ins Hochdeutsche übertragen von R. Otto. Cartonnirt. Preis 20 Sgr.

Grützner, August, Die Augustin'sche Silberextraction in ihrer Anwendung auf Hüttenproducte und Erze. Mit 4 Kupfertafeln in gross Folio. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr.

Habich, G. E., Die mineralische Düngung, als Grundlage des rationellen Ackerbaues. Den in Cleve versammelten deutschen Landwirthen gewidmet. 8. Velinpap. geh. Preis 10 Sgr.

Hagen, Dr. F. W., Psychologische Untersuchungen. Studien im Gebiete der physiologischen Psychologie. gr. 8. Preis 15 Sgr.

Hamm, Dr. Wilhelm, Die Grundzüge der Landwirthschaft. Ein Lehrbuch für den Selbstunterricht und zum Gebrauch in landwirthschaftlichen Lehranstalten. Nach Girardin und Du Breuil's Cours élémentaire d'agriculture selbständig bearbeitet. Zwei Bände. Mit 1334 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis complet 8 Thlr.

Hamm, Dr. Wilh., Die landwirthschaftlichen Geräthe und Maschinen Englands. Mit besonderer Berücksichtigung der landwirthschaftlichen Mechanik und einer Uebersicht der Verhältnisse der englischen Agricultur. Zweite gänzlich umgearbeitete und bedeutend vermehrte Auflage. Mit 711 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 5 Thlr.

Handwörterbuch der reinen und angewandten Chemie. Begründet von Dr. J. v. Liebig, Dr. J. C. Poggendorff und Dr. Fr. Wöhler. Erster und zweiter Band. Zweite Auflage, die Buchstaben A bis E enthaltend, bearbeitet in Verbindung mit mehren Gelehrten. Redigirt von Dr. Herm. v. Fehling. In Lieferungen von 8 Bogen. Erschienen ist: Erster Band complet (in 8 Liefrgn.); zweiten Bandes 1. Abtheilung (Liefrg. 1 — 9); zweiten Bandes 2. Abtheilung, Lieferung 1 — 5. (Lieferung 6 befindet sich unter der Presse).

Desselben Werkes dritter bis sechster Band. Erste Auflage. Die Buchstaben F bis S enthaltend. In 25 Lieferungen. Redigirt von Dr. Hermann Kolbe. Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh.

Desselben Werkes siebenter Band, redigirt von Dr. Herm. v. Fehling und Dr. H. Kolbe, Lieferung 1 bis 5. Preis jeder Lieferung 20 Sgr. (Des siebenten Bandes 6. bis 8. Lieferung befindet sich unter der Presse).

Handwörterbuch der Physiologie, mit Rücksicht auf physiologische Pathologie, in Verbindung mit mehren Gelehrten herausgegeben von Dr. R. Wagner. Mit Kupfern und in den Text eingedruckten Holzschnitten. Vier Bände, wovon der dritte in zwei Abtheilungen, 278 Bogen grösstes Octav enthaltend. Ausgegeben in 28 Lieferungen. Preis jeder Lieferung 1 Thlr.

Harless, Prof. Dr. Emil, Populäre Vorlesungen aus dem Gebiete der Physiologie und Psychologie. Mit 103 in den Text eingedruckten Holzschnitten. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.

Hartig, Prof. Dr. Th., Ueber das Verhältniss des Brennwerthes verschiedener Holz- und Torf-Arten für Zimmerheizung und auf dem Kochheerde. Ein Hülfsbuch für Alle, denen daran gelegen ist, ihren Feuerungsbedarf in mindest kostspieliger Weise zu befriedigen, je nach Verschiedenheit des Zweckes der Verwendung. 8. Velinpap. geh. Preis 25 Sgr.

Hartig, Prof. Dr. Th., Neue Theorie der Befruchtung der Pflanzen. Gegründet auf vergleichende Untersuchungen der wesentlichsten Verschiedenheiten im Baue der weiblichen Geschlechtstheile. Mit 1 Stahlstiche. gr. 4. geh. Preis 1 Thlr. 10 Sgr.

Harting, Prof. P., Das Mikroskop. Theorie, Gebrauch, Geschichte und gegenwärtiger Zustand desselben. Deutsche Originalausgabe, vom Verfasser revidirt und vervollständigt. Aus dem Holländischen übertragen von Dr. Fr. Wilh. Theile. Mit 410 in den Text eingedruckten Holzschnitten und einer Tafel in Farbendruck. gr. 8. Satin. Velinpap. geh. Preis 5 Thlr.

Harting, Prof. P., Die gebräuchlichsten mikrometrischen Maasse in Decimalbrüchen und in gemeinen Brüchen. Für praktische Mikroskopiker. Separatabdruck aus Harting's Werke über das Mikroskop. gr. 8. geh. Preis 10 Sgr.

Heidler, Med.-Rath Dr. Carl Jos., Die Nervenkraft im Sinne der Wissenschaft, gegenüber dem Blutleben in der Natur. Rudiment einer naturgemässen Physiologie, Pathologie und Therapie des Nervensystems. gr. 8. geh. Preis 2 Thlr.

Heidler, Med.-Rath Dr. Carl Jos., Die Erschütterung als Diagnosticum und als Heilmittel. Ein praktischer Beitrag zur physikalischen Seite der Pathologie und Therapie. Erste Hälfte. gr. 8. geh. Preis 1 Thlr.

Heinemann, H. v., Die Schmetterlinge Deutschlands und der Schweiz. Erste Abtheilung: die Grossschmetterlinge. gr. 8. Fein Velinpapier. geh. Preis 3 Thlr. 15 Sgr.

——— Tabellen zur Bestimmung der Schmetterlinge Deutschlands und der Schweiz. Separatabdruck aus v. Heinemann's Werke über die Schmetterlinge Deutschlands und der Schweiz. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Heinen, Dr. Franz, Ueber einige Rotations-Apparate, insbesondere den Fessel'schen. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Hellmuth, J. H., Volks-Naturlehre. Sechszehnte sehr vermehrte Auflage. Nach dem Tode des Verfassers zum neunten Male bearbeitet von J. G. Fischer. Auch unter dem Titel: Elementar-Naturlehre für Lehrer an Seminarien und gehobenen Volksschulen, wie auch zum Schul- und Selbstunterrichte methodisch bearbeitet. 26 Bogen Druck-Velinpap. Mit 294 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. geh. Preis 1 Thlr.

Henle, Prof. Dr. J., Handbuch der systematischen Anatomie des Menschen. In drei Bänden. Erster Band. g. 8. Sat. Velinpap. geh. Erste Abtheilung: Knochenlehre. Mit 290 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Preis 1 Thlr. 15 Sgr. Zweite Abtheilung: Bänderlehre. Mit 161 mehrfarbigen in den Text eingedruckten Holzschnitten. Preis 1 Thlr. 10 Sgr. Dritte Abtheilung: Muskellehre. Mit 159 mehrfarbigen in den Text eingedruckten Holzschnitten. Preis 2 Thlr. 10 Sgr.

Henle, Prof. Dr. J., Handbuch der Knochenlehre des Menschen. Mit 290 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Sat. Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 15 Sgr.

Henle, Prof. Dr. J., Handbuch der Bänderlehre des Menschen. Mit 161 mehrfarbigen in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Satin. Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 10 Sgr.

Henle, Prof. Dr. J., Handbuch der Muskellehre des Menschen. Mit 159 mehrfarbigen in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Satin. Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 10 Sgr.

Henle, Prof. Dr. J., Handbuch der rationellen Pathologie. Erster Band. Einleitung und allgemeiner Theil. Dritte Auflage. Zweiter Band: Specieller Theil (in zwei Abtheilungen, erste Abtheilung in zweiter Auflage.) gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 9 Thlr. 15 Sgr.

Hermes, Dr. Karl Heinr., Die Entdeckung von Amerika durch die Isländer im 10. und 11. Jahrhundert. Mit 1 Kupfertafel. gr. 8. geh. Preis 25 Sgr.

Hettner, Hermann, Die romantische Schule in ihrem inneren Zusammenhange mit Göthe und Schiller. 8. geh. Preis 1 Thlr.

Hettner, Hermann, Das moderne Drama. Aesthetische Untersuchungen. 8. geh. Preis 1 Thlr. 5 Sgr.

Hettner, Hermann, Griechische Reiseskizzen. Mit 4 Tafeln Abbildungen. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.

Hettner, Hermann, Literaturgeschichte des achtzehnten Jahrhunderts. In drei Theilen. Erster Theil. Die englische Literatur von 1660 bis 1770. gr. 8. geh. Preis 2 Thlr. 20 Sgr. Gebunden 3 Thlr.
Zweiter Theil: Die französische Literatur im achtzehnten Jahrhundert. gr. 8. geh. Preis 2 Thlr. 20 Sgr. Gebunden 3 Thlr.

Hildebrand, G. F., Handbuch der Anatomie des Menschen. 4te stark vermehrte und verbesserte Auflage, besorgt vom Prof. C. H. Weber. 4 Bde. gr. 8. Preis 11 Thlr.
1. Band: Allgemeine Anatomie, mit 2 Kupfern. Preis 3 Thlr.
2. Band: Beschreibung des Knochensystems, des Muskelsystems und der Haut. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.
3. Band: Das Gefäss- und Nervensystem. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.
4. Band: Die Eingeweidelehre und Entwickelungsgeschichte des Menschen. Preis 3 Thlr. 20 Sgr.

Hoffmeister, W., Die bis jetzt bekannten Arten aus der Familie der Regenwürmer. Als Grundlage zu einer Monographie dieser Familie. Mit Zeichnungen nach dem Leben von A. Hoffmeister. gr. 4. Velinpap. geh. Preis 2 Thlr.

Hutchinson, John, Von der Capacität der Lungen und von den Athmungs-Functionen, mit Hinblick auf die Begründung einer genauen und leichten Methode, Krankheiten der Lungen durch das Spirometer zu entdecken. Aus dem Englischen übersetzt und mit Anmerkungen versehen von Dr. Samosch. Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 25 Sgr.

Ingerslev, Dr. C. F., Lateinisch-deutsches Schul-Wörterbuch. Lexikon-Octav. Zweite Auflage. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 25 Sgr.

Ingerslev, Dr. C. F., Deutsch-lateinisches Schul-Wörterbuch. Lexikon-Octav. Zweite Auflage. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 15 Sgr.

Jones, M. H. B., Ueber Gries, Gicht und Stein. Zunächst eine Anwendung von Liebig's Thier-Chemie auf die Verhütung und Behandlung dieser Krankheiten. Deutsch bearbeitet und mit Noten von Dr. Herm. Hoffmann. gr. 8. Velinpap. geh. Preis 25 Sgr.

Justini historiae Philippicae. Zum Gebrauch für die Schüler der mittleren Gymnasialklassen bearbeitet von Dr. G. H. Th. Hartwig. Erste Abtheilung. Liber I—XII. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 10 Sgr.

Juvenalis, D. Junius, Sechste Satire. Mit Einleitung und Uebersetzung von Eduard Casp. Jac. von Siebold. gr. 8. geh. Preis 15 Sgr.

Keller, Gottfr., Der grüne Heinrich, Roman in 4 Bänden. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 5 Thlr.

Keller, Gottfr., Die Leute von Seldwyla. Erzählungen. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr.

Keller, Gottfr., Neuere Gedichte. Zweite Auflage. geh. Preis 1 Thlr. 5 Sgr., gebunden mit Goldschnitt 1 Thlr. 15 Sgr.

Kellner, C., Das orthoskopische Ocular, eine neu erfundene achromatische Linsencombination, welche dem astronomischen Fernrohr, mit Einschluss des dialytischen Rohrs, und dem Mikroskop bei einem sehr grossen Gesichtsfeld ein vollkommen ungekrümmtes, perspectivisch richtiges, seiner ganzen Ausdehnung nach scharfes Bild ertheilt, sowie auch den blauen Rand des Gesichtsraumes aufhebt; zugleich als Anleitung zur Kenntniss aller Umstände, welche zu einer massgebenden Beurtheilung und richtigen Behandlungsart der optischen Instrumente, insbesondere des Fernrohrs, durchaus nöthig sind. Nebst einem Anhang: Zur Kenntniss und genauen Prüfung der Libellen oder Niveaus, von M. Hensoldt. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 15 Sgr.

Kerner, Justinus, Das Bilderbuch aus meiner Knabenzeit. Erinnerungen aus den Jahren 1786 bis 1804. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr.

Kitz, J. G., Methodisches Lehr- und Lesebuch zur gründlichen Einführung in die französische Sprache. Umfassend Grammatik, grammatische Uebungen, Lectüre, und praktische Anleitung zum Schreiben und Sprechen. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Knapp, Prof. Dr. F., Die Nahrungsmittel in ihren chemischen und technischen Beziehungen. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr.

Knapp, Prof. Dr. F., Lehrbuch der chemischen Technologie, zum Unterricht und Selbstudium bearbeitet. Mit 462 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Zwei Bände. Zweiter Abdruck. gr. 8. geh. Preis 8 Thlr.

Kolbe, Dr. Hermann, Ausführliches Lehrbuch der organischen Chemie. In zwei Bänden. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. Zugleich als dritter und vierter Band zu Graham-Otto's ausführlichem Lehrbuch der Chemie. Erschienen ist: 1. — 11. Lieferung. Preis jeder Lieferung 15 Sgr.

Kopp, Dr. H., Geschichte der Chemie. In vier Bänden. gr. 8. Preis: 1. Bd. 2 Thlr. 15 Sgr., 2. Bd. 2 Thlr. 15 Sgr., 3. Bd. 2 Thlr., 4. Bd. 2 Thlr. 15 Sgr.

Kopp, Dr. H., Einleitung in die Krystallographie und in die krystallographische Kenntniss der wichtigeren Substanzen. Mit einem Atlas von 21 Kupfertafeln und 7 lithographirten Tafeln, Netze zu Krystallmodellen enthaltend. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 3 Thlr. 20 Sgr.
Preis für den Atlas von 21 Kupfertafeln und 7 lithographirten Tafeln mit Netzen aparte, quer 4. geh. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.
» für die 7 Tafeln, Netze zu Krystallmodellen aparte, quer 4. geh. Preis 10 Sgr.

Küchler, Dr. H., Eine neue operative Heilmethode der sämmtlichen wahren Hornhautstaphylome nebst Untersuchungen über die Form und Bildungsweise dieser Staphylome. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Kurrer, Dr. Wilhelm Heinrich v., Das Bleichen der Leinwand und der leinenen Stoffe in den europäischen Ländern, von dem Standpunkte der Wissenschaft und der praktischen Erfahrungen beleuchtet, in steter Hinweisung auf eigene Beobachtungen, Erfahrungen und Verfahrungsarten, und die verschiedenen Appreturen, mit einem Anhang über den gegenwärtigen Standpunkt und die neuesten Verfahrungsarten in der Kunst, baumwollene Stoffe jeder Gattung auf die schnellste, sicherste und unschädlichste Art, sowohl für den Druck als für den weissen Bedarf vollkommen weiss zu bleichen und zu appretiren. Zweite, durch Nachträge vermehrte Auflage. Mit 5 Kupfertafeln gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr.

Kurrer, Wilhelm Heinrich von, Das neue Verfahren, Leinwand und leinene Stoffe zu bleichen, wie es zu Blaubeuren im Königreich Würtemberg eingeführt ist. Als Supplement zur ersten Auflage der Schrift: Das Bleichen der Leinwand und der leinenen Stoffe in den europäischen Ländern. gr. 8. geh. Preis 15 Sgr.

Lang, Karl Heinrich, Ritter von, Memoiren. Skizzen aus meinem Leben und Wirken, meinen Reisen und meiner Zeit. 2 Theile 8. geh. Preis 4 Thlr.

Leuckart, Dr. Rud., Ueber die Morphologie und die Verwandtschaftsverhältnisse der wirbellosen Thiere. Ein Beitrag zur Charakteristik und Classification der thierischen Formen. 8. Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 10 Sgr.

Lewald, Fanny, Deutsche Lebensbilder. 4 Bändchen. 8. Fein Velinpap. geh. à Bdchn. 7½ Sgr. Preis 1 Thlr.
1. Bändchen: Die Hausgenossen. 2. Bändchen: Das grosse Loos. 3. Bändchen: Kein Haus. 4. Bändchen: die Tante.

Lewald, Fanny, Dünen und Berggeschichten. 2 Bände. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

Lewald, Fanny, England und Schottland. Reisetagebuch. 2 Bände. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 5 Thlr. 20 Sgr.

Lewald, Fanny, Wandlungen. Roman. 4 Bände. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 7 Thlr. 20 Sgr.

Lewald, Fanny, Die Kammerjungfer. Roman. 2 Bände. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 3 Thlr.

Lewald, Fanny, Adele. Roman. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr.

Lewald, Fanny, Liebesbriefe aus dem Leben eines Gefangenen. Roman. 8. geh. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.

Lewald, Fanny, Erinnerungen aus dem Jahre 1848. 2 Bände. 8. geh. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

Liebig, Justus von, Die Chemie in ihrer Anwendung auf Agricultur und Physiologie. Siebente Auflage. gr 8. Fein Velinpap. (Unter der Presse befindlich.)

Liebig, Justus von, Die Thier-Chemie oder die organische Chemie in ihrer Anwendung auf Physiologie und Pathologie. Dritte umgearbeitete und vermehrte Auflage. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Erste Abtheilung. Preis 1 Thlr. 10 Sgr.

Liebig, Justus von, Anleitung zur Analyse organischer Körper. Mit 82 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Zweite umgearbeitete und vermehrte Auflage. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.; in engl. Leinen gebunden 25 Sgr.

Liebig, Justus von, Vollständiger Unterricht über das Verfahren Silber auf nassem Wege zu probiren. Deutsch bearbeitet nach Gay-Lussac. Mit 6 Kupfertafeln in Folio. gr. 8. geh. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.

Liebig, Justus von, Untersuchungen über einige Ursachen der Säftebewegung im thierischen Organismus. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Liebig, Justus von, Die Grundsätze der Agriculturchemie mit Rücksicht auf die in England angestellten Untersuchungen. Zweite, durch einen Nachtrag vermehrte Auflage. gr. 8. Sat. Velinpap. geh. Preis 25 Sgr.

Liebig, Justus von, Herr Dr. Emil Wolff in Hohenheim und die Agricultur-Chemie. Nachtrag zu den „Grundsätzen der Agricultur-Chemie". gr. 8. Sat. Velinpap. geh. Preis 10 Sgr.

Liebig, Justus von, Ueber Theorie und Praxis in der Landwirthschaft. gr. 8. Sat. Velinpap. geh. Preis 25 Sgr.

Liebig, Justus von, Wissenschaftliche Vorträge s. Vorträge etc.

Linke, Baurath G., Der Bau der Dorn'schen Lehmdächer nach eigenen Erfahrungen, mit Rücksicht auf die dabei vorkommenden Holzconstructionen und Kostenberechnungen. Mit 1 Kupfertafel. gr. 8. geh. Preis 20 Sgr.

Linke, Baurath G., Der Bau der flachen Dächer unter Benutzung des Lehms, der Lehmplatten, der verschiedenen Mastic-Compositionen, der Harzplatten, der Pappe, des Asphalts, der künstlichen Erdharze und des Oel-Cements. Mit den dazu gehörigen Holzconstructionen und Kostenberechnungen, und einem Anhange über die Verwendung des Asphalts und einiger künstlichen Bitumen zu Fussböden, Pflasterungen und anderen baulichen Zwecken. Ein Handbuch für Baumeister und Bauherren, nach den neuesten Erfahrungen bearbeitet. Mit 2 grossen Kupfertafeln in Royal-Format, 52 Constructionszeichnungen und andere Gegenstände enthaltend. Zweite Ausgabe der Schrift: »Der Bau der Dorn'schen Lehmdächer.« gr. 8. geh. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.

Löffler, Dr. Karl, Das chinesische Zuckerrohr (Kao-lien). Ein Wundergewächs für Agricultur und Industrie, in seiner Verwendung zur Zucker-, Alkohol-, Farben- und Papierfabrikation etc., sowie als Nahrungs-, Fütterungs- und Düngungsmittel. Nach den neuesten Quellen betrachtet. Mit einer colorirten Abbildung der Pflanze. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Löhr, Math. Jos., Enumeratio der Flora von Deutschland und der angränzenden Länder im ganzen Umfange von Reichenbach's Flora germanica excursoria, vom Mittelländischen Meere bis zur Nord- und Ost-See. Geordnet nach dem natürlichen Systeme von De Candolle und der Reihenfolge von Koch's Synopsis, mit allen Synonymen, Varietäten und Fundorten, unter besonderer Berücksichtigung der Gegenden am Rheine. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr.

Löwig, Prof. Dr. Carl, Chemie der organischen Verbindungen. Zweite umgearbeitete und vermehrte Auflage. 2 Bände. gr. 8. geh. Preis 11 Thlr. 10 Sgr.

Löwig, Prof. Dr. Carl, Grundriss der organischen Chemie. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 10 Sgr.

Lyell, Sir Charles, Zweite Reise nach den Vereinigten Staaten von Nordamerika. Deutsch nach der zweiten Ausgabe des englischen Originals von Ernst Dieffenbach. In zwei Bänden. Mit 14 in den Text eingedruckten Holzschnitten. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

Madvig, Prof. Dr. J. N., Lateinische Sprachlehre für Schulen. Dritte Auflage. gr. 8. Velinpap. geh. Preis 1 Thlr.

Durch die am Ende des Buches hinzugefügte Zusammenstellung der geänderten Paragraphenzahlen ist der Gebrauch der ersten Auflage neben dem der dritten möglich gemacht, und in Berücksichtigung dieses Umstandes dürfte es von Interesse sein und die Einführung des Buches in die Schulen noch mehr erleichtern, dass wir einen Rest Exemplare erster Auflage auf $\frac{1}{3}$ Thlr. im Preise herabsetzen. Ausserdem geben wir von beiden Auflagen auf 6 auf einmal bezogene Exemplare ein Frei-Exemplar.

Madvig-Tischer, Kleinere lateinische Sprachlehre für Schulen. Für die unteren und mittleren Klassen der Gymnasien bearbeitet von Dr. Gustav Tischer, Gymnasiallehrer in Brandenburg. gr. 8. Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Madvig, Prof. Dr. J. N., Bemerkungen über verschiedene Punkte des Systems der lateinischen Sprache und einige Einzelheiten derselben. Als Beilage zu seiner lateinischen Sprachlehre für Schulen. gr. 8. Velinpap. geh. Preis 10 Sgr.

Madvig, Prof. Dr. J. N., Syntax der griechischen Sprache, besonders der attischen Sprachform, für Schulen. gr. 8. geh. Preis 25 Sgr.

Melford, H. M., Englisches Lesebuch, enthaltend eine zweckmässige, zur Beförderung der Fortschritte in dieser Sprache besonders dienliche Sammlung von Lese- und Uebersetzungsstücken, aus den besten neueren englischen Prosaisten und Dichtern gezogen, nach stufenweiser Schwierigkeit geordnet, mit zahlreichen unter dem Texte angebrachten Bedeutungen der Wörter, sowie mit lebensgeschichtlichen Anmerkungen versehen. Mit einem Vorworte von K. F. Ch. Wagner. Vierte vermehrte und verbesserte Auflage. gr. 8. Velinpap. geh. Preis $22\frac{1}{2}$ Sgr.

Melford, Synonymisches Handwörterbuch der Englischen Sprache für die Deutschen. Nach den besten Originalwerken bearbeitet und durch zahlreiche Beispiele aus älteren und neueren Musterwerken erläutert. gr. 8. geh. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

Melford, Vereinfachte Englische Sprachlehre. Erste Studien vor dem Gebrauche der Wagner'schen Neuen Englischen Sprachlehre für die Deutschen. Mit einem Vorworte von Dr. F. K. Ch. Wagner, Geheimen Hofrathe und Professor zu Marburg. 8. geh. Preis $12\frac{1}{2}$ Sgr.

Mémoires de Frédérique Sophie Wilhelmine, Margrave de Bareith, soeur de Frédéric le Grand, depuis l'année 1706 jusqu'à 1742. Ecrits de sa main. Nouv. édit. 2 Vol. gr. 8. 1845. broch. Preis 3 Thlr.

Memoiren von Friederike Sophie Wilhelmine, Markgräfin von Baireuth, Schwester Friedrich's des Grossen, vom Jahre 1706 bis 1742. Von ihr selbst niedergeschrieben. Nach dem französischen Originale übersetzt von Th. Hell. 2 Theile gr. 8. geh. Preis 2 Thlr.

Meyer, F. K., Bellona Orientalis. Zwölf politische Hymnen. Nebst einem Schluss-Hymnus: Bellona Occidentalis. geh. Preis 1 Thlr. 15 Sgr. Gebunden 1 Thlr. 25 Sgr.

Meyer-Altenburg, Dr. C. H., Ein Pfund Stickstoff kaum einen Groschen! Oder F. A. v. Fellenberg-Ziegler's Erfahrungen über die Behandlung und Aufbewahrung des Stalldüngers. 2. Auflage. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 10 Sgr.

Michelet, J., Das Insekt. Naturwissenschaftliche Beobachtungen und Reflexionen über das Wesen und Treiben der Insektenwelt. Mit einem Vorwort von Prof. J. H. Blasius. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 15 Sgr.

Mill, John Stuart, Die inductive Logik. Eine Darlegung der philosophischen Principien wissenschaftlicher Forschung, insbesondere der Naturforschung. Nach dem Englischen bearbeitet von Dr. J. Schiel. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

Mohl, Hugo von, Grundzüge der Anatomie und Physiologie der vegetabilischen Zelle. Aus Rud. Wagner's Handwörterbuche der Physiologie besonders abgedruckt. Mit einer Kupfertafel und 52 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr.

Mohr, Dr. F., Lehrbuch der chemisch-analytischen Titrirmethode. Nach eigenen Versuchen und systematisch dargestellt. Für Chemiker, Aerzte und Pharmaceuten, Berg- und Hüttenmänner, Fabrikanten, Agronomen, Metallurgen, Münzbeamte etc. Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzschnitten und angehängten Berechnungstabellen. In 2 Abtheilungen. gr. 8. Sat. Velinpap. geh. Preis 4 Thlr.

Mohr, Dr. F., Commentar zur preuss. Pharmacopoe nebst Uebersetzung des Textes. Nach der sechsten Auflage der Pharmacopoea Borussica bearbeitet. Zweite vermehrte und verbesserte Auflage. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Zwei Bände. Preis 5 Thlr. 10 Sgr.

Mohr, Dr. F., Lehrbuch der pharmaceutischen Technik. Nach eigenen Erfahrungen bearbeitet. Für Apotheker, Chemiker, chemische Fabrikanten, Aerzte und Medicinalbeamte. Zweite vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 441, darunter 169 neuen, in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 15 Sgr.

Moll, C. L. und F. Reuleaux, Constructionslehre für den Maschinenbau. Zwei Bände. Erster Band, nebst einem Atlas von 35 Tafeln in Imperial-Format und zahlreichen in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Erschienen ist:
Erste bis dritte Lieferung mit 22 Tafeln. Preis 9 Thlr.

Moll, C. L. und F. Reuleaux, Die Festigkeit der Materialien, namentlich des Guss- und Schmiedeeisens. Zunächst für Ingenieure und polytechnische Schulen. Besonderer Abdruck aus der „Constructionslehre für den Maschinenbau". Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 15 Sgr.

Moll-Delaunay, Die reine und angewandte Elementar-Mechanik. Für Gewerbe- und Realschulen, sowie für den Selbstunterricht. Zum Theil auf Grundlage von Delaunay's „Cours élémentaire de Mécanique" bearbeitet. Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzschnitten. Erste Lieferung, enthaltend: Die Statik fester Körper. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Mulder, Prof. G. J., Versuch einer allgemeinen physiologischen Chemie. Mit eigenen Zusätzen des Verfassers für diese deutsche Ausgabe seines Werkes. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Complet in zwei Abtheilungen. Mit 8 colorirten und 10 schwarzen Kupfertafeln. Preis 6 Thlr.

Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik und Meteorologie. Fünfte umgearbeitete und vermehrte Auflage. Zwei Bände, zusammen circa 100 Bogen gr. 8. (mit 1460 in den Text eingedruckten Holzschnitten und 18 zum Theil farbigen Stahlstich-Tafeln) enthaltend. Sat. Velinpap. geh. Preis 7 Thlr. 20 Sgr.

Müller, Prof. Dr. Joh., Supplemente zur ersten Auflage von Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik und Meteorologie. Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Velinpap. geh. Preis 1 Thlr.

———, Desgleichen zur zweiten Auflage etc. etc. gr. 8. Ve-linpap. geh. Preis 15 Sgr.

Müller, Prof. Dr. Joh., Lehrbuch der kosmischen Physik. Zugleich als dritter Band zu sämmtlichen Auflagen von Müller-Pouillet's Lehrbuch der

Physik. Mit 281 in den Text eingedruckten Holzschnitten und einem Atlas, enthaltend 27 Tafeln in Stahlstich. gr. 8. Fein Velinpap. geh.
Preis 3 Thlr. 20 Sgr.

Müller, Prof. Dr. Joh., Grundriss der Physik und Meteorologie. Für Lyceen, Gymnasien, Gewerbe- und Realschulen, sowie zum Selbstunterrichte. Mit 533 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Siebente vermehrte und verbesserte Auflage. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 25 Sgr. In englisch Leinen gebunden Preis 2 Thlr. 5 Sgr.

Müller, Prof. Dr. Joh., Mathematischer Supplementband zum Grundriss der Physik und Meteorologie. Mit 178 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Nebst besonders gedruckten Auflösungen. gr. 8. Fein Velinpap. geh.

Müller, Prof. Dr. Joh., Anfangsgründe der geometrischen Disciplinen für Gymnasien, Real- und Gewerbeschulen, sowie auch zum Selbstunterrichte. gr. 8. Fein Velinpap. geh. In drei Theilen.

Erster Theil: Elemente der ebenen Geometrie und Stereometrie. Zweite verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 141 in den Text eingedruckten Holzschnitten, einer Maassstabstafel und einer Tafel mit vier Transporteuren. Preis 15 Sgr.

Zweiter Theil: Elemente der ebenen und sphärischen Trigonometrie. Zweite verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 25 in den Text eingedruckten Holzschnitten und einer Tafel mit Netzen. Preis 10 Sgr.

Dritter Theil: Elemente der analytischen Geometrie in der Ebene und im Raum. Mit 90 in den Text eingedruckten Holzschnitten und einer Tafel mit Netzen.
Preis 15 Sgr.

Müller, Prof. Dr. Joh., Grundzüge der Krystallographie. Mit 123 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 15 Sgr.

Müller, Prof. Dr. Joh., Bericht über die neuesten Fortschritte der Physik. In ihrem Zusammenhange dargestellt. In zwei Bänden. Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzschnitten. Erster Band complet. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 5 Thlr.

Müller, Dr. Johannes, und Dr. Fr. Herm. Troschel, System der Asteriden. Mit 12 Kupfertafeln. gr. 4. Velinpap. geh. Preis 9 Thlr.

Müller, P., Handbuch für Bierbrauer. Eine wissenschaftlich-praktische Anleitung zum Bierbrauen im ganzen Umfange des Gewerbes. Mit Rücksicht auf die neuesten Erfahrungen und Verbesserungen im Braufache und unter Beifügung der verschiedenen Braumethoden in Baiern und anderen Ländern. Nach den besten Quellen und vieljährigen eigenen Erfahrungen bearbeitet. Mit einem Vorworte von Prof. Dr. Fr. Jul. Otto. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr 10 Sgr.

Müller, Canzler Friedrich von, Erinnerungen aus den Kriegszeiten von 1806 bis 1813. 8. Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.

Nell, Dr. A. M., Der Planetenlauf, eine graphische Darstellung der Bahnen der Planeten, um mit Leichtigkeit ihren jedesmaligen Ort unter den Gestirnen auf eine Reihe von Jahren voraus zu bestimmen. Mit einem Atlas von fünf Tafeln in Stahlstich, Royal-Quart. gr. 8. Satin. Velinpap. geh.
Preis 1 Thlr. 5 Sgr.

Oersted, H. C., Der mechanische Theil der Naturlehre. Mit 248 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh.
Preis 1 Thlr. 15 Sgr.

Oettinger, Prof. Dr. L., Anleitung zu finanziellen, politischen und juridischen Rechnungen. Ein Handbuch für Staatsmänner, Cameralisten, Kaufleute etc. gr. 8. geh. Preis 1 Thlr. 25 Sgr.

Orfila, M., Lehrbuch der Toxicologie. Nach der fünften, umgearbeiteten, verbesserten und vielfach vermehrten Auflage aus dem Französischen mit selbständigen Zusätzen bearbeitet von Dr. G. Krupp. Zwei Bände. gr. 8. Velinpap. geh. Preis 5 Thlr.

Otto-Graham's ausführliches Lehrbuch der Chemie. Dritte umgearbeitete Auflage. 4 Bände. Erster Band: Physikalisches, Allgemeines und Theoretisches der Chemie, von den Professoren Buff,

Kopp und Zamminer in Giessen; zweiter Band (in drei Abtheilungen): Anorganische Chemie, von Prof. Otto in Braunschweig; dritter und vierter Band: Organische Chemie, von Prof. Kolbe in Marburg. In Lieferungen. Erschienen ist: Bd I. complet (in 9 Liefrgn); Bd. II. complet (in 26 Lieferungen); Bd. III. complet (in 11 Lieferungen). Preis jeder Lieferung 15 Sgr.

Otto, Prof. Dr. Fr. Jul., Anleitung zur Ausmittelung der Gifte. Ein Leitfaden bei gerichtlich-chemischen Untersuchungen und in chemischen Laboratorien zur Ausmittelung des Arsens, Kupfers, Bleis, Quecksilbers, Antimons, Zinns, Zinks, der Blausäure, des Phosphors, des Alkohols und Chloroforms, der Alkaloide sowie zur Erkennung der Blutflecken. Für Apotheker, Medicinalbeamte, Juristen, Chemiker und Studirende. Zweite, durch einen Nachtrag vermehrte Auflage. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Otto, Prof. Dr. Fr. Jul., Lehrbuch der rationellen Praxis der landwirthschaftlichen Gewerbe. Die Bierbrauerei und Branntweinbrennerei, die Sprit-, Hefe-, Liqueur-, Essig-, Senf-, Stärke-, Stärkezucker- und Runkelrübenzuckerfabrikation, die Cider- oder Obstmostbereitung, die Kalk-, Gyps- und Ziegelbrennerei, Potaschesiederei, Oelraffinerie, Butter- und Käsebereitung, das Brotbacken und Seifesieden umfassend. Zum Gebrauche bei Vorträgen über die landwirthschaftlichen Gewerbe und zum Selbstunterrichte für Landwirthe, Fabrikanten, Architekten und Ingenieure. Fünfte umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit zahlreichen neu gestochenen in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Zwei Bände in 4 Lieferungen. Preis jeder Lieferung 1 Thlr. 10 Sgr.

Otto, Prof. Dr. Fr. Jul., Lehrbuch der Essigfabrikation, enthal-tend: die Anleitung zur rationellen Bereitung aller Arten von Essig, sowohl nach der älteren langsamen Methode, als auch nach der neueren schnellen Methode; zur Darstellung der Kräuteressige; zur Prüfung des Essigs auf seinen Säuregehalt; zur Anlage von Essigfabriken u. s. w. Für Essigfabrikanten, Kaufleute, Landwirthe, Cameralisten und Techniker. Zweite vermehrte und verbesserte Auflage. Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzschnitten. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 10 Sgr.

Ovid's drei Bücher der Liebe; übersetzt von F. K. von Strom-beck. gr. 8. Preis 20 Sgr.

Ovid's Heilmittel der Liebe; übersetzt von F. K. von Strom-beck. 2 Aufl. gr. 8. Preis 20 Sgr.

Ovid's Kunst zu lieben; übersetzt von F. K. von Strombeck. 8. Preis 22½ Sgr.

Ovid's Verwandlungen, deutsch von J. H. Voss. 2. Auflage, durch-gesehen und mit einem Anhange vermehrt. gr. 8. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

Ovid's fünf Bücher der Trauer; übersetzt von F. K. von Strom-beck. gr. 8. Preis 1 Thlr.

Ovid's Metamorphosen im Auszuge, zum Gebrauch auf Schulen, bearbeitet von A. C. Meinecke. Dritte Auflage, durchgesehen und berichtigt von Dr. F. G. Schneidewin. 8. Preis 15 Sgr.

Pape, Dr. W., Handwörterbuch der griechischen Sprache. In vier Bänden. Lexikon-Octav.

Erster und zweiter Band, jeder von 90 Bogen, griechisch-deutsches Wörterbuch. Zweite überall berichtigte und vermehrte Auflage. Preis 6 Thlr.

Dritter Band von 29 Bogen, die griechischen Eigennamen enthaltend. Zweite überall berichtigte und vermehrte Auflage. Preis 1 Thlr. 10 Sgr.

Vierter Band von 60 Bogen, deutsch-griechisches Wörterbuch. 2. Auflage. Bearbeitet von M. Sengebusch. Preis 3 Thlr.

Piderit, Dr. Theodor, Grundsätze der Mimik und Physiognomik. Mit 78 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Plagge, Dr. M. W., Handbuch der Pharmakodynamik für Aerzte, Wundärzte und Studirende. Nach den neuesten Erfahrungen des In- und Auslandes, wie auch nach eigener dreissigjähriger Erfahrung am Krankenbette kritisch bearbeitet gr. 8. Velinpap. geh. Preis 2 Thlr.

Plagge, Dr. M. W., Arzneiverordnungslehre, kritische, ärztliche und wundärztliche. Nach dem heutigen Standpunkte der Chemie und Medicin und mit besonderer Rücksicht auf Einfachheit und Wohlfeilheit der Verordnungen bearbeitet. 8. Velinpap. geh. Preis 1 Thlr.

Poppleton, G., und J. Bettac, Englische Sprachlehre für Deutsche, mit Beispielen zur Erläuterung und Uebungen zur Anwendung der gegebenen Regeln. Neunte verbesserte und vermehrte Auflage. 8. Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Properz' Elegien, übersetzt und erklärt von F. K. von Strombeck. Zweite sehr vermehrte und verbesserte Ausgabe. gr. 8. Preis 1 Thlr. 15 Sgr.

Pressler, Prof. Max. Rob., Der Messknecht und sein Praktikum. Ein populäres und universelles Mess- und Berechnungs-Brieftascheninstrument und Taschenhandbuch zur vereinfachten und selbständigen Erledigung der im bürgerlichen, technischen und wissenschaftlichen Leben vorkommenden und ohne specifische Hülfsmittel schwer oder gar nicht ausführbaren Arbeiten der gesammten Mathematik. Für Gelehrt und Ungelehrt in allen Gebieten der Praxis, vornehmlich in denen der Staats-, Land- und Forstwirthschaft, des Militär-, Ingenieur-, Maschinen- und Fabrikwesens; Strassen-, Eisenbahn-, Berg-, Hoch- und Wasserbaues u. s. w.; sowie für gewerbliche und humanistische Schulen aller Art. Zweite gänzlich umgearbeitete und bedeutend vervollkommnete Auflage. Mit 483 in den Text eingedruckten Holzschnitten und dem fertigen Messknechts-Instrumente. 8. Velinp. In engl. Leinen geb. 2 Thlr. 15 Sgr.

Pressler, Prof. Max. Rob., Der Messknecht als Mastknecht. Ein einfaches und überraschend sicheres Verfahren, das Lebend- wie das Schlachtgewicht der Thiere, namentlich des Rindviehs, aus dem gemessenen Umfange vollständiger und genauer als nach jeder der bisherigen Band- und Tabellen-Methoden aus der Tafel des landwirthschaftlichen Messknechts nach jedem beliebigen landüblichen Maasse und Gewichte abzuleiten. Für Landwirthe, Viehmaster, Viehhändler, sowie zum Gebrauche für landwirthschaftliche Lehranstalten entworfen und beschrieben. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. 8. Fein Velinpap. cart. Preis 15 Sgr.

Pressler, Prof. Max. Rob., Der Zeitmessknecht oder der Messknecht als Normaluhr. Ein Brieftascheninstrument und Tabellenwerk zur leichten und bequemen Messung der Zeit und Stellung der Uhren nach der Sonne, sowie zur vereinfachten Ausführung mannigfaltiger bürgerlicher, technischer und wissenschaftlicher Messungs- und Rechnungs-Arbeiten. Für Forst- und Landwirthe, Pfarrer, Lehrer, Behörden, Techniker und Geschäftsleute aller Art, namentlich auf dem Lande und in Provinzialstädten. Zugleich als selbständiges Supplement zu dem grösseren und allgemeineren Messknechtswerke: „Der Messknecht und sein Prakticum". Erste Abtheilung: Für Süd- (und Mittel-) Deutschland; zweite Abtheilung: Für Nord- (und Mittel-) Deutschland und alle Länder von gleicher Breitenlage. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten und einem justirten Messknechtsinstrumente und zwei Schattenstiften. 8. Fein Velinpap. In engl. Leinen gebunden. Preis jeder Abtheilung 1 Thlr 5 Sgr.

Prestel, Dr. M. A. F., Das astronomische Diagramm, ein Instrument, mittelst dessen der Stand und Gang einer Uhr, das Azimuth terrestrischer Gegenstände, die Mittagslinie, die Abweichung der Magnetnadel, der Auf- und Untergang der Gestirne bestimmt und andere Aufgaben der astronomischen Geographie und nautischen Astronomie schnell, sicher und bequem ohne Rechnung gelöst werden können. Für Seefahrer, reisende Geographen, Ingenieure, Feldmesser, Uhrmacher etc., sowie für Freunde der praktischen Astronomie. Die Erklärung des Diagramms umfasst zugleich eine genetische Entwicklung der Grundbegriffe der sphärischen Astronomie, die Beschreibung der tragbaren astronomischen Instrumente, eine Anweisung zu den Beobachtungen und zur geographischen Ortsbestimmung, sowie eine Anleitung, die Aufgaben der sphärischen Astronomie auch durch Rechnung zu lösen. Mit 140 in den Text eingedruckten Holzschnitten und dem Instrumente (Diagramm nebst Maassstab) auf zwei Tafeln. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 3 Thlr. 20 Sgr.

Raff, Joachim, Die Wagnerfrage. Erster Theil: Wagner's letzte künstlerische Kundgebung im „Lohengrin". 8. geh. Preis 1 Thlr. 15 Sgr.

Rarey, J. S., Die Kunst des Pferdebändigens und der Pferdedressur nebst Anleitung zum Einfahren und zum Zureiten der Pferde. Vierte Auflage. Mit ausführlichen Erläuterungen und Zusätzen nach den mündlichen Unterweisungen Rarey's durch den Secretair der ersten Rarey-Subscription von 5000 Guineen. Aus dem Englischen. Mit 8 grösseren und 14 in den Text eingedruckten Abbildungen. 8. geh. Preis 20 Sgr.

Rathke, D. H., Ueber die Entwickelung der Schildkröten. Untersuchungen. Mit 10 Steindrucktafeln. 4. Fein Velinpap. geh. Preis 8 Thlr.

Rees, G. Owen, Ueber Nierenkrankheiten mit eiweisshaltigem Urin (Morbus Brightii). Aus dem Englischen von Dr. med. Rosztok. gr. 8. Velinpap. geh. Preis 15 Sgr.

Regnault, Victor und Adolph Strecker. Kurzes Lehrbuch der Chemie. In zwei Bänden. Erster Band, vierte Auflage. Anorganische Chemie. Zweiter Band. Dritte Auflage. Organische Chemie von Adolph Strecker.
Erster Bd. gr. 12. Sat. Velinpap. Mit 182 Holzschnitten. Preis 2 Thlr.
Zweiter Band. gr. 12. Sat. Velinpap. Mit 42 Holzschnitten. Preis 1 Thlr. 25 Sgr.

Reichardt, C. F., Centro-Amerika. Nach den gegenwärtigen Zuständen des Landes und Volkes, in Beziehung auf die Verbindung der beiden Oceane, und im Interesse der deutschen Auswanderung bearbeitet. Mit 1 General- und 3 Special-Karten. gr. 8. Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.

Reichardt, C. F., Nicaragua. Nach eigener Anschauung im Jahre 1852 und mit besonderer Beziehung auf die Auswanderung nach den heissen Zonen Amerikas beschrieben. Mit einer General- und einer Special-Karte in Stahlstich. gr. 8. geh. Preis 2 Thlr. 10 Sgr.

Reichenbach, Freiherr v., Dr. ph., Physikalisch-physiologische Untersuchungen über die Dynamide des Magnetismus, der Elektricität, der Wärme, des Lichtes, der Krystallisation, des Chemismus in ihren Beziehungen zur Lebenskraft. Zweite verbesserte Auflage. Mit 2 lithogr. Tafeln und 24 in den Text eingedruckten Figuren. In zwei Bänden. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 15 Sgr.

Rodenberg, J., Pariser Bilderbuch. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.

Rose, Prof. Heinrich, Ausführliches Handbuch der analytischen Chemie. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. Zwei Bände. gr. 8. Fein Velinpap. geh.
Erster Band: die Lehre von den qualitativen chemisch-analytischen Untersuchungen. Preis 4 Thlr.
Zweiter Band: die Lehre von den quantitativen chemisch-analytischen Untersuchungen. Preis 4 Thlr. 20 Sgr.

———, Nachträge. S. Weber etc.

Rosengarten, A., Das Buch von den architektonischen Stylarten. Eine kurze, allgemeinfassliche Darstellung der charakteristischen Verschiedenheiten der architektonischen Stylarten zur richtigen Verwendung in Kunst und Handwerk. Für Architekten, Maler, Bauschulen und Baugewerkschulen, Handwerker im Allgemeinen und Bauhandwerker im Besonderen und für gebildete Freunde der Kunst und Architektur. Mit 426 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh.
Preis 3 Thlr. 15 Sgr. In engl. Leinen cartonnirt 3 Thlr. 25 Sgr.

Ruete, Prof. Dr. C. G. T., Lehrbuch der Ophthalmologie für Aerzte und Studirende. In zwei Bänden. Mit 239 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Zweite umgearbeitete und vermehrte Auflage. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 5 Thlr. 25 Sgr.

Ruete, Prof. Dr. C. G. T., Klinische Beiträge zur Pathologie und Physiologie der Augen und Ohren. Nach der numerischen Methode bearbeitet. Erstes Jahresheft. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr.

Ryan, Dr. John, Die Zubereitung von Flachs, Flachsbaumwolle und Flachswolle, nach dem Claussen'schen Verfahren; nebst einer Beschrei-

bung der dabei angewendeten chemischen und mechanischen Hülfsmittel, und Claussen's Bleichmethode für vegetabilische Fasern, Garne und gewebte Stoffe. Deutsch herausgegeben von Theod. Kell. Mit Holzschnitten. geh. (Siehe auch Claussen.) Preis 20 Sgr.

Sandwith, Dr. H., Geschichte der Belagerung von Kars und der Vertheidigung durch General Williams. Nebst einer Beschreibung von Reisen und Abenteuern in Armenien und Lazistan, mit Bemerkungen über den gegenwärtigen Zustand der Türkei. Mit einem Plane von Kars und zwei Titelbildern. 8. Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 15 Sgr.

Scheerer, Prof. Dr. Th., Löthrohrbuch. Eine Anleitung zum Gebrauch des Löthrohrs sowie zum Studium des Verhaltens der Metalloxyde, der Metalle und der Mineralien vor dem Löthrohre, nebst Beschreibung der vorzüglichsten Löthrohrgebläse. Für Chemiker, Mineralogen, Metallurgen, Metallarbeiter und andere Techniker, sowie zum Unterrichte auf Berg-, Forst- und landwirthschaftlichen Akademieen, polytechnischen Lehranstalten, Gewerbeschulen u. s. w. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. Zweite vermehrte Auflage. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 5 Sgr. In engl. Leinen gebunden: Preis 1 Thlr. 10 Sgr.

Scheerer, Prof. Dr. Th., Bemerkungen und Beobachtungen über Afterkrystalle. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 10 Sgr.

Scheerer, Prof. Dr. Th., Lehrbuch der Metallurgie mit besonderer Hinsicht auf chemische und physikalische Principien. In zwei Bänden. Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzschnitten. Velinpap. geh. Erschienen ist: Erster Band complet in 7 Lieferungen; zweiter Band 1. und 2. Lieferung. à Lieferung 15 Sgr.

Scheerer, Prof. Dr. Th., Isomorphismus und polymerer Isomorphismus. (Besonderer Abdruck aus dem Handwörterbuche der Chemie von Liebig, Poggendorff, Wöhler und Kolbe.) gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 10 Sgr.

Scheerer, Prof. Dr. Th., Der Paramorphismus und seine Bedeutung in der Chemie, Mineralogie und Geologie. gr. 8. Velinpap. geh. Preis 1 Thlr.

Scheffler, Dr. Hermann, Der Situationskalkul. Versuch einer arithmetischen Darstellung der niederen und höheren Geometrie, auf Grund einer abstrakten Auffassung der räumlichen Grössen, Formen und Bewegungen. Mit 97 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 15 Sgr.

Schellen, Dr. H., Der elektromagnetische Telegraph in den Hauptstadien seiner Entwickelung und in seiner gegenwärtigen Ausbildung und Anwendung, nebst einer kurzen Einleitung über die optische und akustische Telegraphie und einem Anhange über den gegenwärtigen Betrieb der elektrischen Uhren. Für das gebildete Publicum, Freunde der Physik, angehende Telegraphen-Beamte und Techniker bearbeitet. Mit 130 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Zweite ganz umgearbeitete und den neuesten Zuständen des Telegraphen-Wesens angepasste Auflage. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.

Schenckel, J., Elementare Arithmetik, theoretisch-praktisch dargestellt für Lehrer an Volksschulen und an den unteren Klassen der Realschulen. gr. 8. Velinpap geh. Preis 17½ Sgr.

Schleiermacher, Dr. A. A. E. (Grossh. Hess. Geh.-Rath), Bibliographisches System der gesammten Wissenschaftskunde, mit einer Anleitung zum Ordnen von Bibliotheken, Kupferstichen, Musikalien, wissenschaftlichen und Geschäftspapieren. Zwei Theile. gr. 8. Velinpap. geh. Preis 8 Thlr.

Schlömilch, Prof. Dr. Oskar, Compendium der höheren Analysis. Mit 64 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr.

Schleiden, Dr. M. J., Die Physiologie der Pflanzen und Thiere und Theorie der Pflanzencultur. Für Landwirthe bearbeitet. Mit 161 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 15 Sgr.

Schmid, Dr. E. E., Physik, anorganische Chemie und Mineralogie. Für Landwirthe bearbeitet. Mit 258 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 15 Sgr.

Schmid, Dr. E. E., Organische Chemie, Meteorologie, Geognosie, Bodenkunde und Düngerlehre. Für Landwirthe bearbeitet. Mit 38 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 15 Sgr.

Die vorstehenden 3 Werke von Schleiden und Schmid sind auch unter folgendem Gesammt-Titel erschienen:

Encyclopädie der gesammten theoretischen Naturwissenschaften in ihrer Anwendung auf die Landwirthschaft. Von Dr. M. J. Schleiden und Dr. E. E. Schmid. Mit 500 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Drei Bände. Preis 7½ Thlr.

Schmidt, Dr. Carl, Zur vergleichenden Physiologie der wirbellosen Thiere. Eine physiologisch-chemische Untersuchung. gr. 8. Velinpap. geh. Preis 15 Sgr.

Schödler, Dr. Fr., Das Buch der Natur, die Lehren der Physik, Astronomie, Chemie, Mineralogie, Geologie, Botanik, Physiologie und Zoologie umfassend. Allen Freunden der Naturwissenschaft, insbesondere den Gymnasien, Real- und höheren Bürgerschulen gewidmet. Elfte wesentlich vermehrte und verbesserte Auflage. Mit circa 500 in den Text eingedruckten Holzschnitten, Sternkarten, Mondkarte und einer geognostischen Tafel in Farbendruck. In zwei Theilen. Erster Theil: Physik, physikalische Geographie, Astronomie und Chemie. Gross Median. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr.

Scholl, E. F., Der Führer des Maschinisten. Anleitung zur Kenntniss, zur Wahl, zum Ankaufe, zur Aufstellung, Wartung, Instanderhaltung und Feuerung der Dampfmaschinen, der Dampfkessel und Triebwerke. Ein Hand- und Hülfsbuch für Heizer, Dampfmaschinenwärter, angehende Mechaniker, Ingenieure, Fabrikherren, Maschinenbauanstalten, technische Behörden und Gewerbeschulen. Nach selbständiger Erfahrung bearbeitet. Fünfte umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 284 in den Text eingedruckten Holzschnitten. 8. Fein Velinpap. cart. Preis 1 Thlr. 25 Sgr.; in engl. Leinen gebunden Preis 2 Thlr. 2½ Sgr.

Schröder van der Kolk, Prof. H. C., Ueber den Bau und die Functionen der Medulla spinalis und oblongata und über Epilepsie, deren nächste Ursache und rationelle Behandlung. Mit 8 Tafeln mikroskopischer Darstellungen. Royal-Octav. Satin. Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 10 Sgr.

Schrön, Prof. Dr. Ludwig, Siebenstellige gemeine Logarithmen der Zahlen von 1 bis 108000 und der Sinus, Cosinus, Tangenten und Cotangenten aller Winkel des Quadranten von 10 zu 10 Secunden nebst einer Interpolationstafel zur Berechnung der Proportionaltheile. Stereotyp-Ausgabe. Gesammt-Ausgabe in drei Tafeln. Imperial-Octav. geh. Preis 1 Thlr. 22½ Sgr.

Um auch einfachere Zwecke mit geringerem Kostenaufwande zu befriedigen, sind aus folgenden Theilen des Werkes für sich verkäufliche Ausgaben gebildet:

die Tafel I mit den Logarithmen der Zahlen, für Solche, welche Tafaln für trigonometrische Rechnungen nicht nöthig haben (Preis 20 Sgr.),

die Tafeln I und II mit den Logarithmen der Zahlen und der trigonometrischen Functionen, für Solche, welche auch für trigonometrische Rechnungen der Interpolationstafel nicht bedürfen (Preis 1 Thlr. 7½ Sgr.),

die Interpolationstafel, Tafel III, für Solche, welche diese Tafel für die erste Ausgabe oder für andere Tafeln anzuwenden wünschen (Preis 15 Sgr.), und

das Gesammtwerk, bestehend aus Tafel I, II und III, für Solche, welche alle Tafeln vollständig besitzen wollen (Preis 1 Thlr. 22½ Sgr.).

Schubert, Eduard, Der rationelle Brennereibetrieb, nebst Dar-stellung eines neuen auf rationellen Grundsätzen beruhenden Einmaischverfahrens, wonach in jedem Brennereiverhältnisse ein mindestens um ⅛ höherer Spiritusertrag, als bei allen bisher bekannten Einmaischmethoden, erzielt wird. Mit gründlichen Anweisungen zur Bereitung der Presshefe, der bewährten Kunsthefen, des Filz- und Schaufelmalzes etc. versehen. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 25 Sgr.

Schuchardt, Dr. Bernhard, Handbuch der allgemeinen und speciellen Arzneimittellehre und Receptirkunst. Royal-8. Satin. Velinpap. geh. Preis 3 Thlr. 10 Sgr.

Schunk, R., Handbuch der Pariser Feuerwehr. Auf Befehl des französischen Kriegsministeriums herausgegeben von einer Commission von Offizieren des Sapeur-Pompier-Bataillons der Stadt Paris. Für deutsche Polizeimänner und Communalbeamte, sowie für deutsche Bürger- und Militairfeuerwehren bearbeitet. Mit 121 in den Text eingedruckten Holzschnitten. 8. Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 15 Sgr.

Schwarz, H., Dr. ph., Ueber die Maassanalysen, besonders in ihrer Anwendung auf die Bestimmung des technischen Werthes der chemischen Handelsproducte, wie Potasche, Soda, Braunstein, Säuren, Eisen, Kupfer, Blei, Silber u. s. w. Zweite durch Nachträge vermehrte Auflage. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Semper, Gottfried, Die vier Elemente der Baukunst. Ein Beitrag zur vergleichenden Baukunde. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Semper, Gottfried, Wissenschaft, Industrie und Kunst. Vorschläge zur Anregung nationalen Kunstgefühles. Beim Schlusse der Londoner Industrie-Ausstellung. gr. 8. Velinpap. geh. Preis 15 Sgr.

Semper, Gottfried, Das Königliche Hoftheater zu Dresden. Mit 12 Kupfertafeln. gr. Fol. geh. Preis 6 Thlr. 20 Sgr.

Siebold, Eduard Casp. Jac. v., Lehrbuch der Geburtshülfe. Zum Gebrauche bei academischen Vorlesungen und zu eigenem Studium. Zweite vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 108 grösstentheils nach Originalzeichnungen angefertigten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr 20 Sgr.

Sigismund, Berthold, Kind und Welt. Vätern, Müttern und Kinderfreunden gewidmet. I. Die fünf ersten Perioden des Kindesalters. 8. Preis 1 Thlr.

Spiess, Dr. G. A., Physiologie des Nervensystems, vom ärztlichen Standpunkte dargestellt. gr. 8. geh. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

Stahr, Adolf, Torso. Kunst, Künstler und Kunstwerke der Alten. In zwei Theilen. gr. 8. geh. Preis 6 Thlr.

Stammer, Dr. Karl, Leitfaden bei den praktischen Arbeiten im chemischen Laboratorium. Zum Gebrauche beim Unterrichte in der unorganischen Chemie an Gewerbe und Realschulen. 8. Velinpap. geh. Preis 15 Sgr.

Stammer, Dr. Karl, Sammlung von chemischen Rechenaufgaben. Zum Gebrauche an Real- und Gewerbe-Schulen, an technischen Lehranstalten und beim Selbststudium für Studirende, Pharmaceuten, chemische Fabrikanten u. A. 8. Velinpap. geh. Preis 10 Sgr.

———, Antworten und Auflösungen zu der Sammlung von chemischen Rechenaufgaben. Zum Gebrauche beim Selbstudium für Studirende, Pharmaceuten, chemische Fabrikanten u. A., sowie für Lehrer an technischen Lehranstalten, Real- und Gewerbeschulen. 8. Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Stammer, Dr. Karl, Tabellen chemischer Schemata. Zum Gebrauche beim Unterricht in der unorganischen Chemie. In 43 Wandtafeln. Preis complet 6 Thlr.

Steub, L., Deutsche Träume. Roman. 3 Bände. 8. Fein Velinpap. geh. 3 Thlr. 15 Sgr.

Stöckhardt, Dr. J. A., Die Schule der Chemie, oder erster Unterricht in der Chemie, versinnlicht durch einfache Experimente. Zum Schulgebrauch und zur Selbstbelehrung, insbesondere für angehende Apotheker, Landwirthe, Gewerbtreibende etc. Elfte, verbesserte Auflage. Mit 286 neu gestochenen in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. Elegant gebunden: Preis 2 Thlr. 10 Sgr.

Stockmar, Dr. E. v., Washington. Eine Vorlesung gehalten in Jena. 8. Velinpap. geh. Preis 10 Sgr.

Stölzel, Dr. C., Die Entstehung und Fortentwickelung der Rübenzuckerfabrikation und insbesondere die Concurrenz zwischen Rohr- und Rübenzucker. gr. 8. geh. 15 Sgr.

Strecker, Prof. Dr. A., Kurzes Lehrbuch der organischen Chemie. Zugleich als zweiter Band zu Regnault-Strecker's kurzem Lehrbuch der Chemie. Mit 42 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Dritte verbesserte Auflage. gr. 12. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 25 Sgr.

Strecker, Prof. Dr. A., Theorien und Experimente zur Bestimmung der Atomgewichte der Elemente. 8. Fein Vel. geh. Preis 20 Sgr.

Taciti, C. Cornelii, De vita et moribus Cn. Iulii Agricolae liber. Ad fidem codicum denuo collatorum recensuit et commentariis enarravit Fr. Carolus Wex. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 15 Sgr.

Taciti, C. Cornelii, De vita et moribus Cn. Iulii Agricolae liber. Nach kritisch berichtigtem Texte erklärt von Fr. Carl Wex. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 10 Sgr.

Taciti, C. Cornelii, De vita et moribus Cn. Iulii Agricolae liber. Recensuit Fr. Carolus Wex. 8. Fein Velinpap. geh. Preis $3^3/_4$ Sgr.

Tennyson, Alfred, In Memoriam. Aus dem Englichen nach der fünften Auflage. 8. geh. Preis 25 Sgr.
Dasselbe Werk in engl. Leinen gebunden. Preis 1 Thlr. 5 Sgr.

Thielau, W. E. F. v., Gemeinschaftliche Productionssteuer von Salz und Rübenzucker in Deutschland. Ein Votum. gr. 8. 1851. geh. Preis 20 Sgr.

Thieme, Dr. F. W., Neues und vollständiges Hand-Wörterbuch der Englischen und Deutschen Sprache. Mit genauer Angabe von Genitiven, Pluralen und Unregelmässigkeiten der Substantiva, Steigerung der Adjectiva und den unregelmässigen Formen der Verba, die sowohl der alphabetischen Ordnung nach als auch bei ihren Wurzeln aufgeführt sind, nebst Bezeichnung der Aussprache und steter Anführung der grammatischen Construction. In zwei Theilen. Sechste Stereotypausgabe. 8. Velinpap. Preis 2 Thlr.

Tischer, Dr. Gustav, Uebungsbuch zum Uebersetzen aus dem Deutschen ins Lateinische, für Gymnasialklassen. gr. 8. Sat. Velinpap. geh. Preis 15 Sgr.

Tregder, P. H., Handbuch der griechischen und lateinischen Literaturgeschichte. Zum Schulgebrauch. Frei für deutsche Schulzwecke bearbeitet von E. Vollbehr. 8. Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Ueber Bivouak's und Lager der Infanterie im Felde. Eine gedrängte Uebersicht der am meisten gebräuchlichen Lagerungsarten, ihrer Einrichtung u. s. w., zusammengestellt und bearbeitet von E. v. St. 8. geh. Preis 15 Sgr.

Uflacker, J. H., Exempel-Buch für Anfänger und Liebhaber der Algebra. Sechste verbesserte und mit mehreren neuen Aufgaben vermehrte Auflage, herausgegeben von Dr. Hilzheimer. gr. 8. Preis 15 Sgr.

Uflacker, Auflösungen zu J. H. Uflacker's Exempel-Buch für Anfänger und Liebhaber der Algebra. Dritte nach der sechsten Auflage des Exempel-Buches eingerichtete verbesserte und vermehrte Aufl. gr. 8. Preis 1 Thlr.

Uhde, Prof. Dr. August, Die ebene Trigonometrie zum Gebrauche beim Unterricht und zum Selbststudium. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 10 Sgr.

Valentin, Prof. Dr. G., Grundriss der Physiologie des Menschen. Für das erste Studium und zur Selbstbelehrung. Mit 6 Tafeln in Stahlstich, einer colorirten Tafel und 619 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Vierte gänzlich umgearbeitete und vermehrte Auflage. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 4 Thlr

Valentin, Prof. Dr. G., Lehrbuch der Physiologie des Menschen. Für Aerzte und Studirende. Zweite umgearbeitete und vermehrte Auflage. Zwei Bände. Mit 8 Kupfertafeln und 680 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 11 Thlr. 20 Sgr.

Valentin, Prof. Dr. G., Nachträge zur zweiten Auflage vom Lehrbuche der Physiologie des Menschen. Die wichtigsten während des Druckes und bis Ende 1850 veröffentlichten Thatsachen enthaltend. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Valleix, F. L. J., Abhandlung über die Neuralgien. Nach der französischen Originalausgabe für deutsche Aerzte übersetzt und mit einigen Zusätzen begleitet von K. G. Gruner. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

Vechelde, C. F. v., Aus dem Tagebuche des Generals F. L. v. Wachholz. Zur Geschichte der früheren Zustände der preussischen Armee und besonders des Feldzuges des Herzogs Friedrich Wilhelm von Braunschweig-Oels im Jahre 1809. 8. geh. Preis 2 Thlr.

Vierordt, Dr. Karl, Die Lehre vom Arterienpuls in gesunden und kranken Zuständen. Gegründet auf eine neue Methode der bildlichen Darstellung des menschlichen Pulses. Mit sechs Tafeln Abbildungen und in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.

Virgil's Werke von J. H. Voss. Neue sehr verbesserte Ausgabe in 3 Bänden. gr. 8. Preis 5 Thlr.

Vogelgesang, Moritz, Lehrbuch der Eisenemaillirkunst. Mit 2 Kupfertafeln in gross Folio. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr.

Vogt, Carl, Lehrbuch der Geologie und Petrefactenkunde. Zum Gebrauch bei Vorlesungen und zum Selbstunterricht. Zwei Bände. Mit 16 Kupfertafeln und 1136 Illustrationen in Holzstich. Zweite vermehrte und gänzlich umgearbeitete Auflage. gr. 8. Sat. Velinpap. geh. Preis 5 Thlr.

Vogt, Carl, Grundriss der Geologie und Petrefactenkunde. Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzschnitten. 8. Fein Velinpap (Unter der Presse befindlich).

Vogt, Carl, Natürliche Geschichte der Schöpfung des Weltalls, der Erde und der auf ihr befindlichen Organismen, begründet auf die durch die Wissenschaft errungenen Thatsachen. Aus dem Englischen nach der sechsten Auflage. Mit 164 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Zweite verbesserte Auflage. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.

Voit, A. von, Das chemische Laboratorium der königlichen Aka-demie der Wissenschaften in München. Unter Mitwirkung von Justus v. Liebig. Nebst einem Atlas mit 13 Tafeln in Quer-Folio. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 5 Thlr.

Volkmar, W., Geschichte des Landes Dithmarschen bis zum Un-tergange des Freistaates. Mit einer Karte und einer Tafel Abbildungen. kl. 8. geh. Preis 15 Sgr.

Volney, Graf C. F. von, Die Ruinen oder Betrachtungen über die Revolutionen der Reiche und das natürliche Gesetz. Aus dem Französischen und mit einer Vorrede von G. Forster. Elfte Auflage, vermehrt mit einem Vorwort über das Leben des Verfassers vom Grafen Daru, Pair von Frankreich. Mit Kupfern. Preis 20 Sgr.

Vortisch, Pastor L., Die jüngste Katastrophe des Erdballs. Ein geologischer Versuch. 8. 1852. geh. Preis 25 Sgr.

Vorträge, wissenschaftliche, gehalten zu München im Winter 1858 von Th. Bischoff, J. C. Bluntschli, F. Bodenstedt, M. Carriere, P. Heyse, Ph. Jolly, F. Knapp, Fr. v. Kobell, J. v. Liebig, F. Löher, M. Pettenkofer, W. H. Riehl, L. Seidel, H. v. Sybel, O. v. Voeldern-dorff, B. Windscheid. Herausgegeben von J. v. Liebig. gr. 8. Satin. Velinpap. geh. Preis 3 Thlr.

Wagner, K. F. Ch., Theoretisch-praktische Schulgrammatik der englischen Sprache für jüngere Anfänger. Dritte vermehrte und verbesserte Auflage. gr. 8. Velinpap. geh. Preis 25 Sgr.

Wagner, K. F. Ch., Grammatik der englischen Sprache. Sechste Auflage. Neu bearbeitet von Ludwig Herrig. Preis 1 Thlr.

Waitz, Dr. Th., Allgemeine Pädagogik. gr. 8. geh. Preis 2 Thlr. 10 Sgr.

Waitz, Dr. Th., Lehrbuch der Psychologie als Naturwissenschaft. gr. 8. geh. Preis 3 Thlr. 10 Sgr.

Walkhoff, Louis, Der praktische Rübenzuckerfabrikant. Ein Lehr- und Hülfsbuch für Rübenzuckerfabrikanten, Betriebsdirigenten, Siedemeister, Maschinenbauer, Ingenieure, Landwirthe und Studirende an landwirthschaftlichen Lehranstalten. Nach eigenen langjährigen Erfahrungen bearbeitet. Mit einem Vorwort vom Prof. Dr. Fr. Jul. Otto. Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzschnitten, nach Originalzeichnungen der neuesten und besten Constructionen aller Apparate der Rübenzuckerfabrikation. Zweite sorgsam durchgesehene und vermehrte Auflage. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 25 Sgr.

Weber, Dr. H. E., Allgemeine Anatomie des menschlichen Körpers; enthaltend: die Lehre von den Substanzen, von den durch das Mikroskop erkennbaren kleinsten Theilen und von den Geweben des menschlichen Körpers. Mit zwei Tafeln mikroskopischer Abbildungen. gr. 8. (Bildet zugleich den ersten Theil zu Hildebrandt's Handbuch der Anatomie.) Preis 3 Thlr.

Weber, Ernst Heinrich, Die Lehre vom Tastsinne und Gemeingefühle auf Versuche gegründet. Für Aerzte und Philosophen besonders abgedruckt aus Rud. Wagner's Handwörterbuche der Physiologie. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr.

Weber, R., Atomgewichtstabellen zur Berechnung der bei analytisch chemischen Untersuchungen erhaltenen Resultate. Zugleich als Nachtrag zum Handbuche der analytischen Chemie von Heinrich Rose. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 20 Sgr.

Weisbach, Prof. Dr. J., Die neue Markscheidekunst und ihre Anwendung auf bergmännische Anlagen. In 2 Abtheilungen. 4. Fein Velinpap. geh.

Erste Abtheilung: Die trigonometrischen und Nivellir-Arbeiten über Tage. Mit 10 zum Theil colorirten Tafeln in Kupferstich und 79 Abbildungen in Holzstich. Preis 4 Thlr.

Zweite Abtheilung: Die trigonometrischen und Nivellir-Arbeiten unter Tage. Mit 9 zum Theil colorirten Tafeln, einem Titelbilde und 93 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Preis 4 Thlr.

Weisbach, Prof. Dr. J., Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinenmechanik. Mit den nöthigen Hülfslehren aus der Analysis für den Unterricht an technischen Lehranstalten, sowie zum Gebrauch für Techniker bearbeitet. In drei Theilen. Erster Theil: Theoretische Mechanik. Zweiter Theil: Statik der Bauwerke und Mechanik der Umtriebsmaschinen. Dritter Theil: Die Mechanik der Zwischen- und Arbeitsmaschinen. Dritte verbesserte und vervollständigte Auflage. Jeder Band mit etwa 600 bis 800 in den Text eingedruckten Holzstichen. gr. 8. Fein Velinpap. geh. In Lieferungen. Erschienen ist: Erster Band complet in 10 Lieferungen, Preis 5 Thlr.; zweiter Band complet in 11 Lieferungen, Preis 5 Thlr. 20 Sgr.; dritter Band, Lieferung 1—12, Preis jeder Lieferung 15 Sgr.

(Der Schluss des dritten Bandes befindet sich unter der Presse).

Weisbach, Prof. Dr. J., Die ersten Grundlehren der höheren Analysis oder Differential- und Integralrechnung. Für das Studium der praktischen Mechanik und Naturlehre möglichst populär bearbeitet. Mit 38 in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 10 Sgr.

Weisbach, Prof. Dr. J., Der Ingenieur, Sammlung von Tafeln, Formeln und Regeln der Arithmetik, der theoretischen und praktischen Geometrie sowie der Mechanik und des Ingenieurwesens. Für praktische Geometer,

Mechaniker, Architekten, Civilingenieure, Berg- und Hüttenbeamte, Baugewerksmeister und andere Techniker bearbeitet. Dritte neu bearbeitete und wesentlich bereicherte Auflage. In zwei Abtheilungen. Erste Abtheilung: Arithmetik, theoretische und praktische Geometrie. Mit 179 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Taschenformat. geh. Preis 24 Sgr.

Weltzien, Prof. C., Systematische Zusammenstellung der organischen Verbindungen. gr. 8. Satin. Velinpap. Preis 3 Thlr. 20 Sgr.

Wernicke, Ad., Lehrbuch der Mechanik in elementarer Darstellung, mit Uebungen und Anwendungen auf Maschinen- und Bau-Constructionen. Für den Unterricht an Gewerbe- und Realschulen, sowie zum Privatstudium, für angehende Ingenieure und Architekten bearbeitet. gr. 8. Satin. Velinpapier. geh. In zwei Theilen.

Erster Theil: Mechanik fester Körper. Mit 376 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Preis 1 Thlr. 25 Sgr.

Zweiter Theil: Mechanik flüssiger Körper. Mit 170 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Preis 1 Thlr. 5 Sgr.

Wiegmann, Dr. A. F., Ueber die Bastarderzeugung im Pflanzenreiche. Eine gekrönte Preisschrift. Mit illum. Kupfern. 4. geh. Preis 25 Sgr.

Wiegmann, Dr. A. F., Ueber die Entstehung, Bildung und das Wesen des Torfes. Eine von der Königlichen Akademie der Wissenschaften in Berlin des Preises für 1833 würdig erkannte Preisschrift. Nebst einem Anhange über die Entstehung, Bildung und das Wesen der Raseneisensteine und des erdigen Eisenblau. gr. 8. geh. Preis 15 Sgr.

Wiegmann, Dr. A. F., Die Krankheiten und krankhaften Missbildungen der Gewächse, mit Angabe der Ursachen und der Heilung und Verhütung derselben. Ein Handbuch für Landwirthe, Gärtner, Gartenliebhaber und Forstmänner. gr. 8. geh. Preis 22½ Sgr.

Wiegmann, Dr. A. F., und C. Polstorff, Ueber die anorganischen Bestandtheile der Pflanzen, oder Beantwortung der Frage: Sind die anorganischen Elemente, welche sich in der Asche der Pflanzen finden, so wesentliche Bestandtheile des vegetabilischen Organismus, dass dieser sie zu seiner völligen Ausbildung bedarf, und werden sie den Gewächsen von Aussen dargeboten? Eine in Göttingen im Jahre 1842 gekrönte Preisschrift, nebst einem Anhange über die fragliche Assimilation des Humusextractes. gr. 8. geh. Preis 10 Sgr.

Wigand, Dr. Albert, Intercellularsubstanz und Cuticula. Eine Untersuchung über das Wachsthum und die Metamorphose der vegetabilischen Zellenmembran. Mit zwei Tafeln Abbildungen. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 15 Sgr.

Wigand, Dr. Albert, Der Baum. Betrachtungen über Gestalt und Lebensgeschichte der Holzgewächse. Mit 2 Tafeln Abbildungen. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 15 Sgr.

Wigand, Dr. Albert, Botanische Untersuchungen. Mit 6 Tafeln Abbildungen. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 15 Sgr.

Wislizenus, Dr. A., Denkschrift über eine Reise nach Nord-Mexico, verbunden mit der Expedition des Obersten Damiphan, in den Jahren 1846 und 1847. Aus dem Englischen übertragen von G. M. v. Ross. Mit einem wissenschaftlichen Anhange und drei Karten. gr. 8. geh. Preis 1 Thlr. 10 Sgr.

Wundt, Dr. Wilhelm, Die Lehre von der Muskelbewegung. Mit 22 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Royal-8. Satin. Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 20 Sgr.

Zernikow, Dr., Die Theorie der Dampfmaschinen, in welcher die physikalischen Eigenschaften und die mechanischen Wirkungen des Dampfes von der ersten Ursache der Dampfbildung, von der Wärme, abhängig gemacht werden. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 10 Sgr.

Zur Erinnerung an F. L. W. Meyer, den Biographen Schröder's. Lebensskizze nebst Briefen von Bürger, Forster, Göcking, Gotter, Herder, Heyne, Schröder u. A. 2 Theile. 8. geh. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

STAATS-BIBLIOTHEK MÜNCHEN

Montag

Montag

Montag

Montag

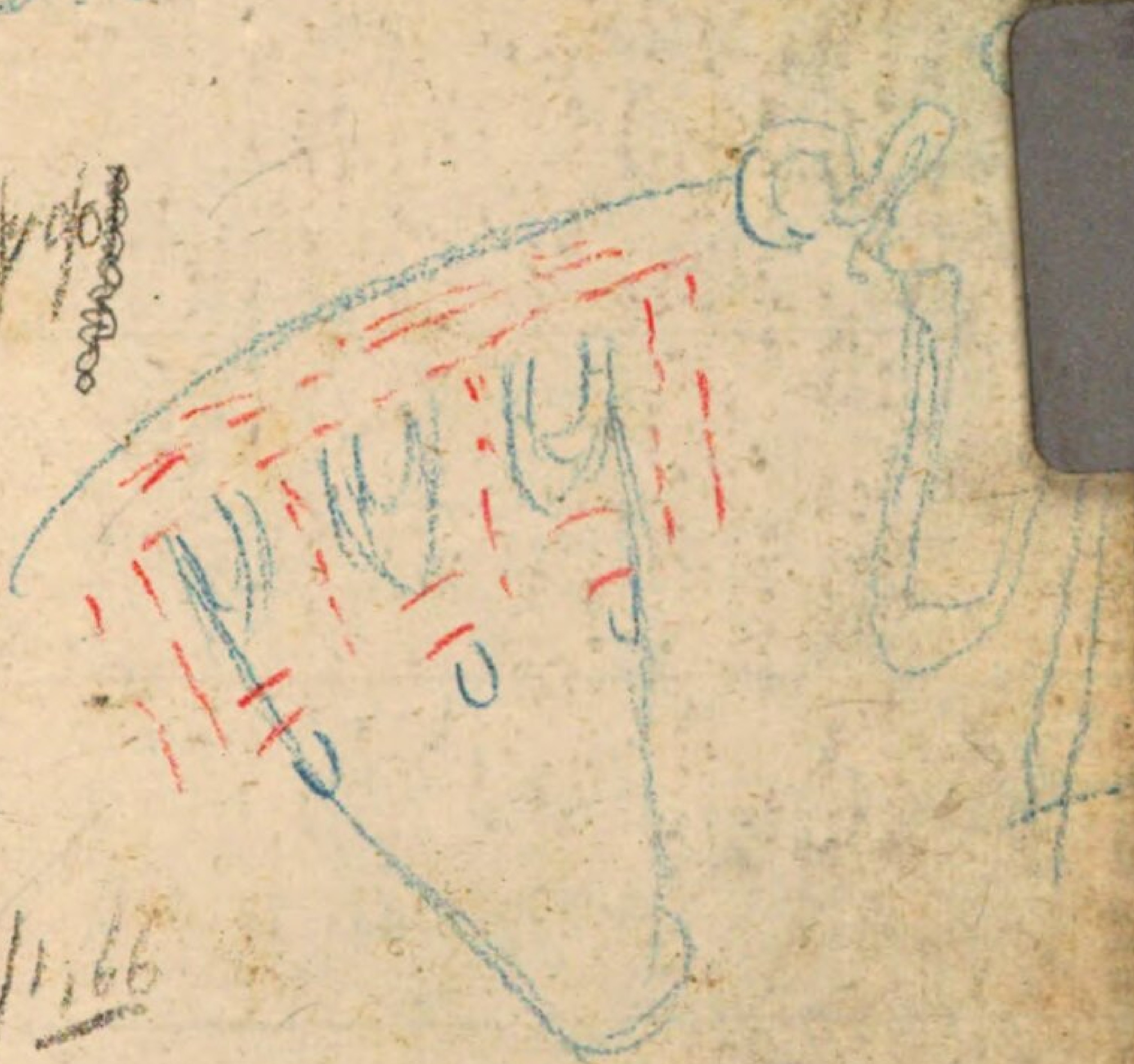
Montag

[illegible]

Schnell Dintenfleck

[illegible]

30 × 30 = [illegible]



[illegible] = 1,66



BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Müller, Johann Heinrich Jacob,

Grundriß der Physik und Meteorologie für Lyceen, Gymnasien, Gewerbe- und Realschulen, so wie zum Selbstunterrichte ; mit 554 in den Text eingedr. Holzschnitt

Braunschweig 1860

Phys.g. 303 lc
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10131602-5